

Enkele grondslagen van de theorie van de productie

A. H. J. LIBERG
Landbouw Economisch Instituut

I. HET VERBAND TUSSEN ÉÉN VARIABLE PRODUCTIEFACTOR EN ÉÉN EINDPRODUCT

INLEIDING

De economie houdt zich bezig met de keuze tussen alternatieven, dus met keuzeproblemen. Keuzeproblemen rijzen alleen, indien de goederen schaars zijn en verschillende aanwendingsmogelijkheden hebben. Economische problemen zijn daarom problemen van doel en middelen. Het doel kan zijn het maken van winst, het bevredigen van consumptieve behoeften of het behalen van een zekere fysieke productie. De middelen zijn de productiemiddelen en de wijze, waarop zij worden gebruikt (de organisatie). Dit betekent, dat de economie, als keuzewetenschap, minimum- en maximum-voorwaarden opspoort. Zij zoekt zowel naar de voorwaarden waaronder een bepaalde productie of behoeftebevrediging tegen de geringste kosten wordt bereikt, als naar de voorwaarden waaronder met een bepaald offer een zo groot mogelijke productie of behoeftebevrediging wordt verkregen.

De economie kent twee belangrijke keuzeproblemen, nl. de *organisatie van de productie* en de *organisatie van de consumptie*. Het eerste probleem omvat de wijze waarop de productie tot stand komt, dus het kiezen van de producten, die men zal vervaardigen en van de productiemiddelen, die hiervoor worden gebruikt. Het tweede probleem omvat de keuze tussen de producten, waaraan het inkomen wordt besteed.

Keuze is alleen mogelijk op basis van een bepaald criterium. Dit criterium kan in verschillende eenheden worden gemeten, b.v. de mate van behoeftebevrediging, zoals de consument die voelt of de waarde, die men ergens aan hecht, gemeten in calorieën of gemeten in geldeenheden. Voor de theorie van de productie is vooral de laatstgenoemde maatstaf belangrijk.

In de theorie van de productie zullen wij een *technisch* en een *economisch aspect* onderscheiden. Het technisch aspect beschrijft de fysieke relaties tussen productiemiddelen en eindproducten. Meestal zal het zo zijn, dat er in technisch opzicht vele mogelijkheden zijn. De keuze heeft dan plaats naar het economisch aspect. Men kiest op basis van de prijsverhoudingen die technische mogelijkheid, die aan het gestelde economische doel beantwoordt.

In dit artikel zal worden behandeld de relatie tussen één variabele productiefactor en één eindproduct. Wij zullen later terugkomen op de relatie tussen

¹⁾ Ter publicatie ontvangen 3 April 1955.

twee variabele productiefactoren en het eindproduct en de relatie tussen eindproducten, die met een zelfde opoffering van kosten kunnen worden voortgebracht.

1 DE TECHNISCHE RELATIES

a De productiefunctie

Het effect op de productie van een herhaalde toevoeging van een eenheid van een productiefactor aan constant gehouden overige productiefactoren kan verschillend zijn. De achtereenvolgende verhogingen van de productie (*meeropbrengsten*) kunnen constant zijn (fig. 1), voortdurend afnemen (fig. 2) of voortdurend toenemen (fig. 3). Het feitelijk gedrag van de productie zal in

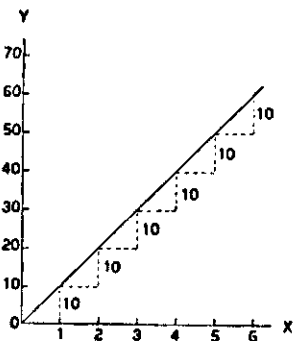


FIG. 1. CONSTATE MEEROPBRENGST.

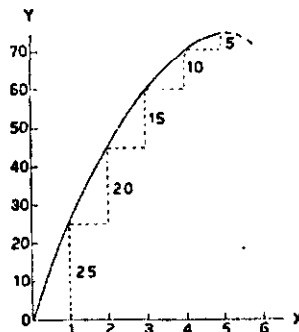


FIG. 2. AFNEMENDE MEEROPBRENGST.

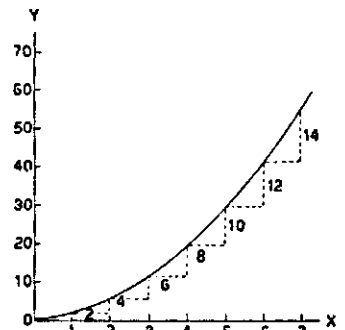


FIG. 3. TOENEMENDE MEEROPBRENGST.

de regel een combinatie zijn van de genoemde mogelijkheden. De verhouding tussen productiefactor en product kan standvastig zijn of veranderlijk. Bij een standvastige verhouding neemt de productie rechtevenredig toe met de productiefactor (fig. 1). Het aannemen van standvastige verhoudingen tussen de productiemiddelen en het product heeft geleid tot de *Minimumwet van Liebig* (fig. 4). In punt A is zoveel van het productiemiddel toegevoegd, dat de standvastige verhouding met de overige productiemiddelen is bereikt. Verdere toevoeging van het productiemiddel heeft geen effect. De productie wordt dus bepaald door het productiemiddel, dat in het minimum is, d.w.z. via de standvastige verhouding wordt de hoeveelheid bepaald van de overige productiemiddelen, die aan de productie deelnemen. Latere onderzoeken van MIRSCHERLICH toonden aan, dat voortgezette toevoeging van het aanvankelijk in het minimum zijnde productiemiddel schadelijk kan werken op de productie en dan een afnemende productie veroorzaakt. Het aannemen van een schadelijke werking van een teveel aan bepaalde productiemiddelen heeft geleid tot de formulering van de *Wet van de toe- en afnemende meeropbrengst* (fig. 5).

Deze curve bezit enkele markante punten, die aan de hand van de volgende gegevens nader worden gezien.

