24 Fbo.

WISKUNDIGE WAARDEERING VAN ARBEIDSPRAESTATIES

E. J. À CAMPO

8201.98

Bibliotheek
der
Landbouwhoogeschool
Wageningen

NN08201, 98

STELLINGEN

I

De praktische waarde van de bodemkunde komt bij meerjarige gewassen vooral tot uiting, wanneer men de betrekking tusschen leeftijd en productie kent.

II

Door het aannemen van een productiekromme heeft men van elk deel van den aanplant een norm, waarnaar de productie op een bepaald moment kan gewaardeerd worden.

III

Bij de oliepalmcultuur is het doelmatig als productienorm te kiezen een eenvoudige ellips.

IV

Het olierendement uit de trossen der oliepalmen is een functie van het trosgewicht.

V

De landbouwscheikunde kan dan pas tot haar speciale normen komen, indien zij de beschikking heeft over de productienormen.

VI

Het verdient geen aanbeveling het landbouwscheikundig onderzoek naar de ondernemingen te verplaatsen.

VII

Drainage is voor de oliepalmcultuur niet van belang.

VIII

Aan de hand van productie-curve en resultaten der selectie is de verjonging van den aanplant wiskundig te regelen.

IX

De economie der indische cultuurondernemingen dient, meer dan tot heden gebruikelijk is, rekening te houden met de wiskundige statistiek.

X

Streven naar sociale rechtvaardigheid is een economisch belang der cultuurmaatschappijen.

XI

Het algemeen belang dient in Indië niet behartigd te worden door politieke partijen.

XII

Streven naar algeheele vrijheid van organisatie door arbeiders is bij koloniale volkeren niet in het algemeen belang.

XIII

Afschaffing van het instituut Poenale Sanctie is niet aanbevelenswaardig.

XIV

Cursussen in taal- en volkenkunde dienen in cultuurcentra of op grootere ondernemingen in Indië voor het Europeesch personeel gehouden te worden.

WISKUNDIGE WAARDEERING VAN ARBEIDSPRAESTATIES

CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS
0000 0508 5135

Dit proefschrift met stellingen van

EMILE JOSEF À CAMPO

geboren te Merkelbeek (L.) den 19en Februari 1891, is goedgekeurd door de promotoren:
J. E. van der Stok, hoogleeraar in den tropischen landbouw en Dr M. J. van Uven, hoogleeraar in de wiskunde.

De Rector-Magnificus der Landbouwhoogeschool,
DR H. M. QUANJER

Wageningen, 9 October 1936

NN08201,98

WISKUNDIGE WAARDEERING VAN ARBEIDSPRAESTATIES

PROEFSCHRIFT
TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE LANDBOUWKUNDE
OP GEZAG VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS
DR H. M. QUANJER, HOOGLEERAAR IN DE
PLANTENZIEKTENKUNDE, TE VERDEDIGEN
VOOR EEN DAARTOE BENOEMDE COMMISSIE
UIT DEN SENAAT DER LANDBOUWHOOGE-
SCHOOL OP DINSDAG 3 NOVEMBER 1936
TE DRIE UUR DOOR

E. J. À CAMPO

H. VEENMAN & ZONEN — WAGENINGEN

ISN: 104633

Bibliotheek
der
Landbouwhoogeschool
Wageningen

Aan mijn Vrouw

Deze studie is ontstaan en gegroeid in de praktijk.
Gaarne wil ik op deze plaats mijn dank betuigen aan Professor J. E. VAN DER STOK, die, ofschoon deze studie niet onder zijn leiding tot stand kwam, als promotor wilde optreden.
Eveneens spreek ik mijn meest oprechten dank uit aan mijn promotor Professor Dr M. J. VAN UVEN, die mij op zeer welwillende wijze met raad en daad bijstond, bij de beknopte bewerking ervan tot proefschrift.

INHOUD

Blz.

Inleiding 1

HOOFDSTUK I

Probleemstelling 3

HOOFDSTUK II

Keuze van de norm 8

HOOFDSTUK III

Variabiliteit van het arithmetisch gemiddelde 12

HOOFDSTUK IV

Bewerking der waarnemingen 20

HOOFDSTUK V

Arbeidsloon 34

HOOFDSTUK VI

Verminderende meeropbrengsten. Natuurwet — economische wet 42

Bijlagen 49

INLEIDING

In deze studie, die handelt over wiskundige waardeering van arbeidspraestaties, dienen eenige definities vooraf te gaan.
Elke waardeering is een intuïtief besluit. Het is een besluit in zooverre, dat er een derde oordeel gevormd wordt uit twee gegevene, die rechtstreeks met elkaar vergeleken worden, nl. het oordeel over het te waardeeren object en het oordeel over de norm [1].
Deze norm is bij onstoffelijke dingen, die gewaardeerd moeten worden, het principe van het geprincipiëerde; bij stoffelijke dingen een bij afspraak bekende hoeveelheid.
In elke keuze van een norm is een doelstelling verdisconteerd, en elke doelstelling wortelt in het menschelijk karakter.
Arbeid is een op een doel gerichte bezigheid, welke men doet om het resultaat, het product van den arbeid.
Om arbeidspraestaties te waardeeren, is de keuze van de norm primair en afhankelijk van de doelstelling, welke wij voor oogen hebben.
Door het feit, dat er groote verschillen bestaan in de menschelijke karakers, is het te verklaren, dat de doelstelling en de keuze van de norm bij de waardeering der arbeidspraestaties, zoozeer uiteenloopen.
EDUARD SPRANGER [2]) heeft met het oog op de waardeering een typologie opgesteld, in zijn werk „Lebensformen". Hierin wordt de oorzaak van de controversen grootendeels verklaard.
SPRANGER verdeelt de menschen in zes typen of levensvormen, te weten den theoretischen, den religieusen, den socialen, den aesthetischen, den economischen en den politieken levensvorm.
Bij het waardeeren van arbeidspraestaties zullen geprononceerde vertegenwoordigers van deze levensvormen zes verschillende normen aanleggen, met als gevolg: verschil van waardeering voor een en hetzelfde object.
Het arbeidsvraagstuk nu dient men te bezien in zijn totaliteit, d.w.z. alle levensvormen moeten hun waardeering kunnen uitspreken.

---

[1]) Norm komt van norma, en beteekent maat of maatstaf.
[2]) ED. SPRANGER, Lebensformen.

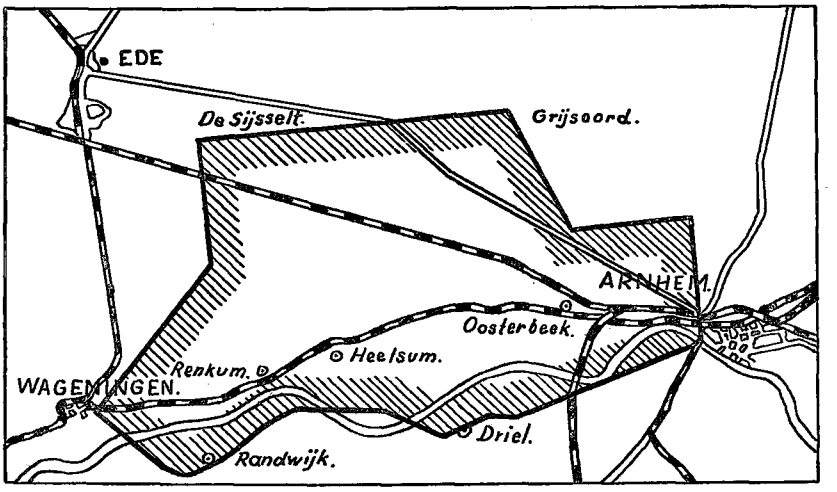
Daarvoor is niet noodig, dat er steeds een commissie benoemd wordt, bestaande uit minstens zes leden, waarvan ieder kan geacht worden een bepaalden levensvorm te vertegenwoordigen, doch in ieder karakter zijn elementen van al deze levensvormen aanwezig, zij het min of meer geprononceerd, dan wel onderdrukt of rudimentair.
Ieder mensch moet trachten, voor zichzelf zoo zuiver mogelijk het vraagstuk der waardeering van arbeidspraestaties uit deze zes facetten te zien. Daarvoor is noodig objectiviteit, d.w.z. men moet het vraagstuk leeren zien zooals het is, om dan achtereenvolgens de verschillende vormen van waardeering naar gewicht te laten gelden.
Tot totaliteit komt men het beste, door den theoretischen levensvorm aan de andere voorop te laten gaan.
De theoretische levensvorm kan op de zuiverste wijze dan pas toegepast worden, indien de feiten en normen in abstracte begrippen als onbenoemde getallen weergegeven zijn. Het vraagstuk der waardeering is dan teruggebracht tot hoeveelheden. Een hoeveelheid is een verzameling van *gelijksoortige* eenheden. Nu is de wetenschap, die zich bezighoudt met de hoeveelheden der meetbare stoffelijke dingen, de wiskunde.
Wiskundige waardeering dient derhalve voor elke soort hoeveelheden uitgewerkt te worden en leidt dan tot de meest objectieve waardeering.
Hen, die uit vraagstukken als de waardeering van arbeidspraestaties de wiskunde a priori willen bannen, verwijzen wij naar LEONARDO's uitspraak, aangehaald door VON MISES in Wahrscheinlichkeit, Statistiek und Wahrheit: „Wer die höchste Weisheit der Mathematik tadelt, nährt sich von Verwirrung und wird niemals Schweigen auferlegen den Widersprüchen der sophistischen Wissenschaften, durch die man nur ein ewiges Geschrei erlernt."

HOOFDSTUK I

PROBLEEMSTELLING

In de inleiding is een uiteenzetting gegeven van de logica der waardeering van arbeidspraestaties, en verder is aangetoond, dat de toepassing in de praktijk detailstudie vereischt, en dat voor de waardeering dan een duidelijke, ondubbelzinnige norm dient vastgesteld te worden, waarmede de individueele praestatie te vergelijken is. Omdat het hier eigenlijk gaat om hoeveelheden, stond ons als ideaal voor oogen een norm en een betrekking tusschen die norm en de individueele praestaties, die langs mathematischen weg verkregen is.
Een dergelijke detailstudie wordt hier aangeboden. Zij handelt over het oogsten van oliepalmtrossen op een der oliepalmondernemingen van Sumatra's Oostkust. Voor een duidelijk inzicht in de moeilijkheden, die opgelost moeten worden en vooral ook voor het inzicht in het nut der probleemstelling, is het dienstig, eenige bijzonderheden over een oliepalmonderneming te vermelden, en tevens een korte beschrijving te geven van den bestudeerden arbeid, nl. het oogsten van de trossen, welke aan de palmen gerijpt zijn. De bestudeerde arbeidsverrichtingen strekten zich uit over een gebied van 7000 ha (zie vergelijkend kaartje op de volgende bladzijde).

De administratieve indeeling van een oliepalmonderneming is als volgt:
Het geheel is verdeeld in verschillende afdeelingen, ieder staande onder het beheer van een Europeesch assistent, bijgestaan door een inlandsch hoofdopzichter en eenige Inlandsche opzichters, zgn. mandoers.
De afdeeling is weer onderverdeeld in kleinere eenheden, welke vaak zoodanig gekozen worden, dat zij zijn een eenheid met het oog op de transporten; de begrenzing van deze eenheden, blokken, of hoe men dat anders wil noemen, is zoodanig gekozen, dat de geheele oogst van een blok, via een secundaire baan, door een wissel op de hoofdbaan komt.



Grootte oliepalmonderneming, overgebracht op Nederlandsche verhoudingen

Een secundaire baan is een vertakking van de hoofdbaan, bestaande uit iets lichter materiaal, omdat er lichtere tractie vereischt is. De palmen staan in rechte rijen, liefst onder een hoek van 90 graden, op deze secundaire baan.

De oliepalmen dragen het geheele jaar door vruchten, welke ook gedurende het geheele jaar tot rijpheid komen, weliswaar met een zekere periodiciteit, zoodat de oogst binnen het geheele jaar en zelfs binnen tamelijk korte perioden schommelt.

Het oogsten gaat zoo in zijn werk, dat elken dag een zeker aantal arbeiders zich langs de secundaire baan over de palmenrijen verspreidt, om daar die trossen te oogsten, welke tot rijpheid gekomen zijn. Deze arbeid, het oogsten, is in vier duidelijke phasen te verdeelen, te weten:

1. het opsporen van de rijpe trossen aan de palmen, te herkennen aan de uit den tros gevallen vruchten;
2. het in den palm klimmen door den oogster, het kappen van de bladeren, die zich onder een rijpen tros bevinden, en het kappen van den tros, zoodat deze op den grond valt;
3. het verzamelen der trossen en der uitgevallen vruchten in manden, en het dragen van deze naar de secundaire baan;
4. het opladen van den op deze wijze verzamelden oogst in de daarvoor gereed gezette lorries, spoorwagens van klein model.

Wanneer men in aanmerking neemt, dat deze gang van zaken zich in elke palmenrij elke vijf tot zes dagen moet herhalen ter voorkoming van verrotting der tot rijpheid gekomen vruchten, dan is uit te rekenen, dat de oppervlakte, welke op deze onderneming jaarlijks geoogst moet worden, even groot is als de met graan beplante oppervlakte van Nederland, zijnde ruim 420.000 ha. Indien men de beschikking heeft over een volkomen vlak terrein, dan is het mogelijk de secundaire banen evenwijdig aan elkaar te laten loopen, met het gevolg, dat alle palmenrijen precies even lang worden; zijn bovendien de palmen nog even oud, zoodat geen hoogteverschillen van belang voorkomen, en is er gedurende het geheele jaar een regelmatige productie, dan is er niet veel aanleiding, om groote verschillen in de arbeidspraestaties der groepen arbeiders te verwachten.
In de praktijk zijn evenwel de verschillen in de arbeidspraestaties van de enkele groepen tamelijk groot, evenals de verschillen in arbeidspraestaties van een en dezelfde groep arbeiders gedurende het heele jaar.
Voor intensief toezicht en contrôle op den ijver der arbeiders is het te controleeren terrein veel te groot, zoodat men bij lagere praestaties steeds de vrees moet koesteren, dat er aan ijver of leiding van de arbeiders iets hapert. Het is dan gewoonlijk de assistent, die bloot staat aan min of meer onaangename gevolgen van een lang gekoesterde vrees, welke nog al gemakkelijk kan overslaan in wantrouwen, enz.
Nu weet wel ieder prakticus, dat met de lengte der rijen, dus met de toename van den afstand der secundaire banen, de arbeidspraestatie zal afnemen. Eveneens is een ieder overtuigd, dat in zwaar geaccidenteerd terrein de praestatie niet zoo groot kan wezen als op volkomen vlak terrein; ook weet iedereen wel, dat de productie iets met de hoeveelheid gepraesteerden arbeid te maken heeft; zeker, al deze factoren wil men wel in rekening brengen, doch, zoo redeneert men, is het verschil in arbeidspraestaties wel geheel en al door de genoemde factoren te verklaren? In de praktijk gebeurt het vaak, dat zoowel assistent als arbeider een waardeering te beurt valt, die naar de omstandigheden te hoog is of te laag; in elk geval is een sociaal-rechtvaardige waardeering uiterst moeilijk.
Een ieder, die streeft naar de deugd van sociale rechtvaardigheid, zal trachten deze moeilijkheden te overwinnen. Wie goed voor oogen houdt, wat men onder sociale rechtvaardigheid heeft te verstaan, ziet dadelijk in, dat men deze niet bereikt met wat goedig „gedoe" en een beroep op het plichtsgevoel der arbeiders, in de hoop, dat dan

een ieder wel zijn best zal doen; evenmin heeft men deze deugd benaderd, door een gelijke waardeering aan elken arbeider toe te kennen, zij het dan een hooge waardeering. Het is zonder meer duidelijk, dat — wanneer er sprake is van sociale rechtvaardigheid — deze deugd dient beoefend te worden zoowel door den werkgever als door den werknemer. Door in een speciaal geval te hoog te waardeeren benadeelt men den werkgever, door te laag te waardeeren benadeelt men den werknemer; beide waardeeringen zijn sociaal-onrechtvaardig, en de eenige juiste waardeering is een, welke gebaseerd is op den in de inleiding besproken grondslag, nl. op het oordeel over de norm en de betrekking tusschen de norm en de te waardeeren praestaties van individu of groep.

Is de waardeering van de groep op grondslag van een voor een ieder aannemelijke norm ook zeer moeilijk en moet men zich ook voorloopig vaak behelpen met historisch gegroeide verhoudingen in de arbeidersgemeenschap, dit ontheft niet van den plicht, te streven naar een juiste *individueele* waardeering.

Wij staan dus nu voor de bij uitstek praktische belangrijke kwestie:

Gegeven een bepaalde waardeering van een groep oogsters op grondwaardeering[1]) plus b.v. 25%, hoe dient nu de arbeid van iederen oogster gewaardeerd te worden? Willen wij ons ideaal benaderen, hetzij op den langen duur, dan moeten wij zoeken naar:

1. Een exacte norm.
2. Een exacte betrekking tusschen die norm en elke te waardeeren oogstpraestatie.

Waar het hier gaat om hoeveelheden van denzelfden arbeid, kan het tweede oordeel, indien wij het eerste kennen, niet veel moeilijkheden baren, immers deze betrekking is zonder meer het quotient:

$$\frac{\text{Individueele praestatie}}{\text{normpraestatie}}.$$

De individueele praestatie van iederen oogster is zonder meer door directe weging te bepalen; blijft dus over de bepaling van de normpraestatie.

