Hoe klein zijn onze kansen?

Een probabilistische toolbox voor analyse van extreme waarden

Hanneke van der Klis
Wim Courage
Ferdinand Diermanse

Om goed voorbereid te zijn op extreme gebeurtenissen, zoals hoge rivierwaterstanden of extreme neerslag, is het van belang te weten met welke kans dergelijke gebeurtenissen voorkomen. In de regel is slechts een beperkte hoeveelheid gegevens beschikbaar om deze schatting op te baseren. Om zoveel mogelijk kennis over de fysica in de schatting te betrekken zijn verschillende methoden ontwikkeld om met behulp van fysisch gebaseerde simulatiemodellen extreme waarden analyses uit te voeren. TNO Bouw heeft een probabilistische toolbox ontwikkeld, ProBox, waarmee verschillende methoden makkelijk toegankelijk worden. In dit artikel laten we zien dat ProBox ook toepasbaar is binnen de hydrologie, dit doen we aan de hand van een case study over extreme waterstanden in het IJsselmeer.

Inleiding

Extreme neerslag in het Westland, extreem hoge waterstanden in de rivieren... Om voorbereid te zijn op extreme gebeurtenissen is het zaak om een zo goed mogelijke indruk te krijgen van de omstandigheden waarin deze optreden en met welke kans dergelijke gebeurtenissen plaatsvinden.

We blijven even bij het tweede voorbeeld. Om voldoende beschermd te zijn tegen overstromingen zijn dijken aangelegd langs rivieren en meren. Deze dijken zijn berekend op hoge waterstanden met een extreem kleine overschrijdingskans (in Nederland in de orde van 10^{-3} tot 10^{-4} per jaar). Het schatten van waterstanden met dergelijke kleine overschrijdingskansen is een voorbeeld van extremewaardenanalyse. De enige informatie die gebruikt kan worden om deze schatting te maken zijn de in de historie beschikbaar gekomen metingen en de kennis over de betreffende fysische processen. In de regel zijn niet meer dan enige decennia aan metingen beschikbaar, wat erg weinig is vergeleken met de herhalingstijden waar we over spreken.

Ten behoeve van het ontwerpen van de Nederlandse dijken wordt de kans geschat dat een bepaalde hoge rivierwaterstand wordt overschreden. Dit gebeurt door de frequenties

Hanneke van der Klis en Ferdinand Diermanse zijn werkzaam bij WL | Delft Hydraulics, Postbus 177, 2600 MH Delft, e-mail: Hanneke.vdKlis@wldelft.nl, tel (015) 285 87 80, fax (015) 285 85 82.
Wim Courage is werkzaam bij TNO Bouw, Postbus 49, 2600 AA Delft.

waarmee de gemeten waterstanden voorkomen te extrapoleren naar nog hogere waterstanden met behulp van een geschikt geachte kansverdeling. Dit is een standaard statistische methoden die vaak wordt toegepast. Een nadeel van deze methode is, dat gezocht wordt naar een regelmaat in de gemeten waterstanden zonder rekening te houden met het feit dat deze waterstanden veroorzaakt worden door sterk niet-lineaire en inhomogene processen. De complexiteit van deze processen maakt dat het verloop van de waterstanden in de gemeten periode niet overeen hoeft te komen met het geëxtrapoleerde verloop. Deze constatering heeft geleid tot de suggestie dat in de analyse van overstromingsfrequenties alleen vooruitgang kan worden verwacht van methodes die expliciet de betreffende fysische processen in beschouwing nemen (bjivoorbeeld Klemeš 1994; Kuchment e.a., 1993).

Om expliciet rekening te houden met de fysische processen die leiden tot hoge waterstanden wordt meestal gebruik gemaakt van numerieke simulatiemodellen die deze fysica beschrijven. De mate waarin dergelijke simulatiemodellen het vertrouwen in de extrapolaties vergroten hangt uiteraard af van de kwaliteit van het betreffende model. Er zijn verschillende methoden ontwikkeld om met behulp van een simulatiemodel de kans op extreem hoge waterstanden te schatten, alle gebaseerd op het uitvoeren van een groot aantal simulaties. TNO Bouw heeft een probabilistische toolbox ontwikkeld (ProBox) waarmee verschillende methoden voor extreme waarden analyse beter toegankelijk worden. Deze toolbox is zodanig opgezet dat het generiek toepasbaar is, voor een scala aan simulatiemodellen. Om na te gaan in hoeverre ProBox geschikt is voor extreme waarden analyses in de hydrologie heeft WL | Delft Hydraulics (WL) deze toolbox ingezet bij een case studie. Dit betreft een studie naar extreem hoge meerpeilen op het IJsselmeer (Diermanse e.a. 2003; Diermanse e.a., 2004). In dit artikel geven we een samenvatting van deze IJsselmeerstudie en beschrijven we wat onze ervaringen hierin zijn met ProBox.

