



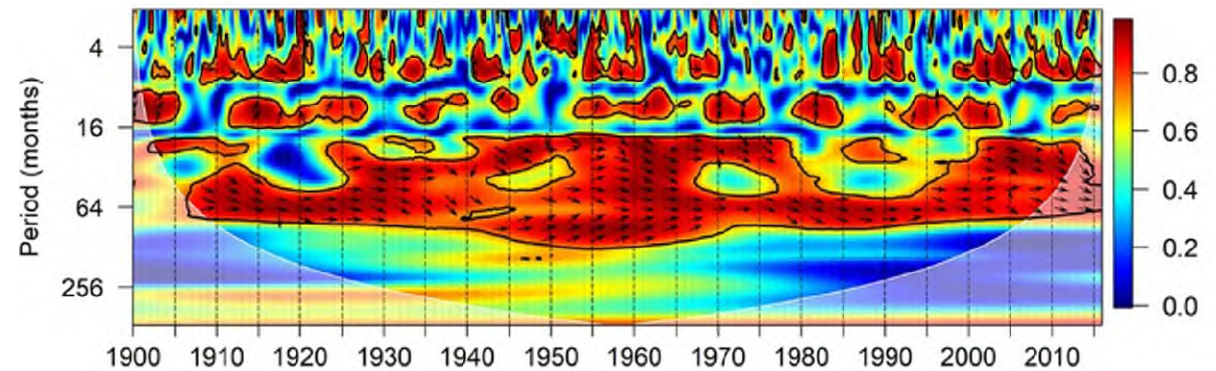
Wavelet analyse: ontcijferen van verborgen informatie in tijdreeksen

Samenvatting

In de watersector wordt heel wat afgemeten en zijn inmiddels veel tijdreeksen verzameld. Maar wat moeten we met al die (hoogfrequente) gegevens? Wavelet analyse, een signaalverwerkingstechniek die steeds toegankelijker is geworden, biedt de mogelijkheid om een dieper niveau van kennis te ontsluiten uit tijdreeksen. Een nieuw type onderzoeksvragen kan hiermee worden beantwoord in aanvulling op huidige technieken. Dit trendalert biedt een overzicht van de waarde van wavelet analyse voor de watersector. Mogelijke toepassingen variëren van het kwantificeren van tijdschalen waarop processen spelen en hoe die variëren door de tijd, tot bepaling van reis/responstijden en empirische onderbouwing van tijdreeksmodellen.

Consequenties voor u

	Laag	Middel	Hoog	Beknopte uitleg
Impact				Operationalisering van wavelet analyse kan leiden tot andere en beter onderbouwde beleidskeuzes en beslissingen op verschillende vlakken
Zekerheid				Wavelet analyse wordt nog nauwelijks toegepast in de watersector, maar wel binnen andere sectoren. De technologie is bewezen, de impact die het kan hebben is onontgonnen potentieel.



Wavelet coherentie tussen waterstanden in Lake Huron-Michigan (US en Canada) en neerslag. Wilt u begrijpen wat u ziet en wat de waarde van deze kleurrijke vertoning is? Lees dan verder!



Trendbeschrijving en achtergrond

Technische vooruitgang: Tijdreeksen door de tijd

In de (drink)watersector wordt een enorm aantal tijdreeksen verzameld voor verschillende doeleinden. Voorbeelden omvatten grondwaterstanden, bodemvocht, chloride concentraties in rivierwater, onttrekkingsdebeten, chemische en microbiologische drinkwaterkwaliteit, neerslag en verdamping. Door verbeterde sensortechnologie, grotere opslagcapaciteit en rekenkracht, is de meetfrequentie van vele typen tijdreeksen toegenomen. Daar waar de grondwaterstand in de jaren '80 van de vorige eeuw nog enkel op de 14^e en 28^e van de maand met de hand gemeten werd, is tegenwoordig een meetfrequentie van uren of zelfs vijf minuten geen uitzondering.

Soms rijst de vraag wat te doen met de oneindige stroom aan binnenkomende gegevens met zo'n hoge meetfrequentie en lange looptijd. Uiteraard hangt de meetfrequentie samen met het doel van de metingen, en is voor een algemene indruk van de stand van zaken een lage meetfrequentie veelal voldoende.

Daarentegen bestaan er technieken uit de signaalverwerking die een hogere frequentie benutten om nieuwe inzichten uit bestaande tijdreeksen te ontsluiten. Eén van de technieken is wavelet analyse. De theorie was reeds in 1909 gevormd [1] en tegen het eind van de 20^e eeuw doorontwikkeld naar een toepassing [2], maar werd daarna slechts beperkt gebruikt in de praktijk. Vermoedelijk kan dit verklaard worden door de toenmalig beperkte rekenkracht en doordat wavelet

analyse niet geoperationaliseerd was in softwarepakketten en daardoor enkel voor specialisten beschikbaar was. Bovendien was het aantal (hoog frequente) tijdreeksen en de toegankelijkheid daarvan destijds naar verwachting minder.

Wavelet Analyse wordt de laatste jaren steeds vaker gebruikt, is in open-source software geïmplementeerd [3, 4], en kent daarbij ook steeds vaker toepassingen in de watersector. Met dit trendalert willen we de waarde van wavelet analyse illustreren, en hoe deze techniek kan worden ingezet in de (drink)watersector.

Dit hoofdstuk geeft een beknopte achtergrond van wavelet analyse. In het volgende hoofdstuk (Relevantie) wordt beoordeeld hoe wavelet analyse kan bijdragen aan nieuwe mogelijkheden en inzichten.

Wavelet analyse: wat is het?

In deze sectie wordt uitgelegd wat wavelet analyse inhoudt. Hierbij leggen we de nadruk op de toepassing, en voert het te ver de wiskundige fundering in detail te bespreken. De lezer geïnteresseerd in meer technische achtergrond verwijzen wij naar [2] en [5], en voor toepassingen in de praktijk direct naar de volgende sectie. Wavelet analyse is sterk gerelateerd aan Fourieranalyse. Alvorens in te gaan op wavelet analyse, wordt daarom eerst kort ingegaan op Fourieranalyse.

