



**Analyse van de stationaire grondwaterstroming naar
permanente putten in vrij afwaterende gebieden**

December 2016

Colofon

Titel

Analyse van de stationaire grondwaterstroming naar permanente putten in vrij afwaterende gebieden

Opdrachtgever

LTO Nederland

Auteur

Prof. Dr. Ir. Cees van den Akker
Emeritus hoogleraar Hydrologie Technische Universiteit Delft
en hydrologisch adviseur van LTO Nederland
cvandenakker@casema.nl

Verzonden aan

Dit rapport is selectief verspreid onder drinkwatermaatschappijen, Vewin, KWR, ACSG, IPO en de regionale LTO organisaties.

Den Haag, december 2016

Voorwoord

Binnen de LTO organisaties geven bij grondwaterwinning betrokken boeren, regelmatig aan dat de schadevergoeding niet in overeenstemming is met de schade die wordt veroorzaakt door de grondwaterwinning. Volgens het KWR-rapport 2012.021 'Visie op de vaststelling van landbouwschade door grondwaterwinning' zijn de huidige HELP- en TCGB-tabellen gebaseerd op verouderde meteorologische data en gewasgegevens. Ook houden ze geen rekening met de indirecte effecten van nat- en droogteschade.

Deze constatering is voor LTO Nederland reden geweest om zich nadrukkelijker met dit vraagstuk te gaan bezighouden. LTO Nederland heeft zich daarom aangesloten bij de groep van belanghebbenden, die onder auspiciën van het STOWA opdracht heeft gegeven voor het ontwikkelen van een aangepaste modellering voor het bepalen van landbouwschade in afhankelijkheid van agro-hydrologische omstandigheden. Dit wordt ontwikkeld in het project Waterwijzer Landbouw. Eind 2017 zal het eindrapport daarvan worden opgeleverd.

Waar volgens deskundigen nog onvoldoende aandacht aan wordt gegeven is de vaststelling van de grootte van de grondwaterstandverlaging als gevolg van de waterwinning. LTO Nederland heeft met belangstelling kennis genomen van de discussies hierover in onder andere het vakblad *Stromingen* van de Nederlandse Hydrologische Vereniging. Alleen al in het werkgebied van Brabant Water en Vitens gaat het om een groot aantal winningen waarbij heel veel LTO leden betrokken zijn. Voldoende redenen voor LTO om hierover verder met de betrokken partijen te gaan spreken.

Om goed partij te kunnen zijn bij deze gesprekken, heeft LTO Nederland zich verzekerd van de kennis van een hydrologisch adviseur in de persoon van Prof. Dr. Ir. Cees van den Akker, emeritus hoogleraar Hydrologie van de Technische Universiteit te Delft. LTO Nederland heeft met belangstelling en waardering kennis genomen van de rekenmethodiek die hij in de afgelopen jaren ten aanzien dit vraagstuk heeft ontwikkeld. Deze methodiek, waarover hij diverse artikelen heeft gepubliceerd in het vakblad *Stromingen*, laat zien dat ten opzichte van de gangbare KWR-rekenmethode er een groter beïnvloedingsgebied en een grotere verlaging is. Deze twee effecten resulteren in een verdampingsreductie die 4 à 5 maal groter kan zijn dan die op basis van de KWR-methodiek wordt vastgesteld. Tot op heden baseert de ACSG (Advies Commissie Schade Grondwater) haar schadeberekeningen nog steeds mede op de uitgangspunten zoals verwoord in deze KWR-methodiek.

LTO Nederland verwacht met de bijdrage van Prof. Van den Akker, zoals verwoord in dit rapport, de discussie met de watersector ook op inhoudelijke gronden te kunnen voeren, waarbij wij ons gesteund weten door steeds meer hydrologen die van mening zijn dat de gangbare methodiek leidt tot onaanvaardbare resultaten in de vaststelling van verdampingsreducties en daarmee tot een onderschatting van de landbouwschade.

Met de uitkomsten van Waterwijzer en met de voorgestelde rekensystematiek in dit LTO rapport, kan meer recht worden gedaan aan de opdracht te komen tot een betrouwbare en wetenschappelijk onderbouwde schadevaststelling (bij permanente onttrekkingen in vrij afwaterende gebieden) als gevolg van de grondwaterwinning. Ongetwijfeld zullen de betrokken ondernemers daarbij ook de vraag stellen hoe het staat met de terugwerkende kracht van de nieuwe modelberekeningen. Daarop zal te zijner tijd een goed gefundeerd, juridisch antwoord gegeven moeten worden.

Ir. Jakob Bartelds
LTO Nederland, portefeuillehouder omgeving

Samenvatting

De vrij afwaterende, zandige gebieden in het oosten en zuidoosten van Nederland, lenen zich goed voor het onttrekken van grondwater ten behoeve van de drinkwatervoorziening. Deze onttrekkingen vinden plaats door middel van onderwaterpompen uit tientallen meters diepe putfilters in goed doorlatende, dikke zandpakketten, veelal gelegen onder een deklaag die minder goed doorlatend is.

Vrij afwaterend houdt in dat er een relatie is tussen de grondwaterstand in het gebied en de afvoer van oppervlaktewater door het drainagesysteem met beken en sloten. Is de grondwaterstand hoog dan is de afvoer groot en bij lagere grondwaterstanden daalt de afvoer.

Uit de literatuur is bekend dat deze relatie tussen afvoer en grondwaterstand niet-lineair is. Aangevoerd kan worden dat de relatie redelijk goed door een logaritmisch verloop kan worden weergegeven. De vrijheidsgraden in het logaritmische verloop zijn gerelateerd aan fysische grootheden zoals de hydraulische weerstand van de afdekkende laag en de diepte van de drainagebasis.

Indien grondwater wordt onttrokken zal dat tot gevolg hebben dat in het zandpakket de grondwaterstijghoogte daalt en dat door deze daling ook de grondwaterstand in het afdekkende pakket lager wordt. De daling van de grondwaterstand is minder of hooguit gelijk aan de daling van de stijghoogte. De daling van de grondwaterstand heeft tot gevolg dat er minder water tot afstroming komt via beken en sloten. Op basis van de waterbalans wordt gesteld dat de vermindering in de afvoer gelijk moet zijn aan de onttrekking van grondwater in het geval van stationaire stroming.

Het blijkt mogelijk een tweede orde differentiaal vergelijking op te stellen die de stationaire stroming naar een onttrekking weergeeft. Indien bodemconstanten, onttrekkinghoeveelheid, drainagebasis en beginvoorwaarden ten aanzien van grondwaterstanden bekend zijn, is numeriek een oplossing te genereren met als resultaat de verlaging van de grondwaterstand en -stijghoogte, afhankelijk van de afstand tot de onttrekking en tevens inzicht in de omvang van het door de winning beïnvloede gebied. In de bijlage is op basis van de fysische wetten in de grondwatermechanica de afleiding gegeven van de tweede orde differentiaal-vergelijking. Tevens wordt voor de drainageweerstand een vergelijking opgesteld waarbij deze drainageweerstand lineair toeneemt met de diepte van de grondwaterstand.

Kennis van de verlagingen en de omvang van het beïnvloede gebied is belangrijk in het proces voor de vaststelling van verdampingsreducties en daarmee van eventuele gewasschade ten gevolge van de onttrekking.

Reeds decennia lang is er discussie tussen diverse belanghebbenden over de correcte vaststelling van de verlaging en de omvang van het beïnvloede gebied. Met name landbouwers voelen zich te kort gedaan in de schadevaststelling door de resultaten verkregen met de gangbare methodiek. Een vergelijking van de berekening van de verlagingen en de omvang van het beïnvloede gebied met de in deze nota gepresenteerde rekenmethodiek en de methode waaraan in de gangbare methodiek wordt gerefereerd, levert op dat er een groot verschil kan bestaan in de resultaten. Het is uitdrukkelijk de intentie dat de in deze nota gepresenteerde analyse wordt gezet naast de berekeningsmethoden die in de gangbare methodiek worden gebruikt. De vergelijking is nader uitgewerkt voor de berekening van verlagingen en gebiedsomvang ter plaatse van het pompstation Terwisscha, louter en alleen omdat ook in de berekeningsmethodiek van het KWR de gegevens worden gebruikt die gelden in de omgeving van dit pompstation.

In dat specifieke geval is naar schatting, op basis van de rekenmethodiek uit deze nota, sprake van een 4 tot 5 maal grotere gewasschade dan wordt berekend met de gangbare methodiek.

De uiteindelijke vaststelling van de verdampingsreductie en daarmee van de gewasschade zal uiteraard met behulp van numerieke modellering plaats moeten vinden. Het verdient echter aanbeveling om analytische berekeningen vooraf uit te voeren, waarbij met name kennis wordt verkregen over randvoorwaarden, drainageweerstanden en orde van grootte van verlagingen.

De in de bijlage beschreven berekeningsmethode en de analyse van een aantal onttrekkingsituaties in vrij afwaterende gebieden met de afgeleide formules en vergelijkingen, leiden tot een aantal conclusies en een aanbeveling.

Conclusies

In het geval van permanente onttrekkingen in vrij afwaterende gebieden kunnen op basis van de bevindingen en berekeningen in deze LTO nota de volgende conclusies worden getrokken:

- Kennis over de relatie tussen geo-hydrologie en drainagesysteem is essentieel, deze kennis moet in de gebruikte rekenmethodiek tot uitdrukking komen.
- Gegevens over de kenmerken van het drainagesysteem, zoals drainagebasis en randvoorwaarde voor de “De Glee” situatie, dienen bekend te zijn of bepaald te worden.
- De situatie voordat de onttrekking een aanvang neemt, dient in termen van de grondwatertrap bekend te zijn.
- De oorspronkelijke GT en de onmiddellijke totale onttrekking leiden in een stationaire berekening tot een onderschatting van de verlagingen en de grootte van het beïnvloede gebied.
- Voor de vaststelling van de verlagingen per jaar is kennis nodig omtrent de volgtijdelijkheid van alle ingrepen.
- Een controle op de waterbalans is noodzakelijk.
- De in deze nota gebruikte methodiek geeft een goede indicatie van de stijghoogte verlagingen voor homogene, gebiedsgemiddelde situaties.
- De gangbare methodiek, die de ACSG gebruikt voor de vaststelling van de verlagingen en de grootte van het beïnvloede gebied en die gebaseerd is op de berekeningsmethode van het KWR, dient herzien te worden.

Aanbeveling

Het verdient aanbeveling om alle permanente onttrekkingen die plaatsvinden in vrij afwaterende gebieden door te rekenen op basis van de in deze nota gebruikte methode. De verwachting is dat ook in andere grondwaterwingebieden (op zandgronden met vrij afstromend water) dan rond het pompstation Terwisscha, de berekening van de verlagingen en grootte van het beïnvloede gebied niet correct is uitgevoerd.

Inhoudsopgave

Voorwoord

Samenvatting

1. Inleiding.....	2
2. Historie berekeningen van de verlaging (van de stijghoogte)	3
3. Waarom deze nota	4
4. Bodemopbouw en schematisering van de geohydrologische situatie	5
5. De verlaging van de stijghoogte in een gebied met GT VI door een permanente onttrekking	8
6. De verlaging van de stijghoogte in een gebied deels met GT VI en deels zonder oppervlaktewatersysteem door een permanente onttrekking	14
7. Vergelijking van de berekeningen uit deze nota en de KWR berekening	19
8. De verlaging van de grondwaterstand	20
9. Berekeningen van de verlaging en volgtijdelijkheid	21
10. Conclusies en aanbevelingen.....	22

Bijlage: Berekeningsmethode en de analyse van een aantal onttrekkingsituaties 23

1. Afleiding basisvergelijking stationaire radiale stroming naar een volkomen put.....	23
2. Nadere analyse van de voedingsterm $\frac{h-\varphi}{\lambda^2}$	24
3. De oppervlaktewaterafvoer in relatie tot de grondwaterstand.....	26
4. Hoe goed is de hypothese	28
5. De waarde van de drainageweerstand	33
6. Afleiding van de differentiaalvergelijking voor stationaire stroming naar een volkomen put met een gemengde randvoorwaarde ter plaatse van het freatische vlak	34
7. Referenties	36

1. Inleiding

In geval er grondwater wordt onttrokken bijvoorbeeld ten behoeve van de openbare drinkwatervoorziening kan het voorkomen dat grondwaterstanden worden verlaagd. Deze lagere grondwaterstanden kunnen leiden tot een verandering in de gewasopbrengst. Onder bepaalde voorwaarden komt op basis van de grondwaterwet een hieruit voortvloeiende schade voor agrariërs in aanmerking voor compensatie, deze compensatie komt voor rekening van het bedrijf dat de grondwateronttrekking tot stand brengt.

Om tot een adequate vaststelling te komen van de optredende schade is een heel scala aan meetprotocollen en rekenmethoden ontwikkeld.

Een belangrijk onderdeel in het traject om te komen tot schadevaststelling is de berekening van de verlaging van de grondwaterstand door de onttrekking. Deze verlaging varieert over de seizoenen en is plaats afhankelijk. Al decennia lang wordt onderzoek gedaan naar rekenmethoden ter vaststelling van de verlaging in ruimte en tijd. Een halve eeuw geleden, toen de schade problematiek aandacht kreeg, werd dat gedaan met analytische formules en later, na het beschikbaar komen van computer faciliteiten, met numerieke modellen.

Men zou mogen verwachten dat er zo langzamerhand een zekere consensus zou bestaan tussen de belanghebbenden over de te gebruiken rekenmethoden en de protocollen rond de gegevensverzameling. Er zou dan een algemeen aanvaarde methodiek voor de vaststelling van landbouwschade in de praktijk toegepast kunnen worden. Van deze consensus is echter in het geval van een aantal specifieke situaties (nog) geen sprake.

In deze nota van LTO-Nederland zal de problematiek in het geval van grondwateronttrekkingen in vrij afwaterende gebieden, zoals die voorkomen in het noordoosten en zuiden van Nederland, nader worden uitgewerkt. Juist de vaststelling van de verlaging in vrij afwaterende gebieden is gedurende een lange reeks van jaren onderwerp geweest van discussie en onderzoek.

Bij de methodiek, bekend als de gangbare methodiek, die thans wordt gebruikt door de ACSG wordt gerefereerd aan onderzoek, uitgevoerd en vastgelegd door het KWR. De ACSG is de commissie die in het leven is geroepen om onafhankelijk van belanghebbenden de verlaging vast te stellen en daarna de eventuele schade te kwantificeren. Het KWR is het onderzoeksinstituut van de gezamenlijke waterleidingbedrijven. De ACSG leunt voor specifieke geohydrologische kennis mede op de expertise van het KWR.

