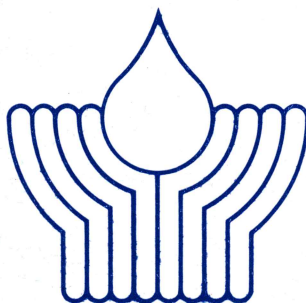


hy.h. 83-19

De bepaling van de doorlatendheid aan
de hand van de granulaire
samenstelling van grondmonsters

G.J.M. Uffink

HyTh - Uffink 83



= E.J.M. VELING,
VR 11 NO 83 =

Hy Th - Uffink 83

hy.h. 83-19

De bepaling van de doorlatendheid aan
de hand van de granulaire
samenstelling van grondmonsters

G.J.M. Uffink

Voorburg, juli 1983



rijksinstituut voor drinkwatervoorziening
national institute for water supply

hydrologische hoofdafdeling
hydrological division



inhoudsopgave

	Blz.
1. Inleiding	3
2. De doorlatendheid	5
3. De Kozeny-Carman vergelijking	7
3.1. Algemeen	7
3.2. Theorie	8
3.3. De Kozeny-Carman konstante	10
4. Overige formules doorlatendheid - granulaire eigenschappen	13
4.1. Doorlatendheid, korreldiameter, porositeit	13
4.2. I.C.W.-methode	15
4.3. Doorlatendheid, korreldiameter, formatiefactor	16
5. Korrelgrootte analyse	18
5.1. Specifiek oppervlak	18
5.2. De lognormale verdeling	20
5.3. Sorteringsgraad spreiding	25
5.4. Het kleigehalte	31
6. Samenvatting	35
7. Literatuur	37



1.

inleiding

Dit verslag bestaat uit een literatuurstudie naar mogelijkheden om de doorlatendheid van een zandpakket te bepalen aan de hand van de granulaire samenstelling van een grondmonster. Deze literatuur werd verzameld in het kader van het onderzoek k-waarden, dat als doel had om voor de bepaling van de doorlatendheid methoden te zoeken, die eenvoudiger en goedkoper zijn dan de klassieke pompproeven. Uit dit onderzoek is naar voren gekomen dat men voor de bepaling van de doorlatendheid bij voorkeur moet uitgaan van veldproeven [Uffink, 1979; 1980]. Deze uitspraak was gebaseerd op de volgende overwegingen:

Een watervoerend pakket is zeer complex van opbouw, zowel microscopisch (grillige vorm van korrels en poriën) als macroscopisch (opeenvolging van geologische formaties, en structuren binnen formaties). Als men aan de hand van grondmonsters wil nagaan hoe de stroming van water in een dergelijke complexe structuur plaatsvindt is het noodzakelijk via monsters deze structuur zo goed mogelijk te reconstrueren. Dit vereist een statistisch verantwoorde hoeveelheid monsters. Onderzoek aan grote aantallen monsters wordt snel tijdrovend en kostbaar. Een grote handicap is bovendien dat goede monsters moeilijk te krijgen zijn, vooral op grotere diepte. Verder bestaat er veel onduidelijkheid over de achtergrond en betrouwbaarheid van de formules waarmee de doorlatendheid wordt berekend uit de in het laboratorium bepaalde granulaire gegevens.

Dat granulair onderzoek aan grondmonsters minder aantrekkelijk leek had eveneens te maken met het feit dat het k-waarde onderzoek startte in een tijd [1975/1976], waarin het merendeel van de geohydrologische berekeningen bestond uit het oplossen van het potentiaalprobleem. De vraag of binnen een pakket een bepaalde laag meer of minder water transporteert is voor potentiaalberekeningen op regionale schaal niet belangrijk, omdat het totale debiet en het totale doorlaatvermogen over de dikte van het pakket voldoende informatie bevat. Putproeven in het veld leveren direct een waarde voor het totale doorlaatvermogen en vormen daarom een aantrekkelijker alternatief voor pompproeven dan de granulaire methode.

Tegenwoordig gaat de aandacht echter steeds meer uit naar het werkelijke transport van het water en de opgeloste stoffen. Wanneer een bepaalde laag meer water



transporteert dan een andere is dat voor de uiteindelijke verbreiding van bijvoorbeeld verontreinigingen zeer belangrijk. Granulair onderzoek kan gegevens opleveren over de doorlatendheidsvariaties binnen een pakket die men mist bij pomp- en putproeven. Als zodanig is granulair onderzoek dus geen alternatief voor pompproeven maar een aanvulling die in combinatie met andere gegevens waardevol kan zijn.

Enkele van de eerder genoemde nadelen blijven echter aan granulair onderzoek kleven:

- de gebrekkige techniek van monsters nemen;
- de onduidelijkheid over de achtergrond en betrouwbaarheid van de bestaande formules.

Dit verslag is vooral gewijd aan het laatste punt en heeft als doel om meer inzicht te verschaffen in de overvloed aan literatuur over dit onderwerp.



2.

de doorlatendheid

Het begrip doorlatendheid omvat alle weerstandsverliezen die het water ondervindt tijdens stroming door de poriën. In principe zou de stroming van water door de poriën kunnen worden beschreven met de wetten van de vloeistofmechanica, als de geometrie van de poriën kon worden vastgelegd. Omdat in de stromingsvergelijkingen de weerstand langs de wanden van de korrels dan stuk voor stuk in rekening gebracht kan worden komt het begrip "doorlatendheid" daarbij nog niet aan de orde. De doorlatendheid wordt pas geïntroduceerd, als men deze microscopische beschouwing verlaat en op een macroscopische en minder gedetailleerde benadering overgaat. In een macroscopische benadering wordt een volume bekeken met een groot aantal poriën. Daarbij worden alleen uitspraken gedaan over gemiddelde (macroscopische) grootheden. Voorbeelden van macroscopische grootheden zijn o.a. porositeit en specifiek debiet.

De wet van Darcy is een experimenteel gevonden relatie tussen macroscopische grootheden.

$$q = ki \tag{1}$$

met

q = specifiek debiet (m/s)

i = verhang (-)

k = doorlatendheidscoëfficiënt (m/s)

De doorlatendheidscoëfficiënt is nu de tegenhanger van de weerstandsverliezen in de poriën met hun onbekende geometrie. De doorlatendheidscoëfficiënt is eveneens onbekend, zodat het probleem van de onbekende poriestructuur niet is opgelost maar is verschoven naar de doorlatendheidscoëfficiënt k . Deze kan echter experimenteel worden bepaald.



Een van de mogelijkheden om de k-waarde te bepalen is een herhaling van het experiment van Darcy, d.w.z. men wekt in het betreffende zandpakket een stroming op en registreert de optredende potentiaal-verliezen. Een permeameterproef op een grondmonster in het laboratorium is hiervan een voorbeeld, maar hetzelfde principe past men toe bij pompproeven, putproeven en onderzoek met inverse modellen. Steeds wordt de door Darcy opgestelde relatie gebruikt om de doorlatendheid te berekenen.

De granulaire methode verschilt wezenlijk van de "Darcy-methode". Er wordt geen stroming opgewekt en er worden geen potentiaal-verliezen gemeten. Bij de granulaire methode is de filosofie dat de doorlatendheid kan worden afgeleid uit algemene geometrische eigenschappen van het korrelmateriaal. Deze gedachte ligt voor de hand aangezien de doorlatendheid samenhangt met de weerstandsverliezen die door de geometrie van de poriën worden veroorzaakt.

De doorlatendheidscoëfficiënt k in (1) is een eigenschap van het poreuze materiaal en van de vloeistof. Het is gebleken dat de k -waarde evenredig is met de dichtheid ρ (kg/m^3) van de vloeistof en omgekeerd evenredig met de dynamische viscositeit μ (kg/ms). Voor k kan worden geschreven:

$$k = \frac{\rho g}{\mu} K \quad (2)$$

waarbij g = versnelling van de zwaartekracht (m/s^2). Men noemt K (m^2) de intrinsieke doorlatendheid. Deze hangt uitsluitend af van de aard van het poreuze materiaal. Omdat granulair onderzoek alleen gericht is op het korrelpakket is het zinvoller om hier te werken met de intrinsieke doorlatendheid K .



3.

de Kozeny-Carman vergelijking

3.1. Algemeen

In de literatuur vindt men een groot aantal formules voor een verband tussen de doorlatendheid en een of meer parameters die de granulaire samenstelling van het korrelmateriaal geven.

De bekendste en meest belangrijke is opgesteld door Kozeny (1927).

$$K = \frac{1}{k_o} \frac{\epsilon^3}{(1-\epsilon)^2} \frac{1}{S^2} \quad (3)$$

Hierin is ϵ = porositeit

S = specifiek oppervlak [m^{-1}]

k_o = evenredigheidscoëfficiënt

Het specifiek oppervlak van een korreelpakket is de verhouding tussen het inwendig oppervlak en het volume van het korrelmateriaal (exclusief poriën). In de volgende paragraaf komt deze parameter uitgebreid ter sprake. Uitdrukking (3) werd later ook gevonden door Fair en Hatch [1933]. De coëfficiënt k_o staat in de literatuur bekend als de Kozeny-Carman konstante, hoewel de term "konstante" misleidend is. Volgens Carman [1937] is k_o eigenlijk een combinatie van twee afzonderlijke, onderling onafhankelijke factoren:

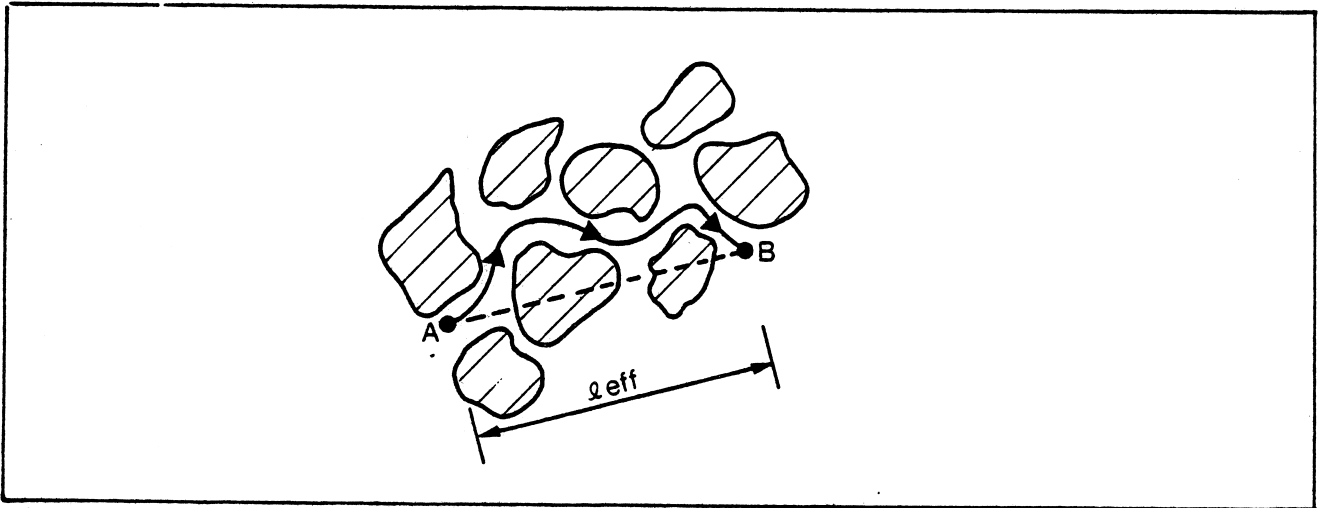
$$k_o = cT \quad (4)$$

Hierin is c een zogenaamde vormfactor, die volgens Carman voor zuiver bolvormige korrels gelijk is aan 2. In praktijk ligt de waarde van c tussen 2 en 3. Het begrip kronkeligheid T [tortuosity] is gedefinieerd (Rose en Bruce, 1949) als het kwadraat van de verhouding tussen de werkelijke lengte van een stroomlijn door de poriën en de resulterende verplaatsing op macroscopisch niveau [figuur 1].

