Toepassing van tijdreeksanalyse op meetreeksen van de stijghoogte

Samenvatting
Er is een groeiende belangstelling voor de toepassing van statistische methoden op geohydrologische problemen. Een voorbeeld van zo'n methode is tijdreeksanalyse, die met succes op grondwatermeetreeksen kan worden aangepast. In dit artikel worden de beginselen van tijdreeksanalyse en de toepassingsmogelijkheden voor geohydrologische studies besproken. Daarbij ligt het accent meer op de praktische toepasbaarheid dan op de theoretische verantwoording. Dit laatste kan in verschillende naslagwerken worden gevonden. Er worden enige aspecten van tijdreeksanalyse vergeleken met lineaire regressie en deterministische modellen. De belangrijkste conclusie voor wat betreft de geohydrologie is dat tijdreeksanalyse en in het bijzonder het transfermodel, een waardevolle aanvulling is op de bestaande geohydrologische technieken.


F. C. VAN GEER
DGV-TNO Delft


P. K. BAGGELAAR
KIWA NV, Nieuwegein


P. R. DEFIZE
ITI-TNO Delft

1. Inleiding

De laatste jaren is er een groeiende belangstelling voor het toepassen van statistische technieken bij geohydrologische onderzoeken. Voor veel geohydrologische processen geldt dat de beschikbare kennis ontoereikend is om deze processen exact deterministisch te kunnen modelleren. Statistische modellering, zoals tijdreeksanalyse, gaat uit van de wetmatigheden in het waarnemingsmateriaal. Daarom bieden statistische modellen een alternatief in situaties waarin het deterministisch modelleren problematisch is, maar waar wel waarnemingen beschikbaar zijn. Bovendien kan met behulp van statistische technieken een maat worden gegeven voor variabiliteit in geohydrologische variabelen en voor betrouwbaarheden van berekeningsresultaten.
Bijna alle processen in de geohydrologie zijn tijdsafhankelijk. Dat houdt in dat veel hydrologische variabelen variëren in de tijd. In dit artikel wordt als geohydrologische variabele voornamelijk de stijghoogte beschouwd. Tijdreeksanalyse is echter toepasbaar op vele andere hydrologische variabelen, zoals de concentratie van een stof of de afvoer van een rivier. Om informatie over het gedrag van het grondwater in Nederland te verkrijgen wordt de stijghoogte op een discreet aantal punten in de ruimte en in de tijd gemeten. In een groot deel van de meetpunten wordt 24 maal per jaar waargenomen, met min of meer gelijke meetintervallen. Per meetpunt levert dat een tijdreeks van de stijghoogte. De waarnemingen worden bijvoorbeeld gebruikt voor het opstellen van begin- en randvoorwaarden bij grondwatermodelstudies.
Tijdreeksanalyse is een statistische methode waarbij de informatie die de tijdreeks zelf bevat centraal staat. Deze methode is een zeer bruikbaar gereedschap bij geohydrologisch onderzoek. In dit artikel zal ruime aandacht worden besteed aan de toepassingsmogelijkheden. De doeleinden van tijdreeksanalyse kunnen zijn:
- afleiden van dynamische relaties tussen variabelen, waardoor het mogelijk wordt oorzaken te relateren aan geconstateerde veranderingen in hydrologische variabelen;
- verkrijgen van voorspellingen;
- schatten van ontbrekende waarden in een tijdreeks.

In verschillende geohydrologische studies is tijdreeksanalyse toegepast [onder andere Baggelaar, 1987; Van Geer, 1987]. In dit artikel wordt eerst het principe van tijdreeksanalyse behandeld, vervolgens wordt ingegaan op de toepassingsmogelijkheden bij geohydrologische studies. Daarna zullen een aantal praktische punten van de modellering worden behandeld en ten slotte worden conclusies getrokken over de bruikbaarheid en de beperkingen van tijdreeksanalyse in de geohydrologie. Elders in dit nummer wordt een aantal toepassingen van tijdreeksanalyse behandeld.