Aan 10 eenheden constante productiefactor wordt telkens één eenheid van een variabele factor toegevoegd met het volgende resultaat :

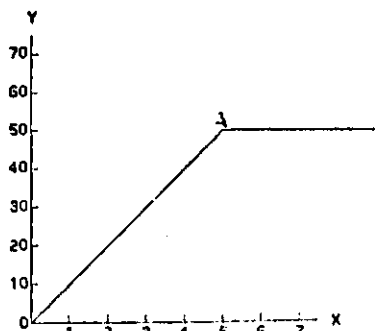


FIG. 4. MINIMUMWET VAN LIEBIG.

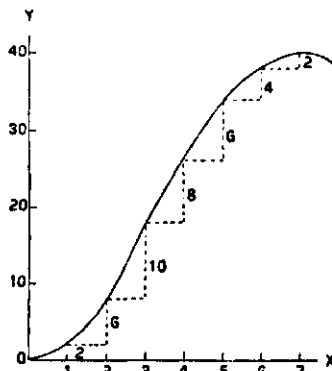


FIG. 5. WET VAN DE TOE- EN AF- NEMENDE MEEROPBRENGST.

Overeen- komstige punten van figuur 6	Variabele factor		Productie	Meeropbrengst		Gemiddelde opbrengst van de variabele factor (kol. 4 : kol. 2)	Gemiddelde opbrengst van de constante factor
	Aantal eenheden	Toevoe- ging in procenten		Een- heden	In pro- centen		
1	2	3	4	5	6	7	8
A	1	—	1	—	—	1,0	0,1
	2	100	3	2	200	1,5	0,3
	3	50	6	3	100	2,0	0,6
	4	33	11	5	83	2,8	1,1
	5	25	20	9	82	4,0	2,0
	6	20	34	14	70	5,7	3,4
	7	17	44	10	29	6,3	4,4
B	8	14	51	7	16	6,4	5,1
	9	13	56	5	10	6,2	5,6
	10	11	60	4	7	6,0	6,0
C	11	10	63	3	0,5	5,7	6,3
	12	9	65	2	0,3	5,4	6,5
	13	8	66	1	0,2	5,1	6,6
	14	8	65	-1	-0,2	4,7	6,5
	15	7	63	-2	-0,3	4,3	6,3

De gegevens van de kolommen 2, 4, 5 en 7 zijn grafisch weergegeven in fig. 6. Bij beschouwing van de productiefunctie (vgl. kolom 4) blijkt, dat de constant gehouden productiefactoren aanvankelijk in overmaat aanwezig zijn, d.w.z. zij werken schadelijk in op het productieresultaat. Bij toevoeging van de variabele factor neemt die schadelijkheid af, waardoor de productie procentueel meer toeneemt dan de variabele factor (vgl. de kolommen 6 en 3). Dit uit zich eerst in een toenemende meeropbrengst (tot punt A : 6 eenheden van X) en daarna, in het begin van de phase van de afnemende meeropbrengst (tot punt B : 8 eenheden van X), in een afnemende meeropbrengst.

De phase van de afnemende meeropbrengst zet zich voort tot punt C (14 eenheden van X), waarna de schadelijke werking van een overmaat van X zich doet gelden in een dalende totale productie.

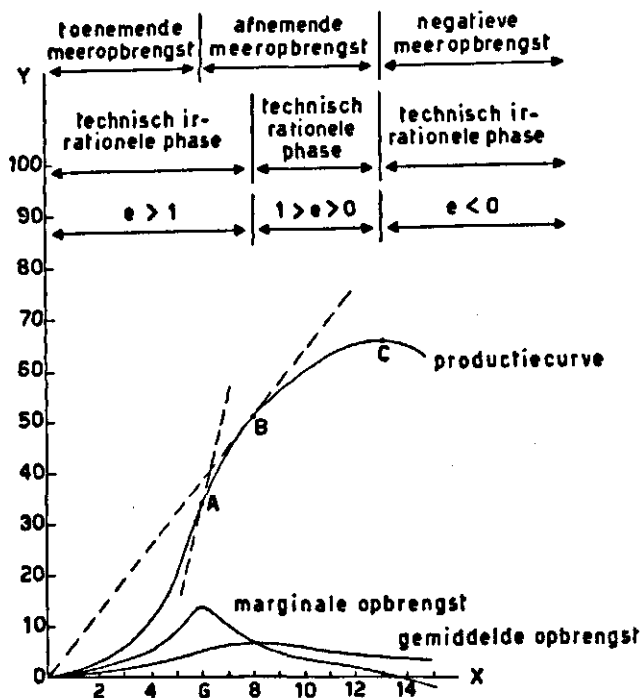


FIG. 6. DE PHASEN VAN DE PRODUCTIECURVE.

In de figuur geeft de productiecurve het productieverloop weer bij opeenvolgende oneindig kleine toevoegingen van de variabele factor. De *marginale opbrengst* (vgl. kolom 5) is de verhouding tussen de toeneming in de productie en een oneindig kleine toevoeging van de variabele factor, m.a.w. is gelijk aan de tangens van de raaklijn aan de productiecurve met de X-as. Indien wij een oneindig kleine toeneming met delta (Δ) aanduiden is dit in formule:

$$M = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Een bijzondere raaklijn is die door punt A, het punt, waar de toenemende meeropbrengst overgaat in een afnemende en waar de holle curve dus bol wordt. Het gevolg hiervan is, dat de raaklijn in A (het z.g. *buigpunt* van de curve) tevens de curve snijdt. De tangens van de hoek, die deze raaklijn maakt met de X-as, is daar maximaal, d.w.z. de marginale opbrengst is maximaal. De curve van de marginale opbrengst vertoont in fig. 6 dan ook een top. De raaklijn in punt C loopt horizontaal, de hoek met de X-as is nul graden, de tangens en dus de marginale opbrengst is derhalve nul. In dit punt van maximale productie is de gemiddelde productie (productiviteit) van de constante factor maximaal (vgl. kolom 8).

De *gemiddelde opbrengst* (productiviteit) van de variabele factor (vgl. kolom 7) wordt gemeten door de productie te delen door de hoeveelheid van de variabele factor. Dit is dus de tangens van de snijlijn, getrokken uit de oorsprong, met de curve. Deze tangens is maximaal bij punt B, waar de snijlijn tevens raaklijn is.

