

# Een model voor thermische stratificatie bij variabele weersomstandigheden

## 1. Inleiding

Het ontstaan van temperatuurstratificatie hangt samen met het transportmechanisme van mechanische en thermische energie van wateroppervlak naar grotere diepte. Uitgaande van een isotherme situatie, zal in de loop van het voorjaar het netto transport van zonnewarmte door het wateroppervlak toenemen. Het warmte transport naar grotere diepte zal vooral plaatsvinden door verticale stromingen en turbulente verticale menging. Ten gevolge daarvan stijgt de temperatuur van het water



IR. J. H. G. VERHAGEN  
Afdeling Milieuhydrodynamica  
Waterloopkundig Laboratorium

maar in de bovenste lagen meer dan in de diepere lagen. Hierdoor ontstaat een verschil in dichtheid en dit heeft weer tot gevolg dat arbeid verricht moet worden tegen de zwaartekracht in om het oppervlaktewater zo volledig mogelijk te mengen. Deze arbeid wordt geleverd door de wind en resulteert in stromingen en turbulente energie in het water. Wordt produktie en transport van turbulente energie op bepaalde diepte blijvend lager, dan het energieverlies van turbulentie door arbeid tegen de zwaartekracht in, dan dempt de turbulentie uit en ontstaat een spronglaag. De diepte van de spronglaag is een functie van de windsterkte en de zoninstraling. Aangezien beide factoren zeer variabel in tijd zijn, kunnen zelfs meerdere spronglagen gevormd worden. Door het Waterloopkundig Laboratorium is een rekenmethode ontwikkeld, die de ligging van deze spronglagen bij variabele weersomstandigheden berekent voor een waterbekken dat aan de volgende voorwaarden voldoet:

- het wateroppervlak is min of meer cirkelvormig en de bereikbaarheid voor de wind is in alle richtingen even groot;
- de vorm van het bekken dient min of meer komvormig te zijn.

De rekenmethode werd o.m. in opdracht van Rijkswaterstaat, Deltadienst opgesteld en getoetst op het Oostvoornse Meer en leverde bevredigende resultaten op [1, 2].

## 2. Betekenis van thermische stratificatie voor het waterkwaliteitsbeheer

Om tot een nadere probleemaftakening te komen, is het gewenst na te gaan welke kenmerken van thermische stratificatie voor de waterbeheerder van het grootste belang zijn. In het voedselrijke water van

## Overzicht van de gebruikte symbolen

symbool	omschrijving	eenheid
B	toename van opdrijvende kracht	( $m^2 \cdot s^{-3}$ )
$C_D$	wrijvingscoëfficiënt	
E	verdampingssnelheid	( $m \cdot s^{-1}$ )
J	netto warmte flux door wateroppervlak	( $J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ )
L	dikte van circulatiezone	(m)
$\Delta L$	indringingsdiepte van circulatiezone in stagnatiezone gerekend vanaf initiële toestand	(m)
$N_0$	Brunt of Väisälä frequentie	( $s^{-1}$ )
P	neerslag per tijdseenheid	( $m \cdot s^{-1}$ )
S	zoutconcentratie in circulatiezone in gewichtsprocenten	
T	temperatuur	( $^{\circ}C$ )
U	maat voor horizontale watersnelheid in circulatiezone	( $m \cdot s^{-1}$ )
W	windsnelheid gemeten op 10 m hoogte	( $m \cdot s^{-1}$ )
a	evenredigheids coëfficiënt	
$\alpha$	thermische uitzettingscoëfficiënt van water	( $^{\circ}C^{-1}$ )
c	soortgelijke warmte van water	( $J \cdot kg^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$ )
$\epsilon$	dieptemaat klein ten opzichte van L	(m)
g	versnelling zwaartekracht	( $m \cdot s^{-2}$ )
$\rho_0$	referentiewaarde van waterdichtheid	( $kg \cdot m^{-3}$ )
$\rho_a$	dichtheid van lucht	( $kg \cdot m^{-3}$ )
$\Delta \rho$	dichtheidssprong over het grensvlak $z=L$	( $kg \cdot m^{-3}$ )
t	tijd	(s)
$\tau$	schuifspanning aan het wateroppervlak	( $N \cdot m^{-2}$ )
$u^*$	wandschuifspanningssnelheid	( $m \cdot s^{-1}$ )
$w^*$	per definitie gelijk aan $u^* \cdot a^{1/3}$	( $m \cdot s^{-1}$ )
Z	diepte coördinaat	(m)
index o	verwijst naar evenwichtswaarden	

