
rid-mededeling

Hydron Uffink 81

de afvlakking van temperatuurvariaties in het
grondwater door warmte uitwisseling tussen
het watervoerende pakket en de boven- en ondergelegen
pakketten

dampening of fluctuations in groundwater temperature
by heat exchange between the aquifer and the adjacent
layers

g.j.m. uffink



'81-4

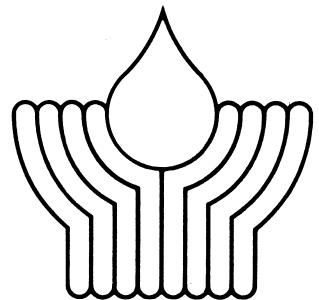
rijksinstituut voor drinkwatervoorziening
national institute for water supply

rid-mededeling

de afvlakking van temperatuurvariaties in het
grondwater door warmte uitwisseling tussen
het watervoerende pakket en de boven- en ondergelegen
pakketten

dampening of fluctuations in groundwater temperature
by heat exchange between the aquifer and the adjacent
layers

g.j.m. uffink



'81-4



Rijksinstituut voor Drinkwatervoorziening

Nieuwe Havenstraat 6, Voorburg (Den Haag)
postbus 150, 2260 AD Leidschendam, Nederland
telefoon: 070-694251
telex: 33604 ridvz nl., telegram: Rijksdrinkwater.

lay out: bureau vormgeving



RID-mededelingen zijn bedoeld als communicatiemiddel ten behoeve van degenen die betrokken zijn bij de vraagstukken waarbij het Rijksinstituut voor Drinkwatervoorziening door kennis en ervaring hulp kan verlenen. De conclusies kunnen van voorlopige aard zijn, omdat het onderzoek nog niet is afgesloten



inhoudsopgave

	blz.
Samenvatting	4
Abstract	5
1. Inleiding	6
2. Warmte-uitwisseling tussen grondwater en zandkorrels	9
3. Warmtetransport ten gevolge van geleiding en dispersie	12
4. Warmtestroming in de aangrenzende pakketten	14
4.1. De afdekkende laag	14
4.2. Een oneindig dikke laag	18
5. De warmte-uitwisseling tussen het watervoerende pakket en de aangrenzende pakketten	22
5.1. Relatief dun watervoerend pakket	22
5.2. Relatief dik watervoerend pakket	29
6. Slotopmerkingen	35
7. Literatuur	36
- Appendix	38



samenvatting

de afvlakking van temperatuurvariaties in het grondwater door warmte uitwisseling tussen het watervoerende pakket en de boven- en ondergelegen pakketten

g.j.m. uffink

R.I.D.-mededeling 81-4

Opslag van warmte in watervoerende pakketten is uit een oogpunt van energiebesparing erg aantrekkelijk. De gevolgen ervan voor de chemische en microbiologische samenstelling van het grondwater zijn echter nog in onvoldoende mate bekend. Een onderzoek naar de aard en omvang van deze gevolgen kan het best in het veld worden uitgevoerd. Een inzicht in het transport van warmte in het watervoerende pakket is daarbij onmisbaar. Met dit doel is hier een aantal aspecten van niet-stationair en periodiek veranderend warmtetransport besproken, waarbij vooral het effect van warmte-uitwisseling tussen de aquifer en de boven- en onderliggende pakketten is onderzocht.

Evenals bij stationaire warmtestroming blijkt de temperatuurverandering in de omgeving van een injectieput te kunnen worden uitgedrukt als een functie van de verblijftijd van het geïnjecteerde water, zodat een indruk van het warmtetransport kan worden verkregen aan de hand van een berekening van het stromingspatroon van het grondwater.



abstract

dampening of fluctuations in groundwater temperature by heat exchange between the aquifer and the adjacent layers

g.j.m. uffink

R.I.D.-mededeling 81-4

Heat storage in aquifers is very attractive from the point of view of energy conservation. However, the influence on the chemical and microbiological composition of groundwater is insufficiently known. The nature and the extent of this influence can best be studied in the field. An understanding of the transport of heat in the aquifer will be indispensable in case of field measurements. For this purpose several aspects of non-steady and periodic heat transport are discussed, with special attention to the heat exchange between the aquifer and adjacent layers. Like in the case of steady heat transport, the changes of the temperature around an injection well can be expressed as a function of the retention time of the injected water.

The heat flow pattern can be found by the calculation of groundwater streamlines and retention times.



1.

inleiding

Een onderwerp dat steeds meer aandacht trekt is de temperatuur van het grondwater en de hoeveelheid warmte die in het grondwater kan worden opgeslagen of eraan kan worden onttrokken.

Al geruime tijd gebruikt men grondwater voor het afvoeren van overvloedige warmte, bijvoorbeeld bij airconditioning van kantoorgebouwen en talloze industriële koelprocessen. Om daarbij het totale verbruik van grondwater voor koeldoeleinden te beperken wordt soms het water na gebruik in de grond teruggevoerd.

Van meer recente datum is een ontwikkeling waarbij men warmte onttrekt aan het grondwater door middel van een warmtepomp. In de meeste gevallen wordt de vrijgekomen warmte benut voor ruimteverwarming. Ook in dit geval wordt vaak het water na gebruik in de bodem teruggevoerd. Vooral in Duitsland en de Verenigde Staten is de warmtepomp na de energiecrisis van de zeventiger jaren erg populair geworden. In Nederland vindt warmte-onttrekking aan het grondwater nog op zeer beperkte schaal plaats. Voor zover bekend past men dit principe momenteel toe in Almere-Haven voor de verwarming van een wijk van 45 woningen en in Ede voor de verwarming van een kantoorgebouw van de Provinciale Gelderse Electriciteits Maatschappij (PGEM).

Het gebruik van grondwater voor koeldoeleinden en het gebruik voor levering van warmte zijn twee aan elkaar tegengestelde toepassingen, die waarschijnlijk uitstekend kunnen worden gecombineerd. Wanneer het bij een koelproces vrijgekomen warme grondwater wordt teruggevoerd in de bodem kan men het later, bijvoorbeeld in de winter, of elders weer oppompen en er vervolgens warmte aan onttrekken. Als het nu afgekoelde water opnieuw in de bodem wordt teruggebracht gaat netto geen water en geen warmte verloren. Het grondwater doet dan niet alleen dienst als leverancier van warmte of "koeling", maar het fungeert tevens als een warmte-opslag reservoir. Talloze variaties op dit principe zijn denkbaar: opslag van zonne-energie, opslag van afvalwarmte van electriciteitscentrales enz. Bij het demonstratieproject "Aardwarmte-Spijkenisse" (Visser 1979) hoopt men dit principe toe te passen voor de opslag van de 's zomers gewonnen aardwarmte in ondiepe watervoerende pakketten. 's Winters, als de vraag naar warmte extra groot is, wordt deze warmtevoorraad gebruikt.



Uit een oogpunt van energiebesparing lijken dergelijke projecten ideaal. Toch is enige voorzichtigheid op zijn plaats. Grondwater is, zoals bekend, de belangrijkste bron voor de drink- en industriewatervoorziening, dankzij de vrij constante chemische samenstelling en de grote bacteriologische betrouwbaarheid. Algemeen wordt aangenomen dat kleine temperatuursveranderingen weinig invloed hebben op de kwaliteit van het grondwater (Glasbergen et al., 1981), hoewel hiernaar nog nog erg weinig onderzoek is gedaan. Bij toepassingen op grotere schaal, zoals opslag van afvalwarmte uit electriciteitscentrales en seizoensopslag bij het aardwarmteproject, wordt echter aan forse temperatuurverhogingen gedacht in de orde van 70 à 100° C. In dit temperatuurtraject zijn wel belangrijke veranderingen in de samenstelling van het grondwater te verwachten. Bovendien is er nog weinig bekend over de gevolgen voor het micro-biologisch klimaat in de ondergrond. Door de lage temperatuur (ca. 10° C) vormt het grondwater van nature een milieu dat ongunstig is voor allerlei pathogene micro-organismen. Bij temperaturen tussen 30° C en 40° C zal deze natuurlijke beveiliging waarschijnlijk verdwijnen. Het verdient aanbeveling om op dit gebied nader onderzoek te doen, waarbij met name onderzoek in het veld bij reeds bestaande of nog uit te voeren warmteprojecten onontbeerlijk is.

Op de gevolgen van een temperatuurverandering voor de kwaliteit van het grondwater wordt hier niet verder ingegaan. De aandacht blijft beperkt tot het temperatuur- en warmte-aspect op zich. Een aantal uit de literatuur bekende gevallen van warmtestroming, die op betrekkelijk eenvoudige wijze een indruk geven hoe ver een verandering van temperatuur zich uitstrekt, zijn hier bijeengebracht. Deze eerste indruk kan als hulpmiddel dienen voor het opzetten van verdergaand onderzoek.

Het transport van warmte in stromend grondwater is tamelijk gecompliceerd omdat zich in het watervoerende pakket verschillende verschijnselen tegelijk voordoen. Naast het convectief transport van warmte via de grondwaterstroming treedt dispersie en warmtegeleiding op. Door de temperatuurafhankelijkheid van de dichtheid en viscositeit van water is dichtheidsstroming mogelijk en kan instabiliteit ontstaan als het koude grondwater wordt verdrongen door het minder viskeuze warmere water (Saffman 1958). Bovendien vindt warmte-uitwisseling plaats tussen het watervoerende pakket en de onder- en bovenliggende lagen. Het is niet de bedoeling om hier een gedetailleerde beschrijving van alle bovengenoemde verschijnselen te geven. Eén ervan is er uitgelicht, nl. de invloed van de warmte-uitwisseling met de aangrenzende lagen voor niet-stationair en periodiek warmtetransport. Wat de ove-



rige genoemde verschijnselen betreft wordt de werkelijkheid zeer vereenvoudigd weergegeven. De gevolgde beschouwing is dus slechts een benadering.



2.

warmte-uitwisseling tussen grondwater en zandkorrels

Als we het warmtetransport in een grondwaterstroming vergelijken met het transport van opgeloste stoffen valt direct op dat warmte zich bepaald niet als een ideale tracer gedraagt. De met het water meegevoerde warmte stroomt relatief gemakkelijk weg naar de aangrenzende pakketten, ook al zijn deze ondoorlatend voor het water.

In het pakket zelf blijft de warmte ook niet gebonden aan de waterdeeltjes. Er treedt een aanzienlijke adsorptie op van warmte aan het korrelmateriaal, dat een warmtecapaciteit bezit die in dezelfde orde van grootte ligt als die van het water.

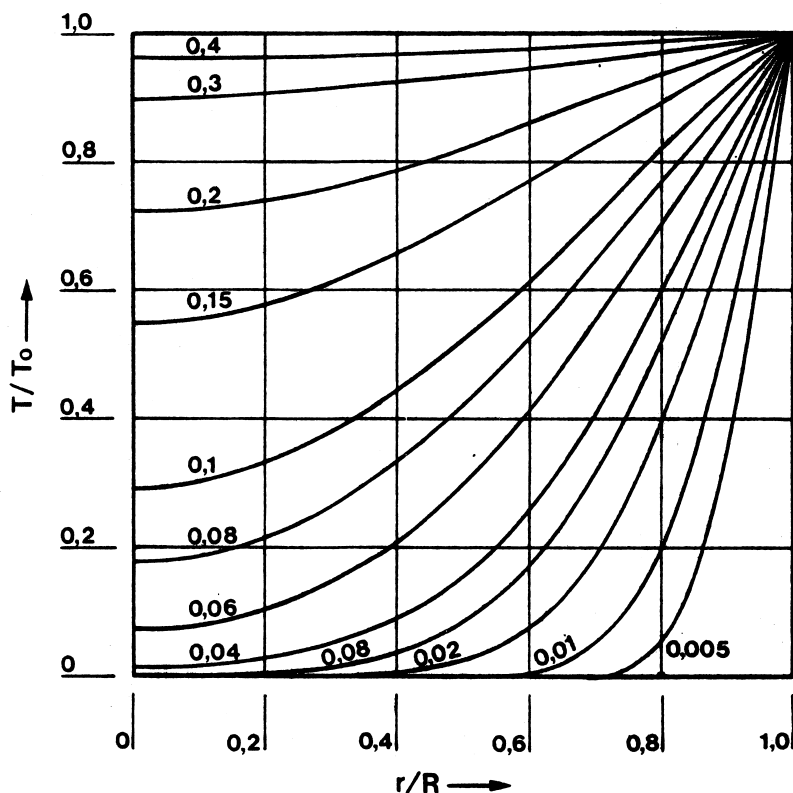
De snelheid waarmee de warmte door de korrels wordt opgenomen is zeer hoog. Een indruk van deze snelheid krijgt men aan de hand van figuur 1

In deze figuur is voor verschillende tijdstippen de temperatuurverdeling getekend van een bol met straal R , die met een begintemperatuur van 0°C wordt geplaatst in een omgeving waar een temperatuur T_0 heerst. Het blijkt dat een bol de temperatuur van zijn omgeving bijna volledig heeft aangenomen als $a/R^2 = 0.4$. Hierin is a de temperatuurvereffeningscoëfficiënt (cm^2/s), die is gedefinieerd als:

$$a = \lambda / \rho c \quad (1)$$

waarbij λ de warmtegeleidingscoëfficiënt is ($\text{J}/\text{cm}, \text{s}, ^{\circ}\text{C}$), ρ de dichtheid (g/cm^3) en c de soortelijke warmte ($\text{J}/\text{g}^{\circ}\text{C}$).

Voor zandkorrels is a gelijk aan $0.043 \text{ cm}^2/\text{s}$ (Van Duin 1960). Voor een korrel met een straal van 0.1 cm vindt men dan voor $t = 0.1$ seconden. De tijd die de waterdeeltjes nodig hebben om deze zandkorrel te passeren is vele malen groter. Bij een grondwatersnelheid (in de poriën) van bijvoorbeeld $30 \text{ cm}/\text{d}$ is dit 576 seconden. Het is daarom redelijk om voor berekeningen aan te nemen dat de korrels direct de temperatuur van het omringende grondwater aannemen.



Figuur 1.

Temperatuursverdeling op verschillende tijdstippen in een bol met straal R , begintemperatuur van 0°C en een oppervlaktetemperatuur T_0 . De getallen bij de krommen zijn waarden van at/R^2 .