$$T = [\mathcal{L}/\mathcal{L}_{eff}]^2 \quad (3)$$

Met de door Carman voorgestelde uitbreiding (4) ontstaat nu de Kozeny-Carman vergelijking:

$$K = \frac{1}{cT} \frac{\epsilon^3}{(1-\epsilon)^2} \frac{1}{S^2} \quad (6)$$



Figuur 1

3.2. Theorie

De Kozeny-Carman vergelijking is gebaseerd op de theorie van Poiseuille [1942]. Volgens Poiseuille geldt voor de stroming van een onsamendrukbare vloeistof door een buis met een cirkelvormige doorsnede

$$v = \frac{\rho g r^2 i}{8\mu} \quad (7)$$

waarbij v de snelheid in de buis en r de straal van de buis is. Als men het poreuze medium voorstelt als een aantal evenwijdige cirkelvormige buisjes vindt men voor het specifiek debiet q :

$$q = \frac{\epsilon \rho g r^2 i}{8\mu} \quad (8)$$

Vergelijken met de wet van Darcy (1) levert, met inachtneming van (2), het volgende op:

$$K = \frac{\epsilon r^2}{8} \quad (9)$$



Voor een willekeurig poreus medium kan (9) niet zonder meer worden toegepast omdat:

- de poriën niet cirkelvormig van doorsnede zijn;
- de richting van de poriën/capillairen niet altijd samenvalt met de richting van het verhang;
- de doorsnede van een porie varieert in de stroomrichting.

Er worden nu min of meer intuïtief enkele generalisaties toegepast om deze problemen te ondervangen. Voor een niet-cirkelvormige doorsnede wordt in plaats van de straal r de zogenaamde hydraulische straal m gebruikt.

$$m = \frac{\text{doorsnede capillair}}{\text{omtrek capillair}} \quad (10)$$

Voor cirkelvormige doorsneden geldt $m = r/2$, zodat r moet worden vervangen door $2m$.

Wanneer de richting van de capillairen niet samenvalt met de richting van het verhang, maar hiermee een hoek θ maakt dan is de component van het verhang langs de as van een capillair gelijk aan $i \cos \theta$. De snelheid V moet eveneens met $\cos \theta$ worden vermenigvuldigd om de snelheidscomponent in de richting van het verhang te krijgen. Bij willekeurig georiënteerde capillairen dient (9) dus te worden vermenigvuldigd met het gemiddelde van $\cos^2 \theta$. Uit (5) volgt dat $\cos^2 \theta$ gelijk moet zijn aan $1/T$ is. Voor (9) krijgen we nu:

$$K = \frac{\epsilon m^2}{2T} \quad (11)$$

Tenslotte wordt de hydraulische straal vervangen door de verhouding van het capillair volume [doorsnede x lengte] en het inwendig capillair volume [omtrek x lengte], om het niet-konstant zijn van de doorsnede in de stroomrichting op te vangen. Voor een eenheidsvolume geldt dan:

$$m = \frac{\epsilon}{S^*} = \frac{\epsilon}{(1-\epsilon)S} \quad (12)$$



* S^* is het inwendig oppervlak per volume-eenheid vast materiaal en poriën samen, terwijl het specifiek oppervlak S het inwendig oppervlak is per volume-eenheid vast materiaal exclusief poriën.

Hiermee wordt (11):

$$K = \frac{\epsilon^3}{2T (1-\epsilon)^2 S^2} \quad (13)$$

Voor onregelmatig gevormde korrels wordt de factor 2 vervolgens vervangen door een vormfactor c en daarmee gaat (13) over in (6).

3.3. De Kozeny-Carman konstante

Door diverse onderzoekers is onderzoek verricht naar de waarde die moet worden ingevuld voor de Kozeny-Carman konstante. Deze waarde wordt bepaald door eerst uit de korrelafmetingen het specifiek oppervlak en de porositeit te bepalen en vervolgens met een permeameter de doorlatendheid te meten. Volgens Carman is de waarde van k_0 gemiddeld gelijk aan 5. Carman stelt dat de vormfactor c moet liggen tussen 2 en 3 met een gemiddelde van 2,5, terwijl hij beredeneert dat de tortuosity gelijk is aan 2. Carman heeft talloze proeven uitgevoerd op diverse soorten poreuze media en deze leveren waarden voor k_0 op van 4,5 tot 5,5. Coulson [1949] vindt waarden die variëren van 3 tot 6 voor deeltjes van zeer uiteenlopende vorm. Door Sullivan en Hertel (1942) is de invloed onderzocht van de oriëntatie van cilindervormige deeltjes ten opzichte van de stromingsrichting. Bij een stroming evenwijdig aan de as van de cylinders is k_0 gelijk aan 3 en bij stroming loodrecht op de as is k_0 gelijk aan 6, terwijl Sullivan en Hertel voor bolletjes een waarde van 4,5 vinden. Interessant is de theoretische beschouwing van Sullivan en Hertel over de tortuosity voor de drie onderzochte gevallen. Hieruit blijkt dat de variatie in k_0 geheel wordt veroorzaakt door de tortuosity, terwijl de vormfactor in alle drie gevallen gelijk is aan 3.

Een overzicht van enkele experimenteel gevonden waarden voor k_0 is gegeven in tabel 1, ontleend aan Wyllie en Spangler (1942) en aangevuld met recenter onderzoek van Wyllie en Gregory (1955). Tabel 1 is beperkt tot bolvormige deeltjes. Door Coulson en door Wyllie en Gregory is tevens onderzoek verricht op kubussen, prisma's, plaatjes, cylinders etc., maar voor de geohydroloog zijn deze gegevens minder relevant. De door Sullivan en Hertel gevonden waarden voor verschillend georiënteerde cylinders zijn interessant met het oog op anisotropie.



Tabel 1

System	ϵ	k_o	T	$k_o/T=C$	Reference
Flow parallel with fibers	0.54-0.80	3.07	1.00	3.07	Sullivan and Hertel
Flow through randomly packed beds of spheres	0.45	4.7	1.64	2.87	J.M. Coulson
	0.45	4.5	1.64	2.74	A.R. Morcom
	0.425	4.5	1.655	2.72	A.R. Morcom
	0.412	5.09	1.675	3.04	Brownell, Dombrowski and Dickey
	0.40	4.9	1.69	2.90	J.M. Coulson
	0.39	4.5	1.70	2.65	Sullivan and Hertel
	0.36	5.0	1.74	2.88	P.C. Carman
	0.338	4.65	1.77	2.63	Muskat and Botset
	0.38	4.83	2.08	4.33	Wyllie & Gregory
Flow normal to fibers	0.850	6.04	2.45	2.47	k_o data from Sullivan and Hertel;
	0.838	6.04	1.88	3.21	T data from Buchanan and Heymann

De berekening van de kronkeligheid T berust op elektrische weerstandsmetingen. Men gaat daarbij uit van de veronderstelling dat er een grote overeenkomst is tussen stroming van vloeistof door de poriën en stroming van electriciteit door de geleidende vloeistof. Het korreelmateriaal mag geen enkele geleidendheid bezitten. Dus deze overeenkomst gaat in ieder geval niet op bij slibhoudende zanden, omdat in kleideeltjes electrochemische verschijnselen optreden die de elektrische weerstand beïnvloeden.

Bij zuiver schone zanden is de vermeende overeenkomst echter ook discutabel. Er bestaan bovendien verschillende inzichten over de wijze waarop de kronkeligheid uit de elektrische weerstandsmeting moet worden berekend. Wyllie en Rose (1950) beweren dat T gelijk is aan $[\epsilon F]^2$, waarbij F de zgn. formatieweerstandsfactor is.



Hiervoor geldt:

$$F = \frac{R_f}{R_{vl}} \quad (14)$$

met R_f = gemeten elektrische weerstand van met geleidende vloeistof gevuld poreus materiaal

en R_{vl} = elektrische weerstand van vloeistof alleen.

Cornell en Katz [1953] beweren daarentegen dat T gelijk is aan ϵF .

Van Riel [1972] heeft de kronkeligheid gedefinieerd volgens $T = [\ell/\ell_{eff}]$ in plaats van $[\ell/\ell_{eff}]^2$, waardoor in Nederland de verwarring over de kronkeligheid nog groter is geworden. Internationaal [Bear, 1972] gaat men echter uit van de eerder genoemde definitie (5).



4.

overige formules doorlatendheid - granulaire eigenschappen

4.1. Doorlatendheid, korreldiameter, porositeit

In de loop der jaren is een groot aantal alternatieve formules gepubliceerd. Enkele voorbeelden volgen hieronder. In de formules komen steeds evenredigheidskonstanten voor die worden geschreven als A_1 , A_2 ... etc.

De vergelijking van Hazen [1892]

$$K = A_1 d_{10}^2 \quad (15)$$

Hierin is d_{10} de diameter die slechts door 10% [gewichtsprocenten] van de deeltjes wordt onderschreden.

Slichter (1899) vond

$$K = A_2 \varepsilon^{3,3} d^2 \quad (16)$$

voor een uniform korrelpakket.

Een uitbreiding van Slichters formule voor niet-uniforme zandpakketten geeft Terzaghi (1925):

$$K = A_3 \frac{[\varepsilon - 0,13]^2}{\sqrt[3]{1-\varepsilon}} d_{10}^2 \quad (17)$$

Zunker [1921] geeft:

$$K = A_4 \frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)^2} \bar{d}^2 \quad (18)$$

en Rose [1950]:

$$K = A_5 \frac{1}{f(\varepsilon)} \bar{d}^2 \quad (19)$$



waarbij $\bar{d}$ de 'gemiddelde' diameter voorstelt. De functie $f(\epsilon)$ in de formule van Rose vertegenwoordigt de afhankelijkheid van de porositeit. Loudon [1952] vermeldt dat door Rapier en Duffield voor $f(\epsilon)$ is gevonden.

$$f(\epsilon) = 1,115 (1-\epsilon) \left[\frac{(1-\epsilon)^2 + 0,018}{\epsilon^{1,5}} \right] \quad (20)$$

Tot slot de vergelijking van Brinkman [1947]:

$$K = \frac{1}{72} \left[3 + \frac{4}{1-\epsilon} - 3 \left(\frac{8}{1-\epsilon} - 3 \right)^{\frac{1}{2}} \right] d^2 \quad (21)$$

Er bestaat weinig verschil van mening over de relatie tussen de doorlatendheid en de korreldiameter. We vinden in alle vergelijkingen het kwadraat van de korreldiameter. Dit geldt ook voor de Kozeny-Carman vergelijking, want het specifiek oppervlak is omgekeerd evenredig met de korreldiameter. De relatie met de porositeit verschilt echter aanzienlijk en wordt bij de formule van Hazen zelfs geheel verwaarloosd.