de meeste Nederlandse gestratificeerde meren in zuurstof-uitputting van de waterlaag nabij de bodem, tengevolge van afbraak van dode algen, organische vloeistoffen en andere vormen van respiratie, de belangrijkste bron van zorg voor de waterbeheerder. Immers als gevolg van zuurstofloosheid van het hypolimnion kunnen mobilisatieprocessen optreden, zoals het vrijkomen van bijv. fosfaat, arseen en zware metalen vanuit de bodem en kunnen anaerobe mineralisatie produkten als methaan, zwavelwaterstof en ammonium gevormd worden. Twee vragen van de waterbeheerder, waarop dit onderzoek moet aansluiten, kunnen dan ook als volgt geformuleerd worden:

— Hoe groot is de kans dat een waterbekken met een bepaalde (primaire en secundaire) belasting aan biologisch afbreekbare stoffen beneden een bepaalde waterdiepte gedurende langer dan een van tevoren gegeven aaneengesloten duur zuurstofloos blijft?

— Wat is de invloed van een wijziging in de vorm van het waterbekken op deze kans?

Hieruit kan worden afgeleid, dat het onderhavig onderzoek antwoord moet geven op de vraag hoe groot de kans is dat een waterbekken beneden een bepaalde waterdiepte gedurende langer dan een van tevoren gegeven aaneengesloten duur door een thermische spronglaag afgesloten is van het

vrije wateroppervlak en wat de invloed van wijziging van de vorm op deze kans is.

## 3. De fysische basis van het model

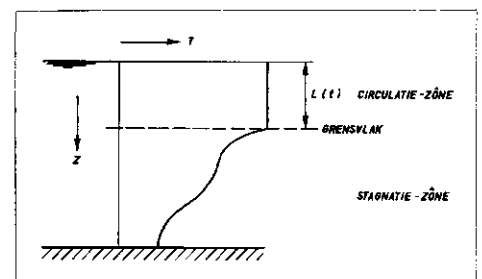
Thermische stratificatie wil zeggen gelaagdheid in de verticale verdeling van de temperatuur.

Onderscheid kan worden gemaakt tussen een goed gemengde waterlaag nabij het wateroppervlak, de zgn. circulatie-zone (epilimnion), waarin een homogene temperatuur heerst en een stagnatie-zone (hypolimnion), waarin de temperatuur met de diepte afneemt (afb. 1).

De diepte van de homogeen gemengde zone L (t) kan variëren in de tijd.

De balans van turbulente energie in de circulatie-zone kan als volgt worden beschreven. De produktie van turbulente energie wordt geleverd door de wind. Deze wekt de schuifspanning  $\tau$  op aan het wateroppervlak. Is U een maat voor de

Afb. 1 - Schematische voorstelling van het optreden van thermische stratificatie in een diep meer of reservoir.



horizontale watersnelheid in de circulatie-zone, dan wordt bij verwaarlozing van de interne schuifspanning op  $z=L$  de produktie van turbulente energie per volume eenheid gelijk aan:

$$\frac{\tau U}{L} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}).$$

Een deel van deze energie wordt via dissipatie omgezet in warmte.