In de signaalverwerking is Fourieranalyse een kernbegrip en wordt veelvuldig gebruikt voor vele toepassingen. Deze techniek is genoemd naar de Franse natuurkundige Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830). Bij

Fourieranalyse wordt gesteld dat praktisch iedere tijdreeks kan worden uitgedrukt in de combinatie van golf functies. Deze golf functies worden beschreven met cosinussen en sinussen met verschillende amplitude, fase, en frequentie. Met Fourier analyse kan op deze manier bijvoorbeeld worden afgeleid welke frequentie en fase dominant zijn in een tijdreeks. Dit geeft inzicht in de gemiddelde tijdschaal(en) waarop processen van de betreffende tijdreeks plaatsvinden.

Een belangrijke aanname die in Fourieranalyse gemaakt wordt, is dat de tijdreeks stationair is: het periodieke signaal herhaalt zich oneindig en statistische kenmerken (bijvoorbeeld gemiddelde en standaard deviatie) verschillen niet door de tijd. Sommige signalen zijn (vrijwel) stationair. Maar in de (drink)watersector zijn tijdreeksen doorgaans onderhevig aan stochastische gebeurtenissen die op onregelmatige en/of onvoorspelbare momenten plaatsvinden. Hierdoor wordt niet voldaan aan de aanname van stationariteit en kunnen Fourieranalyse en autocorrelatie-methoden niet toegepast worden. Bovendien zijn het vaak ook juist de gebeurtenissen en variatie van eigenschappen door de tijd waarin we geïnteresseerd zijn. Een voorbeeld van een niet-stationaire tijdreeks is neerslag: regenbuien vallen niet met exact hetzelfde interval, hoeveelheid, en tijdsduur.

