

---

# Ijken met de representermethode

Johan Valstar

---

## Inleiding

Bij het opstellen van een ruimtelijk grondwatermodel wordt elke geohydroloog vroeg of laat voor de opgave gesteld het model te ijken met waarnemingen. Afgezien van tal van modelaannames en schematisaties, zit doorgaans de grootste bron van onzekerheid in de statische modelparameters (bijvoorbeeld  $kD$ - en  $c$ -waarde). De waarde van deze parameters op elk knooppunt in het model is onzeker. Een fors probleem is daarom dat het aantal vrijheidsgraden bij het schatten van de ruimtelijke parameterverdeling vele malen groter is dan het beschikbare aantal meetwaarden. Bij gebruik van klassieke ijkmethodes wordt het aantal te schatten parameters meestal beperkt door een zonering aan te brengen. Daarbij wordt de ruimtelijke variatie binnen een zone veronachtzaamd. De representermethode maakt het echter mogelijk een ruimtelijk variabel beeld van de parameters te berekenen, waarbij het aantal vrijheidsgraden niet door zonering wordt teruggebracht.

Binnen TNO wordt nu enige jaren gebruik gemaakt van deze representermethode voor het ijken van grondwatermodellen. Deze methode wordt van origine toegepast in de oceanografie en meteorologie voor data assimilatie (het schatten van toestandsvariabelen met behulp van data), zie Bennett (1992). In dat vakgebied zit de grootste onzekerheid in de beginschatting, de randvoorwaarden en niet in de statische modelparameters. Tijdens mijn promotieonderzoek heb ik deze methode uitgebreid zodat ook de statische modelparameters geschat kunnen worden. Ik heb deze methode toegepast voor grondwaterstroming en transport van verontreinigingen. Gezien de beschikbaarheid van relevante data is de methode in de praktijk vooral toepasbaar voor regionale grondwaterstromingsmodellen. Na afloop van mijn promotieonderzoek heb ik deze methode binnen de gangbare modelcode MODFLOW robuust gemaakt en uitgebreid met meerdere (standaard MODFLOW)-modules.

In deze bijdrage zal ik globaal de werking van de representermethode duidelijk maken, zonder de lezer lastig te vallen met afleidingen en detailinformatie die een significant inzicht in de methode vereisen. Voor die informatie verwijs ik de geïnteresseerde naar mijn proefschrift (Valstar 2001). De implementatie van de methode vereist een significante hoeveelheid programmeerwerk, waarvoor niet iedere hydroloog in Nederland de tijd zal hebben. Voor deze hydrologen, die wel interesse in de methode hebben is er echter goed nieuws. In overleg met de USGS heeft TNO besloten om de methode te updaten naar de nieuwste MODFLOW-2005 versie en de broncode en handleiding daarna vrij te geven, zodat de methode door iedere hydroloog toegepast kan worden.

---

**Johan Valstar** is werkzaam bij TNO Bouw en Ondergrond, Postbus 80015, 3508 TA Utrecht, tel (030) 256 47 07, fax: (030) 256 48 55, e-mail: johan.valstar@tno.nl.

## Achtergrond ijkmethode

Tijdens ijking gebruikt een hydroloog de verschillen tussen modelvoorspellingen en meetwaarden om een betere schatting te krijgen van de onzekere modelparameters. Hiervoor heeft hij een model, metingen en een doelfunctie nodig. Deze worden hieronder beschreven.

### *Model*

Een grondwatermodel wordt in de praktijk vaak opgelost door discretisatie van de achterliggende vergelijkingen met behulp van een eindige differentie of eindige elementenmethode. Het gediscretiseerde model kan worden geschreven als een matrixvergelijking. In dit artikel wordt uitgegaan van een lineair model dus zonder freatisch pakket met een stijghoogteafhankelijke transmissiviteit. Het model kan dan als volgt worden beschreven:

Voor stationaire stroming:

$$Ah = f \quad (1)$$

waarin:

$A$  is de systeemmatrix,

$h$  is de vector met stijghoogten,

$f$  is de vector met drijvende krachten.

Voor niet stationaire stroming:

$$Ah^t = Sh^{t-1} + f^t \quad (2)$$

waarin:

$A$  en  $S$  zijn systeemmatrices,

$h^t$  is de vector met stijghoogten op tijdstip  $t$ ,

$f^t$  is een vector met drijvende krachten op tijdstip  $t$ .

In het vervolg van dit artikel behandel ik verder alleen het stationaire model, maar de methode is ook toepasbaar op niet-stationaire modellen.

### *Metingen*

Er wordt vanuit gegaan dat de meetwaarden lineair zijn met de stijghoogten. Gedacht kan worden aan stijghoogtemetingen, maar ook aan metingen van afvoeren in één of meer modelcellen. De metingen worden beschreven met de volgende meetvergelijking:

$$z = M(h) + \varepsilon_z \quad (3)$$

waarin:

$z$  is de vector met meetwaarden,

$M(h)$  is een lineaire meetoperator,  
 $\varepsilon_z$  is de meetfout.

### *Parameteronzekerheid*

Bij de representermethode wordt aangenomen dat de parameters normaal verdeelde, ruimtelijk gecorreleerde, stochastische variabelen zijn, waarbij het gemiddelde en de covariantie bekend zijn. De doorlatendheid vertoont in de praktijk vaak een log-normale verdeling en daarom wordt eigenlijk niet de doorlatendheid maar de ln-waarde van een vermenigvuldigingsfactor van de doorlatendheid geschat. Tijdens de ijking kunnen de parameters in elke modelcel een andere aanpassing krijgen. De ruimtelijke structuur in de covariantie zorgt er in de praktijk wel voor dat de aanpassingen ruimtelijk geleidelijk zullen variëren.

