

Modellering met behulp van een spreadsheet . . . simultane stroming van zoet en zout grondwater

1. Uitgangspunten

Bij niet-stationaire grondwaterstroming denken we aan dynamische veranderingen van de grondwaterberging, door indrukken van het korrelpakket en het water, of bij freatisch grondwater, door vol-of leeglopen van poriën. Zulke dynamische veranderingen van de berging spelen zich af in een tijdsbestek van uren (spanningswater) tot weken (freatisch water). Het instationaire gedrag ten gevolge van de verplaatsing van het zoet-



IR. T. N. OLSHOORN
Pijnacker

zout grensvlak speelt zich echter af in een tijdsbestek van jaren tot eeuwen en is hierdoor van een andere orde.

Bij de afleiding van de vergelijkingen voor de niet-stationaire zoet-zout stroming zal dan ook alleen rekening worden gehouden met de bergingsveranderingen ten gevolge van de verplaatsing van het zoet-zout grensvlak.

Wanneer de dichtheid van het water continu verandert, kan geen stijghoogte worden gedefinieerd en moet met drukken (of met stroomfuncties [Van den Akker, 1982]) worden gewerkt.

In de situatie met een scherp grensvlak hebben we echter een vaste dichtheid boven het grensvlak, ρ_s en een andere, vaste dichtheid, ρ_f , eronder. We kunnen dus, zowel boven als onder het grensvlak met een, zij het verschillende stijghoogte werken, één voor het zoete water, Φ_f , en een andere voor het zoute water, Φ_s .

Het werken met twee afzonderlijke stijghoogten leidt tot eenvoud, symmetrie en elegantie van de resulterende formules.

Bij een hydrostatisch verloop van de druk, praktisch uitgangspunt in dit artikel, kan de druk in het zoete en in het zoute water rechtstreeks uit stijghoogte en diepte worden berekend.

Aangezien de druk continu verloopt dienen de drukken op het grensvlak, berekend via de stijghoogte van het zoute en het zoete water aan elkaar gelijk zijn (Conditie van Badon-Ghyben en Herzberg). Zij de hoogte van het grensvlak gelijk aan I (I van het woord Interface), dan geldt derhalve:

$$\rho_f(\Phi_f - I) = \rho_s(\Phi_s - I) \quad (1)$$

Hieruit volgt de positie van het grensvlak:

$$I = \frac{\rho_s \Phi_s - \rho_f \Phi_f}{\rho_s - \rho_f} \quad (2)$$

Samenvatting

In vorige artikelen zijn methoden beschreven om grondwater- en oppervlakte-watermodellen te maken met behulp van spreadsheet-programma's ('elektronische werkbladen'), die tegenwoordig voor elke PC beschikbaar zijn [Olsthoorn, 1984, 1985, 1987, 1988].

In dit artikel wordt het methodenarsenaal uitgebreid naar de gelijktijdige stroming van zoet en zout grondwater in verticale doorsneden. Dit blijkt op elegante wijze mogelijk op basis van de Dupuit-benadering en een scherp grensvlak, voor stationaire zowel als voor niet-stationaire situaties.

De accuratesse van de methode is hoog zoals blijkt uit de vergelijking met gepubliceerde voorbeelden die zelf zijn verkregen met meer geavanceerde modellen.

De voorbeelden zijn met slechts twee spreadsheets uitgerekend, één voor de stationaire situatie en één voor niet-stationaire situatie. De verschillen tussen de afzonderlijke voorbeelden zijn beperkt tot randvoorwaarden.

Het werken met deze spreadsheets is zeer leerzaam aangezien zij, getuige de voorbeelden, uitnodigen tot experimenteren.

Uitbreiding van de methode tot radiaal symmetrische situaties en tweedimensionale situaties in het horizontale vlak ligt voor de hand.

Deze vergelijking is uitsluitend gebaseerd op de aanname dat de verticale stromingscomponenten verwaarloosd mogen worden en dat de dichtheid van zoet en van zout water constant zijn. Zij geldt dus zowel voor stationaire als niet-stationaire stroming van zoet en zout grondwater. De hydraulische doorlatendheid is een eigenschap die mede afhankelijk is van de eigenschappen van de vloeistof:

$$k_f = \frac{\rho_f g}{\mu} \text{ en } k_s = \frac{\rho_s g}{\mu} \quad (3)$$

zodat

$$\frac{k_s}{\rho_s} = \frac{k_f}{\rho_f} \quad (4)$$

Met andere woorden, bij de gebruikelijke dichtheden is k_s 2,5% groter dan k_f , een verschil dat doorgaans wordt verwaarloosd, maar in een spreadsheet gemakkelijk kan worden meegenomen, wanneer men dat wenst.

2. Numerieke aanpak

We gaan uit van de niet-stationaire situatie en beschouwen de stationaire als een vereenvoudiging daarvan.

Door toepassing van de wet van Darcy voor het zoete en het zoute deel van het pakket en toepassing het principe van continuïteit verkrijgen we onderstaande differentiaalvergelijkingen:

$$\frac{\partial(k_f D_f \partial \Phi_f)}{\partial x^2} + q_f = -S \frac{\partial I}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial(k_s D_s \partial \Phi_s)}{\partial x^2} + q_s = +S \frac{\partial I}{\partial t} \quad (6)$$

De formules voor de stroming in het zoete en het zoute water hebben dus exact dezelfde structuur. Alleen het teken van het rechterlid verschilt. In de stationaire

situatie is het rechterlid van beide differentiaalvergelijkingen gelijk aan nul. Behalve deze vergelijkingen geldt de reeds gegeven betrekking voor de positie van het grensvlak (2).

Voor de modellering in het spreadsheet zijn bovenstaande differentiaalvergelijkingen in feite niet nodig. We verdelen de x -as in mootjes, elk met een eigen lengte Δx . Tussen de mootjes bevinden zich de knooppunten, waarvoor we de stijghoogten en de positie van het grensvlak willen uitrekenen.

We leiden alle vergelijkingen af voor een willekeurig knooppunt, dat wordt aangeduid met de index i . Deze index kan intuïtief worden gelezen als spreadsheet-kolom i , de kolom waar de parameters voor deze knoop in zullen worden geplaatst. Het rechts naastliggende knooppunt krijgt steeds de index j , het links naastliggende punt de index h . Een dubbele index, als in $\partial x_{h,i}$, geeft aan dat de parameter geen betrekking heeft op een knoop maar op een moot tussen twee knopen in, hier de afstand ∂x tussen knopen h en i . De extra index f of s duidt zoals gebruikelijk op zoet (fresh) en zout (saline).