Zoals wij zagen, meet de tangens van de raaklijn de marginale opbrengst,

zodat dus in punt B de marginale opbrengst gelijk is aan de gemiddelde opbrengst, welke laatste tevens maximaal is.

In de grafiek zien wij, dat bij 8 eenheden van X de curve van de gemiddelde opbrengst een top vertoont en daar gesneden wordt door de curve van de marginale opbrengst. Bovendien zien wij, dat vóór het snijpunt de marginale opbrengst groter is dan de gemiddelde opbrengst en daarna kleiner. De oorzaak hiervan is het reeds bij de bespreking van de tabel geconstateerde feit, dat de productie tot B procentueel sterker toeneemt dan de variabele factor.

De *elasticiteit van de productie* is een maatstaf voor de mate, waarin de productie op toevoeging van een productiefactor reageert, dus de relatieve toeneming van de productie, gedeeld door de relatieve toevoeging van de variabele factor. In formules uitgedrukt:

$$e = \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x}$$

Dus:

$$e = \frac{x}{y} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

of:

$$e = \frac{x}{y} \cdot \text{tg raaklijn} \quad (1)$$

In punt B valt de raaklijn aan de curve samen met de snijlijn. De tangens van de raaklijn is dus $-\frac{y}{x}$, de elasticiteit van de productie is dan 1. Van 0 tot B is de hoek, die de raaklijn met de X-as maakt groter dan de hoek, die de snijlijn maakt; de tangens is groter dan $\frac{y}{x}$; de elasticiteit is groter dan 1. Het omgekeerde geldt voor de punten tussen B en C; de elasticiteit is daar kleiner dan 1.

In C is de raaklijn evenwijdig aan de X-as. De tangens van nul graden is nul, dus de elasticiteit is nul. Voorbij C is de hoek van de raaklijn met de X-as negatief. De elasticiteit van de productie is dus ook negatief.

De productiecurve geeft een grote reeks van technische combinatiemogelijkheden aan. De vraag rijst nu of al deze mogelijkheden in technisch opzicht verantwoord zijn. Wij onderscheiden nu de combinaties in technisch rationele en technisch irrationele. Bij technisch rationele combinaties is het onmogelijk de productie te vergroten door één van de productiefactoren minder te gebruiken. In de technisch irrationele phase is dit wel mogelijk, zodat dus bij die combinatie een fysische verspilling van productiemiddelen optreedt.

Indien wij uitgaan van de veronderstelling, dat de verhoudingen in de tabel gelden ongeacht het absolute niveau, dan zijn de fasen 0-B en na punt C technisch irrationeel. In de phase 0-B is verhoging van de productie mogelijk door een deel van de constante factor niet te gebruiken: b.v. de productie in punt 7 is 44 eenheden bij gebruik van 10 eenheden constante factor (zie de tabel). Passen wij de verhouding toe van punt 8 (productie 51 eenheden bij 10 eenheden constante factor), dan is bij punt 7 een productie mogelijk van $\frac{7}{8}$.

51 = 44,6 bij $\frac{7}{8}$. 10 = 8,8 eenheden van de constante factor, dus een hogere productie bij minder eenheden van de constante factor.

De oorzaak van dit verschijnsel is gelegen in het feit, dat de productie van 7 naar 8 eenheden van X procentueel sneller stijgt dan de variabele productiefactor. De productiviteit van de variabele productiefactor is dus bij de verhoudingen van punt 8 gunstiger dan bij punt 7.

Na punt C daalt de productie, hetgeen kennelijk inhoudt, dat deze combinaties technisch irrationeel zijn.

In de phase BC neemt de productie procentueel minder toe dan de variabele factor. Het is hier niet mogelijk de productie te vergroten door minder van de variabele of van de constante productiefactor te gebruiken. In deze phase zijn alle mogelijkheden in technisch opzicht gelijkwaardig. De technisch rationele phase strekt zich dus uit van punt B, waar de productiviteit van de variabele factor maximaal is, tot punt C, waar de productiviteit van de constante factor maximaal is. *Het is deze phase waarbinnen op grond van economische overwegingen de keuze van de voordeligste combinatie zal plaats hebben.*

Wij zien dus, dat de fasen van toenemende, afnemende en negatieve meeropbrengst niet samenvallen met de technisch irrationele en technisch rationele fasen. De technisch rationele phase is slechts een deel van de phase van afnemende meeropbrengst. In deze phase ligt de elasticiteit van de productie tussen nul en 1, terwijl deze elasticiteit in de technisch irrationele phase hetzelfde groter dan 1, hetzelfde kleiner dan nul is.

Vergelijken wij de kolommen 7 en 8 van de tabel dan blijkt, dat de productiviteit van beide productiefactoren tot aan punt B stijgt en na punt C daalt. Tussen B en C daalt de productiviteit van de variabele factor en stijgt die van de constante factor. In de technisch rationele phase gaat dus de verhoging van de productiviteit van de ene factor altijd gepaard met een verlaging van de productiviteit van de andere factor.

b De verdeling van de variabele factor over technische eenheden van verschillende productiviteit

Bij de aanwending van een variabele factor kan zich het probleem voordoen, dat een beperkte hoeveelheid van deze factor moet worden verdeeld over een aantal technische eenheden van verschillende productiviteit. Het verschil in productiviteit uit zich in het verloop van de productiecurve. Een curve van lagere productiviteit loopt onder die van een hogere productiviteit. Bij aanwending van eenzelfde hoeveelheid van de variabele factor zal de gemiddelde opbrengst in het eerste geval hoger zijn dan in het tweede.

De boer kan b.v. voor het probleem staan om met een gegeven hoeveelheid voer een veestapel, bestaande uit koeien van verschillende productiviteit, te moeten voeren of met een bepaalde hoeveelheid mest stukken land van verschillende productiviteit te moeten bemesten. Hoe zal nu deze boer dat probleem oplossen, indien hij streeft naar een maximale fysieke productie?