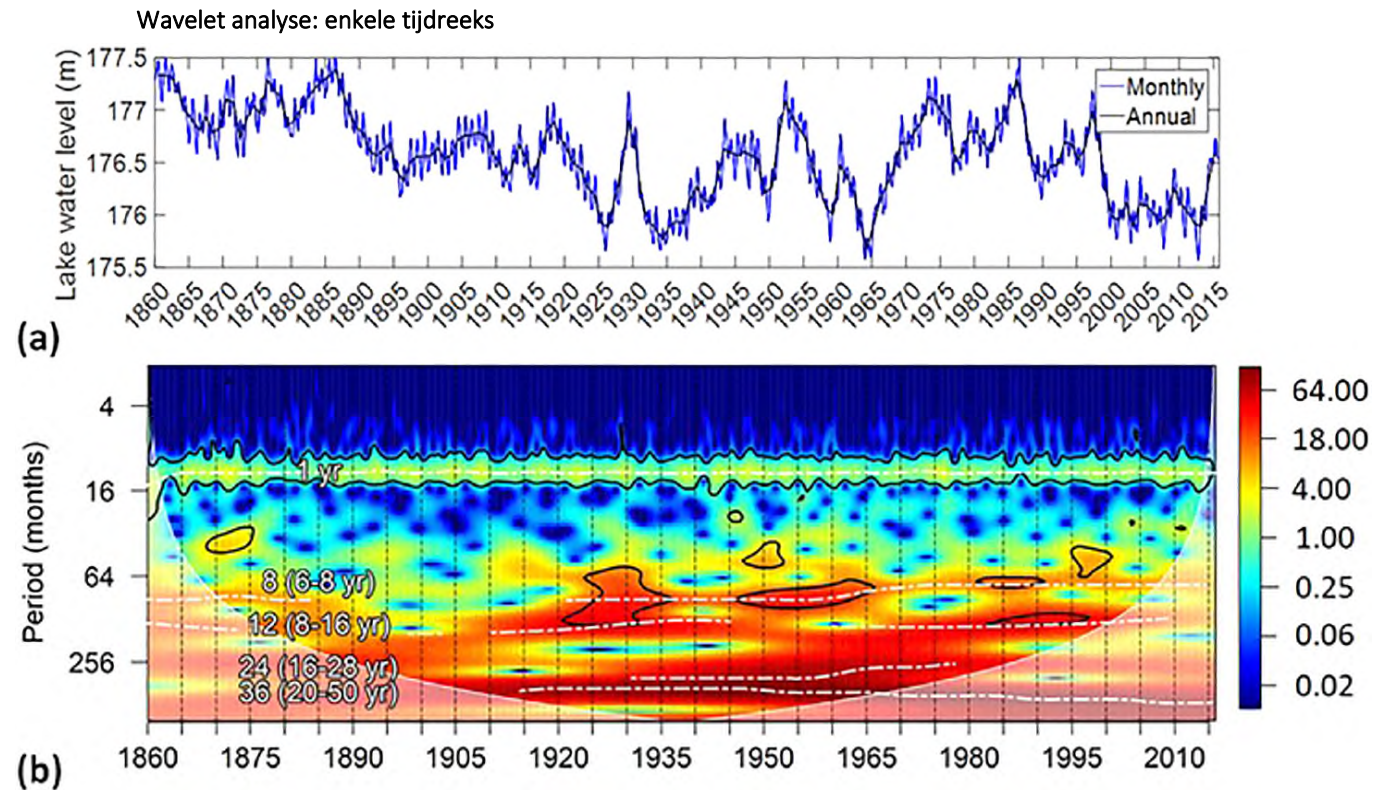


Wavelet analyse bouwt voort op Fourieranalyse. Een belangrijk voordeel van wavelet analyse is dat de betreffende tijdreeks niet stationair hoeft te zijn. In plaats van de tijdreeks te beschouwen als een combinatie van periodieke functies zoals bij Fourieranalyse, wordt bij wavelet analyse gebruik gemaakt van kortstondige, lokale, golfvormige functies (wavelets). Zo kan op ieder tijdstip bepaald worden welke frequentie en fase van golven een hoge 'power' hebben. Het resultaat van deze bewerking is het 'wavelet power spectrum': een kleurrijk figuur met op de x-as de tijd en op de y-as de tijdschaal, en waarbij de kleur de 'power' weergeeft. Een voorbeeld daarvan is weergegeven in Figuur 1b. Hier is voor maandelijkse observaties van waterstanden in Lake Huron-Michigan voor de periode 1860 – 2015 (Figuur 1a) het wavelet power spectrum bepaald. Een hoge power (rood) geeft aan dat de wavelet functie, met bepaalde frequentie (tijdschaal) en de tijdreeks op het gegeven tijdstip een grote gelijkheid vertonen. Een rode kleur betekent dus dat de betreffende tijdschaal van belang is. In het voorbeeld komt naar voren dat het gemiddelde en de variatie behoorlijk onvoorspelbaar zijn (Figuur 1a). De tijdreeks is dus niet-stationair. De rode kleur in Figuur 1b geeft weer dat variatie op een tijdschaal van 16 – 50 jaar een belangrijke bijdrage heeft in de totale waterstandsfluctuaties in Lake Huron-Michigan, over de hele meetperiode. Ook komt duidelijk een band van jaarlijkse variatie naar voren, die gedurende de gehele meetreeks van belang is. Dit wordt gestuurd door seizoenale variatie in neerslag en verdamping. Naast

deze tijdschalen die over de hele tijdreeks een rol spelen, komen een paar duidelijke gebeurtenissen met hoge 'power' naar voren. In de periode van 1920 – 1935 en 1947 – 1965, en 1980 – 1990 zijn rode vlakken aanwezig. Op deze tijdschaal zijn vooral veranderingen in

klimaat en meteorologische fenomenen, zoals het luchtdrukverschil en daaraan gerelateerde aanvoer van atmosferisch vocht van belang [6].

Het kan voorkomen dat er door toeval of ruis een hoge power berekend wordt. Om dit uit te sluiten wordt een



Figuur 1. Maandelijkse en jaarlijkse waterstanden in Lake Huron-Michigan (US en Canada) tijdens 1860-2015 (a) en wavelet power verloop door de tijd (x-as) en als functie van beschouwde tijdschaal (y-as) (b). De kleur in (b) geeft de wavelet power weer. Een hogere (rood) power geeft aan dat op het betreffende tijdstip de betreffende tijdschaal een belangrijke bijdrage in het signaal (waterstand) heeft. De zwarte contouren geven gebieden weer waar de wavelet power significant is (significant afwijkt van ruis). De transparante witte vlakken geven weer waar randeffecten optreden en buiten beschouwing gelaten dienen te worden. Met toestemming overgenomen uit [6].



statistische toets gebruikt waarbij wordt bepaald of de power significant afwijkt van de berekende power bij willekeurige of door de tijd gecorreleerde ruis [2, 5].

In tegenstelling tot Fourieranalyse, waar het belang van frequenties over de gehele tijdreeks gemiddeld wordt, levert wavelet analyse dus informatie over hoe de karakteristieke tijdschaal waarop processen spelen variëren door de tijd. Een ander voordeel ten opzichte van Fourieranalyse is dat de precieze functie van de kortstondige golf gekozen kan worden.

Met behulp van wavelet analyse kan bijvoorbeeld worden bepaald of dynamiek in een variabele (grondwaterstand, drinkwaterverbruik) voornamelijk gerelateerd is aan dag-nachtritmes of dat seizoenale variatie van groter belang is, hoe het aandeel daarvan varieert door het jaar en tussen de jaren, of hoe het belang van bepaalde tijdschalen verschuift door de tijd.

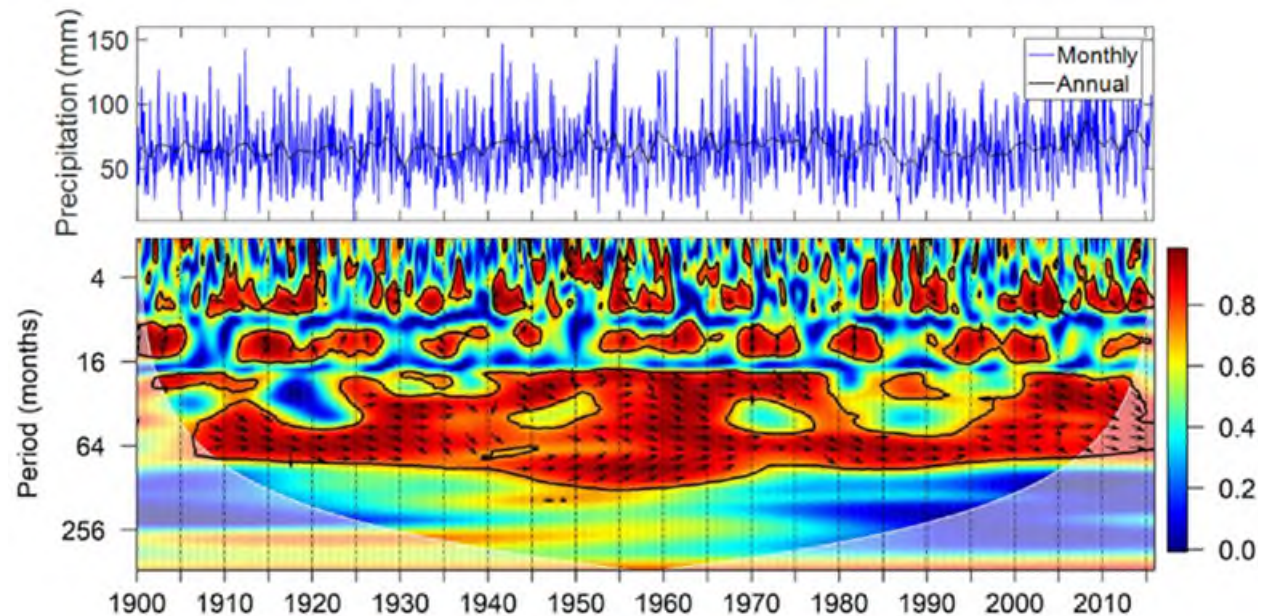
Cross-wavelet analyse

Bovenstaande beschrijving is ingegaan op wavelet analyse toegepast op univariate tijdreeksen. De waarde van wavelet analyse komt nog meer tot haar recht bij een toepassing op twee tijdreeksen.