De verschillende formules zijn onderling vergeleken door Loudon [1952], Fahmy [1961] en door Pall en Moshenin [1980]. Loudon heeft de formules van Slichter, Terzaghi, Kozeny en Rose onderzocht, terwijl de porositeit van de monsters wordt gevarieerd. Zijn conclusie is dat de Kozeny-Carman vergelijking het best overeenkomt met de gemeten gegevens. Fahmy vergelijkt de formules van Zunker, Terzaghi en Kozeny-Carman en komt eveneens tot de conclusie dat de Kozeny-Carman vergelijking het best voldoet. Pall en Moshenin hebben de formules van Kozeny-Carman en Brinkman vergeleken. De formule van Brinkman blijkt niet goed te voldoen voor een porositeit kleiner dan 40%, terwijl de Kozeny-Carman vergelijking binnen het 99% betrouwbaarheidsinterval ligt ten opzichte van de metingen. Uit deze gegevens mag worden geconcludeerd dat de Kozeny-Carman vergelijking de beste beschrijving geeft van de relatie tussen de doorlatendheid en de granulaire eigenschappen van een korrelpakket.

De Kozeny-Carman vergelijking laat zien dat de doorlatendheid sterk afhangt van de porositeit. De doorlatendheid bij een porositeit van 40% is bijvoorbeeld ruim driemaal zo groot als de doorlatendheid van hetzelfde grondmonster bij een porositeit van 30%. Juist dit feit maakt de bruikbaarheid van de Kozeny-Carman vergelijking voor praktische doeleinden beperkt, aangezien de oorspronkelijke porositeit van een grondmonster meestal niet meer te achterhalen is. Dikwijls houdt men

voor de porositeit van Nederlandse watervoerende pakketten een waarde van 35% aan. Het is duidelijk dat dit een grove vereenvoudiging is, aangezien de doorlatendheid voor deze parameter erg gevoelig is. In paragraaf 5.4. wordt nader ingegaan op de variatie in de porositeit.

4.2. I.C.W.-methode

Wanneer een vaste waarde wordt aangenomen voor de Kozeny-Carman konstante [bijv. 5] en de porositeit wordt geschat, dan is het specifiek oppervlak de enige in het laboratorium te bepalen parameter. Door Ernst [zie de Ridder en Wit, 1965] is een methode voorgesteld waarbij vaste waarden zijn gekozen voor alle parameters, behalve voor het specifiek oppervlak. In plaats van het specifiek oppervlak gebruikt Ernst het daaraan sterk verwante begrip "U-cijfer", dat in de bodemkunde veel gebruikt wordt. Het U-cijfer is door Zunker geïntroduceerd en gedefinieerd als de verhouding van het specifiek oppervlak van een monster tot het specifiek oppervlak van eenzelfde gewichtshoeveelheid zuiver bolvormige zandkorrels met een diameter van 1 cm. Het U-cijfer is een verhouding tussen twee oppervlakken en het getal is derhalve dimensieloos [zie par. 5.1.]. Ter compensatie voor de variatie van de porositeit relateert Ernst de doorlatendheid aan de sorteringsgraad van het zand. Verder worden vermenigvuldigingsfactoren gebruikt als correctie voor de invloed van slib en grind. Dit levert tenslotte een formule op van de volgende gedaante:

$$K U^2 = A_6 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \quad (22)$$

waarbij A_6 een konstante [m^2] is en α_1 , α_2 en α_3 correctiefactoren voor slibgehalte, sorteringsgraad en grindpercentage zijn. Door het Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding [ICW] zijn voor de correctiefactoren nomogrammen opgesteld [zie Van den Akker, 1972].

In Nederland is deze methode vaak toegepast echter met wisselend succes. De konstante A_6 in de formule blijkt van gebied tot gebied te verschillen. Men dient deze methode dan ook alleen te gebruiken als een schatting voor de orde van grootte van de doorlatendheid.



4.3. Doorlatendheid, korreldiameter, formatiefactor

Door Van Riel [1972] is voorgesteld om de "granulaire methode" te combineren met geofysische boorgatmetingen. Het uitgangspunt is daarbij dat via de formatiefactor F , die kan worden berekend uit geofysische metingen in het boorgat, informatie wordt verkregen over de porositeit en kronkeligheid, die bij de ICW-methode wordt verwaarloosd. In de Kozeny-Carman vergelijking wordt eerst de kronkeligheid T [par. 3.3.] vervangen door $(\epsilon F)^2$ en vervolgens wordt de porositeit geëlimineerd met de wet van Archie [1942]:

$$F = a \epsilon^{-m} \quad (23)$$

Hierin zijn a en m konstanten.

Van Riel benadert de resterende vergelijking met een formule van de volgende gedaante:

$$KU^2 = A_7 F^{-n} \quad (24)$$

Via laboratorium onderzoek aan diverse zandmonsters heeft Van Riel voor n een waarde van 3,75 gevonden.

Archie's wet die afkomstig is uit de olie-industrie is opgesteld aan de hand van metingen in zeer zout water (brine) bevattende sedimenten, waar de elektrische geleiding hoofdzakelijk plaatsvindt via de vloeistof. In klei- of slibhoudende zanden gaat deze wet zelfs bij dit zoute formatiewater niet op [Wyllie and Southwick, 1954], omdat ook het korrelmateriaal electriciteit geleidt. Het is gebleken [Pfannkuch, 1969] dat bij zoet water ook in schone zanden geleiding optreedt via het oppervlak van de korrels. De formatiefactor is in zoet water niet alleen afhankelijk van de porositeit maar tevens van de korrelgrootte [specifiek oppervlak] en de weerstand van het poriewater [Campbell and Lehr, 1973]. Door een aantal auteurs [Kelly, 1977; Heigold, 1979; Kosinski, 1981] wordt ook wel de doorlatendheid direct aan de formatiefactor gerelateerd door de formatiefactor juist op te vatten als een maat voor het specifiek oppervlak, wat het bij zoet waterhoudende sedimenten meer is dan een maat voor de porositeit. Omdat er bij deze methode in feite geen sprake meer is van granulair onderzoek wordt er hier niet nader op ingegaan. Een goed overzicht kan men vinden bij Urish [1981].



Al met al is het correleren van de doorlatendheid aan de formatiefactor een twijfelachtige zaak omdat er zowel toenemende doorlatendheid bij toenemende formatiefactor gevonden wordt [Jones and Buford, 1951; Ungemach et al., 1969; Kelly, 1977; Kosinski, 1981] als een omgekeerd evenredig verband [Alger, 1966; Van Riel, 1972; Heigold, 1979].



5.

Korrelgrootte analyse

5.1. Specifiek oppervlak

Het potentiaalverlies bij grondwaterstroming wordt veroorzaakt door wrijving van het water langs de wanden van de korrels. Om die reden is het aannemelijk dat het inwendig oppervlak van een zandpakket van belang is. Met het inwendig oppervlak wordt het oppervlak bedoeld dat in kontakt staat met de stromende vloeistof. Wyllie en Gregory [1955] wijzen erop dat dit oppervlak niet gelijk hoeft te zijn aan het gezamenlijk oppervlak van alle deeltjes. Bij kubussen of schijven kunnen deeltjes bijvoorbeeld zo op elkaar liggen dat een deel van het oppervlak niet in kontakt staat met de vloeistof. Als de deeltjes rond of nagenoeg rond zijn (zandkorrels) rusten ze echter via puntkontakten op elkaar en mag men aannemen dat het oppervlak geheel met de vloeistof in aanraking is.

Het inwendig oppervlak per eenheid van korrelvolume noemt men het specifieke oppervlak S [m^{-1}]. Bestaat het pakket uit n zuiver bolvormige korrels met dezelfde diameter dan geldt:

$$S = \frac{n\pi d^2}{n(1/6)\pi d^3} = \frac{6}{d} \quad (25)$$

S blijkt onafhankelijk te zijn van het aantal korrels en wordt alleen bepaald door de korreldiameter.

Bij een mengsel van zandkorrels met verschillende diameters is het aantrekkelijk om te werken met een karakteristieke diameter d_s , die zodanig is gedefinieerd dat overeenkomstig (25) geldt $S = 6/d_s$. De karakteristieke diameter van een zandmengsel is dan de diameter van een uniform zandpakket dat hetzelfde specifiek oppervlak heeft.



Stel dat het pakket bestaat uit p uniforme fracties en dat fractie i [$i = 1, 2, \dots, p$] bestaat uit n_i korrels met een diameter d_i . Het specifiek oppervlak is

$$s = \frac{\sum_1^p \text{opp}_i}{\sum_1^p \text{Vol}_i} = 6 \frac{\sum_1^p n_i d_i^2}{\sum_1^p n_i d_i^3} = \frac{6}{d_s} \quad (26)$$

Herdan [1953] noemt dit het "volume-surface" gemiddelde. Deze diameter kan uit de korrelgrootteverdeling [zeefkromme] worden berekend, omdat hij kan worden opgevat als het (gewogen) harmonisch gemiddelde. Voor (26) kan men namelijk schrijven

$$\frac{1}{d_s} = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i d_i^3} = \frac{\sum g_i (1/d_i)}{\sum g_i} = \frac{1}{d_H} \quad (27)$$

Hierbij is g_i het gewicht van fractie i ($g_i = n_i d_i^3 \gamma / 6$; γ = soortelijk gewicht zand).

Voor een zandmengsel geldt dus:

$$s = \frac{6}{d_H} \quad (28)$$

Het U-cijfer van een zandmengsel wordt

$$U = \frac{s}{s_{st}} = \frac{d_{st}}{d_H} \quad (29)$$

waarbij s_{st} het specifiek oppervlak is van het standaard uniforme zandpakket met diameter d_{st} . Voor de diameter van het standaard pakket neemt men 1 cm. Wanneer de diameters in micrometers worden uitgedrukt [$1 \mu = 10^{-6} \text{ m}$] wordt dit

$$U = \frac{10000}{d_H} \quad (30)$$

Men gebruikt in plaats van (30) dikwijls de formule $U = 10000/M$, waarbij M [= d_{50}] de mediaan is uit de zeefkromme. In de volgende paragraaf zal worden ingegaan op het verschil tussen de mediaan en het harmonisch gemiddelde. Dit is een systematisch verschil dat samenhangt met de gesorteerdheid van het monster [spreiding in korrelgrootte].