### *Doelfunctie*

Om de optimale parameterschatting ( $\alpha$ ) te vinden, dient de volgende doelfunctie ( $J$ ) te worden geminimaliseerd:

$$J = (z - M(h))^T C_\varepsilon^{-1} (z - M(h)) + (\alpha - \bar{\alpha})^T C_\alpha^{-1} (\alpha - \bar{\alpha}) \quad (4)$$

waarin:

$C_\varepsilon$  is covariantiematrix van meetfouten. In de praktijk is dit vaak een diagonaalmatrix omdat vrijwel altijd wordt aangenomen dat meetfouten ongecorrleerd zijn;

$\bar{\alpha}$  is het a priori gemiddelde van modelparameters;

$C_\alpha$  is de a priori covariantiematrix van de modelparameters.

Deze doelfunctie bestraft zowel de verschillen tussen de meetwaarden en de modelvoorspelling als ook de afwijking van de parameters van hun a priori gemiddelde.

Een belangrijk kenmerk van deze doelfunctie is dat de waarde in de praktijk vaak niet direct te berekenen valt omdat de covariantiematrix van de parameter heel groot is en het onmogelijk is om deze matrix op te slaan; laat staan om de inverse ervan te berekenen. Veel traditionele optimalisatie algoritmen kunnen dan ook niet worden toegepast, omdat ze gebruik maken van de waarden van de doelfunctie en de eerste afgeleide van de doelfunctie met betrekking tot de parameters.

### **Vergelijking met klassieke ijkmethode**

De uitgangspunten van de representermethode zijn afwijkend van de klassieke ijking. Bij de klassieke ijking wordt meestal een beperkt aantal parameters geschat, zie bijvoorbeeld Hill et al. (2000). Hiertoe wordt vaak een zonerings toegepast. Binnen één zone wordt dan 1 enkele aanpassingsfactor berekend tijdens de ijking. Variatie van de parameters binnen de zone wordt volledig genegeerd. De doelfunctie die dan wordt geminimaliseerd is de eerste term van vergelijking 4 als wordt aangenomen dat de parameters vooraf volledig onbekend zijn en de initiële schatting geen effect op de uitkomst van de ijking mag hebben.

Soms wordt er verondersteld dat er wel a priori informatie (gemiddelde en standaard deviatie) over de parameters beschikbaar is. In dat geval lijkt de doelfunctie op functie 4, maar is het aantal parameters minder en is de covariantiematrix van de parameters een diagonaalmatrix.

## De representermethode

Het is intuïtief voor te stellen dat als je aan één meting denkt er een optimaal aanpassingsveld voor de parameters moet bestaan. Aanpassing van de parameters volgens dit veld geeft een maximaal effect op de modelvoorspelling van deze meting, terwijl de bestraffing voor de afwijking van de parameters van hun a priori gemiddelde (de tweede term van doelfunctie in vergelijking 4) minimaal is.

Afhankelijk van het verschil tussen meetwaarde en modelvoorspelling kun je dit veld met een coëfficiënt vermenigvuldigen en je kunt de meting exact fitten of benaderen als je een meetfout toelaat.

Welnu, zo'n optimaal aanpassingsveld voor één meting bestaat inderdaad. Sterker nog, in mijn proefschrift bewijs ik dat de optimale oplossing bij meerdere metingen bestaat uit een lineaire combinatie van de optimale aanpassingsvelden van de individuele metingen. Als de optimale aanpassingsvelden bekend zijn vereist de minimalisatie van de doelfunctie het vinden van de bijbehorende coëfficiënten. Het aantal vrijheidsgraden van het optimalisatieprobleem vermindert dan van het aantal parameters (orde grootte van het aantal modelcellen) naar het aantal metingen, maar de uiteindelijke oplossing blijft gelijk.

Met behulp van de representers zijn deze optimale invloedsfunctie en een vergelijking voor de bijbehorende coëfficiënten af te leiden. Ik zal hier niet de volledige afleiding geven, maar uitsluitend de definitie en de uiteindelijke vergelijkingen. Voor de volledige afleiding verwijs ik naar mijn proefschrift (Valstar, 2001).

Allereerst is hier de definitie van de representers:

$$\alpha = \bar{\alpha} + b\Psi \tag{5}$$

$$h = h_F + b\Xi + h_{corr} \tag{6}$$

waarin:

$b$  is de vector met representercoëfficiënten,

$\Psi$  is de representer voor modelparameters,

$\Xi$  is de representer voor stijghoogte,

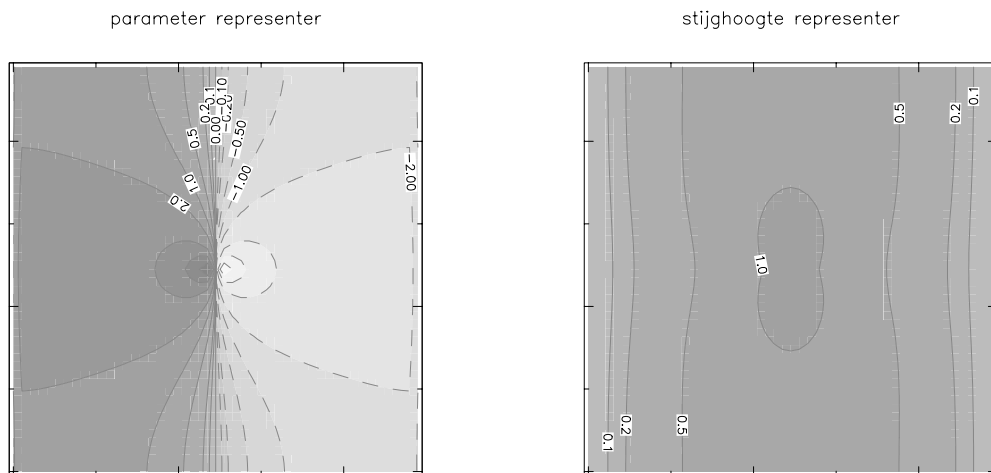
$h_F$  is de 'First guess' stijghoogte (stijghoogten die behoren het berekenen van het model met de a priori parameters),

$h_{corr}$  is de stijghoogte correctie term.