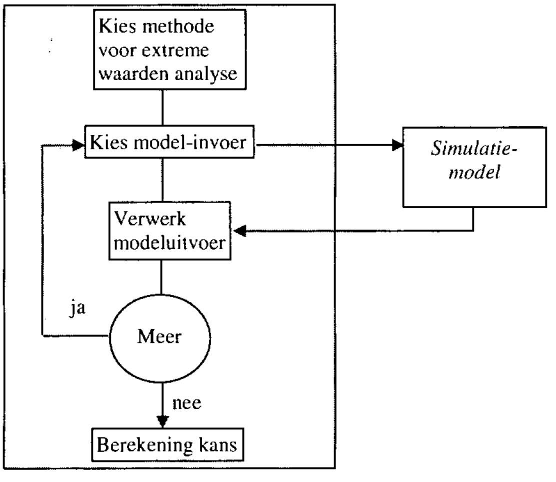
We vervolgen dit artikel met een beschrijving van ProBox, de resultaten die we met behulp van deze toolbox in de IJsselmeerstudie kregen en tenslotte een discussie en onze conclusies over extreme waarden analyses in de hydrologie en de ondersteuning die ProBox hierbij kan bieden.

ProBox

Zowel bij TNO Bouw als bij WL is veel kennis aanwezig op het gebied van onzekerheden rond simulatiemodellen en de resulterende betrouwbaarheid van modelresultaten. Er zijn verschillende soorten onzekerheid cq. betrouwbaarheid (Walker e.a., 2003). Zo is er sprake van de betrouwbaarheid van het simulatiemodel zelf: hoe goed is het model, wordt de werkelijkheid correct (genoeg) beschreven? Kan het model worden verbeterd of kunnen de onzekerheden worden verkleind? Daarnaast kan de vraag worden gesteld hoe onzekerheden in de invoer door het simulatiemodel propageren en leiden tot onzekerheden in de uitvoer. Al deze vragen zijn van belang bij het gebruik van simulatiemodellen. Immers, uiteindelijk worden er conclusies en beslissingen gebaseerd op de modelresultaten. Hierbij kan men bijvoorbeeld denken aan het bereiken van een vereiste veiligheid in een constructie, aan de gevolgen van bepaalde rivierverruimende maatregelen, of aan het bereiken van een gewenst veiligheidsniveau tegen overstromingen. Voor dergelijke toepassingen is het essentieel dat onzekerheden in de simulatiemodellen expliciet in rekening kunnen worden gebracht.

ProBox is een resultaat van een initiatief van TNO Bouw om zijn brede kennis en ervaring op het gebied van betrouwbaarheidsberekeningen en risicomanagement te ontsluiten. ProBox is een toolbox waarin een bundeling van kennis op het gebied van probabilistisch ontwerpen is opgenomen. De toolbox voert probabilistische berekeningen uit door samples van invoergegevens naar deterministische externe simulatiemodellen te sturen en hun (deterministische) uitvoer te verwerken op basis van een gekozen methode voor extreme waarden analyse.

Probox kan worden gezien als een werkbank waarop simulatiemodellen kunnen worden 'ingeklemd' en vervolgens geanalyseerd (figuur 1). Veel aandacht is derhalve besteed aan interfaces waarmee externe modellen op een generieke manier kunnen worden gekoppeld aan Probox. Deze simulatiemodellen kunnen stand-alone programma's zijn of besloten in libraries, gecreëerd met generieke programmeertalen als Fortran of C. Ook modellen die zijn gemaakt in modelleeromgevingen als MATLAB, Mathcad en FEMLAB kunnen aan Probox worden gekoppeld. Tenslotte zijn via functie editors ook binnen ProBox zelf modellen te definiëren.



Figuur 1: Schematisatie van ProBox met koppeling naar simulatiemodel.

Met ProBox kunnen meerdere simulatiemodellen gelijktijdig in een analyse worden betrokken. Simulatiemodellen kunnen namelijk geschakeld worden, bijvoorbeeld door de invoer voor een model afhankelijk te laten zijn van de resultaten van een of meerdere andere modellen. Een andere, bijzondere manier van simulatiemodellen koppelen is wanneer de modellen grenstoestanden beschrijven en via logische operatoren aan elkaar worden gekoppeld. Dit is een manier om foutenbomen op te stellen en te analyseren, waarin meerdere grenstoestanden of gebeurtenissen een rol spelen.

Voor de beschrijving van onzekere modelinvoer en -parameters kan een keuze worden gemaakt uit een groot aantal verdelingen zoals normaal, log-normaal, exponentieel, beta, gumbel, etc. Daarnaast kan een gebruiker ook zelf verdelingen definiëren met behulp van tabellen, zoals onder andere discrete verdelingen.