Temperature distribution at various times in a sphere of radius R with zero initial temperature and surface temperature T_0 . The numbers on the curves are the values of at/R^2 .

Het watervoerende pakket kan dus met betrekking tot het warmtetransport worden opgevat als een continuum, in plaats van water en zandkorrels afzonderlijk. Voor de warmte-capaciteit van het pakket kan dan gemakshalve worden geschreven:

$$\rho_o c_o = \epsilon \rho_w c_w + (1-\epsilon) \rho_z c_z \quad (2)$$

Hierin is ϵ de porositeit.



Als $H_z = (1-\epsilon)\rho_z c_z T$ en $H_w = \epsilon \rho_w c_w T$ de hoeveelheid warmte aangeven, respectievelijk voor de zandkorrels en het water per volume-eenheid van het aquifer-materiaal, dan kan het thermische evenwicht worden geschreven als:

$$H_z = B H_w \quad (3)$$

waarbij B een constante is, gelijk aan $(1-\epsilon)\rho_z c_z / \epsilon \rho_w c_w$. Een warmtebalans levert nu de volgende vergelijking op (Bear 1979, blz. 242):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div} \left(\frac{\vec{v}T}{R_d} - \frac{\tilde{D}}{R_d} \text{grad} T - \frac{\lambda_o}{\rho_o c_o} \text{grad} T \right) \quad (4)$$

waarbij $\vec{v}$ de grondwatersnelheid is (in vector vorm), $\tilde{D}$ de dispersie-tensor en R_d de retardatiefactor $R_d = 1 + B = \rho_o c_o / \epsilon \rho_w c_w$.

In vergelijking (4) is het effect van de warmte-adsorptie aan de korrels duidelijk te zien als een vertraging van de snelheid van het warmtefront ten opzichte van de grondwatersnelheid met een factor $\rho_o c_o / \epsilon \rho_w c_w$.

Als voor de porositeit $\epsilon = 0.35$ wordt genomen en $\rho_z c_z$ en $\rho_w c_w$ resp. 2.2 en 4.2 J/cm³ °C worden gesteld vindt men voor de snelheid van het warmtefront $\vec{u}$

$$\vec{u} = 0.5 \vec{v} \quad (5)$$

Klaarblijkelijk verplaatst het warmtefront zich met ongeveer de helft van de snelheid van de waterdeeltjes (zie ook Brandes en Uffink 1977).



3.

warmtetransport ten gevolge van dispersie en geleiding

Als het warmtefront zich verplaatst vormt zich een overgangszone als gevolg van dispersie en warmtegeleiding. Als het watervoerende pakket homogeen is ligt de dispersie-coëfficiënt in de orde van grootte van $|V|d_k$, waarbij $|V|$ de grootte van de snelheidsvector is en d_k de gemiddelde korreldiameter (Verruijt 1969). Neemt men voor $|V|$ een waarde in de orde van 30 cm/d en voor $d_k = 0.1$ cm dan blijkt in (4) de dispersieterm een factor 500 kleiner te zijn dan de term voor warmtegeleiding. Wordt de dispersieterm verwaarloosd dan gaat (4) over in.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\vec{U}T - a_0 \text{grad} T) \quad (6)$$

waarbij $a_0 = \lambda_0 / \rho_0 c_0$

In heterogene watervoerende pakketten dient rekening te worden gehouden met macrodispersie. Gelhar (1979) heeft voor een één-dimensionale stroming een verband afgeleid tussen de macrodispersie-coëfficiënt, de statistische kenmerken van de doorlatendheidscoëfficiënt (k -waarde) en de micro-dispersiecoëfficiënt. Voor de effectieve dispersiviteit (micro- en macrodispersie samen) geeft Gelhar:

$$D_A = D_L + \frac{|\vec{V}|^2 \sigma_k^2 L^2}{3\bar{k}^2 D_T} \quad (7)$$

waarbij D_L en D_T de longitudinale en transversale (micro-)dispersiecoëfficiënten zijn, $\bar{k}$ en σ_k^2 het gemiddelde en de variantie van de k -waarde verdeling, $\bar{V}$ de gemiddelde grondwatersnelheid, terwijl L een parameter is voor de lengte schaal van de inhomogeniteit van het medium (correlatie afstand). Voor een homogeen pakket is $L=0$, waarmee de tweede term in het rechter lid vervalt en alleen microdispersie overblijft.

Bij warmtestroming wordt het macro-dispersie verschijnsel niet alleen beheerst door de transversale microdispersie-coëfficiënt maar ook door de temperatuur-vereffeningscoëfficiënt a_0 . Vergelijking (7) gaat in dit geval over in:

$$D_A = \frac{D_L}{R_d} + a_0 + \frac{|\vec{U}|^2 \sigma_k^2 L^2}{3\bar{k}^2 (D_T/R_d + a_0)} \quad (8)$$

Zoals hierboven al is vermeld, is meestal $D_L/R_d \ll a_0$ en $D_T/R_d \ll a_0$.



Gelhar gebruikt in zijn artikel de volgende numerieke waarden:

$$\sigma_k^2 / \bar{k}^2 = 0.25$$

en $L = 1.5 \text{ m}$

Als verder de micro-dispersie wordt verwaarloosd, voor a_0 $0.07 \text{ m}^2/\text{d}$ wordt genomen en voor $\bar{U} = 0.1 \text{ m/d}$, vindt men uit (8): $D_A = a_0 + 0.03(\text{m}^2/\text{d})$. In dit geval hebben beide termen in het rechterlid dezelfde orde van grootte. De tweede term (macrodispersieve term) is sterk afhankelijk van de snelheid (kwadratisch) in tegenstelling tot de eerste. Als eerste benadering kan het effect van macrodispersie in rekening worden gebracht door de temperatuurvereffeningscoëfficiënt te verhogen(bijvoorbeeld verdubbelen). In de volgende hoofdstukken wordt echter steeds een homogeen pakket aangenomen en wordt macrodispersie buiten beschouwing gelaten.



4.

warmtestroming in de aangrenzende pakketten

Zoals in het vorige hoofdstuk is opgemerkt, blijft de warmte die via het teruggevoerde warmere water in het watervoerend pakket wordt gebracht, niet in dat pakket opgesloten. Door middel van geleiding stroomt de warmte in verticale richting weg naar de boven- en onderliggende pakketten. Ook hier kan men een indruk van de snelheid van dit proces krijgen aan de hand van enkele warmtestromingsgevallen die worden gegeven door Carslaw & Jaeger (1959).

Achtereenvolgens wordt de warmtestroming in een laag met dikte d (de afdekkende laag) en in een oneindig dikke laag (de onderliggende laag) besproken.

4.1. de afdekkende laag.

Als wordt aangenomen dat de warmtestroming zuiver verticaal is, is de volgende differentiaalvergelijking van toepassing (zie ook figuur 2):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (9)$$

T is hierin de temperatuur ($^{\circ}\text{C}$), en $a(=\lambda/\rho c)$ de temperatuurvereffeningscoëfficiënt (cm^2/s).

Verder wordt ervan uitgegaan dat de temperatuur in de aquifer en de afdekkende laag aanvankelijk gelijk is aan de gemiddelde atmosferische temperatuur. Deze temperatuur wordt als uitgangswaarde gehanteerd en genomen als nul niveau. Op een zeker tijdstip ($t = 0$) bereikt het warmtefront de beschouwde verticale doorsnede en gaat ter plaatse $z = 0$ de temperatuur met een sprong van nul naar T_0 .

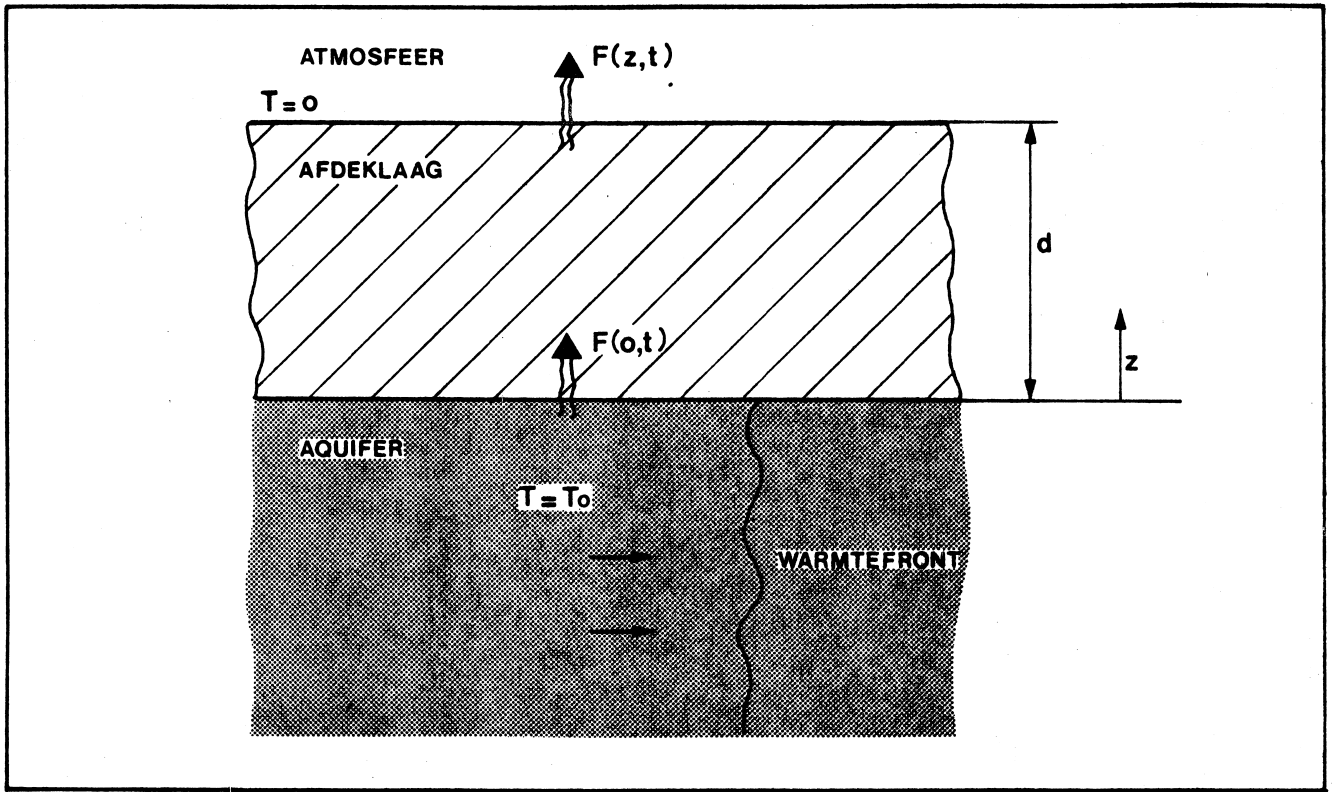
Waar de afdekkende laag grenst aan de atmosfeer ($z = d$) blijkt de temperatuur onveranderd.

De rand- en beginvoorwaarden voor de functie $T(z, t)$ luiden:

$$T(0, t) = T_0 \quad (10)$$

$$T(d, t) = 0 \quad (11)$$

$$T(z, 0) = 0 \quad \text{voor } 0 \leq z \leq d \quad (12)$$



Figuur 2.

Schema warmteafvoer naar de atmosfeer via de afdekkende laag.

Scheme of the heat discharge to the atmosphere through the confining layer.

Wanneer wordt overgegaan op dimensieloze variabelen $\bar{z} = z/d$, $\bar{t} = at/d^2$, $\bar{T} = T/T_0$ en $\bar{F} = -\partial\bar{T}/\partial\bar{z}$ kan de oplossing als volgt worden gescheven:

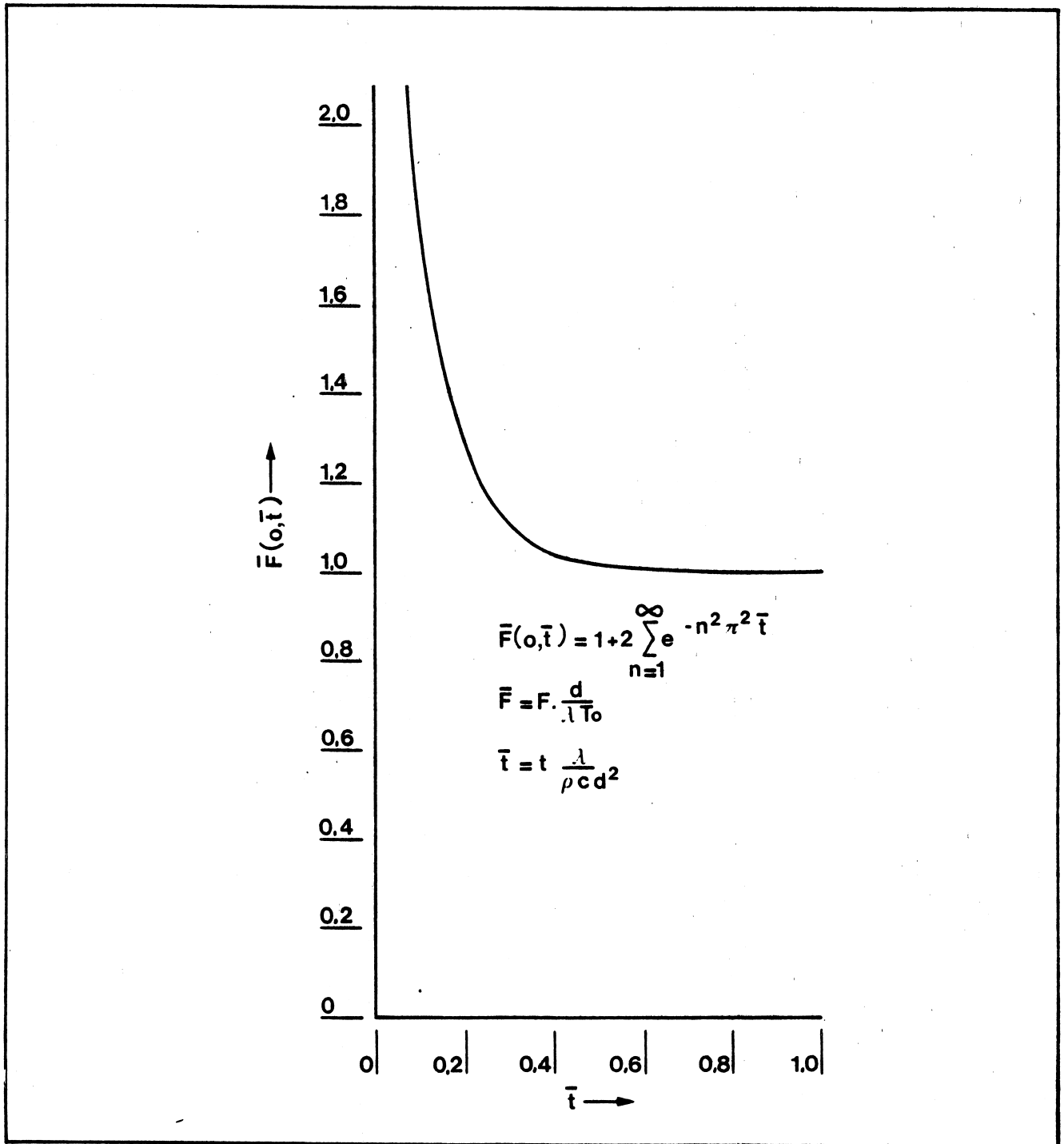
$$\bar{T}(\bar{z}, \bar{t}) = (1 - \bar{z}) - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi\bar{z} \exp(-\pi^2 n^2 \bar{t}) \quad (13)$$