Ten aanzien van de berekeningen van de verlagingen door de permanente grondwateronttrekkingen van de waterleidingbedrijven bestaat bij de agrariërs waar de verlagingproblematiek speelt, al sinds jaren een zeker wantrouwen tegen de berekeningsresultaten. Men voelt zich tekort gedaan in de toekenning van de landbouwschade. Problematisch is echter dat de agrariërs evenals de overkoepelende LTO organisaties de specifieke geohydrologische deskundigheid missen om de inhoudelijke discussie aan te gaan met waterleidingbedrijven, KWR en ACSG.

Met het oog hierop heeft LTO Nederland besloten geohydrologische expertise aan te trekken in de persoon van een hydrologisch adviseur. In 2015 heeft de aanstelling plaatsgevonden van Prof.dr.ir. C. van den Akker, emeritus hoogleraar hydrologie, als hydrologisch adviseur van LTO Nederland. Van de hydrologisch adviseur wordt verwacht dat hij een inhoudelijke bijdrage levert in de discussie tussen waterleidingbedrijven, KWR, ACSG en LTO in samenspraak met individuele agrariërs in situaties waar de verlagingproblematiek speelt.

2. Historie berekeningen van de verlaging (van de stijghoogte)

De berekeningen, die vijftig jaar geleden werden uitgevoerd om grip te krijgen op de grootte van de verlagingen door permanente onttrekkingen, hadden een analytisch karakter. In de zeventiger jaren kreeg men de beschikking over programmeerbare rekenapparatuur. De calculator nam de rol van de rekenlineaal over en voorzichtig werden de eerste stappen gezet op het gebied van de numerieke rekenmodellen, veelal gebaseerd op eindige differenties of eindige elementen. Het werd mogelijk om gecombineerde hydrologische systemen door te rekenen, zoals de relatie tussen de verzadigde en onverzadigde zone. Ook de rol van het oppervlaktewater kon beter worden meegenomen in geohydrologische berekeningen. Vandaag de dag zijn er diverse computercodes beschikbaar, die ieder bepaalde specifieke situaties door kunnen rekenen. Analytische formules zijn vrijwel afgezworen en voor de meeste problemen wordt al snel gegrepen naar een digitaal rekenmodel. Uiteraard is hier niets mis mee, zolang de hydroloog maar begrijpt wat wordt berekend en hij de relaties kent die in het rekenproces worden meegenomen.

Echter voor een basaal begrip en bepaling van orde van groottes, is een analytische aanpak vaak een prima hulpmiddel voorafgaand aan de toepassing van een ingewikkeld numeriek rekenmodel. Dit komt uiteraard mede door het feit dat relatief complexe analytische benaderingen, veelal in de vorm van differentiaalvergelijkingen, vandaag de dag zijn door te rekenen met behulp van krachtige rekensystemen en uitgebreide numerieke rekenmethoden.

In deze nota is er daarom voor gekozen om met een analytische aanpak zicht te krijgen op de grootte van verlagingen en de omvang van het gebied waar de verlagingen zich manifesteren.

Deze keuze is mede ingegeven door het feit dat ook het KWR in een rapport¹ heeft gekozen voor een analytische aanpak voor de vaststelling van verlagingen en grootte van het beïnvloede gebied.

Een vergelijking van resultaten wordt hiermee vergemakkelijkt.

In de analytische aanpak in deze LTO nota wordt met name de relatie en interactie tussen de permanente onttrekking en het vrij afstromende oppervlaktewater onderzocht. Dit resulteert in een tweede orde differentiaalvergelijking, die numeriek wordt opgelost.

Een analytische aanpak maakt het nodig dat het geohydrologische systeem en het oppervlaktewatersysteem tamelijk sterk worden geschematiseerd, echter met behoud van de essentiële relaties en interacties.

¹ Rapport BTO 2011.028(s): grondwatermodellen versus tijdreeksanalyse. Het geval Terwisscha

3. Waarom deze nota

Door de ACSG wordt via de gangbare methodiek de eventuele landbouwschade vastgesteld in het geval van een permanente onttrekking in een vrij afwaterend gebied. Deze gangbare methodiek stoeft voor de bepaling van grondwaterstandverlagingen en grootte van het beïnvloede gebied op rapporten en publicaties zoals het BTO 2011.028(s) rapport van het KWR, dat ook als publicatie in het blad *Stromingen*² is verschenen. Voor een vrij afwaterend gebied met een relatief eenvoudige bodemopbouw wordt in dit rapport een methodiek uitgewerkt en toegepast op de situatie rond het pompstation Terwisscha van het waterleidingbedrijf Vitens.

De bepaling van de verlagingen rond dit pompstation is al decennia lang een punt van discussie. In het vermelde BTO rapport is een uitgebreide inventarisatie opgenomen van eerder uitgevoerd onderzoek. In dat rapport wordt door het KWR gebruik gemaakt van gegevens en resultaten uit die eerdere onderzoeken.

In dit BTO-rapport worden berekeningsresultaten gepresenteerd ten aanzien van de opgetreden gemiddelde verlaging en de omvang van het beïnvloede gebied op basis van de door het KWR ontwikkelde berekeningsmethode.

De juistheid van de berekeningsmethode en daarmee ook van de berekende verlagingen en grootte van het beïnvloede gebied rond pompstation (ps) Terwisscha wordt echter betwist door diverse agrariërs. Zij menen meer schade te ondervinden en daarmee is de al decennia lang lopende discussie nog steeds niet beëindigd. Ook LTO Nederland staat na een oriëntatie met betrekking tot het verloop van de discussie op het standpunt dat een inhoudelijke analyse van de door het KWR gepresenteerde resultaten op zijn plaats is.

De overtuiging van LTO dat de kritiek van de agrariërs terecht is, wordt mede ingegeven op basis van een aantal publicaties in het hydrologische vakblad *Stromingen*. Er zijn namelijk binnen de hydrologische onderzoeksweld in Nederland door een aantal hydrologen diverse vraagtekens gezet bij de door het KWR gebruikte methodiek en berekeningsresultaten. Ter indicatie: er wordt gesteld dat de door het KWR berekende verlaging en grootte van het beïnvloede gebied kan leiden tot een landbouwschade die een factor 4 tot 5 te laag is. De financiële belangen in het dossier van landbouwschade door permanente onttrekkingen in vrij afwaterende gebieden zijn daarmee zo groot, dat LTO een kritische beschouwing van de gangbare methodiek, die de ACSG mede op basis van de KWR onderzoeken hanteert, nodig acht.

Deze kritische beschouwing zal in deze nota op de volgende wijze worden uitgevoerd:

- Met behulp van een, op de geohydrologische situatie van vrij afwaterende gebieden toegesneden analytische rekenmethode, wordt de ordegrrootte van de verlagingen en de omvang van het beïnvloede gebied vastgesteld.
- Voor de geohydrologische situatie rond ps Terwisscha worden de verlagingen en de omvang van het beïnvloede gebied berekend. Er wordt gebruik gemaakt van dezelfde waarden voor bodemconstanten, onttrekkinghoeveelheid en dergelijke als in het BTO rapport, aangevuld met karakteristieke gegevens voor het oppervlaktewatersysteem.
- Een vergelijking wordt gemaakt tussen de resultaten uit het BTO-rapport en de resultaten met de analytische aanpak uit deze nota.
- Conclusies worden getrokken op basis van de vergelijking.

In deze nota zullen op een beschrijvende wijze voor een niet specifiek deskundig publiek de stappen worden doorlopen.

In een bijlage worden voor de hydrologische specialisten de fysisch/mathematische uitwerkingen gepresenteerd.

² *Stromingen* 18 (2012) nummer 2. Valkuilen in de tijdreeksanalyse. Het geval Terwisscha.

4. Bodemopbouw en schematisering van de geohydrologische situatie

De door te rekenen situatie omvat het volgende:

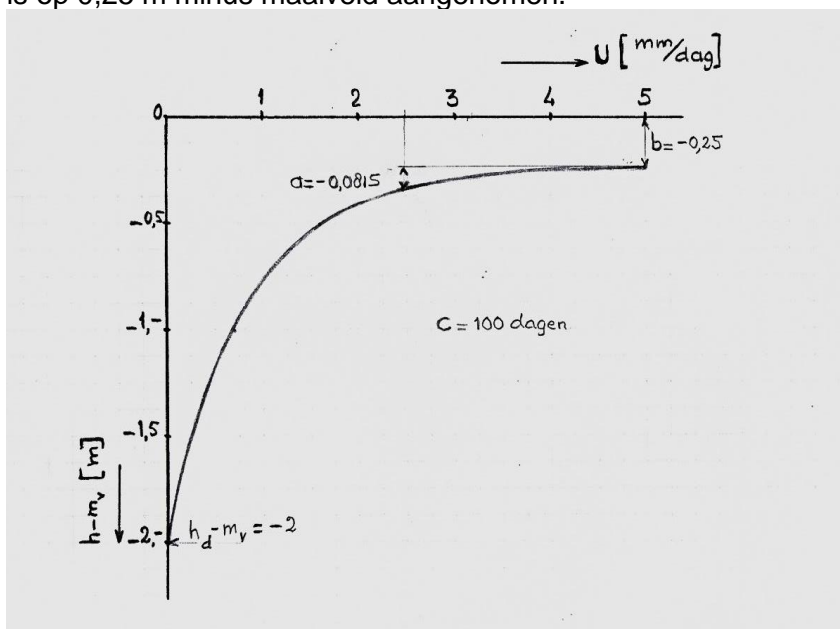
Een dik watervoerend pakket bestaande uit goed doorlatend zand wordt afgedekt door een laag die veel minder doorlatend is en daarmee een zekere weerstand biedt aan de stroming van water. Het gebied is vrij afwaterend, hetgeen inhoudt dat de neerslag minus verdamping vrij tot afstroming komt via een stelsel van drainage middelen zoals beken en sloten. In natte perioden wordt er relatief veel water afgevoerd en zijn de grondwaterstanden hoog. In drogere perioden neemt de oppervlaktewater afvoer af en zijn de grondwaterstanden lager. Er is daarmee een relatie tussen de grondwaterstand en de afvoer door het drainagesysteem. Bij een dalende grondwaterstand vallen er steeds meer drainage middelen droog. Bij een zekere diepte van de grondwaterstand zijn alle drainagemiddelen droog gevallen. Deze diepte wordt de drainagebasis genoemd. In eerder onderzoek in vrij afwaterende gebieden is door meten vastgesteld (o.a. Ernst 1971) dat de relatie tussen grondwaterstand en afvoer kan worden gekarakteriseerd door een niet-lineair verloop. In het artikel "Een fysische onderbouwing van de overdrachtsfactor" in *Stromingen*³ is beargumenteerd dat de relatie goed door een logaritmisch verloop kan worden weergegeven.

De algemene formule voor deze relatie is:

$$U = \frac{1}{2}j + \frac{a}{c} \left\{ \ln \left(\frac{-h + m_v + b}{-a} \right) \right\}$$

waarbij j de waarde van U is op $h - m_v = b$.

In figuur 1 (zie hieronder) is deze relatie weergegeven voor een drainagebasis van 2 m onder maaiveld en een hydraulische weerstand van 100 dagen. De De Glee randvoorwaarde is op 0,25 m minus maaiveld aangenomen.



Figuur 1

Deze relatie stelt dus dat als de grondwaterstand $h - m_v$ hoger wordt (dichtere onder maaiveld) de afvoer U toeneemt. Bij hoge afvoeren hoort een grondwaterstand die nauwelijks hoger wordt als de afvoer nog verder toeneemt.

³ *Stromingen* jaargang 20, nummer 1: C. van den Akker: "Een fysische onderbouwing van de overdrachtsfactor"

Uiteindelijk wordt bij hoge afvoeren de relatie vrijwel horizontaal en dat betekent, dat de grondwaterstand niet meer zal veranderen ook al neemt de afvoer toe. Waar de afvoer nihil wordt vinden we in de grafiek een grondwaterstand gelijk of lager dan de drainagebasis.

Indien nu een permanente grondwateronttrekking wordt gerealiseerd zal in het watervoerende pakket een stroming naar de put plaatsvinden, waarbij de stijghoogten in de richting van de put steeds lager worden. Er zal een gradiënt in de grondwaterstijghoogte in het watervoerende pakket ontstaan en daarmee dus een plaats afhankelijke verlaging. Door deze verlaging ontstaat een gradiënt tussen de grondwaterstand en de grondwaterstijghoogte in het pakket. Indien we de stationaire toestand beschouwen zal er een plaats afhankelijke en tijd onafhankelijke verticale stroming ontstaan tussen het topsysteem met de grondwaterstand en het diepere watervoerende pakket. Er zal door deze stroming minder water beschikbaar komen voor afstroming door het drainagesysteem. Op basis van de wet van behoud van volume (waterbalans) zal de totaal geïnduceerde verticale stroming gelijk moeten zijn aan de onttrekking uit het watervoerende pakket. Door een verminderde afvoer zal de grondwaterstand dalen (zie fig. 1). We nemen aan dat een lagere grondwaterstand niet leidt tot een verandering van de gewasverdamping, hetgeen bij droogte gevoelige gronden uiteraard niet het geval hoeft te zijn.

Uit figuur 1 blijkt tevens dat als de begin grondwaterstand hoog is, dus bij de toestand zonder onttrekking, dat dan de verlaging van deze grondwaterstand door een onttrekking gering is bij een zekere reductie van de afvoer. Bij een reductie in de zeer hoge afvoeren hoort een verlaging die vrijwel nul is. Uiteindelijk wordt bij nog hogere afvoeren de relatie vrijwel horizontaal en dat betekent dat de grondwaterstand niet meer zal veranderen ook al neemt de afvoer af. Deze situatie is kenmerkend voor de geohydrologische schematisering waarvoor de formule van De Glee geldt voor stroming naar een put die water onttrekt aan het watervoerende pakket. Hierbij geldt dus dat als de afvoer minder wordt de grondwaterstand toch gelijk blijft. Als de begin grondwaterstand laag is, bijvoorbeeld net boven de drainagebasis, zal een onttrekking een verlaging tot stand brengen die tot gevolg heeft dat de drainagemiddelen volledig droog vallen. Waar de afvoer nul wordt, vinden we in de grafiek de grondwaterstand gelijk of lager dan de drainagebasis. Ook deze situatie is bekend en kan worden doorgerekend met de formule van Dupuit voor stroming van water naar een put in het diepe watervoerende pakket.

De verandering van de grondwaterstijghoogte in het traject tussen de afvoer nul (Dupuit situatie) en de constante grondwaterstand voor hoge afvoeren (De Glee situatie) kan niet in een formule als gesloten oplossing worden gevangen. Wel blijkt het mogelijk een tweede orde differentiaalvergelijking op te stellen, die numeriek kan worden opgelost. Essentieel in deze aanpak zijn de volgende twee uitgangspunten:

- Het onttrokken water wordt uitsluitend geleverd door een vermindering van de afvoer van het oppervlaktewater door het drainagesysteem
- De grondwaterstroming is stationair, dus tijdsafhankelijk.