In het geval van twee tijdreeksen kan een cross-wavelet analyse worden uitgevoerd. Hiermee kan worden bepaald voor welke momenten en tijdschalen beide reeksen een hoge 'power' hebben. Na herschaling kan hiermee de coherentie bepaald worden, een waarde tussen 0 en 1 waarvan de interpretatie praktisch gelijk is

aan de traditionele Pearson of Spearman correlatie coëfficiënt.

Cross-wavelet analyse: twee tijdreeksen



Figuur 2. Tijdreeks neerslag voor Lake Huron-Michigan tijdens 1900-2015 (a) en wavelet coherentie met waterstanden als functie van tijd (x-as) en beschouwde tijdschaal (y-as) (b). De kleur in (b) geeft de wavelet coherentie weer. Een hoge coherentie (rood) geeft aan dat op het betreffende tijdstip de neerslag en waterstanden een hoge coherentie (= correlatie) vertonen. De zwarte contouren geven gebieden weer waar de wavelet coherentie significant is. De transparante witte vlakken geven weer waar randeffecten optreden en buiten beschouwing gelaten dienen te worden. De richting van de pijlen in gebieden met significante coherentie geven informatie over synchroniciteit en vertraging. Als een pijl naar rechts, respectievelijk links, wijst, lopen de signalen synchroon dan wel asynchroon (positieve vs negatieve correlatie). Als een pijl naar onder wijst, volgt de waterstandsdynamiek het neerslagsignaal. Hoe groter de hoek van de pijl met de horizontale as, hoe groter de vertraging is. Met toestemming overgenomen uit [6].



De coherentie tussen twee tijdreeksen heeft daarentegen een aantal voordelen:

- De coherentie houdt rekening met faseverschillen tussen tijdreeksen (vertraagde respons).
- Met coherentie kan worden bepaald hoe de sterkte van het verband tussen twee variabelen door de tijd varieert: de timing kan worden bepaald.
- De coherentie kan worden uitgesplitst voor specifieke tijdschalen, waardoor kan worden bepaald op welke tijdschaal de relatie tussen twee variabelen optreedt.

In het voorbeeld van de waterstandsfluctuaties is ook een tijdreeks van neerslag beschikbaar, met dezelfde meetfrequentie en grotendeels overlappende tijdsperiode (Figuur 2a). In Figuur 2b is de coherentie tussen beide tijdreeksen weergegeven. Hoge en significante coherentie (correlatie) tussen waterstanden en neerslag komt met name voor bij een tijdschaal van ca. 0,5, 1, en 2 – 6 jaar. Vooral de tijdschalen van 0,5 en 1 jaar zijn echter niet gedurende de hele periode van belang en vertonen daarmee niet-stationair gedrag. De tijdschaal van 1 jaar treedt op als gevolg van neerslagoverschot, en 2 – 6 jaar door grootschaligere klimaatprocessen.

De coherentie-informatie kan vervolgens op verschillende detailniveaus worden ingezet. Gemiddeld over de gehele periode en alle tijdschalen wordt een gemiddelde coherentie verkregen, wat inzicht geeft in het gemiddelde verband tussen de twee tijdreeksen (rekening houdend met vertraagde respons). Op een hoger detailniveau kan bijvoorbeeld de coherentie

gemiddeld worden voor ieder tijdstip of bepaalde (bandbreedte van) tijdschalen. Zo kan geïdentificeerd worden gedurende welke perioden het verband tussen waterstand en neerslag kleiner is en op welke tijdschalen de relatie tussen beide processen zich afspeelt. Nog een detailniveau hoger kan bijvoorbeeld voor specifieke (bandbreedten van) tijdschalen worden bepaald hoe het relatief belang door de tijd verandert.

Een andere zeer relevante eigenschap van cross-wavelet analyse is het faseverschil dat tussen twee tijdreeksen kan worden bepaald. Het faseverschil kan worden omgerekend naar een tijdsvertraging, reactie- of reistijd [5, 7-9] en (a)synchroniciteit tussen tijdreeksen [10]. Net als voor de coherentie, kan bepaald worden hoe deze eigenschappen variëren door de tijd en hoe deze afhangen van de tijdschaal.