Voor de warmteflux $\bar{F}$ aan de onder en bovenkant van de afdekkende laag ($\bar{z}=0$, $\bar{z}=1$, resp.) kan men schrijven:

$$\bar{F}(0, \bar{t}) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-n^2 \pi^2 \bar{t}) \quad (14)$$

en

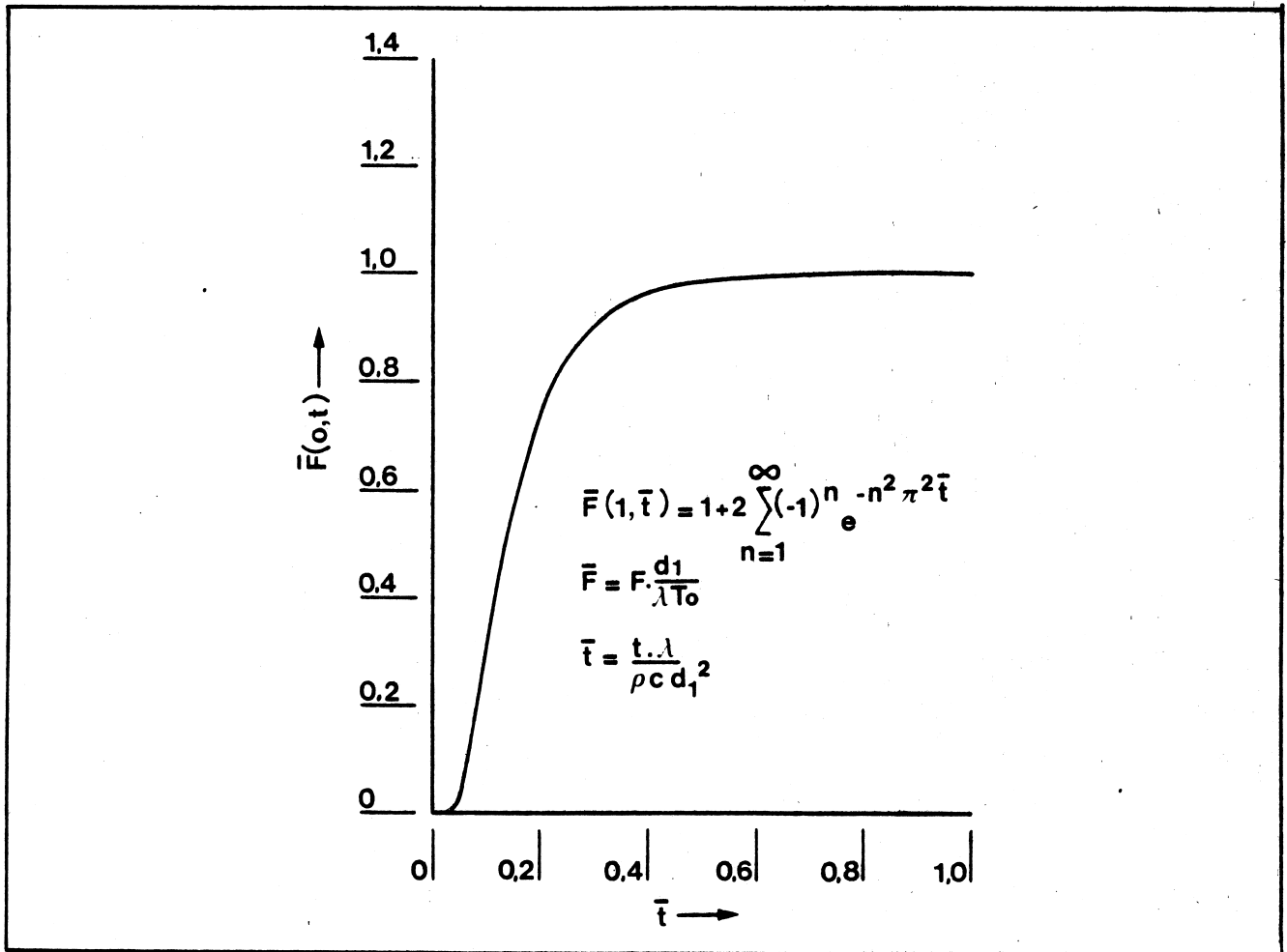
$$\bar{F}(1, \bar{t}) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp(-n^2 \pi^2 \bar{t}) \quad (15)$$



Figuur 3.

Warmteflux van de aquifer naar de afdekkende laag.

Heat flux from the aquifer to the confining layer.



Figuur 4.

Warmteflux vanuit de afdekkende laag naar de atmosfeer.

Heat flux from the confining layer to the atmosphere.

De betrekkingen (14) en (15) zijn in de figuren 3 en 4 grafisch weergegeven. Aan de hand van deze figuren kan het volgende worden geconcludeerd:

In de beginfase is de warmte-afvoer van het watervoerend pakket naar de afdekkende laag veel groter dan de afvoer in stationaire toestand. Het verschil met de stationaire afvoer wordt kleiner dan 10% als $\bar{t} > 0.3$ of

$$t > 0.3 d^2 / a$$

(16)

Dit tijdcriterium voor het bereiken van de stationaire toestand geldt ook voor de warmteflux vanuit de afdekkende laag naar de atmosfeer (zie fig. 4). In de beginfase is de flux hier steeds kleiner dan de eindwaarde.



Voorbeeld:

Voor de afdekkende laag kunnen voor λ en ρc de volgende waarden worden genomen (Van Duin 1960):

$$\lambda = 0.016 \text{ J/cm.s, } ^\circ\text{C}$$

$$\rho c = 2.0 \text{ J/cm}^3, ^\circ\text{C}$$

D.w.z. $a_1 = 0.008 \text{ cm}^2/\text{s}$. Deze cijfers komen overeen met die van zand op veldcapaciteit.

Voor een afdekkende laag met een dikte van 20 m wordt de stationaire toestand nagenoeg bereikt na

$$t = \frac{0.3 \times (2000)^2}{0.008 \times 86400} = 1715 \text{ dagen} \quad (4\frac{1}{2} \text{ jaar})$$

Dit is de tijd gerekend vanaf het moment waarop het warmtefront de beschouwde verticale doorsnede bereikt. Voor een punt op enige afstand van de injectieput is dit soms pas na enkele jaren injecteren het geval. Het bereiken van de stationaire toestand is dus een zeer langdurig proces. Dit houdt in dat wanneer schadelijke invloeden pas in een laat stadium aan het licht komen, het herstel van de oorspronkelijke situatie even langdurig is. Hieruit blijkt nogmaals hoe belangrijk het is in een zo vroeg mogelijke fase inzicht te krijgen in de gevolgen van het injecteren van warmer of kouder water in de ondergrond.

4.2. oneindig dikke laag

De laag aan de onderzijde van het watervoerend pakket kent in verticale richting geen echte begrenzing zoals de afdekkende laag met de atmosfeer. De onderliggende laag kan men dus beschouwen als oneindig dik. De oplossing voor het warmtetransport luidt nu (Carslaw & Jaeger 1959):

$$T(z,t) = T_0 \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{at}} \right) \quad (17)$$

De z-coördinaat loopt ditmaal van de onderkant van het watervoerende pakket in neerwaartse richting. Voor de warmteflux $F = -\lambda \partial T / \partial z$ geldt:

$$F(z,t) = \frac{\lambda T_0}{\sqrt{\pi at}} \exp(-z^2/4at) \quad (18)$$



Voor een stationaire periodiek fluctuerende temperatuur ter plaatse $z = 0$ volgens $T(0,t) = T_0 \sin \omega t$ wordt de oplossing (Rijkoort 1960):

$$T(z,t) = T_0 e^{-z/D_d} \sin(\omega t - z/D_d) \quad (19)$$

Daarbij is D_d de zgn. dempingsdiepte volgens

$$D_d = \sqrt{2a/\omega} \quad (20)$$

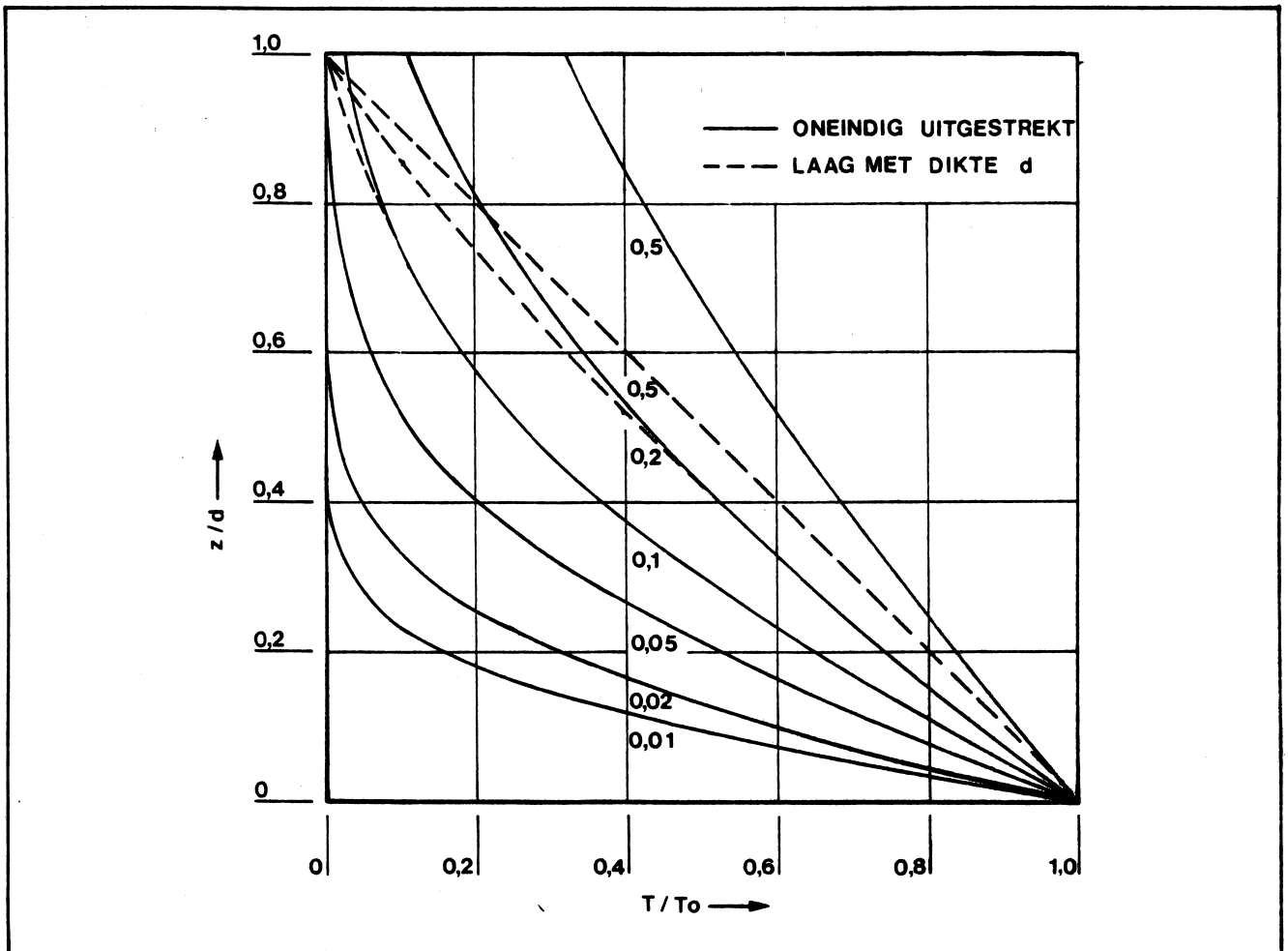
De dempingsdiepte is een maat voor de uitdamping van de temperatuurgolf in de onderliggende laag. Op een diepte van 1, 2, 3 en 4 maal D is de amplitudo resp. 37, 14, 5 en 2% van de amplitudo in de aquifer.

De mathematische beschrijving van de warmte-uitwisseling tussen het watervoerende pakket en de boven- en onderliggende lagen samen, zou eenvoudiger zijn, als zowel de onderliggende als de bovenliggende laag kon worden beschouwd als een oneindig dik pakket.

In hoeverre een dergelijke vereenvoudiging toelaatbaar is wordt hieronder nagegaan.

Figuur 5 geeft de temperatuurverdeling in de afdekkende laag voor verschillende waarden van $\bar{t}$. De gestippelde lijnen zijn gebaseerd op vergl. (13) en gelden dus voor een laag met een eindige dikte d . De getrokken lijnen geven hetzelfde weer voor een oneindig dikke laag, volgens vergl. (17). Tot $\bar{t} = 0.05$ is er geen verschil tussen beide gevallen. Bij $\bar{t} = 0.1$ is de invloed van de begrenzing slechts zichtbaar in het gebied $0.8 < \bar{z} < 1$. Daarna lopen de beide gevallen naar beneden toe steeds verder uiteen.

