

Grondwatermodellering met behulp van een spreadsheet . . . voorraadvorming bij variabele dichtheid in een heterogene bodem (1)

Inleiding

Op plaatsen waar zoet en zout grondwater elkaar verdringen ontstaat stroming als gevolg van het dichtheidsverschil tussen beide vloeistoffen. Deze complexe dichtheidsstroming kan bepalend zijn voor het succes of falen van bijvoorbeeld ondergrondse voorraadvorming. Een goed kwantitatief inzicht in de verschijnselen is derhalve essentieel bij het gebruik van de ondergrond voor winning en voorraadvorming van water.



IR. T. N. OLSSTHOORN
Gemeentewaterleidingen
Amsterdam

Dit artikel demonstreert het berekenen van de dichtheidsstroming met behulp van een standaard spreadsheetprogramma op personal computers. Met deze middelen wordt de analyse van dergelijke verschijnselen ook voor hydrologen zonder geavanceerde rekenmiddelen mogelijk.

In een vorig artikel [Olsthoorn, 1989] is reeds getoond op welke wijze simultane stroming van zoet en zout grondwater met een spreadsheetprogramma kan worden berekend. De methode was echter beperkt tot die gevallen waarin van een scherp grensvlak tussen het zoete en het zoute grondwater mocht worden uitgegaan en waarin bovendien de verticale stromingscomponenten verwaarloosbaar mochten worden verondersteld. Deze aannamen zijn op een regionale schaal normaliter toepasbaar en resulteren dan in een efficiënte berekeningsmethodiek [Maas en Emke, 1989]. In andere situaties is echter een meer algemene aanpak noodzakelijk, bijvoorbeeld omdat het grensvlak niet scherp is, de verticale stromingscomponenten niet langer verwaarloosd mogen worden, of beide. Dit is met name het geval in de directe omgeving van onttrekkings- en infiltratiemiddelen waarmee zoet water in een bodempakket wordt gebracht dat tevoren geheel of gedeeltelijk zout water bevatte. Op deze lokale schaal spelen tevens bodemgelaagdheid en verticale anisotropie een belangrijke rol. In de praktijk vullen beide methoden elkaar aan.

Net als in het voorgaande artikel wordt de onderhavige methode getoetst aan gepubliceerde voorbeelden. In deel 2 van dit artikel wordt een aantal kenmerkende situaties uitgewerkt, die van betekenis zijn

Samenvatting

Dichtheidsstroming kan bepalend zijn voor het succes of falen van voorraadvorming in ondergrondse pakketten met brak of zout water. Dit artikel demonstreert het berekenen van deze dichtheidsstroming in vlakke en radiaal symmetrische verticale grond-doorsneden met behulp van een standaard spreadsheet-programma op personal computers. Ten opzichte van het vorige artikel [Olsthoorn, 1989] wordt nu rekening gehouden met een ruimtelijk variabele dichtheid, verticale stromingscomponenten, anisotropie en bodemgelaagdheid. De stroomfunctie is nu uitgangspunt. In deel 1 van dit artikel wordt de methode getoetst aan gepubliceerde voorbeelden, waarna in deel 2 van dit artikel een aantal voor de praktijk relevante situaties wordt uitgewerkt en voorzien van conclusies met betrekking tot ondergrondse voorraadvorming in de praktijk. Het is van groot belang dat het pakket met de infiltratie en winmiddelen een zoutgehalte heeft van niet meer dan enkele honderden mg Cl/l.

voor de praktijk. Voorafgaand aan de voorbeelden wordt de benodigde theorie gegeven en de implementatie toegelicht.

