

De betekenis van interacties, beperkingen en veelheid van technieken voor bedrijfseconomische calculaties en proefopzetten

J. MOL,

Landbouw-Economisch Instituut, 's-Gravenhage

Overdruk uit het Landbouwkundig Tijdschrift
72ste jaargang no. 20, november 1960

De betekenis van interacties, beperkingen en veelheid van technieken voor bedrijfseconomische calculaties en proefopzetten

J. MOL,

Landbouw-Economisch Instituut, 's-Gravenhage

Dit artikel gaat in op enkele consequenties welke voortvloeien uit de gecompliceerdheid van de landbouwtechnische inzet-opbrengst relaties. Getracht zal worden op eenvoudige wijze de economische keuzeproblematiek voor enkele bedrijfseconomische situaties te illustreren. Hierbij zal naar voren komen welke wensen er bij de economen leven t.a.v. de omvang en de aard van de technische informatie. Vanwege deze opzet doet het onderstaande terloops enig licht vallen op de problematiek van proefopzetten ten behoeve van de landbouwpraktijk. Het artikel geeft eveneens aan van hoedanige aard het verband is tussen de traditionele marginale analyses en de modernere begrotingsmethoden.

1 GEEN INTERACTIES

Indien bij de voortbrenging van zeker gewas en bij een bepaald niveau van aanwending van een produktiemiddel of groeifactor N, een kleine toevoeging dezer factor (Δn), onder alle omstandigheden één en dezelfde meeropbrengst (Δy) zou te voorschijn roepen, m.a.w. steeds één zelfde reactie zou veroorzaken onafhankelijk van de niveaus der overige groei- en produktiefactoren, dan zouden bijv. continue produktiefuncties, welke de opbrengst van het gewas in afhankelijkheid van de hoeveelheid verbruikte N in beeld brengen, onder alle omstandigheden evenwijdig aan elkaar verlopen (zie als voorbeeld figuur 1: hypothetisch verloop van opbrengstcurven bij verschillende vochttrappen).

Situaties zoals hier in beeld gebracht treden op indien de te verwachten geldopbrengst (Y) zou samenhangen met het niveau van aanwending (n) volgens formules zoals bijv.: $Y = a n^2 + \beta n + c$; $\log Y = a \log n + c$; enz.

Zo zijn de in figuur 1 getekende functies de afbeelding van de betrekking $Y = -0,04 n^2 + 12,8 n + c$ (I). Hierbij is c een constante welke onder verschillende omstandigheden verschillende waarden heeft.

Het is duidelijk dat in een dergelijk geval bij een gegeven prijs van N, bij voldoende financieringsmiddelen en bij afwezigheid van andere bedrijfseconomische belemmeringen, zeer gemakkelijk het economisch optimum is te bepalen. Onder alle omstandigheden zou, zoals de grafiek aangeeft, 135 kg N per ha moeten worden gegeven omdat bij deze gift het verschil tussen de geldopbrengsten en de kosten der N-gift zo groot mogelijk is (OB geeft de

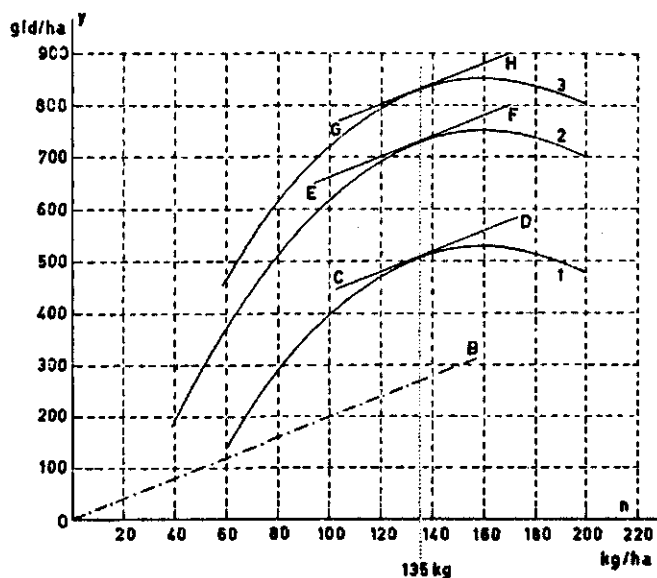


Fig. 1 Hypothetisch verloop van opbrengstcurven; geen interactie

integrale kosten weer van de N-aanwending bij een prijs van f 2,- per kg N; afgezien wordt van de strooikosten e.d.; OB//CD//EF//GH).