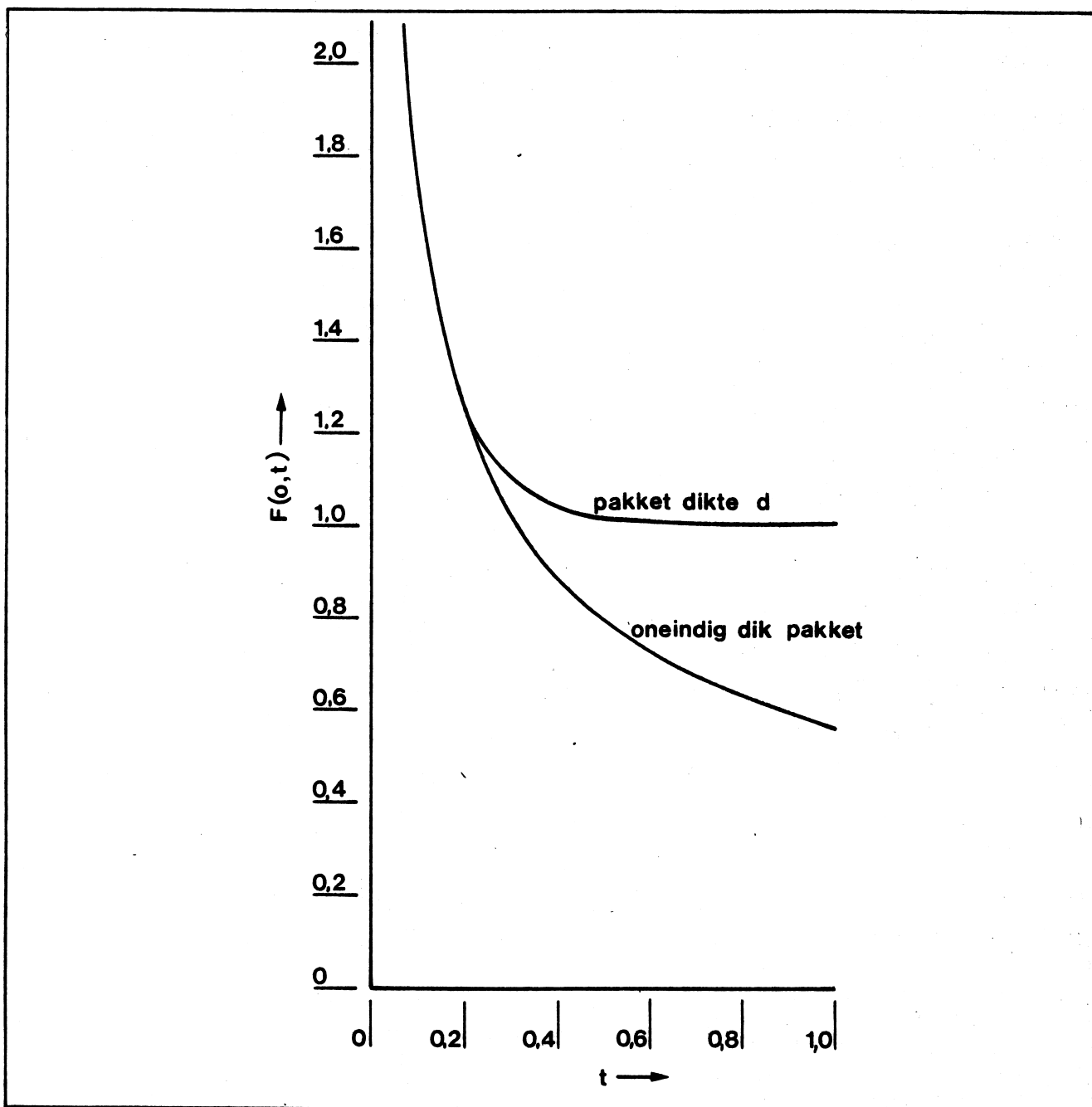
In figuur 6 is de warmteflux vanuit de aquifer bekeken. Hier ziet men tot $\bar{t} = 0.2$ weinig verschil voor beide situaties. Interessant is dat de afwijking kleiner blijft dan 10% voor $\bar{t} < 0.3$, terwijl voor $\bar{t} > 0.3$ de toestand nagenoeg stationair mag worden genoemd (hoofdstuk 4.1). Voor berekeningen die betrekking hebben op niet-stationair warmtetransport lijkt het een redelijke aanname beide lagen als oneindig uitgestrekt te beschouwen.



Figuur 5.

De temperatuursverdeling op verschillende tijdstippen in een oneindig dikke laag en in een laag met dikte d , bij een constante temperatuur T_0 aan de onderzijde en een begintemperatuur van 0°C . De getallen bij de krommen zijn waarden van at/d^2 .

Temperature distribution at various times in a layer with infinite thickness and in a layer with a thickness d , with a constant temperature T_0 at the bottom and zero initial temperature. The numbers on the curves are values of at/d^2 .



Figuur 6.

Warmteflux vanuit de aquifer naar de afdekkende laag voor een oneindig dikke laag en een laag met een dikte d .

Heat flux from the aquifer to the confining layer for a layer with an infinite thickness and a layer with thickness d .



5.

warmte-uitwisseling tussen het watervoerende pakket en de aangrenzende pakketten

5.1. relatief dun watervoerend pakket

Door Carslaw & Jaeger (1959: 396) wordt een formule gegeven, die onder bepaalde voorwaarden kan worden gebruikt om de temperatuurverandering in het watervoerende pakket te berekenen bij warmte-uitwisseling met de boven- en onderliggende lagen. Beide aangrenzende lagen worden oneindig dik verondersteld. Tevens wordt aangenomen dat hierin zuiver verticaal warmtetransport ten gevolge van geleiding optreedt. In het watervoerende pakket zelf wordt warmtegeleiding verwaarloosd, zowel in de stromingsrichting als loodrecht daarop. Verder wordt in de aquifer de temperatuur in verticale richting constant verondersteld. De laatste vereenvoudiging kan men, in navolging van Bear (1977, 1979), interpreteren als het resultaat van een integratie van alle parameters over de dikte van het watervoerende pakket. De temperatuur en alle overige grootheden die betrekking hebben op de aquifer worden door deze procedure vervangen door hun verticale gemiddelden. De oplossing van Carslaw & Jaeger, later ook genoemd door Lauwerier (1955), geldt verder voor een lineaire grondwaterstroming in de x-richting en geeft het temperatuurverloop $T(x,t)$ wanneer bij $x = 0$ het geïnjecteerde water een plotse-linge temperatuurverandering T_0 ondergaat. Deze luidt:

$$T(x,t) = T_0 U(t-x/u) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\rho_1 c_1}{\rho_0 c_0 d_0} \cdot \frac{a_1 x/u}{2\sqrt{a_1 (t-x/u)}} \right\} \quad (21)$$

met $U(t)$ = Eenheidsstapfunctie waarvoor geldt

$$U(t) = 0 \text{ voor } t < 0$$

$$U(t) = 1 \text{ voor } t \geq 0$$

u = snelheid van het warmtefront (zie (4))

d_0 = helft van de dikte van het watervoerend pakket

a_1 = Temperatuurvereffeningscoëfficiënt van de aangrenzende lagen

$$a_1 = \lambda_1 / (\rho_1 c_1)$$

$\rho_1 c_1$ = Warmtecapaciteit van aangrenzende laag

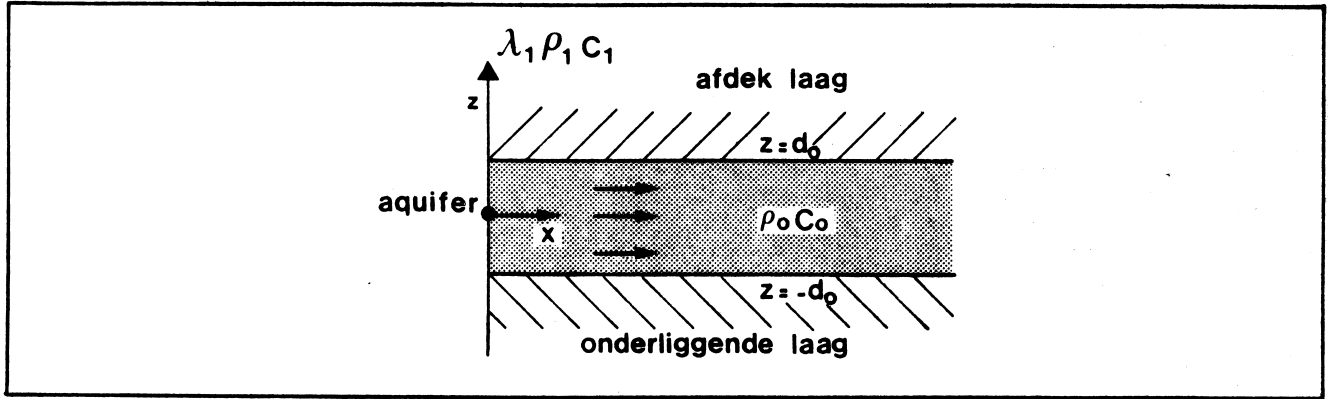
$\rho_0 c_0$ = Warmtecapaciteit van de aquifer



De bijbehorende formule voor de temperatuur T_1 in de aangrenzende pakketten is:

$$T_1(x, z, t) = T_0 U(t-x/u) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\varrho_1 c_1 a_1 x/u}{\varrho_0 c_0 d_0 2\sqrt{a_1(t-x/u)}} + \frac{(z-d_0)}{2\sqrt{a_1(t-x/u)}} \right\} \quad (22)$$

Hierbij is z de coördinaat in verticale richting gemeten vanaf het midden van het pakket.



Figuur 7.

Schema warmteuitwisseling tussen aquifer en aangrenzende lagen bij de oplossing van Carslaw & Jaeger (geval van Laugier).

Scheme of heat exchange between aquifer and adjacent layers for the solution of Carslaw & Jaeger (Laugier-case).

Dietz en Lehner (1969) en Gringarten (1975) wijzen erop dat de formules (21) en (22) ook geldig zijn voor een willekeurig 2-dimensionale grondwaterstroming in het watervoerende pakket.

In dat geval dient, in (21) en (22) de term x/u te worden vervangen door τ (s), het tijdstip waarop een warmtefront in een bepaald punt arriveert.

Als een tijdconstante β (s) wordt geïntroduceerd volgens

$$\beta = \left\{ \frac{\varrho_0 c_0}{\varrho_1 c_1} \right\}^2 \frac{d_0^2}{a_1} \quad (23)$$

kan voor (19) en (20) worden geschreven.

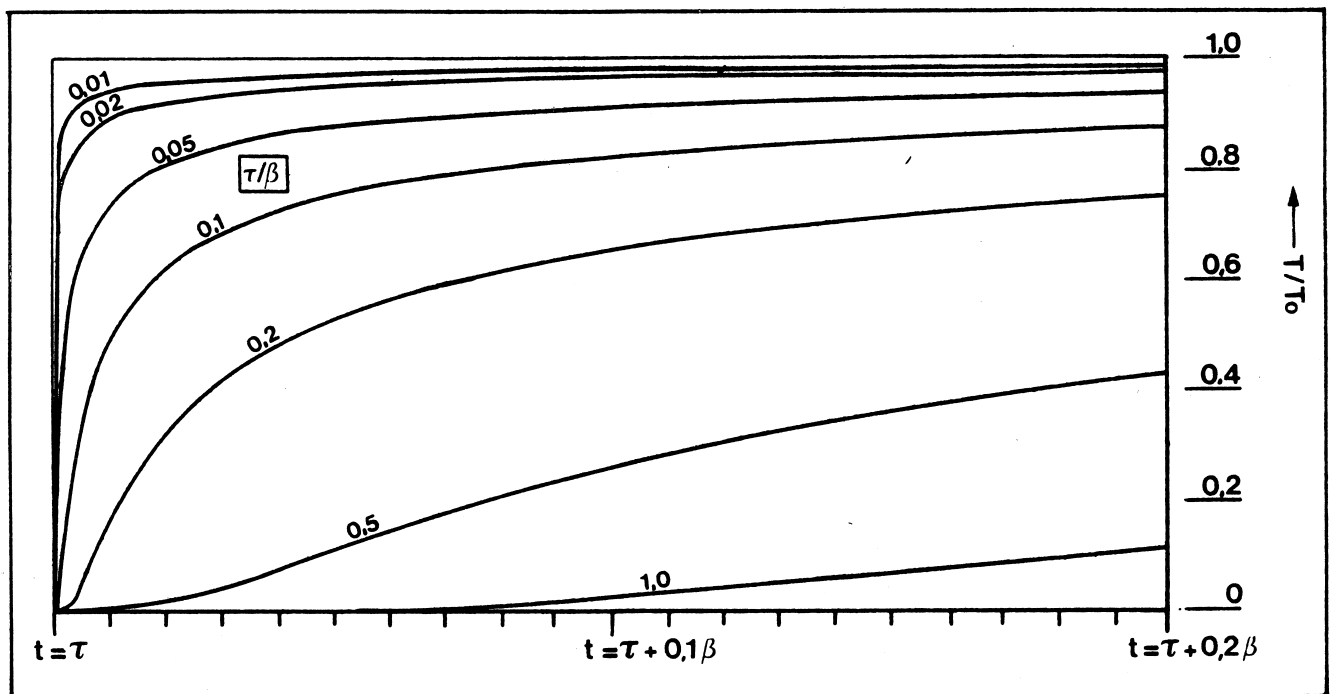
$$T(\tau, t) = T_0 U(t-\tau) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\tau/\beta}{2\sqrt{(t-\tau)/\beta}} \right\} \quad (24)$$



en

$$T_1(\tau, z, t) = T_0 U(t-\tau) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\tau/\beta}{2\sqrt{(t-\tau)/\beta}} + \frac{(z-d_0)}{2\sqrt{a_1(t-\tau)}} \right\} \quad (25)$$

De tijdconstante β kan men opvatten als maat voor de tijdschaal waarop de afvlakking in de temperatuur van het geïnjecteerde water zich voltrekt. Dit wordt geïllustreerd in figuur 8 waarin het verloop van een doorbraakkromme in de aquifer (vergl. 24) is getekend voor verschillende waarden van τ/β



