
Weerwoord op "Reactie Debietsontwikkeling van een onvolkomen putfilter en het effect ervan op de verlagingen" Kick Hemker

Andre Blonk¹

Algemeen

Het berekenen van een stationaire debietsverdeling van een onvolkomen putfilter is al geruime tijd bekend. Kick Hemker heeft het artikel inhoudelijk getoetst en een conceptuele fout aangetoond.

In het model wordt instantaan een debiet opgelegd waarbij de interne debietsverdeling nog onbepaald is. Bij mijn aanpak bereken ik de debietsontwikkeling van het onvolkomen putfilter direct in 1 tijdstap en deze aanpak blijkt niet juist. De juiste methode, ingegeven door de reactie van Kick Hemker, is de berekening van de debietsontwikkeling op basis van de debietsveranderingen. In deze reactie beschrijf ik hoe deze methode kan worden uitgewerkt en wat het verschil is met de eerdere foute methode.

Reactie ten aanzien van "geen oplossing voor freatische pakketten"

In de formule van Theis wordt een bergingscoëfficiënt genoemd terwijl de formule van Theis eigenlijk een gespannen watervoerend pakket beschrijft waarvoor dus een elastische bergingscoëfficiënt geldt. De formule van Theis wordt in de praktijk ook gebruikt voor freatische pakketten waarbij de verlagingen in verhouding tot de pakketdikte gering zijn. Bij benadering kan dan worden uitgegaan van een constant doorlaatvermogen. Voor een instationaire puntbron als zodanig is een freatische bergingscoëfficiënt vreemd. Voor de gemodelleerde situatie van een combinatie van puntbronnen in een freatische aquifer is een freatische bergingscoëfficiënt niet vreemd.

Reactie ten aanzien van "Conceptuele fout"

Allereerst wil ik Kick Hemker bedanken voor zijn scherpe inhoudelijke analyse. Na het herhaaldelijk lezen van zijn reactie omtrent de berekeningsmethode denk ik dat Kick Hemker gelijk heeft. Wat ik nog niet kan overzien of deze fout significant is. Ik veronderstel in mijn aanpak dat de debietsverdeling op een tijdstip t niet bepaald wordt door de historie maar in feite in 1 tijdstap kan worden berekend. Deze veronderstel-

¹ Tauw Deventer, (andre.blonk@tauw.com)

ling is juist voor de eerste tijdstap. Voor de volgende tijdstap moet niet het debiet worden worden bepaald maar de verandering van het debiet.

Voor $t=t_1$ (waarbij t_1 een kleine waarde heeft) kan het volgende stelsel vergelijkingen (1) worden opgesteld en met de LUD methode worden opgelost. Dit stelsel vergelijkingen komt overeen met het stelsel vergelijkingen zoals in het artikel is vermeld en levert de onbekende debietsveranderingen ΔQ_{i1} en de verlaging s_1 in de put op tijdstip t_1 .

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_1, x_0, y_0, z_1, t_1) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_2, t_1) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_n, t_1) \\
 s_1 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_1, t_1) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_2, x_0, y_0, z_2, t_1) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_n, t_1) \\
 &\dots \dots \dots \\
 s_1 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_1, t_1) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_2, t_1) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_n, x_0, y_0, z_n, t_1) \\
 Q &= \Delta Q_{11} + \Delta Q_{21} + \dots \dots \dots \Delta Q_{n1}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Voor een later tijdstip $t= t_2$ kan een volgend stelsel vergelijkingen (2) worden opgesteld. In dit stelsel vergelijkingen is de som van de debietsveranderingen ΔQ_{i2} gelijk aan 0. De nog onbekende debietsveranderingen ΔQ_{i2} en de verlaging s_2 voor $t= t_2$ kunnen worden bepaald door het oplossen van dit stelsel vergelijkingen. In dit stelsel vergelijkingen is naast de nog onbekende debietsverandering ΔQ_{i2} op $t=t_2$ de in de vorige tijdstap $t=t_1$ nu bekende debietsverandering ΔQ_{i1} meegenomen.