Onafhankelijk van de norm, welke wij wenschen te kiezen, kunnen wij één ding vooropstellen, en wel dit, dat de norm variëeren moet met de omstandigheden, waaronder gewerkt wordt. Dit behoeft geen nadere toelichting, want een ieder, die de plaatselijke omstandigheden,

---

[1]) D.i. de waardeering voor den ongeschoolden arbeider.

waaronder de oogsters werken, slechts oppervlakkig kent, ziet in, dat bijv. in geaccidenteerd terrein minder gepraesteerd kan worden dan in vlak terrein, bij overigens gelijke omstandigheden.
Wij kiezen als normpraestatie voor de groep het arithmetisch gemiddelde van alle praestaties van de leden van die groep (zie pag. 9) en hebben dus de schommelingen na te gaan van dat arithmetisch gemiddelde van dezelfde groep onder de verschillende zich voordoende omstandigheden.
Met andere woorden is de probleemstelling:
Wat kan een gemiddelde oogster onder de verschillende zich voordoende omstandigheden praesteeren?
Het groote nut van de oplossing van dit probleem moge nog wat nader naar voren worden gebracht:

1. Het leidt tot sociale rechtvaardigheid, indien het gebruikt wordt als grondslag voor een loonsysteem.
2. Het kan dienen als grondslag voor alle technische proefnemingen, welke op het gebied van het oogsten worden genomen.
3. Het dient als handleiding voor den assistent bij het bepalen van het aantal oogsters, dat onder de verschillende omstandigheden benoodigd is, en leidt zoodoende tot bezuiniging.
4. Het geeft een exacte contrôle op het min of meer regelmatig verloop van het oogsten op een bepaald terrein en leidt zoodoende tot de mogelijkheid van tijdig ingrijpen bij abnormale psychische invloeden.

HOOFDSTUK II

KEUZE VAN DE NORM

Wanneer wij vragen naar de praestatie van den gemiddelden arbeider, dan vragen wij naar het resultaat van zijn arbeid en niet naar een hoeveelheid verrichten arbeid in physischen zin.

Het resultaat van den arbeid van een oogster kunnen wij in twee verschillende grootheden uitdrukken:

1. in de hoeveelheid trosgewicht, in een bepaalden tijd door een gemiddelden arbeider geoogst,
2. in de grootte van de oppervlakte, door een gemiddelden arbeider in een bepaalden tijd afgeoogst.

In beide gevallen drukken wij het resultaat van den arbeid uit in continue grootheden en wij vragen naar hoeveelheden van die continue grootheden.

Nu is de wetenschap, die zich bezig houdt met de eigenschappen der hoeveelheden van de meetbare dingen, de wiskunde. Ons probleem is derhalve van wiskundigen aard. Vanzelfsprekend is onder variëerende omstandigheden het resultaat van den arbeid verschillend, en aangezien een norm een ding is, dat bij definitie of bij afspraak vastgesteld wordt, is het noodig, dat voor de variëerende omstandigheden òf telkens een andere norm gekozen wordt, òf de variabiliteit van een afgesproken norm onder verschillende omstandigheden bekend is.

Nu doen zich bij het totstandkomen van hoeveelheden arbeidspraestaties onder verschillende omstandigheden twee mogelijkheden voor, nl.:

1. Er is in het totstandkomen van hoeveelheden arbeidspraestaties onder verschillende omstandigheden geen regelmaat te ontdekken. Wij hebben dan te doen met chaos, met het gevolg, dat geen ervaring mogelijk is en dus ook geen wiskundige behandeling van het vraagstuk.
2. Er is wel regelmaat aanwezig. Er is dus wel ervaring mogelijk. En regelmaat in hoeveelheden is steeds voor wiskundige behandeling vatbaar.

Veelal wordt de mogelijkheid arbeidspraestaties wiskundig te waardeeren a priori ontkend, op grond van het feit, dat de mensch een vrijen wil heeft. Aangetoond zal worden, dat niettegenstaande dezen vrijen wil van ieder individu, een duidelijke regelmaat aanwezig is in de arbeidspraestaties der oogsters, welke regelmaat ook elders, b.v. bij de snijders in de agave-cultuur, geconstateerd is. Is ervaringsmogelijkheid, dus regelmaat, eenmaal erkend, dan is er formeel geen verschil meer met een natuurwetenschappelijk vraagstuk, dat als achtergrond heeft een bekende of nog te ontdekken zgn. natuurwet. Het is nu onze opgave, die regelmaat, waarmede de praestatie van den gemiddelden arbeider wordt waargenomen, zoodanig te behandelen — door analyse en synthese — dat wij van de factoren, die aan het totstandkomen van die arbeidspraestaties medewerken, zoowel kwalitatief als kwantitatief den samenhang leeren kennen [1]).
Om wiskundige redenen moet een goede norm een vereffeningsfunctie zijn en om praktische redenen komt als vereffeningsfunctie het arithmetisch gemiddelde van alle arbeidspraestaties het meest in aanmerking (zie PROF. DR VAN UVEN, Mathematical Treatment of the results of agricultural and other experiments, Chapt. 1).
Hebben wij geen ander doel voor oogen dan vereffenen, dan is het arithmetisch gemiddelde van alle arbeidspraestaties zonder meer een aan alle eischen voldoende norm. Doch men gaat verder in de waardeering van arbeidspraestaties en wil uit de arbeidspraestaties een oordeel vormen over de door ieder individu bestede arbeidsmoeite[2]); daarom definieeren wij het begrip groep.
Het arithmetisch gemiddelde als zoodanig is niets anders dan de uitkomst van een rekensom, immers: zijn $y_1, y_2 \ldots y_n$ arbeidspraestaties, en $\bar{y}$ het gemiddelde, n het aantal arbeiders, dan is

---

[1]) Het gebruik van de uitdrukking „gemiddelde arbeider" is in de praktijk zoo ingeburgerd, dat het overbodig zal zijn de keuze van „den gemiddelden arbeider" als norm van de waardeering van arbeidspraestaties nog nader te verantwoorden. Evenwel wordt het begrip „gemiddelde arbeider" in geen enkel tot nu toe bekend systeem consequent als norm genomen. In de gangbare systemen, die een waardeering van arbeidspraestaties nastreven — vanaf het meest primitieve „luk raak" systeem tot TAYLOR met zijn „time study man" toe — wordt geen gebruik gemaakt van „den gemiddelden arbeider", doch van willekeurig gekozen individuen. De resultaten van den arbeid van deze willekeurig gekozen individuen worden als norm genomen, met het gevolg, dat de tot nu toe gebruikte methoden om het vraagstuk van de waardeering der arbeidspraestaties op te lossen, geen van alle aan logische eischen voldoen, zoodat het onderwerp nog steeds actueel is, niettegenstaande er reeds zeer veel over gestudeerd en geschreven is.
[2]) Over eenheid van arbeidsmoeite zie volgend hoofdstuk.

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}.$$

Van elke willekeurige reeks arbeidspraestaties kan men een arithmetisch gemiddelde berekenen. Iets anders staat het evenwel met een reeks arbeidspraestaties van een groep arbeiders. Wij moeten uit sociale en economische overwegingen een eisch definieeren, welke wij dienen te stellen aan het begrip *groep* arbeiders. Het is zonder meer duidelijk, dat — evenmin als een hoop steenen een gebouw is — een willekeurige troep menschen een groep arbeiders vormt, waarmee in de praktijk te werken is. Om in de praktijk te kunnen spreken van een groep arbeiders, is het noodig, dat de arbeidspraestaties van ieder lid van de groep niet te ver en niet zonder eenige regelmaat afwijken van de norm, het arithmetisch gemiddelde $\bar{y}$.
Hebben wij, zooals op een oliepalmonderneming het geval is, te doen met een collectief in wiskundigen zin, dan moet het mogelijk zijn tot een waarschijnlijkheidsuitspraak te komen.
Deze waarschijnlijkheidsuitspraak is af te leiden uit drie praemissen. Wij noemen v de afwijking van een bepaalde praestatie van een zekere vergelijkingswaarde, dus:

$$v = y - Y.$$

Wij onderstellen nu:

1. de kans op het optreden van v t.o.v. een aangenomen vergelijkingswaarde Y moet uitsluitend een functie zijn van v; wij zullen haar voorstellen door $\varphi(v)$;
2. de kans, dat een afwijking groot is, moet geringer zijn dan de kans, dat een afwijking klein is; dus de kans, dat de arbeidspraestaties $y_1, y_2 \ldots y_n$ met respectievelijk de frequenties $a_1, a_2 \ldots a_n$ optreden, is maximum, wanneer men de juiste vergelijkingswaarde voor Y en den juisten vorm van $\varphi(v)$ kiest;
3. met het oog op de vereffening is de meest aanbevelingswaardige vergelijkingswaarde het arithmetisch gemiddelde $\bar{y}$; onze vergelijkingswaarde is derhalve $\bar{y}$, waardoor $v \rightarrow u = y - \bar{y}$; $\varphi(v)$ gaat dan over in $\varphi(u)$, u is de afwijking van het arithmetisch gemiddelde.

Uit deze drie praemissen volgt dan de waarschijnlijkheidsdichtheid

$$\varphi(u) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2u^2}$$

en hieruit de waarschijnlijkheidsuitspraak

$$W_{u_1}^{u_2} = \int_{u_1}^{u_2} \varphi(u)\,du,$$

waarbij $W_{u_1}^{u_2}$ de kans voorstelt dat, y ligt tusschen $\bar{y} + u_1$ en $\bar{y} + u_2$. De waarde van h volgt uit die van de middelbare fout σ, krachtens de betrekking $h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$. σ wordt benaderd door $\sqrt{\frac{[uu]}{n-1}}$.

Hoe grooter de modulus h wordt, des te dichter liggen de individueele praestaties om de representatieve waarde $\bar{y}$, en des te meer is het begrip groep arbeiders benaderd.

Door in de praktijk te streven naar een dergelijke verdeeling van de individueele praestaties binnen de groep, is voldaan aan den economischen en socialen eisch van den „juisten man op de juiste plaats", zie fig. 2.

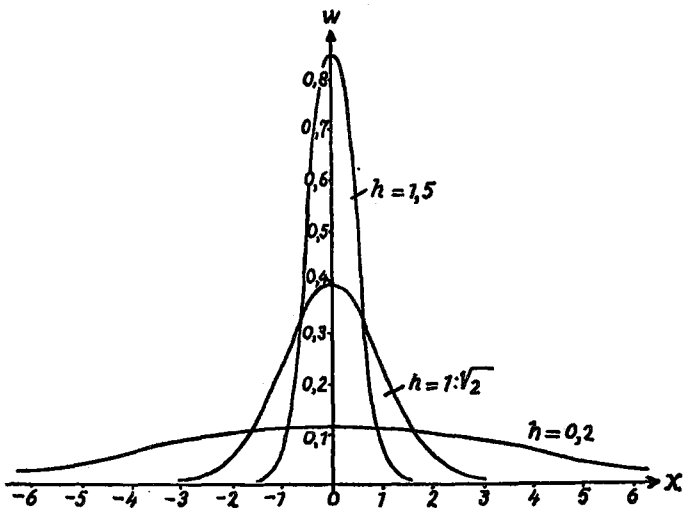


Fig. 2

HOOFDSTUK III

VARIABILITEIT VAN HET ARITHMETISCH GEMIDDELDE

Om te komen tot een logische waardeering moeten wij de factoren bestudeeren, welke invloed uitoefenen op het resultaat van den arbeid. Een verschijnsel wordt in zijn samenhang tot andere verschijnselen begrepen, indien er een zekere regelmaat kan worden ontdekt, welke regelmaat beschreven kan worden door een wiskundige vergelijking, waarvan de parameters voor kwantitatieve bepaling vatbaar zijn.

Ons doel is een functie te vinden, die de variabiliteit van het arithmetisch gemiddelde van de arbeidspraestaties van de groep arbeiders aangeeft.

Wil een dergelijke functie praktisch bruikbaar zijn, dan dient deze niet al te gecompliceerd te zijn, zij het tenkoste van de nauwkeurigheid van het te berekenen resultaat.

Zulk een functie is dus niet een formule, die zoo nauwkeurig mogelijk de verkregen waarnemingen weergeeft, b.v. geen interpolatieformule, doch een, welke het verschijnsel met voldoende nauwkeurigheid op de eenvoudigste manier beschrijft.

Welke eischen aan die nauwkeurigheid te stellen zijn dient voor elk concreet geval vastgesteld te worden. Twee wegen staan voor ons open om tot een dergelijke functie te komen, nl. de inductieve en de deductieve methode. De veiligste weg is een combinatie van beide naar de oeroude trias: waarneming, hypothese, verificatie.

De inductieve methode gaat uit van de ervaringsfeiten, dus van gegevens, die bij de experimenteele wetenschappen door proeven verkregen worden, en bij de constateerende wetenschappen door een of meer reeksen waarnemingen.

De ervaringsfeiten worden in een statistiek vastgelegd en men tracht op te sporen wat wezenlijk en wat bijkomstig is.

Het gebruik van deze methode is algemeen verbreid en leidt met min

of meer succes tot wetenschap [1]).
In de praktijk eindigt de toepassing van de inductieve methode meestal in het produceeren van een graphische voorstelling, soms ook van een experimenteele formule, b.v. $y = a + bx + cx^2 + dx^3$, nooit echter van een theoretische formule. Het verschil tusschen beide formules is dit, dat de experimenteele formule uitsluitend en alleen op de inductieve methode berust, terwijl de theoretische formule „afgeleid" is door deductie en met behulp van de inductieve methode is geverifiëerd.
De experimenteele formule is de formuleering van een kromme getrokken door een graphische voorstelling, die een eventueel uit de vrije hand getrokken kromme nabij komt. Deze is voor de praktijk vaak voldoende.
De deductieve methode is meer van synthetischen aard, terwijl de inductieve methode van analytischen aard is. Immers bij deductie gaat men uit van beredeneerde, algemeene, abstracte gegevens, om te komen tot de meer bijzondere [2]).
Om tot een functie te komen, volgens welke het arithmetisch gemiddelde der arbeidspraestaties waarschijnlijk variëert, voeren wij eenige min of meer abstracte begrippen in, zooals in de natuurwetenschappen gebruikelijk is, om een theoretische formule af te leiden. Deze begrippen zijn:

1. *Eenheid van arbeidsmoeite.*
Het is duidelijk dat, wanneer een groep oogsters, bestaande uit n leden, met oogsten begint, niet ieder lid van de groep in staat, of zelfs van plan is, evenveel moeite aan het werk te besteden. De variabiliteit in de arbeidspraestaties der leden van de groep ontstaat, hetzij vrijwillig of onvrijwillig, door het verschil in bestede arbeidsmoeite, aangenomen natuurlijk, dat voor ieder lid de omstandigheden, waaronder de arbeid verricht wordt, volkomen gelijk zijn. Onder volkomen gelijke omstandigheden zal het arbeidsresultaat van de leden van de groep zich precies verhouden als de door de leden van de groep aangewende

[1]) Philosophisch gesproken komt men tot wetenschap, indien de studie leidt tot kennis van oorzaken. Natuurwetenschappelijk gesproken, indien de volgende gang van onderzoek is toegepast:
1e kennisname van de feiten,
2e opsporing en vastlegging van een zekere regelmaat in die feiten,
3e verdere bestudeering van de bijzondere afwijkingen.
Wij houden ons aan de natuurwetenschappelijke opvatting.
[2]) Abstractie in eigenlijken zin is het zich denken van een ding met voorbijzien van al zijn individueele, afzonderlijke eigenheden.

arbeidsmoeite. Als eenheid van arbeidsmoeite nemen wij die inspanning, die iemand zich getroosten moet, om het gemiddelde resultaat te bereiken van de verschillende arbeiders der groep gedurende een oogstrondgang. Gaan dus onder gelijke omstandigheden n oogsters aan het werk en is het resultaat van de arbeidspraestaties $y_1, y_2, \ldots, y_n$, en komt hiermede overeen de arbeidsmoeite $p_1, p_2, \ldots p_n$, dan definieeren wij als eenheid van arbeidsmoeite het arithmetisch gemiddelde van $p_1, \ldots, p_n$, dus:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}{n}.$$

Wij kunnen nu ook spreken van een „gemiddelden" arbeider, hetgeen dan beteekent: een arbeider, die door een gemiddelde inspanning een gemiddeld arbeidsresultaat bereikt [1]).

2. *Arbeidsmiddelpunt.*

Wij hebben steeds gesproken van „onder gelijke omstandigheden", hetgeen in de praktijk een zeer zware eisch is, en men kan zich al heel moeilijk voorstellen, dat daaraan zelfs bij benadering voldaan kan worden.

Veel eenvoudiger wordt deze kwestie door invoering van, wat wij willen noemen, het arbeidsmiddelpunt van een bepaald stuk aanplant, hetzij blok of afdeeling.

Wij stellen ons dat als volgt voor: Om een bepaalde rij palmen te oogsten is een zekere hoeveelheid arbeidsmoeite noodig. Wij kunnen ons nu in elke rij een palm voorstellen, die van zoodanige hoogte en zoodanig in de rij gelegen is, dat de arbeidsmoeite, noodig om dezen palm te oogsten, even groot is als de arbeidsmoeite, noodig voor het oogsten van de geheele rij.

