

Het oplossen van regionale zoet/zout problemen met een gewoon grondwatermodel

1. Inleiding

Het hoge zoutgehalte van het grondwater, dat in kustgebieden wordt aangetroffen, heeft vaak zo'n duidelijke invloed op het stromingspatroon en de stijghoogten, dat 'gewone' grondwatermodellen (die ontwikkeld zijn voor zoet grondwater) niet meer toereikend zijn. Er zijn in de loop der tijd dan ook verschillende methoden ontwikkeld om de fouten van een zoet model te corrigeren. Een van de elegantste is destijds door Santing



C. MAAS
Werkgroep Geohydrologische
Aspecten van
Grondwaterwinning
KIWA NV, Nieuwegein



M. J. EMKE
Gemeentewaterleidingen,
Amsterdam
(thans: IWACO BV,
Rotterdam)

gepubliceerd in dit tijdschrift [Santing, 1980]. Helaas is geen van deze methoden volledig consistent, en de toepassing levert vooral in de ijkingsfase vaak problemen op.

Hoewel de fysische achtergronden van stroming bij variabele dichtheid tegenwoordig welbekend zijn, bestaan er toch nog nauwelijks behoorlijk gedocumenteerde computerprogramma's die regionale stijghoogteproblemen voor grondwater met een variërend zoutgehalte aankunnen. Omdat de grondwaterbeheerders aan de nauwkeurigheid van modelberekeningen steeds hogere eisen stellen, begint dit probleem bij de vergunningverlening een knelpunt te worden.

Gelukkig blijkt een soort veel voorkomende stijghoogteproblemen waarin dichtheidsverschillen een rol spelen toch met gewone grondwatermodellen opgelost te kunnen worden, zonder op enige correctietechniek een beroep te doen, en zelfs zonder een regel in het computerprogramma te wijzigen. Het gaat om die problemen waarbij, gedurende de periode waarin de onderzoeker (c.q. zijn opdrachtgever) geïnteresseerd is, de ruimtelijke verdeling van zoet en zout grondwater niet noemenswaardig verandert.

Omdat grondwater zich onder natuurlijke omstandigheden per jaar doorgaans slechts over enkele decimeters verplaatst, is aan deze voorwaarde bij regionale problemen vaak voldaan. In zulke gevallen kan de dichtheid van het grond-

Samenvatting

Het is algemeen bekend dat het zoutgehalte van grondwater invloed heeft op het stromingspatroon en op de stijghoogten. Hoewel de fysische principes van stroming bij variërende dichtheid tegenwoordig voldoende onderzocht zijn, en een wiskundige beschrijving mogelijk is, bestaan er nog bijna geen goed gedocumenteerde computerprogramma's voor het oplossen van regionale stijghoogteproblemen, die met een variërend zoutgehalte rekening kunnen houden. In dit artikel wordt evenwel aangetoond dat een 'gewoon' regionaal grondwatermodel, een model dat ontworpen is voor zoet grondwater, daarvoor vaak zondermeer geschikt is. Er wordt geen beroep gedaan op correctietechnieken, en de methode vereist geen enkele aanpassing van het computerprogramma.

De toepasbaarheid is in principe beperkt tot stijghoogteproblemen waarbij de ruimtelijke verdeling van de zoutgehalten niet noemenswaardig verandert gedurende de tijdsperiode waarin de onderzoeker geïnteresseerd is. Met nadruk wordt erop gewezen dat dit niet betekent dat er van stationaire stroming (c.q. stationaire grensvlakken) wordt uitgegaan.

water behandeld worden alsof het een eigenschap van het korrelskelet is. Hoewel we ons in dit artikel dus niet bezighouden met de verplaatsing van het grondwater, noch met de beweging van een eventueel grensvlak tussen zoet en zout grondwater, merken we met nadruk op dat deze beperking niet inhoudt dat er sprake hoeft te zijn van stationaire stroming of van stationaire grensvlakken.