In de bijlage is de mathematisch/fysische uitwerking gegeven van de stationaire stroming naar een put waarbij de niet-lineaire relatie geldt zoals het voorbeeld in fig. 1. Deze uitwerking is gebaseerd op de bewegingsvergelijking (wet van Darcy) en de wet van behoud van volume (continuïteitsvergelijking of waterbalans).

De hierboven beschreven methode, resulterend in de tweede orde differentiaalvergelijking, kan worden gebruikt bij waterwinningen in vrij afwaterende gebieden voor de bepaling van de orde van groottes van verlagingen en omvang van het beïnvloede gebied.

Uiteraard dienen per winning de benodigde gegevens beschikbaar te zijn, zoals:

- Grootte van de permanente onttrekking
- Bodemconstanten (doorlaatvermogen, hydraulische weerstand, drainagebasis, etc.)
- Grondwatertrap in het beïnvloede gebied in de situatie zonder onttrekking

Er zal dus per grondwaterwinning locatie specifiek onderzoek moeten worden uitgevoerd om de benodigde gegevens beschikbaar te krijgen.

In het volgende hoofdstuk wordt voor een aantal situaties het resultaat van de toepassing van de differentiaalvergelijking en de numerieke uitwerking daarvan gepresenteerd.

5. De verlaging van de stijghoogte in een gebied met GT VI door een permanente onttrekking

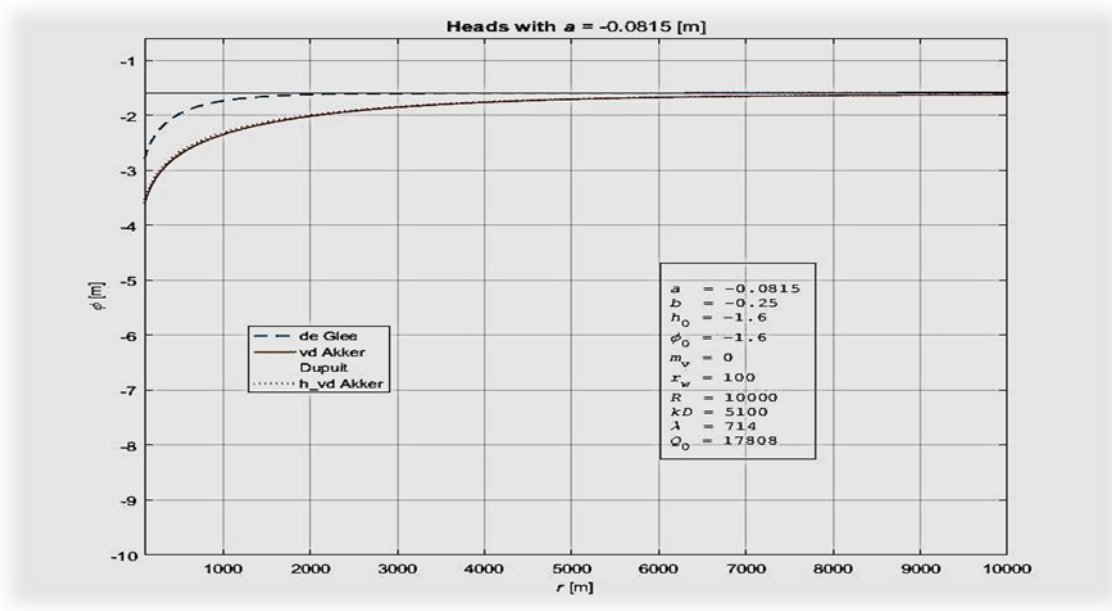
Om een goed beeld te krijgen van de ordegrrootte van verlagingen en omvang van het beïnvloede gebied is het wellicht nuttig enkele oriënterende berekeningen te maken voor situaties met een homogene bodemopbouw en een uniforme grondwatertrap (GT). Gekozen is voor een droogtegevoelige grond met GT VI. De gemiddelde grondwaterstand voor deze GT is 1,1 m minus maaiveld. De GHG (gemiddelde hoogste grondwaterstand) is 0,6 m minus maaiveld en de GLG (gemiddelde laagste grondwaterstand) 1,6 m minus maaiveld voor deze grondwatertrap. De drainagebasis wordt ingeschat op 2,0 m minus maaiveld. De grondwaterstand waarbij voor hoge afvoeren de grondwaterstand gelijk blijft, ook al neemt de afvoer toe of af (De Glee randvoorwaarde), wordt op 0,25 m minus maaiveld gesteld. De overige gegevens en bodemconstanten worden ontleend aan het BTO rapport van het KWR (zie noot 1) om een vergelijking van de berekeningsresultaten mogelijk te maken. Ten aanzien van de waarde van de hydraulische weerstand wordt in de inventarisatie van eerder onderzoek, uitgevoerd door het KWR, een range van waarden genoemd variërend van ongeveer 60 tot 100 dagen. In deze nota zullen de berekeningen worden gepresenteerd voor twee waarden van de hydraulische weerstand, te weten 50 en 100 dagen. De berekening wordt uitgevoerd voor een onttrekking van 6, 5 miljoen m³ per jaar. Met de genoemde gegevens kan de drainagefunctie (U/h relatie) uit fig. 1 worden opgesteld, die per eenheidsoppervlak geldt voor deze specifieke situatie voor het geval de hydraulische weerstand gelijk is aan 100 dagen.

Voor een gebied met een homogene opbouw en een uniforme grondwatertrap GT VI zijn in figuur 2, 3 en 4 de resultaten gepresenteerd met betrekking tot de verlagingen in relatie tot de afstand tot de winningslocatie. In figuur 3 is de gemiddelde situatie aangegeven. Voor deze situatie wordt een straal berekend van 7 tot 8 km en dus een oppervlakte van het beïnvloede gebied in de orde van 150 tot 200 km². De verlaging van de grondwaterstand is slechts in de orde van 1 cm minder dan de verlaging van de grondwaterstijghoogte. Dichter bij de winningslocatie is het verschil uiteraard iets meer dan verder weg.

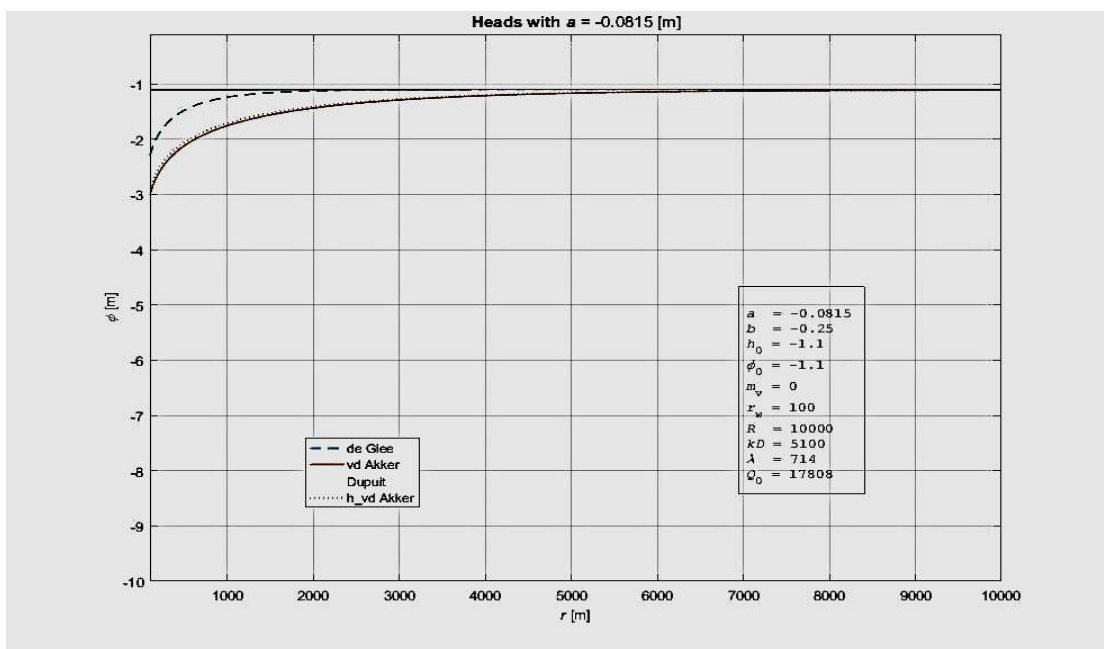
In de GLG situatie (figuur 2) wordt de straal van het beïnvloede gebied beduidend groter, zelfs op een afstand van 9 tot 10 km is nog sprake van een verlaging. In die situatie wordt het verschil tussen de verlaging van de grondwaterstand en de stijghoogte uiteraard minder.

In de GHG situatie (figuur 4) neemt de straal van het beïnvloede gebied af tot 4 à 5 km. Het verschil tussen de verlagingen van de grondwaterstand en de stijghoogte wordt beduidend groter. Dit was uiteraard voorspelbaar op basis van de waterbalans voor het diepe pakket. In de figuren 2, 3 en 4 is tevens aangegeven wat de verlaging voor de stijghoogte in het diepe watervoerende pakket zou zijn, indien de formule van De Glee toegepast zou worden. Het resultaat is uiteraard voor zowel GHG, GLG als de gemiddelde situatie identiek. In de berekening was oorspronkelijk ook het verloop van de stijghoogte op basis van de formule van Dupuit, waarbij de voedingsverandering uit het oppervlaktewater nihil is, opgenomen. Dit verloop is voor de analyse van geen belang en is daarom weggelaten.

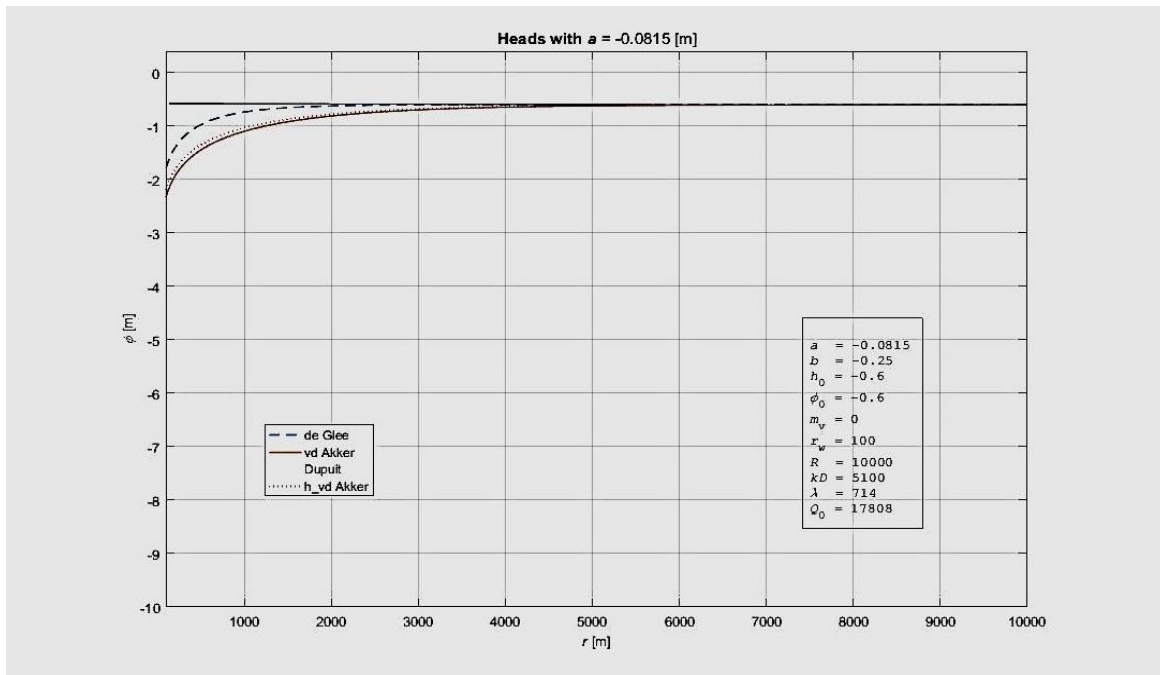
De stippeltjes lijn met de aanduiding h_{vd} Akker geeft het verloop van de berekende verlaging van de grondwaterstand. In de diverse berekeningen komt slechts een gering verschil naar voren tussen de verlagingen van de grondwaterstand en de stijghoogte.



Figuur 2 GLG situatie $c=100$ dagen



Figuur 3 Gemiddelde situatie $c=100$ dagen



Figuur 4 GHG situatie $c=100$ dagen

Concluderend kan worden gesteld voor deze specifieke situatie:

- De oppervlakte van het beïnvloede gebied is in de zomer in de orde van grootte van 4 maal de winteroppervlakte.
- De verlagingen van de stijghoogte zijn in de zomer in de orde van anderhalf tot tweemaal de winterverlagingen.
- Het verschil tussen de verlaging van de grondwaterstand en de stijghoogte is in de winter meer dan in de zomer. Het verschil in de winter is in de orde van grootte van enkele centimeters en in de zomer een enkele centimeter.
- In de gemiddelde situatie is de straal van het beïnvloede gebied 7 tot 8 km.

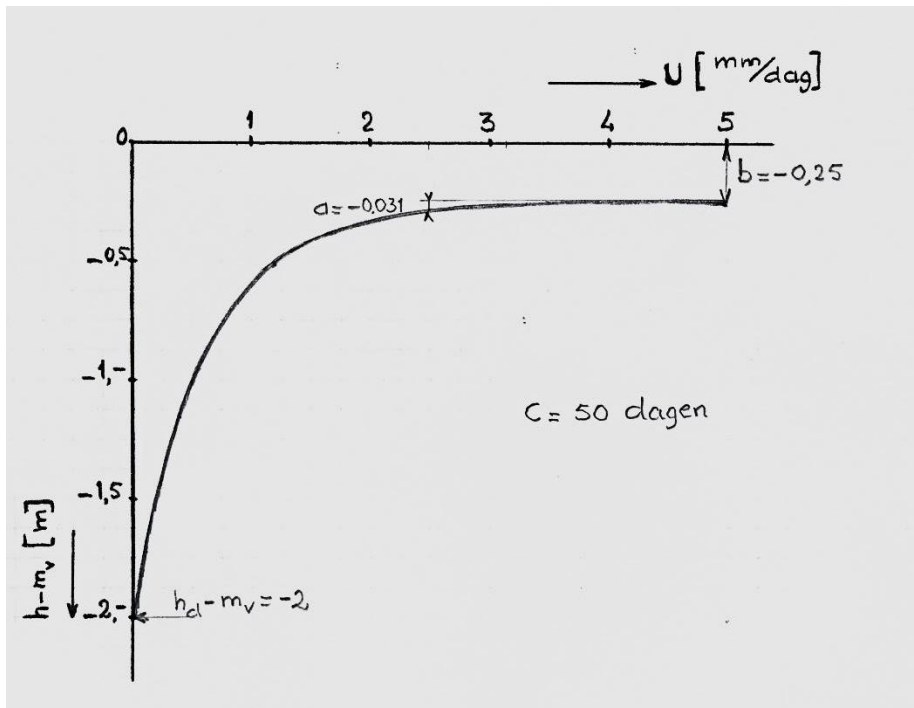
Indien in het hiervoor beschreven geohydrologische systeem de hydraulische weerstand wordt gesteld op 50 dagen in plaats van 100 dagen, kan de U/h relatie worden opgesteld, die staat aangegeven in figuur 5. We zien dat ten opzichte van figuur 1 nu voor de hogere afvoeren een vlakker verloop geldt en dat de relatie steiler wordt voor de diepere grondwaterstanden. Dit betekent dat verwacht mag worden dat de verlagingen voor de GHG veel minder van elkaar zullen verschillen dan de verlagingen van de GLG in beide situaties met de twee verschillende hydraulische weerstanden. Dit betekent ook dat de omvang van het beïnvloede gebied voor het geval met de lage c-waarde groter zal zijn dan de situatie met de hogere c-waarde. Voor de gemiddelde situatie wordt nu een straal van het beïnvloede gebied berekend van ongeveer 9 kilometer (figuur 7).