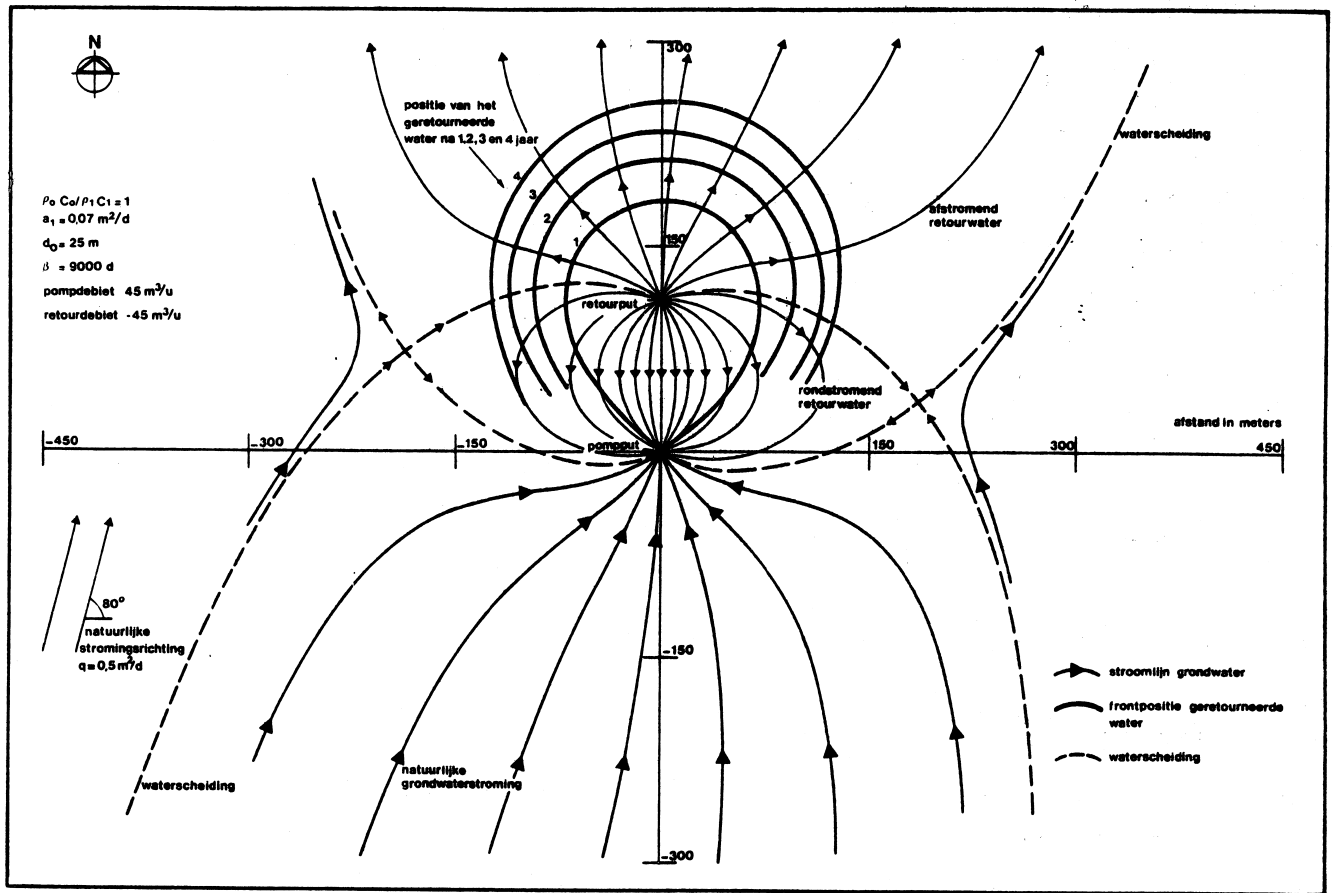
Figuur 8.

Doorbraakkrommen voor verschillende waarden τ/β

Break-through curves for various values of τ/β

De verwaarlozing van warmtegeleiding in de aquifer betekent dat de richting van het warmtetransport altijd samenvalt met de richting van de grondwaterstroming. De stroombanen voor warmtestroming en grondwaterstroming zijn dus gelijk. In hoofdstuk 2 is bovendien aangetoond dat de snelheid waarmee een warmtefront zich verplaatst langs een stroombaan bij benadering de helft is van de grondwatersnelheid. De doorbraaktijd τ kan dus gelijk worden gesteld aan tweemaal de verblijfstijd van het grondwater.

Dit biedt de mogelijkheid om aan de hand van verblijfsberekeningen het temperatuursverloop in de aquifer bij variërende injectietemperatuur te bepalen.



Figuur 9.

Stroomlijnen en frontposities na 1, 2, 3 en 4 jaar voor een pomp- en injectieput in een uniforme stroming.

Streamlines and frontposition after 1, 2, 3 and 4 years for an extraction and injection well in a uniform flow.

In figuur 9 is een voorbeeld gegeven van een pompput en een injectieput in een uniforme stroming.

De stroomlijnen en verblijftijden voor het grondwater zijn berekend met het rekenprogramma FLOP-1 (Van den Akker 1975). De positie van de waterdeeltjes na resp. 1, 2, 3 en 4 jaar is aangegeven. Als de injectietemperatuur afwisselend hoog is, (tijdens het koelseizoen) en laag (stookseizoen) kan de afvlakking van dit temperatuurverloop worden berekend voor ieder punt in de aquifer, met verblijftijd $\tau/2$.



Hiervoor geldt de convolutie-integraal:

$$g(t) = \int_0^t f(t-\theta) T'(\tau, \theta) d\theta \quad (26)$$

Het temperatuurverloop bij de injectieput is daarbij voorgesteld door $f(t)$, terwijl $T'(\tau, t)$ de afgeleide voorstelt van $T(\tau, t)$ naar de tijd.

Differentiatie van (24) levert op:

$$\frac{\partial T(\tau, t)}{\partial t} = T_0 U(t-\tau) \frac{\tau}{2\sqrt{\beta(t-\tau)^3}} \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{4\beta(t-\tau)} \right\} \quad (27)$$

De convolutie-integraal gaat hiermee over in

$$g(t) = \frac{\tau}{2\sqrt{\pi\beta}} \int_{\tau}^t \frac{f(t-\theta) \exp(-\tau^2/4\beta(\theta-\tau))}{(\theta-\tau)^{3/2}} d\theta$$

Door de substitutie:

$$\mu = \tau/2\sqrt{\beta(\theta-\tau)}$$

krijgen we:

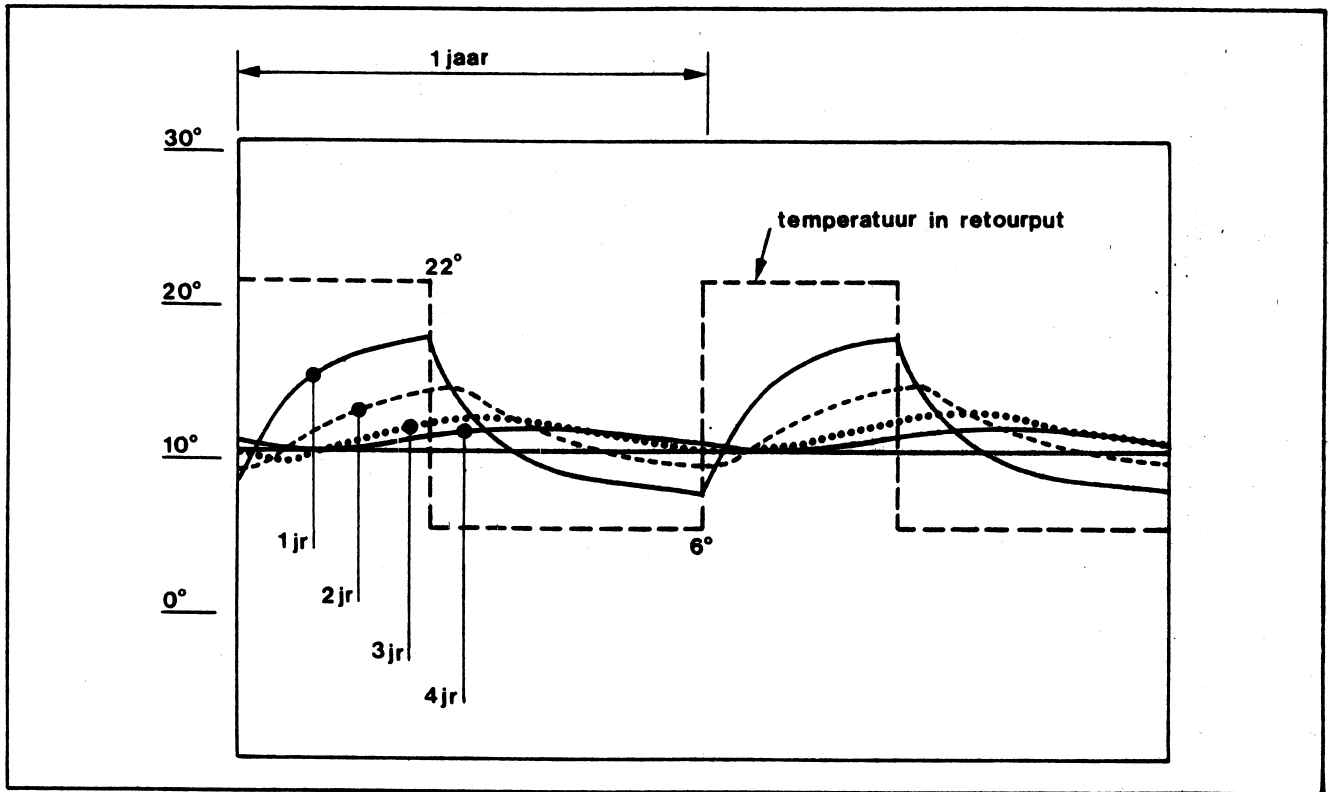
$$g(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\tau/2\sqrt{\beta(t-\tau)}}^{\infty} f(t-\tau-\tau^2/4\beta\mu^2) e^{-\mu^2} d\mu \quad (28)$$

Figuur 10 geeft het resultaat van de numerieke uitwerking van (28) voor de 4 isochronen uit figuur 9. Het blokvormig temperatuurpatroon blijkt nagenoeg te zijn uitgedempt ter plaatse van de 4-jaarsisochroon.

De tijdconstante β bedroeg in dit geval ca. 9×10^3 dag.

Bij een periodieke injectietemperatuur gegeven door $T_0 \cos \omega t$ vinden we voor (28):

$$g(t) = \frac{2T_0}{\sqrt{\pi}} \int_{\tau/2\sqrt{\beta(t-\tau)}}^{\infty} \cos \omega(t-\tau-\tau^2/4\beta\mu^2) e^{-\mu^2} d\mu \quad (29)$$



Figuur 10.

Afvlakking van temperatuurvariatiës in het grondwater ten gevolge van warmte-uitwisseling met de aangrenzende pakketten.

Damping of temperature fluctuation in the groundwater by heat exchange with the adjacent layers.

Met behulp van Abramowitz & Stegun (1965), formule 7,4.33, kan deze integraal, worden omgewerkt tot:

$$g(t) = T_0 e^{-\tau\sqrt{\omega/2\beta}} \cos \left\{ \omega(t-\tau) - \tau\sqrt{\omega/2\beta} \right\} + \\ - \frac{2T_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau/2\sqrt{\beta(t-\tau)}} \cos[\omega(t-\tau-\tau^2/4\beta\mu^2)] e^{-\mu^2} d\mu \quad (30)$$

Het tweede deel in (30) stelt de niet-stationaire component voor, die zal verdwijnen als t steeds groter wordt. Wordt alleen de eerste term bekeken, dan blijkt dat de amplitudo van de slingering in het pakket zelf afneemt met een factor:



$$\exp(-\tau\sqrt{\omega/2\beta}) \quad (31)$$

Analoog aan de dempingsdiepte D_d bij periodiek warmtetransport door geleiding alleen, kan hier een "dempingstijd" τ_d worden ingevoerd volgens.

$$\tau_d = \sqrt{2\beta/\omega} \quad (32)$$

Op afstanden waarbij de doorbraaktijd van een warmtefront 1, 2, 3 en 4 maal τ_d bedraagt is de amplitude gereduceerd tot resp. 0.37, 0.14, 0.05 en 0.02 maal de amplitudo bij de injectieput.

Voor het in figuur 9 gegeven voorbeeld bedraagt $\beta = 9 \times 10^3$ dag. Bij een jaarlijkse temperatuurfluctuatie wordt de dempingstijd hier $\tau_d = 1020$ d.

Ter plaatse van de 4-jaarsisochroon van het grondwater geldt voor het warmtefront $\tau = 8 \times 365 = 2920$ d, hetgeen bijna 3 x de dempingstijd is. De amplitudo is hier gereduceerd tot $\exp(-2920/1020) = 0.06$ maal de oorspronkelijke.

In de afdekkende (en de onderliggende) laag dempt de temperatuurgolf nog verder uit.

Hiervoor geldt (19) gecombineerd met (30):

$$T_1(\tau, z, t) = \tau_0 e^{-\tau/\tau_d - (z-d_0)/D_d} \cos(\omega t - \tau/\tau_d - (z-d_0)/D_d) \quad (33)$$

met

$$D_d = \text{dempingsdiepte } \sqrt{2a/\omega}$$

$$\tau_d = \text{dempingstijd } \sqrt{2\beta/\omega}$$

$$\beta = \left(\frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 c_1} \right)^2 \frac{d^2}{a}$$

Van Duin (1960) geeft voor een aantal grondsoorten de dempingsdiepte.

Als voor de warmtecapaciteit van een watervoerend pakket $\rho_0 c_0$ een waarde wordt genomen van $2.75 \text{ J/cm}^3, ^\circ\text{C}$ kunnen de bijbehorende waarden voor τ_d/d_0 worden berekend (zie tabel 1).



Tabel 1

	λ (J/s, cm °C)	ρc (J/cm ³ °C)	a (cm ² /s)	D_d (m)	τ_d/d_o
Zand: droog	0.0026	1.18	0.0023	150	$156 \cdot 10^3$
veldcap.	0.0160	1.97	0.0081	285	$49 \cdot 10^3$
verzad.	0.0202	2.86	0.0071	266	$36 \cdot 10^3$
Klei droog	0.0025	1.18	0.0021	147	$160 \cdot 10^3$
veldcap.	0.0141	2.18	0.0065	255	$50 \cdot 10^3$
verzad.	0.0164	2.86	0.0057	240	$40 \cdot 10^3$
Veen droog	0.0004	0.38	0.0010	101	$717 \cdot 10^3$
veldcap.	0.0047	3.53	0.0013	116	$68 \cdot 10^3$
verzad.	0.0054	3.95	0.0014	117	$60 \cdot 10^3$

5.2. relatief dik watervoerend pakket

In het vorige hoofdstuk is in de aquifer de temperatuur steeds in verticale zin constant verondersteld, hetgeen erop neer komt dat de warmtegeleidingscoëfficiënt in verticale richting oneindig groot zou zijn. In werkelijkheid ligt de geleidingscoëfficiënt van de aquifer in dezelfde orde van grootte als die van de aangrenzende pakketten: er zal daarom altijd een verticale temperatuurgradiënt heersen. Naarmate de dikte van de aquifer toeneemt worden temperatuurverschillen in verticale richting groter.