Dit doorvoerende voor elke rij, krijgen wij aan beide zijden van de secundaire baan een reeks palmen, één in iedere rij.

Om deze reeks palmen te oogsten is evenveel arbeidsmoeite noodig, als om de gezamenlijke rijen aan die zijden van de secundaire baan te oogsten.

Welnu, in plaats van deze reeks kunnen wij ons weer een palm voorstellen, die evenveel arbeidsmoeite eischt om geoogst te worden als de geheele reeks.

---

[1]) Ook VAN GENECHTEN gebruikt het begrip arbeidsmoeite, doch in een andere beteekenis. VAN GENECHTEN neemt als eenheid van arbeidsmoeite een inspanning van een intensiteit als iemand van nature bij het begin van zijn werk zich getroost, voortgezet gedurende een bepaalden, korten tijdsduur.

Wij houden dus aan beide zijden van de baan één palm over, zoodanig gelegen en van zoodanige hoogte, dat het oogsten van dezen palm, of van alle palmen aan die zijde van de baan, evenveel arbeidsmoeite kost.
Dit complex palm en punt, waarop die palm gelegen is, noemen wij arbeidsmiddelpunt.
Er is hier, tot op zekere hoogte, een analogie met het zwaartepunt of massamiddelpunt in de natuurkunde.
Wij laten nu een gemiddelden arbeider een palm oogsten, die in het arbeidsmiddelpunt van een bepaald terrein staat. Wat is nu de te verwachten arbeidspraestatie van dezen arbeider? Het eenige, wat nog aan dien palm veranderen kan, is de productie.
Wij stellen deze productie $= x$ per ha. De praestatie in kg tros als arbeidsresultaat stellen wij $= y$.
Bij een productie $x = 0$ zal die arbeider geen arbeidspraestatie in kg tros kunnen leveren, omdat er niets te oogsten is, dus: $x = 0$ dan is $y = 0$.
Laten wij nu de productie tot in het oneindige stijgen, dus tusschen $x = 0$ en $x = \infty$, dan is te verwachten, dat met een stijging van x ook een stijging van y gepaard gaat. Deze stijging kan niet lineair zijn, want dan zou voor $x \to \infty$ ook $y \to \infty$ zijn.
Aan $y \to \infty$ kan niet voldaan worden, omdat de totale arbeidsmoeite van nature begrensd is.
Indien de stijging niet door een rechte lijn voorgesteld kan worden, en toch bestaat, dan is die stijging voor te stellen door een kromme lijn.

Wat is van deze kromme lijn te verwachten?

1e Er is een grenswaarde voor y, dus is er een asymptoot ($y =$ const.).

2e Zij gaat door den oorsprong, want $x = 0$ geeft $y = 0$.

3e Zij nadert steeds meer en meer die grenswaarde, want er is geen productiestijging denkbaar, die een arbeidsdaling ten gevolge heeft. Het is dus een vloeiend verloopende stijgende lijn (continu).

4e Er is ook geen productie denkbaar, zoodanig, dat bij een toename van de productie geen stijging van de praestatie meer te verwachten is. Er is dus geen maximum bij een eindige waarde van x.

5e Slechts bij de productie $x = \infty$ is geen toename van de praestatie meer denkbaar, dus bij de productie $x = \infty$ is de grenswaarde bereikt.

In de wiskunde noemt men een lijn, die aan deze voorwaarden voldoet een asymptotisch stijgende lijn, hetgeen evenwel nog niets zegt omtrent de formule der lijn.

Wij kunnen nu ook nog de arbeidspraestatie uitdrukken in een andere maat, nl. de geoogste oppervlakte, dus aantal geoogste hectaren per arbeider.

Arbeidspraestatie, uitgedrukt in arbeiders per hectare. Wij kunnen vragen: Hoeveel arbeiders z met de eenheid van arbeidsmoeite $\bar{p}$ hebben wij noodig om den palm in het arbeidsmiddelpunt te oogsten bij een productie tusschen $x = 0$ en $x \to \infty$.

1e Bij de productie $x = 0$ zullen de arbeiders in elk geval arbeid moeten verrichten, want zij moeten zich, door afloopen van het terrein, vergewissen, of er iets te oogsten is of niet; dus ook bij de productie $x = 0$ is een zeker aantal arbeiders, stel q, noodig.

$$x = 0 \text{ geeft } z = q.$$

2e Is er wel oogst en deze stijgt tot $x \to \infty$, dan moet ook $z \to \infty$ zijn, want oneindig gedeeld door een eindig getal — immers de arbeidsmoeite is begrensd — blijft oneindig.

$$\text{dus } x \to \infty \text{ geeft } z \to \infty.$$

3e Alle arbeiders bezitten de eenheid van arbeidsmoeite (wij gebruiken dus slechts deelen of veelvouden van gemiddelde arbeiders). Er is dus bij een stijging van de productie tusschen $x = 0$ en $x \to \infty$ een toename van het aantal arbeiders z evenredig met de productie per ha x.

Noemen wij den hierbij optredenden evenredigheidsfactor k, dan krijgen wij voor de betrekking tusschen het aantal arbeiders en de productie

$$z = kx + q.$$

Wij hebben nu met onze abstracte begrippen de arbeidspraestatie op twee wijzen beschreven:

1. arbeidspraestatie in kg tros als een asymptotisch stijgende lijn;
2. arbeidspraestatie in aantal arbeiders als een lineaire functie.

x is productie per ha, y is praestatie in kg tros, z aantal arbeiders per ha. Welnu:

$$\frac{x}{y} = z \quad \text{of} \quad y = \frac{x}{z} = \frac{x}{kx + q}$$

Vervormen wij deze vergelijking door invoering van de limietwaarde voor $x \to \infty$, nl.: $\frac{1}{k} = G$, dan krijgen wij

$$y = \frac{Gx}{x+qG}.$$

Een andere redeneering, die wellicht overtuigender is, leidt tot hetzelfde resultaat. De totale arbeidsmoeite P kunnen wij over 4 phasen verdeeld denken:

a. de arbeidsmoeite, noodig om zich naar den palm in het arbeidsmiddelpunt te begeven,
b. de arbeidsmoeite, noodig om de trossen van dien palm te kappen,
c. de arbeidsmoeite, noodig om de trossen naar de secundaire baan te dragen,
d. de arbeidsmoeite, noodig om de trossen in lorries te laden.

De arbeidspraestatie bij de eenheid van productie per ha, dus bij $x = 1$, is dan:

$$y_1 = \frac{1.P}{a_1 + b_1 + c_1 + d_1}.$$

Laten wij nu de productie toenemen, stel x kg per ha, dan verandert de arbeidsmoeite a niet, doch wel worden $b \to x\,b_1$, $c \to x\,c_1$, $d \to x\,d_1$. Wij krijgen dan:

$$y_x = \frac{xP}{a_1 + x(b_1 + c_1 + d_1)}.$$

Deze vergelijking kunnen wij omwerken tot:

$$y_x = \frac{x\dfrac{P}{b_1 + c_1 + d_1}}{\dfrac{a_1}{P}.\dfrac{P}{b_1 + c_1 + d_1} + x}.$$

Stel:

$$\frac{P}{b_1 + c_1 + d_1} = G \quad \text{en} \quad \frac{a_1}{P} = q,$$

dan krijgen wij:

$$y_x = \frac{Gx}{x + qG}.$$

c bevat misschien nog een constant stuk; dit voegt zich bij a; steeds zullen wij krijgen:

$$y_x = \frac{x(\ldots)}{a_1 + x(\ldots)}.$$

Wij komen dus steeds op deze gebroken lineaire functie, en deze is continu (vloeiend verloopend) in elk interval, waarin geen waarde van x ligt waarvoor de noemer 0 wordt.
Naast de betrekking, gevonden voor het aantal arbeiders $z = kx + q$ is de vergelijking $y_x = \frac{Gx}{x + qG}$ de meest eenvoudige vorm, waarin de betrekking tusschen arbeidspraestaties in kg tros en productie per ha kan uitgedrukt worden.
In de praktijk kan het van nut zijn de zaak iets gecompliceerder op te zetten, naar gelang van den aard van het vraagstuk, dat opgelost moet worden.

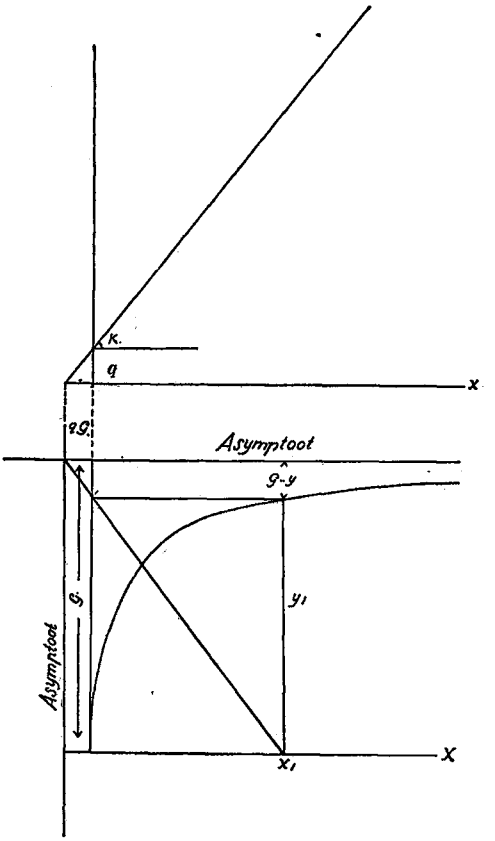


Fig. 3
Geometrische voorstelling van de gevonden betrekkingen

Wij hebben:

$$y_x = \frac{Gx}{x + qG}, \text{ of}$$

$$xy - Gx + qGy = 0.$$

Deze vergelijking is van den tweeden graad.
De algemeene vergelijking van den tweeden graad is

$$a_{11}x^2 + 2\,a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2\,a_{13}x + 2\,a_{23}y + a_{33} = 0$$

$$xy \quad - \quad Gx \quad + qGy \quad = 0.$$

Derhalve:

$a_{11} = 0$; $a_{12} = \frac{1}{2}$; $a_{22} = 0$; $a_{13} \neq \frac{1}{2}\,G$; $a_{23} = \frac{1}{2}\,qG$; $a_{33} = 0$.
De discriminant:

$$a_{12}^2 - a_{11}\,a_{22} = \tfrac{1}{4} - 0 = \tfrac{1}{4}$$

is grooter dan nul; de lijn is dus een hyperbool.

$$a_{11} + a_{22} = 0 + 0 = 0;$$

derhalve is de hyperbool orthogonaal.
Bepaling der asymptoten:

$$y = \frac{Gx}{x + qG} \quad \text{of} \quad x = \frac{qGy}{G - y}.$$

De vergelijkingen der asymptoten zijn dan:

$$x = -qG \quad \text{en} \quad y = G.$$

HOOFDSTUK IV

BEWERKINGEN DER WAARNEMINGEN

De door redeneering afgeleide betrekkingen $z = kx + q$ en $y = \frac{Gx}{x + qG}$ moeten, willen zij voor de praktijk waarde hebben, ook met voldoende nauwkeurigheid de door de praktijk geleverde waarnemingen beschrijven. Het is daarom noodig de beide betrekkingen aan de in de statistiek neergelegde waarnemingen te toetsen. Wellicht is het nuttig eenige opmerkingen te maken over:

1. de statistiek,
2. de wiskundige statistiek,
3. de vereffening.

Het kan niet in de bedoeling liggen hier te reproduceeren, wat in tal van hand- en leerboeken te vinden is, zoowel over de statistiek zelf, als de wiskundige behandeling ervan.

1. *De statistiek.*

Bij de administratie der cultuurondernemingen is doorgaans het hoofddoel een goed overzicht te krijgen over de grootte en de verdeeling der uitgegeven gelden.
Uit dergelijke gegevens, in statistieken verwerkt, is het niet steeds mogelijk, conclusies te trekken over de „efficiency" van het bedrijf.
Immers, deze gebruikelijke statistieken, welke op vaste, vooraf bepaalde perioden, b.v. een maand, betrekking hebben, bevatten vaak combinaties van getallen, welke niet tot dezelfde categorie behooren en dus niet direct met elkaar vergelijkbaar zijn.
Bijvoorbeeld, indien, zooals gebruikelijk is, de oogstadministratie maandelijks de hoeveelheid der aan oogsters betaalde dagloonen weergeeft, tevens de door dit aantal oogsters binnengebrachte hoeveelheid tros, dan kan men daaruit een oordeel vormen over de oogstkosten van de eenheid, b.v. een ton tros.
Doch gaat men nu de oogstkosten van de eene afdeeling met die van

een andere, of nog erger, die van de eene onderneming met die van een andere, vergelijken, dan kan men wel tot de conclusie komen, dat de eene duurder is dan de andere, doch een oordeel over de arbeidspraestaties der oogsters kan niet uit een dergelijke statistiek gevormd worden.
Elke statistiek is opgesteld met een bepaald doel, en daarom niet voor alles en nog wat te gebruiken.
Wil men een statistiek hebben ten einde een oordeel te verkrijgen over de arbeidspraestaties der oogsters, dan moet deze van begin af zoodanig opgezet worden, dat de elementen daarvan, d.w.z. de parameters der betrekkingen, die tusschen de beschouwde veranderlijken gelden (bijv. die van het vorige hoofdstuk), daarin tot volledige uiting komen.
Wij krijgen dus niet de trias: waarneming, hypothese, verificatie, doch het viertal (de tetras): waarneming, hypothese, statistiek, verificatie.
Een andere opmerking is wellicht niet overbodig.
Wanneer men een onderzoek instelt naar de betrekking tusschen de arbeidspraestatie en de productie per ha, dan dient er ook voor gezorgd te worden, dat de factor tijd, de werktijd per dag, overal en altijd constant is. Wordt tusschen het onderzoek door nog van de oogsters geëischt, dat zij per dag, ongeacht den werktijd, een zekere hoeveelheid tros binnenbrengen, dan vindt men een sterkere correlatie tusschen arbeidspraestatie en trosgewicht, dan tusschen arbeidspraestatie en productie per ha, doch de arbeidstijd blijkt bij hooge oogsten korter te zijn geweest dan bij lage oogsten.
Deze voorbeelden toonen aan, dat voor het inrichten van een doelmatige administratie, met het oog op bedrijfs-economische statistieken, vooral kennis van het te bestudeeren werk zelf noodig is.
Dat verder zulke statistieken moeten voldoen aan de eischen, die aan elke goede statistiek moeten gesteld worden, spreekt wel vanzelf.
In het kort zijn deze eischen: juistheid, volledigheid en nauwkeurigheid.
Met de juistheid is bedoeld de objectiviteit; de statistiek moet feiten vermelden; vooroordeel of een vooropgezet streven, iets te willen bewijzen, mag er natuurlijk niet in verborgen liggen.
De nauwkeurigheid vraagt, dat de statistiek is samengesteld aan de hand van een zoo scherp mogelijke analyse van het te onderzoeken object, dus dat de factoren, welke aan het totstandkomen van het verschijnsel hebben medegewerkt, zoo volledig en duidelijk mogelijk zijn geanalyseerd, alvorens tot het samenstellen van de statistiek is overgegaan.

Het spreekt wel vanzelf, dat een juiste deductie iets anders is dan een gewoon vooroordeel of een opinie.
Onder volledigheid hebben wij te verstaan, dat het onderwerp, zoowel kwalitatief als kwantitatief, van alle zijden beschouwd is. Weliswaar is het soms noodig de verschijnselen partieel te bestudeeren; de conclusie mag dan echter ook slechts op het bestudeerde gedeelte betrekking hebben.
Wanneer wij dus een onderzoek instellen naar de betrekking tusschen de arbeidspraestaties en de productie per ha, dan mogen wij uit die gevonden betrekking uiteraard geen conclusie trekken omtrent de beste, d.i. de meest economische wijze van oogsten.
Niet in acht nemen van deze eischen, aan een goede statistiek gesteld, kan oorzaak zijn van het bekende „l'art de grouper les chiffres".
Wij voegen hierbij een deel van de tuinadministratie, die o.i. aan de genoemde algemeene regels voldoet.
Alle exacte gegevens, welke over het oogsten verzameld kunnen worden, zijn er in opgenomen. Van belang zijn hier de samenvattingen per rondgang, dus telkens nadat een oppervlakte van 774 ha geoogst is.
Wij vinden dan b.v. in den rondgang van 25/4 tot 3/5:

Opbrengst totaal	76090 kg tros
Opbrengst per ha	98 kg „
Aantal dagloonen	171
Praestatie per dagloon . . .	445 kg tros
Praestatie per dagloon . . .	4,53 ha

In de notatie der in 't vorige hoofdstuk afgeleide betrekkingen overgebracht, hebben wij:

productie per ha	$x = 98$
praestatie per dagloon . . .	$y = 445$
aantal dagloonen per 1000 ha	$z = 221$

Van principieel belang voor de later te bespreken vereffening is dat wij ons hier goed rekenschap geven van den aard en de grootte der fouten, waarmede deze grootheden x, y, z verontreinigd kunnen zijn. Een bespreking daarvan moge hier volgen. De productie per ha is berekend door het totale gewicht aan oogsttros te deelen door het geoogste oppervlak in ha.
Het totale gewicht oogsttros wordt gewogen op weegbruggen, die onder contrôle van den dienst van het ijkwezen aan zeer hooge eischen moeten voldoen.

