

Een probleem bij de stroming van zoet en zout grondwater: de correcties op de stijghoogten

Deel 1: Correcties voor verticale stroming

Inleiding

Het is een bekend feit dat het voorkomen van grondwater met verschillende zoutgehalten in een of meer watervoerende lagen bijzondere aandacht vereist bij de berekening van grondwaterstromingen. Als niet de juiste manier van verwerken van de in putten en peilbuizen gemeten waterstanden wordt toegepast, komt men gemakkelijk tot onjuiste conclusies ten aanzien van de stromingsrichting en de debieten. In de meeste recente publicaties over deze materie wordt gebruik gemaakt van vrij



IR. G. SANTING
IWACO BV

gecompliceerde berekeningen, die het de niet-wiskundig geschoolde lezer niet gemakkelijk maken om van de gegeven theorieën een praktisch gebruik te maken. Dit vormde voor schrijver dezes aanleiding om bekendheid te geven aan een eenvoudige bewerkingsmethode van stijghoogte-waarnemingscijfers die door IWACO is toegepast bij een bepaalde geohydrologische studie, maar waarover in de vakliteratuur weinig te vinden is.

De hierboven bedoelde geohydrologische studie wordt uitgevoerd in opdracht van de Directie Waterhuishouding en Waterbeweging van de Rijkswaterstaat. Doel is, met behulp van rekenmodellen de grondwaterstands dalingen te voorspellen die bij eventuele drooglegging van de Markerwaard op zullen treden, en maatregelen te bestuderen ter compensering van eventueel optredende te grote grondwaterstands dalingen.

Het probleem van de dichtheidsverschillen

In het IJsselmeergebied zijn in hoofdzaak drie watervoerende pakketten van belang, waarin uiteenlopende zoutgehalten voorkomen. De gemeten stijghoogten van het grondwater in deze pakketten dienen nu op zodanige manier omgerekend te worden tot nieuwe gegevens, dat die voor elk pakket afzonderlijk in kaart gebracht kunnen worden en, als input voor het rekenmodel, tot de juiste stromingen en debieten leiden. Het is niet correct om de gemeten zoutwaterstijghoogte eenvoudig om te rekenen tot zoetwaterstijghoogte en die te beschouwen als een potentiaal die de stroming van

Samenvatting

Beschrijving van een eenvoudige methode voor de verwerking van dichtheidscijfers bij de omrekening van stijghoogten en verhangen in watervoerende pakketten met zoet en zout water, ten behoeve van de berekening van grondwaterstromingen over uitgestrekte gebieden met behulp van rekenmodellen.

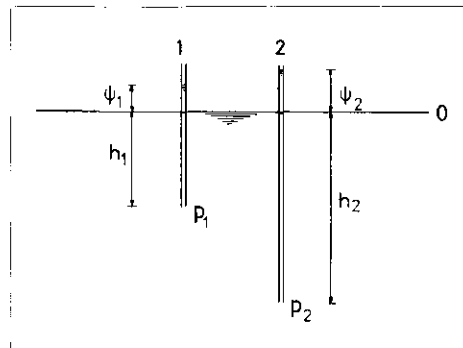
Met deze methode verkrijgt men zowel voor de verticale stroming door slecht doorlatende lagen als voor de horizontale stroming in de pakketten de juiste debieten. Het artikel is gesplitst in twee delen:

- I: Correcties voor verticale stroming, en
- II: Correcties voor horizontale stroming.

het zoute water geeft. (Mazure, 1936, Van Dam, 1977, Bruggeman, 1979 e.a. wezen daar reeds op). Dit is eenvoudig in te zien voor een watervoerend pakket met stilstaand, freatisch zout water met dichtheid ρ_s (afb. 1). De waterstand in de peilbuizen, gevuld met zout water, valt uiteraard samen met het freatisch vlak en er is geen verhang in die stijghoogten. De zoetwaterstijghoogte Ψ , die men ten onrechte vaak zoetwaterpotentiaal noemt, ontstaat door vervanging van het zoute water in de peilbuizen door zoet water (met dichtheid ρ_t); de druk ρ onderin de peilfilters blijft daarbij uiteraard dezelfde.

$$\rho_1 = (h_1 + \Psi_1)\rho_t = h_1\rho_s \rightarrow \Psi_1 = h_1(\rho_s - \rho_t) / \rho_t$$

$$\rho_2 = (h_2 + \Psi_2)\rho_t = h_2\rho_s \rightarrow \Psi_2 = h_2(\rho_s - \rho_t) / \rho_t$$



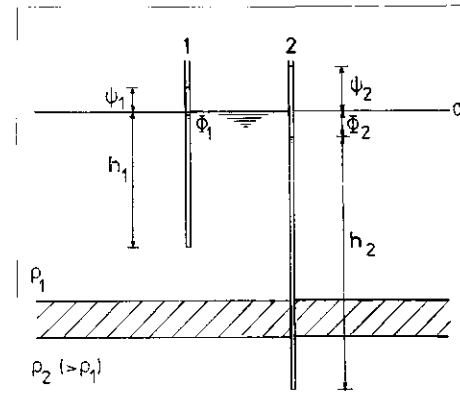
Afb. 1 - Stilstaand freatisch zout grondwater.