De specifieke stroming tussen twee naast elkaar liggende knooppunten met de nummers i en j bedraagt nu:

$$q_{f,i,j} = \frac{k_{f,i,j} D_{f,i,j}}{\Delta x_{i,j}} (\Phi_{f,i} - \Phi_{f,j}) \quad (7)$$

$$q_{s,i,j} = \frac{k_{s,i,j} D_{s,i,j}}{\Delta x_{i,j}} (\Phi_{s,i} - \Phi_{s,j}) \quad (8)$$

De doorstroombdikte wordt bepaald door de positie van de top en de basis van het pakket en die van het grensvlak. Zo zijn de doorstroombdikte van het zoete en het

zoute grondwater ter plaatse van knooppunt i respectievelijk gelijk aan:

$$D_{f,i} = z_{\text{top},i} - I_i \quad (9)$$

$$D_{s,i} = I_i - z_{\text{bot},i} \quad (10)$$

zodat voor de gemiddelde dikte in de moot tussen knooppunten i en j geldt:

$$D_{f,i,j} = (D_{f,i} + D_{f,j})/2 \quad (11)$$

$$D_{s,i,j} = (D_{s,i} + D_{s,j})/2 \quad (12)$$

We kunnen nu direct de waterbalans opschrijven voor een willekeurig knooppunt i . Hiertoe schrijven we alle stromen op die naar het knooppunt zijn gericht en eisen dat de som hiervan gelijk is aan de berging ten gevolge van de grensvlakverplaatsing gedurende een infinitesimale tijdstap:

$$\alpha_{f,i,j}(\Phi_{f,j} - \Phi_{f,i}) + \alpha_{f,h,i}(\Phi_{f,h} - \Phi_{f,i}) \quad (13)$$

$$+ Q_{f,i} = -S \frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\alpha_{s,i,j}(\Phi_{s,j} - \Phi_{s,i}) + \alpha_{s,h,i}(\Phi_{s,h} - \Phi_{s,i}) \quad (14)$$

$$+ Q_{s,i} = +S \frac{\partial I}{\partial t}$$

De coëfficiënt α is uiteraard gelijk aan:

$$\alpha_{f,i,j} = (k_{f,i,j} D_{f,i,j})/\Delta x_{i,j} \quad (15)$$

$$\alpha_{s,i,j} = (k_{s,i,j} D_{s,i,j})/\Delta x_{i,j} \quad (16)$$

De termen Q stellen de hoeveelheid water voor die vanuit de buitenwereld direct in het desbetreffende knooppunt terecht komt (positief) of naar de buitenwereld verdwijnt (negatief). Deze Q kan worden opgesplitst in afzonderlijke componenten voor opgelegde volumestroom, en die vanuit een neerslagoverschot of een lekstroom via een afdekkende laag:

$$Q_f = Q_{f,\text{injectie}} + N_i + \gamma(\Phi_{\text{polder},i} - \Phi_{f,i}) \quad (17)$$

Hierin geldt $N_i = (n_{h,i}\Delta x_{h,i} + n_{i,j}\Delta x_{i,j})/2$ de volumestroom door neerslagoverschot en $\gamma_{f,i} = (\Delta x_{h,i}/c_{h,i} + \Delta x_{i,j}/c_{i,j})/2$. Het neerslagoverschot en de lekstroom sluiten elkaar in voorkomende gevallen doorgaans uit, zodat normaliter N ofwel γ ofwel beide nul zijn. Uitzonderingen zijn mogelijk, bijvoorbeeld, wanneer de afdekkende kleilaag slechts een gedeelte van een moot afdekt.

Tijdens het oplossen van het stelsel vergelijkingen wordt telkens opnieuw de positie van het grensvlak berekend. In sommige gevallen met ongelukkig gekozen randvoorwaarden of onttrekkingen die het pakket niet kan leveren, kan de berekende positie van het grensvlak boven de top of onder de basis van het watervoerende pakket uitkomen, met negatieve laagdikten en een uit de hand

lopend rekenproces als gevolg.

We kunnen dit reken technisch in de hand houden door de positie van het grensvlak (zie vlg. 2) te begrenzen tot maximaal de bovenkant en minimaal de onderkant van het watervoerende pakket.

$I_i = \min$

$$(z_{\text{top},i}, \max(z_{\text{bot},i}, \frac{P_s}{\Delta P} \Phi_{s,i} - \frac{P_f}{\Delta P} \Phi_{f,i})) \quad (18)$$

Behalve de ruimte dient ook de tijd te worden gediscetiseerd. Beschouw daartoe een tijdvak $t \rightarrow t + \Delta t$ en een tussenmoment $t + \theta \Delta t$, met $0 \leq \theta \leq 1$, waarop de stijghoogten en de waterstromen een goede representatie vormen van de gemiddelde situatie gedurende dit tijdvak. Voor de berging geldt ten gevolge van de verplaatsing van het grensvlak (zie ook de symbolenlijst):

$$\int_t^{t+\Delta t} S \frac{\partial I}{\partial t} dt = \frac{S}{\Delta t} (I^+ - I^-) \quad (19)$$

Wanneer we het verloop van I gedurende het tijdvak lineair benaderen, dan is I op het representatieve tussentijdstip gelijk aan:

$$I = I^- + \theta(I^+ - I^-) \quad (20)$$

zodat hiermee I^+ uit de differentiaalvergelijking wordt geëlimineerd en vervangen door een betrekking met de positie I op de gewenste representatieve tussentijdstip:

$$S \frac{\partial I}{\partial t} \approx \frac{S}{\theta \Delta t} (I - I^-) \quad (21)$$

Hiermee gelden alle tijd-gediscetiseerde parameters ($\Phi_f, \Phi_s, I, q_f, q_s$) op een representatief tijdstip $t = \tau + \theta \Delta t$, ergens tussen $t = \tau^-$ en $t^+ = \tau^- + \Delta t$.

We moeten nu voor θ nog een geschikte waarde kiezen. $\theta = 0$ leidt tot een volledig expliciet tijdsintegratieschema volgens Euler, dat geen iteraties, maar kleine tijdstappen vergt.

$\theta = 1$ levert een volledig impliciet reken schema, onnauwkeurig zij het reken technisch stabiel.

$\theta = 2/3$ is een praktische waarde, die zowel nauwkeurige resultaten als een stabiel rekenproces levert, ook bij grote tijdstappen. Alle niet-stationaire voorbeelden in dit artikel zijn met deze waarde θ berekend.

3. Het rekenschema

Er blijkt een elegant en stabiel iteratief rekenschema mogelijk voor zowel het stationaire als het niet-stationaire spreadsheet. Het bewust schema wordt ver-

kegen door de hoogte van het grensvlak I uit beide niet stationaire differentiaalvergelijkingen te elimineren. We vervangen $I - I^-$ met behulp van vergelijking (21) door:

$$I - I^- =$$

$$\left(\frac{q_s}{\Delta q} \Phi_f - \frac{q_f}{\Delta q}\right) \Phi_f - \left(\frac{q_s}{\Delta q} \Phi_s^- - \frac{q_f}{\Delta q} \Phi_f^-\right) \quad (22)$$

Oftewel:

$$I - I^- =$$

$$\frac{q_s}{\Delta q} (\Phi_s - \Phi_s^-) - \frac{q_s}{\Delta q} (\Phi_f - \Phi_f^-) \quad (23)$$

De waterbalans voor een willekeurig knooppunt i voor het representatieve tijdstip $t = \tau^- + \theta \Delta t$ wordt nu:

$$\begin{aligned} & \alpha_{f,h,i}(\Phi_{f,h} - \Phi_{f,i}) + \alpha_{f,i,j}(\Phi_{f,j} - \Phi_{f,i}) + \\ & b_{f,i}(\Phi_{f,i} - \Phi_{f,i}^-) - b_{s,i}(\Phi_{s,i} - \Phi_{s,i}^-) + \\ & Q_{f,i} = 0 \\ & \alpha_{s,h,i}(\Phi_{s,h} - \Phi_{s,i}) + \alpha_{s,i,j}(\Phi_{s,j} - \Phi_{s,i}) \\ & + b_{s,i}(\Phi_{s,i} - \Phi_{s,i}^-) - b_{f,i}(\Phi_{f,i} - \Phi_{f,i}^-) + \\ & Q_{s,i} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

terwijl verder uiteraard vergelijkingen (2) respectievelijk 18) van toepassing zijn om de positie van het grensvlak voortdurend bij te stellen.