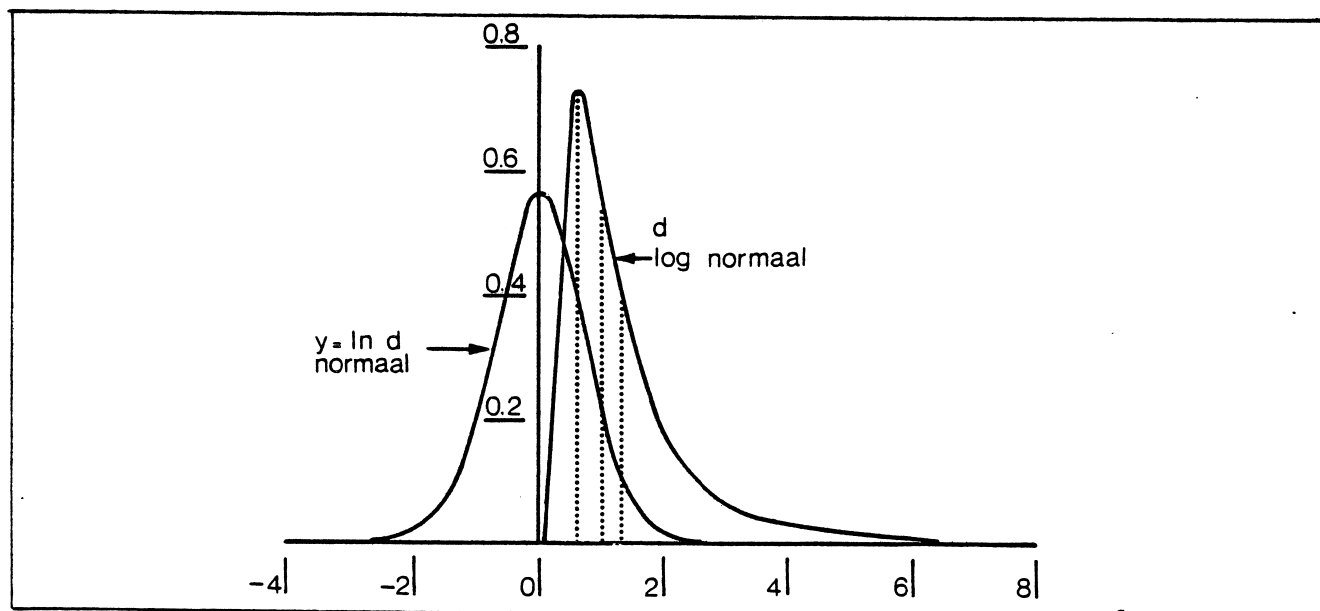
5.2. De lognormale verdeling

In het algemeen blijkt de korrelgrootte verdeling van sedimenten bij benadering lognormaal verdeeld te zijn [Krumbein, 1938; Otto, 1939; Griffiths, 1967]. Een aantal eigenschappen van de lognormale verdeling worden hier behandeld omdat ze van praktisch nut zijn voor het berekenen en of schatten van parameters aan de hand van de zeefkromme. Bij een lognormale verdeling is niet de beschouwde grootte zelf [bijvoorbeeld de korreldiameter] normaal verdeeld, maar de logaritme $[\ln d]$ van deze grootte. Lognormale verdelingen ontstaan bij processen als malen, schuren, slijpen of persen, omdat daarbij niet de verschillen in afmeting maar de onderlinge verhouding van de afmetingen belangrijk zijn [Aitchison en Brown, 1957].

Als $y = \ln d$ dan is y normaal verdeeld met een frequentieverdeling [kansdichtheid] $f(y)$ volgens:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(y - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad (31)$$

Hierin is μ_y het rekenkundig gemiddelde van y en σ_y^2 de variantie. De variantie is te beschouwen als een maat voor de spreiding of ongesorteerdheid van het materiaal. Figuur 2 geeft het verloop van een normale verdeling voor y en de bijbehorende verdeling voor d .

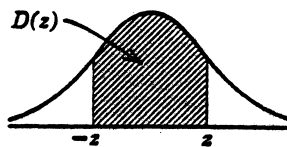
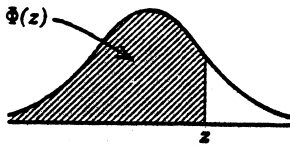


Figuur 2



Table 2a

Distribution function



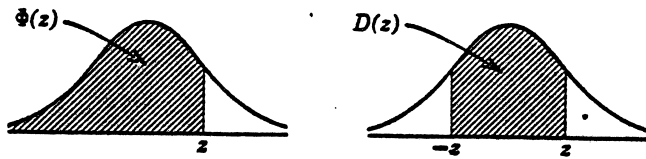
$D(z) = \Phi(z) - \Phi(-z)$
 $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z), \quad \Phi(0) = 0.5$

<i>z</i>	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$	<i>z</i>	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$	<i>z</i>	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$
	0.	0.	0.		0.	0.	0.		0.	0.	0.
0.01	4960	5040	0080	0.51	3050	6950	3899	1.01	1562	8438	6875
0.02	4920	5080	0160	0.52	3015	6985	3969	1.02	1539	8461	6923
0.03	4880	5120	0239	0.53	2981	7019	4039	1.03	1515	8485	6970
0.04	4840	5160	0319	0.54	2946	7054	4108	1.04	1492	8508	7017
0.05	4801	5199	0399	0.55	2912	7088	4177	1.05	1469	8531	7063
0.06	4761	5239	0478	0.56	2877	7123	4245	1.06	1446	8554	7109
0.07	4721	5279	0558	0.57	2843	7157	4313	1.07	1423	8577	7154
0.08	4681	5319	0638	0.58	2810	7190	4381	1.08	1401	8599	7199
0.09	4641	5359	0717	0.59	2776	7224	4448	1.09	1379	8621	7243
0.10	4602	5398	0797	0.60	2743	7257	4515	1.10	1357	8643	7287
0.11	4562	5438	0876	0.61	2709	7291	4581	1.11	1335	8665	7330
0.12	4522	5478	0955	0.62	2676	7324	4647	1.12	1314	8686	7373
0.13	4483	5517	1034	0.63	2643	7357	4713	1.13	1292	8708	7415
0.14	4443	5557	1113	0.64	2611	7389	4778	1.14	1271	8729	7457
0.15	4404	5596	1192	0.65	2578	7422	4843	1.15	1251	8749	7499
0.16	4364	5636	1271	0.66	2546	7454	4907	1.16	1230	8770	7540
0.17	4325	5675	1350	0.67	2514	7486	4971	1.17	1210	8790	7580
0.18	4286	5714	1428	0.68	2483	7517	5035	1.18	1190	8810	7620
0.19	4247	5753	1507	0.69	2451	7549	5098	1.19	1170	8830	7660
0.20	4207	5793	1585	0.70	2420	7580	5161	1.20	1151	8849	7699
0.21	4168	5832	1663	0.71	2389	7611	5223	1.21	1131	8869	7737
0.22	4129	5871	1741	0.72	2358	7642	5285	1.22	1112	8888	7775
0.23	4090	5910	1819	0.73	2327	7673	5346	1.23	1093	8907	7813
0.24	4052	5948	1897	0.74	2296	7704	5407	1.24	1075	8925	7850
0.25	4013	5987	1974	0.75	2266	7734	5467	1.25	1056	8944	7887
0.26	3974	6026	2051	0.76	2236	7764	5527	1.26	1038	8962	7923
0.27	3936	6064	2128	0.77	2206	7794	5587	1.27	1020	8980	7959
0.28	3897	6103	2205	0.78	2177	7823	5646	1.28	1003	8997	7995
0.29	3859	6141	2282	0.79	2148	7852	5705	1.29	0985	9015	8029
0.30	3821	6179	2358	0.80	2119	7881	5763	1.30	0968	9032	8064
0.31	3783	6217	2434	0.81	2090	7910	5821	1.31	0951	9049	8098
0.32	3745	6255	2510	0.82	2061	7939	5878	1.32	0934	9066	8132
0.33	3707	6293	2586	0.83	2033	7967	5935	1.33	0918	9082	8165
0.34	3669	6331	2661	0.84	2005	7995	5991	1.34	0901	9099	8198
0.35	3632	6368	2737	0.85	1977	8023	6047	1.35	0885	9115	8230
0.36	3594	6406	2812	0.86	1949	8051	6102	1.36	0869	9131	8262
0.37	3557	6443	2886	0.87	1922	8078	6157	1.37	0853	9147	8293
0.38	3520	6480	2961	0.88	1894	8106	6211	1.38	0838	9162	8324
0.39	3483	6517	3035	0.89	1867	8133	6265	1.39	0823	9177	8355
0.40	3446	6554	3108	0.90	1841	8159	6319	1.40	0808	9192	8385
0.41	3409	6591	3182	0.91	1814	8186	6372	1.41	0793	9207	8415
0.42	3372	6628	3255	0.92	1788	8212	6424	1.42	0778	9222	8444
0.43	3336	6664	3328	0.93	1762	8238	6476	1.43	0764	9236	8473
0.44	3300	6700	3401	0.94	1736	8264	6528	1.44	0749	9251	8501
0.45	3264	6736	3473	0.95	1711	8289	6579	1.45	0735	9265	8529
0.46	3228	6772	3545	0.96	1685	8315	6629	1.46	0721	9279	8557
0.47	3192	6808	3616	0.97	1660	8340	6680	1.47	0708	9292	8584
0.48	3156	6844	3688	0.98	1635	8365	6729	1.48	0694	9306	8611
0.49	3121	6879	3759	0.99	1611	8389	6778	1.49	0681	9319	8638
0.50	3085	6915	3829	1.00	1587	8413	6827	1.50	0668	9332	8664



Table 2a

Distribution function (continued).