De GHG situaties met de waarden voor de hydraulische weerstanden van 50 en 100 dagen verschillen zeer weinig zoals blijkt uit de vergelijking van figuren 4 en 8.

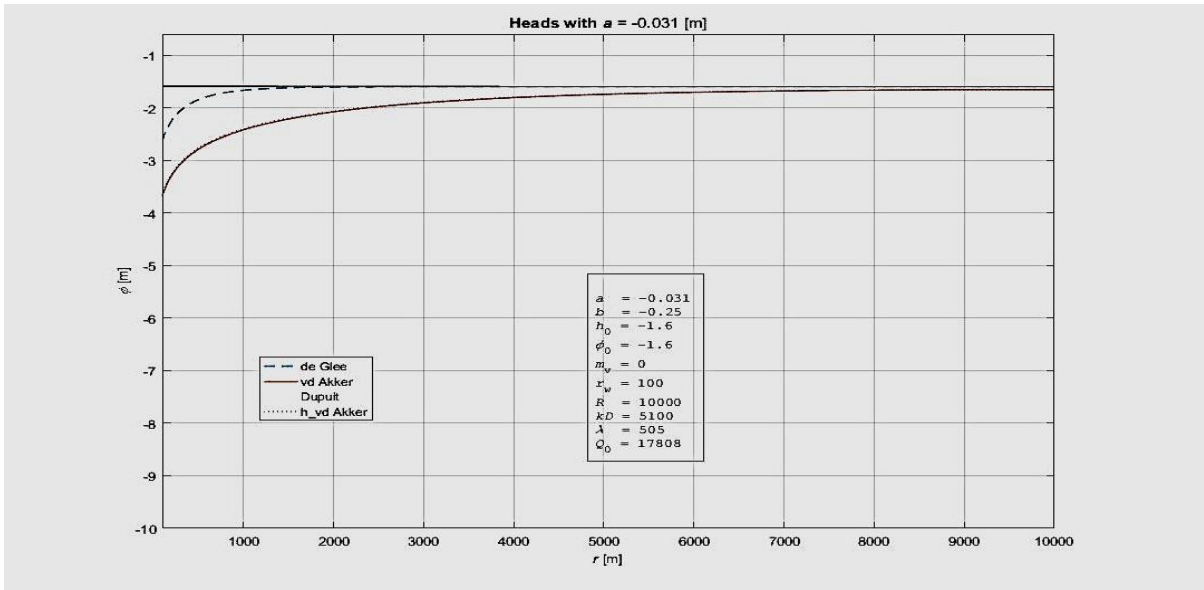
Voor de GLG situatie wordt echter zelfs op een afstand van 10 km van de winning nog een verlaging van enkele centimeters berekend.

Concluderend kan worden gesteld dat in de vergelijking tussen de situaties, waarvoor alleen de c-waarde verschilt, geldt:

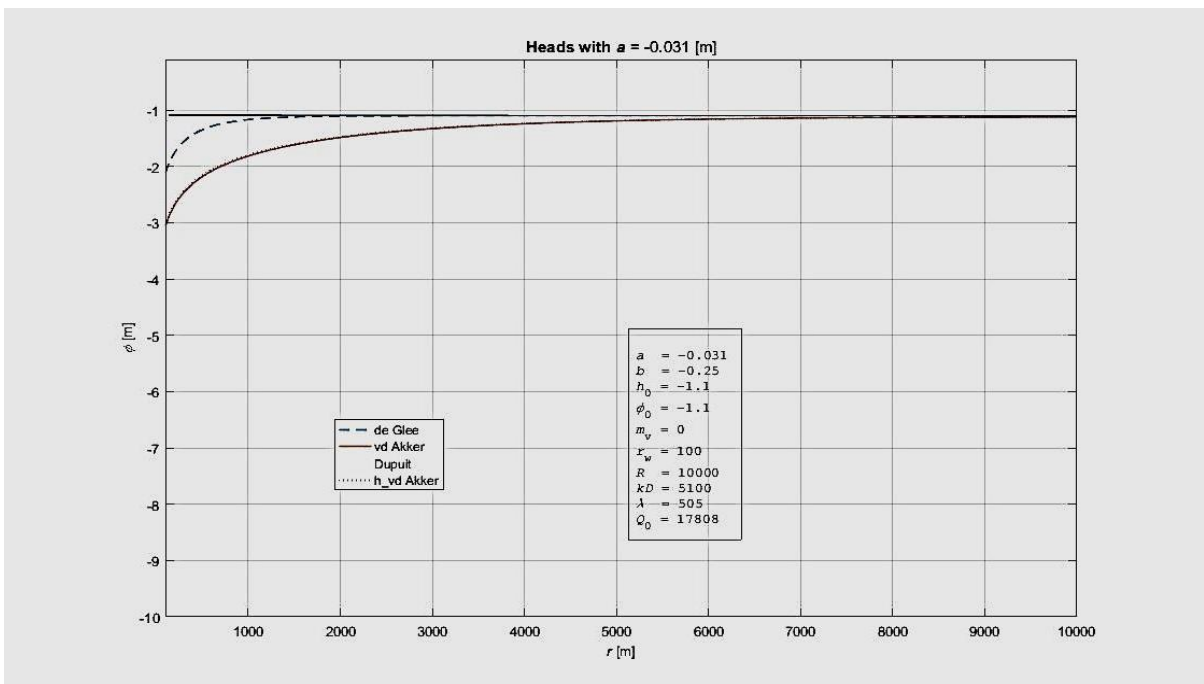
- Een lagere c-waarde betekent een groter beïnvloed gebied met name voor de gemiddelde situatie en de GLG.
- Het verschil tussen de verlaging van de grondwaterstand en de stijghoogte wordt kleiner bij een lagere c-waarde.



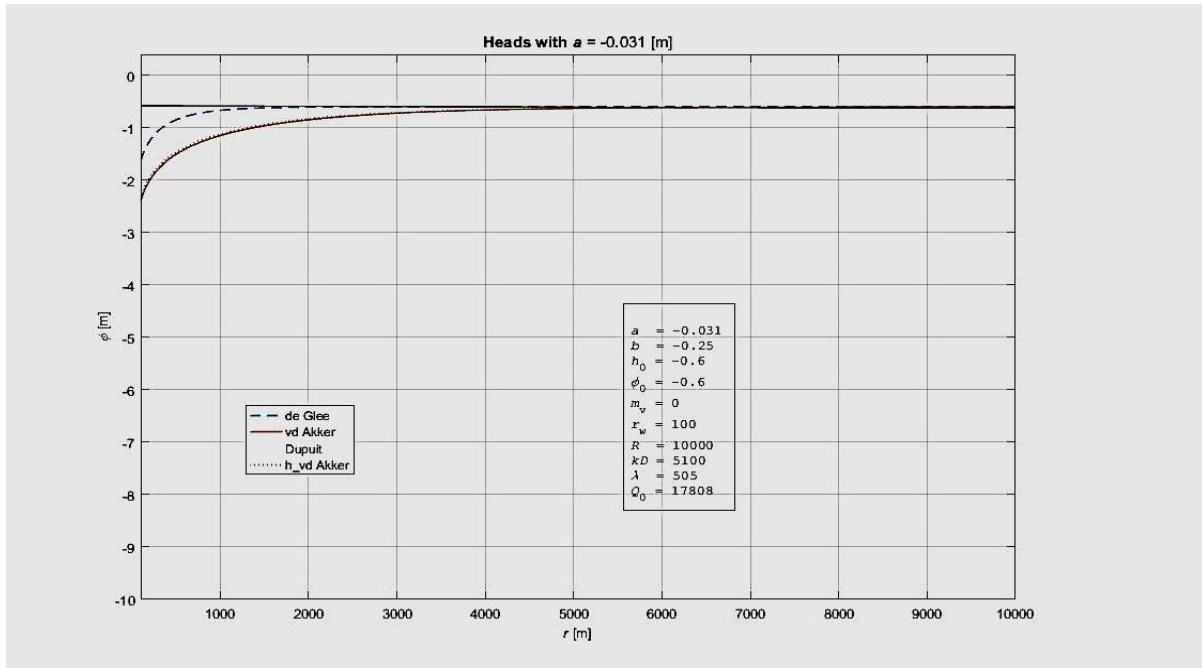
Figuur 5



Figuur 6 GLG $c=50$ dagen



Figuur 7 Gemiddelde situatie $c=50$ dagen



Figuur 8 GHG c=50 dagen

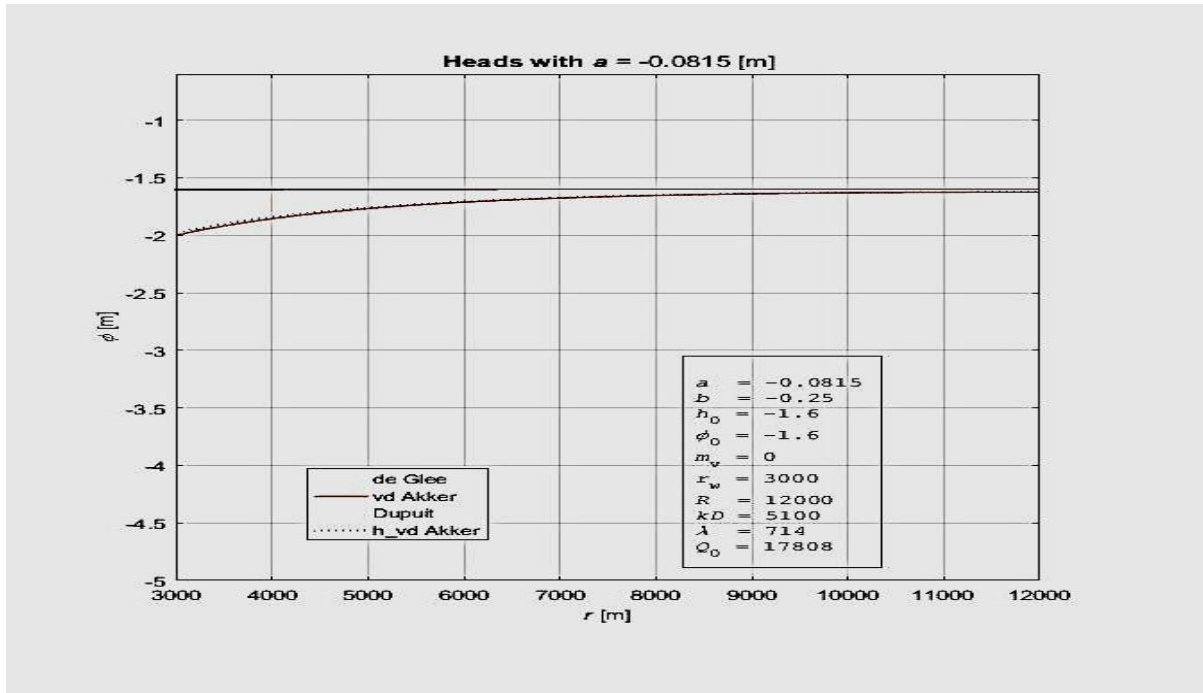
6. De verlaging van de stijghoogte in een gebied deels met GT VI en deels zonder oppervlaktewatersysteem door een permanente onttrekking

In het gebied onder beschouwing (Terwisscha) is vanaf de winning tot een afstand van 3 km geen oppervlaktewater aanwezig en daarbuiten geldt een uniforme GT VI. Voor de bodemconstanten worden dezelfde waarden aangehouden als in de berekening met de uniforme situatie in het vorige hoofdstuk.

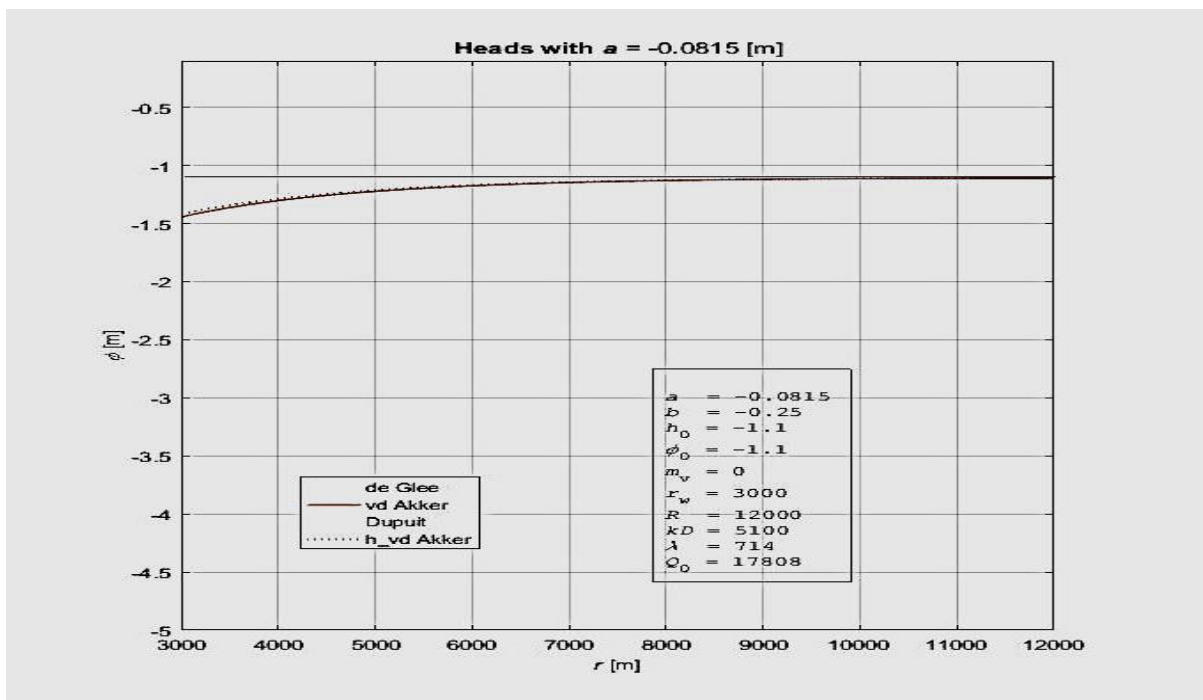
Aangezien er tot 3 km geen drainagesysteem aanwezig is, kan er dus ook geen vermindering in de oppervlaktewaterafvoer plaatsvinden ten gevolge van de permanente winning. Er kan dus worden gesteld dat daarmee de voeding van de onttrekking uit het gebied moet komen dat verder dan 3 km is gelegen. Men mag daarmee verwachten dat de grens van de verlaging door de winning op grotere afstand komt te liggen dan in de berekening voor het uniforme gebied.