Hierbij is de parameterrepresenter  $\Psi$  de eerder genoemde optimale invloedsfunctie. De stijghoogtere representer  $\Xi$  is de gelineariseerde verandering van de stijghoogten indien de parameters worden aangepast volgens het patroon van de parameterrepresenter.

Om dit te illustreren geef ik hier eerst een voorbeeld van een eenvoudig 2-dimensionaal model met vaste stijghoogten links (+1m) en rechts (0m) en gesloten randen aan de boven-

en onderkant. De a priori doorlatendheid is constant. Figuur 1 geeft de parameter representers (links) en stijghoogtere-representers (rechts) weer voor een meting in het midden van het model. In deze situatie blijkt dat de stijghoogte op de meetlocatie het 'goedkoopst' is te beïnvloeden door direct links van de meetlocatie de transmissiviteit het meest te verhogen en deze direct rechts het meest te verlagen. Aanpassing van de transmissiviteit op de meetlocatie zelf heeft geen enkele invloed op de stijghoogte op de meetlocatie en de parameterrepresenterswaarde is daar dan ook nul. De stijghoogtere-representers geeft aan dat met de voorgestelde aanpassingspatroon de stijghoogte overal, met uitzondering van de vaste stijghoogteranden, zal toenemen en het meest op de locatie van de meting. Ook blijkt dat aanpassingen op enige afstand loodrecht op de stromingsrichting groter is dan op gelijke afstand in de stromingsrichting.



**Figuur 1:** Illustratie van representatiefuncties.

In werkelijkheid is de relatie tussen de modelparameters en de stijghoogten niet lineair en is de voorspelde aanpassing van de stijghoogten volgens de stijghoogtere-representers alleen maar geldig voor kleine waarden van de representerscoëfficiënt  $b$ . Ook zal de bij een verandering van de parameters, de parameterrepresenters geleidelijk anders worden. Daarom zal bij ieder nieuwe schatting van de parameters steeds opnieuw de representatiefuncties moeten worden bepaald totdat de oplossing convergeert.

De representatiefuncties kunnen berekend worden met de volgende vergelijkingen.

Allereerst moet er een extra hulpvariabele berekend worden: de representers voor de zogenaamde adjoint variabele voor meting  $i$ :

$$A\Phi_i = \frac{dM_i(h)}{dh} \quad (7)$$

Deze vergelijking heeft alleen een drijvende kracht op de locatie waar de stijghoogte van de metingen van invloed is op de meetwaarde. Bij een stijghoogtemeting in het midden van

een modelcel heeft alleen deze cel een drijvende kracht met waarde 1.

Vervolgens kan de parameterrepresenter worden berekend voor meting  $i$  met:

$$\Psi_i = C_\alpha \left( \Phi_i \frac{dA}{d\alpha} h - \Phi_i \frac{df}{d\alpha} \right) \quad (8)$$

Daarna kan de stijghoogtereprerenter worden berekend met:

$$A\Xi_i = -\Psi_i \frac{dA}{d\alpha} h + \Psi_i \frac{df}{d\alpha} \quad (9)$$

Bovenstaande vergelijkingen voor de representers moeten voor iedere meting worden berekend, maar kunnen wel onafhankelijk en dus parallel van elkaar berekend worden.

De stijghoogte correctieterm kan worden berekend met:

$$Ah_{correctie} = f - Ah_F + h \frac{dA}{d\alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) - \frac{df}{d\alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) \quad (10)$$

Als laatste kunnen de coëfficiënten van representer worden berekend met de volgende matrixvergelijking:

$$(M(\Xi) + C_\epsilon)b = z - (M(h_F + h_{correctie})) \quad (11)$$

Deze vergelijkingen zijn exact als voor de parameters en de stijghoogten de optimale waarden worden ingevuld. Deze zijn uiteraard voor de ijking nog onbekend en kunnen uitsluitend iteratief gevonden worden. De procedure die gevolgd wordt is globaal: Bereken met de laatste schatting van de parameters en de stijghoogten de representers (vergelijkingen 7-9), de stijghoogte correctie term (vergelijking 10) en de representercoëfficiënten (vergelijking 11). Update vervolgens de parameters (vergelijking 4) en bereken met het grondwatermodel een nieuwe schatting van de stijghoogten en herhaal dit tot convergentie is bereikt. Om dit zoek algoritme robuust te maken en ook om het geheugengebruik binnen de perken te houden zijn nog wel wat aanpassingen nodig. Hiervoor verwijs ik de lezer naar Valstar (2001).