Theorie

In dit artikel gaan we ervan uit dat de dichtheid zowel ruimtelijk als in de tijd varieert. Hiermee vervalt de mogelijkheid om stijghoogten te definiëren; we moeten terugvallen op de waterdruk. De wet van Darcy brengt dit als volgt tot uitdrukking (zie ook de lijst met symbolen):

$$q_x = \frac{\kappa_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1a)$$

$$q_y = \frac{\kappa_y}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) \quad (1b)$$

Voegen we daaraan de continuïteitsis toe:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = n - S \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2)$$

dan ontstaat de differentiaalvergelijking voor de waterdruk p:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\kappa_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\kappa_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\kappa_y}{\mu} \rho g \right) + n = S \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3)$$

Deze differentiaalvergelijking is op alle tweedimensionale stationaire en niet stationaire situaties met een variabele dichtheid van toepassing. Hij kan bovendien gemakkelijk worden uitgebreid naar drie dimensies.

Verticale doorsnede

We zijn in dit artikel niet zozeer geïnteresseerd in de waterdruk als wel in de stroming. Door ons tot tweedimensionale verticale vlakke en radiaal-symmetrische doorsneden te beperken, kunnen we de stroming uitrekenen zonder de druk als tussenstap te gebruiken. Deze aanpak, op basis van de stroomfunctie, is nauwkeuriger dan berekening van het stromingsveld via drukken en

heeft voordelen bij berekening van de verplaatsing van zoet en zout water. Ook biedt de stroomfunctie een direct handvat voor het handhaven van de continuïteit. De stroomfunctie levert een goed hanteerbaar en inzichtelijk model, dat gemakkelijk in een spreadsheet kan worden geïmplementeerd. Men definieert de stroomfunctie ψ als volgt:

$$q_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4a)$$

$$q_y = +\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4b)$$

Deze continue eenwaardige functie geldt voor tweedimensionale stationaire situaties, zonder interne brontermen. Immers zij voldoet aan vgl. 2 in die gevallen waarin het rechterlid daarvan gelijk aan nul is.

Na invulling van vgl. 4 in vgl. 1 en partieel differentiëren naar y respectievelijk naar x volgt:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} = +\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\kappa_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (5a)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\kappa_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\rho g) \quad (5b)$$

Daar p continu geldt:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} = 0 \quad (6)$$

Zodat vgl. 5a en 5b kunnen worden gecombineerd tot de volgende differentiaalvergelijking voor de stroomfunctie ψ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\kappa_y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\kappa_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho g) = 0 \quad (7)$$

De vorm van deze differentiaalvergelijking voor de stroomfunctie ψ is dezelfde als die voor de stijghoogte ϕ in een pakket met zoet water, of de stationaire variant

van de hiervoor afgeleide differentiaalvergelijking voor de druk p . De doorlatendheden $\frac{\kappa_x}{\mu}$ en $\frac{\kappa_y}{\mu}$ zijn echter van plaats verwisseld en moeten nu reciprook worden genomen, terwijl de termen voor interne bronnen q zijn vervangen door het dichtheidseffect $\frac{\partial(\rho g)}{\partial x}$.

Aangezien de dichtheid van het water op een willekeurig gegeven tijdstip ruimtelijk vastligt, is de bronterm een tevoren berekenbare grootheid en kan de stroomfunctie via deze substitutie zelfs met een standaard grondwatermodel worden uitgerekend.

Voor praktische toepassing is het handig om de intrinsieke doorlatendheid κ te vervangen door de onder hydrologen gebruikelijke hydraulische doorlatendheid k . Maar k is echter afhankelijk van de dichtheid en de viscositeit μ . Daarom kiezen we k in dit artikel zodanig, dat hij betrekking heeft op de dichtheid van zoet water, p_0 .

Per definitie is dan:

$$k_x = \frac{\kappa_x \rho_0 g}{\mu_0} \quad (8a)$$

$$k_y = \frac{\kappa_y \rho_0 g}{\mu_0} \quad (8b)$$

We verwaarlozen voorts de viscositeitsvariatie, zodat $\mu_0 \cong \mu$.

