

# Pompproef-analyse met behulp van niet-lineaire regressierekening

## inleiding

Bij de analyse van grondwaterstromingsproblemen wordt tegenwoordig veelvuldig gebruik gemaakt van numeriek-wiskundige modellen. De betrouwbaarheid van de resultaten van modelberekeningen is in sterke mate afhankelijk van de nauwkeurigheid waarmee de waarden van de bodemconstanten bekend zijn.

Het uitvoeren van een pompproef is een veel toegepaste methode voor de bepaling van de bodemconstanten. Bij een gegeven hydrologisch systeem (volkomen span-



IR. A. LEIJNSE  
Rijksinstituut voor  
Drinkwatervoorziening

ingswater, freatisch water, etc.) kunnen de bodemconstanten met behulp van een aantal berekende methoden [1] worden berekend uit de pompproefgegevens. Deze methoden zijn in de meeste gevallen geheel of gedeeltelijk gebaseerd op een grafische analyse van de gegevens, d.w.z. de gemeten grondwaterstands dalingen worden op dubbel of half-logaritmisch papier uitgezet tegen de afstand tot de pompput of tegen de tijd, waarna een standaardkromme moet worden gevonden die zo goed mogelijk aansluit bij de gemeten verlagingen (curve fitting). Aan de hand van de gekozen standaardkromme kunnen dan de bodemconstanten worden berekend.

Vegen deze methoden zijn een aantal bezwaren aan te voeren:

1. Voor de keuze van de standaardkromme die de beste aansluiting geeft bij de gemeten grondwaterstands dalingen is geen objectieve maatstaf aan te leggen. Ten gevolge van de onnauwkeurigheden in de metingen zullen de gemeten verlagingen in het algemeen een spreiding rond de standaardkromme vertonen. Dientengevolge zullen vaak meerdere standaardkrommen een 'goede' aansluiting bij de gemeten verlagingen geven, waardoor de keuze van de 'beste' kromme subjectief is. Deze keuze wordt bovendien bemoeilijkt door het feit dat de krommen op dubbel of half-logaritmisch papier zijn uitgezet.

2. Het is nauwelijks mogelijk om kwantitatieve informatie te verkrijgen omtrent de nauwkeurigheid waarmee de bodemconstanten worden berekend.

De methoden zijn alleen praktisch toepasbaar voor de relatief eenvoudige gevallen waarbij het aantal te berekenen bodemconstanten beperkt is (niet meer dan twee of drie).

Om de bovengenoemde bezwaren te overwinnen is bij het RID het computerprogramma NILIRE ontwikkeld. Het programma berekent bodemconstanten uit pompproefgegevens met behulp van niet-lineaire regressierekening. De bodemconstanten worden berekend met behulp van de kleinste kwadraten methode, d.w.z. de waarden van de bodemconstanten worden zodanig bepaald dat de som van de kwadraten van de verschillen tussen de gemeten en berekende verlagingen minimaal is. Aan de hand van de verschillen tussen gemeten en berekende verlagingen kunnen dan tevens de standaardafwijkingen in de waarden van de bodemconstanten worden berekend. Deze methode is in principe toepasbaar voor alle gevallen waar de verlaging kan worden gegeven als een analytische uitdrukking in de bodemconstanten.

## Berekeningsmethode

Het uitgangspunt voor de gevolgde berekeningsmethode is, dat de verlaging  $\varphi$  ten gevolge van een onttrekking kan worden gegeven als een analytische uitdrukking in de waarden van de bodemconstanten en de waarden van een aantal onafhankelijke variabelen (afstand tot de pompput, tijd na aanvang van de pompproef, etc.).