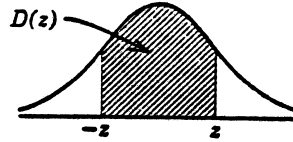
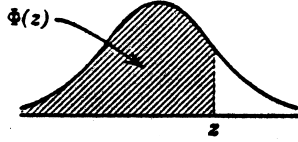
z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$
	0.	0.	0.		0.	0.	0.		0.	0.	0.
1.51	0655	9345	8690	2.01	0222	9778	9556	2.51	0060	9940	9879
1.52	0643	9357	8715	2.02	0217	9783	9566	2.52	0059	9941	9883
1.53	0630	9370	8740	2.03	0212	9788	9576	2.53	0057	9943	9886
1.54	0618	9382	8764	2.04	0207	9793	9586	2.54	0055	9945	9889
1.55	0606	9394	8789	2.05	0202	9798	9596	2.55	0054	9946	9892
1.56	0594	9406	8812	2.06	0197	9803	9606	2.56	0052	9948	9895
1.57	0582	9418	8836	2.07	0192	9808	9615	2.57	0051	9949	9898
1.58	0571	9429	8859	2.08	0188	9812	9625	2.58	0049	9951	9901
1.59	0559	9441	8882	2.09	0183	9817	9634	2.59	0048	9952	9904
1.60	0548	9452	8904	2.10	0179	9821	9643	2.60	0047	9953	9907
1.61	0537	9463	8926	2.11	0174	9826	9651	2.61	0045	9955	9909
1.62	0526	9474	8948	2.12	0170	9830	9660	2.62	0044	9956	9912
1.63	0516	9484	8969	2.13	0166	9834	9668	2.63	0043	9957	9915
1.64	0505	9495	8990	2.14	0162	9838	9676	2.64	0041	9959	9917
1.65	0495	9505	9011	2.15	0158	9842	9684	2.65	0040	9960	9920
1.66	0485	9515	9031	2.16	0154	9846	9692	2.66	0039	9961	9922
1.67	0475	9525	9051	2.17	0150	9850	9700	2.67	0038	9962	9924
1.68	0465	9535	9070	2.18	0146	9854	9707	2.68	0037	9963	9926
1.69	0455	9545	9090	2.19	0143	9857	9715	2.69	0036	9964	9929
1.70	0446	9554	9109	2.20	0139	9861	9722	2.70	0035	9965	9931
1.71	0436	9564	9127	2.21	0136	9864	9729	2.71	0034	9966	9933
1.72	0427	9573	9146	2.22	0132	9868	9736	2.72	0033	9967	9935
1.73	0418	9582	9164	2.23	0129	9871	9743	2.73	0032	9968	9937
1.74	0409	9591	9181	2.24	0125	9875	9749	2.74	0031	9969	9939
1.75	0401	9599	9199	2.25	0122	9878	9756	2.75	0030	9970	9940
1.76	0392	9608	9216	2.26	0119	9881	9762	2.76	0029	9971	9942
1.77	0384	9616	9233	2.27	0116	9884	9768	2.77	0028	9972	9944
1.78	0375	9625	9249	2.28	0113	9887	9774	2.78	0027	9973	9946
1.79	0367	9633	9265	2.29	0110	9890	9780	2.79	0026	9974	9947
1.80	0359	9641	9281	2.30	0107	9893	9786	2.80	0026	9974	9949
1.81	0351	9649	9297	2.31	0104	9896	9791	2.81	0025	9975	9950
1.82	0344	9656	9312	2.32	0102	9898	9797	2.82	0024	9976	9952
1.83	0336	9664	9328	2.33	0099	9901	9802	2.83	0023	9977	9953
1.84	0329	9671	9342	2.34	0096	9904	9807	2.84	0023	9977	9955
1.85	0322	9678	9357	2.35	0094	9906	9812	2.85	0022	9978	9956
1.86	0314	9686	9371	2.36	0091	9909	9817	2.86	0021	9979	9958
1.87	0307	9693	9385	2.37	0089	9911	9822	2.87	0021	9979	9959
1.88	0301	9699	9399	2.38	0087	9913	9827	2.88	0020	9980	9960
1.89	0294	9706	9412	2.39	0084	9916	9832	2.89	0019	9981	9961
1.90	0287	9713	9426	2.40	0082	9918	9836	2.90	0019	9981	9963
1.91	0281	9719	9439	2.41	0080	9920	9840	2.91	0018	9982	9964
1.92	0274	9726	9451	2.42	0078	9922	9845	2.92	0018	9982	9965
1.93	0268	9732	9464	2.43	0075	9925	9849	2.93	0017	9983	9966
1.94	0262	9738	9476	2.44	0073	9927	9853	2.94	0016	9984	9967
1.95	0256	9744	9488	2.45	0071	9929	9857	2.95	0016	9984	9968
1.96	0250	9750	9500	2.46	0069	9931	9861	2.96	0015	9985	9969
1.97	0244	9756	9512	2.47	0068	9932	9865	2.97	0015	9985	9970
1.98	0239	9761	9523	2.48	0066	9934	9869	2.98	0014	9986	9971
1.99	0233	9767	9534	2.49	0064	9936	9872	2.99	0014	9986	9972
2.00	0228	9772	9545	2.50	0062	9938	9876	3.00	0013	9987	9973



Table 2b

Normal distribution. Values of z for given values of $\Phi(z)$ and $D(z)$

$$D(z) = \Phi(z) - \Phi(-z)$$

Example. $\Phi(z) = 61\%$ for $z = 0.279$, $D(z) = 61\%$ for $z = 0.860$ 

%	$z(\Phi)$	$z(D)$	%	$z(\Phi)$	$z(D)$	%	$z(\Phi)$	$z(D)$
1	-2.326	0.013	41	-0.228	0.539	81	0.878	1.311
2	-2.054	0.025	42	-0.202	0.553	82	0.915	1.341
3	-1.881	0.038	43	-0.176	0.568	83	0.954	1.372
4	-1.751	0.050	44	-0.151	0.583	84	0.994	1.405
5	-1.645	0.063	45	-0.126	0.598	85	1.036	1.440
6	-1.555	0.075	46	-0.100	0.613	86	1.080	1.476
7	-1.476	0.088	47	-0.075	0.628	87	1.126	1.514
8	-1.405	0.100	48	-0.050	0.643	88	1.175	1.555
9	-1.341	0.113	49	-0.025	0.659	89	1.227	1.598
10	-1.282	0.126	50	0.000	0.674	90	1.282	1.645
11	-1.227	0.138	51	0.025	0.690	91	1.341	1.695
12	-1.175	0.151	52	0.050	0.706	92	1.405	1.751
13	-1.126	0.164	53	0.075	0.722	93	1.476	1.812
14	-1.080	0.176	54	0.100	0.739	94	1.555	1.881
15	-1.036	0.189	55	0.126	0.755	95	1.645	1.960
16	-0.994	0.202	56	0.151	0.772	96	1.751	2.054
17	-0.954	0.215	57	0.176	0.789	97	1.881	2.170
18	-0.915	0.228	58	0.202	0.806	97.5	1.960	2.241
19	-0.878	0.240	59	0.228	0.824	98	2.054	2.326
20	-0.842	0.253	60	0.253	0.842	99	2.326	2.576
21	-0.806	0.266	61	0.279	0.860	99.1	2.366	2.612
22	-0.772	0.279	62	0.305	0.878	99.2	2.409	2.652
23	-0.739	0.292	63	0.332	0.896	99.3	2.457	2.697
24	-0.706	0.305	64	0.358	0.915	99.4	2.512	2.748
25	-0.674	0.319	65	0.385	0.935	99.5	2.576	2.807
26	-0.643	0.332	66	0.412	0.954	99.6	2.652	2.878
27	-0.613	0.345	67	0.440	0.974	99.7	2.748	2.968
28	-0.583	0.358	68	0.468	0.994	99.8	2.878	3.090
29	-0.553	0.372	69	0.496	1.015	99.9	3.090	3.291
30	-0.524	0.385	70	0.524	1.036			
31	-0.496	0.399	71	0.553	1.058	99.91	3.121	3.320
32	-0.468	0.412	72	0.583	1.080	99.92	3.156	3.353
33	-0.440	0.426	73	0.613	1.103	99.93	3.195	3.390
34	-0.412	0.440	74	0.643	1.126	99.94	3.239	3.432
35	-0.385	0.454	75	0.674	1.150	99.95	3.291	3.481
36	-0.358	0.468	76	0.706	1.175	99.96	3.353	3.540
37	-0.332	0.482	77	0.739	1.200	99.97	3.432	3.615
38	-0.305	0.496	78	0.772	1.227	99.98	3.540	3.719
39	-0.279	0.510	79	0.806	1.254	99.99	3.719	3.891
40	-0.253	0.524	80	0.842	1.282			



Voor de normale verdeling geldt dat het oppervlak onder de grafiek alleen afhangt van een grootte Z :

$$Z = (y - \mu_y) / \sigma_y \quad (32)$$

Waarden voor dit oppervlak als functie van Z en vice-versa zijn gegeven in tabel 2a en 2b [ontleend aan Kreijzig, 1970].

Bij een lognormale verdeling gelden eenvoudige relaties tussen diverse soorten gemiddelden. Hiervan kan gebruik worden gemaakt om het harmonisch gemiddelde d_H te schatten. Omdat y normaal verdeeld is geldt voor 50% [gewichtsprocent] $y = \ln d < \mu_y$ en voor de overige 50% $\ln d > \mu_y$. Met andere woorden de mediaan d_{50} is gelijk aan

$$d_{50} = e^{\mu_y} \quad (33)$$

Hieronder wordt met haken $\langle \rangle$ aangegeven dat het gaat om een gemiddelde van de parameter tussen de haken. Bij een lognormale verdeling van d geldt nu [Aitchison en Brown]

$$\langle d^j \rangle = \exp [j\mu_y + \frac{1}{2} j^2 \sigma_y^2] \quad (34)$$

waarbij j een positief of negatief geheel getal voorstelt.

Als $j = -1$ vindt men het harmonisch gemiddelde waarvoor dus geldt:

$$d_H = d_{50} \exp [-\sigma_y^2/2] \quad (35)$$

De standaardafwijking σ_y kan grafisch worden bepaald uit de zeefkromme. Bij $z = +1$ en $z = -1$ geldt [zie tabel 2].

$$y_{16\%} = \ln d_{16\%} = \mu_y - \sigma_y \quad (36)$$

$$\text{en} \quad y_{84\%} = \ln d_{84\%} = \mu_y + \sigma_y \quad (37)$$

$$\text{zodat} \quad \sigma_y = \frac{\ln d_{84} - \ln d_{16}}{2} \quad (38)$$



Gecombineerd met (35) en (28) vindt men voor het specifiek oppervlak

$$S = \frac{6}{d_H} = \frac{6}{d_{50}} \exp \left[-\frac{\sigma_y^2}{2} \right] \quad (39a)$$

en voor het U cijfer:

$$U = \frac{10000}{d_{50}} \exp \left[-\frac{\sigma_y^2}{2} \right] \quad (39b)$$

Hiermee blijkt dat $U = 10000/M$ slechts een benadering is met een systematische fout.

5.3. Sorteringsgraad spreiding

In eerste instantie lijkt een direct verband tussen de doorlatendheid en de spreiding in de korrelgrootte niet aannemelijk, aangezien volgens de Kozeny-Carman vergelijking alle informatie voor de doorlatendheid wordt gegeven door de porositeit en het specifiek oppervlak. Toch geven diverse auteurs correctiefactoren voor de invloed van de spreiding.

In de vorige paragraaf bleek reeds dat indirect de spreiding van invloed is wanneer niet de harmonisch gemiddelde diameter maar de mediaan gebruikt om het specifiek oppervlak te berekenen. Bij de ICW-methode [par. 4.2.] wordt een correctiefactor voor de spreiding gebruikt die als compensatie dient voor het verwaarlozen van porositeitsvariaties. Een moeilijkheid bij een vergelijkingsonderzoek van de diverse literatuurgegevens over de sorteringsgraad is dat er vele verschillende parameters worden gebruikt om de spreiding in korrelgrootte aan te geven. Een aantal ervan zijn vermeld in tabel 3.