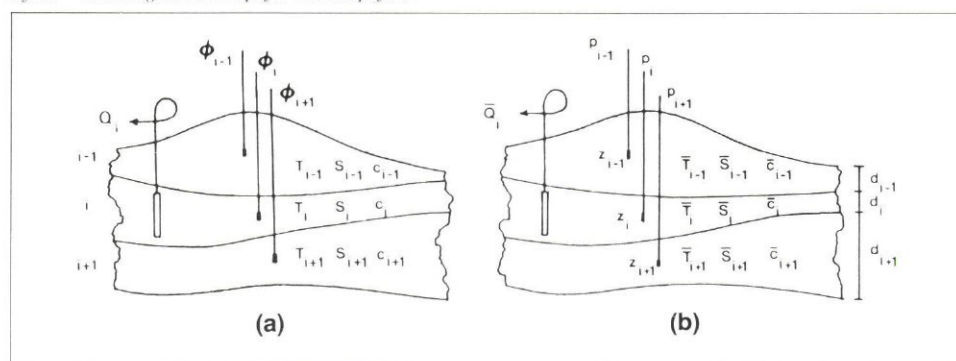
2. Van potentiaal naar druk

De gebruikelijke numerieke modellen voor grondwater gaan uit van een formulering van een grondwaterstromingsprobleem in termen van een zogenaamde grondwaterpotentiaal. Dit is een wiskundige handigheid; de grondwaterpotentiaal heeft geen fysische betekenis, hoewel hij onder zekere voorwaarden geïnterpreteerd mag worden als de stijghoogte van het grondwater, die men in een peilbuis kan waarnemen. (Met 'stijghoogte' bedoelen we de hoogte van de waterspiegel in een peilbuis, wanneer de gehele peilbuis gevuld is met water van dezelfde dichtheid als het water dat ter plaatse van het filter in de grond aangetroffen wordt.) Zolang het grondwater zoet is, of althans overal dezelfde

dichtheid beziet, is de potentiaal een eenduidige grootte. Zodra er ruimtelijke variaties in de dichtheid optreden wordt de potentiaal echter 'meerwaardig': er zijn wiskundig meerdere oplossingen mogelijk. Het potentiaalbegrip verliest daardoor voor de hydroloog zijn bruikbaarheid. Een grootte die bij variabele dichtheid wel zijn bruikbaarheid behoudt, en die bovendien een duidelijke fysische betekenis heeft, is de druk van het grondwater. Het is daarom feitelijk veel aantrekkelijker om grondwaterproblemen in termen van druk te formuleren. Dit is indertijd op overtuigende wijze aangetoond door Knudsen [1962]. Een aantrekkelijke verhandeling over dit onderwerp is te vinden bij De Josselin de Jong [1969]. We zullen in dit artikel Knudsen volgen, en overgaan van potentiaal op druk. Beschouw daartoe de aquifer die in afb. 1a geschetst is.

We veronderstellen dat de dichtheid varieert. De aquifer is om redenen die spoedig duidelijk zullen worden onderverdeeld in subaquifers, zodanig dat binnen een subaquifer in verticale zin de variatie in dichtheid verwaarloosd kan

Afb. 1 - Verdeling van een aquifer in subaquifers.



worden. Het is duidelijk dat zo'n onderverdeling altijd te maken is, door voldoende subaquifers te onderscheiden. (Merk op dat er bij deze aanpak best scherpe grensvlakken mogen bestaan, als ze maar precies op de grens tussen twee subaquifers liggen.) In het geval van zoet grondwater zou de differentiaalvergelijking die de grondwaterpotentiaal beschrijft als volgt luiden:

$$\nabla \cdot \bar{T}_i \nabla \Phi_i + \frac{\Phi_{i-1} - \Phi_i}{(c_{i-1} + c_i)/2} + \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{(c_i + c_{i+1})/2} = S_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + Q_i \quad (1)$$

waarin

$\bar{T}_i$ = doorlatendheid (kD-waarde) van de subaquifer met rangnummer i [$L^2 T^{-1}$]

Φ_i = grondwaterpotentiaal in het midden van de subaquifer

c_i = verticale weerstand (c-waarde) van de subaquifer

$c_i = d_i/k_i$

d_i = dikte van de subaquifer [L]

k_i = specifieke (verticale) doorlatendheid van de subaquifer [$L T^{-1}$]

S_i = bergingscoëfficiënt van de subaquifer [-]

Q_i = bronterm [$L T^{-1}$]

∇ = tweedimensionale gradiënt-operator [L^{-1}]

t = tijd [T]

Wie gewend is om met grondwatermodellen te werken zal deze vergelijking waarschijnlijk zonder meer herkennen. Voor wie wat verder van deze materie af staat zij opgemerkt dat het voor een juist begrip van dit verhaal niet nodig is om vergelijking (1) volledig te doorgronden. Wel is het van belang om te weten dat ieder regionaal grondwatermodel deze vergelijking kan oplossen, als het met de juiste informatie gevoed wordt.