Aangezien $h_2 > h_1$, is $\Psi_2 > \Psi_1$, zodat bij de veronderstelling dat Ψ tevens potentiaal voor de stroming van het zoute water zou zijn, hieruit ten onrechte een opwaartse stroming geconcludeerd zou kunnen worden.

Een tweede illustratie van de moeilijkheid wordt gegeven in afb. 2, een watervoerend

pakket met freatisch water, gescheiden van een dieper pakket door een slecht doorlatende laag. In de twee pakketten bevindt zich water van verschillende dichtheid ($\rho_2 > \rho_1$).

De drukverdeling in elk der pakketten wordt verondersteld hydrostatisch te zijn.



Afb. 2 - Twee pakketten met water van verschillende dichtheid.

Peilbuis 1 is gevuld met water uit het bovenste pakket, peilbuis 2 met water uit het onderste. De in de peilbuizen gemeten zoutwaterstijghoogten zijn dan $\Phi_1 = 0$ en $\Phi_2 < 0$.

Abusievelijk zou men hier een neerwaarts verhang uit kunnen concluderen.

Als de peilbuizen met zoet water gevuld zouden worden, vindt men de zoetwaterstijghoogten Ψ_1 en Ψ_2 , gegeven door

$$\Psi_1 = h_1 \frac{\rho_1 - \rho_t}{\rho_t}$$

$$\Psi_2 = h_2 \frac{\rho_2 - \rho_t}{\rho_t} - \Phi_2.$$

Afhankelijk van de omstandigheden, voor bij lange stijgbuizen en grote dichtheid ρ_2 , kan Ψ_2 belangrijk groter zijn dan Ψ_1 en men zou daaruit tot een opwaartse stroming concluderen.

Kennelijk geven noch de gemeten zoutwaterstijghoogten, noch de daaruit berekende zoetwaterstijghoogten bruikbare potentialen waarmee de verticale stroming kan worden bepaald. Het is zelfs zo dat bij grondwater met van plaats tot plaats verschillende dichtheden het begrip potentiaal niet meer geldt, maar dat met drukke moet worden gerekend. (Het bewijs van deze stelling valt buiten het kader van dit artikel). Daardoor kan ook de Wet van Darcy in zijn traditionele vorm niet meer gebruikt worden.

In de volgende bladzijden zal dan ook nu meer van potentiaal worden gesproken; wel echter nog van stijghoogten, omdat d nu eenmaal de uitgangsggegevens vormen

en omdat daaruit rechtstreeks de drukken in de filters van de peilbuizen kunnen worden afgeleid (indien het soortelijk gewicht van het water in de peilbuizen en de diepten van de filters bekend zijn).

De omrekening van de gemeten stijghoogten

bij de hieronder volgende toelichting op de door IWACO toegepaste omrekeningsmethode zijn de volgende vereenvoudigende uitgangspunten aangehouden.

- In horizontale watervoerende pakketten is de grondwaterstroming praktisch horizontaal en mag de verticale stromingscomponent worden verwaarloosd.

- De stroming door horizontale, minder doorlatende scheidingslagen wordt veronsterfeld vertikaal te zijn.

- De toe te lichten bewerking van de stijghoogtecijfers dient alleen om een bestaande stromingstoestand (een momentopname) te beschrijven. Het is niet de bedoeling de verplaatsing of vervorming in grensvlakken tussen zoet, brak en zout water te bepalen.

De nu volgende toelichting dienen de stroming in verticale richting en stroming in horizontale richting afzonderlijk te worden behandeld.

vertikale stroming

Om te bepalen van verticale stroming heeft men een praktisch betekenis bij stroming door doorlatende minder doorlatende lagen. De toelichting op de vereiste omrekening van de stijghoogten zal daarom betrekking hebben op een voorbeeld (afb. 3) van een scheidende laag met aan weerszijden water van verschillende dichtheid $\rho_2 > \rho_1$.

De grensvlak tussen de twee dichtheden ligt ergens in de scheidingslaag (bijvoorbeeld middenin). Omdat immers het water

dat langzaam door een scheidingslaag stijgt of daalt, in de regel 'snel' wordt afgevoerd door het water in het aangrenzende watervoerende pakket, valt het grensvlak vaak (maar niet altijd) samen met tussenliggende scheidende lagen.