De coëfficiënten b zijn gelijk aan:

$$b_{f,i} =$$

$$\frac{S_{f,h,i} q_f}{\theta \Delta t \Delta q} \Delta x_{h,i} + \frac{S_{f,i,j} q_f}{\theta \Delta t \Delta q} \Delta x_{i,j} / 2 \quad (26)$$

$$b_{s,i} =$$

$$\frac{S_{s,h,i} q_s}{\theta \Delta t \Delta q} \Delta x_{h,i} + \frac{S_{s,i,j} q_s}{\theta \Delta t \Delta q} \Delta x_{i,j} / 2 \quad (27)$$

Door de stijghoogte in het punt i expliciet te maken ontstaan vergelijkingen waarmee de stijghoogte in een willekeurig knooppunt i kan worden berekend uit de naastliggende, die in de zelfde knoop doch aan het begin van de tijdstap en die in dezelfde knoop maar in de andere waterlaag:

$$\begin{aligned} & \alpha_{f,h,i} \Phi_{f,h} + \alpha_{f,i,j} \Phi_{f,j} + b_{f,i} \Phi_{f,i}^- - \\ & \Phi_{f,i} = \frac{b_{s,i}(\Phi_{s,i}^- - \Phi_{s,i}) + Q_{f,i}}{\alpha_{f,h,i} + \alpha_{f,i,j} + b_{f,i}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{s,h,i} \Phi_{s,h} + \alpha_{s,i,j} \Phi_{s,j} + b_{s,i} \Phi_{s,i}^- - \\ & \Phi_{s,i} = \frac{b_{f,i}(\Phi_{f,i}^- - \Phi_{f,i}) + Q_{s,i}}{\alpha_{s,h,i} + \alpha_{s,i,j} + b_{s,i}} \end{aligned} \quad (29)$$

Met deze vergelijkingen wordt, uitgaande van de situatie op tijdstip $t = \tau^-$, de situatie op tijdstip $t = \tau^- + \theta \Delta t$ berekend. De situatie aan het einde van de tijdstap volgt nu uit die op het berekende tijdstip en die aan het begin van de tijdstap:

$$\Phi_f^+ = \Phi_f^- + (\Phi_f - \Phi_f^-)/\theta \quad (30)$$

$$\Phi_s^+ = \Phi_s^- + (\Phi_s - \Phi_s^-)/\theta \quad (31)$$

De stationaire situatie is slechts een bijzonder geval. Het is de situatie waarbij het rechterlid van de oorspronkelijke differentiaalvergelijking (5 en 6) en dus de daaruit afgeleide coëfficiënten b (vgl. 26 en 27) nul zijn. Vergelijkingen en 30 en 31 vervallen in hun geheel, wat overblijft zijn vgl. 28 en 29, ontdaan van de coëfficiënten b. Het zal duidelijk zijn, dat het spreadsheet voor de stationaire en dat voor de niet-stationaire situaties sprekend op elkaar lijken.

4. Implementatie

Tabel 1 geeft de parameters die onder elkaar in het spreadsheet staan. Links in de tabel staat de naam van de parameter in de rij, daarnaast zijn dimensie. De derde kolom in de tabel 'N,R', is een geheugensteuntje. De letter N geeft aan dat de parameter betrekking heeft op een knoop (bijvoorbeeld phi, Q, x), terwijl de letter R aangeeft dat de parameter betrekking heeft op de moot rechts van de knoop. Parameters die op een moot betrekking hebben zijn in de hiervoor gegeven formules herkenbaar aan hun dubbele index [h, i] of [i, j], (bijvoorbeeld, $k_{f,i,j}$, $\Delta x_{i,j}$, in de tabel aangegeven met respectievelijk $k_f[i]$, $\Delta x[i]$. De vierde kolom geeft de formule die in de desbetreffende spreadsheetrij moet worden ingevoerd. In overeenstemming met het voorgaande kan de index i worden geïnterpreteerd als een verwijzing naar spreadsheetkolom i enzovoort. De naam van een parameter in zo'n formule houdt een verwijzing in naar de betreffende parameter en dus naar de betreffende rij in het spreadsheet. Gegeven parameters bevatten geen verwijzingen en zijn als zodanig aangeduid. Wanneer de formules eenmaal in de desbetreffende spreadsheetkolom zijn ingevoerd, kunnen zij naar rechts worden gekopieerd om een model te krijgen dat uit het gewenste aantal knooppunten bestaat.

Achteraf kan een stijghoogterandvoorwaarde worden gecreëerd door de formule in de betreffende cellen aan de uiteinden van spreadsheetrij Φ_f respectievelijk Φ_s te vervangen door de gewenste getalswaarde van de stijghoogte. Door kopiëren van de formule uit een naastliggende cel kan dit gemakkelijk weer ongedaan worden gemaakt. Een gesloten rand krijgt u door de coëfficiënten a_f en a_s aan een uiteinden van het model gelijk aan nul te maken. Door daarna Q_f respectievelijk Q_s in de gewenste knopen een getalswaarde te geven, legt u daar een gegeven volumestroom op.

Na enig oefenen wijst zich de werkwijze vanzelf. De oplossing kan worden verwezenlijkt door de worksheet telkens geheel te laten doorrekenen, totdat de positie van het grensvlak stabiel is geworden. Door I tijdens de berekening gade te slaan wordt vanzelf duidelijk of en wanneer de eind-situatie voldoende is benaderd. Met behulp van een macro kan het rekenproces worden versneld, door het rekenproces te verdelen in een aantal cycles, waarbij per cycle steeds eenmaal de hele worksheet wordt doorgerekend om de

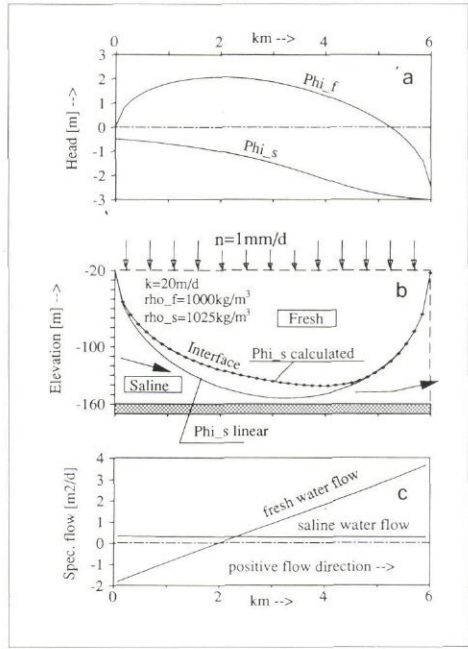
coëfficiënten bij te werken en vervolgens bijvoorbeeld 25 keer achtereenvolgens met de Φ_f - en Φ_s -waarden. Tenslotte zij opgemerkt dat de grafische mogelijkheden van het spreadsheet uitstekend geschikt zijn om het verloop van stijghoogten, grensvlak en specifieke volumestromen als functie van x weer te geven.