Eventueele fouten hebben dus in hoofdzaak hun oorsprong in de onnauwkeurigheid waarmee gewogen wordt. In aanmerking genomen echter de bij 't wegen getroffen voorzorgsmaatregelen, begaan wij geen voor ons doel storende onnauwkeurigheid, indien wij het gewicht als foutvrij beschouwen.
Natuurlijk maakt het eenig verschil uit, of de oogst nat dan wel droog op de weegbrug gewogen wordt. Hierdoor kan het totale gewicht, naar onze waarnemingen, 2–2½% te hoog zijn. Er is derhalve onder bepaalde omstandigheden, en voor speciale doeleinden, aanleiding om voorzichtigheidshalve te vereffenen zoowel in de onderstelling, dat x foutvrij is, als in de onderstelling, dat x door een fout verontreinigd is.
De grootte van een afdeeling is, als constante in alle berekeningen van x, in deze studie niet van belang.
Het aantal arbeiders $z = 221$ is uiteraard een getal, dat vooral met nauwkeurigheid bekend dient te zijn, niet alleen om het feit, dat in de loonstaten slechts dagloonen mogen geboekt worden, die inderdaad ook als zoodanig gebruikt zijn, doch ook om het feit, dat de groep oogsters hooger gewaardeerd wordt dan de ongeschoolde arbeiders en dus ieder een extra loon in den vorm van premie dient te ontvangen, afhankelijk van de individueele praestatie.
Toch is het niet uitgesloten, dat aan de grootheid z een fout kleeft. Het is immers mogelijk, dat gedurende den arbeid een arbeider door ongesteldheid, of om andere redenen, het werk verlaat, waardoor gedeelten van dagtaken voorkomen, en dus de mogelijkheid bestaat, dat de grootheid z niet volkomen nauwkeurig is.
Dus ook t.o.v. deze grootheid dient bij de vereffening hiermede rekening gehouden te worden.
Voor de hand ligt, dat van een middelbare afwijking van de waarnemingen nooit een nauwkeuriger cijfer geëischt mag worden dan de grootte der fouten, die aan x en z kunnen kleven.
Bij waarnemingen als deze, waarbij de gevaren voor storende invloeden legio zijn, zou het zeker van groot belang zijn, indien onregelmatigheden in het bedrijf door den assistent konden weergegeven worden in een verschillend gewichtscijfer, aan de verschillende onderdeelen (rondgangen) toe te kennen.
Door toekenning van afzonderlijk gewicht aan elken rondgang zou de statistiek aan volledigheid winnen. Bij deze studie is daarvan evenwel afgezien, omdat het een te gevaarlijk wapen is, dat slechts door zeer geoefende onderzoekers gehanteerd mag worden. Om vrij te

zijn, hebben wij besloten, alle rondgangen als zijnde van gelijk gewicht te beschouwen.

Op bepaalde afdeelingen kan dit leiden tot een grootere middelbare fout, zonder dat den assistent eenige blaam treft. Wanneer b.v. onverwachts een geweldige oogst aan den palm komt, zonder dat op die afdeeling voldoende geroutineerde arbeiders te werk gesteld kunnen worden, dan is het mogelijk, dat zoo goed of zoo kwaad als het kan, ook lieden meeoogsten, die daarvoor volslagen ongeschikt zijn. Het spreekt vanzelf, dat de oogstpraestaties van het gemiddelde, door deze „reservisten" niet bepaald omhoog gaan. In zulke gevallen zou een gewichtscijfer correctie kunnen aanbrengen.

2. *De wiskundige statistiek.*

Elke bijzondere wetenschap gaat uit van beginselen, die althans in die bijzondere wetenschap niet behoeven bewezen te worden, maar wier zekerheid als gegeven wordt verondersteld, hoewel het mogelijk is, dat de geldigheid van die beginselen onderzocht wordt in een andere speciale wetenschap.

Zoo wordt door ons als gegeven verondersteld, dat de methoden der wiskundige statistiek juist zijn, ofschoon onder wiskundigen heel goed nog verschil van opinie kan bestaan over onderdeelen en begrippen.

Een teere kwestie in de wiskundige statistiek is de vraag over de al of niet toepasselijkheid der wiskundige methoden op een bepaalde statistiek.

Meerdere wiskundigen hebben bepaalde criteria afgeleid, waaraan een bepaald cijfermateriaal moet voldoen, wil men kans van slagen hebben die methoden toe te passen.

Over die criteria is geenszins volledige overeenstemming, weshalve wij er ook geen als voor ons beslissend toepassen.

Het komt ons voor, dat deze criteria van meer belang zijn, indien uitsluitend uit het cijfermateriaal het oordeel over de betrekkingen gevormd wordt, dus bij de zuiver inductieve methode; doch in ons geval, waarbij wij de deductieve methode lieten voorafgaan, hebben deze criteria aan beteekenis verloren, behoudens de grootte van den correlatiecoëfficiënt, zooals later zal blijken.

Wij willen hier vooral op attendeeren, omdat de wiskundige waardeering van arbeidspraestaties in de eerste plaats is: een contrôlemethode.

Wanneer wij a priori wisten, dat de arbeidspraestaties volgens de

gevonden betrekkingen zouden verloopen, dan zou een studie als deze met het theoretische deel afgeloopen zijn. In werkelijkheid echter worden afwijkingen van het theoretisch beloop geconstateerd. Het is nu nog noodig een methode aan de hand te doen, die het ons in concrete gevallen mogelijk maakt te constateeren, of al dan niet en in welke mate aan de te verwachten betrekkingen voldaan wordt.
Er wordt gewerkt met menschen, die in staat zijn door hun vrijen wil en intellect elke betrekking, hoe waarschijnlijk ook, te saboteeren. Wij zoeken juist naar eventueele afwijkingen, die hun ontstaan aan deze factoren te danken hebben, terwijl de zuivere wiskunde deze gevallen wenscht te elimineeren.
Aangezien wij niet mogen verwachten, dat iedere oogster met wiskundige zekerheid dag in dag uit zijn volle honderd procent arbeidskracht en arbeidswil zal geven, moeten wij verwachten, dat in de praktijk niet alle paren x, z aan onze betrekking $z = kx + q$ zullen beantwoorden. Doch hoe nauwkeuriger de paren x, z aan de betrekking zullen voldoen, des te meer bevredigend verloopt de arbeid. Om over de overeenstemming tusschen „theorie en praktijk" een oordeel te kunnen vellen, gaan wij vereffenen.

Toepassing van de wiskundige statistiek.

Wij hadden de betrekkingen gevonden:

$$z = kx + q \text{ en}$$

$$y = \frac{x}{kx + q} = \frac{Gx}{x + qG}$$

$$\text{waarin } G = \frac{1}{k}.$$

De parameters k en G zijn dus reciprook.
Voor de aanpassing van de gevonden betrekkingen aan een bepaald statistisch materiaal is de lineaire de eenvoudigste en voor ons voldoende, weshalve hiermede volstaan zal worden.
Bij een ideaal verloop van het bedrijf en van de arbeidspraestaties der oogsters, verwachten wij de betrekking tusschen x en z zooals die weergegeven wordt door de rechte lijn $z = kx + q$.
In de praktijk is lang niet alles ideaal en daarom verwachten wij afwijkingen van de rechte lijn. Wij willen evenwel in de vergelijking $z = kx + q$ de constanten k en q zoodanig kiezen, dat de lijn met deze gevonden waarden zoo goed mogelijk is aangepast aan de door de statistiek verkregen paren x, z. Wij kunnen dit ook noemen de meest waarschijnlijke lijn door de paren x, z.

Alvorens tot toepassing van formules over te gaan, moeten wij ons rekenschap geven van den aard van het op te lossen vraagstuk.
Wij kunnen dan stellen, of:

1. x en z zijn beide foutvrij, het vraagstuk komt dan hierop neer, dat de paren x, z toevallig niet op de rechte lijn $z = kx + q$ liggen, de rechte lijn $z = kx + q$ is dan een regressielijn, of:

2. x en z zijn beide door fouten verontreinigd, de x-waarden schommelen dus om een juiste waarde x, en de z-waarden schommelen om een juiste waarde z, zoodat alle waarnemingen te beschouwen zijn als verontreinigingen van een waar punt x, z. In dit geval hebben wij een vraagstuk van correlatie, of:

3. een der beide grootheden x of z is door een fout verontreinigd.

Deze drie mogelijkheden eischen ieder een speciale wiskundige behandeling.
Met welke van de drie gevallen wij nu te maken hebben, hangt af van datgene, wat wij uit het gegeven cijfermateriaal willen opsporen.
Wij kunnen stellen, of:

1. x en z zijn foutvrij, met dien verstande, dat er geen aanleiding bestaat te twijfelen aan het absolute getal door de statistiek voor x en z geleverd.
Dat wil evenwel nog niet zeggen, dat de paren x, z storingsvrij zijn; immers waren deze paren x, z geheel fout- èn storingsvrij, dan moesten zij zonder meer op de rechte lijn $z = kx + q$ liggen.
De storingen, welke in z optreden, zijn te verklaren door het feit, dat niet met een groep arbeiders gewerkt wordt, waarvan alle leden voldoen aan de veronderstelling, aangenomen bij de afleiding van de betrekking $z = kx + q$. Wij namen daar aan, dat een gemiddelde arbeider oogste, terwijl in werkelijkheid de leden van de groep om dat gemiddelde schommelen. Het is nu mogelijk, dat de arbeidsmoeite grooter of kleiner is dan de aangenomen eenheid, met het gevolg, dat z meerdere waarden kan aannemen bij een en dezelfde x-waarde.
z kan dus schommelen op de ordinaat, deze schommeling staat in geen enkel verband met x; van correlatie is in dit geval dus geen sprake, doch wel van regressie.
In dit geval liggen de paren x, z niet op de rechte lijn $z = kx + q$ omdat in z storingen kunnen optreden, welke onafhankelijk zijn van x.

2. Anders is dit gesteld indien wij aannemen, dat er een ideaal paar $\hat{x}$, $\hat{z}$ bestaat, waarvan de empirische paren x_i, z_i min of meer zuivere benaderingen zijn.
De x-waarden schommelen op de x-as om een ware waarde $\hat{x}$, en de z-waarden om een ware waarde $\hat{z}$. x schommelt in horizontale en z in verticale richting, doch min of meer aan elkaar verbonden. Uitgaande van de eenvoudigste onderstellingen (lineaire correlatie) vindt men, dat de empirische paren x_i, z_i in ellipsen van gelijke waarschijnlijkheid om het ideale paar $\hat{x}$, $\hat{z}$ verspreid liggen.
Zijn er verschillende paren x_i, z_i met verschillende ware toestanden $\hat{x}_i$, $\hat{z}_i$, welke dan voldoen aan de ideale betrekking $\hat{z}_i = \hat{k}\hat{x}_i + \hat{q}$, dan geschiedt bij gelijke onzekerheid van x en z de vereffening door te verlangen, dat de som van de kwadraten van de loodrechte afstanden tot de oplossingslijn minimum is. De oplossingslijn valt dan samen met de groote as van de correlatie-ellipsen.

3. Een der beide grootheden x of z is door een fout verontreinigd, met dien verstande, dat een der getallen uit de statistiek, hetzij x of z op een of andere wijze onzeker is geworden. Wij maken dus onderscheid tusschen fout en storing. Van fout spreken wij indien wij twijfelen aan het absolute getal, hetzij voor x of voor z. Van storing spreken wij indien wij niet twijfelen aan het absolute getal voor x of z, doch dan nog medewerkende factoren aannemen, welke niet in beschouwing zijn genomen bij de opstelling van de betrekking $z = kx + q$.
Wij wijzen hier slechts op de mogelijkheden 2 en 3, om een indruk te geven, van hoe groote practische waarde het is, betrekkingen als hier behandeld te kennen. Voor de oplossing van zulke vraagstukken kan verwezen worden naar de litteratuur (zie b.v. VAN UVEN, Hoofdstuk IX).
Het meest belangrijke is vraagstuk 1, omdat dit leidt tot een rationeel loonsysteem en verder de grondslag behoort te zijn voor de beoordeeling van proeven met het oog op de beste oogstmethode. Dat is die methode, die met de minste inspanning, dus met de minste arbeidsmoeite, het meeste resultaat heeft.

3. *Vereffening.*

Berekening van de factoren k en q.

Wij doen dit aan de hand van een voorbeeld, een willekeurige greep

van 25 rondgangen op afdeeling 6 in het jaar 1933.
Als voorbeeld geven wij slechts een greep.

Geval 1.

x en z zijn beide foutvrij, doch niet storingsvrij; de paren x en z liggen om toevallige redenen niet op de lijn $z = kx + q$.
De paren x, z zijn te vinden in bijgevoegde statistiek:

$$x = 56 \qquad z = 193$$
$$82 \qquad 191 \text{ enz.}$$

Zetten wij deze x, z paren in een rechthoekig coördinaten-systeem uit, dan zien wij, dat de paren niet op een rechte lijn liggen, doch dat deze paren wel om een rechte lijn schommelen.
De vraag is nu de meest waarschijnlijke lijn $z = kx + q$ door de punten heen te trekken.
Wanneer wij de betrekking $z = kx + q$ hebben, dan kunnen wij deze ook naar x oplossen:

$$\cancel{kx + q = z} \qquad kx = z - q$$
$$x = \frac{z}{k} - \frac{q}{k}.$$

stellen wij $j = \frac{1}{k}$ en $p = -\frac{q}{k}$, dan krijgen wij

$$x = jz + p.$$

In de eene betrekking beschouwen wij x als foutvrij, en in de andere z als foutvrij. Beide lijnen, die gelijkwaardige inlichtingen verschaffen, vallen niet samen.
De waarschijnlijkste betrekking tusschen x en z wordt geleverd door de lijn, welke samenvalt met de groote as van de correlatie-ellipsen, die steeds tusschen de twee zgn. regressie-lijnen in ligt.
Hoe dichter nu de correlatiecoëfficiënt bij 1 ligt, des te dichter liggen de beide lijnen bij elkaar.
In ons voorbeeld ligt de correlatiecoëfficiënt al zeer dicht bij 1, nl. 0,999 met het gevolg, dat wij zonder een ernstige fout te maken de regressielijn $z = kx + q$ kunnen vereffenen met de methode der kleinste kwadraten.
Er kunnen zich gevallen in de praktijk voordoen, waar de correlatiecoëfficiënt niet zoo dicht bij 1 ligt; de methode der kleinste kwadraten geeft dan niet de meest waarschijnlijke lijn, doch dit is nu de lijn door de groote as der correlatie-ellipsen.
Het criterium voor de keuze der te volgen methode van vereffening is de correlatiecoëfficiënt.

1. Vereffening volgens de methode der kleinste kwadraten.
In tal van hand-leerboeken is deze methode te vinden. Om meer in de gebruikelijke notatie dezer boeken te komen, schrijven wij voor

$$z = kx + q$$

de betrekking

$$L = aA + bB,$$

waarin

$$L \to z, \quad a \to 1, \quad A \to q, \quad b \to x, \quad B \to k.$$

Principe: zij l de ordinaat van het gevonden punt bij een zekere b, en L de ordinaat van het punt op de regressielijn, behoorende bij diezelfde b, dan verlangt men

$$[(l - L)^2] \text{ minimum.}$$

Hieruit leidt men af de zgn. normaalvergelijkingen:

$$[aa]A + [ab]B = [al]$$
$$[ab]A + [bb]B = [bl].$$

Uit deze twee vergelijkingen zijn A en B op te lossen.
De *oplossingen* zullen aangeduid worden met A_0 en B_0.
Deze methode is verder uitgewerkt om te komen tot:

a. contrôle-vergelijkingen,
b. de middelbare fout in l,
c. de middelbare fout in A_0 en B_0,
d. de correlatiecoëfficiënt,
e. de correlatieverhouding.

a. de contrôle-vergelijkingen.
Zij $a + b - l = -s$, dan mag men schrijven

$$[aa] + [ab] - [al] = -[as];$$

vervolgens worden de vergelijkingen gereduceerd, en in de notatie van Gausz geschreven, b.v.:

$$[aa.1] = [aa] - \frac{[ab][ab]}{[bb]} \qquad [bb.1]' = [bb] - \frac{[ab][ab]}{[aa]} \qquad \text{enz.}$$

b. de middelbare fout in l.

$$m_l = \sqrt{\frac{[(l-L)^2]}{n-2}} = \sqrt{\frac{[ll] - A_0[al] - B_0[bl]}{n-2}}.$$

c. de middelbare fout in A_0 en B_0.

$$m_{A_0} = \sqrt{\frac{m_l^2}{[aa.1]}}; \qquad m_{B_0} = \sqrt{\frac{m_l^2}{[bb.1]'}}.$$

In onze statistiek heeft de vergelijking $L = aA + bB$ betrekking op een oppervlakte van 1000 ha.

Voor de betrekkingen $y = \frac{Gx}{x + qG}$ en $z = kx + q$ moeten de fouten in A_0 en B_0 dan gecorrigeerd worden volgens de voortplantingswet der fouten.