### Nauwkeurigheid van de resultaten

Na convergentie van de ijking is het mogelijk om met de representermethode ook nog een schatting te krijgen van de resterende (a posteriori) onzekerheid in de modelparameters en de stijghoogten. Deze schatting is wel gebaseerd op een linearisatie aanname. De covarianties kunnen worden verkregen door:

Voor de parameters

$$C_{\alpha}^{na\ ijking} = C_{\alpha}^{voor\ ijking} + \Psi^T (M(\Xi) + C_{\varepsilon})^{-1} \Psi \quad (12)$$

En voor de stijghoogten

$$C_h^{na\ ijking} = C_h^{voor\ ijking} + \Xi^T (M(\Xi) + C_{\varepsilon})^{-1} \Xi \quad (13)$$

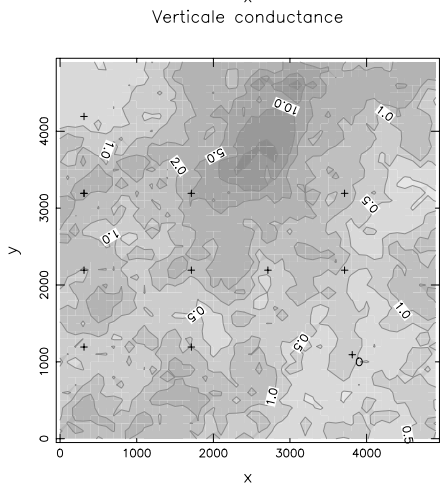
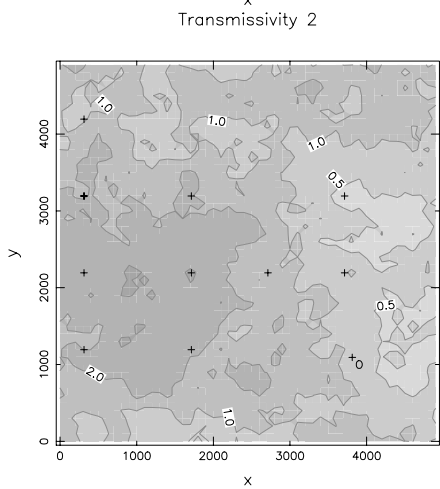
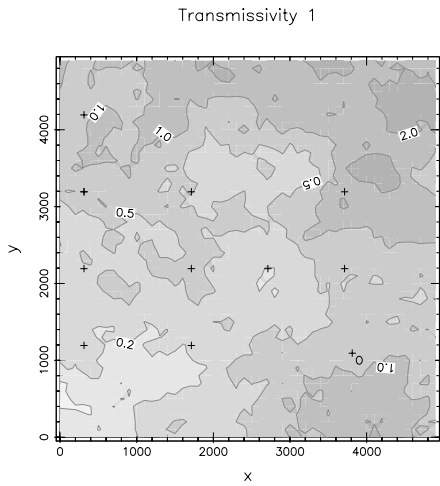
Waarbij de covariantie van de stijghoogten voor de ijking nog niet bekend is, behalve voor de meetlocaties, maar per punt kan worden uitgerekend met behulp van een nieuwe stijghoogtere-representer voor een fictieve meting in de betreffende modelcel. Vaak is echter een analyse van de variantie afdoende. Dan kan men deze in een beperkt aantal cellen uitrekenen en vervolgens interpoleren omdat de stijghoogtevariantie voor ijking vaak een grote ruimtelijke correlatie heeft. Uitzonderingen hierop zijn onttrekkings- en injectieputten, waarbij de stijghoogtevariantie fors toeneemt.

Met behulp van deze onzekerheidsbepaling zijn ook een aantal toepassingen ontwikkeld, zoals het valideren van de berekende stijghoogtevarianties door middel van een crossvalidatietechniek, zie Valstar en Minnema (2002) of het optimaliseren van meetnetten, zie Valstar en Minnema (2002) en Janssen e.a. (2006).

## Voorbeeld

De methode wordt toegepast op een model met 2 aquifers van 5000 m bij 5000 m opgedeeld in 50 cellen van 100 m in zowel x- als y-richting. Het midden van de cel linksonder is gelijk aan  $x = 0$ ,  $y = 0$ . De randen van het model zijn gesloten, maar afvoer vindt plaats via een rivier in beide pakketten op  $y = 4900$  m (rivierpeil = 0 m, conductance is  $300\text{ m}^2/\text{dag}$ ) en via drains in de bovenste aquifer op  $x = 0$  en  $x = 900$  m. (drainagepeil +0,1 m, conductance is  $100\text{ m}^2/\text{dag}$ ). De grondwateraanvulling is  $1\text{ mm}/\text{dag}$ . Op  $x = 3900\text{m}$ ,  $y = 1000\text{m}$  is een onttrekking aanwezig van  $5000\text{ m}^3/\text{dag}$  in het onderste pakket.

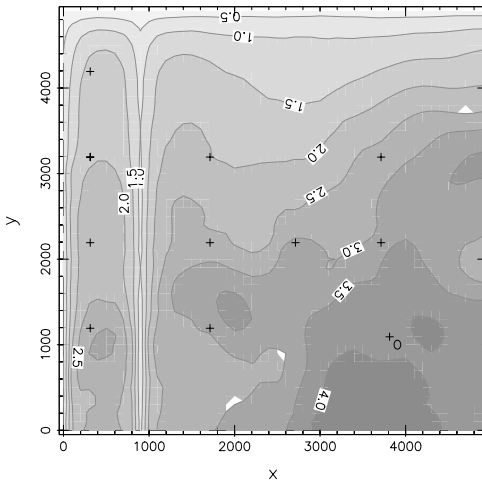
De transmissiviteiten van beide lagen en de verticale conductance (reciproke van de weerstand tussen beide pakketten) zijn ruimtelijk variabel. De a priori schatting van deze parameters zijn respectievelijk  $80\text{ m}^2/\text{dag}$ ,  $3000\text{ m}^2/\text{dag}$  en  $0,001\text{ 1}/\text{dag}$ . De werkelijk waarden zijn gesimuleerd met behulp van het geostatistische pakket GSLIB (Deutsch en Journel, 1992). Hierbij is per cel een vermenigvuldigingfactor gesimuleerd. Deze factor is log-normaal verdeeld en heeft een exponentiële covariantiefunctie met variantie 1 en een correlatielengte van 1500 m en 500 m voor respectievelijk de beide transmissiviteiten en de verticale conductance. De gesimuleerde, werkelijke parameters zijn te zien in figuur 2. Met behulp van deze parameters is de werkelijke stijghoogtenverdeling bepaald. Deze is te zien in figuur 3.