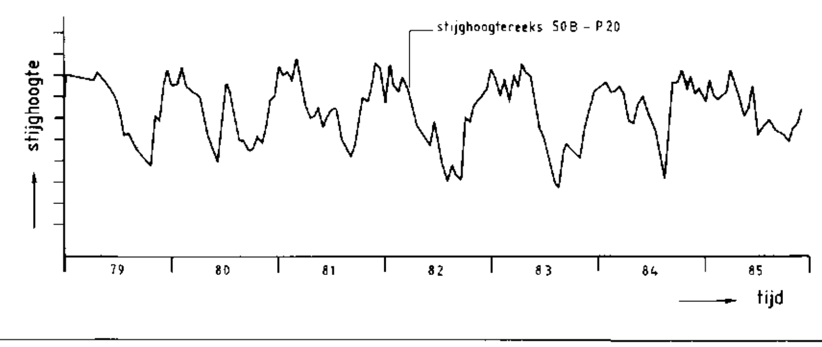
2. Principe van tijdreeksmodellering

Tijdreeksen zijn niet zomaar een verzameling getallen, maar deze getallen hebben een bepaalde volgorde. Opeenvolgende waarnemingen vertonen een samenhang, die het karakter van de tijdreeks bepaalt. Meetreeksen van ondiepe stijghoogten hebben bijvoorbeeld vaak een periodiek karakter met een periode van een jaar (zie afb. 1). Een bijzonder geval doet zich voor als de opeenvolgende waarnemingen geen samenhang vertonen. Dan spreekt men van een witte-ruisreeks. Met het modelleren van een tijdreeks wordt het karakter van de tijdreeks zo goed mogelijk vastgelegd met een gering aantal parameters. De modellering geschiedt zodanig dat de afwijkingen van het model ten opzichte van de werkelijkheid geen samenhang in de tijd vertonen. Met andere woorden alle informatie uit de tijdreeks wordt met het model vastgelegd en de afwijkingen vormen een witte-ruisreeks. Er kan onderscheid gemaakt worden tussen univariate tijdreeksmodellen, waarbij de modellering uitsluitend geschiedt op basis van de tijdreeks zelf, en transfermodellen, waarbij de te modelleren tijdreeks zoveel mogelijk wordt verklaard uit andere tijdreeksen. Hier wordt het principe van univariate modellen en transfermodellen behandeld. Een uitgebreide beschrijving wordt gegeven door Box en Jenkins [1976].

2.1. *Univariate modellering*

Bij univariate modellering wordt een model voor de meetreeks opgesteld en de waarden van de parameters geschat uit de informatie die in de meetreeks aanwezig is. Daartoe wordt de uitvoerreeks (de stijghoogtemeetreeks) beschouwd als een lineaire transformatie van een witte-ruisreeks (een reeks, opgebouwd uit stochastisch onafhankelijke trekkingen uit één verdeling). De tijdreeksmodellen die zo'n lineaire transformatie beschrijven worden Auto Regressive Integrated Moving Average Modellen genoemd (ARIMA). Een visuele illustratie van een ARIMA-model is gegeven in het

Afb. 1 - Voorbeeld van een periodieke stijghoogtemeetreeks.

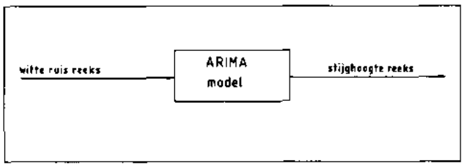


blokschema van afb. 2. De algemene formulering van een ARIMA-model is:

$$h(t) = \phi_1 h(t\text{-}1) + \ldots + \phi_p h(t\text{-}p) + a(t) - \theta_1 a(t\text{-}1) - \ldots - \theta_q a(t\text{-}q) \qquad (1)$$

waarin:

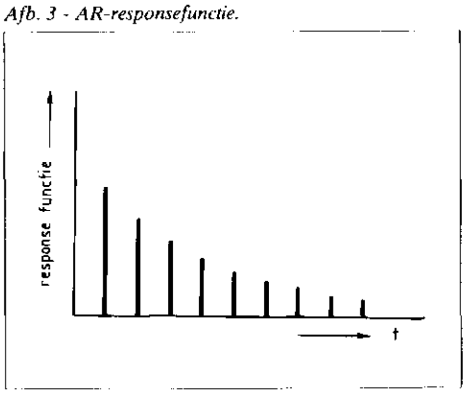
$h(t)$ de stijghoogte op het tijdstip t
$a(t)$ de witte ruis op het tijdstip t
ϕ_1 t/m ϕ_p de autoregressieve coëfficiënten
θ_1 t/m θ_q de moving average coëfficiënten



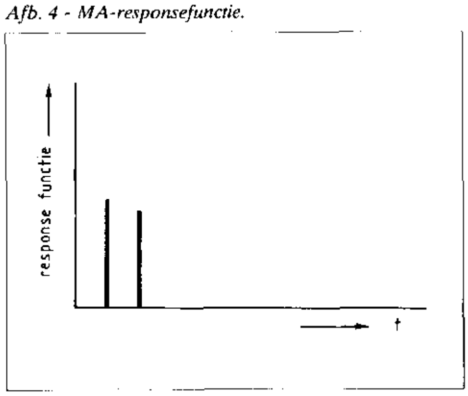
Afb. 2 - Blokschema van een ARIMA-model.

In feite beschrijft zo'n model de stijghoogte op een bepaald tijdstip als een lineaire combinatie van de stijghoogte op voorgaande tijdstippen, aangevuld met een lineaire combinatie van waarden van de witte ruis. Een ARIMA-model kan worden opgevat als een lineaire-responsefunctie, met een witte-ruisreeks als input. De stijghoogte op een bepaald tijdstip kan dan ook worden geschreven als een lineaire combinatie van de witte ruis tot en met dat tijdstip. De termen van de witte-ruisreeks zijn onafhankelijk. Dat wil zeggen dat alle tijdsafhankelijke informatie die in de gemeten stijghoogtereeks aanwezig is, met het ARIMA-model is vastgelegd. Binnen het ARIMA-model worden twee mogelijkheden om de responsefunctie te beschrijven gecombineerd: het autoregressieve (AR) deel en het moving average (MA) deel. In het algemeen kunnen 'langzaam' reagerende processen het beste met het AR-deel worden beschreven.
Het AR-deel geeft aan in hoeverre de stijghoogte op het tijdstip t afhankelijk is van de stijghoogte op voorgaande tijdstippen. Een typische responsefunctie van een AR-deel is gegeven in afb. 3 (vergelijkbaar met het uitputtingsverloop van afvoeren). Het MA-deel van het ARIMA-model is meer geschikt voor het beschrijven van 'sneller' reagerende processen. Vaak wordt de witte-ruisreeks gezien als een aantal van elkaar onafhankelijke opeenvolgende verstoringen. Een typische responsefunctie van een MA-deel is gegeven in afb. 4. De begrippen snel en langzaam zijn gerelateerd aan de gehanteerde tijdschaal.