5. Stationaire voorbeelden

5.1 Kenmerkende Duinstrook met asymmetrische randvoorwaarden
Het eerste voorbeeld geeft een kenmerkende doorsnede door een duingebied

TABEL I - Overzicht van de layout van het spreadsheet.

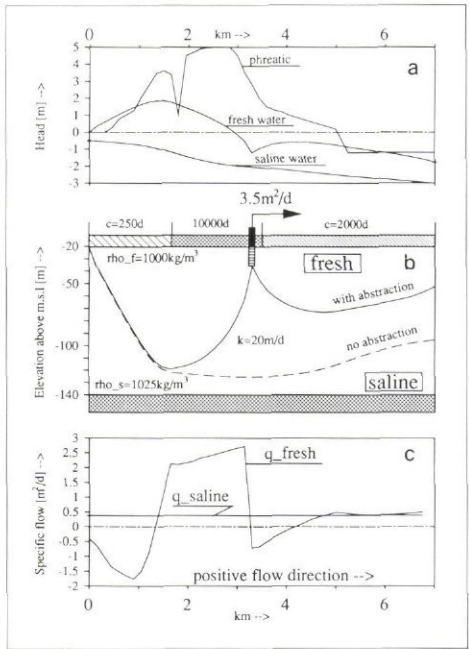
Parameter	Dimensie	N, R	Formule in spreadsheetcel
Ruimtelijke parameters			
Δx	[m]	R	Gegeven mootbreedte
x-node	[m]	N	Eerste waarde gegeven, verder $x[h] + \Delta x[i]$
Δx_node	[m]	N	Relevante breedte rond knoop x, $(\Delta x[h] + \Delta x[i])/2$
x_mid	[m]	R	x in midden van moot, $x[i] + 0,5 * \Delta x[i]$
Neerslag en Inzijging			
N	[m/d]	R	n = neerslagoverschot, $n * \Delta x_node[i]$
c	[d]	R	Gegeven weerstand afdekkend pakket
gamma	[m/d]	N	$0,5 * (\Delta x[h]/c[h] + \Delta x[i]/c[i])$
Parameters van de laag zoet water			
q_f	[m ² /d]	N	Gegeven volumestroom (injectie positief) eventueel uitgebreid met N[i] en/of gamma[i] * (phi_p[i] - phi_f[i])
k_f	[m/d]	R	Gegeven doorlatendheid
D_f	[m]	N	$z_{top}[i] - I[i]$
b_f	[m/d]	N	$\Delta x_node[i] * (S/(\theta * \Delta t)) * (\rho_o_f/\Delta \rho_o)$
a_f	[m/d]	R	$k f[i] * 0,5 * (D f[i] + D f[j]) / \Delta x[i]$
Stijghoogte en grensvlak op $t = t_min + \Delta t$			
phi_f_plus	[m]	N	$\phi_f_min[i] + (\phi_f[i] - \phi_f_min[i]) / \theta$
phi_s_plus	[m]	N	$\phi_s_min[i] + (\phi_s[i] - \phi_s_min[i]) / \theta$
I_plus	[m]	N	$(\rho_o_s/\Delta \rho_o) * \phi_s_plus[i] - (\rho_o_f/\Delta \rho_o) * \phi_f_plus[i]$
Polderpeil, Stijghoogten en grensvlak op $t = t_min + \theta \Delta t$			
phi_p	[m]	N	Gegeven peil boven afdekkend pakket
phi_f	[m]	N	$(a_f[h] * \phi_f[h] + a_f[i] * \phi_f[j] + b_f[i] * \phi_f_min[i] - b_s[i] * (\phi_s[i] - \phi_s_min[i]) + q_f[i]) / (a_f[h] + a_f[i] + b_f[i])$
phi_s	[m]	N	$(a_s[h] * \phi_s[h] + a_s[i] * \phi_s[j] + b_s[i] * \phi_s_min[i] - b_f[i] * (\phi_f[i] - \phi_f_min[i]) + q_s[i]) / (a_s[h] + a_s[i] + b_s[i])$
Stijghoogten en grensvlak op $t = t_min$			
phi_f_min	[m]	N	Gegeven, wordt na elke tijdstap gelijk gemaakt aan phi_f_plus[i]
phi_s_min	[m]	N	Gegeven, wordt na elke tijdstap gelijk gemaakt aan phi_s_plus[i]
I_min	[m]	N	$(\rho_o_s/\Delta \rho_o) * \phi_s_min[i] - (\rho_o_f/\Delta \rho_o) * \phi_f_min[i]$
Top en basis van watervoerende laag en berekend grensvlak			
z_top	[m]	N	Gegeven bovenzijde van het pakket
I	[m]	N	$\min(z_top[i], \max(z_bot[i], (\rho_o_s/\Delta \rho_o) * \phi_s[i] - (\rho_o_f/\Delta \rho_o) * \phi_f[i]))$
z_bot	[m]	N	Gegeven onderzijde van het pakket
Parameters van de laag zout water			
q_s	[m ² /d]	N	Gegeven injectiestroom in zoute waterlaag
k_s	[m/d]	R	Gegeven, of $k_f[i] * \rho_o_s/\rho_o_f$
D_s	[m]	N	$I[i] - z_bot[i]$
b_s	[m/d]	N	$\Delta x_node[i] * S/(\theta * \Delta t) * (\rho_o_s/\Delta \rho_o)$
a_s	[m/d]	R	$k_s[i] * 0,5 * (D_s[i]) / \Delta x[i]$
Waterbalans, instroming per knooppunt			
q_node_f	[m ² /d]	N	$a_f[h] * (\phi_f[i] - \phi_f[h]) + a_f[i] * (\phi_f[i] - \phi_f[j])$
q_node_s	[m ² /d]	N	$a_s[h] * (\phi_s[i] - \phi_s[h]) + a_s[i] * (\phi_s[i] - \phi_s[j])$
Stroming in watervoerend pakket (naar rechts positief)			
q_f	[m ² /d]	R	$a_f[i] * (\phi_f[i] - \phi_f[j])$
q_s	[m ² /d]	R	$a_s[i] * (\phi_s[i] - \phi_s[j])$



Afb. 1 - Doorsnede door een duinstrook.
a: Gefixeerde stijghoogen links en rechts en berekende stijghoogen daartussen.
b: Doorsnede en berekende zoet-zout-grensvlakken. Getrokken lijn geldt voor een lineair verlopende stijghoote $\Phi_i - s$.
c: Berekende stroomsterkte.

met links en rechts gefixeerde stijghoogen (afb. 1a). De specifieke stroming van het zoete en het zoute water is gegeven in afb. 1c. Door het stijghoogteverschil de randen van het model stroomt ook het zoute water. De curve met de markertjes in afb. 1b geeft het berekende verloop van het zoet-zoet grensvlak; elke marker is een berekend knooppunt. De getrokken lijn is berekend voor het geval dat de zoutwaterstijghoogte eenvoudigweg lineair wordt geïnterpoleerd tussen beide randwaarden. De fout die hierbij ontstaat blijkt uit het verschillende verloop van beide grensvlakken. De lagere stijghoogen aan de landinwaartse zijde veroorzaken een asymmetrische vorm van de zoetwaterbel, een situatie die men dus onder de Nederlandse duinen zou mogen verwachten. De maximale zoetwaterstijghoogte is naar het westen en de maximale dikte van de zoetwaterbel naar het oosten verschoven. Beide maxima liggen dus niet meer op dezelfde plaats. Dit is van belang bij het interpreteren van veldwaarnemingen.