Deze productie wordt bereikt, indien binnen het gebied van de technisch rationele phase de marginale opbrengst van alle technische eenheden dezelfde is. Indien aan deze voorwaarde niet wordt voldaan, is het altijd voordelig een eenheid van de productiefactor te onttrekken aan de technische eenheid met een lage marginale opbrengst en toe te voegen aan een technische eenheid met een hoge marginale opbrengst.

2 DE ECONOMISCHE RELATIES

De economische keuze van de verhoudingen geschiedt op basis van het streven naar maximale winst. De waarde van de toevoeging van de variabele factor is de toevoeging maal de prijs, dus $\Delta x P_x$ en is voor elke volgende gelijke toevoeging constant. Het effect op de productie is hoeveelheid maal prijs $\Delta y P_y$. Ten gevolge van de afnemende meeropbrengst (Δy) zal deze waarde dalen. Men zal met de toevoeging zo ver gaan, dat er geen extra winst meer is te behalen, dus tot het punt, waarop de grenskosten gelijk zijn aan de grensopbrengst.

Dan is:

$$\Delta x P_x = \Delta y P_y$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{P_x}{P_y}$$

dus:

$$M_x = \frac{P_x}{P_y} \quad (2)$$

of:

$$P_y \cdot \frac{M_x}{P_x} = 1 \quad (3)$$

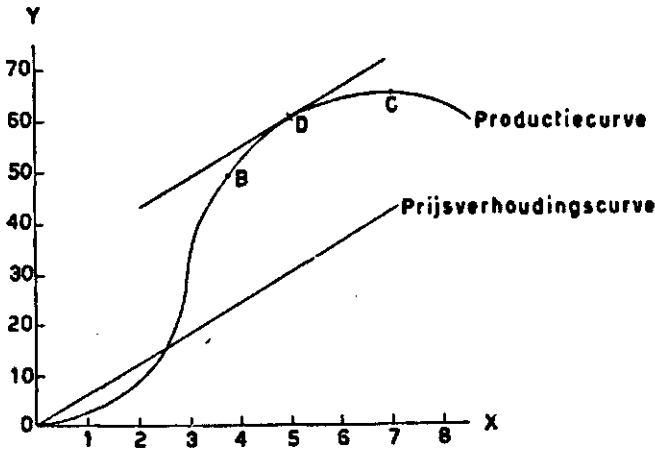


FIG. 7. KEUZE VAN HET VOORDELIGSTE PUNT.

In de formules is M de fysieke marginale opbrengst van X . De toepassing van deze formule is geïllustreerd in figuur 7. De prijsverhoudingslijn geeft dus aan, dat één eenheid van de factor dezelfde prijs heeft als 6 eenheden product, of wel, dat opoffering van f 1,- van de variabele productiefactor gepaard gaat met verkrijging van f 1,- productie. De tangens van de hoek, die deze lijn maakt met de X -as $= \frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{6}{1}$.

Zoals reeds in § 1 a is uiteengezet, wordt de marginale opbrengst aangegeven door de tangens van de raaklijn aan de curve. Ter voldoening aan voorwaarde (2) is dit dus de tangens van een raaklijn aan de curve, evenwijdig aan de prijsverhoudingslijn. De productie, die een maximale winst oplevert, wordt gevonden in punt D : 60 eenheden product, verkregen met 5 eenheden van de variabele productiefactor.

De keuze kan ook langs een andere weg geschieden, nl. door de productie en de variabele factor niet in fysieke eenheden, maar in waarde-eenheden (gulden) te meten. Dit betekent, dat in figuur 7 de X-as en de Y-as op een andere schaal worden gebracht. Hierdoor verandert de curve in wezen niet. Wel verandert de vorm, ten gevolge van de schaalverandering. De prijsverhoudingslijn verandert van richting en maakt dan een hoek van 45° met de X-as. De lijn geeft, evenals in het vorige geval, aan dat een verhoging van de kosten met f 1,- gepaard gaat met een verhoging van de opbrengst met f 1,-. In D is de marginale opbrengst 1 (tangens van de hoek van de raaklijn in $D = 1$).

II. HET VERBAND TUSSEN TWEE VARIABLE PRODUCTIEFACTOREN EN ÉÉN EINDPRODUCT ¹⁾

1 DE TECHNISCHE RELATIES

a De iso-productcurve

In een voorgaand artikel (*Landbouwk. Tijdschr.* 67-5 (Mei 1955) 307-314) werd het verband besproken tussen een productiefactor en de productie. Wij voegen hieraan een dimensie toe, nl. een tweede productiefactor. In fig. 8 is het verband tussen deze drie variabelen in een drie-dimensionale voorstelling weergegeven. Op de assen X_1 en X_2 zijn de productiefactoren uitgezet en op de as Y de productie. Elke combinatie van X_1 , X_2 en Y levert een bepaalde productie op. Al deze productiepunten vormen tezamen het productievlak. Wij kunnen nu door dit vlak verschillende doorsneden maken, en wel evenwijdig aan de vlakken X_1Y , X_2Y en X_1X_2 .

Deze doorsneden zijn gemaakt door punt P . Een doorsnede evenwijdig aan vlak X_1Y levert de curve CPD op, aangevend het productieverloop bij toevoeging van X_1 aan OC -eenheden van X_2 . De doorsnede evenwijdig aan vlak X_2Y geeft een soortgelijke curve, nl. het productieverloop bij toevoeging van X_2 aan OA -eenheden van X_1 . Beide curven zijn in het voorgaande artikel besproken

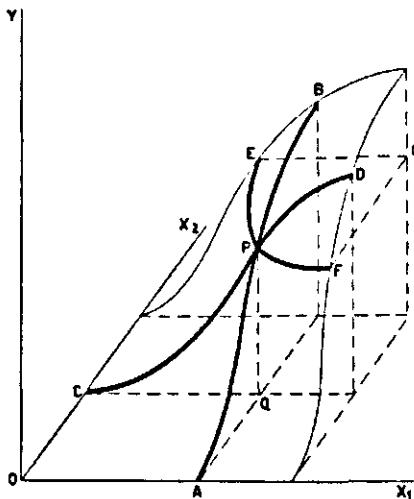


FIG. 8. HET VERBAND TUSSEN 2 VARIABLE PRODUCTIEMIDDELEN EN DE PRODUCTIE.