Afb. 3 - AR-responsefunctie.



Afb. 4 - MA-responsefunctie.



In de praktijk blijkt dat een zeer grote klasse van tijdreeksen adequaat met een ARIMA-model beschreven kan worden. De mate waarin het karakter van de reeks kan worden beschreven hangt af van het aantal coëfficiënten en de numerieke waarde hiervan. In het extreme geval dat alle coëfficiënten gelijk zijn aan nul, is de stijghoogtereeks een witte-ruisreeks:

$$h(t) = a(t) \qquad (2)$$

en wordt het karakter van de reeks uitsluitend beschreven door het gemiddelde en de standaardafwijking van de witte-ruisreeks.

Opmerkingen

– In (1) is een ARIMA-model gegeven voor een niet-periodieke tijdreeks. Dit model kan, zonder theoretische moeilijkheden worden uitgebreid tot een periodiek model. Ondanks dat vrijwel alle stijghoogtereeksen een periodiek karakter hebben wordt het periodieke model hier om reden van overzichtelijkheid niet verder uitgewerkt.
– Sommige tijdreeksen zijn (statistisch) niet-stationair, dat wil zeggen ze vertonen een trendmatig verloop. Onder bepaalde omstandigheden kan zo'n tijdreeks gemodelleerd worden door het model (1) niet toe te passen op de tijdreeks zelf maar de gedifferentieerde reeks (verschilreeks). Bijvoorbeeld een éénmaal gedifferentieerde reeks is:

$$w(t) = h(t) - h(t\text{-}1) \qquad (3)$$

Om uitspraken te doen over de oorspronkelijke reeks wordt de gemodelleerde gedifferentieerde reeks weer geïntegreerd. Deze bewerking is de reden voor de letter I (Integrated) in het ARIMA-model.

2.2. *Transfer-/ruismodellen*

Bij het beschrijven van een stijghoogtemeetreeks met behulp van een ARIMA-model wordt alleen de informatie van de stijghoogtemetingen zelf gebruikt. Vaak beschikt men echter over meer informatie in de vorm van tijdreeksen (invoerreeksen) zoals bijvoorbeeld meetreeksen van stijghoogte in andere meetputten, neerslag, onttrekken, enz. Bij transfermodellering wordt getracht een zo groot mogelijk deel van de te modelleren stijghoogtereeks te verklaren uit één of meer invoerreeksen. In feite worden de invoerreeksen gezien als een oorzaak van het stijghoogteverloop. Behalve waargenomen invoerreeksen kunnen ook artificiële reeksen als invoer bij transfermodellen worden gebruikt, zoals bijvoorbeeld een stapfunctie of een lineair verloop.
Met artificiële invoerreeksen kunnen soms relaties worden gelegd met oorzaken van stijghoogteveranderingen, die niet of moeilijk kwantificeerbaar zijn (bijv. ruilverkavelingen).
De gedachtengang achter een transfermodel kan onderverdeeld worden in drie stappen.
– Het is niet mogelijk alle oorzaken die de stijghoogtereeks beïnvloeden met een transfermodel te modelleren, omdat uit een beperkte hoeveelheid gegevens, maar een beperkt aantal relaties tussen invoerreeksen enerzijds en de stijghoogtereeks anderzijds bepaald kan worden en bovendien niet alle oorzaken in de vorm van tijdreeksen beschikbaar zijn. Daarom worden de oorzaken in twee groepen gesplitst:
a. een klein aantal belangrijke oorzaken, waarvan tijdreeksen beschikbaar zijn. In deze groep vallen ook eventuele artificiële reeksen;
b. alle overige oorzaken. Deze worden samengevoegd tot één (denkbeeldige en onbekende) oorzaak, die de 'ruis' wordt genoemd.

– Elke oorzaak is verantwoordelijk voor een component van de stijghoogtereeks. Iedere component van de stijghoogte is de uitvoerreeks van een lineair model (= een transfermodel) met de bijbehorende oorzaak als invoerreeks. De algemene wiskundige formulering van zo'n transfermodel geeft veel overeenkomsten met het ARIMA-model:

$$h_1(t) = \delta_1 h_1(t\text{-}1) + \ldots + \delta_r h_1(t\text{-}r) + \omega_0 x(t\text{-}b) - \omega_1 x(t\text{-}b\text{-}1) - \ldots - \omega_s x(t\text{-}b\text{-}s) \qquad (4)$$

waarin:

$h_1(t)$ de component van de stijghoogte ten gevolge van de invoerreeks $x(t)$ op het tijdstip t.
$x(t)$ een invoerreeks op tijdstip t.
δ_1 t/m δ_r de autoregressieve coëfficiënten.
ω_0 t/m ω_s de moving average coëfficiënten.
b de vertragingstijd.