Eenvoudiger dan door een grafiek, kan het optimale gebruik van N worden bepaald als de algebraïsche produktiefunctie bekend is. Het saldo (S) per ha (in dit geval de bruto-opbrengst (Y) minus de kosten van de N-aanwending) is bij de hierbovengenoemde betrekking I de volgende functie van n :

$$S = -0,04 n^2 + 12,8 n - c - 2 n. \text{ Dit saldo is optimaal bij}$$

$$\frac{dS}{dn} = -0,08 n + 12,8 - 2 = 0. \text{ Hieruit volgt } n_{\text{opt.}} = 135 \text{ kg.}$$

Wij merken op dat voor de hier geschetste situatie, bij afwezigheid van interactie dus, waarbij *alleen* de vraag naar het meest optimale verbruiks-niveau van een groeifactor N ten behoeve van een bepaald gewas in het geding is (en waarbij dus reeds de opname van dat gewas in het bouwplan is verondersteld), bekendheid met slechts de gedaante der produktiefunctie voldoende is; immers de waarde van c doet hierbij niet ter zake.

Het is dus mogelijk dat proefmetingen ter bepaling van de samenhang tussen een beperkt aantal variabelen, ook al zijn de metingen verricht in van de praktijk afwijkende milieus, zeer wel een grote waarde kunnen hebben voor de bedrijfseconomie. Zou bijvoorbeeld curve 3 van figuur 1 zijn afgeleid uit data van proefvelden onder zeer gunstige groei-omstandigheden, terwijl daarentegen de praktijkopbrengsten meer in de omgeving van curve 1 zouden liggen, dan mag niet zonder meer geconcludeerd worden dat de curve 3 geen waarde zou hebben voor de praktijk. Het is nl. mogelijk dat ook voor de praktijk een gelijke curve gelding heeft, echter vertikaal naar beneden verschoven, vanwege additief werkende groeifactoren welke zich in

de praktijk op andere niveaus bevinden dan op het proefveld. De economisch beste aanwending van de produktiefactoren voor het desbetreffende deelproces, nl. het intensiteitsniveau van de N-bemesting bepaald voor de omstandigheden welke passen bij curve 1, geldt dan ook voor de praktijk.

Voor andersoortige problemen is echter de „hoogte”-ligging van de produktiefuncties (ook al hebben wij niet met interacties te maken) van belang. Kennis hiervan (dus kennis over de absolute hoogte van de saldo's) is noodzakelijk als verschillende activiteiten binnen het bedrijf in aanmerking komen om in het bedrijfsplan te worden opgenomen en als men wil uitmaken hoe de combinatie van activiteiten binnen een bepaald bedrijfsverband dient te zijn.

2 INTERACTIES

Laten wij nu veronderstellen dat er interacties optreden. Stel bijv. dat een andere factor (bijv. de vochtvoorziening (W) uit te drukken in bijv. een vochtindex w) vanwege een meer of minder ingewikkeld samenspel met de factor N (bijv. de stikstofbemesting), mede bepalend is voor de vorm en ligging der opbrengstfuncties en wel volgens de formule:

$$Y = -0,01 n^2 w + 3,2 n w - 6 w - 15 w^2 (II).$$

Voor de vochtindices 1, 2, 2½, 3 en 4 zouden dan de volgende opbrengstcurven weergegeven in figuur 2 gelden.