De zoutwaterstijghoogten Φ_1 en Φ_2 in de peilbuizen 1 en 2 zijn, zoals eerder toegelicht, niet rechtstreeks met elkaar te vergelijken. Peilbuis 2 is immers geheel gevuld met water met dichtheid ρ_2 , terwijl in de bodem boven het dichtheidsgrensvlak water met dichtheid ρ_1 aanwezig is. De peilbuizen kunnen nu met elkaar vergelijkbaar worden gemaakt door in buis 2 dezelfde dichtheidsverdeling tot stand te brengen als in het omgevende water aanwezig is. Dat wil zeggen dat in peilbuis 2 de kolom water h' met dichtheid ρ_2 wordt vervangen door een kolom h'' met dichtheid ρ_1 , waarbij

$$h'' = h' \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

De druk onderin het filter van buis 2 is dan onveranderd. (De nieuwe stijghoogte in de peilbuis wordt in Amerikaanse literatuur wel environmental water head genoemd).

Vervolgens kan het stijghoogteverschil $\Delta\Phi$ worden afgelezen. Dit is het gezochte stijghoogteverschil waarmee de verticale stroming door de kleilaag kan worden berekend:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{c}$$

waarin c de hydraulische weerstand van de kleilaag voorstelt.

De bewerking van de in de peilbuizen gemeten waterstanden is dus vrij eenvoudig, maar dient wel te worden uitgevoerd aan de hand van een goede boorbeschrijving van de peilput.

Het stijghoogteverschil $\Delta\Phi$ is een hoogteverschil van brak of zout water (met dichtheid ρ_1). Het is niet nodig dit nog eens om te rekenen in een zoetwaterstijghoogteverschil.

Opgemerkt moet worden dat in de meeste gevallen geen scherp scheidingsvlak tussen twee soorten grondwater van verschillende dichtheid voorkomt. In het algemeen zal echter geen fout van betekenis ontstaan indien men toch een scherp scheidingsvlak aanneemt; meestal bedraagt het verschil in hoogteligging tussen twee opeenvolgende filters aan weerskanten van een kleilaag slechts enkele tientallen meters en het verwaarlozen van een geleidelijke verandering van het zoutgehalte (bijvoorbeeld met 1000 of 2000 mg/l) over die hoogte introduceert slechts een fout in de orde van enkele cm.

De hierboven beschreven bewerkingsmethode van zoutwaterstijghoogten is geenszins nieuw, maar o.a. reeds beschreven door Mazure, zij het in iets andere vorm en wel rekening houdende met geleidelijk veranderende dichtheden.

Verwerking van het berekende stijghoogteverschil in de isohypsenkaarten

In de isohypsenkaarten van de drie watervoerende pakketten moet het volgens de bovengeschreven methode berekende stijghoogteverschil $\Delta\Phi$ tot uiting komen. De kaarten worden nu samengesteld door uit te gaan van de (zoetwater)-stijghoogte Φ_1 in het 1e watervoerende pakket, en hierbij op te tellen het berekende stijghoogteverschil $\Delta\Phi_{12}$ over de onderliggende scheidingslaag (zie afb. 4):

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Delta\Phi_{12} = \Phi_1 + (\Phi_2 + h_{12}) \frac{\rho_2}{\rho_1} - (\Phi_1 + h_{12})$$

De index c geeft de gecorrigeerde waarde weer.

De stijghoogte Φ_c^3 in het derde watervoerende pakket volgt dan analoog uit die in het tweede:

$$\begin{aligned} \Phi_3 &= \Phi_2 + \Delta\Phi_{23} = \Phi_2 + (\Phi_3 + h_{23}) \frac{\rho_3}{\rho_2} - (\Phi_2 + h_{23}) \\ &= \Phi_3 + (\Phi_2 + h_{12}) \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} + (\Phi_3 + h_{23}) \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_2} \end{aligned}$$

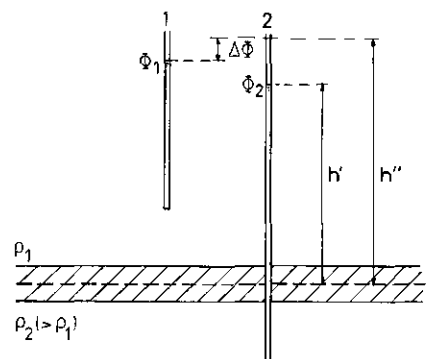
Hierin is h_{ij} het midden van de scheidingslaag tussen de opeenvolgende pakketten i en j , ten opzichte van een referentieniveau als bijvoorbeeld NAP.