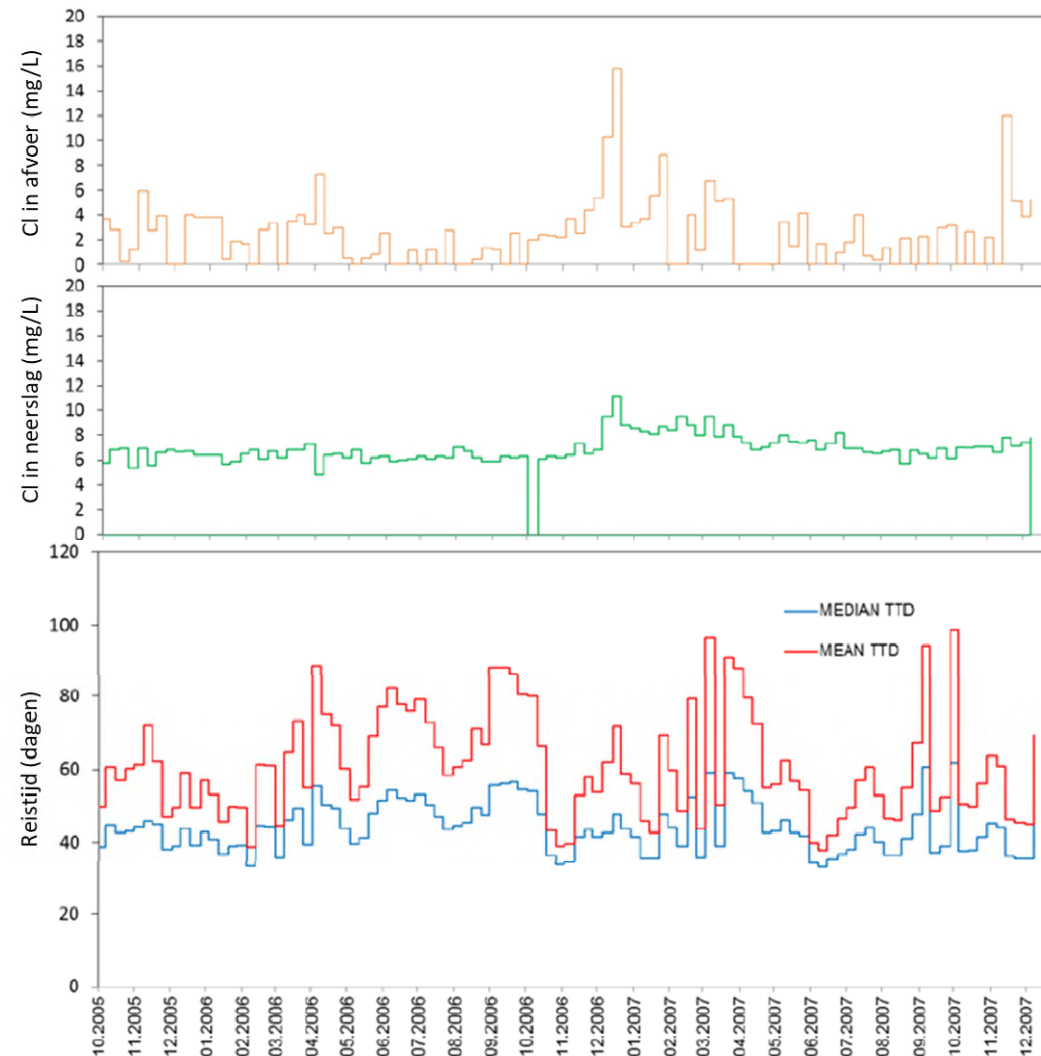
Relevante toepassingen voor de (drink)watersector

De voorgaande sectie was behoorlijk technisch van aard en diende als achtergrond voor deze sectie, waar aan de hand van voorbeelden wordt uitgelicht hoe wavelet analyse van belang kan zijn in de (drink)watersector. Hierbij ligt de nadruk op hydrologische toepassingen, maar met wat verbeeldingskracht van de lezer en met de kennis van voorgaande tekst, zijn vele andere praktische toepassingen denkbaar.

Empirische bepaling reis- en responstijden

Hoe lang duurt het voordat regenwater het grondwater aanvult? Wat is de stroomsnelheid van grondwater? Wat is de verblijftijd van grondwater in de verzadigde zone alvorens het wordt opgepompt of uittreedt in waterlopen? En hoe variëren deze door de tijd, bijvoorbeeld door droogte of veranderingen in het watersysteem? Dergelijke vragen staan centraal in veel vraagstukken omtrent de watercyclus, maar zijn vaak lastig kwantificeerbaar en hebben beperkingen met huidige technieken door de aanname van stationariteit (zie voorgaande sectie).

Op basis van het faseverschil tussen twee tijdreeksen kan de tijdsduur tussen de respons van het ene signaal op het andere bepaald worden. In de context van de watercyclus is dit reeds op meerdere vlakken toegepast. Dergelijke eigenschappen staan centraal in het begrijpen van watersystemen. Momenteel worden ze verbazingwekkend genoeg nog niet op



Figuur 3. Tijdreeksen van wekelijks gemeten chloride concentratie in afvoer (a) en neerslag (b) voor het Plynlimon stroomgebied (Verenigd Koninkrijk). Middels wavelet analyse is met deze gegevens de gemiddelde (rood) en mediaan (blauw) van de reistijd berekend. Figuren afkomstig uit [9].



Tabel 1. Overzicht van enkele kennisvragen die met wavelet analyse beantwoord kunnen worden met voorbeeldtoepassingen

Wavelet eigenschap	Voorbeeld van kennisvragen	Voorbeeld specifieke toepassing
Tijdschaal	Op welke tijdscha(a)l(en) spelen processen?	Kwantificering dynamiek grondwaterstand in karakteristieke tijdschalen
	Hoe varieert het belang van deze tijdschalen door de tijd?	Bepalen hoe grondwaterdynamiek en effect van processen daarop varieert door de tijd
	In hoeverre is een tijdreeks stationair?	Verificatie aannames in tijdreeksmodellen zoals de HydroMonitor.
	Op welk moment vindt een 'event' plaats?	Vaststellen breuk of lekkage in distributie netwerk
Coherentie (samenhang)	Hoe sterk is de ene tijdreeks gerelateerd aan de andere? (rekening houdend met vertraagde respons)	Relatie tussen neerslag en grondwaterstand, bodemvocht, of rivierafvoer. Relatie tussen stofconcentratie op locatie A en stofconcentratie op locatie B: lage coherentie kan indicatie zijn voor omzettingsprocessen gedurende bepaalde perioden.
	Hoe verandert de samenhang tussen twee tijdreeksen door de tijd?	
	Op welk moment en welke tijdschaal zijn variabelen sterk aan elkaar gekoppeld?	Aantonen voorkeurs- of kortsluitstroming, grondwateraanvulling
Fase (vertraging)	Wat is de reistijd van locatie x naar locatie y?	Reis/verblijftijd van water in (on)verzadigde zone, of stroomgebied, kwantificeren stroomsnelheid (grond)water
	Hoe varieert deze reistijd door de tijd (als functie van andere eigenschappen)	Afhankelijkheid van verblijftijd van regenwater in onverzadigde zone als functie van vochttoestand vóór bui.
	(tijdens welke perioden, of bij welke tijdschalen) Is het verloop van processen of gebeurtenissen (a)synchroon?	Aantonen dat processen simultaan plaatsvinden: verhoogde stofconcentraties in water door gebeurtenissen (klimaatverandering, vervuiling, extreme neerslag, innamestop)
	Oorzaak en gevolg: welk proces of gebeurtenis volgt uit het andere?	Wordt het droger door een toename in waterverbruik, of neemt waterverbruik toe doordat het droger wordt?

gestandaardiseerde wijze geëxtraheerd uit tijdreeksen in software pakketten voor de (drink)watersector (zoals Hydromonitor). Mogelijk komt dat doordat een aantal technologische hobbels overkomen moeten worden en gevoeligheden van conclusies voor keuzes in de analyse nog onbekend zijn [6, 11, 12]. Door gericht onderzoek te doen naar deze gevoeligheden is het naar verwachting mogelijk wavelet analyse binnen afzienbare termijn (~5 jaar) te operationaliseren.