In het gebied zonder drainagesysteem geldt de formule van Dupuit voor het berekenen van de verlaging van de stijghoogte. De verlaging in dit gebied kan daarmee eenvoudig worden berekend. Op 3 km wordt aangesloten bij de berekening van de verlaging voor het gebied met het oppervlaktewatersysteem. In de figuren 9, 10 en 11 zijn de verlagingen voor de stijghoogten en grondwaterstanden aangegeven voor het gebied met drainage, dus vanaf 3 km en verder. Dit is gedaan voor een c-waarde van 100 dagen. Hiermee is een vergelijking mogelijk met de eerdere berekening gepresenteerd in de figuren 2, 3 en 4.

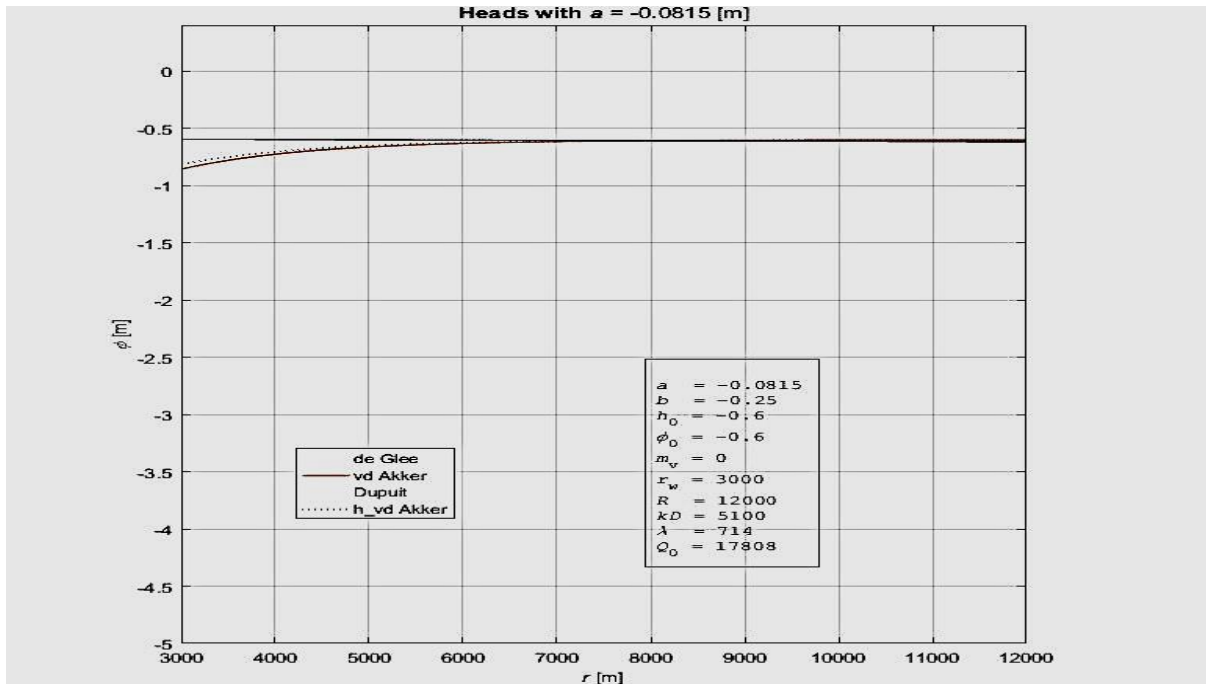
Uit deze vergelijking blijkt dat de straal van het beïnvloede gebied toeneemt. Voor de GLG wordt zelfs op 11 km nog een verlaging van enkele centimeters berekend. Voor de gemiddelde situatie wordt op 10 km nog een enkele centimeter berekend en dit geldt voor de GHG op ca 7 km. De toename van de straal is niet spectaculair, maar de trend is duidelijk. Ook de berekende verlagingen van de stijghoogte nemen toe evenals de grondwaterstandsverlagingen. Er moet uiteraard gelden dat de totale geïnduceerde volumestroom door de c-laag tussen 3 km en de grens van het beïnvloede gebied op basis van de waterbalans gelijk is aan de volumestroom van de permanente onttrekking van 17808 m³/dag (6,5 miljoen m³ per jaar).



Figuur 9 GLG $c=100$ dagen

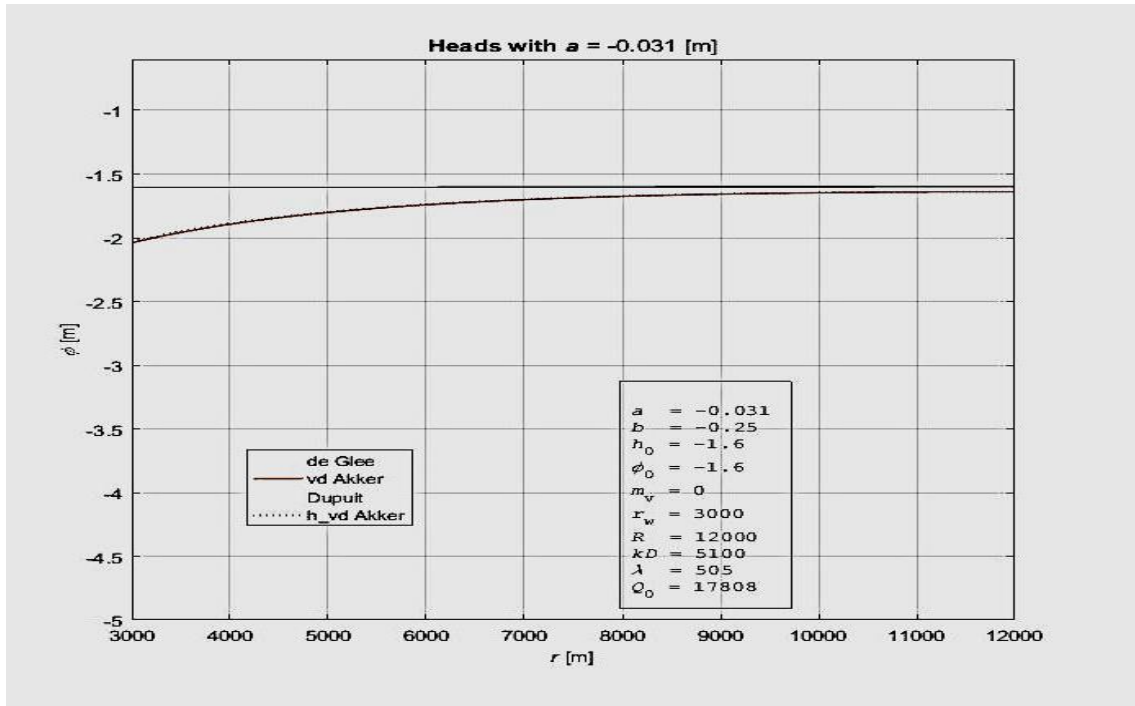


Figuur 10 Gemiddelde situatie $c=100$ dagen

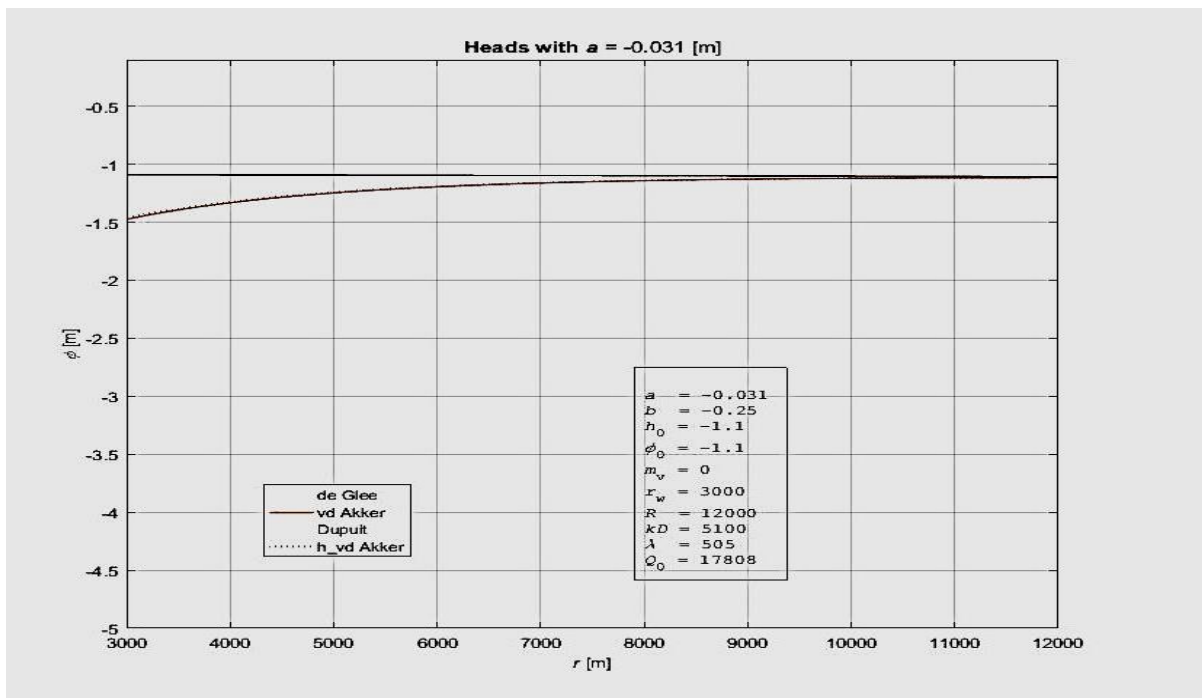


Figuur 11 GHG $c=100$ dagen

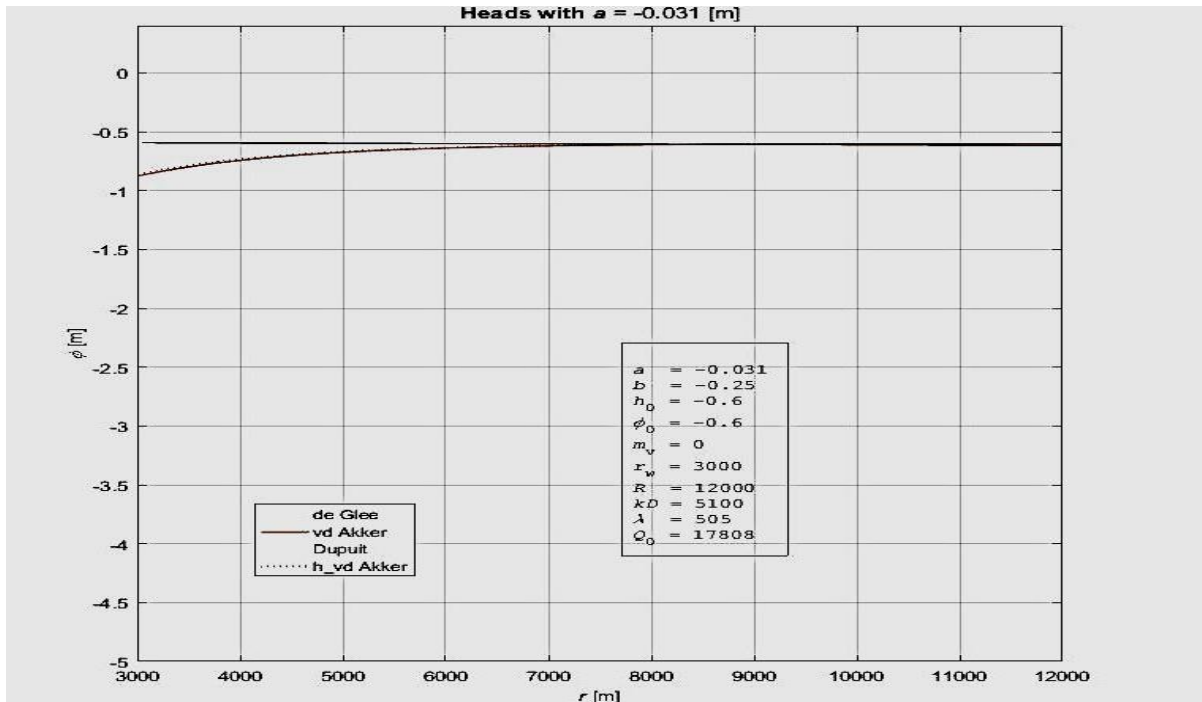
Voor de volledigheid is ook nu de berekening herhaald voor de c -waarde van 50 dagen. De resultaten van deze berekening staan in de figuren 12, 13 en 14. Ook nu zien we dezelfde trend als in de berekening in het vorige hoofdstuk voor de uniforme situatie. De grootte van het beïnvloede gebied neemt toe en het verschil tussen de verlaging in de stijghoogte en de grondwaterstand wordt kleiner.



Figuur 12 GLG c=50 dagen



Figuur 13 Gemiddelde situatie c=50 dagen



Figuur 14 GHG c=50 dagen

In tabel 1 zijn de berekeningsresultaten van de verlaging van de stijghoogte voor de vier gevallen vermeld op een afstand van één km en veelvoud daarvan. Voor elk geval is de GLG, GEMiddelde en GHG situatie aangegeven. In deze tabel is eveneens het resultaat van de berekening van het KWR voor het ps Terwisscha aangegeven. Dit vergemakkelijkt een vergelijking tussen de verschillende gevallen.