Uit de op deze wijze samengestelde isohypsenkaarten zijn de stijghoogteverschillen

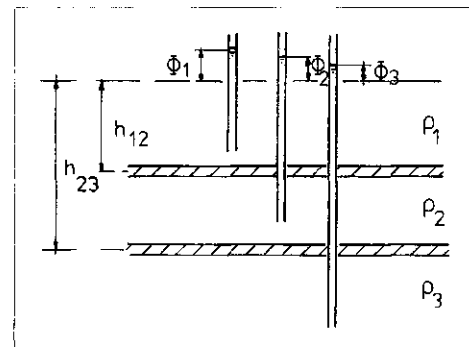
$$\Delta\Phi_{12} = \Phi_2 - \Phi_1 \text{ en } \Delta\Phi_{23} = \Phi_3 - \Phi_2$$

af te leiden, waarmee men, in combinatie met de hydraulische weerstanden c van de

afb. 3 - Scheidende laag; berekening van het rechte stijghoogteverschil.



afb. 4 - Drie watervoerende pakketten.



scheidingslagen, in het rekenmodel de juiste stromingsdebieten in verticale richting verkrijgt.

Hierboven was sprake van isohypsenkaarten. Hoewel dit ook in ons geval kaarten zijn met lijnen van gelijke stijghoogten (die op een bepaalde wijze gecorrigeerd zijn), zijn het bepaald niet isohypsenkaarten van potentialen zoals men die gewoonlijk opvat. Om begripsverwarring te voorkomen, is het beter te spreken van reken-isohypsen.

Het is duidelijk dat in den regel de correcties op de stijghoogten van plaats tot plaats in het gebied van onderzoek zullen verschillen. Nu leidt de invoering van stijghoogtecorrecties van ongelijke grootte in een watervoerend pakket tot een vervorming van de verhangen die de horizontale stroming in dat pakket bepalen. Dit betekent dat dan onjuiste debieten van de horizontale stroming zouden worden berekend.

In het tweede deel van deze publicatie zullen deze en andere problemen voor de horizontale stroming als gevolg van dichtheidsverschillen in het grondwater worden behandeld. De daarvoor ontwikkelde correctiemethoden zijn, in tegenstelling tot de hierboven behandelde, nieuw.

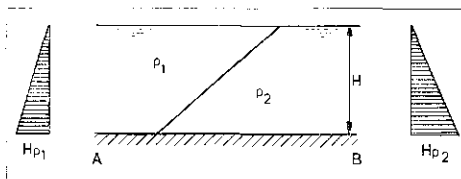
Deel 2: Correcties voor horizontale stroming

In Deel 1 van deze publicatie werd in het kort het probleem van de dichtheidsverschillen in grondwater bij de berekening van grondwaterstromingen uiteengezet en werd een methode aangegeven waarmee gemeten grondwaterstijghoogten kunnen worden gecorrigeerd teneinde verticale stromingen correct te kunnen berekenen. In dit tweede deel van de publicatie wordt ingegaan op de correcties die ingevoerd moeten worden om de horizontale stromingen in pakketten met water van verschillende dichtheden juist weergegeven te krijgen.

De invloed van dichtheidsverschillen op horizontale stroming

Verandert de dichtheid van het grondwater in horizontale richting, dan resulteert daaruit een stromingspatroon dat rotaties bevat. Dit kan duidelijk gemaakt worden aan de hand van afb. 5. Daarin is een watervoerend pakket met freatisch water weergegeven, waarin zich een grensvlak tussen twee soorten water van verschillende dichtheid bevindt ($\rho_1 < \rho_2$).

Indien nu op enige afstand van het grensvlak, zowel links bij A als rechts bij B, als randvoorwaarde een constante waterstand



Afb. 5 - Veranderende dichtheid in horizontale richting.

H wordt gehandhaafd, bedraagt de waterdruk in A $H\rho_1$ en in B $H\rho_2$. (Op voldoende grote afstand van het grensvlak mag men in het watervoerend pakket een hydrostatische drukverdeling aannemen). Daar $H\rho_2 > H\rho_1$, is er geen evenwicht en zal er een stroming van rechts naar links optreden. Daar het drukverschil tussen links en rechts met de diepte toeneemt, neemt ook de stroomsnelheid met de diepte toe. Dit resulteert in een kanteling van het grensvlak, gepaard gaande met rotaties. Deze toelichting is verre van exact en volledig, maar dient slechts om het begrijpelijk te maken dat er rotatiestromingen ontstaan bij dichtheidsverschillen in horizontale richting. Voor een vollediger toelichting op de theorie van deze problemen zij verwezen naar De Josselin de Jong, 1977. Een klein gedeelte van deze theorie is echter nodig om de ontstane stromingen te kunnen kwantificeren.