Een ander deel van de energie dient om homogene menging in de circulatie-zone in stand te houden tegen de ontmengende mechanismen van opwarming nabij het wateroppervlak en een indringing van de circulatie-zone in de koudere stagnatie-zone

indien  $\frac{dL}{dt} > 0$ . In het geval van zoute

meren speelt daarbij nog het ontmengende mechanisme van neerslag en verdamping van zoet, dus lichter water, een rol.

Het deel van de toegevoerde energie, dat gebruikt wordt voor verticale menging van de zone L (t) wordt teruggevonden in een flux van opdrijvende kracht, aangeduid met B ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ ).

$$B = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \cdot g \frac{dL}{dt} + \frac{g}{\rho_0} \left\{ J \frac{\alpha}{c} - (E - P) S \rho_0 \right\} \quad (1)$$

1) t.g.v. indringing

2) t.g.v. opwarming

3) t.g.v. neerslagverdamping

De gehanteerde symbolen staan vermeld in het overzicht van gebruikte symbolen.

De eerste term van het rechterlid is nul

wanneer  $\frac{dL}{dt} < 0$ , omdat een werkelijke

dichtheidssprong  $\Delta\rho$  alleen optreedt bij indringing van de circulatie-zone in de stagnatie-zone.

De laatste term is verwaarloosbaar in geval van een zoet meer.

Wanneer nu wordt aangenomen dat alle door de wind opgewekte kinetische energie momentaan wordt omgezet in energie, nodig voor de verticale menging van de circulatie-zone L, dan verkrijgen we:

$$L = \frac{\tau U}{\rho_0 B}$$

Hierbij is het effect van dissipatie, inhomogeniteit van de energieverdeling in het horizontale vlak en instationaire effecten verwaarloosd.

Definiëren we de wandschuifspanningssnel-

heid  $u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}$ , en stellen we

$U = \dots u^*$ , dan geldt:

$$L = \frac{a(u^*)^3}{B} \quad (2)$$

Deze vorm is voor het eerst beschreven in [3]. Uit de vergelijkingen (1) en (2) en de warmtebalans opgesteld voor de circulatie-zone is met gebruikmaking van dagelijkse weersgegevens de gehele jaarcyclus van de verticale watertemperatuurverdeling te berekenen. Voor een vollediger probleemformulering kan verwezen worden naar [2] en [4].

#### 4. Kenmerken van temperatuurstratificatie in relatie tot weersomstandigheden

Op basis van vergelijking (2) is de invloed van verschillende weersgegevens op de dikte van de circulatie-zone na te gaan. Wordt eerst de gemiddelde situatie over een langere tijd, bijv. de opwarmperiode (mei t/m juli) beschouwd, dan speelt de term in vergelijking (1), die het effect van veranderingen in de spronglaagdiepte weergeeft, een ondergeschikte rol. Over blijft dan de invloed van de windsnelheid, opwarming en neerslag en verdamping. Deze invloeden worden vervolgens afzonderlijk beschouwd:

##### a. De gemiddelde windsnelheid

Volgens vergelijking (2) is L evenredig met de derde macht van de schuifspanningssnelheid  $u^*$ . Nu is  $u^*$  per definitie gelijk aan

$$\sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}$$

spanning  $\tau$  en de windsnelheid zijn verschillende empirische formules bekend. Zo geeft Wu [5] de relatie:

$$\tau = C_D \rho_a W^2$$

Hieruit blijkt dat  $u^*$  evenredig is met de windsnelheid W. De gemiddelde diepte van de spronglaag wordt daarmee evenredig met de derde macht van de gemiddelde windsnelheid en is derhalve zeer gevoelig voor deze grootte.

Omdat de windsnelheid in Nederland landinwaarts afneemt, neemt ook de spronglaagdiepte in meren landinwaarts af.

##### b. De gemiddelde opwarming

De gevoeligheid van de gemiddelde spronglaagdiepte voor variatie in de gemiddelde netto opwarming is minder groot dan voor variatie in gemiddelde windsnelheid.