Afstand tot put	KWR	UNIFORM						DEELS DRAINAGE					
		c-waarde 100 dagen			c-waarde 50 dagen			c-waarde 100 dagen			c-waarde 50 dagen		
		GLG	GEM	GHG	GLG	GEM	GHG	GLG	GEM	GHG	GLG	GEM	GHG
1000 m	0,79 m	0,90 m	0,70 m	0,50 m	0,85 m	0,70 m	0,60 m	1,01 m	0,95 m	0,86 m	1,04 m	0,96 m	0,89 m
2000 m	0,40 m	0,50 m	0,35 m	0,22 m	0,50 m	0,38 m	0,30 m	0,63 m	0,57 m	0,48 m	0,66 m	0,58 m	0,51 m
3000 m	0,17 m	0,25 m	0,20 m	0,15 m	0,30 m	0,25 m	0,15 m	0,40 m	0,34 m	0,25 m	0,43 m	0,35 m	0,28 m
4000 m	0,01 m	0,16 m	0,13 m	0,10 m	0,20 m	0,15 m	0,10 m	0,25 m	0,20 m	0,13 m	0,30 m	0,22 m	0,15 m
5000 m		0,12 m	0,09 m	0,06 m	0,15 m	0,10 m	0,04 m	0,17 m	0,12 m	0,07 m	0,20 m	0,15 m	0,08 m
6000 m		0,09 m	0,06 m	0,03 m	0,12 m	0,08 m	0,01 m	0,12 m	0,07 m	0,03 m	0,15 m	0,10 m	0,04 m
7000 m		0,06 m	0,03 m		0,10 m	0,05 m		0,08 m	0,05 m		0,10 m	0,05 m	0,02 m
8000 m		0,04 m			0,08 m	0,03 m		0,05 m	0,03 m		0,08 m	0,03 m	
9000 m		0,03 m			0,06 m			0,04 m	0,02 m		0,06 m		
10.000 m					0,05 m			0,03 m			0,05 m		

TABEL 1

7. Vergelijking van de berekeningen uit deze nota en de KWR berekening

De geohydrologische schematisering die is gebruikt in de KWR berekening, houdt in dat binnen een straal van ca 3000 m een natuurgebied aanwezig is zonder oppervlaktewater. Op 3000 m begint een landbouwgebied met een drainagestelsel (vrij afwaterend gebied). Daarmee komt de schematisering van het KWR overeen met de berekening 'Deels drainage' in deze LTO nota. Aangezien het KWR de gemiddelde toestand berekent, kunnen de resultaten het best worden vergeleken met de GEMiddelde resultaten voor de situatie 'Deels drainage'. Onderlinge vergelijking van de GEM situaties voor de c-waarden 50 en 100 dagen levert slechts een gering verschil op.

De verschillen tussen de KWR berekening en de berekening van de GEMiddelde stijghoogteverlaging zijn echter groot. In het natuurgebied zonder drainage (oppervlaktewater) vinden we een grotere verlaging van 0,16 tot 0,18 m. Dit is op een afstand van 1000 m van de winning 20% meer dan de KWR berekening en op 2000 m zelfs 40 % meer. Waar het landbouwgebied begint, op een afstand van 3000 m van de winning, is de berekende verlaging ca 0,35 m. Dit is het dubbele van wat het KWR berekend heeft (0,17 m).

Ook de straal van het beïnvloede gebied wordt veel groter berekend. Waar het KWR ruim 4 km berekent, komen we in deze nota op een straal van 8000 tot 9000 m, dus meer dan een verdubbeling.

In deze LTO nota zal niet uitgebreid worden geanalyseerd waar de verschillen vandaan komen. Hiervoor verwijzen we naar het artikel "Is de balans zoek" ⁴in het blad Stromingen.

Kort samengevat concluderen wij dat het volgende niet correct is in de berekeningen van het KWR:

- De verlaging in het landbouwgebied, dat vrij afwaterend is, wordt gekarakteriseerd met de formule van Dupuit. Deze formule mag echter niet worden toegepast in een vrij afwaterend gebied in een situatie waarbij een veranderende voeding en dus een veranderende grondwaterstand door een stijghoogteverlaging aan de orde is.
- De op grotere afstand (buiten het beïnvloede gebied) gemeten verlaging van de stijghoogte door andere oorzaken, wordt ten onrechte ook als verlaging doorgetrokken in het gehele beïnvloede gebied.
- In de KWR berekening wordt de totale, op basis van geïnterpreteerde metingen, vastgestelde verlaging eerst verminderd met de verlaging door andere oorzaken. Wat overblijft wordt toegeschreven aan de permanente winning. Uiteraard dient de volgorde net andersom te zijn. Eerst dient de verlaging door de winning te worden berekend en daarna kan het verschil tussen de gemeten verlaging en de berekening worden bestempeld als het gevolg van andere oorzaken.
- Een controle op een sluitende waterbalans is niet uitgevoerd. Wordt deze controle wel gedaan, dan blijkt dat de door het KWR gepresenteerde berekening van stijghoogteverlagingen en de grootte van het beïnvloede gebied niet realistisch is.

Al met al hebben de grote verschillen in de berekening van stijghoogten en de grootte van het beïnvloede gebied een groot effect op de berekening van de landbouwschade door permanente onttrekkingen. Globaal kunnen we stellen dat de berekeningen in deze nota wijzen op een 4 tot 5 maal grotere landbouwschade dan het KWR heeft berekend voor het ps Terwisscha.

⁴ Stromingen 22 (2015) nummer 2: C. van den Akker: Is de balans zoek?

8. De verlaging van de grondwaterstand

In de vorige hoofdstukken is sterk de nadruk gelegd op de berekening van de verlaging van de grondwaterstijghoogte onder invloed van een permanente onttrekking. Wel is in de diverse figuren met verlagingen ook de berekende verandering van de grondwaterstand aangegeven (h_{vd} Akker).

In het geval van een c-waarde van 50 of 100 dagen beperkt het verschil tussen de verlaging van de grondwaterstand en de stijghoogte zich tot enkele centimeters. Alleen voor $c=100$ dagen in de GHG situatie wordt in het gebied met drainage op 3000 m enkele centimeters meer berekend.

In de berekende situaties zijn we uitgegaan van een homogene bodemopbouw, eenzelfde grondwatertrap in het gebied met drainage en dezelfde U/h relatie. We hebben getracht de gemiddelde toestand te karakteriseren.

In werkelijkheid is er uiteraard sprake van een meer heterogeen beeld. Voor de bepaling van landbouwschade wordt het gebied opgedeeld in schadevlakken, waarbij geldt dat binnen een schadevlak een min of meer homogene situatie aanwezig is met betrekking tot grondwatertrap, bodemopbouw en drainagesysteem. In de praktijk is het oppervlak van een schadevlak veelal in de orde van grootte van één tot enkele tientallen hectares. Dit betekent een lappendeken van gebieden met ieder specifieke kenmerken, waarbij de regionale samenhang plaatsvindt via het diepe watervoerende pakket. Een berekening van de verlaging van de grondwaterstand en een doorvertaling naar verdampingsreducties en schadebedragen is daarmee vrijwel ondoenlijk met analytische formules. In deze situaties ligt het voor de hand numerieke modellen te gebruiken.

9. Berekeningen van de verlaging en volgtijdelijkheid

In de berekeningen in de vorige hoofdstukken is gebruik gemaakt van een analytische methode waarbij de verlagingen van de grondwaterstand en de stijghoogte worden bepaald als stationaire oplossing. Bij deze methode wordt berekend wat de verlaging wordt als de totale onttrekking, uitgaande van de beginsituatie met betrekking tot de grondwatertrap, onmiddellijk tot stand wordt gebracht.

In werkelijkheid is dat niet het geval, de permanente onttrekkingen groeien veelal over een periode van decennia tot de uiteindelijke (vergunde) onttrekking. Gedurende deze periode van groei van de onttrekkingen kunnen ook andere ingrepen plaatsvinden en kunnen er oorzaken zijn die de grondwaterstanden verlagen. Gezien de sterke niet-lineariteit in de U/h relatie is het van belang te weten op welk moment een ingreep wordt gedaan, oorzaken optreden en hoe de groei van de winning in de tijd tot stand komt. Immers een toename van de winning met bijvoorbeeld één miljoen m³ per jaar vlak na het starten van de onttrekking, heeft een kleinere verlaging tot gevolg dan eenzelfde toename decennia later als andere oorzaken en ingrepen de grondwaterstand ook hebben verlaagd.

Willen we dus in elk jaar de verlaging berekenen ten gevolge van de winning, dan zullen we informatie moeten hebben over de invloed van andere oorzaken en het tijdstip waarop deze oorzaken zijn opgetreden. De volgtijdelijkheid van alle ingrepen en oorzaken, inclusief het verloop van de groeiende winning, dient bekend te zijn. Dit is uiteraard een lastige en in de praktijk een vrijwel onmogelijke opgave.

Wat we echter wel kunnen vaststellen is dat als voor de permanente winning wordt uitgegaan van de correcte beginsituatie, dus de grondwaterstand ten tijde van de start van de winning, en de uiteindelijke totale onttrekking, dan zullen de berekende grondwaterstand- en stijghoogte verlagingen een ondergrens aangeven. Immers, alle oorzaken die tot grotere verlagingen leiden worden in dat geval weggelaten. Hierbij is aangenomen dat de resultante van deze ingrepen en oorzaken in de afgelopen decennia heeft geresulteerd in een verlaging van de grondwaterstand.

Dit betekent dat op basis van volgtijdelijkheid de verlagingen die zijn berekend in de vorige hoofdstukken met de analytische methodiek uit dit rapport, kleiner zullen zijn dan wanneer de hele historie van ingrepen en oorzaken wordt meegenomen.

10. Conclusies en aanbevelingen

a. Conclusies

In het geval van permanente onttrekkingen in vrij afwaterende gebieden kunnen op basis van de bevindingen en berekeningen in deze LTO nota de volgende conclusies worden getrokken:

- Kennis over de relatie tussen geo-hydrologie en drainagesysteem is essentieel, deze kennis moet in de gebruikte rekenmethodiek tot uitdrukking komen.
- Gegevens over de kenmerken van het drainagestelsel, zoals drainagebasis en randvoorwaarde voor de 'De Glee' situatie, dienen bekend te zijn of bepaald te worden.
- De situatie voordat de onttrekking een aanvang neemt, dient in termen van de grondwatertrap bekend te zijn.
- De oorspronkelijke GT en de onmiddellijke totale onttrekking leiden in een stationaire berekening tot een onderschatting van de verlagingen en de grootte van het beïnvloede gebied.
- Voor de vaststelling van de verlagingen per jaar is kennis nodig omtrent de volgtijdelijkheid van alle ingrepen.
- Een controle op de waterbalans is noodzakelijk.
- De in deze nota gebruikte methodiek geeft een goede indicatie van de stijghoogte verlagingen voor homogene, gebiedsgemiddelde situaties.
- De gangbare methodiek, die de ACSG gebruikt voor de vaststelling van de verlagingen en de grootte van het beïnvloede gebied en die gebaseerd is op de berekeningsmethode van het KWR, dient herzien te worden.

b. Aanbeveling

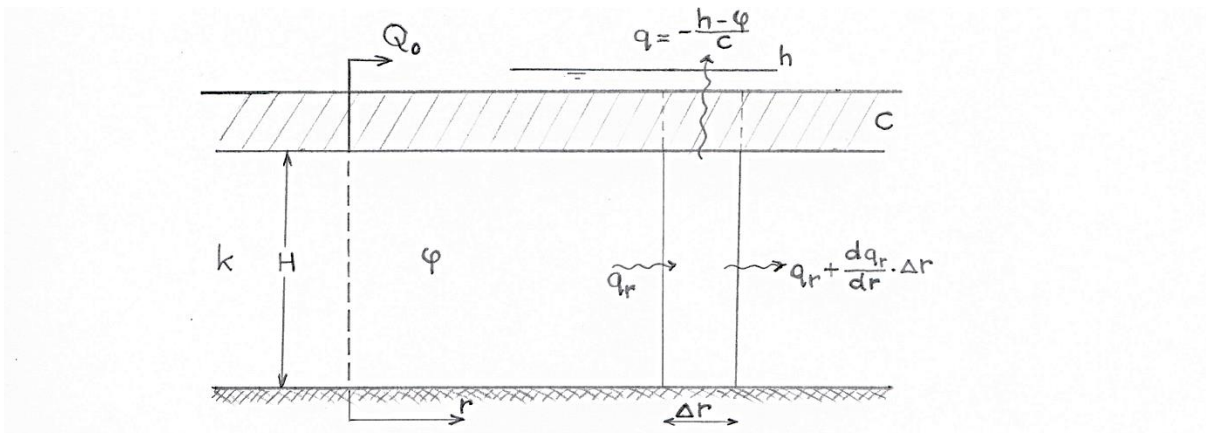
Het verdient aanbeveling om alle permanente onttrekkingen die plaatsvinden in vrij afwaterende gebieden door te rekenen op basis van de in deze nota gebruikte methode. De verwachting is dat ook in andere grondwaterwingebieden (op zandgronden met vrij afstromend water) dan rond het pompstation Terwisscha, de berekening van de verlagingen en grootte van het beïnvloede gebied niet correct is uitgevoerd.

Bijlage: Berekeningsmethode en de analyse van een aantal onttrekkingsituaties

1. Afleiding basisvergelijking stationaire radiale stroming naar een volkomen put

Voor een watervoerend pakket met een doorlaatvermogen kH [m^2/dag] dat is afgedekt door een minder goed doorlatende laag met een hydraulische weerstand c [$dagen$] waaruit permanent water wordt onttrokken met een volkomen put kan de basis differentiaalvergelijking voor stationaire stroming naar de put worden opgesteld onder de volgende aannames (figuur 1):

- Horizontale stroming in het watervoerende pakket
- Verticale stroming in de afdekkende laag
- Homogene bodemopbouw
- k , H en c zijn constant
- Q_0 is een permanente en constante onttrekking
- h is de freatische grondwaterstand t.o.v. het referentie niveau
- φ is de grondwaterstijghoogte t.o.v. het referentie niveau



Figuur 1

$$\left(q_r + \frac{dq_r}{dr} \Delta r\right) \cdot 2\pi(r + \Delta r) \cdot H - q_r \cdot 2\pi r \cdot H - \frac{h - \varphi}{c} \cdot 2\pi r \cdot \Delta r = 0 \quad (1)$$

Met verwaarlozing van de tweede orde term wordt verkregen:

$$q_r \cdot H + \frac{dq_r}{dr} \cdot r \cdot H - \frac{h - \varphi}{c} \cdot r = 0 \quad (2)$$

Met de wet van Darcy $q_r = -k \cdot \frac{d\varphi}{dr}$ wordt verkregen:

$$-kH \frac{d\varphi}{dr} - kH \cdot r \frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{h - \varphi}{c} \cdot r = 0 \quad (3)$$

Stel $\lambda = \sqrt{kHc}$ (spreidingslengte) dan wordt de basisvergelijking voor stationaire stroming naar een volkomen put in één watervoerend pakket met daarboven een minder goed doorlatende laag:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{h - \varphi}{\lambda^2} = 0 \quad (4)$$

2. Nadere analyse van de voedingsterm $\frac{h-\varphi}{\lambda^2}$

a) Als $\frac{h-\varphi}{\lambda^2} = 0$ bijvoorbeeld als $\lambda \rightarrow \infty$

dan geldt voor de basisvergelijking (4) $\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} = 0$ de algemene oplossing

$$\varphi = C_1 + C_2 \ln r$$

Controle op deze oplossing: $\frac{d\varphi}{dr} = C_2 \cdot \frac{1}{r}$ en dus $\frac{d^2\varphi}{dr^2} = -C_2 \cdot r^{-2} = -\frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{1}{r}$

Daarmee is $\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} = 0$ en dus is de algemene oplossing correct.