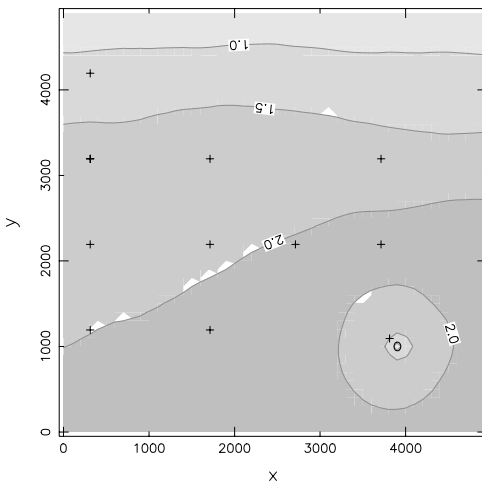
**Figuur 2:** Werkelijke vermenigvuldigingsfactor van de transmissiviteit in laag 1 en 2 en van de verticale conductance; "+" geeft locatie van de stijghoogtemetingen weer en "o" de locatie van de onttrekking.



Stijghoogten 1



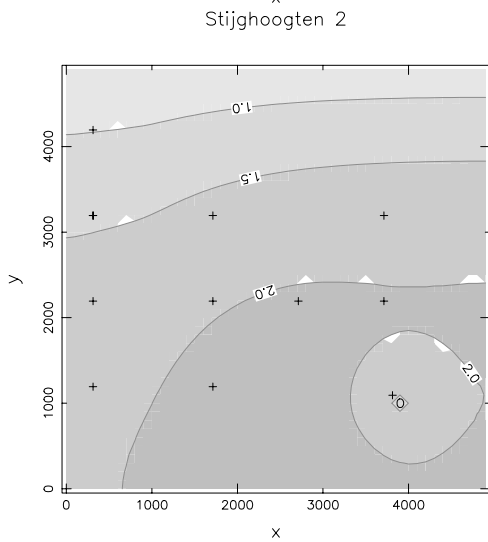
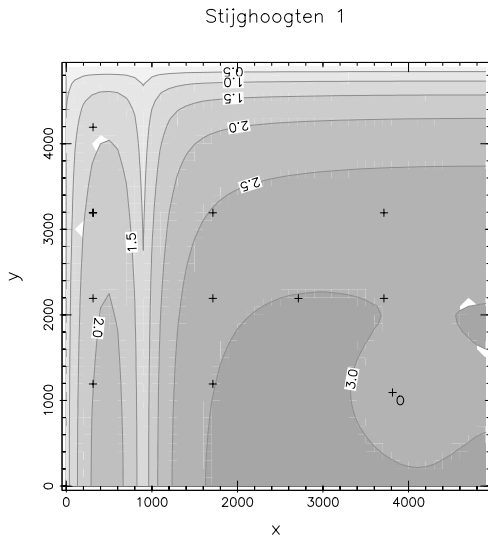
Stijghoogten 2



**Figuur 3:** Werkelijke stijghoogten in laag 1 en 2; "+" geeft locatie van de stijghoogtemetingen weer en "o" de locatie van de onttrekking.

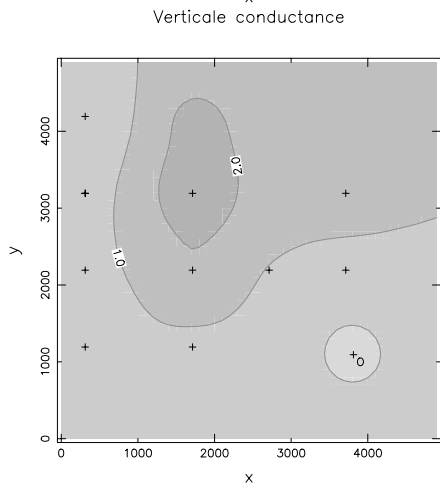
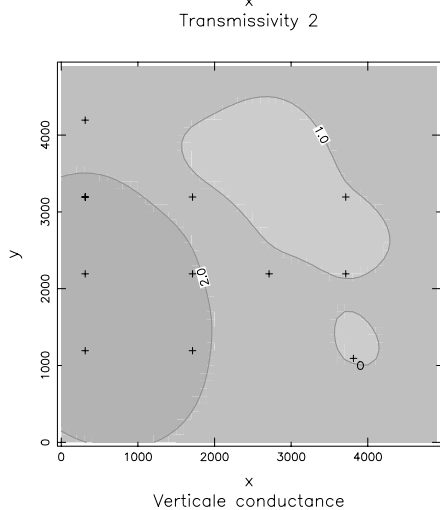
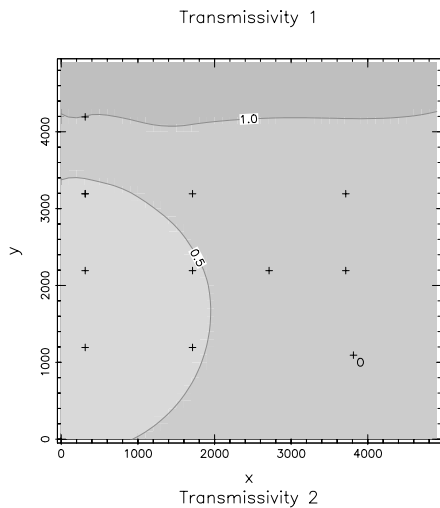
Op een twaalfstal locaties (zie "+"-tekens in de figuren) zijn stijghoogtemetingen getrokken in beide pakketten. Bij deze stijghoogtemetingen zijn ongecorrleerde meetfouten gesimuleerd met een normale verdeling en een standaard deviatie van 5 cm.