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_1, x_0, y_0, z_1, t_2) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_2, t_2) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_n, t_2) + \\
 \Delta Q_{12} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_1, x_0, y_0, z_1, t_2 - t_1) + \Delta Q_{22} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_2, t_2 - t_1) + \dots \Delta Q_{n2} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_n, t_2 - t_1) \\
 s_2 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_1, t_2) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_2, x_0, y_0, z_2, t_2) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_n, t_2) + \\
 \Delta Q_{12} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_1, t_2 - t_1) + \Delta Q_{22} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_2, x_0, y_0, z_2, t_2 - t_1) + \dots \Delta Q_{n2} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_n, t_2 - t_1) + \\
 &\dots \dots \dots \\
 s_2 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_1, t_2) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_2, t_2) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_n, x_0, y_0, z_n, t_2) + \\
 \Delta Q_{12} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_1, t_2 - t_1) + \Delta Q_{22} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_2, t_2 - t_1) + \dots \Delta Q_{n2} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_n, x_0, y_0, z_n, t_2 - t_1) \\
 0 &= (\Delta Q_{12} + \Delta Q_{22} + \dots \dots \dots \Delta Q_{n2})
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

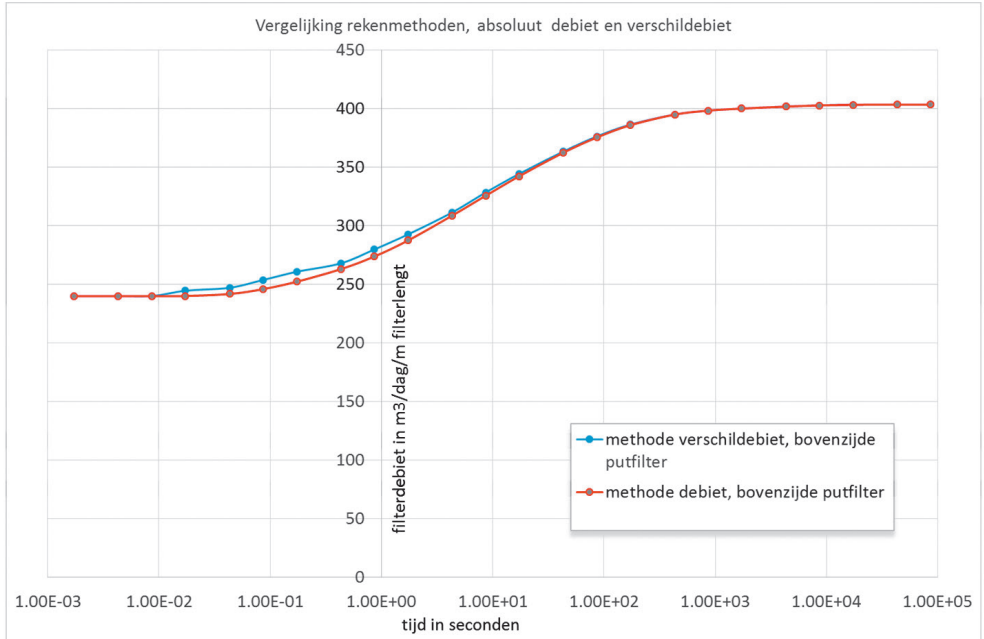
Evenzo kan voor het tijdstip $t=t_3$ een volgend stelsel vergelijkingen (3) worden opgesteld en opgelost voor de nog onbekende debietsveranderingen ΔQ_{i3} en verlaging s_3 op $t= t_3$.