Ondanks de technologische onduidelijkheden, wordt wavelet analyse steeds vaker toegepast om reistijden uit af te leiden. In [6] wordt het bijvoorbeeld gebruikt om

stroomsnelheid van grondwater te bepalen op basis van temperatuurtijdreeksen op twee locaties en warmtetransport. Wavelet analyse kan ook worden gebruikt om de respons van bodemvocht (en reistijd) te bepalen, gebruikmakend van het faseverschil tussen neerslag en bodemvocht gemeten op verschillende diepten [13]. Ook is het toegepast als droogte-index door de vertraagde respons van grondwater of bodemvocht te relateren aan klimaat [14]. Op basis van wekelijkse metingen van chlorideconcentraties in neerslag en afvoer kan zelfs een reistijdverdeling worden afgeleid [9], en worden bepaald hoe deze verandert

door de tijd (Zie Figuur 2). Dit is op zichzelf al waardevolle en redelijk unieke informatie, maar in samenhang met andere gemeten systeemeigenschappen, zoals bijvoorbeeld grondwaterstand, kan dit veel aanvullend systeembegrip opleveren. Dergelijke informatie kan worden meegenomen in beleid en beslissingen.

Deze recente wavelet ontwikkelingen bieden een compleet nieuw te bewandelen pad in tijdreeksanalyse: zonder lastig te parameteriseren rekenmodellen of conceptuele modellen met allerlei aannames kan op



basis van tijdreeksen empirisch een reistijdverdeling, vertraging, of responstijd worden afgeleid.

Identificeren van processen

Het ontrafelen van de rol van verschillende processen kan beslissingen omtrent investeringen, waterbeheer en -beleid ondersteunen. Wavelet analyse kan helpen om te bepalen welke processen van belang zijn. Bij infiltratie van regenwater kan het bijvoorbeeld voorkomen dat er voorkeursstroming optreedt door preferentiële stroombanen [13]. Dit leidt tot een aanzienlijk kortere reistijd door de verzadigde zone naar bronnen. Vaststellen of sprake is van voorkeursstroming is dus essentieel om microbiële verontreiniging van bronnen te voorkomen. Tot op heden is het lastig gebleken (het aandeel van) preferentiële stroming van regenwater door macroporiën in de bodem te identificeren. Op basis van tijdreeksen van neerslag en bodemvocht en/of grondwaterstand kan wavelet analyse daar inzicht in geven. Hoge coherentie tussen neerslag en grondwater/bodemvocht geeft sterke aanwijzing voor preferentiële stroombanen [13, 15, 16].

Dit kan worden toegepast voor het vaststellen van kortsluitstroming bij slecht afgedichte boorgaten, wat een belangrijk aspect voor garanderen van goede drinkwaterkwaliteit, maar moeilijk identificeerbaar is. Ook kan het worden ingezet om responstijden van grondwaterstand op neerslag in grote (trage) systemen zoals de Veluwe te kwantificeren, en om effecten van preferente stroming op reactie van grondwaterstand op neerslag in systemen met dikke onverzadigde zones te

begrijpen. In karstaquifers is wavelet analyse toegepast om te bepalen of voorkeursstroming optreedt door grotten en holen veroorzaakt door karstverwering [17, 18]. Aan de hand van tijdreeksen van waterdruk is het daarnaast gebruikt om breuken en lekkage in het waterdistributienetwerk vast te stellen [19].

Verder kan wavelet analyse inzicht geven in hoe de respons van de ene variabele op de andere na verloop van tijd verandert, elk welk proces hiervoor verantwoordelijk is. Zo kan bijvoorbeeld worden bepaald of het belang van een bepaalde tijdschaal, of het relatieve aandeel tussen tijdschalen, door de tijd verandert. Een toepassing is bijvoorbeeld door te bepalen of de grondwaterdynamiek na plaatsing van nieuwe drinkwateronttrekkingen of veranderingen in onttrekkingsdebieten systematisch verandert is.

Door post-processing tools te maken die Wavelet analyse uitkomsten omzetten in bruikbare eigenschappen, zou de waarde van wavelet analyse voor de praktijk aanzienlijk kunnen worden uitgebreid. Dergelijke post-processing zou in bestaande software (zoals Hydromonitor) kunnen worden ondergebracht en vraagt slechts beperkte aanpassingen die binnen een BTO project voltooid zouden kunnen worden.

Bepalen oorzaak en gevolg

Op basis van correlaties kan niet worden vastgesteld welk proces het andere beïnvloedt: oorzaak en gevolg zijn niet te scheiden. Dit is een beperking van de traditionele analyse van tijdreeksen met Spearman en Pearson correlatie coëfficiënten. Met name in systemen

waar positieve terugkoppelingen voorkomen is dit van belang, omdat kip en ei niet van elkaar kunnen worden gescheiden.

Het faseverschil in wavelet analyse kan een uitkomst bieden om oorzaak en gevolg te ontrafelen [15]: het geeft inzicht in welke tijdreeks reageert op de andere. Momenteel wordt vooral in de economische sector gebruik gemaakt van dit aspect [20-22]. Inmiddels wordt het faseverschil ook toegepast in de watersector, o.a. om de voortplanting van neerslag ruimtelijk in kaart te brengen [15]. Wederom geldt dat de watersector hier nog veel meer van kan profiteren.