Bovendien zijn verschillen in netto opwarming binnen Nederland gemiddeld over de beschouwde periode betrekkelijk gering.

Verschillen in spronglaagdiepte tussen verschillende meren in Nederland kunnen hieraan dus niet worden toegeschreven.

Wel zal de gemiddelde spronglaagdiepte groter zijn voor een koude, dan voor een warme zomer en wel  $L \propto J^{-1}$ , waarin J de gemiddelde netto warmte flux in de opwarmperiode is.

##### c. Neerslag en verdamping

Alleen in zoute meren heeft dit weersgegeven enige betekenis op de ligging van de spronglaag.

De kwantitatieve invloed volgt uit vergelijking (1). Door invullen van realistische waarden in deze uitdrukking, blijkt dat het effect uitgedrukt in de verhouding

$$\frac{\alpha}{c} J$$

hooguit een tien procent bedraagt. D.w.z. de spronglaagdiepte in een zout meer ( $S = 15 \text{ ‰}$ ) in een gemiddelde zomer, waarin de verdamping groter is dan de neerslag, is ca. 10 % groter dan in een overeenkomstig zoet meer.

Een natte zomer kan daarentegen tot gevolg hebben dat de spronglaagdiepte in een zout meer geringer is dan in een overeenkomstig zoet meer. In dat geval is  $E - P < 0$ .

Het effect blijft echter gering.

Bij deze modelbenadering worden verschillende tijdschalen onderscheiden. Zo kan de invloed van een variatie in de weersomstandigheden in dit model berekend worden, indien de tijdschaal zodanig groot is, dat instationaire effecten in de stromings-toestand t.g.v. middeling verwaarloosd mogen worden (d.w.z. tijdschaal  $\gg$  instel-tijd van de stroming op de wind), maar voldoende klein om een variatie in de spronglaagdiepte te kunnen volgen. Het onderscheid van verschillende tijdschalen is essentieel, omdat effecten die op verschillende tijdschaal werkzaam zijn, afzonderlijk kunnen worden geanalyseerd.

Uit gegeven vergelijkingen (1) en (2) is gemakkelijk te zien dat de spronglaagdiepte toeneemt bij een verhoging in de windsnelheid en/of een afname in de netto warmte flux door het wateroppervlak.

Nagegaan kan worden met welke snelheid de spronglaagdiepte toeneemt bij genoemde weersveranderingen, die aanhouden gedurende een periode van orde dagen.

Om de presentatie niet onnodig ingewikkeld te maken, blijft het minder belangrijke effect van neerslag en verdamping in zoute bekkens op de spronglaagdiepte, in het hiernavolgende buiten beschouwing.

De spronglaagdiepte wordt dus weergegeven door de relatie

$$L = \frac{(w^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \frac{dL}{dt}} \quad (3)$$

of uitgedrukt in de indringingssnelheid

$$\frac{dL}{dt} = \frac{(w^*)^3}{\frac{\Delta\rho}{\rho_0} g L} - \frac{\alpha J}{\Delta\rho c} \quad (4)$$

Is voorafgaande aan de weersverandering een evenwichtstoestand aanwezig, dan kan de beginsituatie als volgt beschreven worden:

$$\frac{dl}{dt} \text{ (—) initiëel} = 0 \text{ en}$$

$$(L) \text{ init.} = \left[ \frac{(w^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0 c}} \text{ of } \frac{(w_0^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0 c}} \right] = L_0$$

Voorts wordt verondersteld dat t.g.v. de geringe menging in de stagnatiezone een dichtheidsgradiënt aanwezig is in het gebied  $L < z < L + \epsilon$ , nabij het scheidingsoppervlak gekarakteriseerd door de parameter

$$N_0 = \left[ \frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right]^{1/2}$$

genaamd Brunt of Väisälä frequentie.