Indien zich in een watervoerende laag een hellend, dus niet-horizontaal, grensvlak bevindt (zie afb. 6), en indien er behalve de dichtheidsverschillen en de zwaartekracht, geen andere uitwendige krachten op het water inwerken, zal er een kanteling van het grensvlak optreden en zal op het grensvlak een schuifstroom aanwezig zijn. Voor het berekenen van deze schuifstroom is door De Josselin de Jong een formule ontwikkeld:

$$\Delta q = k \frac{\Delta \rho}{\rho} \sin \alpha,$$

waarin:

q = specifiek debiet;

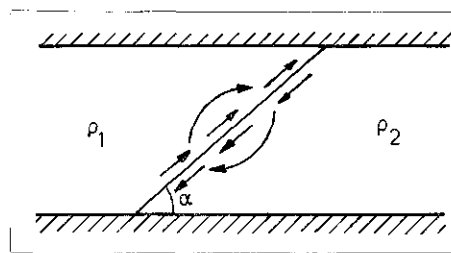
Δq = het verschil in specifiek debiet aan weerszijden van het grensvlak, en evenwijdig daaraan;

$\Delta \rho$ = dichtheidsverschil tussen de twee soorten water ter weerszijden van het grensvlak;

α = hellingshoek van het grensvlak.

Nu zal de hoek α bij de in de natuur voorkomende situaties in het algemeen klein zijn. Een helling van 1 : 20 zal reeds als steil moeten worden beschouwd. Alleen aan de tong van een in zee uitstromende zoetwaterlens en bij onderputten opgetrokken zoutwaterkegels zou men steilere hellingen kunnen verwachten.

Bij een kleine waarde van α , zeg $< 1/20$, mag de verticale stromingscomponent van de schuifstroom worden verwaarloosd. In het grondwater heerst dan praktisch de Dupuit-Forchheimer conditie. Dit betekent dat men Δq mag opvatten als het verschil in specifiek debiet tussen de twee watersoorten in horizontale richting. Boven het grensvlak zal het grondwater naar rechts stromen en onder het grensvlak naar links, met Δq als verschil in specifiek debiet.



Afb. 6 - Hellend grensvlak.

Het gegeven voorbeeld maakt het duidelijk welke moeilijkheden de door dichtheidsverschillen veroorzaakte stromingen kunnen opleveren. In de eerste plaats ontstaan problemen bij het tekenen van isohypsenkaarten. Daarin immers kunnen ongelijkmatig in een pakket verdeelde of soms zelfs tegengesteld gerichte horizontale stromingen niet worden weergegeven. Het zelfde geldt voor rekenmodellen voor regionale stromingen in stelsels van watervoerende pakketten.

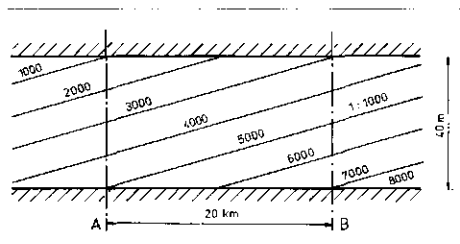
Hoe kunnen deze en andere met dichtheidsverschillen en horizontale stroming samenhangende problemen nu worden opgelost? Bij de hier volgende beantwoording van deze vraag zal onderscheid worden gemaakt tussen horizontale of slechts flauw hellende grensvlakken tussen de watersoorten met verschillende dichtheden (α in de orde van 1 : 1000 en kleiner) en steil hellende grensvlakken (α bijvoorbeeld 1 : 100).

Volledigheidshalve dient eerst nog een algemene opmerking te worden gemaakt. Bij de berekening van de stroming van zout water met dichtheid ρ_s door een watervoerend pakket dient theoretisch de kD -waarde van dat pakket te worden gereduceerd door vermenigvuldiging met de factor ρ_t/ρ_s . In de praktijk kan een dergelijke reductie (ten hoogste met enkele procenten) achterwege blijven, omdat de kD -waarden zelf slechts zo benaderend bekend zijn dat enkele procenten geen betekenis hebben.

Flauw hellende grensvlakken

Bij flauw hellende grensvlakken is de invloed van de dichtheidsverschillen op de drukgradiënten die de horizontale stroming teweeg brengen, zo gering dat die invloed

kan worden verwaarloosd. Als voorbeeld liene het in afb. 7 weergegeven hypothetische geval.



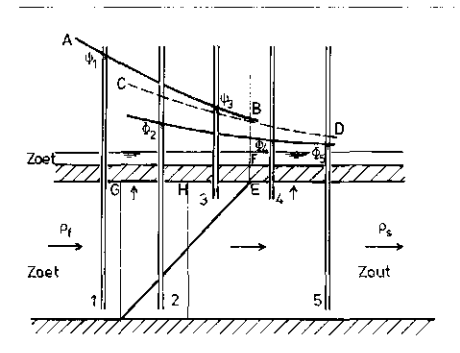
afb. 7 - Flauw hellende dichtheidsgrensvlakken.