Noemen we de te berekenen bodemconstanten (parameters)  $x_{i,i} = 1, p$  waarbij  $p$  het aantal te berekenen parameters is, en de onafhankelijke variabelen  $y_{j,j} = 1, v$  waarbij  $v$  het aantal onafhankelijke variabelen is, dan is de verlaging  $\varphi$  te schrijven als

$$\varphi = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_p, y_1, y_2, \dots, y_v) \quad (1)$$

Veronderstel nu dat de verlaging voor een groot aantal ( $N$ ) combinaties van de onafhankelijke variabelen  $y$  gemeten is (b.v. op verschillende tijden en op verschillende afstanden tot de pompput); deze gemeten waarden (waarnemingen) worden aangeduid met  $\varphi_{kg}, k = 1, N$ . De met behulp van (1) berekende verlagingen worden aangeduid met  $\varphi_{kb}, k = 1, N$ . Voor elke waarneming  $k$  geldt dan

$$\varphi_{kg} = \varphi_{kb} + \varepsilon_k \quad (2)$$

waarbij  $\varepsilon_k$  het verschil is tussen gemeten en berekende verlaging voor waarneming  $k$ . De optimale waarden van de parameters  $x_i, i = 1, p$  worden nu gedefinieerd als die waarden, waarvoor de functie

$$F = \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2 = \sum_{k=1}^N (\varphi_{kg} - \varphi_{kb})^2 \quad (3)$$

minimaal is.

Omdat  $\varphi_{kb}$  in het algemeen niet-lineair is in de te berekenen parameters, kan het minimum van  $F$  niet analytisch worden berekend en zal dus langs iteratieve weg moeten worden gevonden. De in het computerprogramma NILIRE gevolgde be-

rekeningsmethode is uitgebreid beschreven in [2].

Indien nu de optimale waarden van de bodemconstanten bekend zijn, dan kunnen met behulp van de verschillen tussen gemeten en berekende verlagingen de standaardafwijkingen in de bodemconstanten worden berekend. Daartoe worden de volgende aannamen gedaan:

1. het verschil tussen gemeten en berekende verlaging  $\varepsilon_k$  is een stochastische variabele met verwachtingswaarde 0 en een standaardafwijking  $\sigma_m$ . Voor verschillende waarnemingen zijn de  $\varepsilon_k$ -waarden niet gecorreleerd.
2. De berekende verlaging  $\varphi_{kb}$  is lineair afhankelijk van de bodemconstanten. De standaardafwijking  $\sigma_m$  van de stochastische variabele  $\varepsilon_k$  wordt daarbij benaderd door

$$\sigma_m^2 \simeq S_m^2 = \frac{\sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2}{N - p} \quad (4)$$

Bij de berekening van de optimale waarden van de bodemconstanten met het programma NILIRE worden de waarden van de bodemconstanten begrensd tussen door de gebruiker op te geven minimale en maximale waarden.

De waarde van een bodemconstante kan worden gefixeerd door de minimale en maximale waarde aan elkaar gelijk te maken.

## Voorbeeldberekeningen

De mogelijkheden van het programma NILIRE zullen worden gedemonstreerd aan de hand van een viertal voorbeelden.

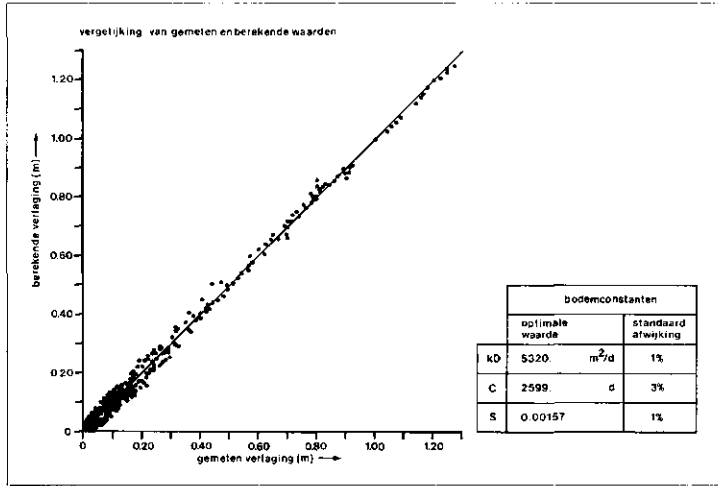
### Voorbeeld 1

Voorbeeld 1 betreft een pompproef in semi-spanningswater, uitgevoerd bij Glindhorst in 1975.