Wanneer de temperatuur en daarmee de dichtheid van de circulatiezone tijdens het proces van de indringing niet zou veranderen, zou de dichtheidssprong  $\Delta\rho$  over het scheidingsoppervlak bij indringing in de stagnatiezone gelijk zijn aan

$$\Delta\rho = \rho_0 \frac{N_0^2}{g} \Delta L$$

waarin  $\Delta L$  de indringingsdiepte gerekend vanaf de beginsituatie op tijdstip  $t = t_0$  is.

Bij deze veronderstellingen wordt

$$\frac{N_0^2}{g} \frac{d\Delta L}{dt} = \frac{(w^*)^3}{g L} - \frac{\alpha J}{\rho_0 c}$$

Voor niet al te grote of langdurige weersveranderingen wordt de toename in spronglaagdiepte  $\Delta L$  bij benadering

$$\Delta L = \frac{1}{N_0} \left[ 2 \left\{ \frac{(w^*)^3 - (w_0^*)^3}{L_0} dt - 2 \left\{ \frac{g \alpha}{t_0 \rho_0 c} (J - J_0) dt \right\} \right\} \right]^{1/2}$$

Uit deze relatie volgen een aantal belangwekkende conclusies:

a. De toename in de spronglaagdiepte t.g.v. een stapsgewijze toename van de windsnelheid en/of een stapsgewijze afname van de netto warmte flux door het wateroppervlak (t.o.v. evenwichtswaarden) verloopt met de wortel uit de tijd.

b. Kwantitatief heeft een toename  $(w^*)^3$  met een factor 2 t.o.v. de evenwichtswaarde dezelfde betekenis op de indringing als het wegvallen van de opwarming, wanneer beide weersveranderingen even lang duren.

Vanwege de gemaakte veronderstellingen

kan aan dit resultaat slechts een indicatieve betekenis worden toegekend.

De samenhang tussen de variatie in spronglaagdiepte en in weersomstandigheden wordt beschreven door vergelijking (4) in geval van toenemende spronglaagdiepte. Wordt een zo groot mogelijke toename in de spronglaagdiepte nagestreefd, dan kan op basis van deze vergelijking geconcludeerd worden, dat dit het geval is, wanneer een hoge windsnelheid gepaard gaat met een geringe (of negatieve) netto warmte flux door het wateroppervlak. Dit samengaan behoeft voor de Nederlandse situatie niet altijd tot de meest dominante windrichting te leiden.

Op basis van KNMI-gegevens kan worden vastgesteld, dat perioden met sterke wind in het algemeen van kortere duur zijn, dan perioden met lagere nettowarmte flux t.o.v. een gemiddelde situatie. In samenhang met de geconstateerde gevoeligheid van deze weersveranderingen op de spronglaagdiepte

kan worden geconcludeerd dat onder Nederlandse omstandigheden de spronglaagdiepte sneller toeneemt bij gebruikelijke toename in windkracht dan bij gebruikelijke afname in netto warmte flux. Tengevolge van de laatstgenoemde weersverandering blijft de spronglaagdiepte echter het langdurigst toenemen.

Tot nu toe werd slechts gesproken over toename van de spronglaagdiepte. Bij afname van de windsnelheid en/of toename