In een watervoerend pakket van 40 m dikte bevindt zich grondwater met een zoutgehalte dat met de diepte toeneemt van 1000 mg/l tot 8000 mg/l, bij grensvlakken onder een helling α van 1 : 1000. Er heerst dan in een vertikaal een praktisch hydrostatische drukverdeling. Toudt men voor de dichtheid van zoet water 1000 kg/m³ aan, voor die van water met 8000 mg Cl⁻ per liter 1001,5 kg/m³, enz., dan heerst er aan de basis van het watervoerend pakket tussen de punten A en B als gevolg van de dichtheidsverschillen een drukverschil van 0,12 m (zoetwaterkolom). Dat wil zeggen een drukverval van 0,12 m over 20 km, ofwel 1 : 166.000. Ook uit de formule van De Josselin de Fontaine volgt terstond dat, voor $\alpha = 1 : 1000$, de waarde van Δq verwaarloosbaar klein wordt. Het is duidelijk dat het in zo'n situatie geen zin heeft om omslachtige stijghoogtebepalingen te gaan uitvoeren.

Verhaal hellende dichtheidsgrensvlakken

Het wordt anders wanneer de grensvlakken rechte hellingen hebben, zoals o.a. het geval onder enkele diepe droogmakerijen. De in deze gevallen te volgen werkwijze wordt toegelicht aan de hand van afb. 8, waarin stromend en opkwellend zoet en zout grondwater onder een kleilaag zijn weergegeven. Boven de kleilaag is zoet water aanwezig. Verder is aangenomen dat

afb. 8 - Steil grensvlak.



het zoute water is doorgedrongen tot aan de bovenkant van de kleilaag, rechts van de lijn EF. Tenslotte geldt ook dat in de watervoerende lagen een hydrostatische drukverdeling mag worden aangenomen; de verticale stromingscomponent kan worden verwaarloosd.

ρ_f en ρ_s zijn de dichtheden van het zoete respectievelijk zoute water.

De stijghoogten Ψ van het zoete water onder de kleilaag kunnen rechtstreeks uit de peilingen in de waarnemingsfilters 1 en 3 worden afgeleid (verhanglijn AB) en, in combinatie met de bovenwaterstand, worden gebruikt voor het bepalen van het stijghoogteverschil over de kleilaag.

De zoutwaterstijghoogten ϕ en het verhang in het brakke water met dichtheid ρ_s volgen uit de peilingen in de filters 2, 4 en 5; de verhanglijn $\phi_2 \dots \phi_4 \dots \phi_5$, die geen rechte behoeft te zijn, is in de afb. aangegeven.

De zoutwaterstijghoogten ϕ_2 , ϕ_4 en ϕ_5 dienen, voordat zij kunnen worden gebruikt voor de bepaling van het effectieve stijghoogteverschil over de kleilaag, te worden omgerekend volgens de in deel 1 van dit artikel beschreven methode. De dan verkregen verhanglijn is de lijn CD in de afb. Op te merken valt dat bij peilbuis 2 het bij de omrekening te gebruiken grensvlak niet de bovenkant van de kleilaag is, zoals bij de buizen 4 en 5, maar veel dieper ligt. In het punt E, waar het zoete en het zoute water elkaar raken, moet de druk in beide soorten water gelijk zijn; ook de gecorrigeerde stijghoogten zijn daar dus aan elkaar gelijk, zodat de verhanglijnen AB en CD elkaar snijden in het punt B op deze vertikaal. (Men kan er over twisten of de lijn CB niet zou moeten samenvallen met AB, maar dat is in het kader van dit verhaal niet van belang).

Langs de bovenbeschreven weg kunnen dus, zoals reeds gezegd, de correcte effectieve stijghoogteverschillen over de kleilaag worden bepaald en, in combinatie met de c-waarde, de juiste verticale stroming door die laag.

Minder correct wordt echter de horizontale stroming in het watervoerend pakket weergegeven. De stroming van het zoete water in het zoete deel van het pakket wordt beheerst door het verhang volgens de lijn AB (zie afb. 8). Het daaronder gelegen zoute water stroomt onder een verhang volgens de lijn $\phi_2 \dots \phi_4 \dots \phi_5$. In de isohypsenkaart, geconstrueerd met behulp van de gecorrigeerde stijghoogte, komt deze laagsgewijze stroming niet tot uiting; deze kaart geeft een zoetwaterstroming onder verhang AB over de volle dikte van het pakket tot aan de verticaal

EF, daarna een stroming van zout water onder verhang BD, eveneens over de volle dikte van het pakket.

