

---

# Hatsi-kD

---

Het zal u wel zijn opgevallen dat deze rubriek langzamerhand met tussenpozen verschijnt. De voorraad vuistregels, die onaangeboord lag te wachten toen dit tijdschrift begon, is in de loop van negen jaar opgeraakt. Maar omdat er in de praktijk met enige regelmaat weer nieuwe worden gevonden, laten we Hatsi-kD gewoon voortbestaan. Blijf uw vuistregels dus gerust insturen! U kunt ze aan mij richten (kmaas@xs4all.nl of kees.maas@kiwa.nl), maar als u ze naar de redactie stuurt, komen ze ook terecht. Deze keer is er weer een aflevering van Huub Savenije.

## De voortplanting van getijdgolven in estuaria

In Stromingen, jrg 7, nr 2 (2001) heb ik een Hatsi-kD geschreven over de demping en opslinging van getijdgolven in estuaria (vuistregels 52–56). Misschien herinnert u zich nog dat de afgeleide formule verbluffend eenvoudig was: de combinatie van een exponentiële functie en een rechte lijn. Deze Hatsi-kD bouwt daarop voort. Ik heb in eerdere Hatsi-kD's al eens aangegeven, dat mijn onderzoek naar analytische oplossingen wordt gevoed door de verbazing dat complexe fysische verschijnselen zich in de hydrologie dikwijls manifesteren in ogenschijnlijk simpele vergelijkingen. Hoewel wij weten dat de werkelijkheid complex en wispelturig is (beschreven door stelsels van niet-lineaire differentiaalvergelijkingen), stroomt het water meestal rustig en voorspelbaar. De reden hiervoor zit in de randvoorwaarden waarbinnen de differentiaalvergelijkingen moeten worden opgelost, ofwel, het medium waarbinnen het water stroomt. Of we het nou hebben over grondwater, rivierwater of stroming in alluviale estuaria, het water creëert zijn eigen weg

en geeft zelf vorm aan het medium waardoor het stroomt. Uit die interactie komen gelijkmatige stromingspatronen voort.

Als we alleen de wetten van behoud van massa en impuls gebruiken kunnen we dit niet verklaren. Er is een soort van entropiebeschouwing voor nodig om te verklaren waarom water streeft naar een gelijkmatig gedrag en naar regelmatige drainagepatronen, zowel onder als boven de grond. Voorbeelden hiervan zijn publicaties over 'minimum stream power' en 'self-organisation' die te vinden zijn in het recente boek van Rodriguez Iturbe en Rinaldo (2001). Een aantal van mijn vorige Hatsi-kD's vallen ook binnen dit concept, zoals 'De getijdebeweging in estuaria' (2001) 'Demping en opslinging van het getij' (2001) en 'De breedte van een waterloop' (2002).

Vandaag ga ik ogenschijnlijk iets anders doen dan in eerdere Hatsi-kD's. Ik zal eerst laten zien dat een algemeen gehanteerde, simpele, vuistregel fout is. Maar vervolgens zal ik laten zien dat de correcte vuistregel, hoewel complexer, toch weer uitblinkt door zijn eenvoud.

Iedereen die zich wel eens met stroming in open waterlopen heeft beziggehouden kent de klassieke formule voor de voortplantingssnelheid  $c_0$  (m/s) van een verstoring aan het oppervlak (zie vuistregel 62):

$$c_0 = \sqrt{\frac{B}{B_b} gh}$$

waar  $h$  de gemiddelde waterdiepte (m) is in een oneindig lang kanaal met constante breedte  $B$  (m) en verwaarloosbare wrijving, en  $B/B_b$  de verhouding tussen de stroomvoerende breedte en de bergende breedte. In kanalen zonder uiterwaarden, droogvallende platen of kribvakken is deze verhouding gelijk aan 1. Hoewel deze vergelijking alleen voor prismatische wrijvingsloze

kanalen geldt, blijkt hij, vreemd genoeg, ook te gelden voor natuurlijke estuaria (met wrijving) en een exponentieel verlopende breedte (zie vuistregels 46–47), zolang er geen demping of opslingering is.