Binnen ProBox zijn verschillende rekenmethoden beschikbaar:
- Numerieke Integratie (NI),
- Crude Monte Carlo (CMC),
- Directional Sampling (DS)
- First Order Reliability Method (FORM)
- Second Order Reliability Method (SORM).

In de bijlage van dit artikel worden de methoden kort besproken. Hier beschrijven we een aantal karakteristieke kenmerken van de methoden en wat specifieke voor- en nadelen.

Zowel Numerieke Integratie als de 'Crude Monte Carlo'-methode tasten het hele domein van de onzekere modelvariabelen en -parameters af, om een volledige kansverdeling van de modeluitvoer te krijgen. Op basis van deze kansverdeling wordt vervolgens geschat wat de kans op voorkomen of overschrijden is van extreme gebeurtenissen, of andersom, welke gebeurtenis past bij een extreem kleine overschrijdingskans.

De andere drie methoden, Directional Sampling, FORM en SORM, zijn specifiek gericht op het schatten van de kans op 'falen', ofwel op de overschrijdingskans van een specifieke gebeurtenis of toestand van een systeem. Als de overschrijdingskansen van verschillende faalniveaus worden gezocht moet voor elk niveau een nieuwe probabilistische berekening worden gemaakt.

Numerieke Integratie is als probabilistische methode nauwkeurig en betrouwbaar, maar zeer tijdrovend bij meer dan een gering aantal variabelen. In dat laatste geval is Crude Monte Carlo efficiënter, maar nog altijd zeer tijdrovend bij een ingewikkeld simulatiemodel en een kleine faalkans. De Monte Carlo variant Directional Sampling brengt daar vaak verbetering in. FORM is een snelle methode. De nadelen zijn echter dat er soms geen convergentie optreedt, dat het resultaat onnauwkeurig is als het simulatiemodel sterk niet-lineair is of dat men een lokaal in plaats van een globaal minimum met de minimaliseringprocedure vindt (zie bijlage). Het tweede nadeel is in sommige gevallen op te heffen, door een aanvullende SORM berekening te maken. Aan het derde nadeel kan men in sommige gevallen iets doen door een aantal berekeningen uit te voeren met verschillende (random gekozen) startwaarden of door gebruik te maken van voorkennis.

Dankzij het feit dat alle genoemde rekenmethoden in ProBox beschikbaar zijn is het niet nodig dat men zich beperkt tot één enkele methode. Integendeel, men kan vaak met succes verschillende methoden combineren. Zo kan men bijvoorbeeld een eenvoudige methode als FORM gebruiken voor 'productie-runs', maar deze een paar maal controleren met Crude Monte Carlo of Numerieke Integratie. Ook kan men binnen een berekening een deel met de ene methode en een deel met de andere methode uitvoeren (Vrouwenvelder e.a., 2004).

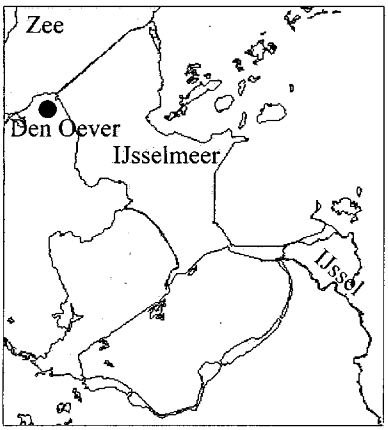
Het moge duidelijk zijn dat met behulp van ProBox met zeer uiteenlopende simulatiemodellen volledig probabilistische berekeningen kunnen worden uitgevoerd. In dit artikel bespreken we hoe met behulp van ProBox de overschrijdingskansen van extreem hoge meerpeilen in het IJsselmeer kunnen worden geschat.

IJsselmeerstudie

Als case studie voor het testen van de verschillende probabilistische methoden die beschikbaar zijn in ProBox beschouwen we het meerpeil van het IJsselmeer, of meer specifiek het jaarlijkse maximum van het gemiddelde peil over het IJsselmeer. Voor de te testen methoden is een simulatiemodel nodig om de dynamiek van het meerpeil gedurende (hypothetische) gebeurtenissen te simuleren. We beschrijven hieronder eerst het model dat we hiervoor hebben gebruikt. Vervolgens bespreken we de resultaten die we op basis van dit model en de beschikbare rekenmethoden hebben gevonden.

Modelbeschrijving

Hoge meerpeilen in het IJsselmeer (figuur 2) zijn het resultaat van een periode van 1 tot 3 weken waarin de toevoer (vanuit de IJssel en vanuit kleinere 'regionale' rivieren en kanalen) groter is dan de afvoer naar zee (via de sluizen in de Afsluitdijk). Maximale meerpeilen worden gewoonlijk een paar dagen na de maximale IJsselafvoer gemeten. Hoge meerpeilen in het IJsselmeer komen vrijwel uitsluitend in het winterhalfjaar voor. Het hoogste meerpeil gemeten in het IJsselmeer (sinds het begin van de metingen in 1932) is 0.50 m +NAP, in oktober 1998.