De constanten C_1 en C_2 kunnen worden bepaald met behulp van de randvoorwaarden:

- als $r = R$ dan is $\varphi = \varphi_0$ (Dirichlet randvoorwaarde) dus $C_1 = \varphi_0 - C_2 \ln R$
- voor elke r geldt $q_r \cdot 2\pi r \cdot H = -Q_0$ dus $-k \cdot \frac{d\varphi}{dr} \cdot 2\pi r \cdot H = -Q_0$

Samen met de algemene oplossing geeft dit:

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{Q_0}{2\pi k H} \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (\text{Formule van Dupuit}) \quad (5)$$

Belangrijke conclusie:

Er is geen verandering in de voeding door de onttrekking in het traject $0 < r \leq R$

b) Als in de voedingsterm $\frac{h-\varphi}{\lambda^2}$ de grondwaterstand h constant is, dat wil zeggen dat de grondwaterstand niet verandert onder invloed van een verandering van de grondwaterstijghoogte φ door een onttrekking, dan geldt:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{h-\varphi}{\lambda^2} = 0$$

De algemene oplossing van deze differentiaalvergelijking is:

$$\varphi = A I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + B K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

Een zeer goede benaderende oplossing van deze differentiaalvergelijking met randvoorwaarden $\varphi = \varphi_0$ voor $r \rightarrow \infty$ en onttrekking Q_0 is (zie Steady Flow of Ground Water towards Wells (CHO/TNO mededeling no.10))

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{Q_0}{2\pi k H} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (\text{Formule van De Glee}) \quad (6)$$

waarin K_0 een gemodificeerde Besselfunctie is van de nulde orde.

Belangrijke conclusie:

Er is geen verandering in de grondwaterstand door de onttrekking in het traject $0 < r < \infty$

c) In de voedingsterm $\frac{h-\varphi}{\lambda^2}$ geldt voor een Dupuit situatie dat de $\varphi = h$ dat wil zeggen dat er geen voedingsverandering is langs de bovenrand als gevolg van een onttrekking. De randvoorwaarde is daarmee van het Neuman type (constante voeding). In de De Glee situatie is de $h = \text{constant}$ dat wil zeggen dat in het geval van een onttrekking de randvoorwaarde van het Dirichlet type is (constante grondwaterstand).

Er kan ook sprake zijn van een gemengde randvoorwaarde langs de bovenrand dat wil zeggen dat in het geval van een onttrekking de verandering van de grondwaterstijghoogte door de onttrekking ook een verandering van de grondwaterstand veroorzaakt. Dit is het geval in vrij afwaterende gebieden. Uiteraard is deze verandering van de grondwaterstand minder dan of hooguit gelijk (Dupuit) aan de verandering van de grondwaterstijghoogte op dezelfde afstand van de onttrekking, dus:

$$0 \leq \frac{dh}{d\varphi} \leq 1 \text{ waarbij:}$$

als $\frac{dh}{d\varphi} = 0$ geldt De Glee

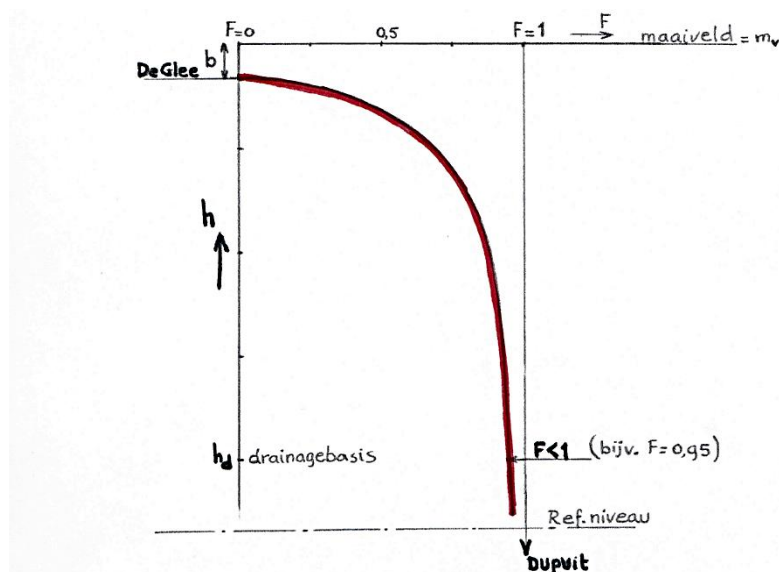
als $\frac{dh}{d\varphi} = 1$ geldt Dupuit

In (Van den Akker, 2013) is de overdrachtsfactor F gedefinieerd als de verandering van de grondwaterstand als gevolg van een verandering van de stijghoogte dus:

$$F = \frac{dh}{d\varphi}$$

Aangezien de slootdichtheid afneemt met de diepte onder maaiveld mag men verwachten dat de overdrachtsfactor niet-lineair toeneemt met de diepte van de grondwaterstand onder maaiveld. Op $h = h_d$ (drainagebasis) gaat de slootdichtheid abrupt naar nul.

In figuur 2 is het verloop van de F aangegeven als functie van de grondwaterstand.



Figuur 2

3. De oppervlaktewaterafvoer in relatie tot de grondwaterstand

We stellen als hypothese dat het verloop van F door een hyperbool kan worden weergegeven.

Hypothese $h - m_v = \frac{aF}{1-F} + b$ (hyperbool) (7)

a en b zijn constanten waarvoor geldt $a < 0, b \leq 0$ [m]

Hieruit volgt dat $F = \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{h - m_v - b}\right)}$ als $h \rightarrow -\infty$ dan wordt $F = 1$ en als $h - m_v = b$

dan is $F = 0$

Als $h - m_v = a + b$ dan is $F = \frac{1}{2}$

Aangezien $\frac{dh}{d\varphi} = F$ volgt dat $\frac{d\varphi}{dh} = \frac{1}{F}$ dus

$$\frac{d\varphi}{dh} = 1 + \frac{a}{h - m_v - b} \quad (8)$$

Stel $f = -(h - m_v - b)$ dan is $df = -dh$ dus:

$$-\frac{d\varphi}{df} = 1 - \frac{a}{f} \text{ en hieruit volgt dat } d\varphi = \left(-1 + \frac{a}{f}\right) df$$

Na integratie volgt $\varphi = \int \left(-1 + \frac{a}{f}\right) df$ en daarmee is

$$\varphi = -f + a \ln f + C_1 \text{ en dus:}$$

$$\varphi = h - m_v - b + a \ln(-h + m_v + b) + C_1 \quad (9)$$

De volumestroomdichtheid in verticale richting door de minder goed doorlatende laag met hydraulische weerstand c is:

$$q = -\frac{h - \varphi}{c}$$

Differentiatie naar h geeft:

$$\frac{dq}{dh} = \frac{d}{dh} \left(-\frac{h - \varphi}{c}\right) = -\frac{1}{c} \left(1 - \frac{d\varphi}{dh}\right)$$

Substitutie van vergelijking 8 geeft:

$$\frac{dq}{dh} = -\frac{1}{c} \left(1 - 1 - \frac{a}{h - m_v - b}\right) = \frac{a}{c} \left(\frac{1}{h - m_v - b}\right)$$

In een vrij afwaterend gebied is er een relatie tussen de afvoer per eenheidsoppervlak $U(h)$ en de freatische grondwaterstand h .

We nemen aan dat een verandering van de volumestroomdichtheid door de scheidende laag volledig wordt gecompenseerd door een verandering van de afvoer van het oppervlaktewater. We kunnen dan stellen:

$$\frac{dq}{dh} = \frac{dU}{dh} \quad \text{en hieruit volgt:}$$

$$\frac{dU}{dh} = \frac{a}{c} \left(\frac{1}{h - m_v - b} \right)$$

Stel $f = -(h - m_v - b)$ dan is $df = -dh$

$$\text{Hieruit volgt} \quad U = \int \left(+ \frac{a}{c} \left(\frac{1}{f} \right) \right) df = \frac{a}{c} \ln f + C_1 = \frac{a}{c} \ln(-h + m_v + b) + C_1$$

De waarde van C_1 kan als volgt worden bepaald:

Als $U = \frac{1}{2}j$ dan is $h - m_v = a + b$ waarbij j de waarde is van U op $h - m_v = b$ en voor j bovendien geldt dat de U/h relatie vrijwel horizontaal is (De Glee randvoorwaarde) dan volgt:

$$C_1 = \frac{1}{2}j - \frac{a}{c} \ln(-a)$$

Daarmee wordt de U/h relatie:

$$U = \frac{1}{2}j + \frac{a}{c} \left\{ \ln \left(\frac{-h + m_v + b}{-a} \right) \right\} \quad (10)$$

De diepte van de drainagebasis wordt gevonden voor $U = 0$.

Voor grondwaterstanden boven de drainagebasis is de U/h relatie geldig en voor grondwaterstanden lager dan de drainagebasis geldt Dupuit.

De diepte van de drainagebasis $h_d - m_v$ kan worden berekend met:

$$h_d - m_v = a \exp \left(-\frac{c}{2a} j \right) + b \quad (11)$$

Conclusie

Uitgaande van een hyperbolisch verloop van de overdrachtsfactor F komt een logaritmisch verband naar voren tussen de afvoer per oppervlakte eenheid en de freatische grondwaterstand.

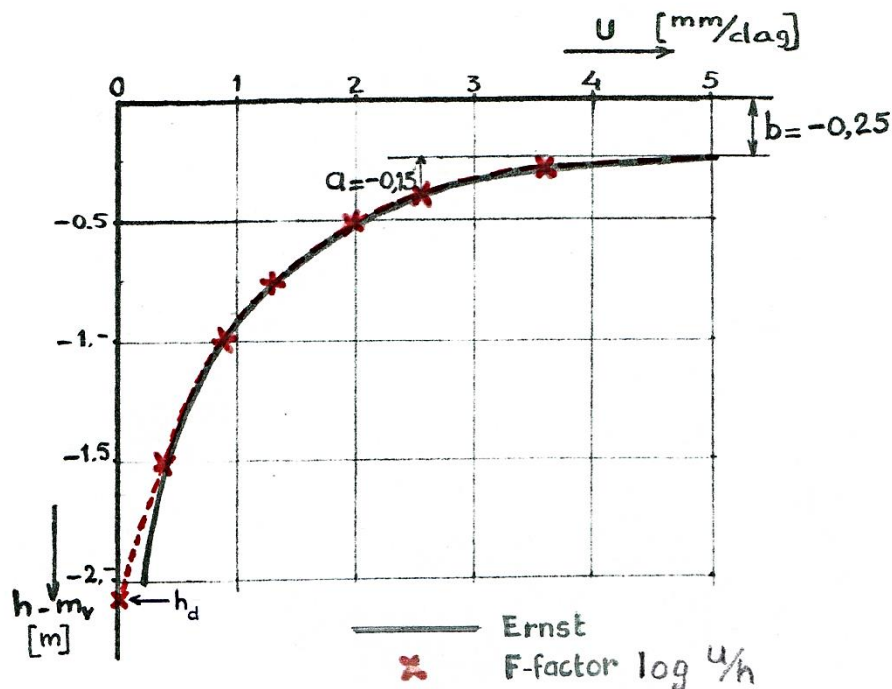
4. Hoe goed is de hypothese

In het vorige hoofdstuk is uitgegaan van de hypothese dat de overdrachtsfactor F een hyperbolisch verloop heeft waarbij:

$$F = \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{h - m_v - b}\right)} \quad \text{en} \quad F = \frac{dh}{d\varphi}$$

In een aantal publicaties (Ernst, 1971, 1978) en Ernst en Feddes (nota 1116 ICW-Wageningen) worden U/h relaties gepresenteerd voor gebieden in Nederland met een vrije afwatering.

In figuur 3 is de U/h relatie weergegeven uit de publicatie van (Ernst, 1971) en in figuur 4 de U/h relaties uit de ICW nota 1116 van Ernst en Feddes. In het artikel in Stromingen "Een fysische onderbouwing van de overdrachtsfactor" (Van den Akker, 2014) is de relatie uit figuur 3 geanalyseerd. Het blijkt dat de logaritmische relatie (vergelijking 10) goed is te matchen met deze relatie. De vrijheidsgraden a en b kunnen worden bepaald door opmeting en vervolgens kan de bijbehorende c -waarde worden berekend. Deze blijkt ongeveer 150 dagen te zijn

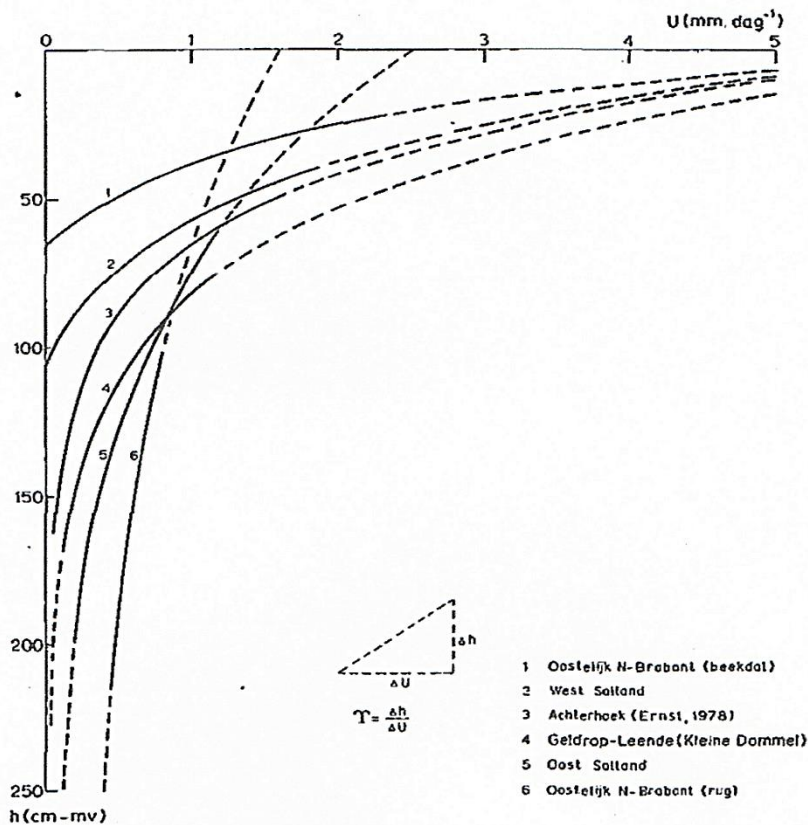


Figuur 3 (relatie uit (Ernst,1971))

De relaties 1,2,3, en 4 uit figuur 4 kunnen eveneens met de logaritmische relatie (vergelijking 10) worden gekarakteriseerd. Gezien de onzekerheid in het verloop van de relaties bij de hogere afvoeren is er voor gekozen om voor de relaties 2, 3 en 4 de De Glee randvoorwaarde aan te nemen op de waarde $U = 3 \text{ mm/dag}$. De waarde van $(a+b)$ kan worden opgemeten op $U = 1/2 * 3 = 1,5 \text{ mm/dag}$

Het is duidelijk dat de keuze van $U = 3 \text{ mm/dag}$ niet voldoet aan de voorwaarde dat daar de relatie vrijwel horizontaal is. Dit zal leiden tot een minder goede fit met de logaritmische relatie uit vgl. 10

Indien we de drainagebasis kunnen opmeten is daarna de c -waarde die hoort bij de betreffende U/h relatie te bepalen.