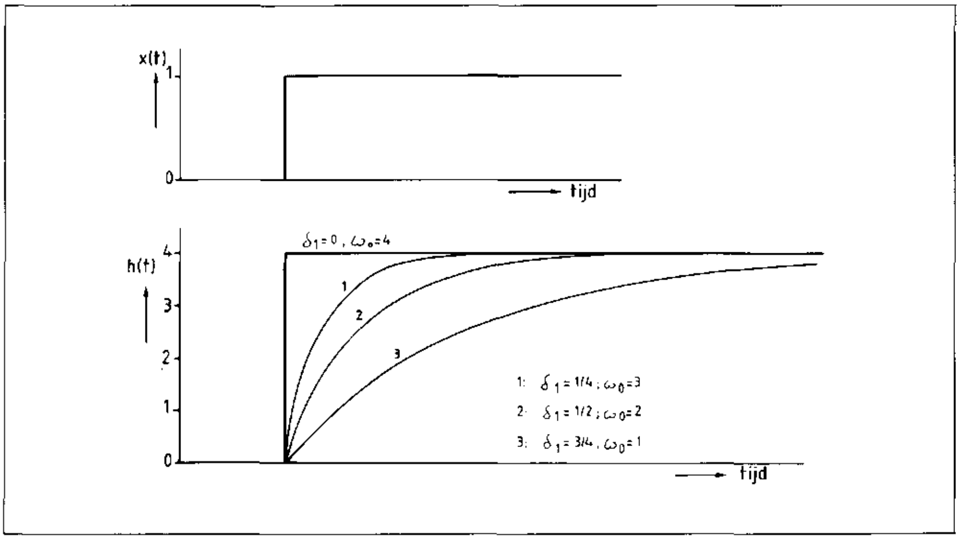
Het belangrijkste verschil met een ARIMA-model is dat de invoerreeks geen onbekende witte ruis is, maar een gemeten reeks.
Dit heeft als consequentie dat de coëfficiënten ω_0 t/m ω_s niet dimensieloos zijn en dat de coëfficiënt ω_0 optreedt als een soort schalingsparameter. Bovendien kan er sprake zijn van een vertraagde reactie van de stijg-

hoogte op een oorzaak. Het is bijvoorbeeld goed mogelijk dat de invloed van een winning op de stijghoogte in een ander watervoerend pakket pas na enige tijd merkbaar is. Daarom is in een transfermodel de vertragingstijd b opgenomen. De betekenis van het AR-deel en het MA-deel van een transfermodel zijn ook overeenkomstig die van het ARIMA-model. Het AR-deel vertegenwoordigt weer de traagheid van het systeem. Het MA-deel is de relatie met de drijvende kracht (vergelijk de 'eenheidsafvoergolf'). Ter illustratie van het effect van verschillende parameterwaarden wordt het volgende theoretische transfermodel beschouwd.

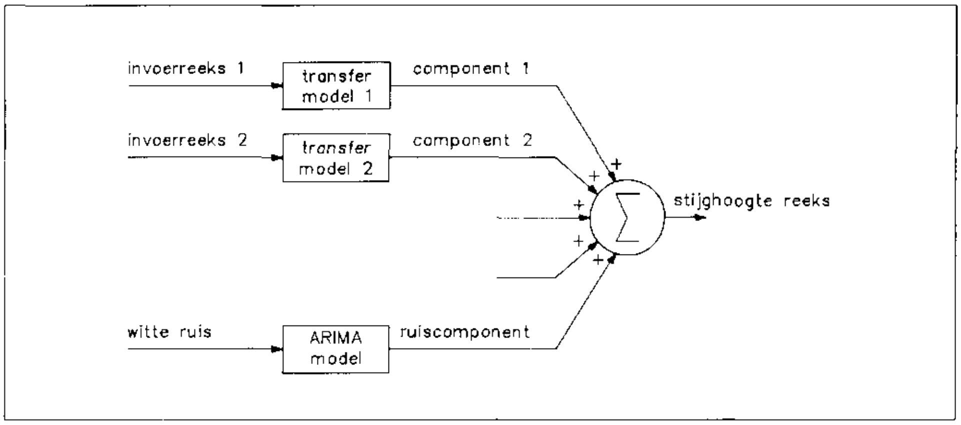
$$h_1(t) = \delta_1 h_1(t-1) + \omega_0 x(t) \qquad (5)$$

Uit deze formule mag niet de conclusie worden getrokken dat de component h_1 op het tijdstip t onafhankelijk is van de invoerreeks op voorgaande tijdstippen. Integendeel, de component h_1 op het tijdstip t hangt af van de waarden van de invoerreeks x op alle voorgaande tijdstippen (dit volgt uit het recurrente karakter van de formule 5).
De invoerreeks is een stapfunctie (zie afb. 5). De corresponderende component is berekend voor verschillende waarden van de parameters δ_1 en ω_0 en grafisch weergegeven in afb. 5.