Figuur 2: Het IJsselmeer.

Om de dynamiek van het meerpeil te simuleren is het model WINBOS gebruikt. Dit simulatiemodel berekent de gemiddelde waterstand op het IJsselmeer per half uur, gebruik makend van eenvoudige massabalans-vergelijkingen en door de gebruiker gedefinieerde regels voor het sluisbeheer. Het WINBOS model is gevalideerd en succesvol toegepast in eerdere studies naar de meerpeildynamiek van het IJsselmeer (WL 1997, RIZA 1999).

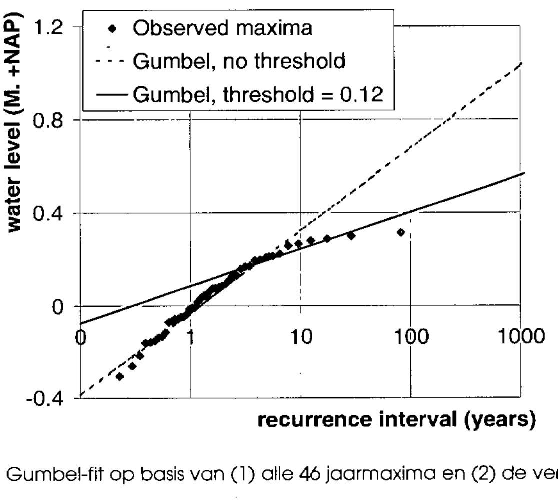
De modelinvoer van WINBOS bestaat uit tijdreeksen van processen die relevant zijn voor de dynamiek van het meerpeil. De invoervariabelen die voor deze studie als stochasten zijn beschouwd zijn achtereenvolgens de IJsselafvoer, de cumulatieve afvoer van de kleinere rivieren en kanalen die uitmonden in het IJsselmeer (de zogenaamde 'regionale toevoer'), de zeewaterstand bij Den Oever en de windrichting. De windsnelheid is beschreven als functie van de windrichting en het zeeniveau.

Deze invoervariabelen representeren processen met een dynamisch karakter. Om het aantal benodigde simulaties voor met name de Numerieke Integratie te beperken is een beschrijving nodig met behulp van zo min mogelijk stochastische parameters. Dit resulteert in een relatief eenvoudige beschrijving van het dynamisch karakter van de invoer. Voor details en verificatie van de vereenvoudigde aannames verwijzen we naar Diermanse e.a. (2004). Voor de volledigheid merken we op dat de methode Numerieke Integratie, waarvoor vaak omwille van de efficiëntie concessies worden gedaan aan de beschrijving van de stochasten, in Nederland ook wel de 'stochasten-methode' wordt genoemd. Wij geven echter niet de voorkeur aan deze benaming, omdat het naar ons idee niet aangeeft welke methode wordt gebruikt om met stochasten te rekenen.

Voor de verschillende rekenmethoden in ProBox moet een groot aantal modelberekeningen gemaakt worden. Om de benodigde rekentijd te reduceren is op basis van een serie WINBOS berekeningen een Neuraal Netwerk gebouwd (Diermanse e.a., 2004).

Resultaten – traditionele methode

Voordat we laten zien welke resultaten de rekenmethodes in ProBox geven op basis van het hiervoor beschreven simulatiemodel gaan we kort in op de aanpak die tot nu toe gebruikelijk is voor het schatten van de kans op voorkomen van extreme gebeurtenissen. Dit gebeurt met behulp van 'directe extrapolatie' van beschikbare metingen, wat voor onze casus inhoudt dat de terugkeertijden van de gemeten meerpeilen wordt doorgetrokken naar extreem hoge meerpeilen op basis van een geschikt geachte kansverdeling.
Ter illustratie passen we de methode van directe extrapolatie toe op twee deelverzamelingen van de metingen in de periode 1951–1996, namelijk (1) de 46 jaarmaxima en (2) de jaarmaxima groter dan de drempelwaarde 0,12 m +NAP.



Figuur 3: Gumbel-fit op basis van (1) alle 46 jaarmaxima en (2) de verzameling jaarmaxima boven 0,12 m +NAP.