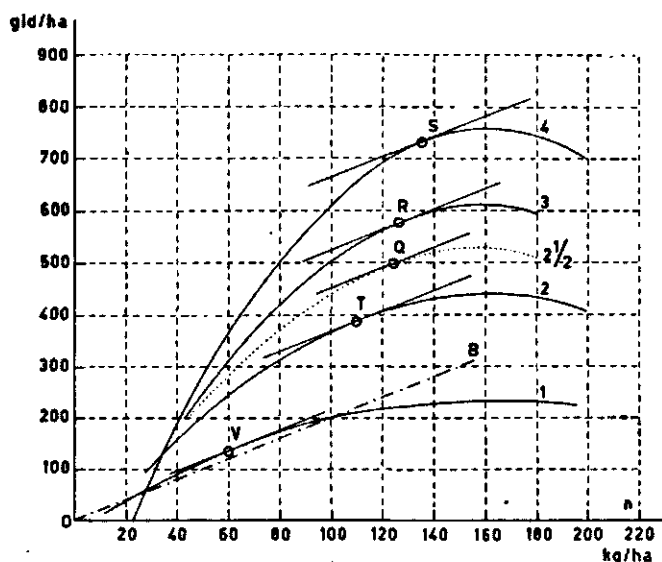


Fig. 2 Hypothetisch verloop van opbrengstcurven; interactie

Zoals de figuur aangeeft varieert nu de optimale N-bemesting met de vochtindex (dit wordt hier extra duidelijk zichtbaar gemaakt vanwege de hoge prijzen à f 2,- per kg N; bij een lagere prijs van N bevinden zich de optimale bemestingen bij de verschillende vochtindices uiteraard dichter bij elkaar).

Ligt nu een verandering van de vochtvoorziening niet binnen de praktische mogelijkheden, dan dienen wij er ons dus van bewust te zijn dat de optimale bemestingen op percelen van verschillende vochtindex verschillend zullen zijn, als er interacties optreden zoals hierboven uitgebeeld. Is dan de productie-functie en de vochttrap bekend, dan laat zich de optimale N-bemesting weer gemakkelijk bepalen.

Zo wordt immers voor vochtindex drie de saldofunctie:

$$S = -0,03 n^2 - 9,6 n - 18 - 135 - 2 n;$$

$$\frac{dS}{dn} = -0,06 n + 9,6 - 2 = 0; \quad n_{opt.} = 127 \text{ kg (zie punt R in$$

fig. 2). De optima behorend bij de verschillende opbrengstcurven zijn in figuur 2 aangegeven door de punten Q, R, S, T en V.

Iets gecompliceerder wordt het probleem van het economisch optimum indien de vochtvoorziening wel kan worden veranderd tegen gegeven kosten. Stel dat een verhoging van de vochtindex met één punt bijv. f 170,- per ha per jaar aan kosten medebrengt. Wij moeten dan onderzoeken of het niet voordelig is het niveau van de vochtindex te wijzigen. Het saldo (opbrengst in guldens - kosten van de bemesting - kosten voor de verhoging van de vochtindex) zou voor bovengenoemde functie bedragen:

$$S = -0,01 n^2 w + 3,2 nw - 6 w - 15 w^2 - 2 n - 170 w \text{ (III).}$$

Uit de functies $\frac{\partial S}{\partial n} = 0$ en $\frac{\partial S}{\partial w} = 0$ kan worden gevonden dat S optimaal

wordt bij een N-bemesting van ca. 122 kg en een vochttrap van $w = \text{ca. } 2\frac{1}{2}$ (aangegeven door punt Q op de gestippelde produktiefunctie van figuur 2). Ook langs grafische weg bijv. uit figuur 2 kan gemakkelijk worden afgeleid dat de optimale vochttrap zich ongeveer bij $2\frac{1}{2}$ moet bevinden. Een overgang naar vochttrap 3 zou namelijk impliceren een verschuiving van punt Q op curve $2\frac{1}{2}$ naar punt R op curve 3 van figuur 2; dit zou financieel niet uit kunnen immers tegen f 85,- (meer-kosten voor het opvoeren van de vochtindex met $\frac{1}{2}$ punt) + $(127 - 122) \times f 2,- = f 10,-$ (meer-kosten van de bemesting) tezamen dus f 95,- aan meer-kosten, zou dan een meer-saldo van ca. f 75,- staan, hetgeen dus zou betekenen een verlies à f 20,- per jaar per ha.