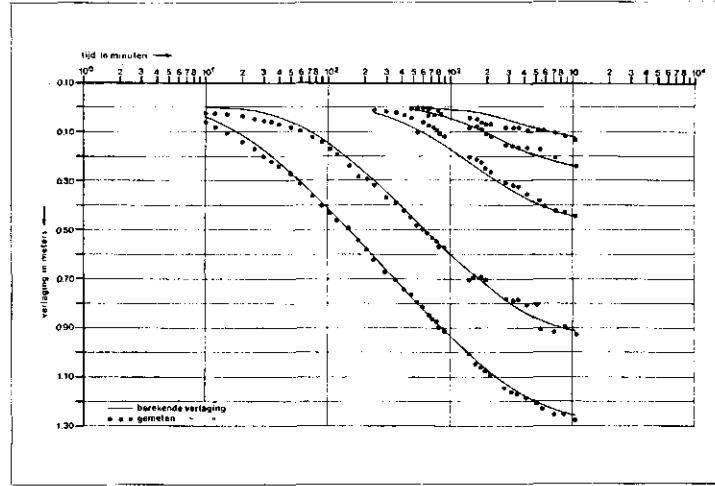
De verlagingen werden gemeten in 14 peilputten, waarvan de afstand tot de pompput varieerde van 340 m tot 5150 m. De duur van de pompproef bedroeg 7,5 dagen. Het pompputdebiet was 700 m<sup>3</sup>/h. Het totaal aantal waarnemingen bedroeg 320. De pompproef is uitgewerkt met de formule van Hantush.

In afb. 1 wordt een vergelijking van de gemeten en berekende verlagingen gegeven voor alle peilputten. In deze grafiek worden tevens de berekende bodemconstanten en hun standaardafwijkingen vermeld. De met de 'handmethode' berekende waarden van de bodemconstanten bedroegen resp.  $kD = 5700 \text{ m}^2/\text{d}$ ,  $c = 2400 \text{ d}$  en  $S = 1,5 \times 10^{-3}$

Gezien de betrouwbaarheid van de berekende bodemconstanten (zie afb. 1) is het duidelijk dat er een significant verschil be-



Afb. 1 - Resultaten voor pompproef Glindhorst.



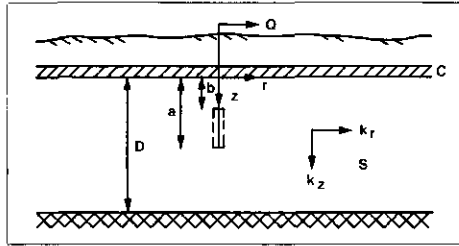
Afb. 2 - Gemeten en berekende tijdzakingslijnen voor pompproef Glindhorst.

staat tussen de met de 'hand' berekende waarde van  $kD$  en de met NILIRE berekende waarde.

Afb. 2 geeft voor 5 van de 14 peilputten de gemeten en berekende tijdzakingslijnen. Omdat voor de berekening van de bodemconstanten alle waarnemingen van alle peilputten in beschouwing worden genomen, kunnen voor individuele peilputten systematische verschillen ontstaan tussen gemeten en berekende verlagingen. Uit afb. 2 blijkt duidelijk dat deze verschillen soms positief en soms negatief zijn.