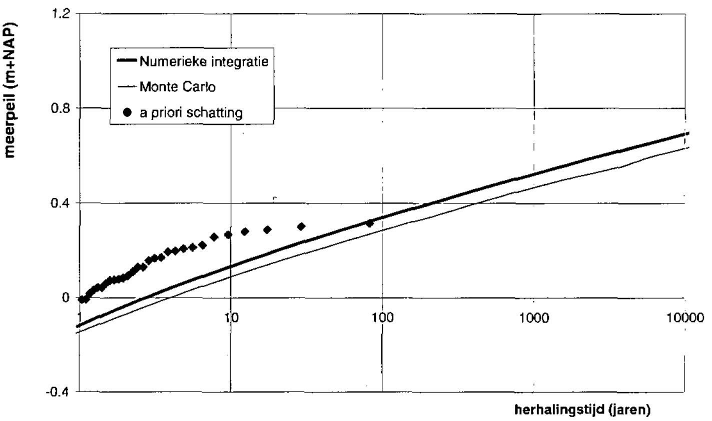
De punten in figuur 3 representeren alle 46 gemeten meerpeilen, gerangschikt naar hun kans zoals je zou schatten op basis van deze metingen. De lijnen in de figuur laten voor elk van de twee deelverzamelingen van de metingen de optimale fit zien van de Gumbel-verdelingsfunctie op basis van de maximum-likelihood-methode. Het blijkt dat de keuze van de deelverzameling een grote invloed heeft op de resulterende overschrijdingskansen. Voor een herhalingstijd van 4000 jaar (het gewenste beschermingsniveau van de dijken rond het IJsselmeer) is het verschil in de berekende meerpeilen 0,6 m. Dit relatief grote verschil wordt verklaard door de verandering in het patroon van de metingen rond een meerpeil van 0,10–0,20 m +NAP. Als alle jaarmaxima worden gebruikt om de Gumbel-functie te fitten volgt de fit hoofdzakelijk het relatief steile patroon van de lagere metingen, terwijl in geval van de tweede deelverzameling het relatief vlakke patroon van de hoge metingen wordt gevolgd. Als gevolg hiervan leidt het gebruik van een drempelwaarde tot een slechte fit voor meerpeilen met lage herhalingstijden, terwijl zonder deze drempelwaarde de fit voor grote herhalingstijden slecht is. Andere extreme waarde functies geven hetzelfde effect.

Een interessante vraag is, of de gemeten verandering in patroon een fysische oorzaak heeft en daarmee of het patroon van de hoogste metingen karakteristiek is voor de extreme herhalingstijden waarin we geïnteresseerd zijn. Als dit het geval is heeft de verdelingsfunctie op basis van de verzameling hoogste jaarmaxima de voorkeur. De gemeten verandering in het patroon kan echter ook toevallig zijn. In dat geval zou het gebruik van een grotere verzameling jaarmaxima de voorkeur hebben. De resultaten van de fysisch gebaseerde methoden die hierna worden beschreven geven mogelijk antwoord op deze vraag.

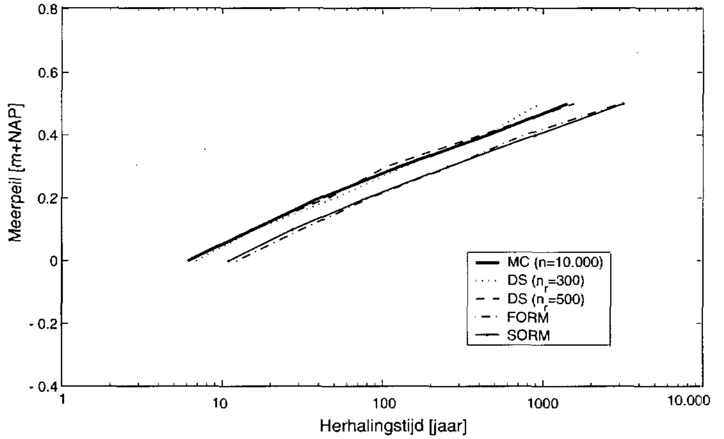
Resultaten – fysisch gebaseerd model en ProBox

Door de kans op (of de herhalingstijd van) een extreem hoog meerpeil te schatten met behulp van het model WINBOS en de technieken in ProBox verplaatsen we de directe extrapolatie uit de vorige paragraaf naar de invoervariabelen van het model. Immers, om met het simulatiemodel extreme gebeurtenissen te simuleren hebben we een schatting nodig van bijvoorbeeld de kans op extreem hoge IJsselafvoeren. Het voordeel van deze aanpak is, dat nu wel kennis wordt meegenomen over de fysische processen die leiden tot hoge IJsselmeerpeilen. Daarmee krijgen we meer inzicht in de vraag waar we de vorige paragraaf mee eindigden, namelijk of de relatie tussen meerpeil en herhalingstijd verandert voor hoge meerpeilen.