Uit deze beschouwing wordt het aanstonds duidelijk, met name bij de beschouwing van figuur 2, dat men, gezien het veelvuldig optreden van interacties bij agrarisch technologische processen, soms zeer voorzichtig moet zijn met het trekken van praktische conclusies uit proefmetingen verricht in milieus, welke afwijken van die der praktijk.

Zou bijv. het verband tussen de N-bemesting en de opbrengst zijn bepaald uit gegevens van een proefveld met hoge vochtindex, dan is het duidelijk dat de gevonden relatie weleens een geringe betekenis zou kunnen hebben voor bemestingsadviezen als er in de praktijk veel gronden zouden voorkomen

met een vochtvoorziening anders dan die van het proefveld. Hierbij is ons bezwaar dan niet zozeer gericht tegen het feit dat de opbrengstcurve te hoog ligt; het is de vorm (helling) der functie welke tot ondeugdelijke bemestingsadviezen voor de praktijk aanleiding zou kunnen geven.

Uit het bovenstaande wordt het wel duidelijk dat de econoom, ten einde niet op een dwaalspoor te geraken bij de vaststelling van de optimale combinatie van produktiefactoren, gaarne beschikt over produktierelaties welke uitspraken doen over de kwantitatieve veranderingen van het produktieresultaat bij een relatief ruime variëring in de combinaties van de relevante factoren-niveaus.

Een tweede belangrijke conclusie welke uit het bovenstaande getrokken kan worden is deze: bij beperkte onderzoeksmiddelen, welke nopen tot een beperkte proefopzet waarbij slechts enkele variabelen betrokken zijn, is het van groot belang om de niveaus van de vele niet tot de te onderzoeken relatie behorende milieuvariabelen, waarvan men niet zeker weet of deze additief werken t.a.v. de te onderzoeken relatie, zoveel mogelijk te laten overeenstemmen met praktijkomstandigheden. Bij bemestingsproeven betekent dit bijv., werken met veel in de praktijk voorkomende grondsoorten in niet al te zeer van de praktijk afwijkende condities, met veel in de praktijk voorkomende populaties enz. Waarschijnlijk moet de populariteit van proefboerderijen tevens in dit licht worden gezien. Eveneens is het duidelijk dat het zeer gewenst is om bij publikatie van onderzoekresultaten over eenvoudige technische relaties de niveaus en de geaardheden der niet gevarieerde factoren nadrukkelijk te vermelden.

Beschikt men wel over voldoende onderzoeksmiddelen en kan men zich dus wel veroorloven om metingen te doen ten einde samenhangen tussen een relatief groot aantal variabelen te bepalen over wat bredere trajecten van factorenvariatie, dan dient gewaarschuwd te worden tegen overdrijving. Stel dat bijvoorbeeld voor de produktie van melk de volgende isoproduktiecurven ongeveer relevant zouden zijn (fig. 3).

Proefmetingen in het gearceerde gebied zouden dan voor de praktijk volkomen oninteressant zijn. Vervolgens kan het zinvol zijn zich af te vragen