Uitgaande van de schatting van de parameter voor ijking (met vermenigvuldigingsfactor van 1) is het model doorgerekend. Figuur 4 toont de stijghoogteverdeling voor ijking. Hieruit blijkt dat er aanzienlijke verschillen bestaan tussen de stijghoogten in beide modellagen in vergelijking met figuur 3.



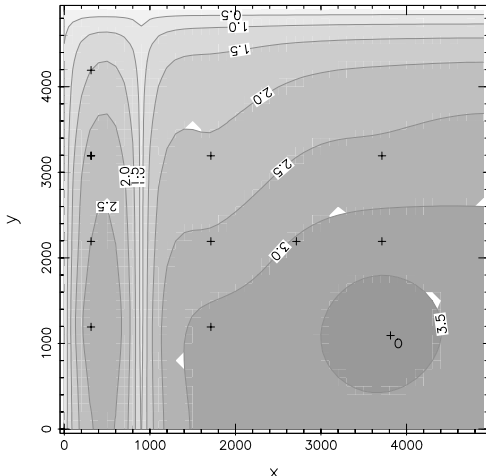
**Figuur 4:** Stijghoogten in laag 1 en 2 voor ijking.

Uitgaande van de metingen en de a priori statistieken (gemiddelde en covariantie) is nu het inverse model doorberekend. De ijking was in 5 iteraties geconvergeerd: de verschillen tussen de berekende stijghoogten op de meetlocaties en de optimale schatting uit vergelijking 6 waren minder dan 1 mm. De resultaten voor de parameters worden weergegeven in figuur 5 en de schatting van de stijghoogten na ijking zijn weergegeven in figuur 6.