Figuur 4 toont een vergelijking tussen de resultaten van numerieke integratie en Monte Carlo analyse, waarbij voor beide is aangenomen dat er geen correlatie bestaat tussen de stochastische invoervariabelen. Ter vergelijking zijn ook de metingen in de figuur geplot. De verschillen tussen de twee methoden variëren van 3 cm voor lage herhalingstijden tot 7 cm voor hoge herhalingstijden. Voor de Monte-Carlo-analyse zijn 1 miljoen trekkingen verricht, waarmee de verschillen tussen beide methoden groter zijn dan de statistische ruis (Diermanse e.a., 2004). Theoretisch gezien moeten NI en CMC (zie bijlage), bij voldoende nauwkeurigheid, dezelfde schatting leveren. De verschillen in figuur 4 moeten met name gezocht worden in de relatief grove discretisatie en de interpolaties die bij NI zijn toegepast. Opvallend is dat bij beide methoden de meerpeilen bij lage herhalingstijden fors worden onderschat, afgaand op de metingen. Dit heeft mogelijk te maken met het feit dat we in deze casus de stochastische invoervariabelen zo hebben geschematiseerd dat met name de extreme gebeurtenissen goed worden gesimuleerd.



Figuur 4: Vergelijking van resultaten van NI en MC (1 miljoen trekkingen). Voor beide is aangenomen dat er geen correlatie bestaat tussen de verschillende invloedsfactoren.



Figuur 5: Probox-resultaten op basis van verschillende methoden met ongecorreleerde stochasten en met uitsluiting van de discreet verdeelde windrichting (n: aantal simulaties, nr: aantal zoekrichtingen).

De methoden DS, FORM en SORM (zie bijlage) zijn potentieel interessant vanwege het relatief kleine aantal modelberekeningen dat nodig is. Op voorhand verwachten we echter dat FORM en SORM niet geschikt zijn voor onze casus vanwege de sterke vereenvoudigingen van de niet-lineaire relaties tussen de invloedsvariabelen en het IJsselmeerpeil.

Om de verschillende methoden te testen zijn ze toegepast voor zes kritieke waarden van het meerpeil. De resultaten staan in figuur 5, met ter toetsing ook de resultaten van MC op basis van 10.000 simulaties. Omdat DS, FORM en SORM niet toepasbaar zijn op een discrete kansverdeling is de windrichting in deze vergelijking niet meegenomen. Op basis van de resultaten in deze figuur concluderen we dat DS voor onze toepassing leidt tot betrouwbare overschrijdingskansen. Het aantal simulaties dat wordt uitgevoerd hangt af van het gekozen aantal zoekrichtingen: nr = 300 geeft rond de 7300 simulaties, nr = 500 geeft rond de 12000 simulaties. Let wel, dit aantal simulaties geldt per faalkans. Voor bovenstaande resultaten is dus zes maal dit aantal simulaties uitgevoerd.De resultaten op basis van FORM en SORM geven hooguit de juiste orde van grootte van de overschrijdingskans aan, maar voor nauwkeurige schattingen zijn deze methoden voor onze toepassing inderdaad niet geschikt.

Discussie en conclusies

In elke discussie over het afleiden van statistieken van extreme gebeurtenissen duikt veelal hetzelfde probleem op: er is onvoldoende informatie beschikbaar om de gehanteerde technieken te valideren. Het gaat immers om gebeurtenissen die zo extreem zijn dat ze maar zelden of zelfs nog nooit zijn waargenomen in de periode van meten. De onzekerheden in de berekende uitkomsten is groot en deze neemt toe naarmate de beschouwde herhalingstijd toeneemt. In onze case study waar we op basis van een meetreeks van 46 jaar uitspraken willen doen over herhalingstijden van 4.000 jaar speelt dit aspect nadrukkelijk een rol. De genoemde onzekerheden voor grote herhalingstijden wordt gedeeltelijk weerspiegeld in het verschil in resultaten tussen de toegepaste methoden. Met name het geconstateerde verschil tussen de directe extrapolatie met en zonder gebruik van een drempel is wat dat betreft illustratief.

Aangezien zowel het onderschatten als het overschatten van overstromingsgevaar een kostbare zaak is, is het buitengewoon relevant om de onzekerheid in de schattingen zo klein mogelijk te houden. Het gebrek aan informatie omtrent de extremen zal hierbij echter te allen tijde een beperkende factor zijn. Inschattingen over de betrouwbaarheid van de uitkomsten zullen daarom voor een niet onbelangrijk gedeelte gebaseerd zijn op vertrouwen in de gehanteerde methode. Een belangrijk aspect daarbij is dat niet de indruk mag ontstaan dat de fysica geweld wordt aangedaan. Vanuit dat oogpunt verdienen de indirecte extrapolatiemethoden de voorkeur, omdat zij de fysica van het systeem expliciet in rekenschap brengen. De klassieke statistische extrapolatie ontbeert een dergelijke fysische basis.