Wij krijgen:

$$m_q = \frac{m_{A_0}}{1000}; \quad m_k = \frac{m_{B_0}}{1000}; \quad m_G = \frac{1000\, m_{B_0}}{B_0^2}; \quad m_{qG} = \sqrt{G^2 m_q^2 + q^2 m_G^2}.$$

d. de correlatiecoëfficiënt.

$$r = \frac{[bl] - n\, m_l m_b}{n \sqrt{\frac{[bb]}{n} - m_b^2}\ \sqrt{\frac{[ll]}{n} - m_l^2}},$$

of na herleiding:

$$r = \frac{[bl] - [aa] \frac{[ab]\,[al]}{[aa]\,[aa]}}{[aa] \sqrt{\frac{[bb]}{[aa]} - \frac{[ab]\,[ab]}{[aa]\,[aa]}}\ \sqrt{\frac{[ll]}{[aa]} - \frac{[al]\,[al]}{[aa]\,[aa]}}},$$

of in gereduceerde notatie:

$$r = \frac{[bl.1]'}{\sqrt{[bb.1]'\ [ll.1]'}}.$$

e. de correlatieverhouding.

Een andere maat voor den stochastischen samenhang is de correlatieverhouding. De afwijkingen van een waarneming l_k van de door vereffening verkregen regressielijn kan voorgesteld worden door:

$$v_k = l_k - L_k = l_k - a_k A_0 - b_k B_0;$$

de som der kwadraten dezer afwijkingen door:

$$[vv] = [ll] - A_0\,[al] - B_0\,[bl].$$

De afwijking van een waarneming l_k van het arithmetisch gemiddelde $\bar{l}$ kan voorgesteld worden door:

$$V_k = l_k - \bar{l};$$

de som der kwadraten van deze afwijkingen door:

$$[VV] = [ll] - \frac{[al]\,[al]}{[aa]} = [ll.1]';$$

de verhouding tusschen de som der afwijkingen van de regressielijn

en de som der afwijkingen van het arithmetisch gemiddelde is dan

$$\frac{[vv]}{[VV]} = \frac{[ll] - A_0\,[al] - B_0\,[bl]}{[ll.1]'}.$$

Is nu in een bepaald geval $[vv] = 0$, dan liggen alle waarnemingen op de regressielijn, en is derhalve de volkomen aanpassing bereikt.
Is daarentegen $[vv] = [VV]$, dan hebben wij met de regressielijn geen nauwkeuriger schatting bereikt dan met het arithmetisch gemiddelde. Deelen wij nu $[vv]$ door $[VV]$ en trekken deze verhouding af van 1, dan hebben wij als het ware een maat, die men krijgt door de verbetering van de regressielijn in plaats van het arithmetisch gemiddelde van l als norm te kiezen.
De correlatieverhouding R is nu gedefinieerd door:

$$R = \sqrt{1 - \frac{[vv]}{[VV]}}$$

Met deze gegevens hebben wij nu een volledig rekenschema vastgesteld, zoodat niet wiskundig geschoolde krachten toch de noodige calculaties, met behulp van rekenmachines, kunnen uitvoeren. Zie bijlage.

2. Is de correlatiecoëfficiënt niet zeer dicht bij 1 gelegen, dan mag men de betrekking tusschen x en z niet zonder meer met de gebruikte methode der kleinste kwadraten vereffenen, doch men dient dan de groote as van de correlatie-ellipsen te zoeken, welke ligt tusschen de regressielijnen

$$z = kx + q \quad \text{en}$$
$$x = jz + p.$$

Wederom stellen wij:

$$z \to L, \quad q \to A, \quad x \to b, \quad k \to B \quad \text{en} \quad a \to 1;$$

zij nu

$$b - \bar{b} = \beta \quad \text{en} \quad l - \bar{l} = \lambda,$$

waarin

$$\bar{b} = \frac{[b]}{n} = \frac{[ab]}{[aa]}$$

$$\bar{l} = \frac{[l]}{n} = \frac{[al]}{[aa]},$$

dan is

$$[\beta\beta] = [(b-\bar{b})^2] = [bb] - 2\bar{b}[b] + n\bar{b}^2 \qquad [\lambda\lambda] = [ll.1]'$$

$$= [bb] - 2n\bar{b} + n\bar{b}^2 \qquad [\beta\lambda] = [bl.1]'$$

$$= [bb] - n\bar{b}^2$$

$$= [bb] - \frac{[ab]\ [ab]}{[aa]}$$

$$= [bb.1]'.$$

Zij φ de hoek, dien de groote as van de correlatie-ellipsen met de x-as maakt, dan geldt:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2[\beta\lambda]}{[\beta\beta]-[\lambda\lambda]}$$

$$= \frac{2[bl.1]'}{[bb.1]'-[ll.1]'},$$

waarbij

$$\frac{\sin 2\varphi}{[\beta\lambda]} > 0 \quad \text{en} \quad \frac{\cos 2\varphi}{[\beta\beta]-[\lambda\lambda]} > 0;$$

toegepast op ons geval:

$$\frac{2[bl.1]'}{[bb.1]'-[ll.1]'} = \frac{2.1170167}{923195-1486837} = \frac{+2340334}{-563642} = -4.15216$$

hieruit volgt:

$$\begin{aligned} 2\varphi &= 180° - 76°27'32'' \\ &= 103°32'28'' \\ \varphi &= 51°46'14'' \\ \operatorname{tg}\varphi &= 1{,}26944. \end{aligned}$$

3. Volgens een derde methode kan k met dezelfde gegevens vlug als volgt worden benaderd.
De onzekerheid van x wordt gemeten door:

$$m_x = m_b = \sqrt{\frac{[(b-\bar{b})^2]}{n-2}} = \sqrt{\frac{[bb.1]'}{n-2}}$$

De onzekerheid van z wordt gemeten door:

$$m_z = m_l = \sqrt{\frac{[(l-\bar{l})^2]}{n-2}} = \sqrt{\frac{[ll.1]'}{n-2}}$$

Hun verhouding is dus:

$$\frac{\sqrt{[bb.1]'}}{\sqrt{[ll.1]'}} = \frac{\sqrt{923195}}{\sqrt{1486837}} = \frac{1}{1{,}26902}$$

Deelt men dus alle grootheden l door 1,26902, dan worden b en l *even* onzeker. De correlatie-ellipsen van b en $l' = \frac{l}{1{,}26902}$ krijgen dan een groote as, welke 45° maakt met de x-as (b-as).
Haar vergelijking is dus:

$$l' - \bar{l}' = b - \bar{b} \quad \text{of} \quad l' = b + \bar{l}' - \bar{b}, \quad \text{of}$$

$$\frac{l}{1{,}26902} = b + \frac{\bar{l}}{1{,}26902} - \bar{b} \quad \text{of}$$

$$l = 1{,}26902\, b + (\bar{l} - 1{,}26902\, \bar{b}),$$

waaruit in de waarschijnlijkste betrekking tusschen l en b voor de richtingsconstante volgt 1,26902, welk bedrag weer praktisch gelijk is aan de met beide voorafgaande methoden gevonden B_0 resp. k.

HOOFDSTUK V

ARBEIDSLOON

In de praktijk heeft men de keuze tusschen drie loonsystemen: het tijdloon, het stukloon en het premieloon.

Bij het *tijdloon* wordt een wissel getrokken op het plichtsbesef van de arbeiders. Er wordt verondersteld, dat ieder naar beste krachten den tijd zal besteden. Om zich hiervan te vergewissen, worden vaak personen aangesteld, die toezien, dat de arbeiders zoo veel en zoo goed mogelijk werk verrichten.

Nadeel van dit systeem is, dat er òf heelemaal geen toezicht op ijver en praestaties der arbeiders is, òf het oordeel er over overgelaten wordt aan enkele personen, die over een bepaalden arbeider een min of meer subjectieve waardeering uitspreken met de voor- en nadeelen daaraan verbonden. Vooral in het Oosten zijn de nadeelen van de subjectieve waardeering van personen onderling nog al groot.

Bij het *stukloon* gaat men uit van het zgn. praestatiebeginsel. Men redeneert: Er heeft ruil plaats tusschen loon eenerzijds en arbeidspraestatie anderzijds. Er moet nu aequivalentie bestaan tusschen praestatie en contra-praestatie, derhalve is de meest juiste loonregeling die, welke berust op gepraesteerden arbeid.

Deze redeneering is volkomen juist en billijk, mits men overtuigd is, dat de arbeidspraestatie van ieder lid van de groep onder gelijke omstandigheden geschiedt. Immers, de arbeidspraestaties y kunnen wij ons voorstellen als een functie van de omstandigheden O en de arbeidsmoeite P:

$$y = f(P, O).$$

Stellen wij de omstandigheden O gelijk, dan is de arbeidspraestatie y een functie van de bestede arbeidsmoeite alleen, dus:

$$y = \varphi(P).$$

Op deze laatste redeneering berust de billijkheid van het praestatiebeginsel. In de praktijk is een arbeider in vasten dienst gehouden den arbeid te verrichten, die hem wordt opgedragen. Ook dan zal hij

den arbeid moeten uitvoeren, wanneer men van te voren weet, dat de arbeider de omstandigheden niet kent, dus onmogelijk een subjectief oordeel kan vormen over een te bedingen prijs.
Het is de werkgever, die een onderzoek heeft in te stellen naar den factor omstandigheden, waaronder de arbeid dient te geschieden, en niet de arbeider, want daarvoor ontbreken hem a priori de gegevens, waarop hij een oordeel zou moeten vormen en tevens veelal de verstandelijke middelen om deze regels logisch uit te werken.
Wij zullen deze omstandigheden voor de oogsters op een oliepalmonderneming nader onderzoeken. In hoofdstuk III zijn de betrekkingen $z = kx + q$ en $y = \frac{Gx}{k + qG}$ afgeleid voor de meest waarschijnlijke arbeidspraestatie van het gemiddelde en in hoofdstuk IV is bewezen, dat deze betrekking de feiten uit de praktijk goed weergeeft.
De vraag is nu evenwel, of voor elk lid van de groep de omstandigheden gelijk geacht kunnen worden. In hoofdstuk I is de gang van zaken bij het oogsten weergegeven.
Wij stellen nu, aan de hand van de praktijk, den afstand der secundaire banen op ongeveer 800 meter.
Elke rij palmen is dan met het oog op het oogsten 400 meter lang. Staan de boomen 8 meter uit elkaar, dan zijn in elke rij 50 boomen te oogsten, hetgeen overeenkomt met ongeveer $\frac{1}{3}$ ha.
Om nu 1000 ha te oogsten, zijn derhalve over het aantal arbeiders van de groep 3000 kansen (1 op iedere rij) te verdeelen. Stel, dat de rondgang zoolang geduurd heeft, dat deze 1000 ha met 30 man geoogst zijn, dan heeft iedere arbeider 100 kansen gehad op „goede" en „slechte" rijen.
Waren 60 man gebruikt, dan was het aantal kansen in den rondgang nog slechts 50 geweest. Uit waarschijnlijkheidsoverwegingen kunnen wij aannemen, dat, wanneer aan een goede eerlijke verdeeling van de arbeiders over de rijen de hand wordt gehouden, iedere oogster gedurende een rondgang bij benadering onder de gemiddelde omstandigheden zal verkeeren.
Uit hoofde van deze omstandigheden, de gelijkmatige verdeeling van de goede en de kwade kansen over de arbeiders gedurende den rondgang, is dus bij een goeden gang van zaken geen bezwaar tegen invoering van stukloon in te brengen.
Bij stukloon wordt evenwel vooraf, d.i. voordat het werk begint, een bepaalde prijs per eenheid te leveren arbeid, de zgn. stukloonprijs, geconditioneerd. Om dezen prijs a priori te kunnen vaststellen, moeten wij vooraf kennen:

1. de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ met de grootte der parameters q en G.
2. de productie per ha.

Aan dezen tweeden eisch is bij *lage* oogsten niet voldaan. Wij kennen immers niet precies den te verwachten oogst. Een goed geroutineerd assistent zal zich daarin wel niet zoo heel sterk vergissen, doch voor een loonberekening dient het aantal onbekenden tot een minimum te worden teruggebracht.

Wij zijn dus van meening, dat bij lage oogsten, uit hoofde van de verontreiniging van x met een taxatiefout, stukloon met te voren vastgestelden eenheidsprijs niet in aanmerking komt.

Anders is dit bij hooge oogsten. Want hoe grooter x wordt, des te meer nadert men in de kromme $y = \frac{Gx}{x+qG}$ het asymptotisch verloopend gedeelte. De invloed van de productie x op de praestatie y wordt hoe langer hoe minder, en daarom is een verontreiniging van x met een taxatiefout in dit gebied van geringen invloed op de praestatie en den eenheidsprijs.

Op elke afdeeling krijgen wij derhalve een bepaalde productie, zoodanig, dat een taxatiefout weinig invloed meer heeft op den eenheidsprijs. Deze productie bepaalt het moment, waarop, zonder gevaar van foutieve vaststelling van eenheidsprijs, tot stukloon kan worden overgegaan. Het punt bij deze productie noemen wij het *stukloonpunt*.

Voor elke afdeeling en elke groep arbeiders dient dit stukloonpunt vastgesteld te worden. In de praktijk is er niet zoo zeer sprake van een bepaald punt, doch van een productiezone, waarin zonder meer stukloon kan worden betaald. Zonder kennis van de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ en de grootte van q en G is deze bepaling niet mogelijk.

Wij spraken over hooge en lage oogsten, en wij kunnen nu vaststellen, dat hooge oogsten boven het stukloonpunt en lage oogsten beneden het stukloonpunt liggen. Hier kan dan een juiste grens tusschen hoog en laag aangegeven worden, zoodat dit geen vage aanduidingen meer zijn.

Bij lage oogsten mag men dus geen stukloon betalen, aangezien x door een taxatiefout verontreinigd is. Wij moeten bij deze lage oogsten, wanneer wij vasthouden aan het juiste praestatiebeginsel, een of ander premieloon-systeem invoeren.

Premieloon is daar op zijn plaats, waar wij voor de gemiddelde arbeidspraestatie, met het arithmetisch gemiddelde als norm, een betrekking

kennen, waaraan de praestatie van het arithmetisch gemiddelde beantwoordt, zonder dat de afwijkingen van de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ al te groot worden.
Zijn de afwijkingen te groot, dan is de correlatiecoëfficiënt te laag, dan is geen premieloon mogelijk, omdat wij geen juiste norm kennen. Of beter gezegd, wij kennen niet voldoende de variabiliteit van de norm met de omstandigheden.
Is evenwel de correlatiecoëfficiënt hoog, zooals op de bestudeerde onderneming het geval was, dan is tegen premieloon geen bezwaar. Een premieloon is eigenlijk stukloon met a posteriori vastgestelden eenheidsprijs. Wij gaan er van uit, dat voor een gemiddelde arbeidspraestatie steeds een bepaald bedrag in geld dient betaald te worden, onafhankelijk of die praestatie hoog of laag is. De grootte der gemiddelde praestatie wordt afhankelijk verondersteld van de omstandigheden en de omstandigheden kennen wij door de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$.
Is nu aan deze betrekking niet op voldoende wijze voldaan, is dus de correlatiecoëfficiënt te laag, dan blijft in de praktijk niets over dan tijdloon, tot orde op zaken is gesteld en regelmaat in het bedrijf en de arbeidspraestaties is ingetreden.
Aan de hand van de wiskundige waardeering van arbeidspraestaties hebben wij aangegeven waar tijd-, stuk- of premieloon op zijn plaats is.
Rest nu nog vast te stellen hoe hoog deze loonen in de praktijk dienen te zijn. Ofschoon dit niet meer tot het onderwerp „wiskundige waardeering van arbeidspraestaties" behoort, willen wij deze zeer omstreden kwestie niet zonder meer ontloopen; temeer waar de wiskundige waardeering toch nog eenige betrekkingen kan aangeven, welke in de praktijk van groot belang zijn, zoowel van economische als van sociale zijde gezien.
Bij tijdloon krijgen alle leden van de groep een gelijk loon. Bij stuk- en premieloon is dit niet het geval, en daarom moeten wij bij deze twee systemen het totaalloon splitsen in grondloon en premie. Wij zagen reeds, dat het verschil in stuk- en premieloon hierin bestaat, dat bij stukloon de eenheidsprijs a priori wordt vastgesteld en bij premieloon a posteriori; derhalve hebben wij ook bij stukloon onderscheid te maken tusschen het grondloon en de premie.
Onder grondloon wordt verstaan het loon van den ongeoefenden arbeider, het laagste- of minimumloon, dat in een bepaalde onder-

neming betaald wordt of dient betaald te worden.
Premie is de toeslag, welken de gemiddelde arbeider van een groep boven het grondloon verdient. Wij zullen nu aantoonen, dat, indien gesteld wordt, dat ieder lid van de groep minstens het grondloon moet verdienen, men niet geheel vrij is in het vaststellen van de premie, doch dat er een bepaalde betrekking bestaat tusschen verschillende grootheden.
De eenvoudigste wijze om dit verband aan te toonen, is dit te doen aan de hand van een teekening. Wij krijgen dan twee gevallen:

1. Stukloon met gegarandeerd grondloon, waarbij steeds grondloon betaald wordt en een toeslag uit hoofde van het feit, dat de arbeider in een bepaalde groep behoort. Bij dit systeem is men vrij in de keuze van de grootte van de premie.
2. Stukloon, met vooraf bepaalden eenheidsprijs. In dit geval is men bij een gegeven groep arbeiders, met een spreiding van de individueele praestaties om de gemiddelde praestatie, niet geheel vrij in de keuze van de premie.
   Uit de teekening volgt, dat aan de volgende evenredigheid moet voldaan worden:

$$\frac{\text{spreiding}}{\bar{y}} : \frac{\text{premie}}{\bar{l}} .$$

Spreiding is gebruikt in den zin van $2 \cdot \sigma_y$.
Grondloon wordt betaald bij praestatie $\bar{y} - 2\,\sigma_y$.