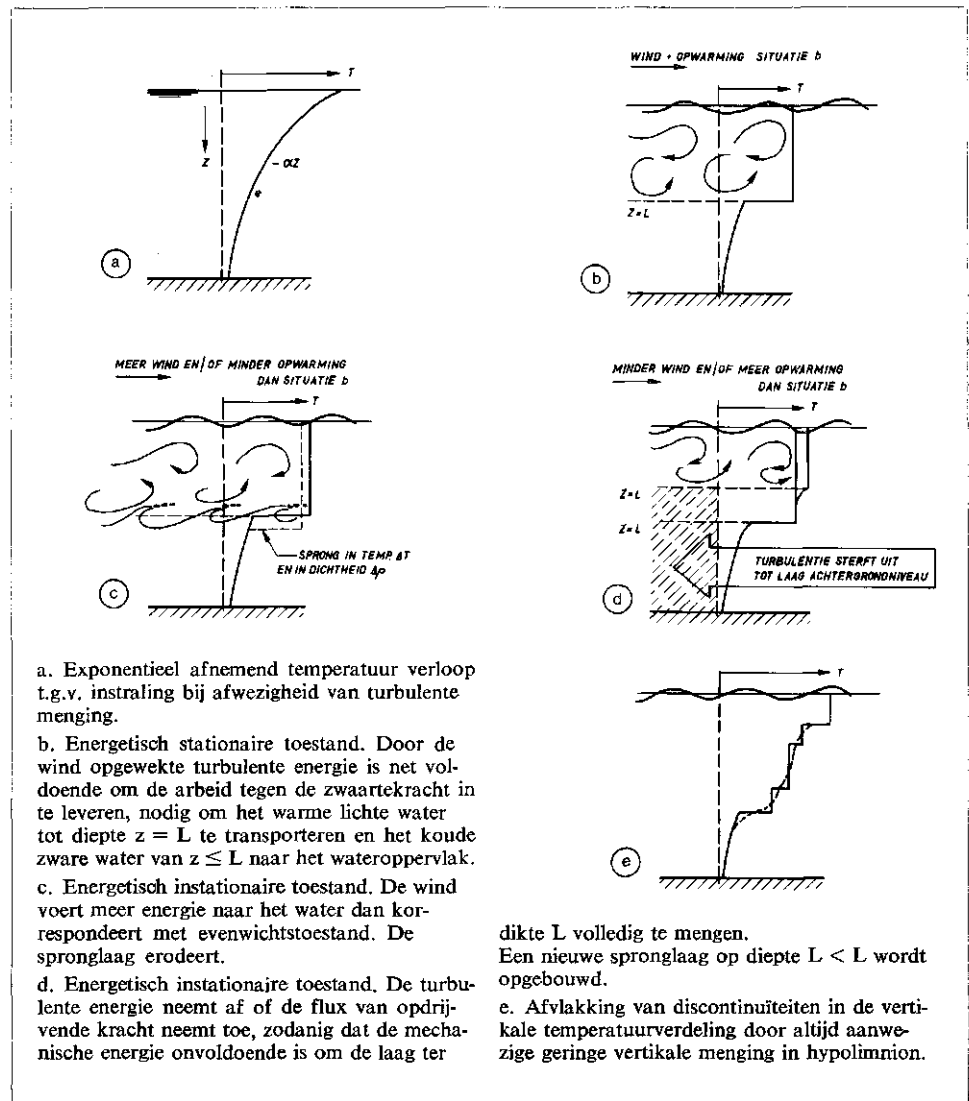
$$\text{van de warmte flux zodanig dat } \frac{dL}{dt} < 0$$

wordt verondersteld, dat de evenwichtstoestand van  $L$  zich instelt binnen de tijdschaal, waarin gekeken wordt (dag(en)).

Dus

$$L = \frac{(w^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0 c}}$$

Afb. 2 - Illustratie van fysische processen optredend bij thermische stratificatie tijdens variabele weersomstandigheden (ééndimensionale beschouwing).



Is voorafgaande aan de weersverandering een evenwichtstoestand aanwezig, dan kan de beginsituatie als volgt beschreven worden:

$$\frac{dL}{dt} \text{ (—) initiëel} = 0 \text{ en}$$

$$(L) \text{ init.} = \left[ \frac{(w^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0 c}} \text{ of } \frac{(w_0^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0 c}} \right] = L_0$$

Voorts wordt verondersteld dat t.g.v. de geringe menging in de stagnatiezone een dichtheidsgradiënt aanwezig is in het gebied  $L < z < L + \epsilon$ , nabij het scheidingsoppervlak gekarakteriseerd door de parameter

$$N_0 = \left[ \frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right]^{1/2}$$

genaamd Brunt of Väisälä frequentie.