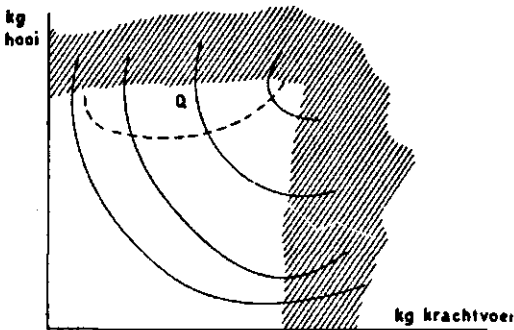


Fig. 3 Isoproduktiecurven van melk

of ook niet een deel van het niet gearceerde gebied voor de praktijk onbelangrijk is. Zou bijvoorbeeld de prijs van hooi of de interne waarde van hooi binnen de bedrijven relatief zeer laag zijn dan ligt het economisch optimum in de buurt van het gebied Q dat is aangegeven met een stippe lijn. In een dergelijke situatie is het duidelijk dat de praktijk voornamelijk belangstelling heeft voor de meting van de produktiefunctie in de omgeving van Q. Zoals wij echter in paragraaf 3 zullen zien kunnen de situaties binnen de bedrijven er reeds spoedig toe leiden dat toch weer kennis nodig is over een breder gebied van de produktiefunctie. Bovendien moet bedacht worden dat een juiste vaststelling van de curvatuur van het produktievlak, ook al zou men speciaal geïnteresseerd zijn voor de functie in de omgeving van Q, uit vereffeningsoogpunt wel eens metingen zou kunnen vragen over een wat ruimer veld.

3 BEPERKINGEN EN VEELHEID VAN TECHNIEKEN

Er zijn, zoals reeds terloops aan het eind van paragraaf 2 werd vermeld, meer redenen waarom de econoom gaarne beschikt over meer-dimensionale produktiefuncties geldend voor wat bredere trajecten van factorenvariatie. Zo kan de waarde van hooi op het ene bedrijf wel eens zeer verschillen van die op het andere bedrijf. De ene boer beschikt over veel financieringsmiddelen terwijl de andere te kampen heeft met een gebrek aan geldmiddelen. Hierdoor kunnen de optima van de deelprocessen in de zin van paragraaf 1 en paragraaf 2 op de verschillende bedrijven ver van elkaar afwijken, hetgeen betekent dat men bij begrotingswerk niet kan werken met vaste technische normen.

Is bovendien de waarde van sommige factoren binnen de bedrijven niet bekend (bijv. de prijs van de verschillende ruwvoersoorten) dan kunnen eveneens verschillende optima van de deelprocessen niet bepaald worden zoals aangegeven is in bovenstaande paragrafen. Een economisch optimale combinatie van produktiefactoren moet dan worden gevonden door middel van begroting; uit de vele voor een bepaald bedrijf „uitvoerbare” produktiecombinaties kiest men de meest gunstige, bijv. die welke de hoogste beloning voor de op het bedrijf aanwezige produktiemiddelen met zich medebrengt. Omdat men dan veelal niet a priori kan zeggen welke intensiteitsniveaus bij de deelprocessen passend zijn voor een bepaald bedrijf is het om deze reden ook nodig om over informatie te beschikken over niet al te beperkte delen van de produktiefuncties.

Wij zullen dit plausibel maken en laten zien op welke wijze de optima in individuele gevallen afwijken van de in paragraaf 1 en paragraaf 2 berekende, als er op een of andere wijze knelpunten optreden bij de bedrijfsvoering. Wij stellen dan het betrekkelijk eenvoudige geval dat een boer beschikt over 4 ha grond met een vochtindex van $2\frac{1}{2}$ en over 6 ha grond met een vochtindex van 4. Wij nemen aan dat een verandering van de vochtvoorziening om technische of economische redenen niet binnen de gezichtskring ligt; de

produktiecurven $2\frac{1}{2}$ en 4 van figuur 2 hebben voor de boer gelding. Er is verder een belangrijke belemmering; de boer beschikt slechts over f 2000,— voor de aankoop van N à f 2,— per kg. Wij zullen ons nu afvragen op welke wijze deze boer de f 2000,— financieel zo voordelig mogelijk kan aanwenden. Wij zullen deze vraag beantwoorden met behulp van de lineaire programmering.