Dit resulteert in een te groot debiet van de waterbeweging door het pakket over het traject GE, doordat daar het verhang van het snelst stromende water wordt aangehouden. (Als in een pakket verschillende soorten water in stroming zijn, stroomt normaliter het lichtste water het snelst en het zwaarste water het langzaamst; het verschil in specifiek debiet is weder de al eerder genoemde schuifstroom).

Wij kunnen de moeilijkheid als volgt oplossen. Bij een hellend grensvlak tussen twee soorten water mag, indien α niet te groot is, in elk der beide watersoorten een hydrostatische drukverdeling worden aangenomen. Dat betekent dat de Wet van Darcy in zijn traditionele vorm kan worden toegepast. Voor de stroming boven het grensvlak geldt dan

$$q = ki,$$

waarin i het stijghoogteverhang in dat water voorstelt. Het specifiek debiet van het zwaardere water onder het grensvlak verschilt Δq van dat boven het grensvlak, zodat men daarvoor kan schrijven

$$q - \Delta q.$$

Vult men voor Δq de reeds eerder genoemde relatie in, dan krijgt men

$$q - \Delta q = ki - k \frac{\Delta \rho}{\rho} \sin \alpha = ki \left(1 - \frac{\Delta \rho \sin \alpha}{\rho i} \right) = kiR.$$

De factor R kan men de snelheidsreductiefactor noemen. Hij is voor elk punt te berekenen, indien men $\Delta \rho$, α en i kent.

De toe te passen reductie op het totale stroomdebiet door een verticaal (bijvoorbeeld de verticaal door H in afb. 8) is uiteraard afhankelijk van de verdeling van de beide soorten water over de verticaal. In de verticaal door H ligt het grensvlak juist op halve hoogte en moet de factor R dus slechts over de halve hoogte worden toegepast:

$$Q = kDi \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho \sin \alpha}{\rho i} \right)$$

In de verticaal door A is $R = 1$, dat wil zeggen

$$R = 1 - 0 \frac{\Delta \rho \sin \alpha}{\rho i}$$

De formule geldt alleen voor die gevallen waarin de verticale snelheidscomponent van

het water verwaarloosbaar klein is. Zij gaat dus niet op voor zeer steile grensvlakken zoals bijvoorbeeld ontstaan bij het optrekken van zoutwaterkegels onder pompputten.

Ten behoeve van computerberekeningen dienen dus voor elk watervoerend pakket kaarten te worden gemaakt waarop de in te voeren reductiefactor staat aangegeven. De vraag dient echter tevoren te worden gesteld of de in te voeren correctie van zodanig belang is dat het samenstellen van een kaart de moeite loont. Daarom volgt hier een berekening van de reductiecoëfficiënt voor de westrand van de Schermer.

Uit gegevens van de DGV-TNO (bijlage 17 bij Grondwaterkaart Alkmaar) blijkt dat onder de Schermer brak water opstijgt met dichtheidsgrensvlakken onder een helling α van ongeveer 1 : 50, en met dichtheidsverschillen in de orde van 10 kg/m³. Het verhang van de grondwaterstroming naar de Schermer bedraagt langs de westzijde ca. 1 : 2000.

Bij deze waarden wordt de reductiefactor:

$$1 - \frac{\Delta\rho \sin \alpha}{\rho \cdot i} = 1 - \frac{0,01 \cdot 1/50}{1 \cdot 1/2000} = 1 - 0,4 = 0,6.$$

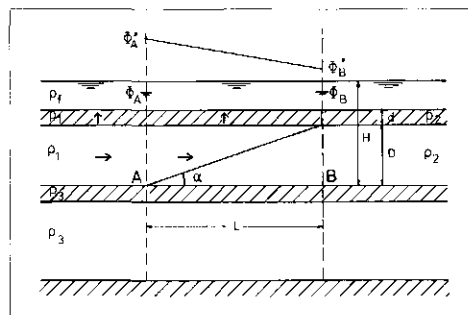
In dit gebied is het dus zeker zinvol om met de reductiecoëfficiënten rekening te houden.

De aandacht wordt er op gevestigd, dat bij de berekening van de invloed van plotseling geïntroduceerde veranderingen van randvoorwaarden, zoals bijvoorbeeld de drooglegging van de Markerwaard, geen reductiefactor moet worden gebruikt, omdat zo'n plotseling optredende invloed gesuperponeerd wordt op de bestaande toestand. De bestaande toestand behoeft in de berekening niet te worden meegenomen.

Het probleem van een tweede (of derde) pakket

Als beneden het watervoerend pakket waarin zich het steile grensvlak bevindt, nog een pakket aanwezig is (afb. 9), ontstaat

Afb. 9 - Aanwezigheid van een dieper pakket.



een complicatie die om een aanvullende oplossing vraagt.