Beyer 1964 heeft een groot aantal grondmonsters onderzocht en voor verschillende waarden van de "ongelijkvormigheid" U_g correctiefactoren bepaald voor de formule van Hazen, die uitgaat van de 10%-diameter. Theoretisch kan, uitgaande van een lognormale verdeling, met tabel 2 worden nagegaan welke invloed wordt geïntroduceerd door het gebruik van d_{10} .



Tabel 3

Auteurs	symbool	af te leiden uit	omschrijving
Aitchison en Brown Herdan	y	$\frac{\ln d_{84} - \ln d_{16}}{2}$	standaardaf- wijking van $y = \ln d$
Inman, 1952 Krumbein, Otto	ϕ	$\frac{{}^2\log d_{84} - {}^2\log d_{16}}{2}$	standaardaf- wijking van $\phi = \log d$
Trask (1930)	S_o	d_{75}/d_{25}	"sorterings- coëfficiënt"
Beyer	U_g	d_{60}/d_{10}	ongelijk- vormigheid
Urish 1981	U_o	d_{90}/d_{10}	"uniformiteits coëfficiënt"
Ernst De Ridder en Wit 1965	s	som van percentages van drie grootste zeeffracties	"sorterings- graad"

Uit tabel 2b volgt

$$y_{10\%} = \mu_y - 1,282 \sigma_y$$

$$\text{dus} \quad d_{10} = d_H \exp \left[-1,282 \sigma_y + \frac{\sigma_y^2}{2} \right] \quad (40)$$

Het specifiek oppervlak wordt hiermee:

$$S = \frac{6}{d_H} = \frac{6}{d_{10}} \exp \left[-1,282 \sigma_y + \frac{\sigma_y^2}{2} \right] \quad (41)$$



Beyer heeft voor verschillende waarden van U_g aan monsters de verhouding d_H/d_{10} bepaald. In tabel 4 zijn de gevonden waarden bijeengezet [links] samen met de berekende waarde met (40). De relatie tussen U_g en σ_y kan worden gevonden met behulp van tabel 2:

$$\ln U_g = \ln d_{60} - \ln d_{10} = 1,535 \sigma_y \quad (42)$$

U_g	d_H/d_{10} [Beyer]	σ_y	d_H/d_{10} (40)
1	1	0	1
1,5	1,4	0,26	1,4
2,0	1,6	0,45	1,6
2,5	1,8	0,6	1,8
3,0	1,9	0,72	2,0
4,0	2,1	0,9	2,1
5,0	2,2	1,05	2,2
7,5	2,3	1,31	2,3
10,0	2,4	1,5	2,3

De grote overeenkomst tussen de cijfers wijst erop dat de korrektiefactor van Beyer uitsluitend te maken heeft met het gebruik van d_{10} in plaats van het harmonisch gemiddelde.

De invloed van de spreiding is tevens onderzocht door Krumbein en Monk [1942]. De standaardafwijking σ_ϕ van Krumbein is eenvoudig uit te drukken in σ_y nl.

$$\sigma_\phi = 1,44 \sigma_y \quad (43)$$

Uit de resultaten van Krumbein en Monk kan de volgende betrekking worden afgeleid

$$K = \text{konst } d_{50}^2 \exp [-1,89 \sigma_y] \quad (44)$$



Bij deze proeven werd de doorlatendheid bepaald in een permeameter. De porositeit van de monsters bedroeg steeds 40%. Omdat Krumbein d_{50} gebruikt is ook deze relatie nog geen aanwijzing voor een directe invloed van de spreiding. Substitueert men d_{50} met (35) dan gaat (44) over in

$$K = \text{konst } d_H^2 \exp [\sigma_y^2 - 1,89 \sigma_y] \quad (45)$$

Tabel 5 geeft enkele waarden van de exponentiële term. Hieruit blijkt dat de spreiding wel degelijk van invloed is, ook wanneer de juiste (harmonisch gemiddelde) diameter wordt gebruikt.

Tabel 4.

σ_y	$e^{\sigma_y^2 - 1,89 \sigma_y}$
0,2	0,71
0,3	0,62
0,4	0,55
0,5	0,5
0,75	0,43
1	0,41

Masch en Denny (1966) hebben het onderzoek van Krumbein en Monk voortgezet en de betrekking (44) bevestigd. Helaas wordt in hun artikel geen waarde genoemd voor de porositeit van de monsters en het is onduidelijk of alle proeven bij dezelfde porositeit gehouden zijn.

In Nederland is de invloed van de spreiding onderzocht door Ernst [De Ridder en Wit, 1965]. De korrektiefactor van Ernst is blijkens de tabellen zo gedefinieerd dat deze voor een uniform pakket gelijk is aan 2. Om het werk van Krumbein en Ernst te kunnen vergelijken zijn de door Ernst gegeven korrektiefactoren eerst door 2 gedeeld. Vervolgens werd het verband afgeleid tussen de "sorteringsgraad" s en de standaardafwijking σ_y . Daartoe kan weer gebruik worden gemaakt van tabel 2.



Stel de drie grootste korrelfracties vallen in het traject $d_1 < d < d_2$, of met $y = \ln d$ in het traject $y_1 < y < y_2$. Stel vervolgens dat de mediaan in dit traject ligt en wel zo dat $y_1 = \ln d_1$ en $y_2 = \ln d_2$ symmetrisch ten opzichte van de mediaan $\mu_y = \ln d_{50}$ liggen.

Er geldt:

$$y_1 = \mu_y - Z \sigma_y \quad (46)$$

en

$$y_2 = \mu_y + Z \sigma_y$$

dus

$$y_2 - y_1 = 2 Z \sigma_y \quad (47)$$

Als regel verhouden de diameters van de grenzen van een fractie [twee opeenvolgende zeefopeningen] zich als $\sqrt{2}$ tot elkaar, zodat $d_2 = 2\sqrt{2} d_1$.

Hieruit volgt

$$\sigma_y = \frac{\ln 2\sqrt{2}}{2Z} = \frac{0,52}{Z} \quad (48)$$

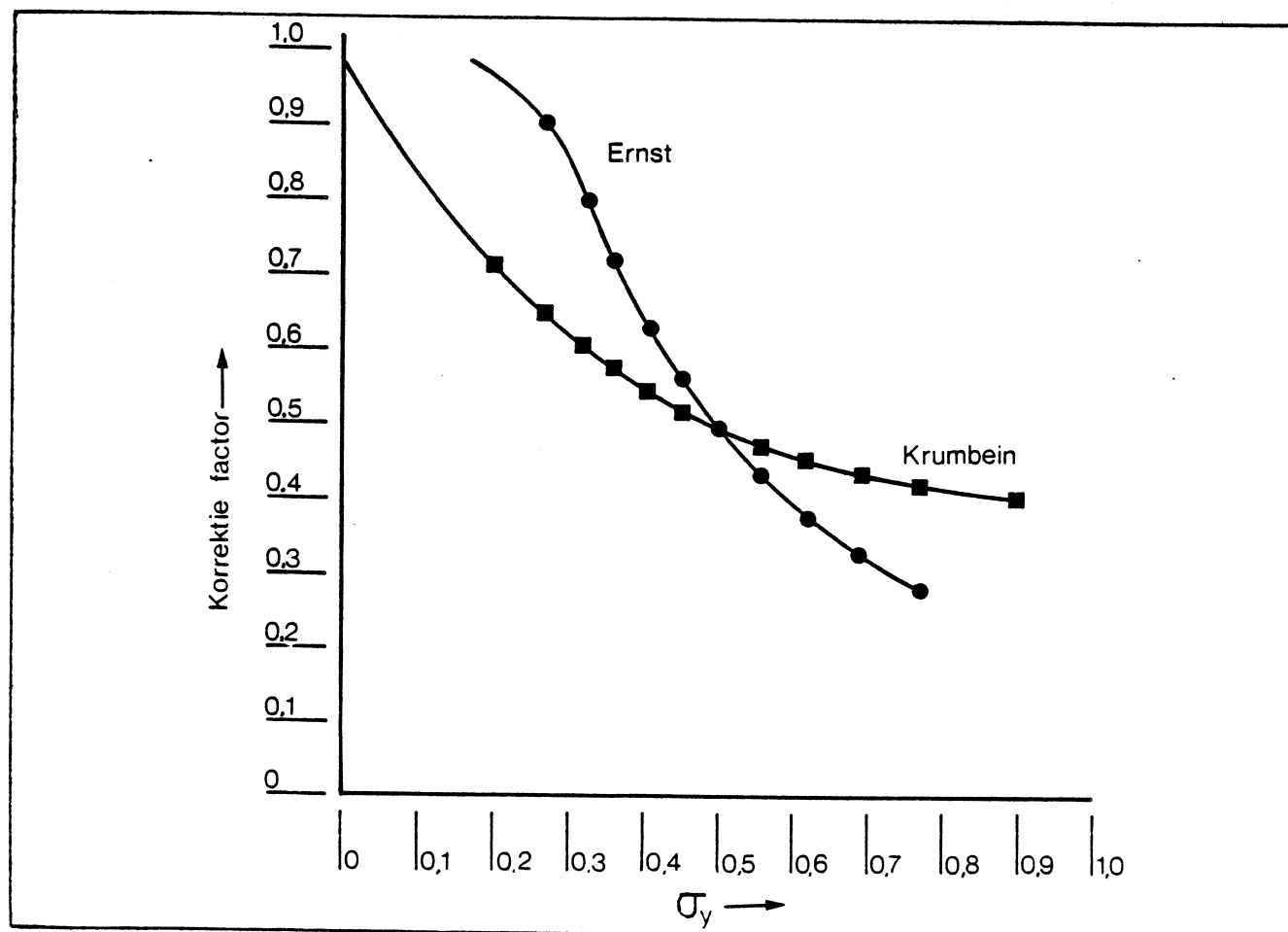
Tabel 2b geeft voor iedere waarde voor de oppervlakte $D(Z)$ de bijbehorende waarde van Z . De oppervlakte $D(Z)$ komt overeen met het deel van het monster dat valt binnen de 3 grootste fracties hetgeen is gedefinieerd als de sorteringsgraad s . Bij iedere waarde van $s = D(Z)$ kan via de bijbehorende waarde van Z met (48) σ_y worden berekend.

Tabel 6 geeft de sorteringsgraad, de korrektiefactor α van Ernst (* $\frac{1}{2}$), de bijbehorende σ_y en de korrektiefactor volgens Krumbein berekend met (45). Deze gegevens zijn tevens weergegeven in figuur 3.



Tabel 6

s	Ernst $\alpha \left[\frac{1}{2} \right]$	σ_y	Krumbein
0,95	0,9	0,27	0,65
0,90	0,8	0,32	0,61
0,85	0,72	0,36	0,58
0,80	0,63	0,41	0,55
0,75	0,565	0,45	0,52
0,70	0,5	0,5	0,50
0,65	0,44	0,56	0,47
0,60	0,375	0,62	0,46
0,55	0,33	0,69	0,44
0,50	0,29	0,77	0,42



Figuur 5

Korrektiefactor voor invloed van spreiding in korrelgrootte.