Indien we de differentiaalvergelijkingen links en rechts delen door $\rho_0 g$, dan vereenvoudigt vgl. 8 tot:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{k_y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{k_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\delta) = 0 \quad (9)$$

waarin

$$\delta = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \quad (10)$$

Radiaal symmetrische verticale doorsnede

Radiaal symmetrische stroming in verticale doorsneden is ook tweedimensionaal en kan derhalve met behulp

van de stroomfunctie worden berekend. Bij deze stroming speelt de afstand tot het centrum een rol. De wet van Darcy en de stroomfunctie leiden in dat geval tot de volgende uitgangsvergelijkingen:

$$q = -\frac{\partial \psi}{\partial y} = -\pi r \frac{\kappa_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (11a)$$

$$q = +\frac{\partial \psi}{\partial r} = -\pi r \frac{\kappa_y}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) \quad (11b)$$

Dezelfde bewerking als bij de niet-radiale stroming leidt nu tot de differentiaalvergelijking voor de stroomfunctie in de radiaal symmetrische situatie:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu}{2\pi r \kappa_y} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{2\pi r \kappa_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial(\rho g)}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

Met uitzondering van de factor $2\pi r$ is deze gelijk aan die voor niet radiale stroming. Ergo kan de radiaal symmetrische situatie eventueel berekend worden met een model voor niet radiaal-symmetrische stroming, door de k -waarden met $2\pi r$ te vermenigvuldigen. Voorts kan voor praktijktoepassing ook in deze vergelijking $\frac{\rho_0 g}{\mu}$ door de hydraulische doorlatendheid k worden vervangen.

Discretisatie

Het praktische modelleren begint met de discretisatie van de differentiaalvergelijking. Hiertoe delen we de te modelleren verticale doorsnede in kleine rechthoekige stukjes, elementen genoemd, zodat een elementen-netwerk wordt verkregen dat bestaat uit kolommen en rijen rechthoeken. Hierbij heeft elke kolom zijn eigen breedte Δx en elke rij zijn eigen hoogte Δy . Deze keuze voor rechthoekjes geeft voldoende flexibiliteit en past op een natuurlijke wijze in het spreadsheet. (Het in de voorbeelden gebruikte netwerk is in de meeste afbeeldingen gestippeld weergegeven).

Bodem- en water-eigenschappen

(k_x , k_y , ρ , chloride conc., q) verschillen van element tot element, maar zijn binnen een element per definitie constant. Zij zijn dus per element gegeven, terwijl de stroomfunctie wordt bepaald per knooppunt. Afb. 1 geeft een stukje van het netwerk ten behoeve van de toelichting op de discretisatie. Vermenigvuldigen we de differentiaalvergelijking met het oppervlak rond het beschouwde knooppunt, en nemen we de doorlatendheid op de grens tussen twee

elementen gelijk aan het naar beide oppervlakken gewogen gemiddelde, dan zijn de onderdelen van de differentiaalvergelijking rechtstreeks te discretiseren:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{k_y} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy \cong \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{k_y} \right)_A \frac{\Delta y_1}{\Delta x_2} + \left(\frac{1}{k_y} \right)_B \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} \right\} (\psi_1 - \psi_0) + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{k_y} \right)_D \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} + \left(\frac{1}{k_y} \right)_C \frac{\Delta y_2}{\Delta x_1} \right\} (\psi_3 - \psi_0) = \alpha_1 (\psi_1 - \psi_0) + \alpha_3 (\psi_3 - \psi_0) \quad (12a)$$

Op dezelfde wijze geldt:

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{k_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} dx dy \cong \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{k_x} \right)_C \frac{\Delta x_1}{\Delta y_2} + \left(\frac{1}{k_x} \right)_B \frac{\Delta x_2}{\Delta y_2} \right\} (\psi_2 - \psi_0) + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{k_x} \right)_D \frac{\Delta x_1}{\Delta y_1} + \left(\frac{1}{k_x} \right)_A \frac{\Delta x_2}{\Delta y_1} \right\} (\psi_4 - \psi_0) = \alpha_2 (\psi_2 - \psi_0) + \alpha_4 (\psi_4 - \psi_0) \quad (12b)$$