Zou onze ondernemer op zijn beste grond (dus de grond met vochtindex 4) een N-niveau van 140 kg per ha kiezen, dit is in de buurt van het op de curve aangegeven optimum dan is de opbrengst per ha (zie grafiek 2) f 740,—; het saldo per ha is dan f 740,— — f 140,— $\times$ 2 = 460,—. Deze activiteit nl. het produceren van 1 ha gewas op grond met vochtindex 4 met een bemestingsniveau van 140 kg, te noemen activiteit A_1 , kan aldus worden geschreven:

	A_1
benodigde grond (van vochtindex $2\frac{1}{2}$)	0
" " " " " 4)	1
benodigd geldkapitaal	280
Saldo	460

Wij zullen nu in een tabel een aantal andere mogelijke activiteiten (af te lezen van grafiek 2) naast A_1 opstellen. Daarnaast zullen nog 3 andere activiteiten worden geplaatst, nl. het braak laten liggen van 1 ha grond van vochtindex 4, het braak laten liggen van 1 ha grond van vochtindex $2\frac{1}{2}$ en het niet gebruiken van één gulden aan financieringsmiddelen.

Tabel 1 Programmeringstableau

	(Beschik- baar)	Act. op grond met v.i. 4				Act. op grond met v.i. $2\frac{1}{2}$				Niet gebruiken		
		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	grond	geldk.	
	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}
Grond (v.i. $2\frac{1}{2}$)	4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
Grond (v.i. 4)	6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
Geldkapitaal	2000	280	240	200	280	240	200	160	120	0	0	1
Saldo		460	450	400	240	250	240	205	160	0	0	0

In tabel 1 is dus de informatie van een tweetal continue produktiefuncties, die trekken van verminderende meeropbrengsten vertonen, omgezet in een lineair programmeringstableau. Het is duidelijk dat wij door een nog fijnere opsplitsing der functies een nog nauwere overeenstemming tussen dit tableau en de functies in figuur 2 tot stand kunnen brengen.

Zouden er nu voldoende financieringsmiddelen ter beschikking staan, dan zou de economisch optimale keuze natuurlijk inhouden de ontwikkeling van de activiteiten met de hoogste saldo's nl. A_1 en A_5 met bemestingsniveau

van resp. 140 en 120 kg per ha. Dit moet uiteraard ongeveer in overeenstemming zijn met de gevonden optimale niveaus, aangegeven in figuur 2 door de punten S en Q, welke optima aangeven resp. 135 kg en 122 kg per ha. Het optimum programma zou dus bij voldoende geldmiddelen zijn: $6 A_1 + 4 A_7$. De kolom van verbruikte middelen zou dan bedragen:

$$6 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 280 \\ \hline \end{array} + 4 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 240 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 6 \\ \hline 2640 \\ \hline \end{array}$$

Dit programma is echter niet uitvoerbaar omdat slechts f 2000,- ter beschikking staat terwijl het produktieplan f 2640,- aan geldmiddelen vraagt. Het in ons geval uitvoerbare programma en tevens optimale programma kan worden afgelezen uit de eerste kolom van tabel 2.

Tabel 2 Eind-tableau van de programmering

	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}
Act. A_8	2	-1	0	1	-3	-2	-1	0	1	4	6	-1/40
Act. A_2	6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
Act. A_7	2	1	0	-1	4	3	2	1	0	-3	-6	1/40
Saldo	3430	35	0	5	100	45	10	0	0	25	180	9/8

Op 6 ha van de beste grond moet dus $6 \times A_2$ worden ontwikkeld d.w.z. een bemesting worden gegeven van 120 kg per ha. Op 2 ha van de minder goede grond zou, $2 \times A_8$ ontwikkeld moeten worden, (d.w.z. hier zou een bemesting van 60 kg per ha moeten worden gegeven) en op de overige 2 ha, $2 \times A_7$ (een bemesting van 80 kg per ha). Natuurlijk is het nu praktisch om te stellen dat de grond van mindere kwaliteit een bemesting moet ontvangen van 70 kg per ha per jaar.