Voor de component van de stijghoogte ten gevolge van de ruis, is de formulering van het lineaire model gelijk aan het ARIMA-model (1), waarbij weer wordt aangenomen dat de drijvende kracht een witte-ruisproces is.
– De derde stap is dat de optredende stijghoogte de som is van alle componenten (inclusief de ruiscomponent). Het blokschema van het gecombineerde transfer-/ruismodel is gegeven in afb. 6.



Afb. 5 - Illustratie van het effect van verschillende parameterwaarden in een transfermodel.



Afb. 6 - Blokschema van een transfer-/ruismodel.

3. **Toepassingsmogelijkheden**

Het aantal toepassingsmogelijkheden van tijdreeksmodellen is te groot om hier te kunnen behandelen. Daarom is volstaan met het geven van een overzicht van de, voor de geohydrologie, belangrijkste toepassingen. Elders in dit nummer zijn als voorbeelden twee toepassingen beschreven [Baggelaar, Van Geer].
De kracht van de univariate modellering van een tijdreeks met een ARIMA-model ligt vooral in de beschrijving van de historische reeks. Tijdreekskenmerken zoals spreiding, traagheid (= de mate waarin de stijghoogte op het tijdstip t afhangt van voorgaande waarden) en jaarlijkse periodiciteit kunnen worden gekwantificeerd. Bovendien wordt ook de betrouwbaarheid van de kenmerken gekwantificeerd. Deze kenmerken zijn direct vergelijkbaar met kenmerken van andere stijghoogtereeksen, of met de kenmerken van dezelfde stijghoogtemeetreeks over een andere periode. Het nut van deze toepassing is gelegen in de beoordeling van de reeksen, bijvoorbeeld voorafgaande aan het gebruik bij modellering of ten behoeve van kwaliteitsbeoordeling. De betrouwbaarheidsintervallen maken het mogelijk om uitspraken te doen of twee kenmerken van hetzelfde type al dan niet significant verschillen. Andere veelbelovende toepassingen van de univariate modellering zijn onder andere het opvullen van gaten in waarnemingsreeksen, met name in het geval dat er in een periodieke reeks een aantal opeenvolgende waarnemingen ontbreken en het op korte termijn voorspellen van de stijghoogte. Ook bij deze toepassingen kan een betrouwbaarheidsinterval worden aangegeven.

Behalve de toepassingsmogelijkheden van de ARIMA-modellen, hebben de transfer-/ruismodellen nog een aantal interessante toepassingsmogelijkheden, omdat de relaties met de oorzaken van stijghoogtefluctuaties expliciet bekend zijn. Dit maakt het mogelijk een stijghoogtemeetreeks te splitsen in componenten, die corresponderen met één bepaalde oorzaak. Zo kan bijvoorbeeld de component ten gevolge van schommelingen van het klimaat worden afgesplitst van de gemeten stijghoogtereeks, waardoor een veel scherper beeld van overige veranderingen in de stijghoogte wordt verkregen (zie afb. 7). Deze methode heeft als voordeel boven een correctie voor een 'gemiddeld jaarverloop' dat de desbetreffende component van de stijghoogte volgt uit een dynamisch verband met gemeten weerkundige gegevens.
De component is dus geen vaste periodieke functie, maar is afhankelijk van feitelijk opgetreden droge en natte perioden.
Een andere toepassing van het afsplitsen van een component is het berekenen van een verlaging van de stijghoogte ten gevolge van een grondwaterwinning. Voor alle afgesplitste componenten kunnen standaardafwijkingen van de schattingsfouten worden gegeven.
Er zijn andere toepassingsmogelijkheden van het splitsen van de stijghoogtereeks denkbaar, zoals het voorspellen van één of meer componenten en het simuleren van onttrekkings- of peilbeheerstrategieën.
In het kader van dit artikel ontbreekt echter de ruimte om verder op die mogelijkheden in te gaan.

De transfer-/ruismodellen kunnen ook worden gebruikt om te toetsen of, en zo ja hoe, een bepaalde (eenmalige) ingreep de

stijghoogtereeks beïnvloedt, ook al is er geen gemeten tijdreeks als invoer beschikbaar (interventie-analyse). In zo'n geval wordt een invoerreeks aangenomen. Bijvoorbeeld, als op een bepaalde datum een ingreep in het hydrologisch regime heeft plaatsgevonden, wordt de aangenomen invoerreeks een stapfunctie. Met transfer-/ruismodellering kan worden getoetst of er een significant verband met die stapfunctie (en daarmee met de ingreep) kan worden aangetoond. Een aantal mogelijke reacties van de stijghoogtereeks op een stapfunctie is gegeven in afb. 5.
Deze toepassing wordt ook wel interventie-analyse genoemd. Voor een ingreep die over een langere periode heeft plaatsgevonden kan een lineair verband over die periode worden aangenomen. De aangenomen reeksen moeten volgen uit waterhuishoudkundige overwegingen en mogen niet gebaseerd zijn op de te modelleren stijghoogtereeks zelf. Het spreekt vanzelf dat de interpretatie van de modellering met aangenomen invoerreeksen uiterst zorgvuldig dient te geschieden.