**Voorbeeld 2**

Voorbeeld 2 betreft een in 1972 bij Achterveld uitgevoerde pompproef. De pompproef werd gehouden in semi-spanningswater. De pompput is onvolkomen. Het geohydrologische systeem kan worden geschematiseerd als geschetst in afb. 3. Voor de verlaging op afstand  $r$  van de pompput, diepte  $z$  onder de bovenkant van het watervoerende pakket en tijd  $t$  na aan-

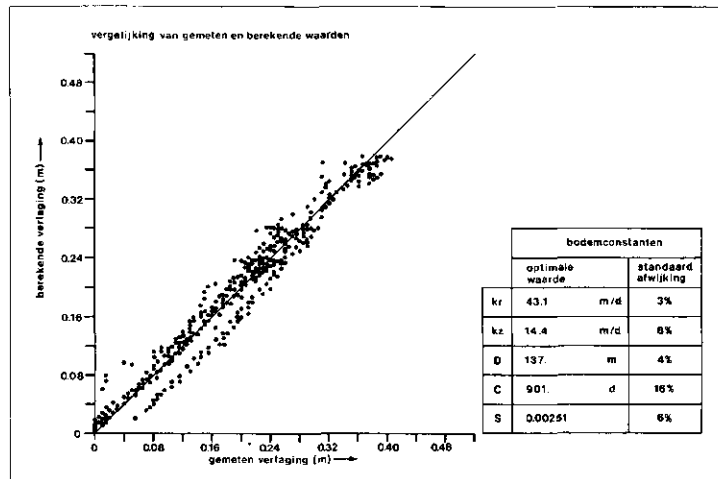


Afb. 3 - Geohydrologisch schema voor pompproef Achterveld.

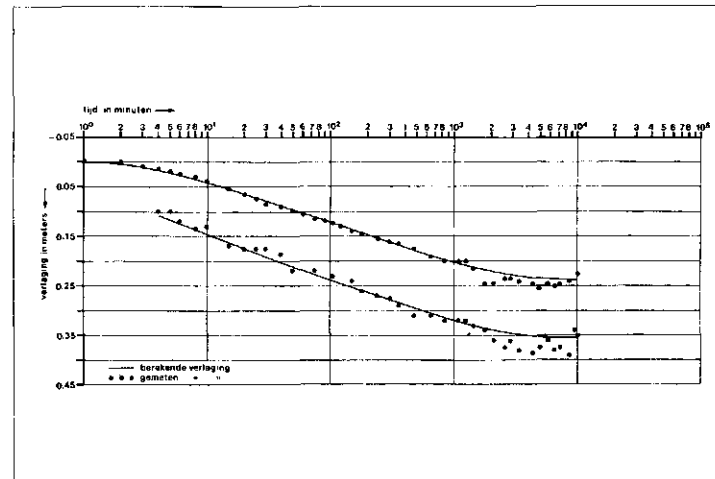
vang van de pompproef is door Bruggeman [3] een analytische uitdrukking gegeven.

Bij de pompproef Achterveld strekt het pompfilter zich uit van 30 m (=b) tot 50 m (=a) onder de bovenkant van het watervoerende pakket. Het pompputdebiet bedroeg 124 m<sup>3</sup>/h. Waarnemingen werden gedaan in 10 peilfilters op afstanden van 50, 100 en 150 m van de pompput en op verschillende diepten. De pompproef duurde 7 dagen. Het totaal aantal waarnemingen bedroeg 409.

Afb. 4 - Resultaten voor pompproef Achterveld.



Afb. 5 - Gemeten en berekende tijdzakingslijnen voor pompproef Achterveld.



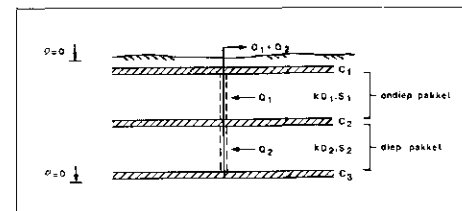
Met behulp van het programma NILIRE zijn de bodemconstanten  $k_r$ ,  $k_z$ , D, c en S berekend. Afb. 4 geeft de resultaten van deze berekening.