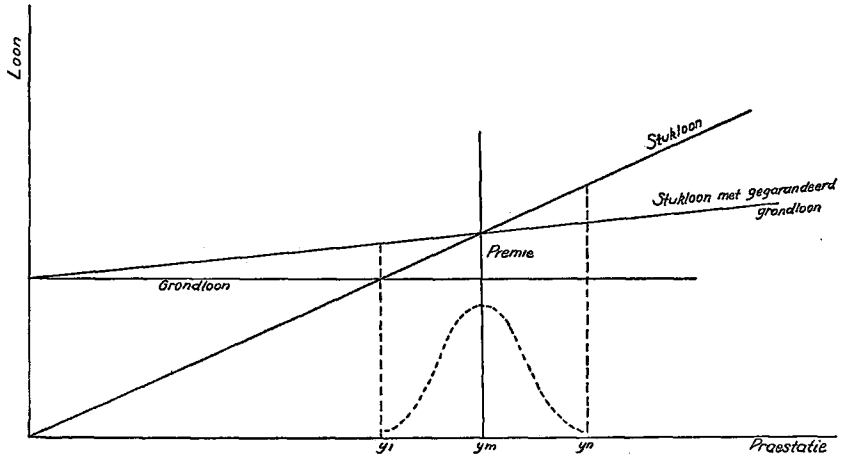


Fig. 4

In de praktijk kan men nu wel aan de leden van de groep, „die niet op loon komen", een bedrag bijbetalen, tot zij het grondloon krijgen, doch dan wordt niet volgens het praestatiebeginsel betaald. Dus zoo gemakkelijk als het is te praten over stukloon en loon naar praestatie, zoo moeilijk is het in de praktijk aan dezen eisch te voldoen.
Eenvoudiger is dan ook in de praktijk stukloon te betalen met gegarandeerd grondloon, waarbij een gemiddelde toeslag als premie wordt vastgesteld en voor ieder lid van de groep de premie verkregen wordt door de praestatie te vermenigvuldigen met den factor

$$\frac{\text{gemiddeld loon}}{\text{gemiddelde praestatie}}.$$

De totale loonkosten zijn in beide gevallen met gelijke premie ook gelijk.

1. *Stukloon met gegarandeerd grondloon.*

Stel, wij hebben de individueele prestaties $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Voor de gemiddelde praestatie $\bar{y}$ is het loon $\bar{l}$ (het gemiddeld loon). Het loon voor de eenheid van praestatie is $\frac{\bar{l}}{\bar{y}}$.
Ieder lid van de groep krijgt nu aan loon:

$$y_1 \frac{\bar{l}}{\bar{y}}, \quad y_2 \frac{\bar{l}}{\bar{y}}, \quad \ldots, \quad y_n \frac{\bar{l}}{\bar{y}}$$

$$\text{totaal} \quad [y] \frac{\bar{l}}{\bar{y}}.$$

2. *Stukloon, met vooraf bepaalden eenheidsprijs.*

Stellen wij weer het gemiddelde loon op $\bar{l}$ voor de gemiddelde praestatie $\bar{y}$, dan is het totaal loon ook $[y] \frac{\bar{l}}{\bar{y}}$,
wanneer aan den genoemden eisch, dat de spreiding en de premie in een bepaalde verhouding staan, voldaan is.
De vraag doet zich nu voor: Is het bij stukloon wel noodig, dat aan hen, die niet „op loon komen", een zekere hoeveelheid wordt bijbetaald, tot een vooraf bepaald minimumbedrag?
Wij zijn geneigd, deze vraag ontkennend te beantwoorden, onder voorwaarde, dat de eenheidsprijs van het stukloon aan de hand van de wiskundige waardeering is vastgesteld, en de groep voldoet aan de eischen in hoofdstuk II besproken. Al dient men rekening te houden met redelijke sociale eischen, toch moet ook het persoonlijk ver-

antwoordelijkheidsgevoel bij den arbeider wakker worden gehouden. De stelling, dat een arbeider per se een minimum moet verdienen, is aanvechtbaar om de volgende redenen:

1. *In het belang van den werkgever.*
   Het is immers denkbaar, dat een man met minimumpraestatie, die toch zijn gegarandeerd loon krijgt, een deel van zijn oogst afstaat aan een ander, die voor dezelfde partij nog eens extra betaald wordt. De werkgever zou op die wijze benadeeld kunnen worden.
2. *In het belang van den arbeider.*
   Een arbeider, die op een of andere wijze bij herhaling niet „op loon" komt, zal groot gevaar loopen zijn betrekking te verliezen, om de eenvoudige reden, dat de eenheid van arbeidspraestatie van hem te duur wordt.

Bijbetaling van loon is dan op zijn plaats, wanneer een arbeider die niet oogster van beroep is, eens moet invallen. In dat geval is het billijk, dat de man het loon verdient, dat hij anders in zijn normalen werkkring zou verdiend hebben.
Aansluitend aan deze beschouwingen zijn hier enkele mededeelingen op hun plaats betreffende de vaststelling van het grondloon op Sumatra's Oostkust. Het systeem, daar gevolgd, zou als voorbeeld gesteld kunnen worden voor vele plaatsen elders. Zeer in het kort komt deze vaststelling van het grondloon als volgt tot stand.
Periodiek wordt door commissies bepaald, wat een arbeider noodig heeft om in zijn stand te kunnen leven, het zgn. koeliebudget.
Het resultaat van het onderzoek van deze commissie, die volgens bepaalde regeeringsvoorschriften werkt, wordt aangeboden aan de regeering. Er wordt zoodoende rekening gehouden met het onderhoudsbeginsel van den arbeider en zijn gezin.

De regeering, in casu de arbeidsinspectie, zendt het resultaat der commissie aan de werkgevers, zoodat deze in staat zijn, òf aan te toonen, dat de onderneming een bepaald loon niet betalen kan, òf middelen te beramen om de in het koelibudget behoorende artikelen zoo goedkoop mogelijk aan de arbeiders te bezorgen. Er wordt dus ook rekening gehouden met de omstandigheden, waarin de onderneming verkeert (zie ook QA 72) [1]).

---

[1]) Wij verwijzen hier naar de drie punten, welke vooral aandacht verdienen volgens beide sociale encyclieken: Rerum novarum en Quadragesimo Anno. (Uitgave R. K. werkliedenverbond in Nederland.)

Aangezien het laatste woord aan de regeering is, i.c. de arbeidsinspectie, kan aangenomen worden, dat bij het vaststellen van de loonen tevens het algemeen belang in het oog gehouden wordt.
De eischen van het algemeen belang zijn derhalve in handen van de regeering, welke te zorgen heeft, dat dit ook gediend wordt. En dit wordt gediend, want:
Boven datgene, wat iedere arbeider minimaal noodig heeft, wordt nog 15% gevoegd en als minimum wettelijk loon vastgesteld. Een spaarzame arbeider kan derhalve tot, zij het bescheiden, bezitsvorming komen (zie ook QA 74).
De loonen worden niet te hoog opgedreven, zoodat de werkgelegenheid blijft bestaan (QA 74). De juiste onderlinge verhouding van loonen en prijzen der levensbehoeften is een belang van werkgever zoowel als van werknemer en wat er te doen is aan de juiste verhouding van deze wordt inderdaad door het gevolgde systeem gedaan (zie ook QA 75).

HOOFDSTUK VI

VERMINDERENDE MEEROPBRENGSTEN NATUURWET — ECONOMISCHE WET

In de voorafgaande hoofdstukken zijn betrekkingen afgeleid en toegepast tusschen arbeidspraestaties van oogsters en de productie per ha.

Wij hebben de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ afgeleid en getoetst aan de ervaring en deze verder in toepassing gebracht met het oog op het arbeidsloon, alsof deze betrekking te allen tijde en overal met natuurwettelijke regelmaat moet voorkomen, waar sprake is van oogsten van oliepalmen.

Menigeen zal toch gaan vragen of de mensch dan geen vrijen wil heeft en niet kan doen zooveel als hij wil, alhoewel men zal toegeven, dat als iedere oogster inderdaad volgens een bepaalde regelmaat werkt, er dan wel een betrekking als de besprokene zal gevonden kunnen worden. Is in dezen vrijen wil van den arbeider niet een element aanwezig, dat de heele wiskundige waardeering op losse schroeven zet, en de waarde ervan zeer problematisch maakt? Zeer zeker is dat element aanwezig, doch een andere kwestie is, of het element en de mogelijke gevolgen van den vrijen wil tot uiting komen in de praktijk. Natuurlijk kan een arbeider werken en evengoed gaan zitten of wandelen, ook al is hij zgn. oogster. Doch het is zeer de vraag, of de mensch wel zooveel van dien vrijen wil gebruik maakt, als hij dat zou kunnen doen. Wij willen nog verder gaan en aannemen, dat er wel elken dag leden in een groep arbeiders zullen voorkomen, die uit hoofde van het bezit van een vrijen wil minder uitvoeren dan volgens de voorafgaande redeneering te verwachten is. Doch daar staat ook weer tegenover, dat er in de groep leden zijn, die om de een of andere reden méér doen dan volgens de redeneering te verwachten is; met het gevolg, dat het arithmetisch gemiddelde min of meer constant is.

Wij hebben hier te doen met een geval van waarschijnlijkheid in wis-

kundigen zin. De kans, dat een arbeidspraestatie in negatieven zin werkt op het arithmetisch gemiddelde, de norm, is om geen enkele reden grooter dan dat deze in positieven zin werkt, tenzij er factoren aanwezig zijn, welke den vrijen wil der leden van de groep in haar geheel beïnvloeden.

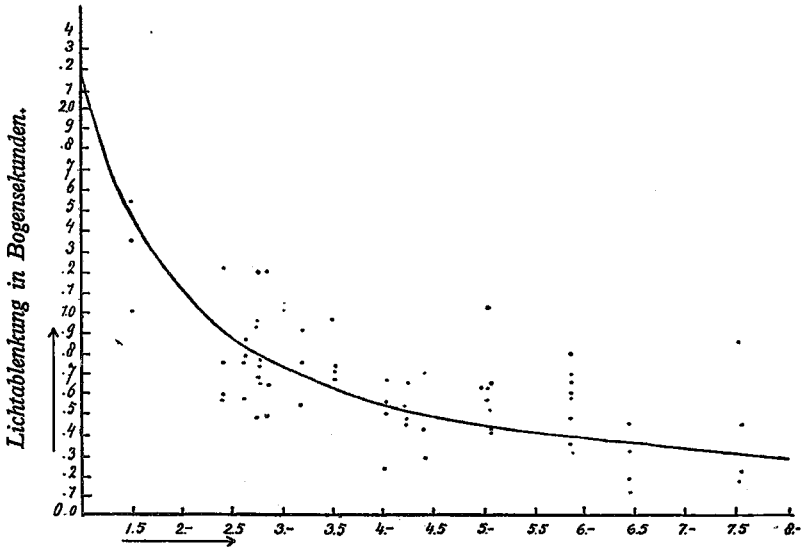
Dit is nu juist wat wij door een contrôlemiddel willen te weten komen. Wij willen weten, of er factoren aan het werk zijn, die de arbeidspraestaties van het gemiddelde van een groep drukken of doen stijgen. Zijn die factoren aanwezig, dan is het de taak van de leiding der onderneming, die factoren te bestudeeren, en eventueel in gunstigen zin te wijzigen.

Het is toch duidelijk, dat, indien wij van de arbeidspraestaties van groepen menschen even zeker waren als van de werking van een natuurwet, b.v. de vrije val, er dan niet zooveel aan toezicht en contrôle besteed zou worden als heden gebruikelijk en noodig is. Maar wat is het nu, dat ons dwingt, contrôlemiddelen te beramen op menschelijken arbeid? Wat is nu eigenlijk het verschil tusschen een natuurwet en een economische wet (als men de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ zoo wil noemen).

Om dit verschil duidelijk te doen uitkomen, moeten wij een eigenaardig hoofdstuk uit de physica naar voren brengen, benevens een phantastische mogelijkheid, die een Engelsche physicus gelanceerd heeft. Wij willen direct erop attent maken, dat het verschil niet bestaat in het feit, dat wij afwijkingen van de regressielijn constateeren, ook niet in de grootte der afwijkingen dus in de middelbare fout; neen, daarin ligt het verschil zeker niet, want het is algemeen bekend, dat bij alles wat gemeten wordt, afwijkingen als door ons gevonden, zij het meer of minder groot, geconstateerd worden.

Voorbeelden, die dit demonstreeren, zijn er te over in de natuurkunde. Een zeer interessant geval zij hier aangehaald, mede ook, omdat het van Sumatra afkomstig is.

De zonsverduisteringsexpeditie, onder leiding van FREUNDLICH, welke in 1929 opmetingen deed ter verificatie van de theorie van EINSTEIN, toonde aan, dat een lichtstraal, die van een ster komt en aan de zon voorbijgaat, door deze aangetrokken wordt, en wel zoodanig, dat het product uit afwijking en afstand constant is. Deze betrekking, welke een hyperbool voorstelt, wordt kwalitatief ook geconstateerd, zie figuur, doch de afwijkingen zijn nog al groot, en het aantal waarnemingen is te gering om een correctie op de theorie aan te brengen.



Uit: Reichenbach, Wahrscheinlichkeitslehre

Fig. 5. Ablenkung des Sternenlichts im Schwerefeld der Sonne, nach den Ergebnissen der Freundlichschen Sonnenfinsternis-Expedition in Sumatra 1929.

Formeel is in de afwijkingen geen aanleiding te vinden, om verschil te zoeken tusschen de door ons opgestelde betrekking $y = \frac{Gx}{x + qG}$ en een natuurwet. Het wezenlijke verschil zit in de „demonen van Maxwell". MAXWELL neemt twee eenvoudige proeven. In een vat, in horizontale richting gedeeld door een membraan, met in het midden een prikgaatje, doet hij eerst een goed gemengd mengsel van water en olie. De moleculen water en olie zullen steeds tegen elkaar botsen, doch de zwaartekracht werkt selecteerend. Precies boven het prikgaatje zal door de zwaartekracht het water de neiging hebben om naar beneden, en de olie om naar boven te gaan. Op den duur krijgen wij dus via het prikgaatje een scheiding in water en olie.

Doet men nu in hetzelfde vat een goede roode inkt, die niet vanzelf ontmengt, dan hebben eveneens precies boven het prikgaatje botsingen plaats, de zwaartekracht blijft er evenwel buiten; de kans, dat een molecuul water naar boven gaat is even groot als de kans, dat een molecuul roode inkt naar boven gaat; ontmenging zal dus niet plaats hebben.

Doch nu laat MAXWELL in zijn phantasie een microscopisch wezentje

met intellect aan het prikgaatje plaats nemen, met de opdracht telkens als een molecuul roode inkt naar boven wil, tengevolge van een botsing, met een klein klepje het gaatje te sluiten. Wil een molecuul water naar boven, dan laat het wezentje dit door. Nu is het gevolg eveneens, dat roode inkt en water ontmengd worden. Dit microscopisch wezentje noemt men nu den „demon van Maxwell".
Wat heeft deze nu eigenlijk gedaan? Niet de natuurwet opgeheven, want de botsingen tusschen moleculen roode inkt en moleculen water hadden plaats zooals de natuurwet het eischt. Doch de kans om door het gaatje te komen heeft hij zoo gewijzigd, dat de een er door kan en de ander niet.
Nu is o.i. de rol, die het menschelijk intellect in de economische wetten kan spelen, analoog met de rol van den „demon van Maxwell".
Een demagoog zal onder een groep arbeiders de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ niet te niet kunnen doen, doch de kans, dat de eene meer doet dan het gemiddelde, kan hij kleiner maken dan de kans, dat anderen minder doen.
Het gevolg is schijnbaar hetzelfde; y beantwooordt niet meer aan de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ met de oude constanten q en G; misschien is er in het geheel geen regelmaat meer te ontdekken; doch aan het feit, dat in normale gevallen de toestand dient te beantwoorden aan de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ heeft hij niets kunnen wijzigen. Zoodra zijn invloed is opgeheven, is de oude toestand weer teruggekeerd. Met deze restrictie nu, dat ieder lid van de groep arbeiders, of ieder ander intelligent wezen, de rol kan gaan spelen van den „demon van Maxwell" hebben wij in de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ een zuiver voorbeeld van de wet der verminderende meeropbrengsten, of, als men wil, de wet der afnemende meeropbrengsten, welke men gewoonlijk onder de economische wetten rangschikt.
Deze wet wordt door de economen meestal zeer eigenaardig geformuleerd. Er volgen hier een paar voorbeelden, welke als voorbeeld kunnen dienen voor de gebruikelijke formuleeringen.
Zoo zegt RAAIJMAKERS (in: Beginselen der staathuishoudkunde, pag. 42):
„Vermeerdering van kapitaal en arbeid op een bepaald stuk grond doet de opbrengst wel toenemen; maar, indien de landbouwtechniek niet verandert, is die toename, wanneer eenmaal een zeker punt is

bereikt, niet meer evenredig met de vermeerdering van kapitaal en arbeid; zij wordt al minder en minder, totdat zij tenslotte geheel verdwijnt."