¹⁾ Ter publicatie ontvangen 11 Juni 1955.

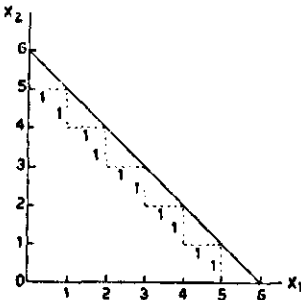


FIG. 9. ISO-PRODUCTCURVE MET CONSTATE VERVANGINGSVERHOUDING.

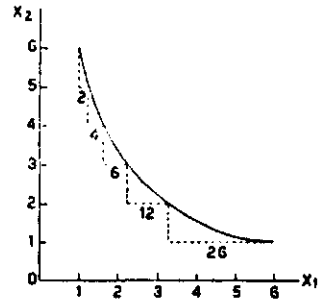


FIG. 10. ISO-PRODUCTCURVE MET TOENEMENDE VERVANGINGSVERHOUDING.

als de „Wet van de toe- en afnemende meeropbrengst“. Een doorsnede evenwijdig aan vlak X_1X_2 levert curve EPF op, aangevend de substitutie van X_1 door X_2 (en omgekeerd) bij een productieniveau QP. Deze curve, de *iso-product-curve*, zal aan een nadere beschouwing worden onderworpen. De ligging van de iso-productcurven op het productievlak is te vergelijken met de ligging van de hoogtelijnen op een berg.

Voor het verloop van de iso-productcurve bestaan verschillende mogelijkheden, waarvan er twee in de figuren 9 en 10 zijn uitgebeeld. In fig. 9 is de vervangingsverhouding constant, dus vervanging van een eenheid X_1 door een eenheid X_2 (of omgekeerd) heeft geen invloed op de productie. In fig. 10 moet een eenheid X_2 door een steeds grotere hoeveelheid X_1 worden vervangen (en omgekeerd), opdat de productie dezelfde blijft.

Welke relaties bestaan er nu tussen productiecurve en iso-productcurve? Deel I van fig. 11 geeft de productiecurve van fig. 5 weer; in deel II zijn enkel in dit verband interessante iso-productcurven getekend. Vergeliken met fig. 8 is

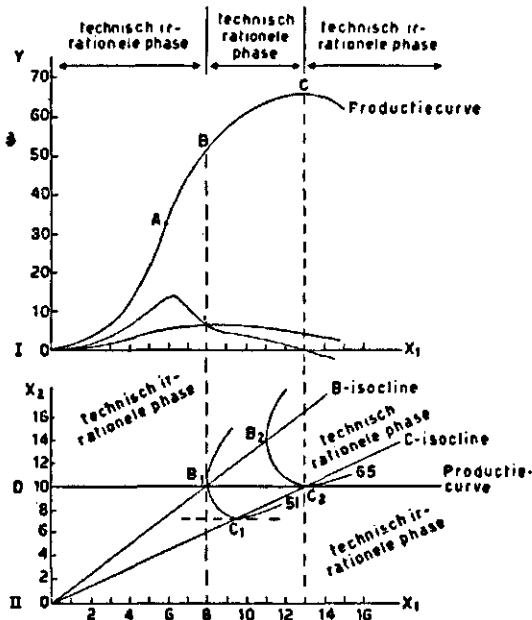


FIG. 11. PRODUCTIECURVE EN ISO-PRODUCTCURVES.

deel I een projectie op het YX_1 -vlak en deel II een projectie op het X_1X_2 -vlak. Evenals bij de bespreking van de productiecurve is aangenomen dat deze geldt bij 10 eenheden van X_2 . Deze curve wordt bij projectie een rechte lijn op de hoogte $OD = 10$. De iso-productcurven snijden de productiecurve in B en C met een productie van resp. 51 en 65 eenheden. De technisch rationele fase van de productiecurve bevindt zich tussen punt B, waar de productiviteit van X_1 maximaal is en punt C, waar de productiviteit van X_2 maximaal is. Bij beschouwing van iso-productcurve 51 blijkt, dat de gemiddelde productie van X_1 maximaal is in punt B_1 , het raakpunt van de iso-productcurve met de verticale lijn. In ieder ander punt van de curve is meer van X_1 nodig ter verkrijging van dezelfde productie. Hetzelfde geldt voor X_2 , die de hoogste productiviteit bereikt in C_1 . De technisch rationele fase bevindt zich tussen B_1 en C_1 , de technisch irrationele fase buiten de punten B_1 en C_1 . Daar is het nl. mogelijk dezelfde productie te bereiken met minder van een van de productiefactoren. De grens van de technisch rationele fase wordt gevormd door de B- en C-isoclinen. Een *isocline* is een lijn, die punten van gelijke productiviteit verbindt. De maatstaf voor de mate, waarin X_2 door X_1 moet worden vervangen, opdat de productie dezelfde blijft, wordt gevonden in de vervangingsverhouding: de absolute verandering in X_1 gedeeld door de absolute verandering in X_2 ,

$$V = \frac{\Delta X_1}{\Delta X_2}$$

Bij bespreking van de productiecurve is een berekening gemaakt ter illustratie van het begrip technisch irrationele fase. Deze berekening passen wij nu toe op de iso-productcurven. Deze situatie is weergegeven in fig. 12. De productie bij 7 eenheden X_1 en 10 eenheden X_2 is 44 (punt P). Dit punt ligt in de technisch irrationele fase. Gesteld is, dat met minder van de constante (i.c. X_2) een hogere productie kan worden bereikt. Deze productie is bij 8,8 eenheden van X_1 : 44,6 eenheden. Dit punt ligt op iso-productcurve 44,6 (punt Q). Men ziet, dat het ook mogelijk is behalve van X_1 ook van X_2 minder te gebruiken. Bijvoorbeeld door de iso-productcurve, die door P gaat, te volgen tot het snijpunt met de B-isocline. Dezelfde productie (44 eenheden) wordt dan bereikt met 8,6 eenheden van X_2 en 6,9 eenheden van X_1 (punt R).