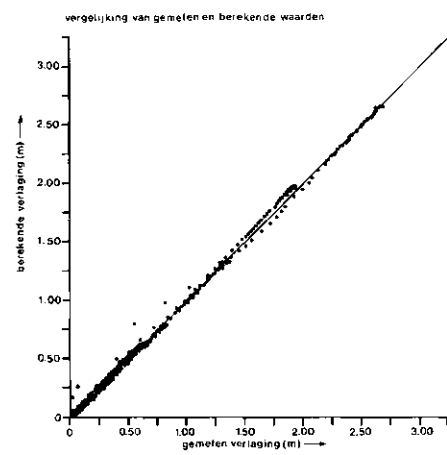
Afb. 5 geeft voor 2 van de 10 peilfilters de gemeten en berekende tijdzakingslijn.

**Voorbeeld 3**

Voorbeeld 3 betreft een in 1968 bij Den Bommel uitgevoerde pompproef. Het geohydrologische systeem kan in dit geval worden geschematiseerd tot een twee-lager systeem als geschetst in afb. 6.

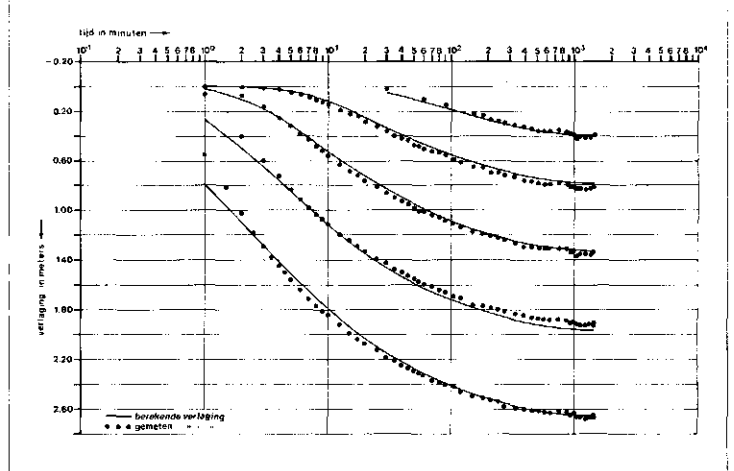
Afb. 6 - Geohydrologisch schema voor pompproef Den Bommel.





bodemconstanten		
	optimale waarde	standaard afwijking
kD1	287.	5%
S1	0.000976	7%
kD2	167.	1%
S2	0.000620	1%
C1	211.	7%
C2	35.6	2%
C3	1000000	

fb. 7 - Resultaten voor diepe pompproef Den Bommel.



Afb. 8 - Gemeten en berekende tijdzakingslijnen in het diepe pakket voor de diepe pompproef Den Bommel.

wee pompproeven werden uitgevoerd, en tel één in het ondiepe pakket met een debiet van 72,5 m<sup>3</sup>/h en één in het diepe akket met een debiet van 45 m<sup>3</sup>/h.

Tijdens beide pompproeven werden de verlagingen gemeten in beide pakketten opstanden van 10, 20, 40, 80 en 160 m van de pompput. Onder de aanname dat de grondwaterstanden boven het ondiepe akket en onder het diepe pakket niet worden beïnvloed door de onttrekking, is door Bruggeman [4] een analytische uitdrukking voor de verlagingen in beide akketten afgeleid. Met behulp van het programma NILIRE is getracht de bodemconstanten kD<sub>1</sub>, kD<sub>2</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub> en c<sub>3</sub> te berekenen uit beide pompproeven afzonderlijk. Daarbij bleek dat met de gegevens van de ondiepe pompproef geen resultaat was te verkrijgen. Dat kan worden verklaard uit de aannamen die zijn gedaan voor de afleiding van de analytische uitdrukking voor de verlagingen. Immers, bij deze afleiding is ervan uitgegaan dat de grondwaterstand boven het ondiepe pakket niet verandert. Tijdens de pompproef echter werden daar ter plaatse relatief grote verlagingen gemeten. Waarschijnlijk is de invloed daarvan op de verlagingen in het ondiepe pakket zo groot, dat geen goede aansluiting bij de gebruikte analytische uitdrukking kan worden verkregen.