4. Modelleringsprocedure

Een tijdreeksmodel bevat een aantal parameters, die uit de waarnemingsreeksen bepaald moeten worden. Dit bepalen van de parameters is het feitelijk modelleren van de tijdreeks. Daarbij kunnen drie fasen worden onderscheiden:
- identificatiefase;
- schattingsfase;
- verificatiefase.

4.1. *Identificatiefase*

Door het aantal parameters in de AR-delen en MA-delen van de modellen te variëren, kan een groot aantral modelvormen worden verkregen. Het doel in de identificatiefase is het bepalen van de vorm van de modellen (het aantal AR-parameters, MA-parameter, enz.). De belangrijkste hulpmiddelen daarvoor zijn de correlogrammen.
Zij karakteriseren het verband tussen stijghoogtewaarnemingen op verschillende tijdstippen en tussen de stijghoogtewaarnemingen en de invoerreeksen. In principe bestaat er een eenduidig verband tussen de orde van het tijdreeksmodel en de correlatiestructuur van de tijdreeksen. Echter omdat er in de praktijk altijd slechts over een beperkte periode waarnemingsreeksen beschikbaar zijn, kunnen uit de waarnemingen alleen schattingen voor de correlogrammen worden gemaakt. De consequentie daarvan is dat uit de correlatiestructuur niet één enkele modelvorm kan worden afgeleid, maar dat aanwijzingen verkregen worden welke modelvormen waarschijnlijk of onwaarschijnlijk zijn. Bovendien verdient het aanbeveling om in verband met het beperkte gegevensmateriaal het aantal te schatten parameters zo klein mogelijk te houden ('the principle of parsimony').

4.2. *Schattingsfase*

In de identificatiefase wordt een aantal mogelijke modelvormen geselecteerd. In de schattingsfase wordt voor elke modelvorm de waarden van de parameters bepaald. Deze waarden worden uit de beschikbare tijdreeksen geschat. Omdat die tijdreeksen een beperkte lengte hebben, zijn de schattingen van de parameters behept met een onzekerheid, die gekwantificeerd wordt met een standaardafwijking. De parameters van alle modellen in een transfer-/ruismodel worden simultaan geschat, waarbij behalve de standaardafwijking van elke schattingsfout, ook de correlatie tussen schattingsfgouten in de verschillende parameters wordt bepaald. Deze correlatie speelt bij de beoordeling van een tijdreeksmodel een grote rol. Een grote correlatie tussen de schattingsfouten van twee parameters duidt er namelijk op dat deze parameters niet onafhankelijk van elkaar bepaald kunnen worden. Dat houdt in dat de tijdreeks met verschillende combinaties van parameterwaarden bijna even goed (of slecht) beschreven kan worden. Voor het schatten van de parameters zijn verschillende computerprogramma's en subroutines verkrijgbaar [onder andere Jenkins, 1985; Genstat, 1983 en IMSL, 1985]. In al deze programma's wordt de schatting uitgevoerd met een standaard statistische schattingsmethode, zoals maximum-likelihood-schatters of kleinste-kwadratenschatters.