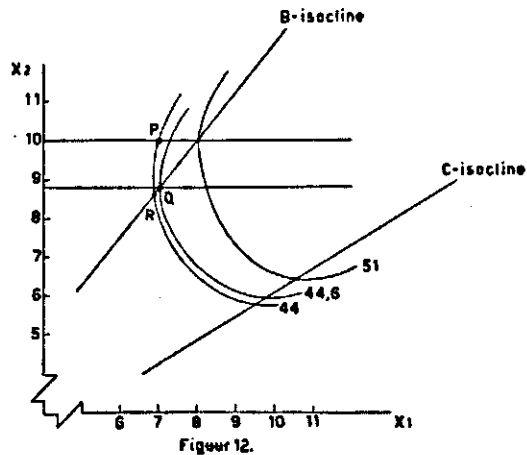


FIG. 12. VOORBEELDEN VAN ISO-PRODUCT-CURVEN.

Figuur 12.

b De verdeling van gegeven hoeveelheden van twee variabele productiefactoren over technische eenheden van verschillende productiviteit

In het algemeen zal een boer beschikken over een gegeven hoeveelheid productiemiddelen. Doordat deze gegeven hoeveelheden vaste kosten met zich brengen, zal iedere verhoging van de fysieke opbrengst de winst doen stijgen bij overigens gelijke omstandigheden. Dit doet zich b.v. voor, indien een boer over twee voedermiddelen beschikt en hiermee een aantal koeien moet voederen, die in productiviteit verschillen. Een ander voorbeeld is het bemesten van twee soorten land met twee beperkt aanwezige meststoffen.

Stel dat beperkt beschikbaar zijn X_1 en X_2 en dat deze factoren worden toegepast op twee technische eenheden met productie resp. Y_1 en Y_2 .

Voor de maximalisatie van de productie gelden dan 3 voorwaarden :

- 1e De vervangingsverhouding bij vervanging van X_1 door X_2 moet in geval Y_1 gelijk zijn aan dat in geval Y_2 , dus :

$$\left(\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}\right)_{Y_1} = \left(\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}\right)_{Y_2}$$

- 2e De marginale opbrengst van X_1 ten opzichte van Y_1 moet gelijk zijn aan de marginale opbrengst van X_1 ten opzichte van Y_2 , dus :

$$\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1} = \frac{\Delta Y_2}{\Delta X_1}$$

- 3e De marginale opbrengst van X_2 ten opzichte van Y_1 moet gelijk zijn aan de marginale opbrengst van X_2 ten opzichte van Y_2 , dus :

$$\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_2} = \frac{\Delta Y_2}{\Delta X_2}$$

Wordt aan een dezer voorwaarden niet voldaan, dan zal het altijd mogelijk zijn, door een verschuiving in het verbruik van X_1 en X_2 een voordeliger positie te bereiken.

2 DE ECONOMISCHE RELATIES

De economische keuze van de verhoudingen zal dienen te geschieden in de phase BC (fig. 11). De productie zal tegen minimale kosten geschieden, indien de vervanging van een waarde-eenheid X_1 door een waarde-eenheid X_2 geen invloed heeft op de productie. Dus, indien bij gelijkblijvende productie

$$\Delta x_1 P_{x_1} = \Delta x_2 P_{x_2} \text{ of:}$$

$$\frac{P_{x_2}}{P_{x_1}} = \frac{\Delta X_1}{\Delta X_2} = \text{vervangingsverhouding} \quad (4)$$

Deze voorwaarde is grafisch uitgebeeld in fig. 13. Bij een prijsverhouding tussen X_1 en X_2 van 5 : 2, verhouden de hoeveelheden van X_1 en X_2 zich bij een zelfde opgeofferde waarde als 2 : 5. Dit is grafisch weergegeven in de *iso-kostencurve*, de lijn van gelijke opgeofferde waarde. Gaande langs de lijn van A naar B vervangt men 5 eenheden X_2 door 2 eenheden X_1 , waardoor, ge-

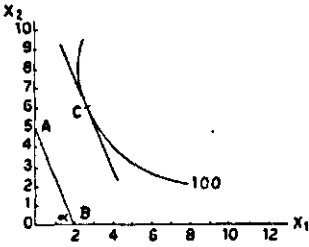


FIG. 13. DE RATIONELE KEUZE DER VERHOUDINGEN.

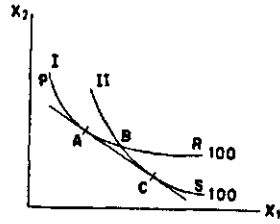


FIG. 14. DE INVLOED VAN PRIJSVERANDERINGEN OP DE KEUZE DER VERHOUDINGEN.

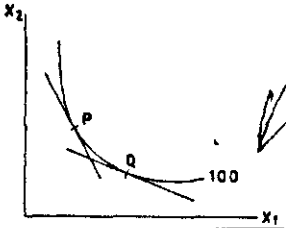


FIG. 15. DE KEUZE TUSSEN VERSCHILLENDE TECHNIKEN.

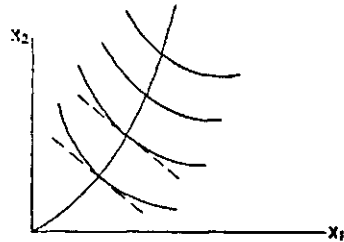


FIG. 16. DE EXPANSIECURVE BIJ UITBREIDING VAN DE PRODUCTIE.

zien de prijsverhouding, de totale opgeofferde waarde gelijkblijft. De lijn voldoet aan de bovengenoemde voorwaarde :

$$\frac{Px_2}{Px_1} = \frac{.IX_1}{.IX_2}$$

Het punt van minimumkosten bij een productie 100 is het raakpunt tussen de iso-kostencurve en de iso-productcurve (punt C). Indien de iso-kostencurve de iso-productcurve snijdt, is het altijd mogelijk door verschuiving van de iso-kostencurve een zelfde productie te bereiken tegen lagere kosten.