Uit de gegevens van de diepe pompproef konden de bodemconstanten wel worden berekend. De resultaten van deze berekening worden gegeven in afb. 7. De gegeven waarde van c<sub>3</sub> (10<sup>6</sup> d) is de voor de berekening opgegeven bovengrens. Deze waarde verklaart tevens waarom uit deze pompproef wel resultaten konden worden verkregen. De voeding door c<sub>3</sub> is zeer klein, zodat eventuele veranderingen in de grondwaterstand onder het diepe pakket nauwelijks invloed zullen hebben op de verlagingen

in het diepe pakket. Bovendien zijn de verlagingen in het ondiepe pakket voor deze pompproef veel kleiner dan de verlagingen die tijdens de ondiepe pompproef optraden, zodat verandering van de grondwaterstand boven het ondiepe pakket veel minder invloed zal hebben.

Uit de geëxtrapoleerde eindverlagingen voor beide pompproeven zijn met behulp van een grafische methode [5] de bodemconstanten kD<sub>1</sub>, kD<sub>2</sub>, c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub> en c<sub>3</sub> berekend. De resultaten van deze berekening waren:

$$\begin{aligned}
 kD_1 &= 385 \text{ m}^2/\text{d} \\
 kD_2 &= 175 \text{ m}^2/\text{d} \\
 c_1 &= 840 \text{ d} \\
 c_2 &= 40 \text{ d} \\
 c_3 &= 1860 \text{ d}
 \end{aligned}$$

Vergelijking van deze waarden met de waarden zoals berekend door NILIRE (afb. 7) toont dat er grote verschillen bestaan. Deze verschillen zijn verklaarbaar

uit het feit dat bij de grafische methode is uitgegaan van geëxtrapoleerde eindverlagingen omdat bij het einde van de pompproef de eindtoestand nog niet was bereikt.

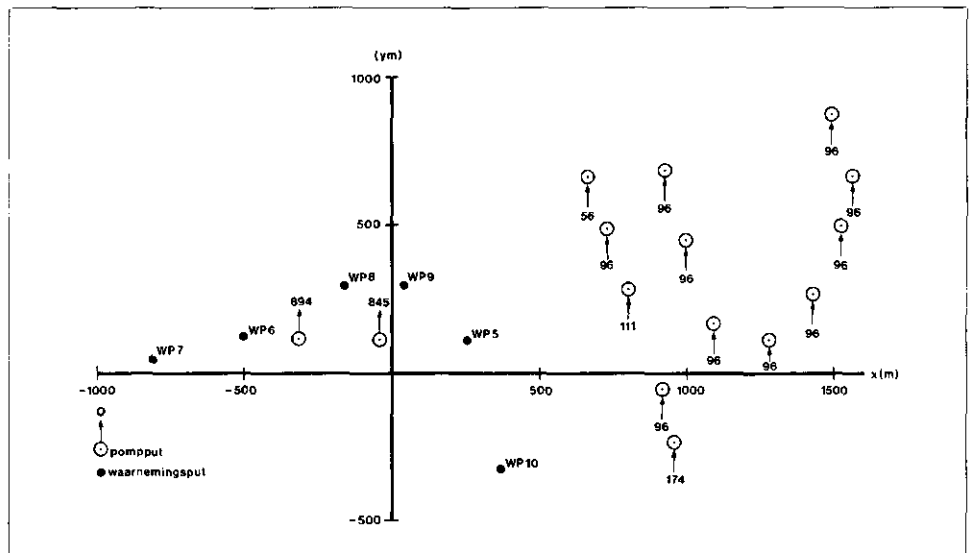
Bij deze extrapolatie kunnen fouten optreden waardoor met name de c-waarden sterk kunnen veranderen. Bovendien werden bij de berekening met NILIRE veel meer gegevens (397 waarnemingen) gebruikt dan bij de grafische methode.