Is er echter wel demping of opslingering, dan blijkt de voortplantingssnelheid daarmee sterk samen te hangen (zie figuur 1 en 2). Is de golf gedempt, dan gaat de golf minder snel dan  $c_0$ , slingert hij op, dan gaat hij sneller. Dit fenomeen wordt al langer onderkend, maar is nog maar recent analytisch opgelost door Savenije en Veling (2004). Het betreffende artikel is gebaseerd op metingen in de Schelde, die wij met TU-studenten over een aantal jaren hebben uitgevoerd. Met snelle bootjes probeerden we het punt van kentering te volgen om zoutindringingscurves voor hoogwaterkentering en laagwaterkentering te bepalen (zie de Hatsi-kD in Stromingen 7, nr.3, 2001). Echter in het benedenstroomse deel van de Schelde bleek onze snelle Hovercraft te traag. Bij een gemiddelde diepte van 10 m, hadden wij gerekend op een voortplantingssnelheid van minder dan 36 km/h (t.g.v.  $B/B_0$ ), maar bij doodtij ging de golf met 60 km/h, en met 44 km/h bij springtij: aanzienlijk sneller dan verwacht. Je zou wellicht denken dat bij springtij de golf sneller zou gaan dan bij doodtij, maar dat is niet zo, als gevolg van de bergende breedte. Bij springtij wordt er veel meer water geborgen op droogvallende platen en oevers dan bij doodtij.

Tegelijkertijd hadden wij bovenstrooms van Antwerpen (op 115 km van de monding) de voortplantingssnelheid te hoog ingeschat. Daar bleek de voortplantingssnelheid aanzienlijk lager dan verwacht. In figuur 2 kunt u zien dat benedenstrooms van Antwerpen de getijdeweg wordt opgeslingerd, en bovenstrooms van Antwerpen gedempt. We zien in figuur 1 dat benedenstrooms van Antwerpen, bij een opslingerende golf, de golf aanzienlijk sneller gaat dan de klas-

sieke voortplantingssnelheid  $c_0$ , en bovenstrooms van Antwerpen, bij een gedempte golf, aanzienlijk trager.

### Vuistregel 75:

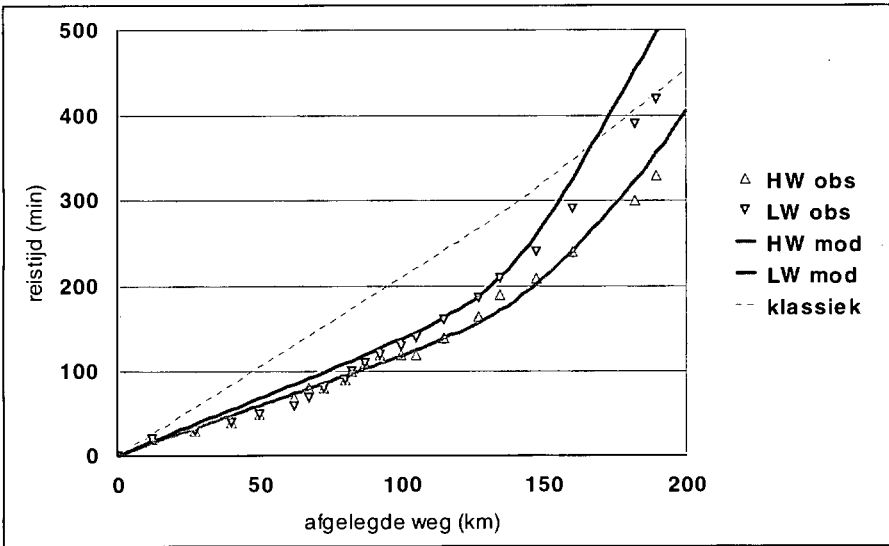
*Indien een getijdeweg wordt opgeslingerd, plant hij zich sneller voort dan de voortplantingssnelheid van een verstoring; wordt hij gedempt, dan beweegt hij zich langzamer, volgens:*