5.2 Duindoorsnede Meijndel, Wassenaar
De verwachte landinwaartse verschuiving van de maximale dikte van de zoetwaterbel wordt lang niet altijd in de praktijk aangetroffen. Afb. 2 demonstreert waarom dit het geval kan zijn. Het gaat om de situatie te Meijndel in het Haagse Duin-

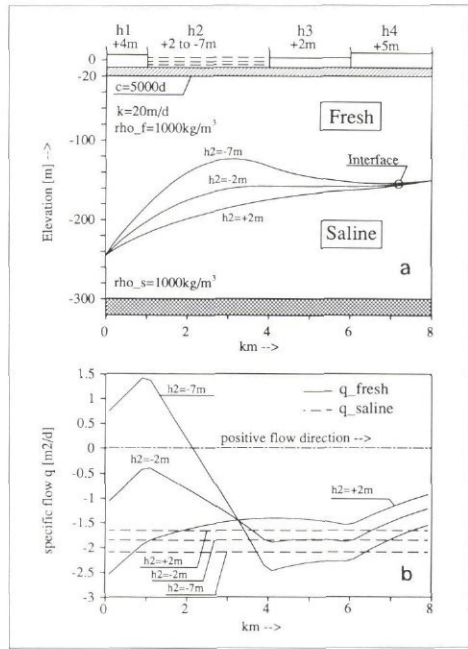


Afb. 2 - Geschematiseerde doorsnede duinstrook Meijndel (Wassenaar), [zie Grakist, 1983].
a: Opgelegde freatische stijghoogte en berekende stijghoogen. Stijghoogen links en $\Phi_i - s$ rechts zijn opgelegd.
b: Doorsnede met berekend grensvlak zonder de onttrekking (gestippelde lijn) en met de onttrekking. Voeding vindt plaats via de weerstandbiedende deklaag.
c: Berekende grondwaterstroom van het zoete en het zoute water. q_{fresh} rechts is opgelegd, $0,5 \text{ m}^2/\text{d}$.

gebied [zie Grakist, 1983]. In plaats van een directe voeding door neerslagoverschot, vindt de aanvulling van het zoete water hier via een afdekkend pakket plaats, waarvan de weerstand sterk verloopt. Het is duidelijk dat de vorm van de zoetwaterbel hierdoor wordt gedictieerd (afb. 2b).

Voor de berekening is de freatische stijghoogte is hier rechtstreeks op de afdekkende kleilaag gezet (afb. 2a). Aan de westzijde zijn beide stijghoogen en aan de oostzijde alleen de zoutwaterstijghoogte vastgelegd. Aan de oostzijde is voorts $q_f = 0,5 \text{ m}^2/\text{d}$ gefixeerd. Hierdoor zal de stijghoogte van het zoete water en dus tevens de positie van het grensvlak op de oostrand variëren (afb. 2b).

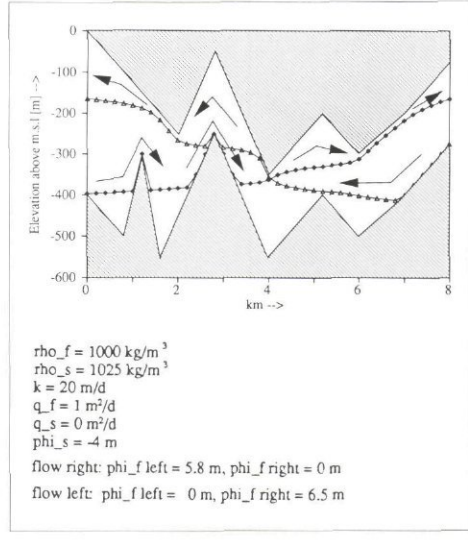
5.3 Stationaire poldersituatie
Voor het derde voorbeeld verschuiven we de aandacht landinwaarts, naar het typisch Nederlandse polderlandschap (afb. 3). Het gekozen voorbeeld is overgenomen uit [Pereboom, 1980]. Alleen het peil h_2 , varieert in de drie uitgevoerde en weergegeven berekeningen. Afb. 3a geeft de berekende evenwichtsgrensvlakken. Afb. 3b toont de bijbehorende stroming. De resultaten blijken niet te onderscheiden van die van Pereboom [1980].



Afb. 3.
a: Doorsnede in poldersituatie met berekende grensvlakken overeenkomstig Pereboom, [1980]. Stijghoogen links en rechts zijn gegeven evenals de polderpeilen. In de 3 berekeningen varieert alleen h_2 .
b: Berekende stroom zoet en zoutwater door de doorsnede.

5.4 Geaccidenteerd pakket
Opvallend is dat de Nederlandse voorbeelden steeds uitgaan van horizontale lagen. in de buitenlandse situatie hoeft van een dergelijke horizontale gelaagdheid geen sprake te zijn [Roebert, 1976]. In het spreadsheet zijn alle hoogten uitgedrukt ten opzichte van een willekeurig

Afb. 4 - Denkbeeldige geaccidenteerde aquifer met zoet en zout grondwater $k = 20 \text{ m/d}$, $q_f = 1.000 \text{ kg/m}^3$, $q_s = 1.025 \text{ kg/m}^3$. Het grensvlak is berekend voor twee situaties: $q_f = 1 \text{ m}^2/\text{d}$, eenmaal in oostelijke richting waarbij $\Phi_{f, \text{oost}} = 0$ en de berekende $\Phi_{f, \text{west}} = 5,8 \text{ m}$ en eenmaal in westelijke richting waarbij $\Phi_{f, \text{west}} = 0$ en de berekende $\Phi_{f, \text{oost}} = 6,5 \text{ m}$. In beide gevallen is $\Phi_s = -4 \text{ m}$, $q_s = 0$.