Het blijkt dat de invloed van de spreiding bij Ernst veel groter is dan bij Krumbein. Dit zou kunnen wijzen op de invloed van de spreiding op de porositeit en daardoor een indirecte extra beïnvloeding van de doorlatendheid. Bij Krumbein is de porositeit konstant gehouden terwijl De Ridder en Wit stellen dat de korrektiefactor van Ernst dient om de variatie in de porositeit te compenseren.

In de literatuur zijn inderdaad aanwijzingen dat de natuurlijke variatie in de porositeit van sedimenten samenhangt met de spreiding [Griffiths, 1967; Davis, 1969; Cloud, 1941]. Volgens Kezdi [1974] is er een tendens dat fijne zanden meer uniform zijn en een hogere porositeit bezitten dan grovere zanden. Een grotere spreiding gaat dus samen met een lagere porositeit. Urish [1981] heeft in het laboratorium de pakking bestudeerd van zandmonsters met verschillende diameters en sorteringsgraden en bevestigt de door Kezdi gesignaleerde tendens [zie ook Kelly, 1980]. Kwantitatieve gegevens over deze correlaties zijn echter summier en hebben indien aanwezig geen betrekking op in het veld gemeten porositeitswaarden.

5.4. Het kleigehalte

In de boortechiek wordt reeds jaren lang onderkend dat kleideeltjes de poriën kunnen verstoppen en de doorlatendheid aanzienlijk reduceren. Vooral in de olie-industrie is onderzoek verricht naar de vermindering van de doorlatendheid wanneer de boorspoeling over zekere afstand de formatie binnendringt [Moraghan et al., 1959; Kennedy et al., 1955].

Door Fahmy (1961) werd de invloed van klei onderzocht op kunstmatige zand-klei mengsels. Fahmy zelf benadrukt dat de verdeling van de klei in deze kunstmatige mengsels sterk afwijkt van de natuurlijke verdeling in het veld. Men moet daarom voorzichtig zijn met het toepassen van deze resultaten in praktijksituaties. Volgens Fahmy is de invloed van klei sterk afhankelijk van de manier waarop de klei is verdeeld. Grotere klei-aggregaten hebben nauwelijks invloed en gedragen zich ten opzichte van de stroming hetzelfde als een zand- of grindkorrel. Onderstaande tabellen geven hiervan een overzicht.



Tabel 7

Hydraulic conductivity (m/d) of artificial mixtures of sand and illite clay (0.5-1 mm), determined by the laboratory permeameter method.

U figure of sand	Percentage clay aggregates added				
	0	3	6	9	12
43	17.7	17.7	17.1	16.5	15.3
90	3.5	3.4	3.1	3.0	2.8
120	2.7	2.4	2.4	2.3	2.1
172	1.54	1.56	1.43	1.26	1.16
205	1.21	1.21	1.13	1.05	0.96

Tabel 8

Hydraulic conductivity (m/d) of artificial mixtures of sand and illite clay (0.0-0.5mm), determined by the laboratory permeameter method.

U figure of sand	Percentage clay aggregates added				
	0	3	6	9	12
43	17.7	10.24	4.93	2.45	1.33
90	3.5	2.31	1.39	0.90	0.55
120	2.73	1.98	1.23	0.84	0.52
172	1.54	1.19	1.00	0.73	0.46
205	1.21	1.02	0.77	0.56	0.39

Kleinere klei-aggregaten hebben beduidend meer invloed op de doorlatendheid (tabel 8). De invloed is het grootst voor grof zand [laag U-cijfer]. Volgens Fahmy worden in het grove zand eerst de grootste poriën door de klei opgevuld en geblokkeerd. Het aantal van de grotere poriën is betrekkelijk gering maar omdat de bijdrage ervan aan de doorlatendheid zo belangrijk is doet de invloed zich direct gelden. Verder blijkt uit het onderzoek van Fahmy dat ook de kleisoort van belang is. De reductie van de doorlatendheid is bij montmorilloniet aanzienlijk



sterker dan bij illiet. Ook Denson et al. [1968] vinden een zeer grote reductie van de doorlatenheid bij toevoeging van montmorilloniet. Volgens Denson kan ca. 3% montmorilloniet de doorlatendheid praktisch tot nul verminderen, terwijl dit voor kaoliniet pas het geval is bij een toevoeging van 16%.

Denson geeft een verband tussen de doorlatendheidsvermindering en het kleigehalte p dat kan worden omgewerkt tot een reductiefactor α . Voor kaoliniet wordt dit:

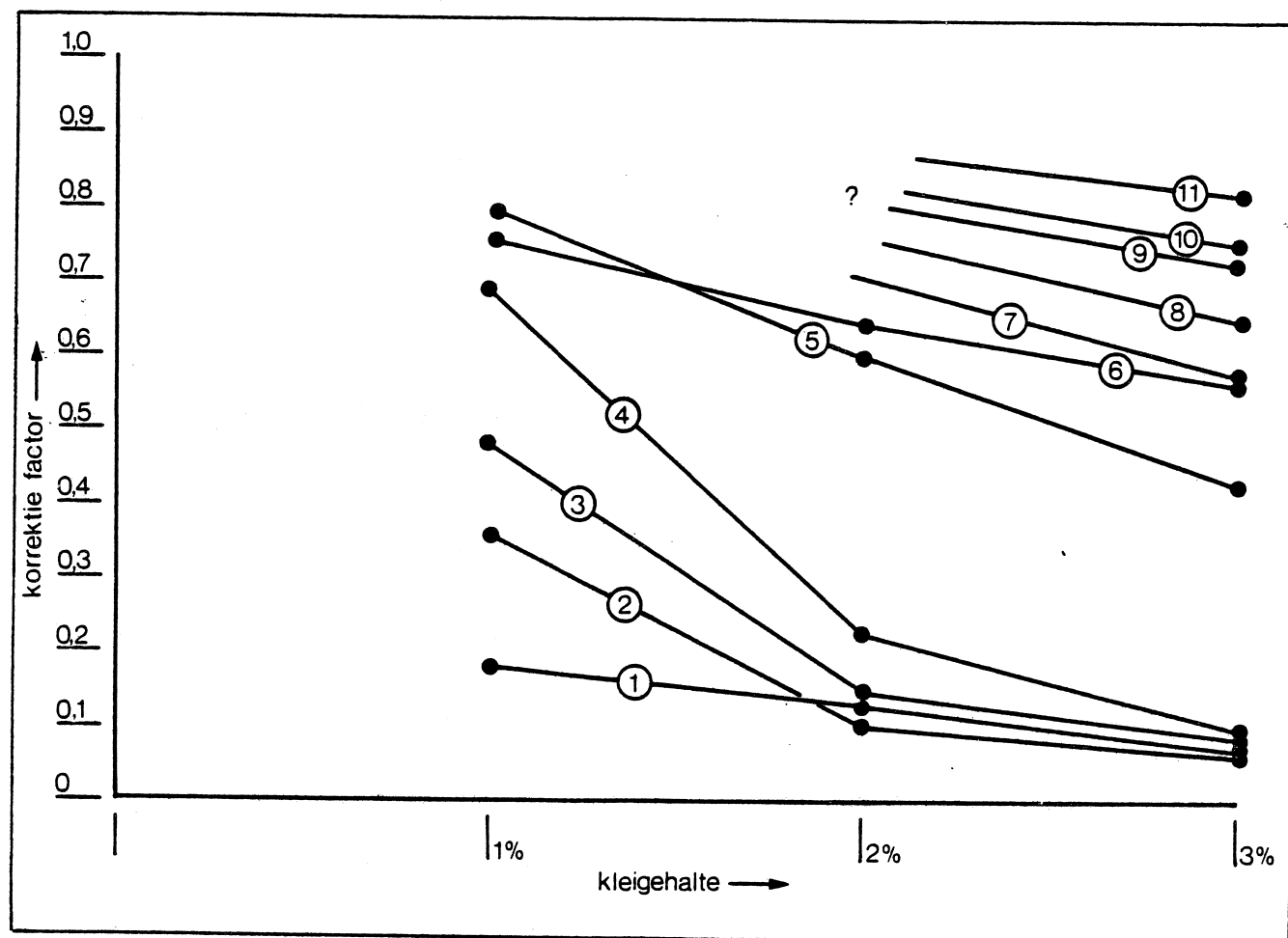
$$\alpha_k = 1 - 2,55 p_k^{0,517} \quad (49)$$

en voor montmorilloniet

$$\alpha_m = 1 - 2 p_m^{0,194} \quad (50)$$

waarbij p_k en p_m de gehalten kaoliniet resp. montmorilloniet zijn. De sterke reductie bij montmorilloniet is een gevolg van het zwellen van de klei, waardoor een zeer effectieve verstopping van de poriën optreedt. Kaoliniet en illiet zijn kleisoorten die niet zwellen. Van belang is dat illiet in Nederland de meest voorkomende kleisoort is.

De gegevens van Fahmy voor mengsels zand en kleiaggregaten van 0,00 - 0,5 mm zijn uitgezet in figuur 4 samen met de gegevens van Denson en de korrektiefactoren uit de ICW-lijsten. Duidelijk zichtbaar is de invloed van de kleisoort. Ook is duidelijk dat de invloed op grovere zanden groter is dan op fijner zand.



Figuur 4

1	Montmorilloniet	[Denson], $\bar{d} = 250 \mu$
2	"	[Fahmy], $\bar{d} = 232 \mu$
3	"	[Fahmy], $\bar{d} = 83 \mu$
4	"	[Fahmy], $\bar{d} = 48 \mu$
5	ICW	[Ernst)
6	Kaoliniet	[Denson] $\bar{d} = 250 \mu$
7	Illiet	[Fahmy] $\bar{d} = 232 \mu$
8	"	[Fahmy] $\bar{d} = 111 \mu$
9	"	[Fahmy] $\bar{d} = 83 \mu$
10	"	[Fahmy] $\bar{d} = 58 \mu$
11	"	[Fahmy] $\bar{d} = 48 \mu$



6.

samenvatting

De doorlatendheid van een watervoerend pakket is een parameter waarmee op macroscopisch niveau alle wrijvingsverliezen in rekening worden gebracht die optreden langs de wanden van de korrels. Door potentiaalverliezen te meten bij een bekende stroomsnelheid kan uit de wet van Darcy de doorlatendheid worden berekend. Daarnaast bestaan er methoden om de doorlatendheid direct af te leiden uit algemene geometrische eigenschappen van het korrelmateriaal. De relatie tussen de doorlatendheid en deze granulaire gegevens wordt het best beschreven met de vergelijking van Kozeny-Carman hoofdstuk 3. Volgens deze vergelijking hangt de doorlatendheid van een poreus medium samen met:

- de kronkeligheid T en korrelvorm c ; het product cT wordt Kozeny-Carman "konstante" genoemd;
- het specifiek oppervlak;
- de porositeit.