$$c = \sqrt{\frac{B}{B_0} gh \frac{1}{1-D}}$$

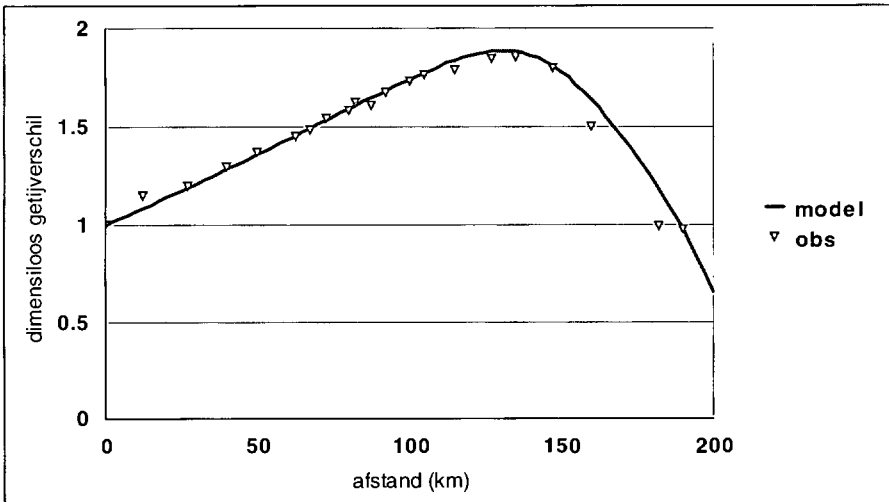
$$D = \frac{gT}{4\pi v} \frac{dH}{dx} \cos \varepsilon$$

waar  $T$  de periode van het getij is (s),  $v$  de amplitude van de stroomsnelheid van het getij (m/s),  $H$  het getijverschil tussen hoog- en laagwater (m), en  $\varepsilon$  het faseverschil tussen hoogwater (HW) en hoogwaterkentering (HWK). Wij zien meteen dat als de gradiënt van het getijverschil  $dH/dx$  nul is, dat we dan de klassieke vergelijking voor de voortplanting van een verstoring terugkrijgen ( $c=c_0$ ). Dit is het geval in zogenaamde ideale estuaria, waar de concentratie van de golfenergie door de convergentie van de oevers precies gecompenseerd wordt door het verlies aan energie door wrijving. In ideale estuaria zijn zowel de amplitude van het verticale getij (de waterstand) als de amplitude van de stroomsnelheid constant.

Al deze parameters zijn gemakkelijk te meten. Figuur 1 laat zien hoe de vergelijkingen er voor HW en LW uitzien. De formule is afgeleid van het volledige stelsel niet-gelineariseerde St.-Venant-vergelijkingen, onder de redelijke aanname dat  $H/h$  klein is (kleiner dan 1). De lijnen passen goed, in tegenstelling tot de lijn met de klassieke voortplantingssnelheid. Alleen in het bovenstroomse deel wijken de bere-



**Figuur 1:** De voortplanting van de getijdeweg in de Schelde. De getrokken lijnen zijn berekend met Vuistregel 75 voor hoogwater (HW) en laagwater (LW). De meetpunten zijn waargenomen tijdens doortij op 21 juni 1995. De stippellijn komt overeen met de klassieke vergelijking.



**Figuur 2:** De opslingering van de getijdeweg in de Schelde. Verticaal uitgezet is het dimensieloze getijverschil  $H/H_0$ . De getrokken lijnen zijn berekend met de formules van Horrevoets e.a. (2004), die gebaseerd zijn op Vuistregels 54-56. De metingen zijn uitgevoerd tijdens doortij op 21 juni 1995, met een bovenafvoer van  $41 \text{ m}^3/\text{s}$  bij Gent.

kende waarden substantieel af van de metingen, vooral bij LW. De reden hiervoor is dat de verhouding  $H/h$ , met name bij LW, te dicht in de buurt van één komt.