Door verandering in de prijsverhouding verandert de helling van de iso-kostencurve. Het raakpunt verschuift dan van P naar Q (fig. 15); de hoeveelhedsverhouding tussen X_1 en X_2 reageert dus onmiddellijk op hun prijsverhouding.

De iso-productcurven in fig. 14 geven dezelfde productie aan bij verschillende technische procedés. Technisch rationeel is de fase voor techniek I van P tot B en voor techniek II van B tot S. Bij de iso-kostencurve AC zijn beide technieken even rationeel. Stijgt X_1 in prijs, dan zal techniek I (links van A) worden toegepast, daalt X_1 in prijs, dan zal techniek II (rechts van C) worden toegepast. De stukken AB en BC, die op zichzelf beschouwd technisch rationeel zijn, zijn economisch niet rationeel door de verandering in de productietechniek. Bovenstaande redenering geldt alleen, indien het zonder bezwaar mogelijk is direct van de ene productietechniek over te gaan op de andere.

Bij uitbreiding van de productie zal men dit alleen doen met behoud van minimale kosten. De uitbreiding volgt dus de lijn, gevormd door raakpunten van de iso-kostencurve met iso-productcurven (fig. 16). Deze lijn is de *expansiecurve*.

III. HET VERBAND TUSSEN DE OPOFFERING VAN EEN GEGEVEN PRODUCTIEMIDDEL EN VERSCHILLENDE EINDPRODUCTEN

1 DE TECHNISCHE RELATIES

Een bepaalde hoeveelheid productiemiddelen kan in verschillende richtingen worden gebruikt. Het probleem rijst nu : welke productie levert het hoogste inkomen op? Indien wij ons beperken tot 2 producten, die in verschillende combinatie kunnen worden voortgebracht, dan kunnen deze mogelijkheden grafisch worden voorgesteld door de *transformatiecurve* : de curve, die alle combinaties van 2 producten aangeeft, die met een zelfde opoffering aan productiemiddelen kunnen worden voortgebracht.

Een dergelijk probleem doet zich voor bij de keuze van een *vruchtwisselingssysteem*. Stel dat op een zelfde stuk land 2 producten (Y_1 en Y_2) worden voortgebracht in een vruchtwisselingsschema van 4 jaren. Er zijn dan de volgende 6 mogelijkheden.

Vruchtwisselingssystemen voor 2 producten.

	1	2	3	4	5	6
1e jaar . . .	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1	Y_2
2e „ . . .	Y_1	Y_1	Y_1	Y_2	Y_2	Y_2
3e „ . . .	Y_1	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_2
4e „ . . .	Y_1	Y_2	Y_2	Y_2	Y_2	Y_2

Volgens de in het eerste artikel uiteengezette methode wordt voor ieder jaar de voordeligste combinatie tussen het land en de variabele productiemiddelen gevonden op grond van de prijsverhouding tussen het product en de variabele productiemiddelen ¹⁾. Voor iedere vruchtwisselingsmogelijkheid wordt dan de gemiddelde productie per ha bepaald over het aantal jaren, dat een gewas werd geteeld. Deze opbrengst zal voor iedere mogelijkheid anders zijn al naar het effect van het gevolgde systeem. De transformatiecurve bestaat in dit voorbeeld dus uit 6 punten (fig. 17). Het is duidelijk, dat de punten 1, 2 en 6 technisch irrationeel zijn. Het is nl. mogelijk meer van een der producten te pro-

duceren zonder opoffering van het andere product (vgl. punt 5 met 6 en punt 3 met 2 en 1).



FIG. 17. PRODUCTIERESULTATEN BIJ VRUCHTWISSELING.

Fig. 18 geeft de algemene vorm weer van de transformatiecurve. Het verschil tussen de opeenvolgende curven is ontstaan door gebruik van verschillende hoeveelheden van het gegeven productiemiddel. In de phase AB heeft uitbreiding van de productie van Y_1 een gunstige werking op de opbrengsten per ha van beide gewassen. Deze stijgen tot punt B, waar Y_1 de hoogste productiviteit van Y_2 maximaal is in D. De technisch rationele phase bevindt zich van B tot C, waar stijging van de productie van het ene product gepaard gaat met daling van de productie van het andere. In dit gebied zal dus op grond van economische criteria de keuze van de voordeligste productencombinatie plaats hebben.

Een ander geval van toepassing van de transformatiecurve is de *verbonden productie*. Kenmerkend voor de verbonden productie is, dat bij de voortbrenging van het ene product technisch onvermijdelijk een ander product wordt

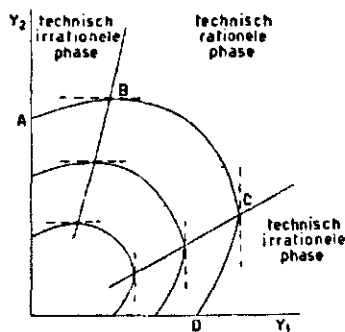


FIG. 18. TRANSFORMATIECURVEN.

1) Dit uitgangspunt beperkt de toepassing van de transformatiecurve tot de behandelde gevallen. De in de voet van dit artikel genoemde auteurs, HEADY en JOHNSON, hanteren een ruimer uitgangspunt, waardoor het werken met de transformatiecurve geen voordelen biedt en zelfs omslachtiger is dan het rechtstreeks vergelijken van twee productiecurven.

voortgebracht, b.v. melk—vlees, wol—vlees, korrel—stro. De verhouding tussen de hoeveelheden voort te brengen product is voor elk ras afzonderlijk vrijwel constant. Voor de producent heeft deze verhouding echter een variabel karakter doordat hij de keuze heeft tussen rassen met verschillende verhoudingen. Zo zijn er allerlei variaties van melkvee tot mestvee of van schapen met een hoge wolproductie tot schapen met meer vleesproductie. De productieresultaten van de verschillende rassen, die met een zelfde opoffering van kosten worden verkregen, kunnen dus grafisch in een transformatiecurve worden uitgezet (vgl. fig. 17 en 18).