VAN GENECHTEN (Verminderende meeropbrengsten, pag. 2) schrijft van deze wet:

„Zij zegt immers, dat voorbij een zeker punt, vermeerdering van productie-moeite geen evenredige vermeerdering zal geven van het productief resultaat."

Kunnen wij de ordinaat y in dezelfde grootheid uitdrukken als de abcis x, en is een betrekking vast te stellen tusschen x en y, dan zouden wij de wet der verminderende meeropbrengsten willen definieeren als „een asymptotisch verloopende lijn", met asymptoot $y =$ constant.

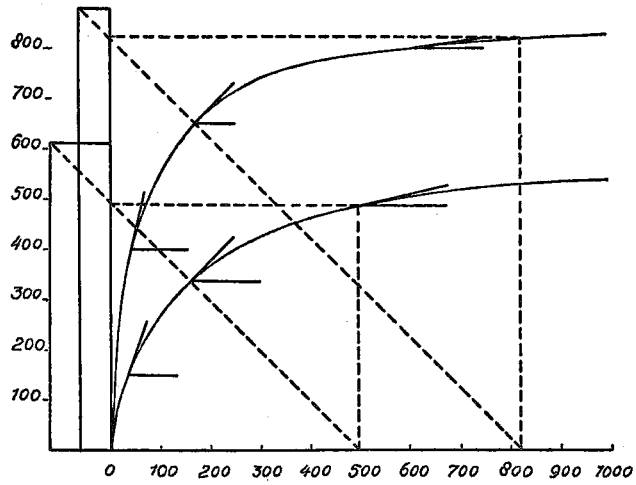


Fig. 6

De definities, zooals door RAAIJMAKERS en VAN GENECHTEN gegeven, hebben de volgende bezwaren:

1. Zij zeggen niet wat de wet is, maar noemen een eigenaardigheid, die zij heeft over evenredigheid en een zeker punt;
2. zij zeggen niets voor de praktijk; want het is ons te doen om te weten hoeveel de ordinaat toeneemt met de abcis, en om verder te bepalen op welk punt wij staan.

Zeggen wij, dat wij de wet der verminderende meeropbrengsten kunnen voorstellen door een asymptotisch verloopende lijn van bovengenoemde soort en slagen wij er in de betrekking tusschen

x en y te definieeren, dan weten wij alles wat wij weten willen.
Wij weten, dat onze asymptotisch verloopende lijn kan voorgesteld worden door de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$.
Bij elke x kunnen wij de vermeerdering aangeven door

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q\,G^2}{(x+qG)^2},$$

de aangroeiing der vermeerdering door de tweede afgeleide

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2\,qG^2}{(x+qG)^3}.$$

In ons geval heeft er dus een *vermindering* van de *vermeerdering* plaats. In dit licht gezien, zou men voor „het zeker punt" in de genoemde definities misschien kunnen kiezen het punt waar

$$\frac{dy}{dx} = 1.$$

Doch het is geenszins bij de wet der verminderende meer-opbrengsten noodig dat wij dat punt passeeren. Het kan zijn, dat wij het bij de kleinste in de praktijk te vinden waarde voor de abcis reeds gepasseerd zijn, of dat wij het niet bereiken. Zie fig. 6.
Wij spraken in het vorig hoofdstuk over het stukloonpunt. Wij zullen nu aan de hand van ons voorbeeld uit Hoofdstuk IV laten zien, hoe de wet der verminderende meeropbrengsten tot uiting komt. In de betrekking $y = \frac{Gx}{x+qG}$ was:
$q = 0{,}095$; $G = 789$; $qG = 75$; $qG^2 = 59139$; $-2qG^2 = -118278$.

productie x	0	100	200	300	400	500
$x + qG$.	75	175	275	375	475	575
$(x + qG)^2$	5625	30625	75625	140625	225625	330625
$\frac{dy}{dx}$	10,51	1,93	0,78	0,42	0,26	0,18
$(x + qG)^3$	421875	5359375	20796875	52734375	107171875	190109375
$\frac{d^2y}{dx^2}$ . . .	0,28	0,022	0,0057	0,0022	0,0011	0,00062

Het punt, waar de opbrengstvermeerdering gelijk is aan de productietoename, is de top der hyperbool, waar

$$\frac{dy}{dx} = 1 = \frac{qG^2}{(x+qG)^2}$$

$$qG^2 = (x + qG)^2$$

$$\sqrt{qG^2} = x + qG$$

$$x = \sqrt{59139} - 75 = 243 - 75 = 168.$$

Opdat de top van de hyperbool in het beschouwde gebied $x_0 - x_n$ ligt, is noodig dat $q < 1$ is; in ons geval is $a < P$, zoodat $q = \frac{a}{P} < 1$.
De wet der verminderende meeropbrengsten ontmoeten wij ook, wanneer wij onze gevonden betrekking $y = \frac{Gx}{x + qG}$ willen gebruiken voor rationalisaties.
Wij zagen reeds in hoofdstuk III, dat wij q kunnen voorstellen door $\frac{a}{P}$ en G door $\frac{P}{b+c+d}$.
Hoe kleiner wij nu a maken, de hoeveelheid arbeidsmoeite, welke noodig is, om zich naar het arbeidsmiddelpunt te begeven, des te meer zal y toenemen tot de grenswaarde G, om deze pas te bereiken bij de limiet.

Dus door de banen steeds dichter bij elkaar te leggen naderen wij asymptotisch de grenswaarde.
Hetzelfde is het geval door opvoering van de waarde P, de bestede arbeidsmoeite.
Vraagt men tenslotte naar de oorzaak der wet der verminderende meeropbrengsten, dan zijn er in ons geval twee aan te wijzen en wel: de begrenzing der te besteden arbeidsmoeite P en de onmogelijkheid q tot nul te reduceeren, zonder in een ander vraagstuk te vervallen.

BIJLAGEN

Datum	BLOK 59		BLOK 60		BLOK 61		BLOK 62		BLOK 63		BLOK 64		BLOK 65		BLOK 66	
	102 ha		48 ha		90 ha		48 ha		55 ha		49 ha		111 ha		55 ha	
	ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.
4/2													111	4100		
5/2									55	2530						
6/2					90	3830										
7/2	102	5210	48	4550												
8/2							48	6270			49	3470			55	4200
	102	5210	48	4550	90	3830	48	6270	55	2530	49	3470	111	4100	55	4200
9/2													111	5120		
10/2									55	5840						
11/2					90	6210										
12/2	90	9150	48	5590												
13/2	10	2230					43	6550			43	6890			55	4590
14/2	2	1240					5	1140			6	800				
	102	12620	48	5590	90	6210	48	7690	55	5840	49	7690	111	5120	55	4590
22/3													111	5330		
23/3									40	4820						
24/3					90	3170			15	650						
25/3																
26/3	84	5830														
27/3	18	1440	48	6330			48	5040								
28/3											34	6740			30	5940
29/3											15	1950			25	4860
	102	7270	48	6330	90	3170	48	5040	55	5470	49	8690	111	5330	55	10800
23/8													65	42890		
24/8													34	21210		
25/8									27	23480			12	6440		
26/8									20	17680						
27/8					45	34390			8	3300						
28/8					40	29650										
29/8	35	33540			5	4070										
30/8	35	39810														
31/8	22	21990	27	24060												
2/9	10	6190	21	15960			35	30300								
3/9							11	11150			35	33390				
4/9							2	4130			11	13710			37	27590
5/9											3	2160			18	14110
	102	101530	48	40020	90	68110	48	45580	55	44460	49	49260	111	70540	55	41700

ADMINISTRATIE

BLOK 78		BLOK 79		BLOK 80		Productie		ha	Opbrengst per ha	Dagloonen		Capaciteit			Aantal trossen	Tros-gewicht
54 ha		84 ha		78 ha												
ha	prod.	ha	prod.	ha	prod.	Per dag	Totaal			p. dag	Tot.	kg	ha	Tros		
				78	2530	6630	6630	189	35	32	32	207	5,91	32	1030	6,43
		84	2530			5060	11690	139	36	24	56	211	5,79	38	914	5,54
54	4010					7840	19530	144	54	27	83	290	5,33	36	975	8,04
						9760	29290	150	65	30	113	325	5,00	35	1051	9,29
						13940	43230	152	92	36	149	387	4,22	49	1761	7,92
54	4010	84	2530	78	2530	43230		774	56	149		290	5,19	38	5731	7,54
				68	4690	9810	9810	179	55	30	30	327	5,97	38	1131	8,67
		74	4850	10	1110	11800	21610	139	85	30	60	393	4,63	61	1825	6,47
54	4610	10	840			11660	33270	154	76	33	93	353	4,67	48	1583	7,37
						14740	48010	138	107	33	126	447	4,18	53	1756	8,39
						20260	68270	151	134	39	165	519	3,87	63	2475	8,19
						3180	71450	13	245	6	171	530	2,17	45	272	11,69
54	4610	84	5690	78	5800	71450		774	92	171		418	4,53	53	9042	7,90
						5330	5330	111	48	17	17	314	6,53	53	900	5,92
				78	2900	7720	13050	118	65	15	32	515	7,87	75	1125	6,86
						3850	16900	105	37	18	50	214	5,83	28	510	7,55
54	2630	65	4020			6650	23550	119	56	21	71	317	5,67	51	1065	6,24
		19	2220			8050	31600	103	78	21	92	383	4,90	61	1285	6,26
						12810	44410	114	112	28	120	458	4,07	57	1608	7,97
						12680	57090	64	198	18	138	704	3,56	73	1321	9,60
						6810	63900	40	170	11	149	619	3,64	58	636	10,71
54	2630	84	6240	78	2900	63900		774	83	149		429	5,19	57	8450	7,56
						42890	42890	65	660	58	58	739	1,12	65	3749	11,44
				30	15480	36690	79580	64	573	64	122	573	1,00	61	3891	9,43
				40	21820	51740	131320	79	655	77	199	672	1,03	71	5434	9,52
		50	30090	8	5760	53530	184850	78	686	77	276	695	1,01	75	5812	9,21
		22	18400			56090	240940	75	748	82	358	684	0,91	72	5892	9,52
24	18840	12	6380			54870	295810	76	722	79	437	695	0,96	71	5627	9,75
26	16000					53610	349420	66	812	77	514	696	0,86	68	5263	10,19
4	2130					41940	391360	39	1075	53	567	791	0,74	67	3564	11,77
						46050	437410	49	940	59	626	781	0,83	67	3950	11,66
						52450	489860	66	795	64	690	820	1,03	70	4481	11,70
						44540	534400	46	968	54	744	825	0,85	75	4027	11,06
						45430	579830	50	909	60	804	757	0,83	63	3806	11,94
						16270	596100	21	775	21	825	775	1,00	72	1510	10,77
54	36970	84	54870	78	43060	596100		774	770	825		723	0,94	69	57006	10,46

No	$b=x$	$l=1000\frac{x}{y}$	y	a	$[a]$	b	$[b]$	l	$[l]$	s	$[s]$	aa	$[aa]$	ab	$[ab]$	al	$[al]$
7	56	193	290	1	1	56	56	193	193	–136	–136	1	1	56	56	193	193
15	82	191	429	1	2	82	138	191	384	–108	–244	1	2	82	138	191	384
8	92	220	418	1	3	92	230	220	604	–127	–371	1	3	92	230	220	604
24	94	208	451	1	4	94	324	208	812	–113	–484	1	4	94	324	208	812
20	98	222	442	1	5	98	422	222	1034	–123	–607	1	5	98	422	222	1034
5	106	240	442	1	6	106	528	240	1274	–133	–740	1	6	106	528	240	1274
18	134	262	512	1	7	134	662	262	1536	–127	–867	1	7	134	662	262	1536
50	147	283	520	1	8	147	809	283	1819	–135	–1002	1	8	147	809	283	1819
19	152	289	526	1	9	152	961	289	2108	–136	–1138	1	9	152	961	289	2108
35	152	286	531	1	10	152	1113	286	1394	–133	–1271	1	10	152	1113	286	2394
21	170	308	552	1	11	170	1283	308	2702	–137	–1408	1	11	170	1283	308	2702
4	171	316	541	1	12	171	1454	316	3018	–144	–1552	1	12	171	1454	316	3018
22	188	324	580	1	13	188	1642	324	3342	–135	–1687	1	13	188	1642	324	3342
2	188	336	559	1	14	188	1830	336	3678	–147	–1834	1	14	188	1830	336	3678
28	231	381	607	1	15	231	2061	381	4059	–149	–1983	1	15	231	2061	381	4059
26	237	392	604	1	16	237	2298	392	4451	–154	–2137	1	16	237	2298	392	4451
25	247	406	609	1	17	247	2545	406	4857	–158	–2295	1	17	247	2545	406	4857
32	267	424	630	1	18	267	2812	424	5281	–156	–2451	1	18	267	2812	424	5281
48	318	498	638	1	19	318	3130	498	5779	–179	–2630	1	19	318	3130	498	5779
30	328	504	651	1	20	328	3458	504	6283	–175	–2805	1	20	328	3458	504	6283
40	499	700	713	1	21	499	3957	700	6983	–200	–3005	1	21	499	3957	700	6983
47	523	747	700	1	22	523	4480	747	7730	–223	–3228	1	22	523	4480	747	7730
42	612	901	679	1	23	612	5092	901	8631	–288	–3516	1	23	612	5092	901	8631°
38	642	930	690	1	24	642	5734	930	9561	–287	–3802	1	24	642	5734	930	9561
37	770	1065	723	1	25	770	6504	1065	10626	–294	–4097	1	25	770	6504	1065	10626

$[aa] = 25$	$[ab] = 6504$	$[al] = 10626$
$[ab] = 6504$	$[bb] = 2615276$	$[bl] = 3934627$
$[al] = 10626$	$[bl] = 3934627$	$[ll] = 6003312$
$[as] = -4097$	$[bs] = -1312847$	$[ls] = -2058059$

$[aa] + [ab] - [al] = -[as]$
$[ab] + [bb] - [bl] = -[bs]$
$[al] + [bl] - [ll] = -[ls]$

bb	[*bb*]	*bl*	[*bl*]	*ll*	[*ll*]	*as*	[*as*]	*bs*	[*bs*]	*ls*	[*ls*]
3136	3136	10808	10808	37249	37249	–136	–136	–7616	–7616	–26248	–26248
6724	9860	15662	26470	36481	73730	–108	–244	–8856	–16472	–20628	–46876
8464	18324	20240	46710	48400	122130	–127	–371	–11684	–28156	–27940	–74816
8836	27160	19552	66262	43264	165394	–113	–484	–10622	–38778	–23504	–98320
9604	36764	21756	88018	49284	214678	–123	–607	–12054	–50832	–27306	–125626
11236	48000	25440	113458	57600	272278	–133	–704	–14098	–64930	–31920	–157546
17956	65956	35108	148566	68644	340922	–127	–867	–17018	–81948	–33274	–190820
21609	87565	41601	190167	80089	421011	–135	–1002	–19845	–101793	–38205	–229025
23104	110669	43928	234095	83521	504532	–136	–1138	–20672	–122465	–39304	–268329
23104	133773	43472	277567	81796	586328	–133	–1271	–20216	–142681	–38038	–306367
28900	162673	52360	329927	94864	681192	–137	–1408	–23290	–165971	–42196	–348563
29241	191914	54036	383963	99856	781048	–144	–1552	–24624	–190595	–45504	–394067
35344	227258	60912	444875	104976	886024	–135	–1687	–25380	–215975	–43740	–437807
35344	262602	63168	508043	112896	998920	–147	–1834	–27636	–243611	–49392	–487199
53361	315963	88011	596054	145161	1144081	–149	–1983	–34419	–278030	–56769	–543968
56169	372132	92904	688958	153664	1297745	–154	–2137	–36498	–314528	–60368	–604336
61009	433141	100282	789240	164836	1462581	–158	–2295	–39026	–353554	–64148	–668484
71289	504430	113208	902448	179776	1642357	–156	–2451	–41652	–395206	–66144	–734628
101124	605554	158364	1060812	248004	1890361	–179	–2630	–56922	–452128	–89142	–823770
107584	713138	165312	1226124	254016	2144377	–175	–2805	–57400	–509528	–88200	–911970
249001	962139	349300	1575424	490000	2634377	–200	–3005	–99800	–609328	–140000	–1051970
273529	1235668	390681	1966105	558009	3192386	–223	–3228	–116629	–725957	–166581	–1218551
374544	1610212	551412	2517517	811801	4004187	–288	–3516	–176256	–902213	–259488	–1478039
412164	2022376	597060	3114577	864900	4869087	–287	–3803	–184254	–1086467	–266910	–1744949
592900	2615276	820050	3934627	1134225	6003312	–294	–4097	–226380	–1312847	–313110	–2058059