In de vergelijking wijst de positieve x-as naar bovenstrooms en dus is  $D$  positief als de golf opslingert. Het is evident dat  $D$  niet te groot mag zijn ( $D$  moet kleiner zijn dan 1). Maar – wat is de natuur toch mooi! – er zit hier een terugkoppelingsmechanisme. Als, bij opslinging,  $dH/dx$  groot wordt, wordt  $D$  groter en dus  $c$  groter. Maar als  $c$  groter wordt, wordt op zijn beurt  $dH/dx$  getemperd middels het getijde-Froudegetal  $\alpha$ , dat bij toenemende voortplantingssnelheid steeds kleiner wordt. Dit getal presenteerde ik in Vuistregel 56 (Stromingen, jrg 7, nr 2 (2001) en zal ik nogmaals weergeven.

Bij opslinging is de toename van het getijverschil, bij benadering, lineair (zie Vuistregel 54):

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\alpha}{\beta} H_0$$

met:  $\alpha = \frac{h}{H_0} \frac{2v \sin \varepsilon}{c}$

en:  $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{b} - \frac{fg}{C^2} \frac{v \sin \varepsilon}{ch}$

waar  $H_0$  het getijdeverschil (m) aan de monding is,  $b$  de convergentielengte (m) van de exponentieel verlopende breedte (Vuistregel 46),  $C$  de Chézy-coëfficiënt ( $m^{0.5}/s$ ), en  $f$  is een factor die compenseert voor het feit dat bij eb de waterstand gemiddeld lager is dan bij vloed (als  $H/h$  klein is, is deze factor ongeveer 1).  $\beta$  is de lengteschaal voor de opslinging (m).

We zien hier dat als  $c$  groter wordt (door opslinging), het effect van wrijving in  $\beta$  afneemt (wat tot meer opslinging leidt met als bovengrens  $1/b$ ), maar tegelijkertijd wordt  $\alpha$  kleiner, wat de opslinging weer dempt. Als  $c$  groot is:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\alpha}{\beta} H_0 \approx \frac{h}{b} \frac{2v \sin \varepsilon}{c}$$

Dus als door opslinging de voortplantingssnelheid groot wordt, wordt de opslinging op haar beurt getemperd. Om een volledig beeld te krijgen moeten de betrekkingen voor opslinging en voortplanting dus gelijktijdig worden opgelost.

## Referenties:

- Horrevoets, A.C., H.H.G. Savenije, J.N. Schuurman en S. Graas (2004)** The influence of river discharge on tidal damping in alluvial estuaries; in: *Journal of Hydrology*, 294(4) pag 213–228.
- Rodríguez-Iturbe, I., en A. Rinaldo (2001)** Fractal River Basins: Chance and Self-Organization; Cambridge University Press, Cambridge.
- Savenije, H.H.G. (2001)** Hatsi-kD: De getijdebeweging in estuaria; in: *Stromingen*, jrg 7, nr 1, pag 47–51.
- Savenije, H.H.G. (2001)** Hatsi-kD: Demping en opslinging van het getij; in: *Stromingen*, jrg 7, nr 2, pag 50–54.
- Savenije, H.H.G. (2001)** Hatsi-kD: Zoutindringing in estuaria; in: *Stromingen*, jrg 7, nr 3, pag 47–51.
- Savenije, H.H.G. (2002)** Hatsi-kD: De breedte van een waterloop; in: *Stromingen*, jrg 8, nr 3, pag 40–43.
- Savenije, H.H.G. en E. Veling (2004)** The relation between tidal damping and wave celerity in estuaries; in: *Journal of Geophysical Research-Oceans*, ingezonden en geaccepteerd.

Huub Savenije  
TU Delft