Uiteraard moet ongeveer een gelijke uitkomst gevonden worden bij toepassing van de gebruikelijke marginale analyse. Bij deze analyse wordt het totale saldo geschreven als

$$S = (-0,01 n_1^2 w_1 + 3,2 n_1 w_1 - 6 w_1 - 15 w_1^2 - 2 n_1) 6 + (-0,01 n_2^2 w_2 + 3,2 n_2 w_2 - 6 w_2 - 15 w_2^2 - 2 n_2) 4 \quad (\text{IV});$$

hierbij is n_1 de bemesting is op de grond met vochtindex w_1 ($= 4$) en n_2 de bemesting per ha op grond met vochtindex w_2 ($= 2,5$).

Hierbij moeten de waarden van n_1 en n_2 worden gevonden, welke S maximaal maken onder de nevenvoorwaarde $12 n_1 + 8 n_2 \leq 2000$. Als oplossing wordt dan gevonden $n_1 = 111,6$ kg per ha en $n_2 = 82,6$ kg per ha. Dat deze uitkomst niet geheel die der programmering dekt is een gevolg van het feit dat het programmeringstableau van tabel 1 slechts een grove benadering is van de hier gehanteerde saldo-functie (IV).

Met het bovenstaande is duidelijk gemaakt dat knelpunten bij de bedrijfsvoering kunnen voeren tot kwantitatieve verhoudingen, welke afwijken van

die welke bij eenvoudige partiële analyses evident lijken. Geeft bijvoorbeeld de partiële analyse van figuur 2 aan dat op grond met een vochtindex van $2\frac{1}{2}$ een bemesting optimaal is van 122 kg N per ha, bij de programmeringsanalyse waarbij het optimum voor het gehele bedrijf moest worden bepaald, en waarbij rekening moest worden gehouden met financieringsmoeilijkheden, bleek de optimale bemesting op deze grond bij 70 kg te liggen (exact berekend via de marginale analyse bij 82,6 kg). Dergelijke oplossingen kunnen natuurlijk niet gevonden worden als van de produktiefuncties slechts smalle trajecten zijn bekend.

In het bovenstaande is gewerkt met een voorbeeld uit de sfeer van de landbouwplantenteelt. Er zijn echter andere produktierichtingen waarbij men in nog sterkere mate bij het praktische begrotingswerk stuit op de in deze paragraaf vermelde complicaties. Zo heeft men bij de veevoeding te maken met de interne waarden van de eigen geproduceerde voedermiddelen, de mogelijkheden van aankoop van voedermiddelen, al of niet gelimiteerd door geldmiddelen en/of aanbod van buiten enz., factoren die op de verschillende landbouwbedrijven zeer verschillend kunnen zijn. Dit houdt dan weer in dat op het ene bedrijf de produktie van bijv. de melk moet geschieden met behulp van relatief veel ruwvoer en weinig krachtvoer, terwijl op het andere bedrijf het omgekeerde economisch optimaal kan zijn. Ook de samenstellingen van de ruwvoederrantsoenen dienen binnen de bedrijven nog weer zeer verschillend te zijn. Voor de begroting van het bedrijfsoptimum zou de econoom dus weer moeten beschikken over produktiefuncties waaruit de voor de praktijk eventueel in aanmerking komende alternatieve wijzen van melkproduktie kunnen worden afgelezen. Heeft men daarbij te maken met nog verschillende andere produktierichtingen naast de veehouderij, met interne leveringen tussen de produktierichtingen en met betrekkelijk vele restricties, dan is de bepaling van het bedrijfsoptimum langs de weg van de gebruikelijke marginale analyses niet meer doenlijk. Een oplossing biedt dan de hierboven uiteengezette wijze van werken nl. het inbouwen van de technische informatie in lineaire programmeringsschema's met behulp waarvan veelal met betrekkelijk weinig wiskundige moeilijkheden de bedrijfsoptima kunnen worden benaderd.