In deze paragraaf wordt nagegaan hoe groot deze verschillen zijn.

Voor een uniforme grondwaterstroming in de x-richting en een periodiek temperatuurverloop $T_o \cos \omega t$ ter plaatse $x = 0$ kan een oplossing voor het stelsel differentiaal-vergelijkingen en begin- en randvoorwaarden worden gevonden. Voor de afleiding wordt verwezen naar de appendix.

Het temperatuurverloop in een verticale doorsnede, waarbij het "doorbraaktijdstip" van het warmtefront gelijk is aan τ , is het reële deel van de volgende complexe reeks:

$$T(\tau, z, t) = \tau_o e^{i\omega(t-\tau)} 2h \sum_{n=1}^{\infty} e^{a\tau \mu_n^2/d_o^2} \frac{\cosh(\mu_n z/d_o)}{(h^2 + h - \mu_n) \cosh \mu_n} \tag{34}$$



De term x/u in (A17) is hier onder dezelfde voorwaarde als in hoofdstuk 5 vervangen door τ .

De (complexe) wortels μ_n uit $\mu \sinh \mu + h \cosh \mu = 0$

kunnen met de methode van Newton-Raphson, worden bepaald (Wylie, 1975).

In de appendix is bij de afleiding van (34) een complexe parameter h ingevoerd volgens:

$$h = \frac{\lambda_1 d_0}{\lambda_0 D_d} (1+i) \quad (35)$$

Het reële deel van h , $\text{Re}(h) = \lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d$, geeft een indruk van de relatieve dikte van het watervoerend pakket. Een soortgelijke grootheid gebruikt Verruijt (1969) bij de beschrijving van de temperatuurverdeling in een dik watervoerend pakket voor de stationaire toestand.

In plaats van de dempingsdiepte D_d , die bij stationair transport geen betekenis heeft, moet men dan de totale dikte van de afdekkende laag invullen.

Vergelijking (34) is met behulp van een computer numeriek uitgewerkt voor verschillende waarden van $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d$. De figuren 11 t/m 14 geven het resultaat hiervan. De berekeningen zijn uitgevoerd voor waarden van τ die zo zijn gekozen dat $(\tau a / d^2) \times (\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d)$ de waarden 1, 2, 3 en 4 aanneemt.

Enig omrekenen laat zien dat

$$\frac{\tau a \lambda_1 d_0}{d_0^2 \lambda_0 D_d} = \tau \sqrt{\omega / 2\beta} = \tau / \tau_d$$

De gekozen tijdstippen komen dus overeen met 1, 2, 3 en 4 maal de dempingstijd.

Wanneer de benadering van Lauwerier wordt toegepast vindt men bij deze waarden van τ voor de amplitudo en de fase-verschuiving:

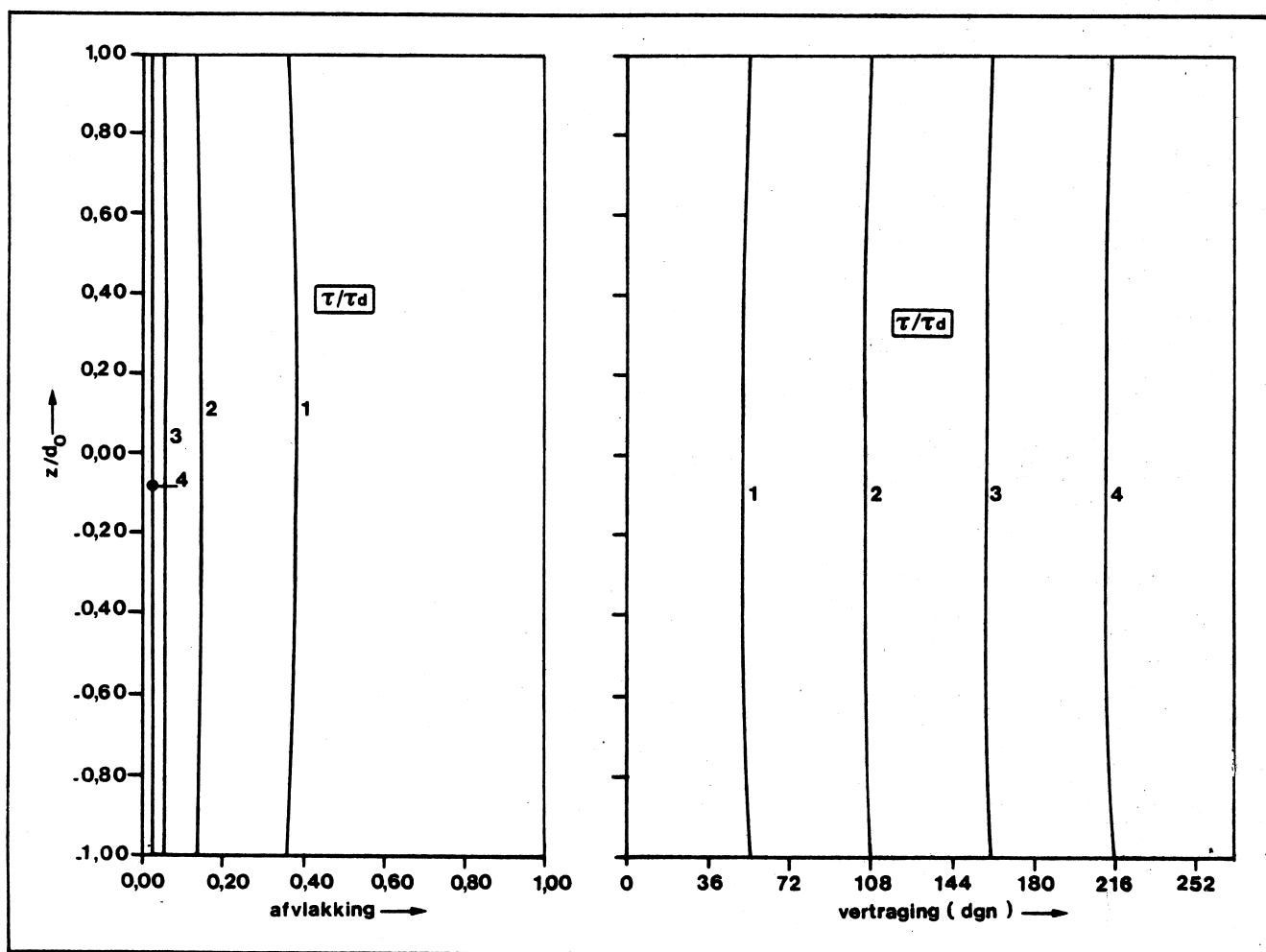
τ / τ_d	Ampl.	fase
1	0.37	57 dgn.
2	0.14	115 dgn.
3	0.05	172 dgn.
4	0.02	229 dgn.

Deze cijfers komen vrijwel overeen met de waarden die zijn berekend met (34) voor $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d = 0.1$ (figuur 11).



Neemt men, ter oriëntatie, voor λ_1/λ_0 een factor 1.5 dan geldt dit voor een aquifer met een totale dikte ($2d_0$) van 0.3 maal de dempingdiepte van de aangrenzende laag, dus in de orde van 1 meter.

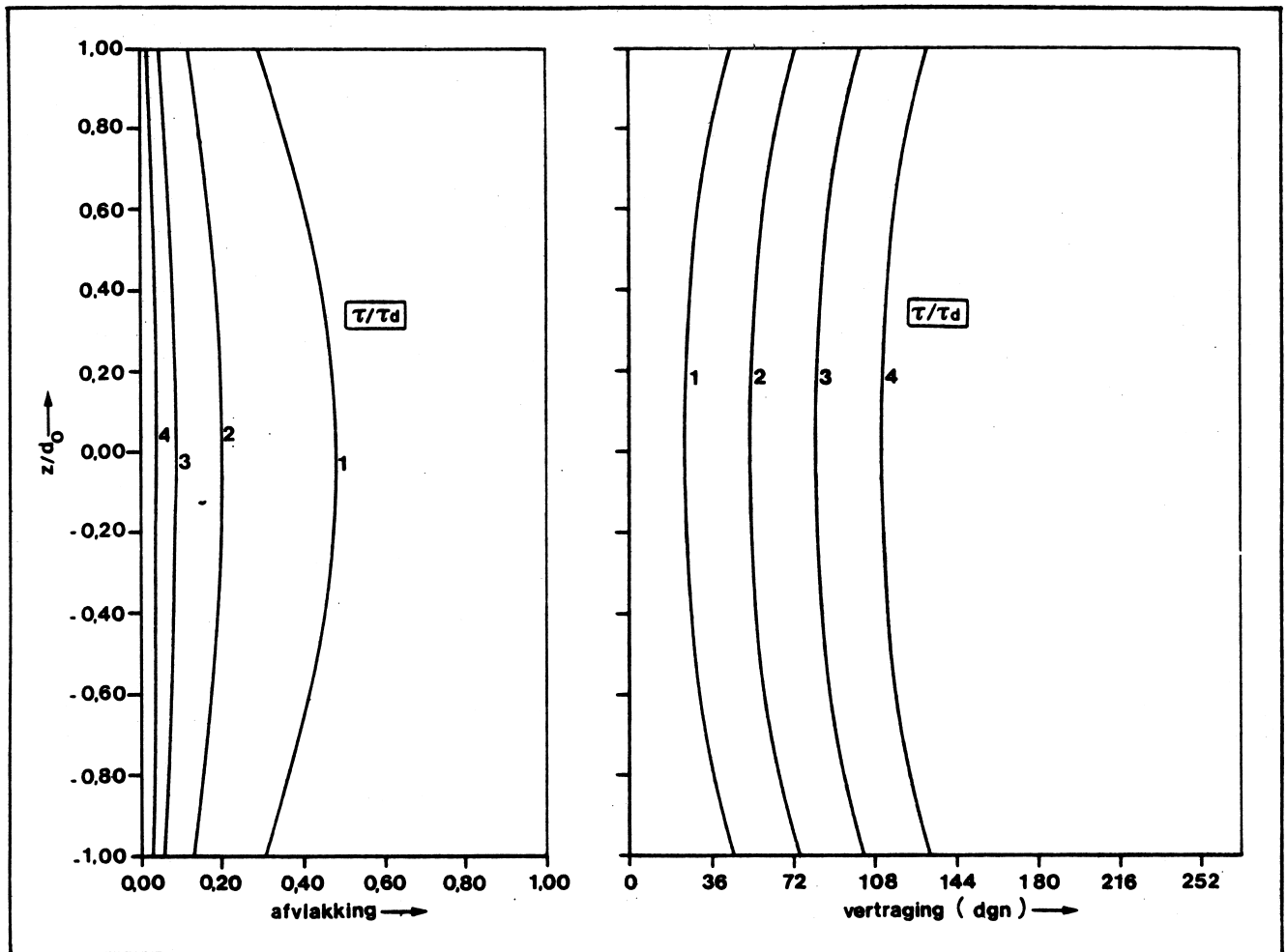
Bij een 10 maal zo dik watervoerend pakket (fig. 12) zijn al duidelijke verschillen te zien, vooral in de fase-verschuivingen. Dit laatste is van belang voor een situatie zoals in fig. 9, waar de naar de pompput teruggaande stroomlijnen voor een verdere afvlakking in de put zorgen ten gevolge van verschillen in fase. De Lauwerier-benadering zal voor dit mechanisme daarom geen juist beeld opleveren.



Figuur 11.

Afvlakking en vertraging van een harmonisch fluctuerende temperatuur voor verschillende verblijftijden bij een relatieve dikte $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d = 0.1$

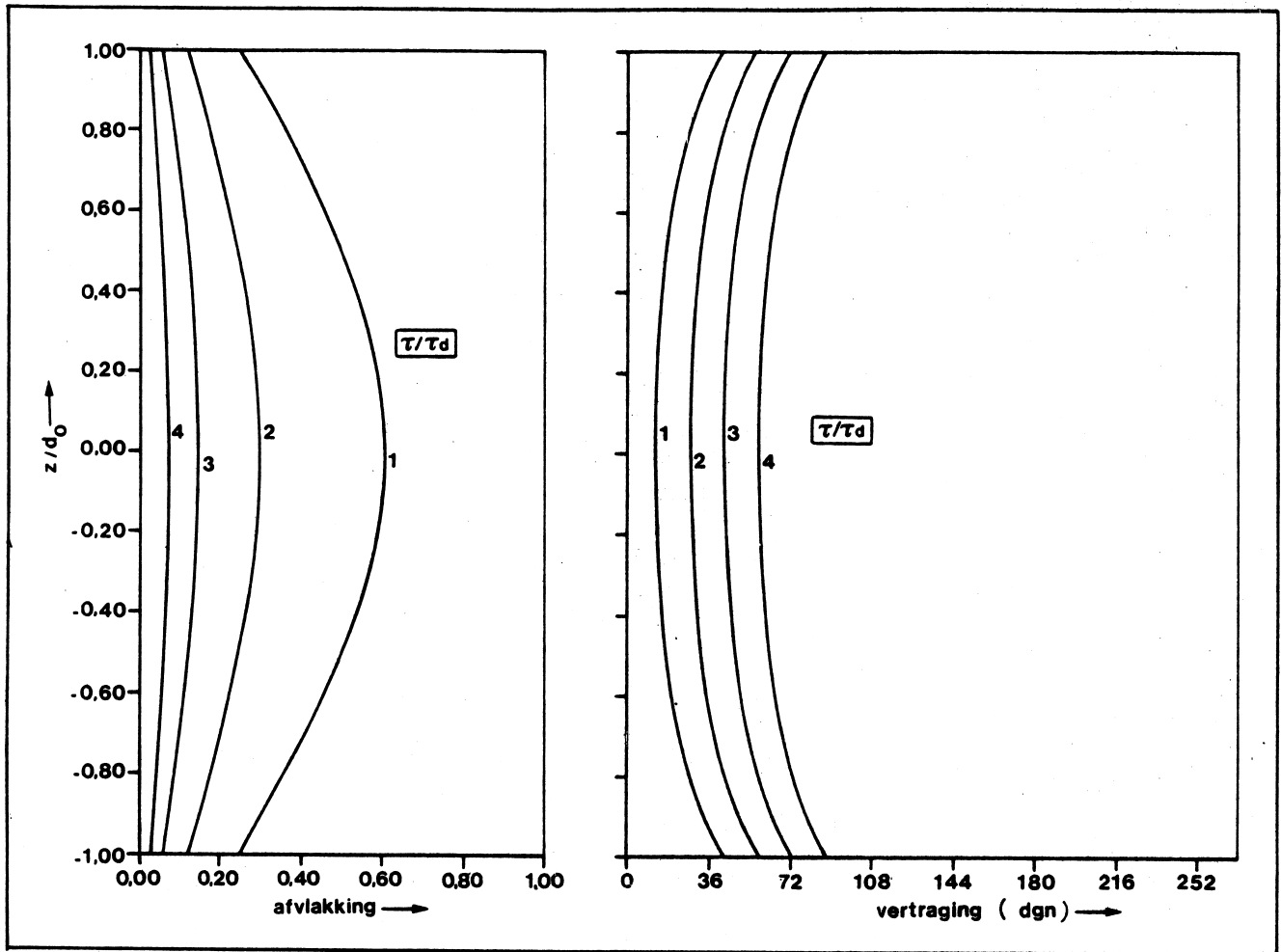
Attenuating and time lag of harmonic temperature fluctuations for various values of the retention time and a relative thickness $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d = 0.1$



Figuur 12.