. Afvoer U als functie van de grondwaterstandsdiepte h voor een aantal gebieden in Nederland

Figuur 4 (Overgenomen uit ICW nota 1116 auteurs Ernst en Feddes)

Voorbeeld relatie 1 (Oostelijk Noord-Brabant (beekdal))

Door opmeting bepaald:

$$h_d = -0,65 \text{ m (voor } U = 0 \text{ mm/dag)}$$

$$a = -(0,20 - 0,07) = -0,13 \text{ m}$$

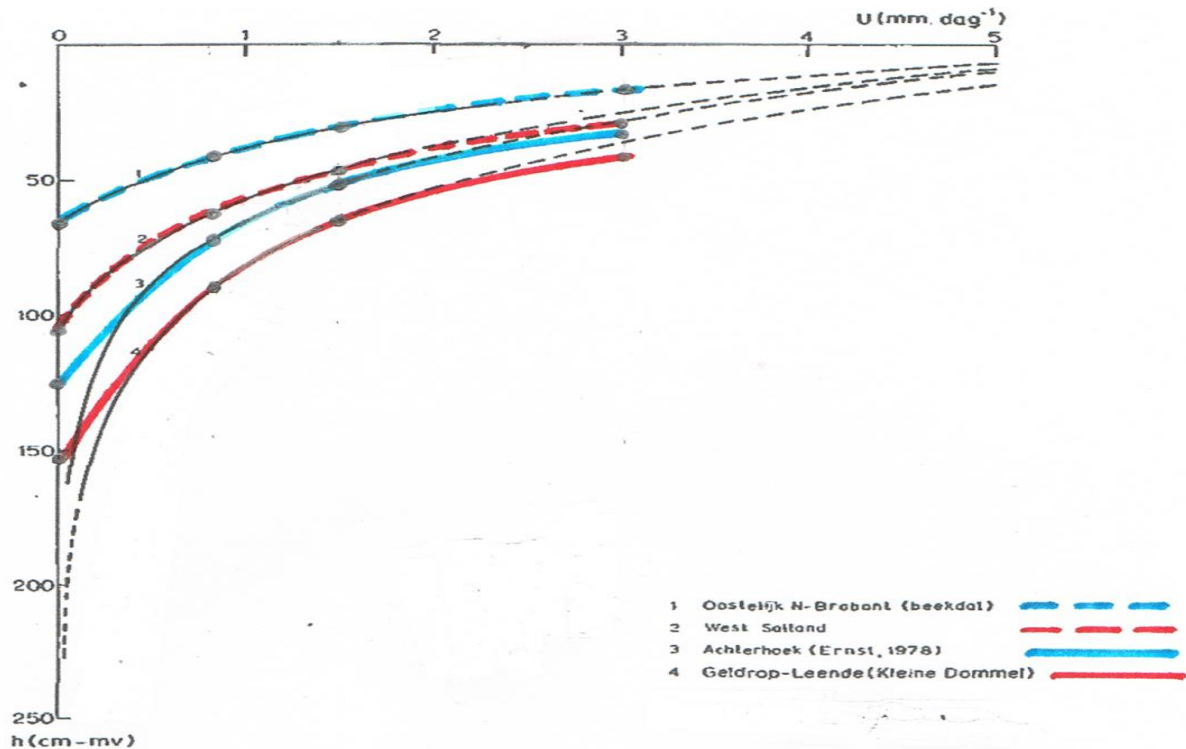
$$b = -0,07 \text{ m}$$

$$j = 5 * 10^{-3} \text{ m/dag}$$

De algemene vergelijking is:

$$U = \frac{1}{2}j + \frac{a}{c} \left\{ \ln \left(\frac{-h + m_v + b}{-a} \right) \right\}$$

Substitutie van de gemeten waarden levert een c-waarde op van 70 tot 80 dagen.



Figuur 5 Match tussen de U/h relaties van Ernst en Feddes en de U/h relaties op basis van het logaritmische verloop.

Bij het matchen van de door Ernst en Feddes gegeven relaties in figuur 4 met de logaritmische benadering valt op dat voor relatie 1 (Oostelijk Noord Brabant) de match vrijwel exact is.

Bij relatie 2 (West Salland) is er bij de hogere afvoeren een afwijking waarbij de drainage weerstand in de logaritmische relatie lager is. De waarde voor de hydraulische weerstand c voor deze relatie komt uit op ongeveer 190 dagen.

Voor relatie 3 (Achterhoek (Ernst, 1978)) vinden we naast een lagere drainageweerstand voor de hogere afvoeren ook een beduidend hogere drainagebasis. De berekende hydraulische weerstand voor verloop 3 is ongeveer 220 dagen.

Voor relatie 4 (Geldrop-Leende (Kleine Dommel)) wordt eveneens een hogere drainagebasis berekend en ook een lagere drainageweerstand bij de hogere afvoeren. De berekende hydraulische weerstand is ongeveer 270 dagen.

Indien de diepte van de drainagebasis bekend is, de hydraulische weerstand bepaald is en de waarde van b is vastgesteld kan de waarde van a gevonden worden met behulp van de vergelijking:

$$U = \frac{1}{2}j + \frac{a}{c} \left\{ \ln \left(\frac{-h + m_v + b}{-a} \right) \right\}$$

Waarbij geldt dat als $h - m_v = h_d - m_v$ dan is $U = 0$

Er kan dan gesteld worden dat:

$$h_d - m_v = a \exp\left(-\frac{c}{2a}j\right) + b \quad (12)$$

Het is lastig de a uit deze vergelijking op te lossen. We kunnen echter de a expliciet in een vergelijking uitdrukken op de volgende wijze:

$$\text{Stel } h_d - m_v - b = g \text{ en } \frac{cj}{2} = -f$$

Na substitutie in vergelijking 12 volgt:

$$g = a \exp\left(\frac{f}{a}\right) \text{ en dus } g \exp\left(-\frac{f}{a}\right) = a$$

$$\text{Hieruit volgt: } \frac{g}{f} \exp\left(-\frac{f}{a}\right) = \frac{a}{f} \text{ en dus } \frac{f}{a} \exp\left(-\frac{f}{a}\right) = \frac{f}{g}$$

$$\text{Daarmee is } -\frac{f}{a} \exp\left(-\frac{f}{a}\right) = -\frac{f}{g} \text{ en dus } W\left(-\frac{f}{g}\right) = -\frac{f}{a}$$

Waarin W de Lambert functie is (zie figuur 6)

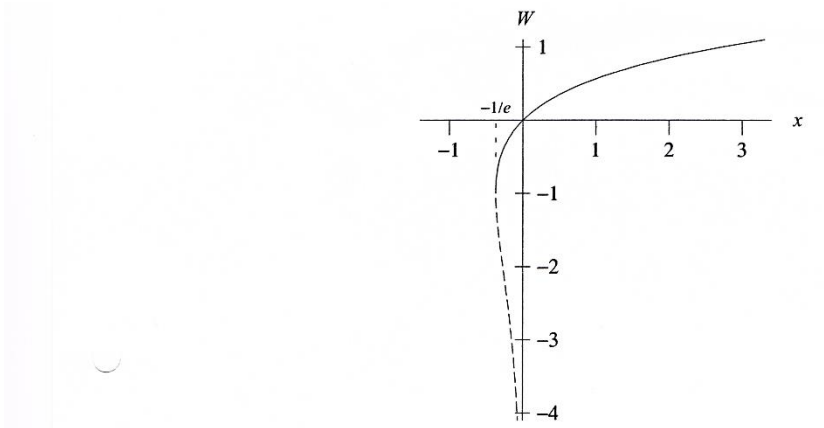
$$\text{Daarmee is } a = -\frac{f}{W\left(-\frac{f}{g}\right)} \text{ en dus:}$$

$$a = \frac{cj}{2} * \frac{1}{W\left\{\frac{cj}{2} * \frac{1}{(h_d - m_v - b)}\right\}} \quad (13)$$

Met $c > 0$ en $j > 0$

Aangezien $a < 0$ volgt hieruit dat:

$$-\frac{1}{e} \leq \frac{cj}{2} * \frac{1}{(h_d - m_v - b)} < 0 \quad (14)$$



Figuur 6 : Het verloop van de Lambert W functie

Conclusie

In vrij afwaterende gebieden met een drainagebasis niet dieper dan enkele meters onder maaiveld is de U/h relatie goed tot redelijk goed te karakteriseren met een logaritmisch verloop volgens de vergelijking

$$U = \frac{1}{2}j + \frac{a}{c} \left\{ \ln \left(\frac{-h + m_v + b}{-a} \right) \right\}$$

In deze relatie met drie vrijheidsgraden (a , b en c) is b de diepte onder maaiveld waarvoor de De Glee randvoorwaarde wordt aangenomen op $U=j$ en c is de hydraulische weerstand van de afdekkende laag.

Voor de vrijheidsgraad a geldt:

waar $U = \frac{1}{2}j$ is $h - m_v = a + b$

5. De waarde van de drainageweerstand

De drainageweerstand γ wordt gedefinieerd (Ernst, 1971) als:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{dU}{dh}$$

Uitgaande van de logaritmische relatie in vergelijking 10 kan dus door differentiatie naar h worden gesteld dat:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{a}{c} \left(\frac{1}{h - m_v - b} \right) \quad \text{of} \quad \gamma = \frac{c}{a} (h - m_v - b) \quad (15)$$

Een karakteristieke waarde voor de drainageweerstand wordt gevonden voor $h - m_v = a + b$ dus waar $U = \frac{1}{2}j$. In dat geval is de drainageweerstand gelijk aan de hydraulische weerstand dus:

$$\gamma = c \quad \text{voor} \quad h - m_v = a + b$$

De maximale waarde van de drainageweerstand γ_m wordt gevonden door de substitutie van $h - m_v = h_d - m_v$ in vergelijking 15 dus:

$$\gamma_m = \frac{c}{a} (h_d - m_v - b) \quad \text{of} \quad \gamma_m = c \exp\left(-\frac{c}{2a}j\right) \quad (16)$$

Conclusie

De drainageweerstand is niet-lineair afhankelijk van de hydraulische weerstand en neemt door het logaritmische verloop van de grondwaterstand/afvoer relatie lineair toe met de diepte van de grondwaterstand.

6. Afleiding van de differentiaalvergelijking voor stationaire stroming naar een volkomen put met een gemengde randvoorwaarde ter plaatse van het freatische vlak

Aannames en uitgangspunten:

- stationaire stroming
- homogene bodemopbouw (c en kH zijn constant)
- verticale stroming in de afdekkende laag
- horizontale stroming in het watervoerende pakket
- Q is een permanente, constante onttrekking aan een volkomen put
- er wordt uitgegaan van de basisvergelijking:

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{h - \varphi}{\lambda^2} = 0 \quad (17)$$

- langs de bovenrand geldt een U/h relatie met als vergelijking:

$$U = \frac{1}{2}j + \frac{a}{c} \left\{ \ln \left(\frac{-h + m_v + b}{-a} \right) \right\} \quad (18)$$

waarbij tevens geldt dat: $\varphi = h - m_v - b + a \ln(-h + m_v + b) + C_1$ (19)

en tevens dat:

$$a = \frac{cj}{2} * \frac{1}{W \left\{ \frac{cj}{2} * \frac{1}{(h_d - m_v - b)} \right\}} \quad (20)$$

Indien we uitgaan van vergelijking 19

en we stellen $f = -h + m_v + b$ en $g = \varphi - C_1$

dan is $g = -f + a \ln f$

Vervolgens is

$$\frac{g}{a} = \ln(f e^{-f/a})$$

En dus

$$e^{g/a} = f e^{-f/a}$$

Hieruit volgt

$$-\frac{1}{a} e^{g/a} = -\frac{f}{a} e^{-f/a}$$

We introduceren nu de Lambert W functie (figuur 6) waarvoor geldt:

$$W\left(-\frac{1}{a} e^{g/a}\right) = -\frac{f}{a}$$

Dus

$$-f = a W\left(-\frac{1}{a} e^{g/a}\right)$$

In termen van de stijghoogte wordt daarmee de differentiaalvergelijking vergelijking 17

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \left\{ \frac{\varphi - m_v - b - a W\left\{-\frac{1}{a} \exp\left(\frac{\varphi - C1}{a}\right)\right\}}{\lambda^2} \right\} = 0 \quad (21)$$

Waarbij geldt dat als $h_0 = \varphi_0$ dan is

$$C1 = m_v + b - a \ln(-h_0 + m_v + b) \quad (22)$$

en tevens

$$a < 0 \text{ en } b \leq 0$$

Vooralsnog wordt er van uitgegaan dat de oplossing van deze differentiaalvergelijking numeriek dient plaats te vinden met de randvoorwaarden ter plaatse van de put en tevens:

als $r = R_s$ dan geldt dat

$$\frac{d\varphi}{dr} = 0$$

Met behulp van bijvoorbeeld MATLAB wordt voor een bepaalde situatie de verandering van de grondwaterstijghoogte berekend als functie van de afstand tot de onttrekking.

De grondwaterstand kan vervolgens worden berekend met:

$$h = m_v + b + a W\left\{-\frac{1}{a} \exp\left(\frac{\varphi - C1}{a}\right)\right\} \quad (23)$$

7. Referenties

Akker, C. van den (2013) Tussen Dupuit en De Glee; in: Stromingen JRG 19 nr 2

Akker, C. van den (2014 a) Een fysische onderbouwing van de overdrachtsfactor; in: Stromingen JRG 20 nr 1

Ernst, L.F. (1971) Analysis of groundwater flow to deep wells in areas with a non-linear function for the subsurface drainage; in: Journal of Hydrology 14

Ernst, L.F en **Feddes, R.A** (1983) Invloed van grondwateronttrekking voor beregening en drinkwater op de grondwaterstand; in: Nota 1116 van het Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding Wageningen