De dichtheidsbijdrage gaat op deze wijze over in:

$$\frac{\partial(\delta)}{\partial x} dx dy = Q_{\text{density}} = \frac{1}{2} \{ \delta_A \Delta y_1 + \delta_B \Delta y_2 - (\delta_C \Delta y_2 + \delta_D \Delta y_1) \} \quad (13)$$

Wanneer we de brokstukken van de gediscretiseerde differentiaalvergelijking bij elkaar vegen en de stroomfunctiewaarde ψ_0 naar links brengen ontstaat een overzichtelijke vergelijking, waarmee we de stroomfunctie in een willekeurig knooppunt kunnen uitrekenen uit die in de omliggende knooppunten en het hiervoor uitgewerkte dichtheidseffect:

$$\psi_0 = \frac{\alpha_1 \psi_1 + \alpha_2 \psi_2 + \alpha_3 \psi_3 + \alpha_4 \psi_4 + Q_{\text{density}}}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4} \quad (14)$$

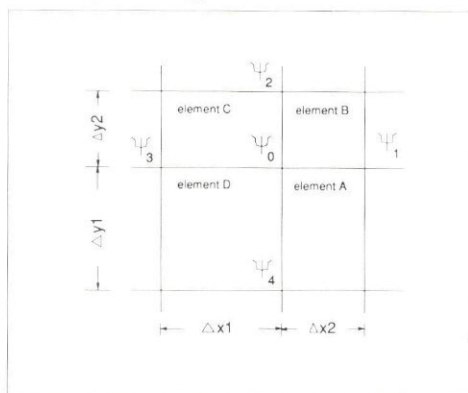
Hiermee is de verzameling vergelijkingen compleet en kan het stroomveld in een verticale doorsnede worden uitgerekend bij een willekeurig ruimtelijk verloop van de dichtheid. Het geheel kan rechtstreeks in een spreadsheet worden geïmplementeerd.

De discretisatie van de radiaal symmetrische situatie gaat op dezelfde manier.

Randvoorwaarden

Behalve de differentieelvergelijking zijn randvoorwaarden nodig. Op een rand dient de stroomfunctie zelf te worden vastgelegd en/of diens gradiënt daar loodrecht op. Het ene uiterste van deze randvoorwaarden zijn randen met een constante, opgegeven waarde van ψ , in welk geval de randen tevens stroomlijnen zijn en dus waterdicht. Het andere uiterste

Afb. 1 - Stukje van het elementennetwerk met relatieve nummering rond knooppunt.



zijn randen waar de gradiënt van de stroomfunctie loodrecht op de rand gelijk aan nul is. In dat geval stroomt er juist geen water evenwijdig aan de rand. De stroming is dan loodrecht op de rand gericht. Tussenvormen van deze uiterste kunnen voorkomen en zijn noodzakelijk als de grootte van de stroming over de rand of de richting daarvan moet worden opgelegd. Het is duidelijk dat de randvoorwaarden van de stroomfunctie precies de tegenpolen zijn van die van de potentiaalfunctie die normaliter door grondwatermodellen wordt berekend. Het is in de praktijk handig, wanneer het model randen die niet expliciet worden vastgelegd interpreteert als randen waar het grondwater loodrecht overheen stroomt. De tegenpolen dus van randen waarop de stroomfunctie wordt vastgelegd. Fysisch betekent dit, dat het drukverloop langs zulke randen dan hydrostatisch is. Modelmatig wordt dit bereikt door een extra rand elementen buiten het netwerk mee te nemen met een zeer hoge doorlatendheid.