Afvlakking en vertraging van een harmonisch fluctuerende temperatuur voor verschillende verblijftijden bij een relatieve dikte $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_{\bar{d}} = 1$

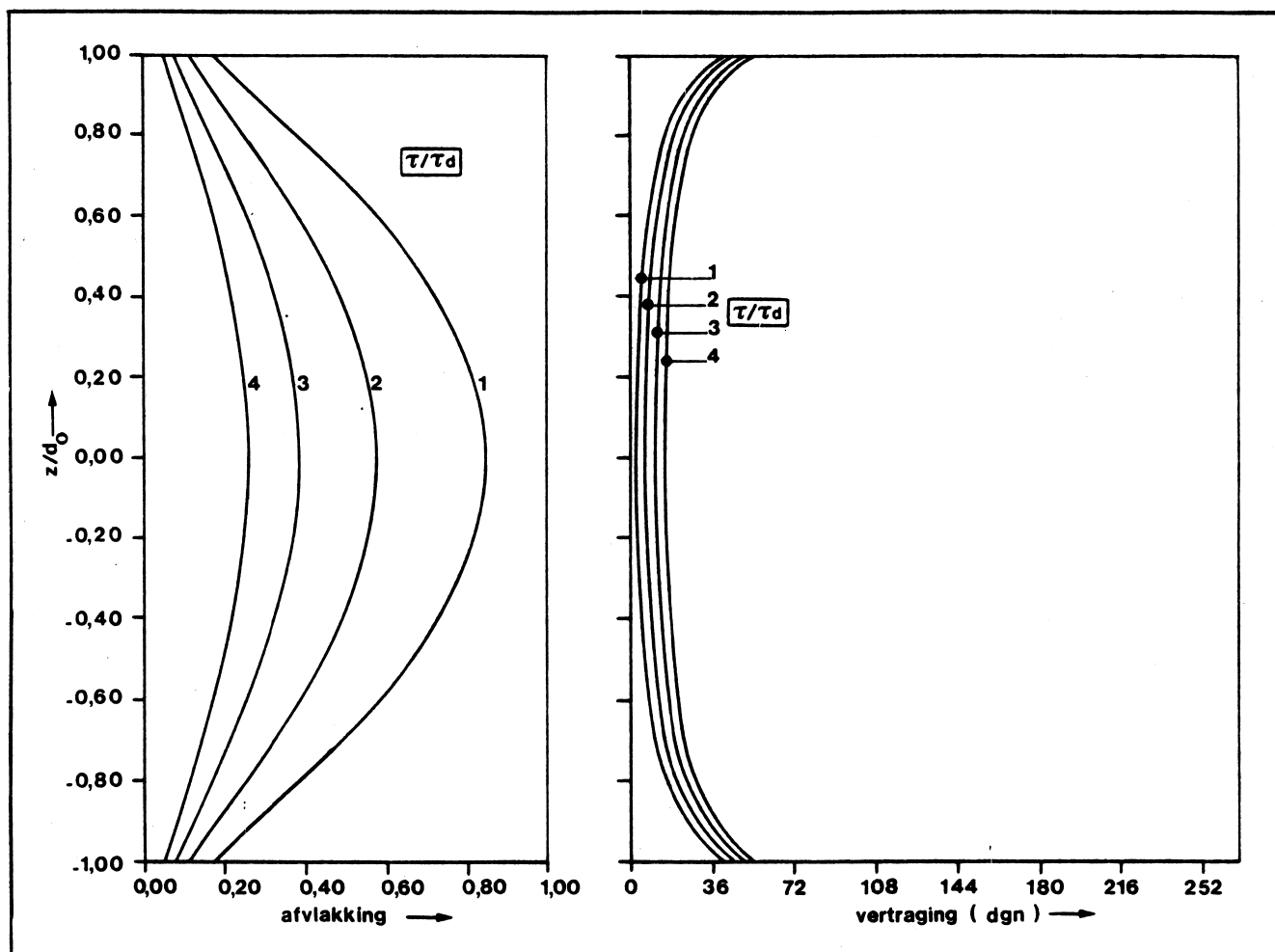
Attenuation and time lag of harmonic temperature fluctuations for various values of the retention time and a relative thickness $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_{\bar{d}} = 1$



Figuur 13.

Afvlakking en vertraging van een harmonisch fluctuerende temperatuur voor verschillende verblijftijden bij een relatieve dikte $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d = 2$

Attenuation and time lag of harmonic temperature fluctuations for various values of the retention time and a relative thickness $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_d = 2$



Figuur 14.

Afvlakking en vertraging van een harmonisch fluctuerende temperatuur voor verschillende verblijftijden bij een relatieve dikte $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_{\bar{d}} = 5$

Attenuation and time lag of harmonic temperature fluctuations for various values of the retention time and a relative thickness $\lambda_1 d_0 / \lambda_0 D_{\bar{d}} = 5$



6.

slotopmerkingen

Een eerste indruk van de temperatuurverandering in het grondwater bij niet-stationair warmtetransport en periodiek veranderende situaties kan worden gekregen met behulp van het stromingspatroon en de verblijftijden van het geïnjecteerde grondwater. Een relatie tussen het temperatuurverloop en de verblijftijd is hier afgeleid.

Het effect van temperatuurveranderingen op de chemische en bacteriologische samenstelling van het grondwater is nog onvoldoende bekend. Nader onderzoek is noodzakelijk nu de belangstelling voor grondwater als opslagreservoir voor warmte toeneemt. De in dit rapport gegeven rekenmethode kan als basis dienen voor een veldstudie op dit gebied.

Oriënterende berekeningen geven aan dat de niet-stationaire fase enige jaren in beslag kan nemen. Bij veldonderzoek naar de invloed op de kwaliteit van het grondwater zullen naar alle waarschijnlijkheid zeer langdurige metingen vereist zijn.

Voor de afvlakking van temperatuurvariaties is de warmte-uitwisseling tussen het watervoerend pakket en de boven- en onderliggende lagen een belangrijke factor. De Lauwerier-benadering (temperatuur in de aquifer constant over de hoogte) mag alleen voor relatief dunnen watervoerende pakketten (dikte kleiner dan 10 m) worden toegepast. Bij dikkere pakketten moet ook het verticale warmtetransport door geleiding in rekening worden gebracht. In dit geval wordt het effect van de warmte-uitwisseling minder groot.



literatuur

Abramowitz, M. and Stegun, I.A. (1965).

Handbook of mathematical functions, Dover Publications, New York.

Bear, J. (1979).

Hydraulics of groundwater, McGraw-Hill, New York.

Brandes, M.C. en Uffink, G.J.M. (1977).

De berekening van de temperatuurverhoging in het grondwater ten gevolge van een koelwaterinjectie.

RID-mededeling 77-6, Voorburg.

Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C. (1959).

Conduction of heat in solids, 2nd ed., Clarendon Press, Oxford.

Dietz, D.N. and Lehner, F. (1969).

The Lauwerier problem for the case of radial flow.

Appl. Sci. Res, 20, 309-311.

Gelhar, L.W., Gutjahr, A.L. and Naff, R.L. (1979).

Stochastic analysis of macrodispersion in a stratified aquifer.

Wat. Res. Res. 15 (6) , 1387-1397.

Glasbergen, P., Kool, H.J. en Kooper, W.F. (1981).

Kwaliteitsverandering ten gevolge van het terugpompen in de bodem van voor koeling gebruikt grondwater.

RID-mededeling, in voorbereiding.

Gringarten, A.C. and Sauty, J.P. (1975).

A theoretical study of heat extraction from aquifers with uniform regional flow.

J. Geophys. Res. 80 (35), 4956-4962.

Lauwerier, H.A. (1955).

The transport of heat in an oil layer caused by the injection of hot fluid.

Appl. Sci. Res. A5, 145-150.



Rijkoort, P.J. (1960).

De natuurkundige grondbeginselen van de warmtehuishouding in de bodem.

Landbouwkundig Tijdschrift 72 (2), 43-52.

Saffman, P.G. and Taylor, G. (1958).

The penetration of a fluid into a porous medium or Hele Shaw cell containing a more viscous liquid.

Proc. Roy Soc. London A 245, 312-329.

Van den Akker, C. (1975).

Toelichting bij het rekenprogramma Flop-1.

RID mededeling 75-3, Voorburg.

Van Duin, R.H.A. (1960).

De warmtehuishouding van Landbouwgronden.

Landbouwkundig Tijdschrift 72 (5), 146-155.

Verruijt, A. (1969).

Stationary heat transport by plane groundwater movement in a thin and thick aquifer.

Fundamentals of transport phenomena in porous media, Elsevier.

Visser, W.A. (1979).

De mogelijkheden van aardwarmte in Nederland.

De Ingenieur 91 (46), 804-810.

Wyllie, C.R. (1975).

Advanced engineering mathematics, McGraw-Hill, New York.



appendix

Voor de temperatuur in de aquifer geldt de volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{u}{a_0} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{a_0} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (A1)$$

a_0 is de temperatuurvereffeningscoëfficiënt van het pakket zelf en u de snelheid van het warmtefront.

Voor de temperatuur in de aangrenzende laag T_1 geldt

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \quad (A2)$$

Bij het zoeken naar oplossingen met een periodiek fluctuerend karakter is het handig om over te gaan op complexe variabelen T^* en T_1^* waarbij $T = \text{Re}(T^*)$ en $T_1 = \text{Re}(T_1^*)$.

De temperatuur in de aquifer en de aangrenzende laag kan nu worden geschreven in de vorm

$$T^*(x, z, t) = V e^{i\omega t}$$

en

$$T_1^*(x, z, t) = W e^{i\omega t}$$

waarbij V en W (complexe) functies zijn van x en z alleen.

De DV's (A1) en A2) gaan nu over in:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{u}{a_0} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{i\omega V}{a_0} = 0 \quad (A3)$$

en

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \frac{i\omega}{a_1} W = 0 \quad (A4)$$

Wanneer voor de afdekkende laag als randvoorwaarden gelden:

$W = V$ als $z = d$ en $W \rightarrow 0$ als $z \rightarrow \infty$, luidt de oplossing van (A4):

$$W = V \exp[-(z-d_0)/D_d - i(z-d_0)/D_d] \quad (A5)$$

Hierin is D_d de dempingsdiepte volgens $D_d = \sqrt{2a_1/\omega}$



De randvoorwaarden bij (A3) zijn (de factor $e^{-i\omega x/u}$ kan ook hier steeds worden uitgedeeld).

$$\partial V / \partial z = 0, \quad z = 0 \text{ en } x > 0 \quad (\text{A6})$$

$$\lambda_0 \partial V / \partial z = \lambda_1 \partial W / \partial z, \quad z = d_0 \text{ en } x > 0 \quad (\text{A7})$$

$$V = V_0, \quad x = 0 \text{ en } 0 \leq z \leq d_0 \quad (\text{A8})$$

$$V = 0, \quad x \rightarrow \infty \text{ en } 0 \leq z \leq d_0 \quad (\text{A9})$$

Met behulp van (A5) kan de randvoorwaarde (A7) worden herschreven tot:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{h}{d_0} V = 0 \quad (\text{A10})$$

als

$$h = \frac{\lambda_1 d_0}{\lambda_0 D_d} (1 + i) \quad (\text{A11})$$

Een Laplace transformatie m.b.t. x levert voor (A3) op:

$$\frac{d^2 \bar{V}}{dz^2} - \bar{V} \left\{ \frac{us}{a_0} + \frac{i\omega}{a_0} \right\} + \frac{V_0 u}{a_0} = 0 \quad (\text{A12})$$

Met behulp van de randvoorwaarde $d\bar{V}/dz = 0$ voor $z = 0$ kan de oplossing van (A12) als volgt geschreven worden:

$$\bar{V}(s, z) = B \cosh[(us+i\omega)^{1/2} z / a_0^{1/2}] + V_0 u / (us+i\omega) \quad (\text{A13})$$

De constante B wordt opgelost uit randvoorwaarde (A10), na deze te hebben getransformeerd.

Vervolgens wordt de Laplace-variable s vervangen door $s' = s + i\omega/u$. Deze operatie is toelaatbaar als de invers getransformeerde functie van s wordt vermenigvuldigd met $e^{-i\omega x/u}$ (verschuivingstelling).