In afb. 9 zijn drie watervoerende pakketten aangegeven; het bovenste met zoet water, het middelste met twee soorten water waartussen een steil grensvlak, en nog een derde pakket met zout water.

Om overbodige complicaties bij de hierna volgende beschouwingen te vermijden, worden de volgende vereenvoudigende uitgangspunten aangehouden:

het zoete water is in rust, het brakke water ρ_1 stroomt, het brakke water ρ_2 is in rust en heeft een zoutwaterstijghoogte $\Phi_A = \Phi_B$, en het diepere water wordt niet verder beschouwd.

De dichtheidsgrensvlakken tussen de verschillende pakketten vallen samen met de bovenkanten van de kleilagen. De peilbuis die de zoutwaterstijghoogte Φ_A aangeeft, staat nog juist in het water ρ_2 en is dus gevuld met dat water.

De omrekening van de stijghoogten Φ_A en Φ_B op de bekende wijze tot gecorrigeerde waarden levert:

$$\Phi'_A = (H + \Phi_A) \rho_2 / \rho_1 - (D + d) \rho_2 / \rho_1 - (H - D - d),$$

$$\Phi'_B = (H + \Phi_B) \rho_2 / \rho_1 - (D + d) \rho_1 / \rho_1 - (H - D - d).$$

Daar $\Phi'_A \neq \Phi'_B$, wordt er tussen A en B in het middelste pakket in het ρ_2 -water een verhang geïntroduceerd, dat in werkelijkheid niet aanwezig is. Dit verhang is:

$$\frac{\Phi'_A - \Phi'_B}{L} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \frac{\text{tg}\alpha}{D} =$$

$$\frac{D + d}{D} \frac{\Delta\rho}{\rho} \text{tg}\alpha$$

Indien d gering is ten opzichte van D,

$$\text{wordt het verhang} \frac{\Delta\rho}{\rho} \text{tg}\alpha$$

(Op te merken valt, dat dit verhang, vermenigvuldigd met de permeabiliteit k, weder het debietsverschil Δq ter weerszijden van het grensvlak in het middelste pakket weergeeft).

Als gevolg nu van de wijze van berekening van het effectieve stijghoogteverschil over de tweede kleilaag wordt dit verhang overgebracht naar het diepe pakket tussen de vertikalen door A en B. Om het effect van dit verhang op de stroming door het diepe pakket te neutraliseren dient er een correctie te worden toegepast, namelijk een vermindering van de stroomsnelheid met

$$\Delta q = k \frac{\Delta\rho}{\rho} \text{tg}\alpha. \text{ Op overeenkomstige wijze}$$

als in het voorgaande reeds is uiteengezet, kan men voor het diepe pakket als snelheidsreductiefactor afleiden:

$$R = 1 - \frac{\Delta\rho \text{ tg}\alpha}{\rho \cdot i} \text{ of eventueel}$$

$$R = 1 - \frac{\Delta\rho \cdot D + d}{\rho \cdot D} \frac{\text{tg}\alpha}{i}, \text{ waarin } i \text{ het}$$

werkelijke verhang in dat pakket voorstelt.

Verantwoording

De Hoofdingenieur-Directeur van de Rijkswaterstaat in de Directie Waterhuishouding en Waterbeweging verleende zijn toestemming tot het voor deze publicatie gebruiken van enkele resultaten uit de door hem aan IWACO gegeven opdracht. Voor de verleende toestemming zij hier gaarne de erkentelijkheid van IWACO uitgesproken.

Een tweede dankbetuiging dient te worden gericht aan Prof. Dr. Ir. G. Josselin de Jong. De discussie met hem over de invloed van dichtheidsverschillen op de horizontale stroming heeft zeer geholpen bij het vinden van de oplossing van het probleem.

Literatuur

Mazure, J. P. e.a. 'Geohydrologische gesteldheid van de Wieringermeer'. Rapporten en Mededelingen betreffende Zuiderzeewerken, nr. 5, 1936.
 Santing, G., and Todd, D. K. 'The development of groundwater resources with special reference to deltaic areas'. ECAFE Water Resources Series no. 24, United Nations publ. no. 64.II.F.5, 1963.
 Dam, J. C. van. 'Determination of horizontal and vertical groundwater flow from piezometric level observed in groundwater of varied densities'. Delft Progress Report, T.H. Delft, 3(1977), pp. 19-34.
 Bruggeman, G. A. 'Interne RID-nota en mondelinge mededeling'. Rijksinstituut voor Drinkwatervoorziening, Leidschendam, 1979.
 Josselin de Jong, G. de. 'Review of vortex theory for multiple fluid flow'. Delft Progress Report 2, 1977.
 Lageman, R. 'Geo-elektrisch onderzoek Alkmaar DGV-TNO, Delft, 1979.