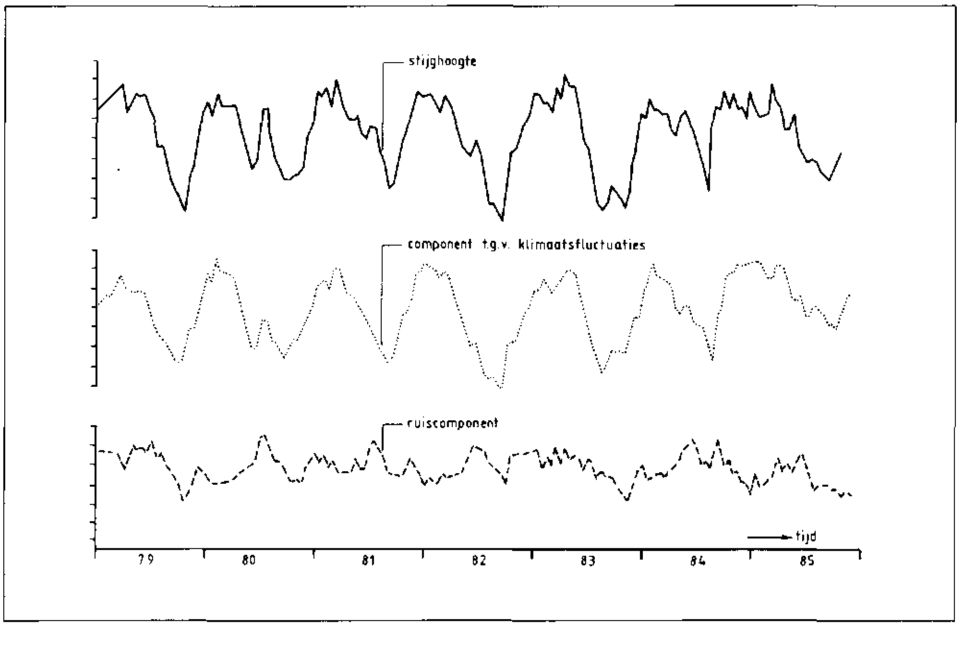
4.3. *Verificatiefase*

Wanneer in de schattingsfase de parameters van een transfer-/ruismodel zijn geschat met de bijbehorende standaardafwijkingen en correlaties, wordt in de verificatiefase gecontroleerd of aan de modelvooronderstellingen is voldaan. De belangrijkste daarvan is dat de invoerreeks van het ARIMA-model witte ruis is. Voorts wordt in deze fase beoordeeld in hoeverre de geschatte parameterwaarden (statistisch) significant zijn. Bovendien dienen de correlaties tussen de verschillende schattingsfouten niet te groot te zijn. De standaardafwijkingen van de schattingsfouten zijn groter naarmate de reekslengte afneemt en naarmate het totaal aantal te schatten parameters toeneemt. Vaak zijn er na het uitvoeren van deze drie fasen een aantal modellen waarmee de desbetreffende tijdreeksen gemodelleerd kan worden en moet de modelbouwer kiezen wat het 'beste' model is voor de beoogde toepassing.
Belangrijke beoordelingsaspecten daarbij zijn de mate waarin het transfer-/ruismodel past op de waarnemingen, het aantal modelparameters, de betrouwbaarheid van de schattingen van de parameters en de correlatie tussen de schattingsfouten. Ook de fysische plausibiliteit van het te kiezen model is een belangrijk criterium. Een mathematische formulering van een criterium is gegeven door Akaike [1974]. In laatste instantie blijft de modelkeuze echter de verantwoordelijkheid van de modelbouwer.

5. Discussie en conclusies

De belangrijkste conclusie ten aanzien van de geohydrologische toepassing van transfermodellen is dat deze modellen een zinvolle uitbreiding zijn op het bestaande arsenaal aan technieken voor grondwateronderzoek. Met name in een fase van vooronderzoek zijn transfermodellen uitermate bruikbaar voor een inventarisatie van de belangrijkste

Afb. 7 - Waargenomen stijghoogte, gesplitst in een component tengevolge van klimaatsfluctuaties en een ruiscomponent.



invloedsfactoren. Uiteraard zijn transfer-/ruismodellen alleen aan de orde in het geval dat er gemeten tijdreeksen beschikbaar zijn. Bij de toepassingsmogelijkheden dient met name gedacht te worden aan het splitsen van de stijghoogtereeks in componenten, gerelateerd aan oorzaken (bijvoorbeeld ten gevolge van een winning of de jaarlijkse klimaatsfluctuatie). Een aantal verschillen tussen enerzijds transfer-/ruismodellen en anderzijds lineaire regressiemodellen en 'klassieke' deterministische modellen wordt hier nader toegelicht.

5.1. *Lineaire-regressiemodellen*
Bij verlagingsberekeningen is het niet ongebruikelijk om een lineair-regressiemodel te gebruiken van de vorm:

$$h(t) = \omega Q(t) + a(t) \qquad (6)$$

waarin:
$Q(t)$ de onttrekking op tijdstip t
ω de regressiecoëfficiënt.

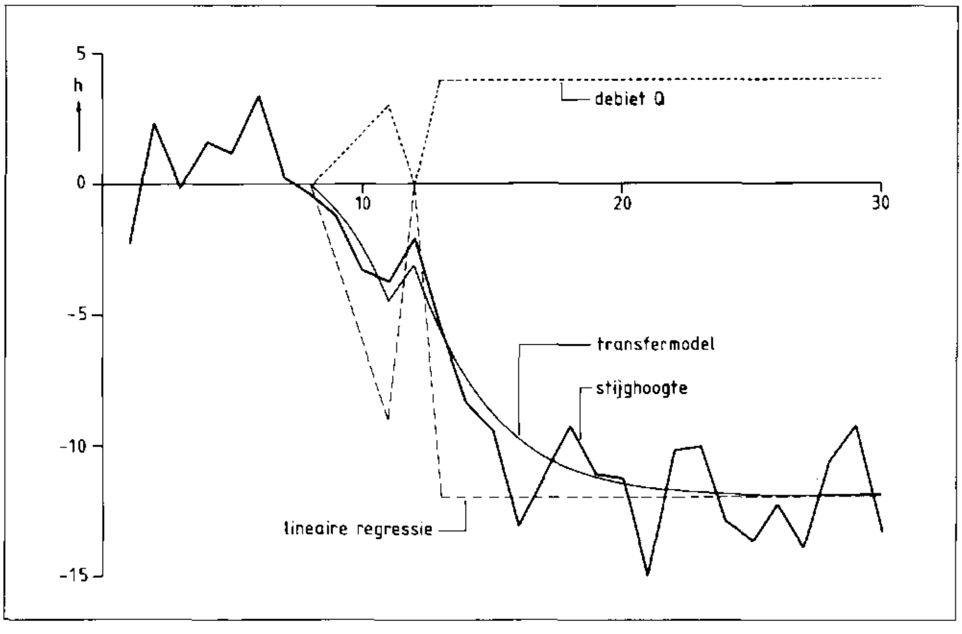
Dit model kan worden beschouwd als een eenvoudig geval van een transfer-/ruismodel. De belangrijkste vereenvoudigingen zijn:
- bij dit regressiemodel wordt de component van de parameters stijghoogte die niet door de onttrekking wordt veroorzaakt, verondersteld een witte-ruisreeks te zijn,
- het regressiemodel houdt geen rekening met de traagheid in de reactie van de stijghoogte op de onttrekking.