VOLLEDIG REKENSCHEMA

$$[aa.1] = [aa] - \frac{[ab]\,[ab]}{[bb]}$$

$$[al.1] = [al] - \frac{[ab]\,[bl]}{[bb]}$$

$$[as.1] = [as] - \frac{[ab]\,[bs]}{[bb]}$$

$$[bb.1]' = [bb] - \frac{[ab]\,[ab]}{[aa]}$$

$$[bl.1]' = [bl] - \frac{[ab]\,[al]}{[aa]}$$

$$[bs.1]' = [bs] - \frac{[ab]\,[as]}{[aa]}$$

$$[ll.1]' = [ll] - \frac{[al]\,[al]}{[aa]}$$

$$A_0 = \frac{[al.1]}{[aa.1]}$$

$$A_0^1 = -\frac{[as.1]}{[aa.1]}$$

$$m_{A_0} = \sqrt{\frac{m_l^2}{[aa.1]}}$$

$$q = \frac{A_0}{1000}$$

$$m_q = \frac{m_{A_0}}{1000}$$

$$qG = \frac{A_0}{B_0}$$

$$m_{qG} = \sqrt{q^2 m_G^2 + G^2 m_q^2}$$

$$B_0 = \frac{[bl.1]'}{[bb.1]'}$$

$$B_0^1 = -\frac{[bs.1]'}{[bb.1]'}$$

$$m_{B_0} = \sqrt{\frac{m_l^2}{[bb.1]'}}$$

$$k = \frac{B_0}{1000}$$

$$m_k = \frac{m_{B_0}}{1000}$$

$$G = \frac{1000}{B_0}$$

$$m_G = \frac{1000\, m_{B_0}}{B_0^2}$$

$$m_l = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \sqrt{\frac{[ll] - A_0[al] - B_0[bl]}{n-2}}$$

$$r = \frac{[bl.1]'}{\sqrt{[bb.1]'\,[ll.1]'}}$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{[vv]}{[ll.1]'}}$$

BEREKENING NAAR SCHEMA

$$[aa.1] = 25 - \frac{6504.6504}{2615.276} =$$
$$= 25 - 0{,}002487.6504 = 8{,}825$$

$$[al.1] = 10626 - 0{,}002487 \times 3934627 =$$
$$= 840{,}58$$

$$[as.1] = -4079 + 0{,}002487.1312847 =$$
$$= -831{,}95$$

$$A_0 = \frac{840{,}58}{8{,}825} = 95{,}25$$

$$A_0^1 = \frac{831{,}95}{8{,}825} = 94{,}27$$

$$[bb.1]' = 2615276 - \frac{6504}{25} \cdot 6504 =$$
$$= 2615176 - 260{,}16 \times 6504 =$$
$$= 923195$$

$$[bl.1]' = 3934627 - 260{,}16 \times 10626 =$$
$$= 1170167$$

$$[bs.1]' = -1312847 + 260{,}16 \times 4097 =$$
$$= -246971$$

$$B_0 = \frac{1170167}{923195} = 1{,}268$$

$$B_0^1 = \frac{246971}{923195} = 0{,}268$$

$$[ll.1]' = [ll] - \frac{[al]\,[al]}{[aa]} = 6003312 - \frac{10626.10626}{25} = 1486837$$

$$m_l = \sqrt{\frac{[ll] - A_0[al] - B_0[bl]}{n-2}} = \sqrt{\frac{6003312 - 95{,}25 \times 10626 - 1{,}268 \times 3934627}{23}} =$$
$$= \sqrt{\frac{2078}{23}} = 9{,}5$$

$$m_{A_0} = \sqrt{\frac{m_l^2}{[aa.1]}} = \sqrt{\frac{90{,}35}{8{,}825}} = \sqrt{10{,}24} = 3{,}20$$

$$q = \frac{A_0}{1000} = 0{,}095$$

$$m_q = \frac{m_{A_0}}{1000} = 0{,}0032$$

$$m_{B_0} = \sqrt{\frac{m_l^2}{[bb.1]'}} = \sqrt{\frac{90{,}35}{923195}} = \sqrt{0{,}9787.10^{-4}} = 0{,}0099$$

$$G = \frac{1000}{B_0} = \frac{1000}{1{,}268} = 789$$

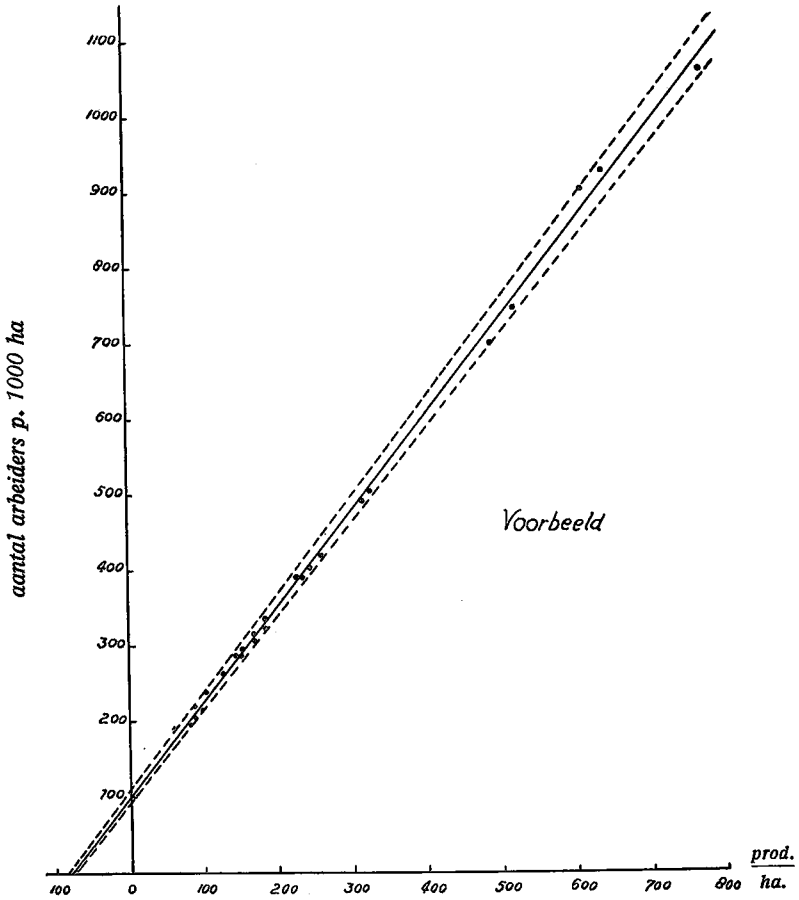
$$m_G = \frac{1000 m_{B_0}}{B_0^2} = \frac{9{,}9}{1{,}608} = 6{,}2$$

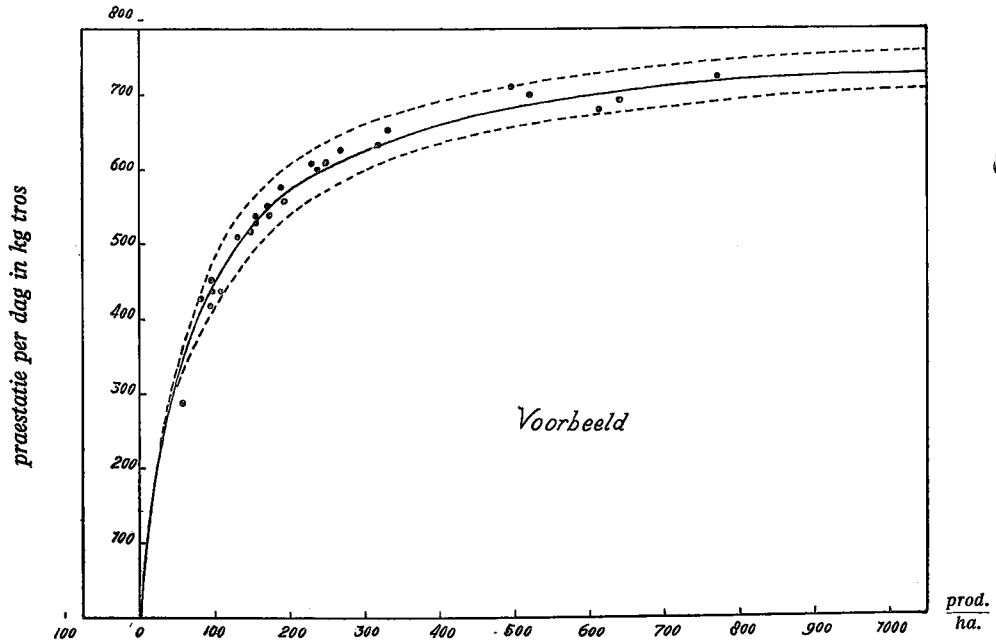
$$qG = 75{,}-$$

$$m_{qG} = \sqrt{G^2 m_q^2 + q^2 m_G^2} = \sqrt{622521 \times 1024 \times 10^{-8} + 9025 \times 3844 \times 10^{-8}} =$$
$$= \sqrt{6{,}7215} = 2{,}59$$

$$r = \frac{[bl.1]'}{\sqrt{[bb.1]'.[ll.1]'}} = \frac{1170167}{\sqrt{923195.1486837}} = 0{,}999$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{[vv]}{[ll.1]'}} = \sqrt{1 - \frac{2078}{1486837}} = 0{,}999$$

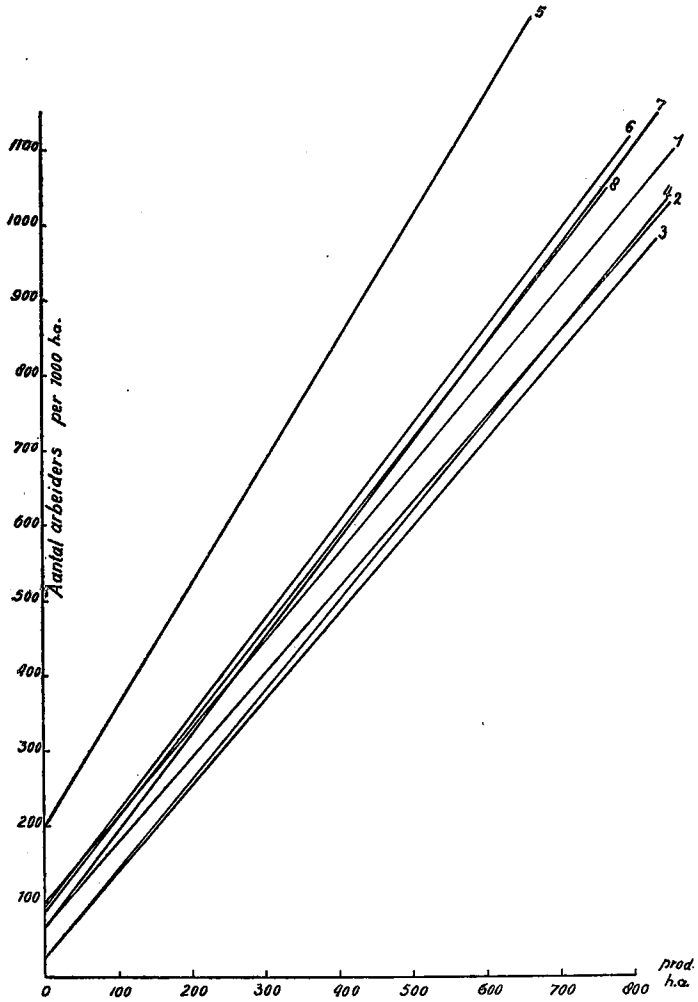

aantal arbeiders p. 1000 ha
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
Voorbeeld
prod.
ha.
100
0
100
200
300
400
500
600
700
800

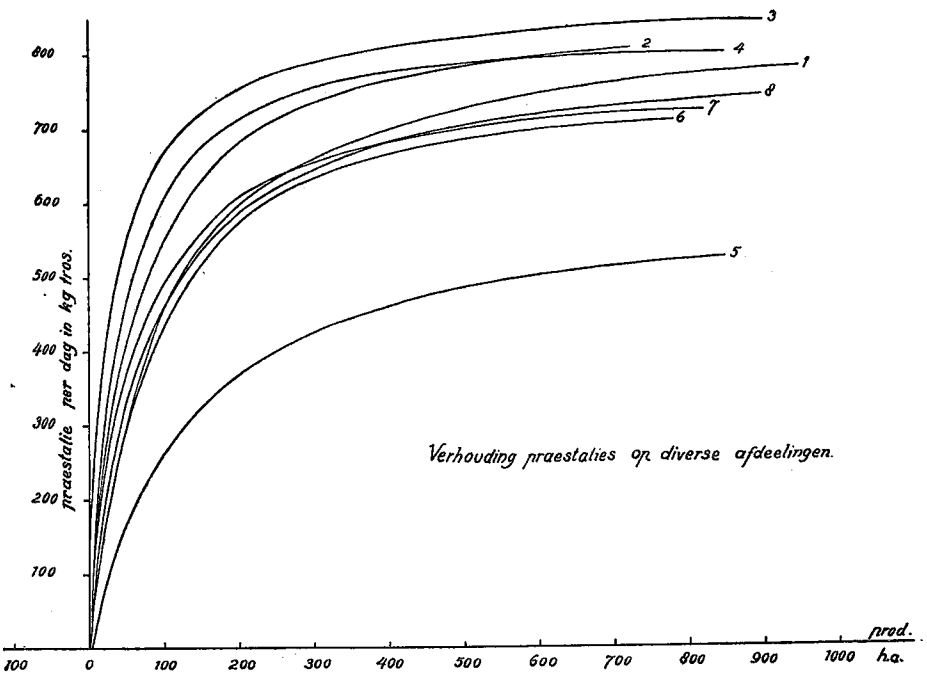

praestatie per dag in kg tros
800
700
600
500
400
300
200
100
Voorbeeld
prod.
ha.
100
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000

CONSTANTEN EN MIDDELBARE FOUT DER CONSTANTEN OP 8 AFDEELINGEN 1933

Afd.		A_0	m_{A_0}	%	B_0	m_{B_0}	%	G	m_G	%	q	m_q	%	qG	m_{qG}	%	r
1	I	135,8	18	13,3	0,957	0,084	8,8	1045	92	8,8	0,136	0,018	13,3	142	23	16,1	0,921
	II	97,2	33	34	1,170	0,062	5,3	855	45	5,3	0,097	0,033	34,–	83	29	29	0,980
	III	100	15	15	1,157	0,037	3,25	864	28	3,25	0,100	0,015	15,–	86	12	14	0,977
2	I	54,7	13	23,8	1,318	0,081	6,2	759	47	6,2	0,055	0,013	23,8	42	10	24	0,957
	II	14	19	136,–	1,242	0,049	4,0	805	32	4,0	0,014	0,019	136,–	11	15	136	0,979
	III	66	10	15,2	1,138	0,033	2,8	879	25	2,8	0,066	0,010	15,2	58	8,7	15	0,976
3	I	69,4	16	23	0,971	0,075	7,7	1030	80	7,7	0,069	0,016	23,–	71	17	24	0,926
	II	12,2	14	117	1,183	0,032	2,7	845	23	2,7	0,012	0,014	117,–	10	12	120	0,992
	III	32	7,5	23,4	1,142	0,022	1,95	876	17	1,95	0,032	0,0075	23,4	28	6,6	24	0,989
4	I	101	14	13,8	0,918	0,078	8,5	1089	93	8,5	0,101	0,014	13,8	110	18	16,4	0,916
	II	–17,4	15	86,5	1,272	0,029	2,3	786	18	2,3	–0,017	0,015	86,5	–13	12	92,5	0,994
	III	40	9	22,6	1,184	0,025	2,1	845	18	2,1	0,04	0,009	22,6	34	7,7	21,6	0,989
5	I	228,5	15	6,6	1,468	0,109	7,5	681	51	7,5	0,229	0,015	6,6	156	16	10,2	0,948
	II	193,6	24	12,4	1,650	0,054	3,3	606	20	3,3	0,194	0,024	12,4	118	15	12,7	0,991
	III	206	9,85	4,8	1,625	0,031	1,95	615	12	1,95	0,206	0,00985	4,8	127	6,6	5,2	0,993
6	I	116	7	6,1	1,154	0,045	3,9	867	34	3,9	0,116	0,007	6,1	101	7	6,9	0,981
	II	63,6	13	2,2	1,339	0,032	2,4	747	18	2,4	0,064	0,013	2,2	48	10	2,1	0,994
	III	94	6	6,4	1,275	0,019	1,5	784	12	1,5	0,094	0,006	6,4	73,7	5	6,3	0,994
7	I	91,6	9	9,7	1,110	0,059	5,3	901	48	5,3	0,092	0,009	9,7	83	9	10,8	0,950
	II	64,1	25	39,–	1,302	0,052	4,1	768	31	4,1	0,064	0,025	39,–	49	19	39,0	0,980
	III	67	8,6	12,8	1,292	0,026	2,3	774	16	2,3	0,067	0,0086	12,8	52	6,7	12,8	0,988
8	I	117,6	8	6,8	1,023	0,055	5,4	978	53	5,4	0,118	0,008	6,8	115	10	9,0	0,963
	II	76,3	15	19,7	1,273	0,029	2,3	766	18	2,3	0,076	0,015	19,7	60	12	20	0,995
	III	87	5,5	6,3	1,249	0,017	1,4	801	11	1,4	0,087	0,0055	6,3	70	4,5	6,5	0,996

I = eerste halfjaar
II = tweede halfjaar
III = geheele jaar


Aantal arbeiders per 1000 h.a.
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
100
200
300
400
500
600
700
800
prod. h.a.
5
7
6
1
8
4
2
3


praestatie per dag in kg tros.
800
700
600
500
400
300
200
100
100
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
prod. h.a.
3
2
4
1
8
7
6
5
Verhouding praestaties op diverse afdeelingen.