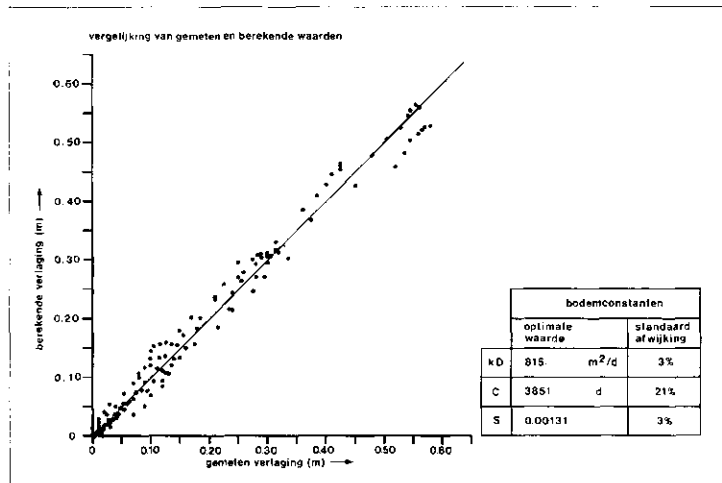
Afb. 8 geeft voor de diepe pompproef de gemeten en berekende tijdzakingslijnen voor de 5 peilputten in het diepe pakket.

Voorbeeld 4

Voorbeeld 4 betreft een in 1978 bij Kibbelgaarn uitgevoerde pompproef. Het geohydrologische systeem kan hier worden geschematiseerd tot één watervoerend pakket met semi-spanningswater. Het bijzondere van deze pompproef bestond hieruit, dat water onttrokken werd via twee proef-

Afb. 9 - Situatieschets voor pompproef Kibbelgaarn.





Afb. 10 - Resultaten voor pompproef Kibbelgaarn.

pompputten. Bovendien bleek tijdens de pompproef dat het debiet van een aantal bestaande pompputten in een nabijgelegen puttenveld verminderd was. Deze putten zijn voor de berekening ingevoerd als infiltratieputten. De situatie is geschetst in afb. 9. De verlagingen in de waarnemingsputten kunnen nu met behulp van superpositie worden berekend als de som van de verlagingen ten gevolge van de afzonderlijke pompputten, welke met behulp van de formule van Hantush kunnen worden berekend. Verlagingen werden gemeten in zes waarnemingsputten. De totale duur van de pompproef bedroeg 7 dagen, en het totale aantal waarnemingen was 146. Met behulp van het programma NILIRE zijn de bodemconstanten  $kD$ ,  $c$  en  $S$  berekend. De resultaten van deze berekening worden gegeven in afb. 10.

Afb. 11 geeft voor 2 van de 6 waarnemingsputten de gemeten en berekende tijdzakingslijnen. Met behulp van de bestaande methoden was een betrouwbare analyse van deze pompproef niet mogelijk.

#### Slotopmerkingen

Bij het gebruik van het computerprogramma NILIRE voor de berekening van bodemconstanten uit pompproefgegevens kunnen een tweetal kanttekeningen worden geplaatst:

— A priori moet een keuze worden gemaakt met behulp van welk geohydrologisch schema de werkelijkheid wordt beschreven. Een controle op deze keuze kan slechts achteraf geschieden aan de hand van de berekende standaardafwijkingen in de bodemconstanten en een vergelijking van de gemeten en berekende tijdzakingslijnen van de individuele peilputten.

— De berekening van de standaardafwijkingen in de bodemconstanten wordt gedaan

onder de aanname dat de verlaging lineair is in de waarden van de bodemconstanten. In het algemeen zal deze aanname redelijk zijn voor kleine variaties in de bodemconstanten. Dat betekent, dat grote standaardafwijkingen in het algemeen slechts een indicatie geven van de nauwkeurigheid van de bodemconstanten en niet kunnen worden gebruikt voor het bepalen van het betrouwbaarheidsinterval.