Aan de andere kant bleek dat de “fysisch gebaseerde methoden” uitkomsten geven die afwijken van de a priori schattingen op basis van de metingen, terwijl laatstgenoemde schattingen voor lage herhalingstijden relatief nauwkeurig zijn. Deze afwijkingen zijn onder andere het gevolg van de gehanteerde schematisatie van de invloedsfactoren, modelfouten (WINBOS) en de gehanteerde kansverdelingen. Bij de numerieke integratiemethode komen daar afrondingsfouten als gevolg van interpolatie bij. Het inbrengen van de fysica in de berekeningsmethode brengt derhalve complicaties en (potentiële) foutenbronnen met zich mee. De toegevoegde waarde van de fysisch gebaseerde methoden zit in het feit dat ze informatie verschaffen over de karakteristieken van gebeurtenissen die tot extreme meerpeilen leiden. Bovendien is in onze case studie op basis van de fysisch gebaseerde methoden het vermoeden ontstaan dat de geconstateerde ‘knik’ in de herhalingstijden van de gemeten meerpeilen niet op toeval berust.

Een nog niet genoemd nadeel van de fysisch gebaseerde schatting van extremen is dat deze methode arbeidsintensief is vergeleken met directe extrapolatie. De gebruiksvriendelijke manier waarop ProBox verschillende rekentechnieken direct beschikbaar maakt voor een verscheidenheid aan simulatiemodellen reduceert de voorbereidingstijd voor deze aanpak aanzienlijk. Bovendien biedt ProBox de mogelijkheid dat eenvoudig verschillende rekentechnieken met elkaar kunnen worden vergeleken of naast elkaar kunnen worden gebruikt. Met het oog op de onzekerheden in de schattingen is dit een belangrijk voordeel.

Dankwoord

De IJsselmeerstudie is uitgevoerd in samenwerking met RWS RIZA, in Lelystad. De betrokken personen, te weten Sjaak Hartman, Roland Westphal en Chris Geerse hebben met hun commentaren en ideeën wezenlijk bijgedragen aan de behaalde resultaten.

Referenties

Diermanse, F.L.M., G.F. Prinsen, H.F.P. van den Boogaard, F. den Heijer en C.P.M. Geerse (2003) Application of various techniques to determine exceedence probabilities of water levels of the IJssel Lake; in: T. Bedford en P.H.A.J.M. van Gelder (red) Safety and Reliability (Proceedings of ESREL 2003); A.A. Balkema publishers, Lisse, The Netherlands, pag 495–502.

Diermanse, F.L.M, G.F Prinsen, H.F.P. van den Boogaard en H. van der Klis (2004) IJsselmeerstudie: extreme-waardenanalyse; WL-conceptrapport Q2960, mei 2004.

Klemeš, V. (1994) Statistics and probability: Wrong remedies for a confused hydrologic modeller; in: V. Barnett en K.F. Turkman, Statistics for the environment 2: water related issues; John Wiley & Sons Ltd., Chisester, England, pag 345–370.

Klopstra, D. (1999) Applicatie standaard afvoergolven Maas en Rijn; Rapport HKV Lijn in water.

Klopstra, D. en M.T. Duits (1999) Methodiek voor vaststelling van de vorm van de maatgevende afvoergolf van de Rijn bij Lobith; Rapport HKV Lijn in Water.

Kuchment, L.S., V.N. Demidov, Yu.G. Motovilov, N.A. Mazarov en V.Yu. Smakhtin (1993) Estimation of disastrous floods risk via physically based models of river runoff generation; in: Z.W. Kundzewics, D. Rosbjerg en S.P. Simonovic (red) *Extreme hydrological events: Precipitation, floods and droughts* (Proceedings of the Yokohama symposium, july 1993); IAHS Publication **213**, pag 177–182.

Morgan, M.G. en M. Henrion (1990) Uncertainty. A guide to dealing with uncertainty in quantitative risk and policy analysis; Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

RIKZ (2000) Richtingsafhankelijke extreme waarden voor HW-standen, golfhoogten en golfperioden; RIKZ rapport, december 2000.

Vrouwenvelder, T. en M. Chryssanthopoulos (2004) The Structural Reliability Analysis Toolbox; in: Proceedings of ASRANET 2004.

Waarts, P.H. (2000) Structural reliability using finite element methods; Proefschrift TU Delft; Delft University Press.