Voor $\bar{V}$ kan men nu schrijven:

$$\bar{V}(s', z) = \frac{V_0}{s'} - \frac{V_0}{s'} \frac{h \cosh qz/d_0}{(q \sinh q + h \cosh q)} \quad (\text{A14})$$

als

$$q^2 = \frac{u d_0^2 s'}{a_0}$$

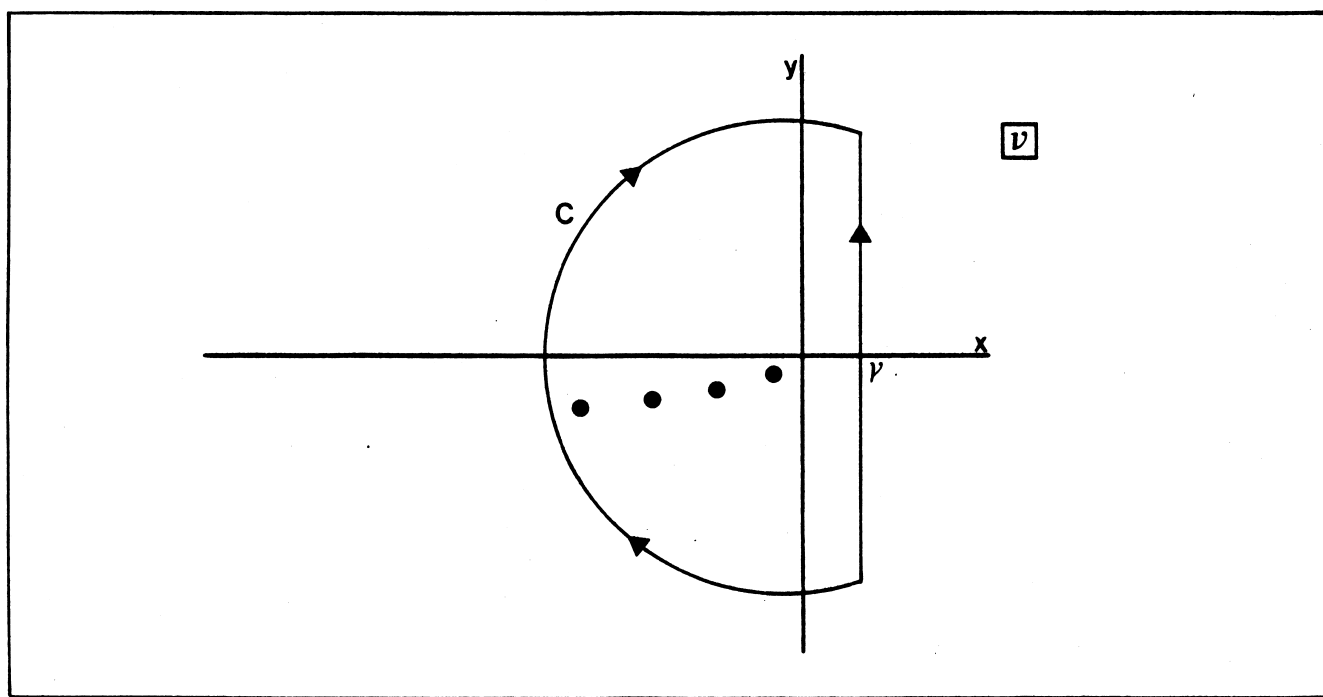


De inverse transformatie levert op:

$$V(x,z) = V_0 e^{-i\omega x/u} \left[1 - \frac{h}{2\pi i} \int_{\gamma-i\omega}^{\gamma+i\omega} e^{\nu x} \frac{\cosh(\mu z/d_0) d\nu}{\nu(\mu \sinh \mu + h \cosh \mu)} \right] \quad (A15)$$

waarbij $\mu^2 = \frac{u d_0^2 \nu}{a_0}$

De integratie in het complexe vlak ν dient te worden uitgevoerd langs een lijn evenwijdig aan de imaginaire as, zodanig dat alle singuliere punten van de integrand links van deze lijn liggen.



Figuur A1.

Ligging van de polen in het complexe ν -vlak.

Position of the poles in the complex ν -plane.

Een bekende procedure voor het uitwerken van de integraal in (A15) is om het integratiepad te veranderen in dat van een halve cirkel C met straal R . Bewezen kan worden dat de integraal langs deze cirkel nadert naar nul als R groot genoeg wordt genomen. De lijn-integraal in (A15) gaat daarmee over in $2\pi i$ maal de som van de residuen bij alle polen van de integrand (Wylie)



De ligging van de polen is als volgt:

1. $\nu = 0$

2. $\nu_n = a_0 \mu_n^2 / u d_0^2$, waarbij μ_n wortels zijn van de vergelijking $\mu \sinh \mu + h \cosh \mu = 0$

Het residu van de eerste pool is $1/h$. Deze valt weg tegen de eerste term tussen de haken in (A15).

Het residu voor een wortel μ_n is:

$$e^{a_0 \mu_n^2 / u d_0^2} \frac{\cosh(\mu_n z / d_0)}{\nu \frac{\partial}{\partial \nu} [\mu \sinh \mu + h \cosh \mu]_{\mu = \mu_n}} \quad (A16)$$

$$= e^{\frac{a_0 \mu_n^2}{u d_0^2}} \frac{\cosh \mu_n z / d_0}{\frac{1}{2} [\mu_n^2 - h^2 - h] \cosh \mu_n}$$

De oplossing T^* ($T^* = V e^{i\omega t}$) wordt tenslotte

$$T(x, z, t) = V_0 e^{i\omega(t-x/u)} 2h \sum_{n=1}^{\infty} e^{(a_0 \mu_n^2 / u d_0^2)} \frac{\cosh \mu_n z / d_0}{[h^2 + h - \mu_n^2] \cosh \mu_n} \quad (A17)$$

wanneer μ_n de wortels zijn uit $\mu \sinh \mu + h \cosh \mu = 0$.



reeds eerder verschenen mededelingen

1974

Verwerking van kwikhoudend afval <i>door drs. E. de Greef</i>	no. 74 - 1
Bepaling van zware metalen in water <i>door drs. B.I. Haring</i>	no. 74 - 2
Threshold odour concentrations in water of chemical substances <i>door ir. B.C.J. Zoeteman</i>	no. 74 - 3
De chemische samenstelling van het grondwater van de Veluwe <i>door ir. C.R. Meinardi</i>	no. 74 - 4
Enige gegevens over bestemmingen en bijbehorende kwaliteitseisen zoet oppervlakte <i>door ir. B.C.J. Zoeteman</i>	no. 74 - 5
The origin of brackish groundwater in the lower parts of the Netherlands <i>door ir. C.R. Meinardi</i>	no. 74 - 6
Verlagingen van het freatisch vlak bij grondwateronttrekking in een gebied met vrije afwatering <i>door drs. J. Blom</i>	no. 74 - 7
De geohydrochemie van het jongpleistoceen in Salland in relatie tot topografie en geohydrologie <i>door ir. W. v. Duijvenbooden</i>	no. 74 - 8
Het bepalen van het gehalte aan chlorofyl in phytoplankton en de waarde van het chlorofyl als maat voor het voorkomen van phytoplankton <i>door drs. H.J. Kool</i>	no. 74 - 9
Concentration techniques for ultratrace analysis with high-resolution gas chromatography to be used in waterpollution analysis <i>door ir. B.C.J. Zoeteman en G.J. Piet</i>	no. 74 - 10

1975

Brackish groundwater bodies as a result of geological history and hydrological conditions <i>door ir. C.R. Meinardi</i>	no. 75 - 1
Water quality management aspects of the Veluwe artificial recharge plan <i>door ir. B.C.J. Zoeteman - ir. J. Hrubec - drs. F.J.J. Brinkmann</i>	no. 75 - 2
Toelichting bij het rekenprogramma FLOP - 1 <i>door ir. C. v.d. Akker</i>	no. 75 - 3
Analytical analysis of moving fronts in two- and three-dimensional groundwater flow in anisotropic aquifers <i>door ir. G.A. Bruggeman</i>	no. 75 - 4
Frontverplaatsingen in twee-dimensionale grondwaterstromingen; een toelichting bij het rekenprogramma front - 1 <i>door ir. C. v.d. Akker</i>	no. 75 - 5
Polynuclear aromatic hydrocarbons in the water environment of the Netherlands; a presentation of measurements in 1973 and 1974 <i>door G.J. Piet - ir. B.C.J. Zoeteman - ir. R. Klomp</i>	no. 75 - 6



Toelichting bij het rekenprogramma FLOP - 2
door ir. C. v.d. Akker

no. 75 - 7

Onderzoek merkstoffen deel I
door ir. W. v. Duijvenbooden

no. 75 - 8

1976

Characteristic example of the natural groundwater composition in the Netherlands
door ir. C.R. Meinardi

no. 76 - 1

De bepaling van lood en cadmium in oppervlaktewater door atomaire absorptie m.b.v. de grafietoventechniek
door P. Lagas

no. 76 - 3

Het isoleren van "entero"-virussen uit diverse typen water met behulp van verschillende concentratie technieken
door drs. H.J. Kool - M. v. Gent - H.J. v. Kranen.

no. 76 - 4

1977

Vorming van organische halogeenverbindingen tijdens de chloring van drinkwater
door drs. P.H.A.M. Melis

no. 77 - 1

Proefonderzoek naar de dagelijkse inname aan enkele metalen via drinkwater door de bevolking van Hoensbroek en Brunssum
door drs. B.J.A. Haring, W. van Delft, J.D.F. Habbema

no. 77 - 2

Lagere chloorkoolwaterstoffen in het watermilieu
door ir. J. Hrubec

no. 77 - 3

De betekenis van het symposium "identification and system parameter estimation" voor het ontwikkelen van waterkwaliteitsmodellen
door ir. J.B.H.J. Linders

no. 77 - 4

Methods for the sensory evaluation
door drs. F.E. de Grunt, ir. B.C.J. Zoeteman, G.J. Piet, M.P.H. van der Heuvel

no. 77 - 5

De berekening van de temperatuursverhoging in het grondwater ten gevolge van een koelwaterinjectie
door ir. M.C. Brandes en ir. G.J.M. Uffink

De hydraulische weerstand van de Formatie van Sterksel/Kedichem in West-Utrecht
door ir. G.J. Heij en ing. C.G.M. Kester

no. 77 - 7

1978

Samenvatting van de resultaten van de proeven met de infiltratie van voorgezuiverd Rijnwater in Veluwezand
door ir. J. Hrubec

no. 78 - 1

Samenstelling en stroming van zoet grondwater in een West-Nederlands poldergebied het Eiland van Dordrecht
door ir. C.R. Meinardi en ir. G.J. Heij

no. 78 - 2

Vergelijkende onderzoeken betreffende het isoleren van coliformen en faecale colibacteriën in diverse typen water
door drs. H.J. Kool, ir. J.G. de Graan en E. van Welie

no. 78 - 3

Geohydrologische gegevens van Zuidelijk Flevoland en de Gelderse Vallei
door ir. C.R. Meinardi m.m.v. ir. C. van den Akker, ing. C.J. Dekker, ir. G.J. Heij en ir. J.W. Kieft

no. 78 - 4



De tijdsafhankelijkheid van de verlagingen als gevolg van grondwaterwinning nabij Glindhorst (Gelderse Vallei) no. 78 - 5
door ir. H.A.J. van Lanen, ir. G.J. Hey.

Introduction of chemical compounds into drinking water during distribution no. 78 - 6
door ir. B.C.J. Zoeteman, drs. B.J.A. Haring.

Doelstelling voor eutrofiërings bestrijding in Nederland no. 78 - 7
Een discussienota m.b.t. gewenst onderzoek
door dr. ir. B.C.J. Zoeteman, drs. F.I. Kappers, drs. J.C. v.d. Vlugt en ir. L. Postma.

1979

Oriënterend onderzoek naar organische microverontreinigingen in het grondwater bij de vuilstortplaats te Noordwijk no. 79 - 1
door drs. C.F.H. Morra, ir. W. van Duijvenbooden, P. Slingerland, G.J. Piet

De bepaling van K-waarden in het veld aan de hand van "putproeven" en "puntproeven" no. 79 - 2
Resultaten van het onderzoek aan de Parkweg (Den Haag).
door ir. G.J.M. Uffink

Organic chemicals measured during 1978 in the river Rhine in the Netherlands no. 79 - 3
door drs. C.F.H. Morra

Gezondheid en organische stoffen in drinkwater no. 79 - 4
door drs. H.J. Kool

Health perspectives in the oxidative treatment of water for potable supply no. 79 - 5
Part I: Survey of the problem
door prof. dr. J.C. Morris

Onderzoek industrieel waterverbruik. Eerste fase (1974-1977) no. 79 - 6
door A.H.M. Bresser.

1980

Corrosiviteitsbepaling van drinkwater t.a.v. loden en koperen leidingen no. 80 - 1
door drs. B.J.A. Haring en W. van Delft.

Cancer mortality in relation to drinking water in the Netherlands no. 80 - 2
door drs. H.J. Kool, drs. W. Slooff, G.J. Piet, dr.ir. B.C.J. Zoeteman en ir. J.B.H.J. Linders

Berekening van bodemconstanten uit pompproefgegevens met behulp van niet-lineaire regressieanalyse no. 80 - 3
door ir. A. Leijnse.

Een geautomatiseerde bepalingsmethode voor sulfaationen no. 80 - 4
door M.J. 't Hart, A.V.J. de Jong en B.W. Kleibergen.

Toxicologisch onderzoek met de klauwpad *Xenopus Laevis* aan biologisch gezuiverd huishoudelijk afvalwater na hyperfiltratie no. 80 - 5
door drs. W. Slooff, B. de Graaf en ir. v. Hrubec.

Hydrologisch onderzoek naar de winningsmogelijkheden van grondwater no. 80 - 6
door ir. C.R. Meinardi, ir. G.J. Heij, ir. H.A.J. van Lanen

De hydrologische interactie tussen de grotere waterlopen en het grondwater in West-Utrecht no. 80 - 7
door ir. G.J. Heij, ing. C.G.M. Kester

De bepaling van de doorlatendheid van watervoerende pakketten no. 80 - 8
door G.J.M. Uffink



Schets van de natuurlijke samenstelling van het zoete grondwater in Nederland
door *ir. C.R. Meinardi*

no. 80 - 9

1981

De opbrengstverandering bij grasland ten gevolge van diepe grondwaterwinning in West-Utrecht

no. 81 - 1

door *ir. H.A.J. van Lanen*

Kolomonderzoek naar het gedrag van zware metalen in de bodem
door *P. Lagas en J.P.G. Loch*

no. 81 - 2

Het gedrag van cyanide en barium in de bodem

door *P. Lagas en J.P.G. Loch, M.J. 't Hart, C.M. Bom en S. v.d. Berg.*

no.81 - 3