Wanneer de temperatuur en daarmee de dichtheid van de circulatiezone tijdens het proces van de indringing niet zou veranderen, zou de dichtheidssprong  $\Delta\rho$  over het scheidingsoppervlak bij indringing in de stagnatiezone gelijk zijn aan

$$\Delta\rho = \rho_0 \frac{N_0^2}{g} \Delta L$$

waarin  $\Delta L$  de indringingsdiepte gerekend vanaf de beginsituatie op tijdstip  $t = t_0$  is.

Bij deze veronderstellingen wordt

$$\frac{N_0^2}{g} \frac{d\Delta L}{dt} = \frac{(w^*)^3}{g L} - \frac{\alpha J}{\rho_0 c}$$

Voor niet al te grote of langdurige weersveranderingen wordt de toename in spronglaagdiepte  $\Delta L$  bij benadering

$$\Delta L = \frac{1}{N_0} \left[ 2 \left\{ \frac{(w^*)^3 - (w_0^*)^3}{L_0} dt - 2 \left\{ \frac{g \alpha}{t_0 \rho_0 c} (J - J_0) dt \right\} \right\} \right]^{1/2}$$

Uit deze relatie volgen een aantal belangwekkende conclusies:

a. De toename in de spronglaagdiepte t.g.v. een stapsgewijze toename van de windsnelheid en/of een stapsgewijze afname van de netto warmte flux door het wateroppervlak (t.o.v. evenwichtswaarden) verloopt met de wortel uit de tijd.

b. Kwantitatief heeft een toename  $(w^*)^3$  met een factor 2 t.o.v. de evenwichtswaarde dezelfde betekenis op de indringing als het wegvallen van de opwarming, wanneer beide weersveranderingen even lang duren.

Vanwege de gemaakte veronderstellingen

kan aan dit resultaat slechts een indicatieve betekenis worden toegekend.

De samenhang tussen de variatie in spronglaagdiepte en in weersomstandigheden wordt beschreven door vergelijking (4) in geval van toenemende spronglaagdiepte. Wordt een zo groot mogelijke toename in de spronglaagdiepte nagestreefd, dan kan op basis van deze vergelijking geconcludeerd worden, dat dit het geval is, wanneer een hoge windsnelheid gepaard gaat met een geringe (of negatieve) netto warmte flux door het wateroppervlak. Dit samengaan behoeft voor de Nederlandse situatie niet altijd tot de meest dominante windrichting te leiden.

Op basis van KNMI-gegevens kan worden vastgesteld, dat perioden met sterke wind in het algemeen van kortere duur zijn, dan perioden met lagere nettowarmte flux t.o.v. een gemiddelde situatie. In samenhang met de geconstateerde gevoeligheid van deze weersveranderingen op de spronglaagdiepte

kan worden geconcludeerd dat onder Nederlandse omstandigheden de spronglaagdiepte sneller toeneemt bij gebruikelijke toename in windkracht dan bij gebruikelijke afname in netto warmte flux. Tengevolge van de laatstgenoemde weersverandering blijft de spronglaagdiepte echter het langdurigst toenemen.

Tot nu toe werd slechts gesproken over toename van de spronglaagdiepte. Bij afname van de windsnelheid en/of toename

$$\text{van de warmte flux zodanig dat } \frac{dL}{dt} < 0$$

wordt verondersteld, dat de evenwichtstoestand van  $L$  zich instelt binnen de tijdschaal, waarin gekeken wordt (dag(en)). Dus

$$L = \frac{(w^*)^3}{g \frac{\alpha}{\rho_0 c}}$$

Afb. 2 - Illustratie van fysische processen optredend bij thermische stratificatie tijdens variabele weersomstandigheden (ééndimensionale beschouwing).