Dit houdt in dat transfer-/ruismodellen zijn te prefereren boven lineaire-regressiemodellen omdat:
- de ruiscomponent vrijwel nooit witte ruis is. Dit hangt nauw samen met de afhankelijkheid van de opeenvolgende waarden van de stijghoogte, met andere woorden als de stijghoogte op een bepaald tijdstip 'toevallig' hoog is, is die het daaropvolgende tijdstip niet meteen laag;
- de reactie van de stijghoogte een zekere traagheid vertoont. Dat wil zeggen dat de stationaire verlaging zich niet onmiddellijk na een verandering van de onttrekking instelt, maar in de loop van een aantal tijdstappen. In het algemeen wordt de traagheid in de reactie groter naarmate de afstand tussen het beschouwde meetpunt en de onttrekking groter wordt.

Om dit laatste effect te illustreren is een voorbeeldje met gegenereerde gegevens uitgewerkt. Het veronderstelde onttrekkingspatroon en het corresponderende stijghoogteverloop (met een traagheid in de reactie) zijn gegeven in afb. 8. In die afb. is tevens de verlaging van de stijghoogte berekend volgens het lineaire-regressiemodel (6) en volgens een transfermodel met een AR-term. Uit de afb. blijkt dat het dynamische gedrag van de verlaging over het traject dat de onttrekking varieert niet met het regressiemodel kan worden gerepresenteerd. Als de onttrekking langere tijd constant is, spelen de traagheidseffecten geen rol meer en geeft de lineaire regressie dezelfde verlaging als het transfermodel. De berekende standaardafwijking bij regressiemodellen wordt echter meestal onderschat, zodat bij deze modellen ten onrechte een grotere betrouwbaarheid wordt gesuggereerd dan in werkelijkheid het geval is.

Opmerking
- Er zijn methoden om het regressiemodel (6) te generaliseren tot meer algemeen toepasbare modellen, maar het is veel voor de hand liggender (en bovendien eenvoudiger) om een methode te gebruiken die uitgaat van het dynamische gedrag van tijdreeksen.

Afb. 8 - Voorbeeld verlagingsberekening.



5.2. *Deterministische modellen*
In gebieden met een ingewikkelde geohydrologische structuur, of in gebieden waar de geohydrologische parameters slecht bekend zijn, is het ijken van deterministische modellen problematisch. Omdat bij transfermodellen andere informatiebronnen worden gebruikt, is het goed mogelijk dat in zo'n geval via een transfermodel betrouwbaarder informatie over de beïnvloeding van de stijghoogte wordt verkregen. Voor de modellering via transfermodellen zijn als gegevens uitsluitend de invoer- en stijghoogtereeksen nodig en geen gegevens over de geohydrologische gesteldheid van de ondergrond. De inspanning (in tijd) die geleverd moet worden voor het modelleren van stijghoogtereeksen met transfermodellen is daardoor in het algemeen kleiner dan bij een deterministisch model. Omdat bovendien de dimensies in de rekenprogramma's bij transfermodellen doorgaans kleiner zijn dan bij deterministische modellen, vereisen de transfermodellen minder rekentijd. In de regel zijn transfermodellen goedkoper dan deterministische modellen. Daar staat echter tegenover dat:
- met transfermodellen alleen het stijghoogteverloop ter plaatse van de meetpunten wordt gemodelleerd en niet een ruimtelijk beeld;
- altijd hydrologische expertise noodzakelijk is om de resultaten verantwoord te kunnen interpreteren. Dit geldt met name bij het optreden van schijncorrelaties.

Tenslotte zij nog opgemerkt dat, zoals bij elk modelleringsproces, ook bij transfermodellen een aantal min of meer subjectieve keuzen moeten worden gedaan. De subjectiviteit van de keuzen kan aanzienlijk worden beperkt door deze keuzen mede op geohydrologisch inzicht te baseren. Bij het gebruik van transfermodellen is daarom kennis van zowel de tijdreeksanalyse als van de geohydrologie noodzakelijk.

Referenties
Akaike, H. (1974). *A new look at the Statistical Model Identification.* IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19 (6): pp. 716-723.
Baggelaar, P. K. (1987). *Invloed van de grondwaterwinningen op de winplaatsen De Mondaf en Lievensberg (Bergen op Zoom) op stijghoogten/grondwaterstanden. Tijdreeksanalyse van stijghoogten en grondwaterstanden.* KIWA NV, SWO-87.325, Nieuwegein, oktober 1987.
Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* Holden-Day, San Francisco.
Geer, F. C. van (1987). *Inrichting van grondwaterstandsmeetnetten rond pompstations. Fase I: Evaluatie van bestaande meetnetten.* DGV-TNO rapport nr. OS 87-39.
Genstat (1983). *A General Statistical Program.* Rothamsted Experimental Station, NAG Ltd., Oxford UK.
IMSL (1985). *IMSL Library, Fortran subroutines for Mathematics and Statistics.* Houston USA.
Jenkins, G. M. (1985). *UNISTOC; UNITRAN.* Gwilym Jenkins & Partners Ltd., Lancaster, UK.

• • •