2 DE ECONOMISCHE RELATIES

De economisch juiste keuze is die combinatie van producten, die de grootste geldelijke opbrengst oplevert. De opbrengst wordt gemeten in de *iso-opbrengstcurve*, de lijn van gelijke geldelijke opbrengsten (fig. 19). De constructie van deze lijn is van dezelfde aard als voor de iso-kostencurve, behorend bij het systeem der iso-productcurven.

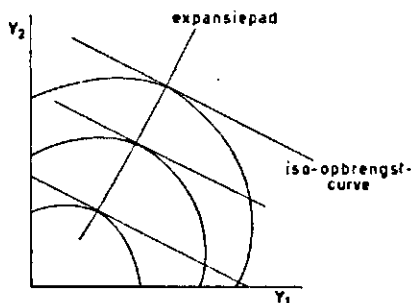


FIG. 19. DE KEUZE VAN HET VOORDELIGSTE PUNT.

De voordeligste combinatie nu wordt gevonden in het raakpunt van een iso-opbrengstcurve met de transformatiecurve. In een punt op de transformatiecurve, doch buiten het raakpunt, is het altijd mogelijk één gulden van het ene product op te offeren ter verkrijging van meer dan één gulden van het andere product. Men zal met de vervanging zo lang doorgaan tot een bepaalde opoffering van het ene product gepaard gaat met de verkrijging van een zelfde waarde van het andere product, hetgeen in het raakpunt wordt verwezenlijkt. Deze voorwaarde is in formule uitgedrukt:

$$\begin{aligned} \Delta Y_1 P_{Y_1} &= \Delta Y_2 P_{Y_2} \\ \frac{\Delta Y_1}{\Delta Y_2} &= \frac{P_{Y_2}}{P_{Y_1}} \end{aligned}$$

Een reeks van opeenvolgende raakpunten geeft het *expansiepad* aan: de lijn van de te kiezen combinaties bij gebruik van steeds grotere hoeveelheden van het gegeven productiemiddel.

Bij bepaalde problemen is het nuttig de transformatiecurven te combineren met de iso-productcurven. Dit is b.v. het geval in een gemengd bedrijf, waar de grond gebruikt wordt ten dienste van de veestapel. Eenvoudigheidshalve veronderstellen wij, dat de boer twee voedermiddelen, b.v. graan en ruwvoer, verbouwt, deze vervoedert aan de veestapel en er naar streeft de hoogst bereikbare opbrengst van de veestapel te verkrijgen.

De mogelijkheden van de verbouw van de twee gewassen worden weergegeven in een transformatiecurve. De verhoudingen, waarin het vee deze producten opneemt bij constante productie, worden aangegeven door de iso-productcurven. Wij zullen nu 2 mogelijkheden beschouwen, nl. dat de boer zijn vee uitsluitend voedert met zelf voortgebrachte voedermiddelen of dat de boer voor beide voedermiddelen op de markt kan kopen en verkopen.

Het eerste geval is een zuiver technisch probleem. De hoogste opbrengst wordt verkregen in het raakpunt van de transformatiecurve met een der iso-productcurven (fig. 20).

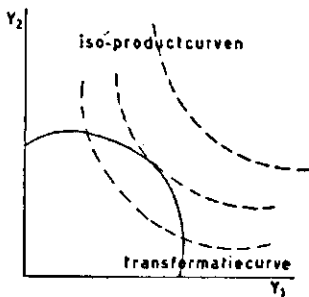


FIG. 20. MAXIMALISATIE VAN DE OPBRENGST UIT DE VEEHOUDERIJ BIJ ZELFVOORZIENING.

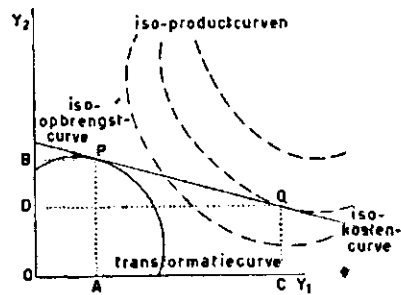


FIG. 21. MAXIMALISATIE VAN DE OPBRENGST UIT DE VEEHOUDERIJ MET GEBRUIKMAKING VAN DE VOEDERMIDDELMARKT.

In het tweede geval is de prijsverhouding tussen de beide producten doorslaggevend. De voordeligste wijze van produceren wordt bepaald door het raakpunt P van de transformatiecurve aan de iso-opbrengstcurve (fig. 21). De boer produceert dus OA van Y_1 en OB van Y_2 . Indien wij aannemen, dat er geen verschil is tussen de inkooprijzen en de verkoopprijzen van een product, dan kunnen wij deze iso-opbrengstcurve t.o.v. de iso-productcurven beschouwen als een iso-kostencurve. De voordeligste wijze van voederen wordt dus gevonden in het raakpunt Q van de iso-kostencurve met een iso-productcurve. De boer zal dus de hoeveelheid OC van Y_1 en OB van Y_2 vervoederen. Dit betekent dus, dat de boer deel AC van Y_1 zal verkopen en hiervoor in de plaats de hoeveelheid DB van Y_2 zal aankopen. Indien er verschil is tussen de in- en verkoopprijzen van een product, b.v. door transportkosten, dan wordt punt Q gevonden in het raakpunt aan een iso-productcurve van die iso-kostencurve die eenzelfde waardebedrag voorstelt als de iso-opbrengstcurve.

LITERATUUR

- CARLSON, S.: Pure Theory of Production. London, 1939.
 HEADY, C. O.: Economics of Agricultural Production and Resource Use. New York, 1952.
 JOHNSON, G. L. AND L. A. BRADFORD: Farm Management Analysis. New York, 1953.