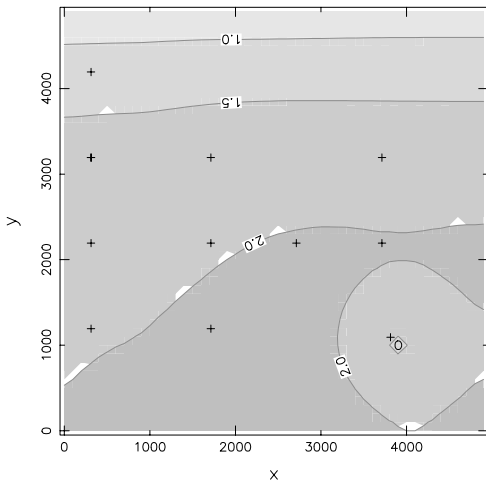


**Figuur 5:** Schatting van de vermenigvuldigingsfactor van de parameters na ijking.

Stijghoogten 1

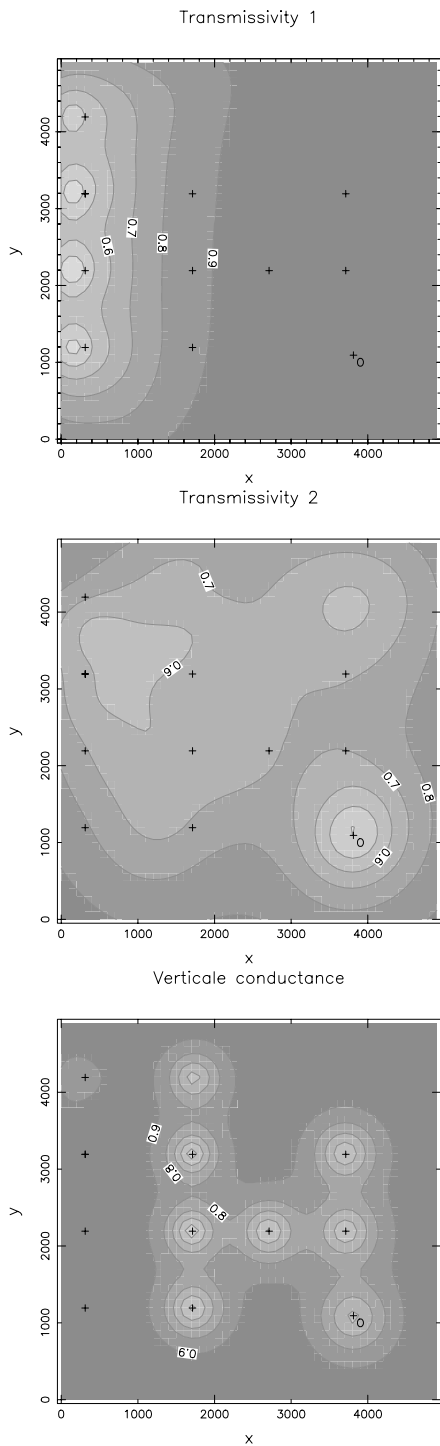


Stijghoogten 2



**Figuur 6:** Schatting van de stijghoogten in laag 1 en 2 na ijking.

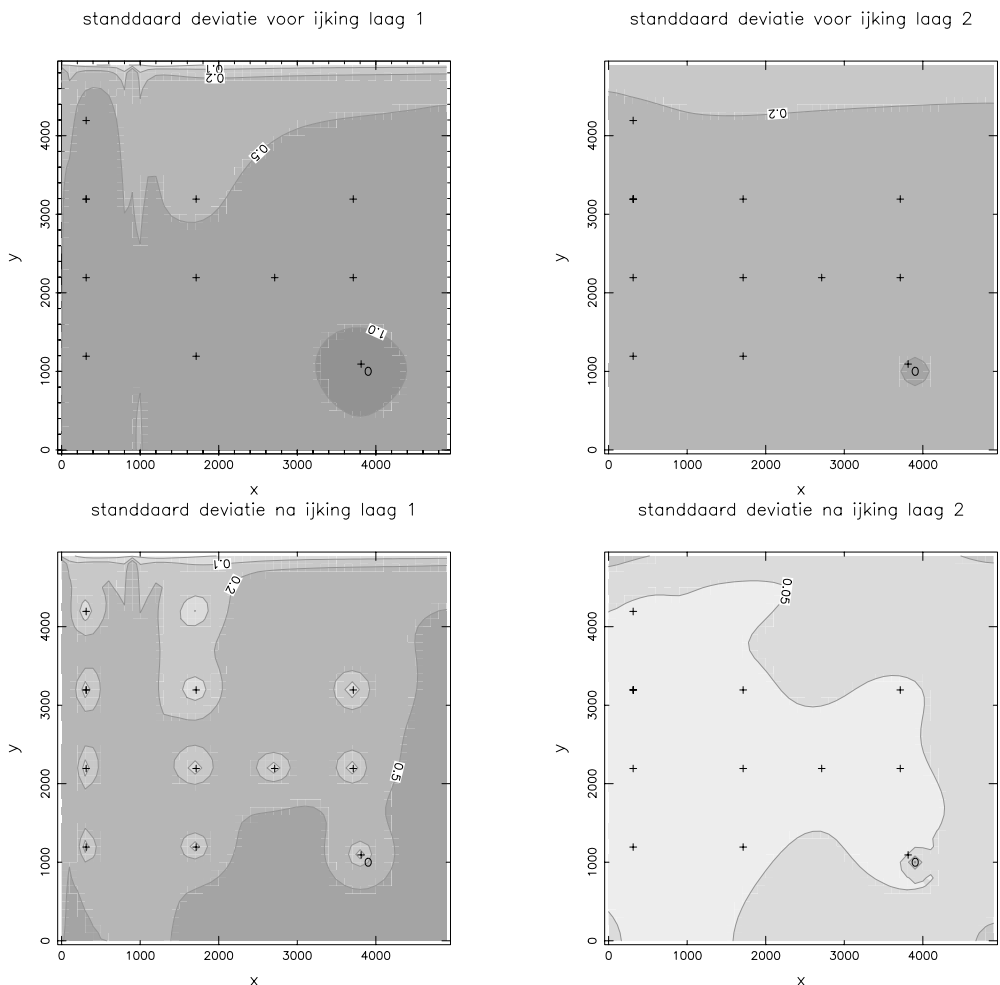
De parameters hebben maar een beperkte vrij gradueel variërende aanpassing ondergaan. Dit effect zien we vrijwel altijd. Met een relatief gladde aanpassing van de parameters kunnen de meetwaarden toch goed gefit worden. De aanpassingen zorgen er wel voor dat de parameters op grofschalig niveau iets beter lijken op de werkelijke parameters in figuur 2. Er is echter te weinig informatie in de metingen aanwezig om ook de kleinschalige variatie in de modelparameters te bepalen. Bij de stijghoogtenverdeling blijkt dat deze in laag 2 goed lijkt op de werkelijke stijghoogtenverdeling. Voor laag 1 komen de stijghoogten op de meetlocaties wel behoorlijk goed overeen. Op andere locaties bestaan er nog behoorlijke verschillen, maar zijn die wel kleiner geworden in vergelijking met de stijghoogten voor ijking. Dit effect valt te verklaren met de schaal waarop variaties in de werkelijke stijghoogten in laag 1 optreden (zie figuur 3). Er is hier een variatie op een kleinere schaal aanwezig dan de dichtheid van de meetpunten en de informatie uit de meetpunten zal dus



**Figuur 7:** Onzekerheid (standaard deviatie van de ln-waarde) van de vermenigvuldigingsfactor van de modelparameters na ijking.

geen informatie geven over deze lokale variabiliteit van de stijghoogten. In laag 2 is deze kleinschalige variatie afwezig en is de schatting van de stijghoogten na ijking dus ook duidelijk beter.

Ook is nog de onzekerheid (standaard deviatie per cel) van de modelparameters en de stijghoogten voor en na ijking berekend. Deze worden weergegeven in figuur 7 en figuur 8. Hieruit blijkt ook dat de afname van de onzekerheid van de stijghoogten relatief veel groter is dan de afname van de onzekerheid bij de parameters, welke een a priori standaarddeviatie van 1,0 hadden. Ook blijkt dat in laag 1 de stijghoogtemeting alleen lokaal een sterke afname van onzekerheid geven, terwijl in laag 2 de afname van de onzekerheid overal groot is. In een groot deel van het model is de standaard deviatie na ijking zelfs lager dan de standaarddeviatie van de meetfout van 5 cm.