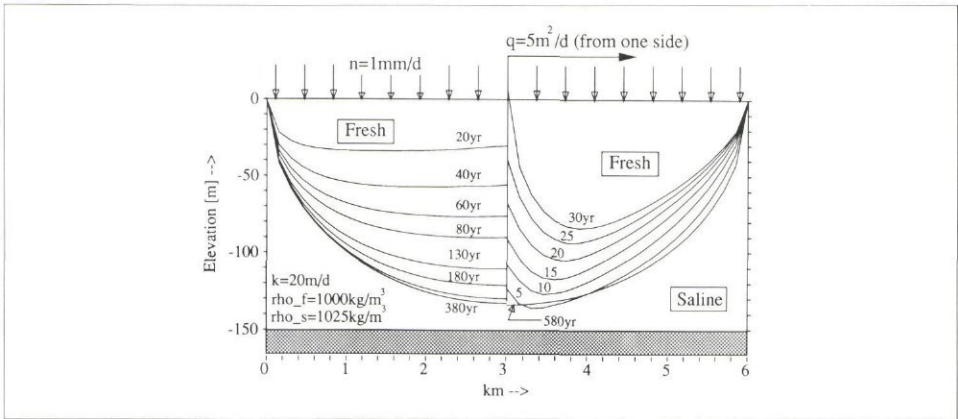
referentieniveau, zodat we voor het doorrekenen van een situatie als in afb. 4 slechts de positie van de boven- en onderzijde van het pakket hoeven aan te passen. De door ons ingebouwde begrenzing van de hoogte van I tussen top en basis van het pakket beveiligd het rekenproces (vgl. 18). Het is interessant te zien hoe het zoete water zich door de doorsnede perst. Het grensvlak laat zien hoe het over de hobbels van de pakketbasis heen moet en zich onder de lage plekken in het plafond door moet wringen.

6. Dynamische voorbeelden

6.1 Opbouw zoetwatervoorraad en capaciteit duinstrook

Een eerste voorbeeld van niet-stationaire stroming is een doorsnede door een gestileerde, symmetrische duinstrook (afb. 5), die wordt gevoed met een neerslagoverschot en waarvan beide stijghoogten aan de randen op 0 zijn gefixeerd.

De linkerhelft van afb. 5 toont de vorming van de zoetwaterbel in de loop van de tijd, c.q. eeuwen. Na zo'n 400 jaar is de uiteindelijke positie nagenoeg bereikt. Dit komt overeen met de schatting uit Huisman en Olsthoorn [1983]. De rechter helft van afb. 5 gaat uit van de evenwichtsituatie, dat wil zeggen het berekende grensvlak op t = 580 jaar. Er wordt dan een onttrekking van zoet water

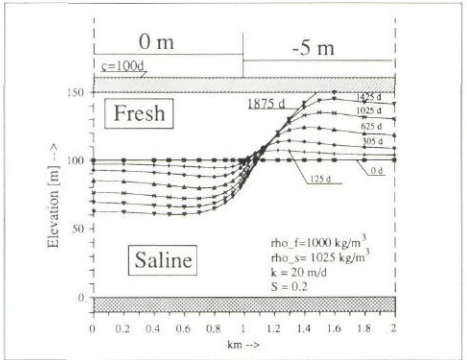


Afb. 5 - Instationaire grondwaterstroming in symmetrische duinstrook. Links: opbouw van de zoetwaterbel gedurende 380 jaar. Rechts: verplaatsing grensvlak door onttrekking.

gestart ter grootte van 5 m²/d (eenzijdig, oftewel 10 m²/d uit de gehele strook). U ziet dat deze onttrekking ongeveer 25 jaar lang voortgezet kan worden, alvorens een duidelijke verzilting zal optreden. Uiteraard worden zowel de zoete als de zoute stijghoogte tegelijkertijd berekend. De opvallende initiële verlaging van het grensvlak op korte afstand van de onttrekking treedt in al dergelijke berekeningen op. Het wordt veroorzaakt door de potentiaalverlaging door de opgewekte zoutwaterstroming. Dit verschijnsel treedt in werkelijkheid niet op, het is het gevolg van de toegepaste Dupuit-benadering die de verticale stromingscomponenten verwaarloost.

6.2 Grensvlakverplaatsing onder Groot Mijdrecht

Het volgende voorbeeld (afb. 6) vergelijkt de accuratesse van de spreadsheetmethode met die der boundary elements. Hiertoe wordt de situatie 'Groot Mijdrecht' doorgetrokken, zoals gepubliceerd door Awater in 1980. Als gevolg van een plotselinge verlaging van het peil in de rechterpolder ontstaat een stroming door de kleilaag en verplaatst zich het grensvlak. De positie van het grensvlak is weergegeven voor de eveneens door Awater gebruikte tijdstippen. Min of meer tot mijn eigen verbazing is er hoegenaamd geen verschil tussen deze resultaten en die van Awater [1980].



6.3 Verificatie bij geringe grensvlak-verplaatsing

Verruijt en Gan [1983] geven enkele direct verifieerbare voorbeelden. Afb. 7 schetst hun eerste voorbeeld, waarin op $t = 0$ een (eenzijdige) onttrekking ter grootte $0,5 \text{ m}^2/\text{d}$ start. Men kan nu een som maken waarbij de stijghoogte in het zoute grondwater gemakshalve constant wordt gehouden. In dat geval kan het resultaat worden vergeleken met de analytische oplossing die de verplaatsing $\Delta \Phi_f$ van het grensvlak ter plaatse van de onttrekking weergeeft [Huisman, 1972, Verruijt en Gan, 1983]:

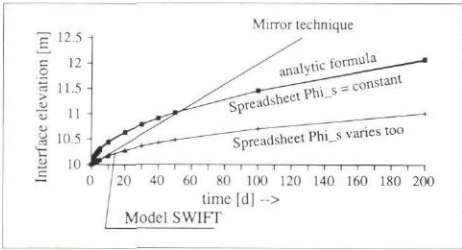
$$\Delta \Phi_f = 2q \sqrt{\frac{t}{\pi \alpha k D_s S}} \tag{32}$$

Hierin is: $\alpha = \frac{q_s - q_f}{q_f} = 0,025$ in het gegeven voorbeeld.

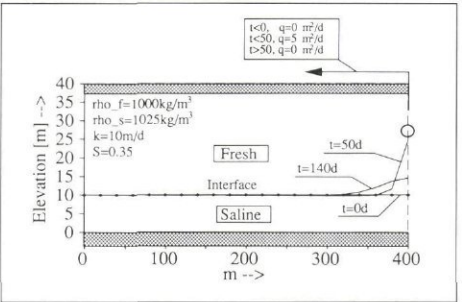
De resultaten van het spreadsheet en van de analytische formule zijn in afb. 8 gegeven voor constant gehouden Φ_s . Beide curven zijn praktisch niet van elkaar te onderscheiden.

In het spreadsheet hoeft de zoutwaterstijghoogte niet constant te zijn en kan deze evengoed worden uitgerekend. De resultaten van deze berekening zijn eveneens in afb. 8 gegeven.