Coherentie als alternatief voor correlatie

Doorgaans wordt om het verband tussen twee reeksen te kwantificeren gebruik gemaakt van de Pearson of Spearman correlatiecoëfficiënt. Deze relateren voor ieder tijdstip de waarde van de ene reeks aan de waarde van de andere reeks. Het kan voorkomen dat de ene tijdreeks vertraagd reageert op de andere tijdreeks. Traditionele correlatiecoëfficiënten zullen een veel zwakker verband vinden tussen twee variabelen indien de ene variabele vertraagd reageert op de andere. Wavelet coherentie houdt rekening met dergelijke vertragingseffecten via de fase verschillen. Bovendien kan die vertraging op sommige momenten aanwezig zijn, of veranderen door de tijd. Afhankelijk van het doel van het bepalen van het verband tussen twee variabelen, kan het gebruik van de traditionele correlatie coëfficiënt grotere of kleinere gevolgen hebben.



Met behulp van de coherentie-spectra (Figuur 2) kan het verband tussen twee tijdreeksen en de variatie daarvan door de tijd gevisualiseerd en gekwantificeerd worden. Zo kan snel inzichtelijk worden gemaakt wanneer twee tijdreeksen/systemen sterk aan elkaar gekoppeld (hoge coherentie) zijn of tijdens welke perioden deze juist ontkoppeld geraken (lage coherentie).

Wavelets voor validatie van (tijdreeks)modellen

Bij het noemen van het woord tijdreeks(en), is tijdreeksanalyse een logische stap om inzicht en antwoord te krijgen op onderzoeksvragen. KWR heeft hier het softwarepakket Menyanthes voor opgesteld, dat recent is ondergebracht bij de Hydromonitor [23]. Met Hydromonitor kunnen tijdreeksen bijvoorbeeld worden geïnterpoleerd en geëxtrapoleerd. Hierbij wordt op basis van de meetgegevens een tijdreeksmodel opgesteld. De modelparameters worden met een optimalisatie-procedure bepaald. Een deel van deze parameters heeft een fysische betekenis, en vertelt daarmee iets over het functioneren van het betreffende systeem. Hierbij is vooral de responstijd van het systeem een inzichtelijke parameter [24].

Voor de duiding van de parameters uit tijdreeksanalyse is enige voorzichtigheid geboden. Zeker bij complexere situaties, korte, of incomplete reeksen is het goed mogelijk dat geschatte parameters onrealistisch of onjuist zijn, of dat dezelfde uitkomst met compleet verschillende parameterwaarden kan worden beschreven [25].

Wavelet analyse kan van grote meerwaarde zijn voor tijdreeksanalyse. Ten eerste kan met wavelet analyse worden bepaald in hoeverre voldaan wordt aan stationariteit, en of het überhaupt acceptabel is een tijdreeksmodel toe te passen op de betreffende tijdreeks. Ten tweede geeft wavelet analyse inzichten in de tijdschalen waarop processen spelen (tijdschaal van b.v. grondwaterdynamiek) en de relatie met sturende processen (coherentie met neerslag en verdamping). Deze informatie kan gebruikt worden om *a priori* modelparameters met een realistisch bereik te begrenzen, of *a posteriori* de optimale parameterset(s) te vergelijken met de werkelijkheid.

Om te bepalen of modelvoorspellingen overeenkomen met de werkelijkheid is het nodig om simulaties te vergelijken met gemeten waarden, liefst op een onafhankelijke set gegevens. Dergelijke modelvalidatie gebeurt vaak op basis van modelkwaliteitsmaten als R2, NSE, RMSE. Binnen de afvoerhydrologie wordt ook vaak gekeken naar de timing van gebeurtenissen. Dit wordt in grondwaterhydrologie veel minder gangbaar toegepast. Wavelets bieden de kans om ook te bepalen of de dynamiek goed gevangen wordt [8, 26, 27]: komt de gemodelleerde timing, responstijd, en tijdschaal van gebeurtenissen en processen overeen met de werkelijkheid?

Overige toepassingen

In voorgaande zijn de belangrijkste toepassingen van wavelets aan bod gekomen. Alhoewel een tijdreeksanalyse praktisch 'met één druk op de knop'

gedaan kan worden, is er veel voorwerk nodig om tot een betrouwbare tijdreeks te komen. In de praktijk komt het vaak voor dat gegevens voor bepaalde perioden ontbreken door b.v. uitval van sensoren, zijn er onrealistische waarden gemeten, of zijn gegevens beschikbaar met irreguliere meetintervallen. Wavelet analyse is zeer geschikt om uitschieters, gaten en ruis in reeksen verwijderen in niet-stationaire tijdreeksen, en heeft een aantal voordelen ten opzichte van bestaande technieken [28, 29]. In vergelijking tot machine-learning heeft wavelet analyse als voordeel dat ze geen lange meetreeks vereisen voor het 'trainen', die nou juist vaak ontbreekt. Ten opzichte van het vullen van gaten met tijdreeksanalyse, procesmodellen of andere statistische methoden, heeft wavelet analyse het voordeel dat het geschikt is voor niet-stationaire situaties en er geen model met aannames opgelegd wordt.

Wavelet analyse maakt gebruik van de empirische informatie die beschikbaar is in de tijdreeks op verschillende tijdstippen en tijdschalen, en kan daarmee ontbrekende gegevens aanvullen.

Toekomstperspectief

Wavelet analyse biedt verschillende mogelijkheden om tot nieuwe en verdiepende inzichten van tijdreeksen te komen. Met name in het geval van niet-stationaire tijdreeksen, waarvan in de watersector eerder bij regel dan uitzondering sprake is, biedt wavelet analyse voordelen ten opzichte van bestaande technieken.