#### Conclusies

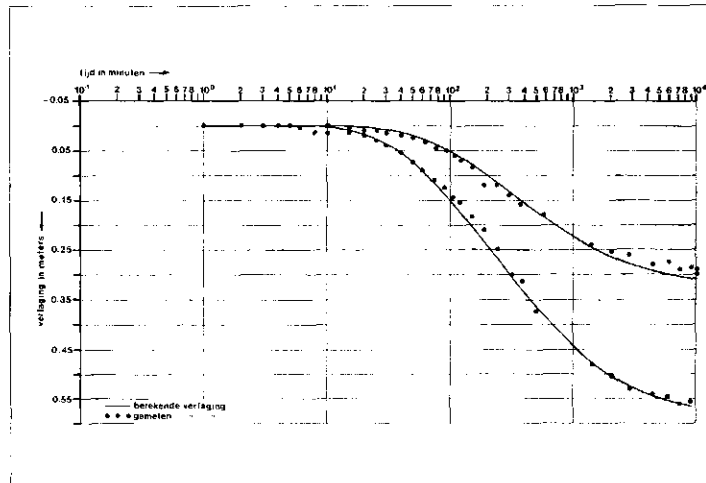
Bij het RID is een computerprogramma NILIRE ontwikkeld, dat met behulp van niet-lineaire regressie-analyse bodemconstanten berekent uit pompproefgegevens. De gevolgde berekeningsmethode biedt t.o.v. de tot nu toe gebruikte 'handmethoden' de volgende voordelen:

— Voor een gegeven geohydrologisch schema geeft de gevolgde berekeningsmethode een objectieve schatting van die waarden van de bodemconstanten die de beste aansluiting geven van berekende verlagingen bij gemeten verlagingen.

— De gevolgde berekeningsmethode geeft (min of meer) kwantitatieve informatie omtrent de nauwkeurigheid waarmee de bodemconstanten zijn berekend.

— De gevolgde berekeningsmethode is in veel meer gevallen praktisch toepasbaar dan de tot nu toe gebruikte handmethoden. Dat kan verstrekkende gevolgen hebben voor de mogelijkheden om pompproeven uit te voeren.

Als voorbeeld daartoe moge dienen de vierde berekening die in dit artikel als voorbeeld wordt gegeven. De daar gegeven berekening houdt in, dat pompproeven eenvoudig in bestaande puttenvelden kunnen worden uitgevoerd door de debieten van bestaande putten te veranderen.



Afb. 11 - Gemeten en berekende tijdzakingslijnen voor pompproef Kibbelgaarn.

#### Dankzegging

De auteur is dank verschuldigd aan ir. J. G. de Graan, hoofd van de Mathematisch-Fysische Afdeling van het RID, voor zijn waardevolle suggesties en advies bij de ontwikkeling van het computerprogramma.

#### Literatuur

1. Kruseman, G. P. and de Ridder, N.A. *Analysis and evaluation of pumping test data*. Int. Inst. for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, Bull. 11, 1970.
2. Leijnse, A. *Berekening van bodemconstanten uit pompproefgegevens met behulp van niet-lineaire regressie-analyse*. RID-mededeling in voorbereiding.
3. Bruggeman, G. A. *Onvolkomen putten in onvolkomen spanningswater*. RID-mededeling in voorbereiding.
4. Bruggeman, G. A. *The reciprocity principle in flow through heterogeneous porous media*. In: *Fundamentals of transport phenomena in porous media*. Amsterdam, Elsevier, 1972. *Developments in Soil Science*, 2, p. 136-149.
5. Rapport inzake een tweetal pompproeven in de polder Den Bommel (Overflakkee) t.b.v. een geohydrologisch onderzoek van het noordelijk Delta-gebied. RID-rapport, 1968.



#### Congressen tijdens Wasser Berlin '81, bijdragen gevraagd

Tijdens de watermanifestatie Wasser Berlin '81 die van 30 maart t/m 4 april 1981 in Berlijn wordt gehouden, organiseert de IWSA twee symposia, t.w. 'Low Cost Technology' en 'Instrumentation Monitoring and Automation in Water Protection and Water Supply'. Voor beide evenementen worden bijdragen gevraagd. Inlichtingen: IWSA, 1 Queen Anne's Gate, London SW1 9BT England.