Beschouw vervolgens afb. 1b. Dit is precies dezelfde afbeelding als afb. 1a; er staan alleen andere symbolen in aangegeven, die de volgende betekenissen hebben:

$\bar{T}_i = T_i/\varphi_i g$ [$M^{-1} L^4 T$]

p_i = druk van het grondwater in het midden van de subaquifer met rangnummer i [$M L^{-1} T^{-2}$]

$c_i = \varphi_i g c_i$ [$M L^{-1} T^{-2}$]

$S_i = S_i/\varphi_i g$ [$M^{-1} L^2 T^2$]

z_i = diepteligging van het midden van de subaquifer, gemeten ten opzichte van een referentiepeil

φ_i = soortelijke dichtheid van het grondwater [$M L^3$]

g = versnelling van de zwaartekracht [$L T^{-2}$]

Het kan nu aangetoond worden dat de differentiaalvergelijking voor de grondwaterdruk p_i in het midden van de subaquifer er als volgt uitziet:

$$\nabla \cdot \bar{T}_i \nabla p_i + \frac{p_{i-1} - p_i}{(\bar{c}_{i-1} + \bar{c}_i)/2} + \frac{p_{i+1} - p_i}{(\bar{c}_i + \bar{c}_{i+1})/2} = S_i \frac{\partial p_i}{\partial t} + \bar{Q}_i \quad (2)$$

(Wie in de details van de afleiding geïnteresseerd is kan zich tot de auteurs wenden.) Zoals ment direct inziets, is vgl (1) wiskundig identiek aan vgl (2).

Deze constatering vormt de essentie van dit artikel: ieder computerprogramma waarmee vgl (1) opgelost kan worden is zonder enige aanpassing geschikt om ook vgl (2) op te lossen. Met andere woorden: een 'gewoon' grondwatermodel is zonder meer geschikt om zoet/zout problemen op te lossen, zolang tenminste de ruimtelijke variatie van de dichtheid van het grondwater niet noemenswaardig verandert gedurende de periode waarin men geïnteresseerd is. Het is daartoe dus nodig om van de gebruikelijke potentiaal over te gaan op de druk in het midden van de subaquifers. Verder moet aan de bodemconstanten een andere interpretatie gegeven worden, die direct uit de bovenstaande tabel blijkt. Alleen de bronterm $\bar{Q}$ neemt een meer gecompliceerde vorm aan:

$$\bar{Q} = Q_i/\varphi_i g + \nabla \bar{T}_i \varphi_i g \nabla z_i - \frac{\varphi_{i-1} g d_{i-1} + \varphi_i g d_i}{\bar{c}_{i-1} + \bar{c}_i} + \frac{\varphi_i g d_i + \varphi_{i+1} g d_{i+1}}{\bar{c}_i + \bar{c}_{i+1}} \quad (3)$$

Deze uitdrukking volgt rechtstreeks uit de afleiding van vgl (2), die hier achterwege blijft. Op het eerste gezicht ziet vgl (3) er tamelijk gecompliceerd uit, maar alle termen die in het rechterlid voorkomen zijn van tevoren bekend. De nieuwe bronterm $\bar{Q}_i$ is dus (voor elk knooppunt van het model) vooraf te berekenen; hij gedraagt zich verder als een normale bronterm. Merk op dat Q_i doorgaans ongelijk is aan nul, zelfs al is er in fysische zin geen sprake van een onttrekking of aanvulling.

Het enige wat nodig is, is dus een eenvoudig voorbewerkingsprogramma dat de gebruikelijke bodemconstanten omzet in de nieuwe bodemconstanten en de nieuwe brontermen uitrekent. Verder is het handig om met een (simpele) nabewerking de drukken die door het model uitgerekend worden om te zetten in stijghoogten, zodat de rekenresultaten rechtstreeks vergeleken kunnen worden met stijghoogtewaarnemingen.

We beëindigen deze paragraaf met twee opmerkingen:

1. Afhankelijk van het grondwatermodel waarmee men werkt kan het nodig zijn om ook de randvoorwaarden om te werken.

Een vaste instroming over een rand moet omgezet worden volgens

$$q_i = -\bar{T}_i (\nabla p_i + \varphi_i g \nabla z_i) \quad (4)$$

(niet nodig voor modellen die een vaste instroming over een rand interpreteren als een injectiebron in een randelement.)

2. Sommige regionale grondwatermodellen onderscheiden aquifers en aquitards. Zulke modellen tellen de weerstand van de aquifers op bij die van de aquitards, en ze rekenen geen stijghoogte uit in het midden van de slecht-doorlatende lagen. Daardoor komen de uitdrukkingen voor C en Q er wat anders uit te zien. Wie daarin geïnteresseerd is kan contact opnemen met de auteurs.