Verruijt en Gan maken dezelfde berekening met hun model SWIFT, een eindige elementenmodel dat ook rekening houdt met verticale stromingscomponenten. Met SWIFT hoeft de onttrekking dus niet, zoals in het spreadsheet, geschematiseerd te worden tot een 'volkomen scherm', maar kan een drain rechtstreeks op de goede hoogte worden ingevoerd. De resultaten van de berekening met SWIFT zijn eveneens in afb. 8 gegeven. Helaas houden de SWIFT-resultaten bij 20 dagen op. Tot dat moment is er echter een zeer goede overeenkomst met het spreadsheet. Afb. 8 maakt ook evident dat de aanname dat de stijghoogte van het zoute water constant is, een grote fout van in dit geval zo'n 100% veroorzaakt. Dit hoeft niet te verbazen. Aanvankelijk immers, is de positie van het zoet-zout-grensvlak nog praktisch ongewijzigd, en oefent dit grensvlak geen enkele invloed uit op het stroomgebied in het pakket. Het pakket reageert dan alsof het geheel was gevuld met water van eenzelfde dichtheid. Door de drain oneindig vaak te spiegelen om de bovenrand en de onderrand van het pakket [zie bijvoorbeeld Verruit, 1970] kunnen we de snelheid van het grensvlak onder de drain (punt A van afb. 8) ten tijde $t = 0$ op een geheel andere wijze uit-



Afb. 8 - Berekende verplaatsing van het punt A in afb. 7, zoals berekend met vast veronderstelde zoutwaterstijghoogte en met simultane stroming van zoet en zout water. Overeenkomst van de resultaten van Model SWIFT [Verruijt en Gan, 1983] en de het spreadsheet-model. De lijn 'Mirror technique' vormt een extrapolatie van de snelheid $t = 0$ van het punt A (afb. 7), berekend door spiegeling van de drain volgens de spiegeltechniek.



Afb. 9 - Tweede voorbeeld uit Verruijt en Gan [1983]. Drain op + 27,5 m onttrekt gedurende 50 dagen $5 \text{ m}^2/\text{d}$ (eenzijdig). Met spreadsheet berekend grensvlak op $t = 0$, $t = 50$ en $t = 140$ dagen. De berekende verplaatsing van het grensvlak onder de drain is in afb. 10 gegeven.

rekenen, met verontachtzaming van het dichtheidsverschil. Bij een drain op afstand δ onder de top van het pakket en het punt A op afstand z_A boven dat basis van het pakket, wordt de opwaartse grondwatersnelheid in A op $t = 0$:

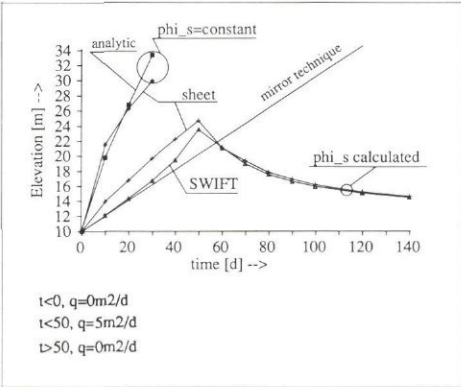
$$V_A = \frac{q_{\text{drain}}}{2\pi S} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{(2i-1)(D+\delta-z_A)} + \frac{1}{(2i-1)-\delta-z_A} \right\} \tag{33}$$

Wanneer we deze snelheid in afb. 8 omzetten in een verplaatsing van de positie van het punt A (rechte lijn met titel 'mirror technique'), dan behoort deze lijn te raken aan die van het model SWIFT, hetgeen inderdaad het geval is. Hiermee is een onafhankelijke bevestiging van de resultaten van SWIFT verkregen. Het bewijst tevens de reeds eerder geformuleerde stelling dat het grensvlak geen invloed heeft op de veranderingen van het stroombeeld onmiddellijk na een verstoring.

6.4 Verificatie bij grote grensvlakverplaatsing Verruijt en Gan [1983] geven ook een voorbeeld waarbij de positie van het grensvlak wél sterk wijzigt, zodat het er meer op aan komt en de methoden beter

met elkaar kunnen worden vergeleken. De situatie is gegeven in afb. 9. Het hydrologisch schema lijkt op dat van het voorgaande voorbeeld, maar de getallen verschillen sterk. Op $t = 0$ start een onttrekking, ter grootte van $5 \text{ m}^2/\text{d}$ (enkelzijdig), door middel van de getekende drain op 10 m onder de top van het pakket. Na 50 dagen wordt de onttrekking gestaakt en zakt het grensvlak geleidelijk terug naar de uitgangspositie. In de doorsnede zijn de met het spreadsheet berekende grensvlakposities uitgezet voor $t = 0$, $t = 50\text{d}$ en $t = 140\text{d}$. De Markers in de lijn voor $t = 0$ laten het aantal gebruikte knooppunten zien. In afb. 10 worden de verschillende resultaten met elkaar vergeleken. Uitgezet is de positie van het grensvlak onder de drain als functie van de tijd. Opnieuw blijkt hoezeer verkeerde uitkomsten ontstaan, wanneer de stijghoogte van het zoute water constant wordt gehouden. Het grensvlak komt hierdoor in dit voorbeeld circa 2,5 maal te snel omhoog. De spreadsheet-berekening voor $\Phi_s = \text{constant}$ en de analytische bevestigingen elkaar opnieuw. De verschillen zijn hoofdzakelijk het gevolg van de in de analytische formule constant veronderstelde pakketdikte. De door Verruijt en Gan [1983] met het model SWIFT uitgevoerde berekening en de spreadsheet-berekening waarin Φ_s wél wordt uitgerekend, bevestigen elkaar eveneens. De SWIFT-berekening houdt rekening met de exacte positie van de drain. Hierdoor stijgt het grensvlak sneller naarmate het dichter bij de drain komt. Een dergelijke versnelling treedt bij de

Afb. 10 - Berekende verplaatsing van het grensvlak in afb. 9. De analytische en de spreadsheetberekening met constant gehouden zoutwaterstijghoogte bevestigen elkaar, maar zijn op zichzelf ca. 250% fout. Het model SWIFT [Verruijt en Gan 1983] houdt rekening met de exacte positie van de drain, waar het grensvlak versneld door wordt aangetrokken. Het Spreadsheet en SWIFT bevestigen elkaar, vooral na stopzetten van de puntvormige drain-onttrekking die het spreadsheet niet goed kan nabootsen. Evenals in afb. 8 raakt de met de spiegeltechniek berekende en geëxtrapoleerde verplaatsing van het grensvlak op $t = 0$ nauwkeurig aan de SWIFT-curve.



Dupuitbenadering in het spreadsheet niet op.

Er is echter een nagenoeg exacte overeenkomst tussen beide modellen, nadat de onttrekking is gestaakt. Dit komt voort uit het feit, dat na het staken van de onttrekking het puntvormige karakter van de drainonttrekking wegvalt en de uitgangspunten van de modellen dan beter bij elkaar passen.

Tenslotte is ook hier de snelheid van het grensvlak onder de drain ten tijde $t = 0$ berekend met behulp van de beschreven spiegelmethode. Zoals mocht worden verwacht raakt ook nu de verkregen lijn precies aan de lijn die met het geavanceerde model SWIFT is berekend.