**Figuur 8:** Onzekerheid (standaard deviatie) van de stijghoogten voor en na ijking.

## Rekenvereisten

De representermethode vereist een forse rekeninspanning. Per iteratie zijn voor de representers 2 maal het aantal metingen aan MODFLOW-berekeningen vereist. Deze kunnen echter wel tegelijk parallel worden uitgevoerd, zodat afhankelijk van de hoeveelheid beschikbare processoren, de doorlooptijd aanzienlijk kan worden gereduceerd. In de praktijk bij TNO blijkt vaak dat het aantal benodigde iteraties maximaal 5 bedraagt, waarbij resultaten meestal na een nacht beschikbaar zijn.

## Praktijk

Voor echte modellen is een belangrijke uitdaging om de a priori covariantie van de modelparameters en de meetfouten te vinden en een model te hebben ontwikkeld waar de grootste fouten worden veroorzaakt door de onzekerheid van de parameters, die men mee wil ijken en geen grote fouten in het modelconcept hebben.

Voor de meetfouten wordt in de praktijk voor stationaire modellen althans altijd aangenomen dat de meetfouten ongecorrleerd zijn en de meetfoutcovariantie dus een diagonaalmatrix is met op de diagonaal de variantie voor de fout in elke meting. Deze individuele fout is een combinatie van de meetfout in de meetwaarneming, eventueel het vertalen van een tijdreeks naar de tijdsgemiddelde waarde indien het model stationair is en mogelijk een fout in de representativiteit van de meting voor de voorspelling in de modelcel.

Voor de a priori covariantie van de modelparameters is het nog lastiger. Deze covariantie wordt nu beschreven met een exponentiële covariantiefunctie:

$$C(x, x') = \sigma^2 e^{-|x-x'|/\lambda} \quad (14)$$

waarin,

$C(x, x')$  is de covariantie tussen punt  $x$  en  $x'$ ,

$\sigma$  is de standaard deviatie,

$\lambda$  is de correlatielengte.

Op basis van de hydrogeologische kennis is meestal wel aan te geven welke aanpassingsfactor men reëel acht, b.v. door de standaarddeviatie van de log-normaal verdeelde parameter zodanig te kiezen dat de maximale gewenste aanpassingsfactor gelijk is aan  $e^{+2\sigma}$ .

De correlatielengte is in de praktijk moeilijker te schatten. Vaak worden waarden van enige kilometers aangehouden op basis van praktijkervaring.

In de praktijk blijkt dat ondanks de reële inschattingen van de mogelijke parameterafwijkingen de oplossing van het ijken toch grotere parameteraanpassingen geeft dan wenselijk wordt geacht. Hiervoor zijn verschillende oorzaken te vinden, zoals een fout in het modelconcept, metingen die op basis van de geologie in verkeerde aquifers liggen, verstoorde metingen of een foutieve inschatting van de modelparameters en hun covarianties. Met gezond verstand zijn een aantal van deze fouten in de praktijk te achterhalen en te herstellen, maar vaak niet allemaal. Daarom wordt meestal gekozen voor een relatief lange correlatielengte, waarbinnen meerdere metingen liggen, zodat forse modelaanpassingen alleen geschieden als meerdere metingen dit aangeven. Hierop is de gebruikerservaring

van de correlatielengte van enige kilometers in de praktijk uit de vorige alinea gebaseerd. Een andere mogelijkheid is om de variantie van de modelparameters te verkleinen, zodat er meer gewicht aan het a priori gemiddelde van de parameters toe wordt gekend en minder aan de metingen. Deze keuzes worden vaak gemaakt in overleg met de opdrachtgever die meestal over grote waardevolle terreinkennis beschikt.

In de praktijk blijkt dat het resultaat van de ijkmethode sterk afhangt van de manier waarop de modelleur er mee omgaat. Met de methode is het mogelijk om de metingen exact te fitten indien de meetfoutvariantie maar relatief klein wordt gekozen. Uiteraard moet dat niet het doel van de ijking zijn, maar is het doel het verkrijgen van een zo goed mogelijk model. In het bijzonder voor parameters die naar verwachting een significante ruimtelijke variatie vertonen, zoals de weerstand van kleilagen, waarbinnen zandige geulafzettingen aanwezig kunnen zijn, biedt de representermethode in mijn ogen grote voordelen in vergelijking met klassieke ijkingsmethode, die deze ruimtelijke variatie binnen een zone negeert.

## Literatuur

- Bennett, A.F. (1992)** Inverse methods in physical oceanography; Cambridge University Press.
- Deutsch, C. en A. Journel (1992)** GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide; Oxford University Press, New York.
- Janssen, G.M.C.M., J.R. Valstar, S.E.A.T.M. van der Zee. (2006)** Measurement network design including groundwater age observations; In Proceedings. XVI International Conference on Computational Methods in Water Resources, Copenhagen.
- Hill, M.C., E.R. Banta, A.H. Harbaugh en E.R. Anderman (2000)** MODFLOW 2000, The U.S. geological Survey Modular ground-water model – user guide to the observation, sensitivity and parameter estimation processes and three post-processing programs.
- Valstar, J.R. (2001)** Inverse modeling of groundwater flow and transport; Proefschrift Technische Universiteit Delft.
- Valstar, J.R. en B. Minnema (2002)** Using a Bayesian estimation algorithm for estimating parameter uncertainty and optimisation of monitoring networks; in proceedings ModelCARE 2002.