3. Numerieke voorbeelden

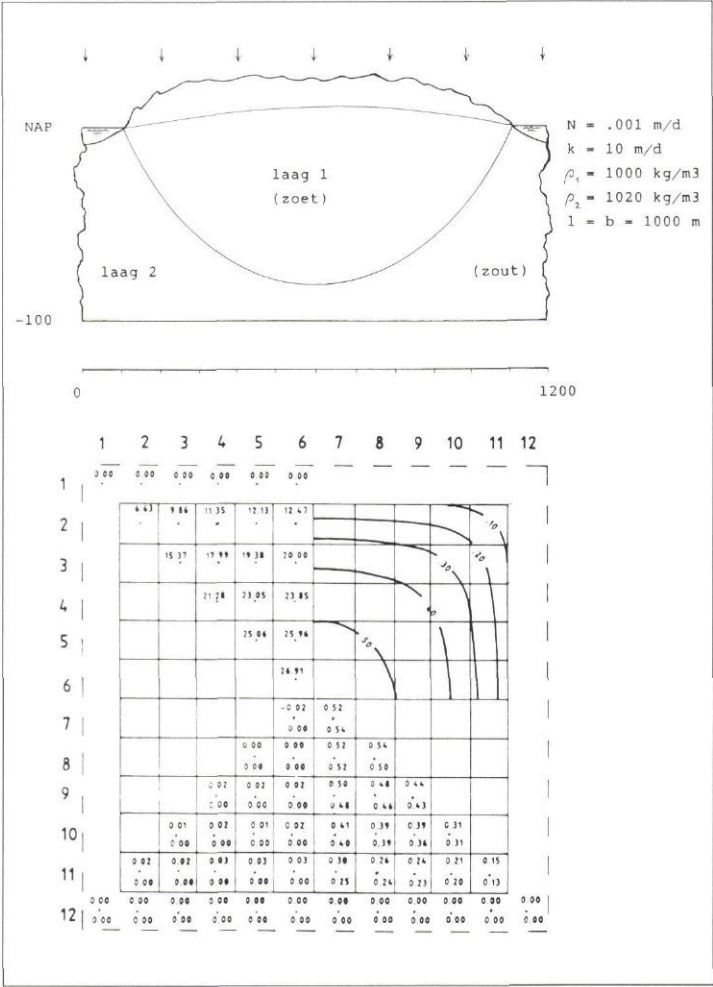
Om de methode te illustreren hebben we twee voorbeelden uitgewerkt met het grondwatermodel MODFLOW van de U.S. Geological Survey [McDonald en Harbaugh, 1984]. Het zijn allebei elementaire stromingsgevallen, met scherpe grensvlakken en stagnant zout water. (We zagen namelijk geen kans om analytische oplossingen te vinden voor interessantere problemen met een bewegend grensvlak, of met geleidelijk variërende dichtheden, hoewel de methode daarvoor natuurlijk wel geschikt is.)

Het eerste voorbeeld betreft een vierkant eiland in de oceaan met een zoete grondwaterlens. Afb. 2 geeft een dwarsdoorsnede. De positie van het grensvlak is eerst analytisch berekend, en de daaruit volgende verdeling tussen zoet en zout grondwater is als uitgangspunt genomen voor het numerieke model. Het model bevat een zoete en een zoute subaquifer en er is sprake van stationaire stroming. De gebruikte invoergegevens zijn in afb. 2 ingeschreven, naast de dwarsdoorsnede, en de rekenresultaten zijn weergegeven in een matrix, die als volgt geïnterpreteerd moet worden:

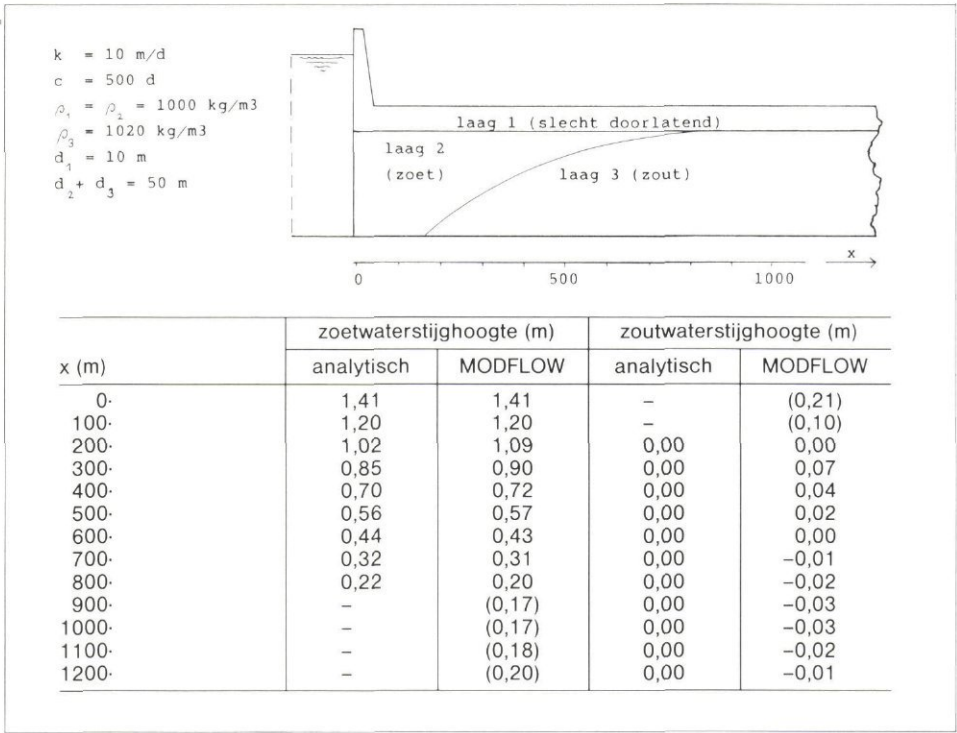
Het eerste kwadrant geeft de analytisch berekende isolijnen van het freatische vlak. Het tweede kwadrant (linksom gaand) geeft de theoretische positie van het grensvlak in het centrum van de elementen. In het derde kwadrant zijn de berekende (bovenste getallen) en de theoretische (onderste getallen) stijghoogten van het zoute grondwater aangegeven. Het vierde kwadrant geeft de

berekende en de theoretische stijghoogten in het zoete grondwater. Het blijkt dat er fouten optreden van maximaal 5 cm. We hebben dit probleem vervolgens nog eens op de conventionele manier met MODFLOW opgelost, waarbij het grensvlak als ondoorlatende basis werd opgevat (in feite werd dus alleen de zoete laag gemodelleerd). Omdat dit voor de zoete stijghoogten exact dezelfde uitkomsten opleverde concluderen we dat de geconstateerde numerieke fouten niet te wijten zijn aan de hier gepresenteerde methode, maar aan de numerieke benadering van de differentiaal-vergelijking, die MODFLOW toepast. Het tweede voorbeeld behandelt een geval waarin slechts in het centrale deel van het modelgebied gelijktijdig zoet en zout grondwater voorkomen (afb. 3). Het gaat om een kustaquifer met semi-spanningswater. Het buitenwater is zoet; in het poldergebied komt zout grondwater voor en ergens treedt een overgangszone op in de vorm van een zoute wig. (Het lijkt een wat vreemd voorbeeld, maar het is ontleend aan de praktijk van een van de auteurs.) In het model zijn weer twee subaquifers onderscheiden, een zoete en een zoute. Voor MODFLOW is dat een wat lastig probleem, want in tegenstelling tot sommige andere grondwatermodellen kent MODFLOW geen optie voor het modelleren van aquifers die halverwege het modelgebied ophouden.

Afb. 2 - Voorbeeld 1: een zoetwaterlens onder een vierkant eiland. De positie van het grensvlak was bekend; zoetwater- en zoutwaterstijghoogten zijn berekend met MODFLOW.



Afb. 3 - Voorbeeld 2: een zoute wig in een aquifer met semi-spanningswater. De positie van het grensvlak was bekend; zoetwater- en zoutwaterstijghoogten zijn berekend met MODFLOW.



Waar de subaquifers theoretisch ontbreken zijn ze in het model doorgezet als lagen met een zeer geringe dikte (1 mm). Uit de tabel met rekenresultaten (afb. 3) blijkt dat enige numerieke verstrooiing optreedt nabij de top en de teen van de wig (de maximale fout is 7 cm). Omdat dit verschijnsel niet bleek op te treden in een model dat wel met onderbroken aquifers overweg kan [Olsthoorn, 1987] concluderen we dat ook dit voorbeeld aantoont dat de methode werkt.

4. Slot

De directe aanleiding tot het uitwerken van deze methode was de behoefte aan een grondwatermodel voor het duinwater-wingebied van Gemeentewaterleidingen Amsterdam. Die toepassing is elders in deze aflevering van H₂O gepubliceerd [Kooiman en Emke, 1989]. De methode is eerder gepresenteerd tijdens de PATO-cursus Grondwaterwinning en Kunstmatige Aanvulling van Grondwater te Delft in 1987, en tijdens de tiende Salt