Literatuur

- Akker, C. van den (1982) *'Numerical Analysis of the stream function in plane groundwater flow'*. Thesis, Delft, 130 pp.
- Awater, R. (1980). *'Some results obtained with a boundary element method'*. In: Research on possible changes in the distribution of saline seepage in the Netherlands, Committee for hydrological Research, TNO, Proceedings and Informations No. 26, TNO, The Hague, p. 112-123.
- Grakist, G. (1983). *'Hydrologische berekeningen ten aanzien van de infiltratie aan de oppervlakte in het duingebied tussen Katwijk en Scheveningen'*. Deelrapport 12 van het Eindrapport Integraal Onderzoek Drinkwatervoorziening Zuid-Holland (IODZH), RID en Prov. Waterstaat Zuid-Holland, Den Haag, 39 pp. + 33 bijlagen.
- Huisman, L. (1972). *'Groundwater Recovery'*. Macmillan, Bath (BG), 336 pp.
- Huisman L. en Olsthoorn, T. N. (1983). *'Artificial Groundwater Recharge'*. Pitman, Advanced Publishing Program, Boston etc., 320 pp.
- Pereboom, D. (1980). *'Some results obtained with a finite difference method'*. In: Research on possible changes in the distribution of saline seepage in the Netherlands, Committee for Hydrological Research, TNO, Proceedings and Informations No. 26, TNO, The Hague, p. 50-76.
- Olsthoorn, T. N. (1984). *'De kracht van het elektronisch werkblad: Modelleren zonder speciale programma's'*. H₂O (17), 1984, nr. 3, p. 44-51.
- Olsthoorn T. N. (1985). *'The power of the electronic worksheet: Modeling without special programs'*. Groundwater (23), nr. 3, p. 381-390.
- Olsthoorn, T. N. (1987). *'Het simuleren van grondwaterstroming met een spreadsheet, nog enkele voorbeelden'*. H₂O (20), 1987, nr. 3, p. 129-130.
- Olsthoorn, T. N. (1987). *'Grondwatermodellering met behulp van spreadsheets een stap verder'*. H₂O (20), 1987, nr. 18, p. 434-439.
- Olsthoorn, T. N. (1988). *'Kwaliteitsmodellering van oppervlaktewater met behulp van spreadsheets'*. H₂O (21), 1988, nr. 18, p. 509-511.
- Roebert, A. J. (1976). *'Artificial recharge in the Lower Rio Cobre Basin near Kingston (Jamaica)'*. Netherlands Technical Assistance, Gemeentewaterleidingen, Amsterdam, 25 pp.
- Verruijt, A. (1970). *'Theory of Groundwater Flow'*. Macmillan, Bath (GB), 188 pp.
- Verruijt, A. en Gan, J. B. S. (1983). *'Niet-stationaire stroming van zoet en zout grondwater met de elementenmethode'*. H₂O, (16), 1983, nr. 24,

Milieuzorgsysteem voor alle grotere bedrijven in 1995

In 1995 dienen alle grotere bedrijven met een (middel-)grote milieubelasting of bijzondere milieurisico's (10 tot 12 duizend in aantal) te beschikken over een integraal milieuzorgsysteem. Hiertoe behoren in ieder geval alle bedrijven die een vergunning nodig hebben op rijks- of provinciaal niveau en de bedrijven met een complexe Hinderwetvergunning. Zo'n milieuzorgsysteem moet toegesneden zijn op aard, grootte en ingewikkeldheid van de individuele bedrijven.

Kleinere bedrijven (naar schatting 250.000, voornamelijk de Hinderwetplichtige bedrijven) moeten in 1995 duidelijke stappen hebben ondernomen om te komen tot invoering van een partieel milieuzorgsysteem. Dit systeem is eenvoudiger van opzet en afhankelijk van het type bedrijf. Bij de opzet ervan zullen branche-organisaties een belangrijke rol moeten spelen. Indien bij het opmaken van de tussenbalans eind 1992 blijkt dat met de invoering van het milieuzorgsysteem onvoldoende voortgang is geboekt, zal alsnog een wettelijke regeling voor milieuzorg tot stand worden gebracht.

Dit staat in de notitie Bedrijfsinterne Milieuzorg, die minister Nijpels van Milieubeheer, mede namens zijn collega van Verkeer en Waterstaat naar de Tweede Kamer heeft gestuurd. Invoering van een milieuzorgsysteem is de eigen verantwoordelijkheid van bedrijven. Alleen hiermee kunnen zij komen tot een verantwoord milieubeheer en een bijdrage leveren aan een duurzame ontwikkeling, zo schrijft minister Nijpels in de notitie. Mocht de komende jaren blijken dat met de invoering van een milieuzorgsysteem onvoldoende voortgang wordt geboekt, dan zal alsnog een wettelijke regeling voor milieuzorg van kracht worden. Overigens biedt de bestaande en recent bij de Tweede Kamer ingediende milieuwetgeving al een flink aantal aanknopingspunten voor onderdelen van de milieuzorg. Vanaf 1991 zal jaarlijks een overzicht worden gepresenteerd van de voortgang van de invoering. Vooralsnog zal er geen allesomvattende wettelijke regeling komen voor interne milieuzorg. Er bestaat nog te weinig ervaring met het opzetten en functioneren van deze systemen in de praktijk. Overheid en bedrijfsleven hebben daarom, in navolging van het advies van de breed samengestelde Commissie Bedrijfsinterne milieuzorg (juni 1988), gekozen voor een gezamenlijke, snelle

aanpak via een 5-jarig stimuleringsprogramma, waarvoor de overheid f 30 miljoen beschikbaar stelt.

Elementen van een integraal milieuzorgsysteem

Doelstelling van een bedrijfsintern milieuzorgsysteem is de opbouw van een adequaat instrumentarium op bedrijfsniveau om de totale milieubelasting van een bedrijf te beheersen en te beperken. Om dit te bereiken zal een integraal milieuzorgsysteem de volgende elementen moeten bevatten:

- milieubeleidsverklaring (doelstellingen van het bedrijf);
- milieuprogramma (alle voorgenomen milieu-activiteiten);
- integratie van milieuzorg in de bedrijfsvoering (afstemming op bijvoorbeeld kwaliteit, veiligheid, onderzoek en ontwikkeling);
- metingen en registraties (naar aanleiding van vergunningen/voorschriften);
- interne controles (zelf uitgevoerde inspecties en keuringen);
- interne voorlichting en opleiding (vergroten van motivatie);
- interne en externe rapportage (periodieke rapportages richting bedrijfsleiding en overheid; bij afvalverwerkingsbedrijven is een uitgebreide milieu-stoffenregistratie gewenst);
- periodieke doorlichting van het systeem (de milieu-audit).

Relatie milieuzorg - milieuvergunning

Een milieuzorgsysteem komt niet in de plaats van een milieuvergunning. Ongeacht de aanwezigheid van milieuzorgsystemen zal de overheid ook in de toekomst de bedrijven regelmatig moeten controleren. Wel kunnen milieuvergunningen worden afgestemd op deze milieuzorgsystemen. Dit kan leiden tot meer flexibele vergunningen. Hierdoor kan het overheidstoezicht in de toekomst verschuiven van louter controle van milieuvoorschriften naar controle van de werking van het milieuzorgsysteem. Bedrijven, die niet over een goed functionerend milieuzorgsysteem beschikken, komen eerder in aanmerking voor een verscherpte handhaving en controle door de overheid. (Persbericht Min. v. VROM)