De variatie in de kronkeligheid en de korrelvorm is betrekkelijk gering. De Kozeny-Carman konstante blijkt te variëren van 4,5 tot 6 en kan voor praktische toepassingen echt als konstante worden opgevat. Het specifiek oppervlak is omgekeerd evenredig met de harmonisch gemiddelde diameter. Het specifiek oppervlak kan worden berekend uit de zeefkromme. De porositeit blijkt de doorlatendheid sterk te beïnvloeden, maar helaas kan de porositeit in het laboratorium niet worden vastgesteld. In situ gegevens over de porositeit van zandpakketten zijn schaars. In de literatuur zijn aanwijzingen dat de natuurlijke variatie in de porositeit samenhangt met de gemiddelde korreldiameter en de spreiding. Dit verband is geconstateerd in Amerikaanse afzettingen maar is weinig systematisch onderzocht. Als noodoplossing voor de porositeit wordt door Ernst een konstante waarde gekozen en wordt op grond van de sorteringsgraad een correctie aangebracht.



Bij de Kozeny-Carman vergelijking wordt geen rekening gehouden met de mogelijkheid dat kleideeltjes poriën kunnen blokkeren en afsluiten. Aan kunstmatige zand-klei-mengsels is onderzoek verricht [Fahmy, Denson] waaruit is gebleken dat de invloed van klei op de doorlatendheid onder meer bepaald wordt door de vorm waarin het klei met het zand vermengd is. Verder blijkt ook de soort klei van belang te zijn.

De grote onzekerheden omtrent de porositeit en de invloed van klei, gevoegd bij het veelal geringe aantal monsters en de gebrekkige techniek van monsternamen, betekenen dat men zeer voorzichtig moet zijn met het hanteren van doorlatendheden die uitsluitend op granulaire gegevens gebaseerd zijn.



7.

literatuur

- Aitchison, J. and J.A.C. Brown (1957) The log-normal Distribution.
Cambridge University Press, New York.
- Alger, R.P. (1966) Interpretation of electric logs in fresh water wells in unconsolidated formation. Trans. Soc. Prof. Well Log. Anal., Annu. Logging Symp. 7 CC: 1-25.
- Archie, G.E. (1942) The electrical resistivity-log as an aid in determining some reservoir characteristics. Trans. Am. Inst. Min. Metal. Petrol. Engrs., 146: 54-62.
- Bear, J. (1972) Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier, New York.
- Beyer, W. (1964) Zur Bestimmung des Wasserdurchlassigkeit von Kiesen und Sanden. Wasserwirtschaft und Wassertechnik, 14(6): 165-168.
- Brinkman, H.C. (1947) Calculating of the viscous force exerted by a flowing fluid in a dense swarm of particles. Appl. Sci. Res. A1: 190-194.
- Brownell, L.E., H.S. Dombrowski and C.A. Dickey (1950) Pressure drop through porous media, Part 4: new data and revised correlation Chem. Eng. Prog. 46: 415-422.
- Buchanan, A.S. and E. Heymann (1948) Notes on the electrokinetic potential of cellulose and on electric equations. Trans. Faraday Soc., 44: 318-322.
- Campbell, M.D. and J.H. Lehr (1973) Water Well Technology.
McGraw-Hill, New York.
- Carman, P.C. (1937) Flow through granular beds. Trans. Inst. Chem. Engrs. (London), 15: 150-166.



- Cloud, W.F. (1941) Effects of grain size distribution upon porosity and permeability. *Oil Weekly*, 103: 25-32.
- Cornell, D. and D.L. Katz (1953) Flow of gases through consolidated porous media. *Ind. Eng. Chem.*, 45: 2145-2152.
- Coulson, J.M. (1949) The flow of fluids through granular beds: effect of particle shape and voids in streamline flow. *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, 27: 237-257.
- Davis, S.N., (1969) Porosity and permeability in natural materials.
In: R.J.M. De Wiest, *Flow Through Porous Media*. Academic Press, New York. pp 53-81.
- Denson, K.H., A.S. Shindala and C.D. Fenn. (1968) Permeability of sand with dispersed clay particles. *Wat. Resour. Res.*, 4 (6): 1275-1276.
- De Ridder, N.A. and K.E. Wit (1965) A comparative study on the hydraulic conductivity of unconsolidated sediments.
J. of Hydrol., 3: 180-206.
- Fahmy, M.I. (1961) The influence of clay particles on the hydraulic conductivity of sandy soils. Thesis. Agricultural University Wageningen.
- Fair, G.M. and L.P. Hatch (1933) Fundamental factors governing the streamline flow of water through sand. *J. of the Am. Wat. Works Assoc.*, 25: 1551-1565.
- Griffiths, J.C. (1967) *Scientific Method in Analysis of Sediments*. McGraw-Hill.
- Hazen, A. (1892) Some physical properties of sands and gravel with special reference to their use in filtration. 24th Annual Report. Mass. State Board of Health.
- Heigold, P.C., R.H. Gilkeson, K. Cartwright and P.C. Reed. (1979).
Aquifer transmissivity from surficial electrical methods.
Ground water, 17(4): 338-345.



- Herdan, G. (1953) Small Particle Statistics. Elsevier, New York.
- Inman, D.L. (1952) Measures for describing the size distribution of sediments. J. of Sed. Petrol., 22: 125-145.
- Jones, P.H. and T.B. Buford. (1951) Electric logging applied to groundwater exploration. Geophysics, 16(1): 115-139.
- Kelly, W.E. (1977) Geoelectric sounding for estimating hydraulic conductivity. Ground Water, 15(6): 420-425.
- Kelly, W.E. (1980) Porosity permeability relationship in stratified glacial deposits. (ABS) EOS 61 (17): 232.
- Kennedy, H.T. and R.A. Pfile (1955) The effect of various mud filtrates on the permeability of sandstone cores. J. of Phys. Chem., 59: 870.
- Kezdi, A. (1974) Handbook of Soil Mechanics. Vol 1. Elsevier New York.
- Kosinski, W.K. and W.E. Kelly (1981) Geoelectric soundings for predicting aquifer properties. Ground Water, 19(2): 163-171.
- Kozeny, J. (1927) Uber Kapillare Leitung des Wassers in Boden. Ber. Wien. Akad., 136: 271-306.
- Kreyzig, E. (1970) Introductory Mathematical Statistics. Principles and Methods. Wiley & Sons, New York.
- Krumbein, W.C. (1938) Size frequency distribution of sediments and the normal phi curve. J. of Sed. Petrol., 8(3): 84-90.
- Krumbein, W.C. and G.D. Monk (1942) Permeability as a function of the size parameters of unconsolidated sands. Trans. Am. Inst. Metal. Engrs., 151: 153-163.
- Loudon, A.G. (1952) The computation of permeability from simple soil tests. Geotechniques, 3(2): 165-183.



- Masch, F.D. and K. Denny (1966) Grain size distribution and its effect on the permeability of unconsolidated sands. *Wat. Resour. Res.*, 2(4): 665-677.
- Monaghan, P.H., R.A. Salathiel and B.E. Morgan (1959) Laboratory studies of formation damage in sands containing clays. *Petrol. Trans. Am. Inst. Min. Engrs.*, 216: 209-215.
- Morcom, A.R. (1946) Fluid flow through granular materials. *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, 24: 30-43.
- Muskat, M. and H.G. Botset (1931) Flow of gas through porous materials. *Physics*, 1: 27-47.
- Otto, G.H.A. (1939) A modified logarithmic probability graph for the interpretation of the mechanical analysis of sediments. *J. of Sed. Petrol.*, 9: 62-76.
- Pall, R. and N.N. Moshenin (1980) Permeability of porous media as a function of porosity and particle size distribution. *Trans. Am. Soc. Agr. Engrs.*, 23(3): 742-745.
- Pfannkuch, H.O. (1969) On the correlation of electrical conductivity properties of porous systems with viscous flow transport coefficients. *Proc. of the IAHR First Intern. Symp., Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media. Haifa*, pp 42-54.
- Poiseuille, J.L.M. (1842) *Comptes Rendus, Acad. des Sciences. Paris*.
- Rose, H.E. (1950) Fluid flow through beds of granular material. Some aspects of fluid flow. *Proc. Conf. Intern. Phys.* 136.
- Rose, W.D. and W.A. Bruce (1949) Evaluation of capillary character in petroleum reservoir rock. *Trans. Am. Inst. Min. Metal. Engrs.*, 186, 127-142.
- Slichter, C.S. (1899) Theoretical investigation of the motion of groundwater. 19 *Annu. Rep. of USGS*, 2: 295-384.



- Sullivan, R.R. and K.L. Hertel (1942) *Advances in colloid science*. Volume 1, 37. Interscience Publishers. New York.
- Terzaghi, K.V. (1925) *Erdbaumechanik*. Deuticke. Wien.
- Trask, P.D. (1932) *Origin and environment of source sediments of Petroleum*. Gulf Publishers, Houston, Texas.
- Uffink, G.J.M. (1979) De bepaling van k-waarden in het veld aan de hand van "putproeven" en "puntproeven. Resultaten van het onderzoek aan de Parkweg [Den Haag].
RID-mededeling 79-2, Voorburg.
- Uffink, G.J.M. (1980) De bepaling van de doorlatendheid van watervoerende pakketten.
RID-mededeling 80-8, Voorburg.
- Ungemach, P.F., F. Mostaghimi and A. Duprat (1969) Essais de determination du coefficient d'emmagasinement en nappe libre application a la nappe alluvial du Rhin. *Bull. Int. Assoc. Sci. Hydrol.*, 14(3): 169-190.
- Urish, D.W. (1981) Electrical resistivity-hydraulic conductivity relationship in glacial outwash aquifers. *Wat. Resour. Res.*, 17 (5): 1401-1408.
- Van den Akker, C. (1972) Schatting van kD-waarden van een watervoerend pakket aan de hand van de granulaire samenstelling en dikte van het pakket, toegepast op boringen in de Gelderse vallei.
Intern RID-Rapport.
- Van Riel, W.J. (1972) Betrekking: doorlatendheid-formatiefactorporositeit voor enkele theoretische modellen. DGV-TNO, Delft.
- Wyllie, M.R.J. and A.R. Gregory (1955) Fluid flow through unconsolidated porous aggregates. *Ind. Eng. Chem.*, 47(7): 1379-1388.



- Wyllie, M.J.R. and W.D. Rose (1950) Some theoretical considerations related to the quantitative evaluation of the physical characteristics of reservoir rock from electrical log data.
Trans. Am. Inst. Min. Engrs., 189: 105-118.
- Wyllie, M.J.R. and M.B. Spangler (1952) Application of electrical resistivity measurements to the problem of fluid flow in porous media. Bull. Am. Assoc. Petrol. Geol., 36(2): 359-405.
- Wyllie, M.J.R. and P.F. Southwick (1954) An experimental investigation of the S.P. and resistivity phenomena in dirty sands. J. of Petrol. Technol., 44-57.
- Zunker, F. (1921) Handbuch der Bodenlehre.