$$\begin{aligned}
 s_3 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_1, x_0, y_0, z_1, t_3) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_2, t_3) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_n, t_3) + \\
 \Delta Q_{12} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_1, x_0, y_0, z_1, t_3 - t_1) + \Delta Q_{22} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_2, t_3 - t_1) + \dots \Delta Q_{n2} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_n, t_3 - t_1) + \\
 \Delta Q_{13} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_1, x_0, y_0, z_1, t_3 - t_2) + \Delta Q_{23} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_2, t_3 - t_2) + \dots \Delta Q_{n3} \times \xi(x_0, y_0, z_1, x_0, y_0, z_n, t_3 - t_2) + \\
 s_3 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_1, t_3) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_2, x_0, y_0, z_2, t_3) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_n, t_3) + \\
 \Delta Q_{12} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_1, t_3 - t_1) + \Delta Q_{22} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_2, x_0, y_0, z_2, t_3 - t_1) + \dots \Delta Q_{n2} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_n, t_3 - t_1) + \\
 \Delta Q_{13} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_1, t_3 - t_2) + \Delta Q_{23} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_2, x_0, y_0, z_2, t_3 - t_2) + \dots \Delta Q_{n3} \times \xi(x_0, y_0, z_2, x_0, y_0, z_n, t_3 - t_2) + \\
 &\dots \dots \dots \\
 s_3 &= \Delta Q_{11} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_1, t_3) + \Delta Q_{21} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_2, t_3) + \dots \Delta Q_{n1} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_n, x_0, y_0, z_n, t_3) + \\
 \Delta Q_{12} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_1, t_3 - t_1) + \Delta Q_{22} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_2, t_3 - t_1) + \dots \Delta Q_{n2} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_n, x_0, y_0, z_n, t_3 - t_1) \\
 \Delta Q_{13} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_1, t_3 - t_2) + \Delta Q_{23} \times \xi(x_0, y_0, z_n, x_0, y_0, z_2, t_3 - t_2) + \dots \Delta Q_{n3} \times \xi(x_0 + 0.1, y_0, z_n, x_0, y_0, z_n, t_3 - t_2) \\
 &= (\Delta Q_{13} + \Delta Q_{23} + \dots \dots \dots \Delta Q_{n3})
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

- Met Q = onttrekkingsdebiet (m3/d)
- t_k = tijdstip stap k (d)
- x_0, y_0, z_i = locatie en filterstelling van de i^e puntbron (m)
- s_k = opgelegde verlaging in de put (m)

- ΔQ_{ik} = te bepalen debietsverandering in puntbron i ten opzichte van tijdstip t_{k-1} (m³/d)
- ζ = functie met spiegelingen van de puntbron

Het debiet van een puntbron i op een tijdstip t_k is een sommatie van alle correctie-debietten bepaald op de tijdstippen t_1 tot en met t_k oftewel, $Q_{ik} = \sum \Delta Q_{ij}$ voor $j=1$ tot en met k . In onderstaande afbeelding 1 is het specifieke filterdebiet aan de bovenzijde van het putfilter voor de eerste foute methode en de gecorrigeerde methode gepresenteerd. Het verschil tussen beide methoden in dit voorbeeld is gering. De reden hiervoor is dat de tijdspanne waarbinnen het proces zich voltrekt erg klein is.



Afbeelding 1: vergelijking rekenmethoden

Tenslotte reactie ten aanzien van "toepassing bij pompproeven"

Misschien is hier enige nuance op zijn plaats. Ik kan niet voor anderen spreken maar ik heb bij de interpretatie van pompproeven nooit rekening gehouden met een variabele debietsverdeling van een putfilter. Sowieso is het lastig om een pompproef op een onvolkomen putfilter goed te interpreteren omdat ook de diepte van het waarnemingsfilter in de omgeving van de put bepalend is voor de verlaging. Verder ben ik altijd wat huiverig geweest om een onvolkomen putfilter met een gediscretiseerd lagenmodel te modelleren. In de limietsituatie (heel veel modellen) ontstaat natuurlijk de zuivere 3D situatie. In de methode die ik beschrijf ontstaat door het aantal gelimiteerde spiegelingen en de discretisatie in de tijd ook een, weliswaar kleine, numerieke fout. Inderdaad kunnen in een meerlagen model verschillende k-waarden worden gehanteerd wat in mijn aanpak niet mogelijk is. Naar mijn idee is het bij een overdaad aan parameter vrijheden (en dus onderlinge afhankelijkheden) ook lastiger om realistische parameters af te leiden.

Conclusie

Aanvullend op de door Kick Hemker beschreven methode in MLU is deze methode zuiver 3 dimensionaal. Kick Hemker heeft een punt wat betreft de conceptuele fout die ik maak ten aanzien van de keuze van de randvoorwaarde voor het berekenen van de debietsverdeling. De verschillen tussen de eerdere foute methode en deze laatste gecorrigeerde methode zijn voor het gekozen voorbeeld gering. Een vergelijking tussen MLU en mijn gecorrigeerde methode geeft kwa orde van grootte een overeenkomstig resultaat te zien. Het is altijd interessant om buiten de eigen voorkeursmethode te kijken en de resultaten te vergelijken.