Bijlage: Methoden voor extreme waarden analyse

We definiëren voor een faalmechanisme of de uitvoer van een simulatiemodel de grenstoestandsfunctie Z als functie van een set stochasten X. Deze wordt zodanig gedefinieerd dat Z ≤ 0 duidt op een overschrijding van de beschouwde grenstoestand, vaak aangeduid als 'falen'. De kans op falen kan dan formeel worden geschreven als:

$$P(F)=P(Z(X)\leq 0) = \int_{Z(X)\leq 0} f_X(\xi)\, d\xi$$

waarin:

P	=	de kans op falen;
F	=	de gebeurtenis 'falen';
Z	=	de grenstoestandsfunctie (o.b.v. de uitkomst van het simulatiemodel);
X	=	de vector met stochastische variabelen.
$f_X(\xi)$	=	de gezamenlijke kansdichtheidsfunctie voor de stochasten X

In sommige methoden wordt uitgegaan van de formulering van de Z-functie in u-variabelen. Daarmee wordt bedoeld dat de fysische probleemvariabelen X zijn getransformeerd naar standaard normaal verdeelde variabelen u.

Voor het berekenen van deze faalkansen zijn in ProBox momenteel de volgende methoden beschikbaar:
- Crude Monte Carlo (MC),
- Directional Sampling (DS),
- Numerieke Integratie (NI),
- First Order Reliability Method (FORM), en
- Second Order Reliability Method (SORM).

We bespreken hier kort het idee achter elk van deze methoden. Voor uitgebreidere beschrijvingen verwijzen we naar andere literatuur (b.v. Morgan en Henrion, 1990; Waarts, 2000).

Numerieke integratie

Bij numerieke integratie wordt bovenstaande integraal met bijvoorbeeld een Niemann schema gediscretiseerd en benaderd met de gewogen som van de bijdragen waarbij falen optreedt:

$$P(F)=\sum_{i_1=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{i_n=-\infty}^{\infty} I(Z(X))\, f_X(X_1,..,X_n)\ \Delta X_1 \ldots \Delta X_n$$

waarin:

$I(Z(X)$	=	1 indien $Z(X) \leq 0$ en
$I(Z(X)$	=	0 indien $Z(X) > 0$

Crude Monte Carlo

Crude Monte Carlo is de basismethode uit de Monte-Carlo-familie. Deze techniek bestaat uit het doen van random trekkingen voor de stochasten X uit hun verdelingsfuncties. De trekking wordt N keer herhaald en de faalkans wordt berekend uit het relatieve aantal keren dat $Z(X) \leq 0$.:

$$P(F)=\frac{N_f}{N}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I(Z(X))$$

waarin N_f het aantal trekkingen is waarbij falen optreedt.

Directional Sampling

Directional Sampling is een methode uit de Monte Carlo-familie. Er wordt uitgegaan van de formulering van de Z-functie in u-variabelen.

Bij Directional sampling worden de basisvariabelen getransformeerd naar polaire coördinaten (λ, θ). De eenheidsvector θ definieert de richting en de scalar λ definieert de lengte van de vector u. Een benadering voor de faalkans wordt berekend door een aantal trekkingen te doen voor de richtingsvector θ. Per richting wordt middels een iteratieve procedure de waarde voor λ bepaald waarvoor de grenstoestandsfunctie gelijk is aan 0. Elke trekking resulteert in een realisatie voor de overschrijdingskans P_i:

$$P_i = P(Z(\lambda_i, \theta_i) \leq 0) = 1 - \chi^2(\lambda_i, n)$$

waarin:

$\chi^2(..)$	=	de chi-kwadraatverdeling;
n	=	het aantal vrijheidsgraden (aantal stochastische grootheden).

De faalkans wordt geschat uit het gemiddelde voor de waarden P_i.

FORM

FORM (First Order Reliability Method) is, zoals de naam al aangeeft, gebaseerd op de linearisering van de Z-functie. De linearisering wordt uitgevoerd in een punt dat meestal als “Design Point” of "ontwerppunt" wordt aangeduid. Dit punt is gedefinieerd als het punt op de faalgrens $Z = 0$ waar de kansdichtheid maximaal is. Dit punt moet via een iteratieprocedure worden gezocht.

In de FORM procedure wordt uitgegaan van de Z-functie in termen van u-variabelen. Het voordeel hiervan is dat er een heldere interpretatie van het ontwerppunt ontstaat: dit is namelijk het punt op de grens $Z = 0$ met de kortste afstand tot de oorsprong.

Naast de faalkans leidt een FORM-berekening ook tot een schatting van het designpoint en een verzameling invloedsfactoren α_i. Deze invloedsfactoren α_i geven een indruk van de gevoeligheid in het ontwerppunt van de Z-functie voor de stochasten u_i, danwel X_i, ofwel, een rangschikking naar de mate van importantie.

SORM

Een lineaire benadering voor de grenstoestandsfunctie in het ontwerppunt zal nauwkeurig zijn voor lineaire grenstoestandsfuncties. Voor sterk gekromde maar gladde grenstoestandsfuncties een tweede orde correctie worden toegepast (SORM: Second Order Reliability Method). In plaats van met een lineaire functie wordt de grenstoestandsfunctie dan in het ontwerppunt benaderd met een tweede orde functie (parabool).