Wavelet analyse is gebaseerd op de gemeten tijdreeksen zelf, en biedt daarmee belangrijke aanvulling op tijdreeksmodellen. Een aantal tijdreekskarakteristieken die met wavelet analyse kunnen worden bepaald, is technisch voldoende doorontwikkeld om per direct te operationaliseren in tijdreeksanalysepakketten, zoals bijvoorbeeld Hydromonitor [23]. Andere aspecten vragen nog doorontwikkeling en verkenning: vooral een

transitie van kleurrijke figuren naar zinvolle metrics en bepalen van gevoeligheden van uitkomsten voor gemaakte keuzes in de wavelet methodiek hebben nog aandacht nodig [12]. Naar verwachting kan dit perspectief binnen de komende 3 – 8 jaar worden geoperationaliseerd.

Keywords

Trend alert, tijdreeksanalyse, reistijd, wavelet analyse, hydrologie, hydro-informatica

Meer informatie

1. Haar, A., *Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme*. 1909: Georg-August-Universitat, Gottingen.
2. Torrence, C. and G.P. Compo, *A practical guide to wavelet analysis*. Bulletin of the American Meteorological society, 1998. **79**(1): p. 61-78.
3. Rösch, A. and H. Schmidbauer, *WaveletComp 1.1: A guided tour through the R package*. 2016.
4. Lee, G., et al., *PyWavelets: A Python package for wavelet analysis*. Journal of Open Source Software, 2019. **4**(36): p. 1237.
5. Grinsted, A., J.C. Moore, and S. Jevrejeva, *Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series*. Nonlinear processes in geophysics, 2004. **11**(5/6): p. 561-566.
6. Cheng, V.Y.S., et al., *Effects of hydrological forcing on short- and long-term water level fluctuations in Lake Huron-Michigan: A continuous wavelet analysis*. Journal of Hydrology, 2021. **603**: p. 127164.
7. Onderka, M., et al., *Seepage velocities derived from thermal records using wavelet analysis*. Journal of hydrology, 2013. **479**: p. 64-74.
8. ElSaadani, M. and W.F. Krajewski, *A time-based framework for evaluating hydrologic routing methodologies using wavelet transform*. Journal of Water Resource and Protection, 2017. **9**(7): p. 723-744.
9. Onderka, M. and V. Chudoba, *The Wavelets show it—the transit time of water varies in time*. Journal of Hydrology and Hydromechanics, 2018. **66**(3): p. 295-302.
10. Agarwal, A., et al., *Multi-scale event synchronization analysis for unravelling climate processes: a wavelet-based approach*. Nonlin. Processes Geophys., 2017. **24**(4): p. 599-611.
11. Funashima, Y., *Time-varying leads and lags across frequencies using a continuous wavelet transform approach*. Economic Modelling, 2017. **60**: p. 24-28.
12. Rhif, M., et al., *Wavelet transform application for/in non-stationary time-series analysis: a review*. Applied Sciences, 2019. **9**(7): p. 1345.
13. Liu, H., et al., *Inferring subsurface preferential flow features from a wavelet analysis of hydrological signals in the Shale Hills catchment*. Water Resources Research, 2020. **56**(11): p. e2019WR026668.
14. Tian, Q., J. Lu, and X. Chen, *A novel comprehensive agricultural drought index reflecting time lag of soil moisture to meteorology: A case study in the Yangtze River basin, China*. CATENA, 2022. **209**: p. 105804.
15. Lee, E. and S. Kim, *Wavelet analysis of soil moisture measurements for hillslope hydrological processes*. Journal of Hydrology, 2019. **575**: p. 82-93.
16. Ehrhardt, A., J. Groh, and H.H. Gerke, *Wavelet analysis of soil water state variables for identification of lateral subsurface flow: Lysimeter vs. field data*. Vadose Zone Journal, 2021. **20**(3): p. e20129.
17. Schuler, P., et al., *Using wavelet coherence to characterize surface water infiltration into a low-lying karst aquifer*. Groundwater, 2021. **59**(1): p. 71-79.
18. Massei, N., et al., *Investigating transport properties and turbidity dynamics of a karst aquifer using correlation, spectral, and wavelet analyses*. Journal of hydrology, 2006. **329**(1-2): p. 244-257.



19. Srirangarajan, S., et al., *Wavelet-based Burst Event Detection and Localization in Water Distribution Systems*. Journal of Signal Processing Systems, 2013. **72**(1): p. 1-16.
20. Choi, S.-Y., *Industry volatility and economic uncertainty due to the COVID-19 pandemic: Evidence from wavelet coherence analysis*. Finance Research Letters, 2020. **37**: p. 101783.
21. Skoura, A., *Detection of lead-lag relationships using both time domain and time-frequency domain; An application to wealth-to-income ratio*. Economies, 2019. **7**(2): p. 28.
22. Gallegati, M., *Wavelet analysis of stock returns and aggregate economic activity*. Computational Statistics & Data Analysis, 2008. **52**(6): p. 3061-3074.
23. KWR. *HydroMonitor 1.0*. 2022 [cited 2022; Available from: <https://www.kwrwater.nl/tools-producten/hydromonitor/>].
24. Bakker, M., K. Maas, and J.R. Von Asmuth, *Calibration of transient groundwater models using time series analysis and moment matching*. Water Resources Research, 2008. **44**(4).
25. Beven, K., *A manifesto for the equifinality thesis*. Journal of hydrology, 2006. **320**(1-2): p. 18-36.
26. Liu, Y., et al., *A wavelet-based approach to assessing timing errors in hydrologic predictions*. Journal of hydrology, 2011. **397**(3-4): p. 210-224.
27. Weedon, G.P., et al., *Evaluating the performance of hydrological models via cross-spectral analysis: case study of the Thames Basin, United Kingdom*. Journal of Hydrometeorology, 2015. **16**(1): p. 214-231.
28. Wilson, R.E., et al., *A wavelet-based approach for imputation in nonstationary multivariate time series*. Statistics and Computing, 2021. **31**(2): p. 18.
29. Benghoul, M., B. Yazici, and A. Sezer, *Detection and handling outliers in longitudinal data: wavelets decomposition as a solution*. Communications in Statistics - Simulation and Computation, 2022: p. 1-12.