Snelheidsveld en frontverplaatsing

De definitie van de stroomfunctie garandeert een kloppende waterbalans voor elk van de elementen, immers:

$$Q_1 = \psi_2 - \psi_1$$
$$Q_2 = \psi_3 - \psi_2$$
$$Q_3 = \psi_4 - \psi_3$$
$$Q_4 = \psi_1 - \psi_4$$

(15 a)

(15 b)

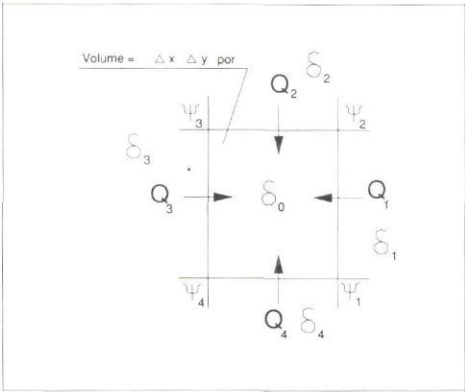
(15 c)

(15 d)

waarbij de stroomrichting en de indices overeen komen met afb. 2 en waarvan de som van Q_1 tot en met Q_4 gelijk is aan nul.

De gemiddelde snelheid op een element-ribbe wordt verkregen door de desbetreffende volumestroom Q te delen door de riblengte Δx respectievelijk Δy en de porositeit van het stromingsmedium. Bij de gebruikte indicering zijn volume-stroom en snelheid positief wanneer zij naar binnen (het element in) zijn gericht.

Afb. 2 - Element met onderdelen van de massabalans en relatieve indicering.



Lijst van symbolen

Symbool	Dimensie	Omschrijving
i, j	[]	index van spreadsheetkolom respectievelijk -rij.
$\Delta x \Delta y$	[m]	breedte respectievelijk hoogte van elementenkolom respectievelijk -rij.
x, y	[m]	horizontale respectievelijk verticale coördinaat.
t, Δt	[d]	tijd, respectievelijk lengte van tijdstap.
p	[N/m ²]	waterdruk.
ψ	[m ² /d]	stroomfunctie. [m ³ /d] bij radiale stroming.
q, Q	[m ² /d]	flux (stroomdichtheid) respectievelijk volumestroom. Bij radiale stroming is de dimensie [m ³ /d].
μ, μ_0	[Nd/m ²]	viscositeit van het water respectievelijk van zoet water.
α_x, α_y	[m ²]	intrinsieke doorlatendheid in x- respectievelijk y-richting.
k_x, k_y	[m/d]	$k = \frac{\alpha p_0 g}{\mu}$; hydraulische doorlatendheid in x- respectievelijk y-richting.
por	[]	porosity.
S	[m ² /N]	storage coëfficiënt (in eqs. 2 and 3).
n	[1/d]	source term (in eqs 2 and 3).
ϱ, ϱ_0	[kg/m ³]	dichtheid van het water respectievelijk van zoet water.
δ	[]	$\frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0}$; de dichtheid van het water ten opzichte van die van zoet water.
g	[N/kg]	sterkte van het zwaartekrachtsveld.
$Q_{density}$	[m]	$\frac{\partial \delta}{\partial t} \Delta x \Delta y$; bijdrage dichtheid aan differentiaalvergelijking van de stroomfunctie.
$\alpha, HOR, VERT$	[d/m ²]	Matrixcoëfficiënten i.h.a. respectievelijk voor x- en y-richting. [d/m ²] bij radiale stroming.

Het snelheidsveld kan praktisch worden weergegeven met een pijl in het midden van elk element waarvan de richting overeenkomt met de waterstroom ter plekke en de lengte met de watersnelheid ter plekke. Voor de snelheid in x richting kan hiervoor het gemiddelde van de snelheid op beide verticale elementribben worden genomen en voor die in y richting het gemiddelde op beide horizontale elementribben:

$$v_x = \frac{1}{2} \frac{\{(\psi_4 - \psi_3) - (\psi_2 - \psi_1)\}}{por}$$

(16 a)

$$v_y = \frac{1}{2} \frac{\{(\psi_1 - \psi_4) - (\psi_3 - \psi_2)\}}{por}$$

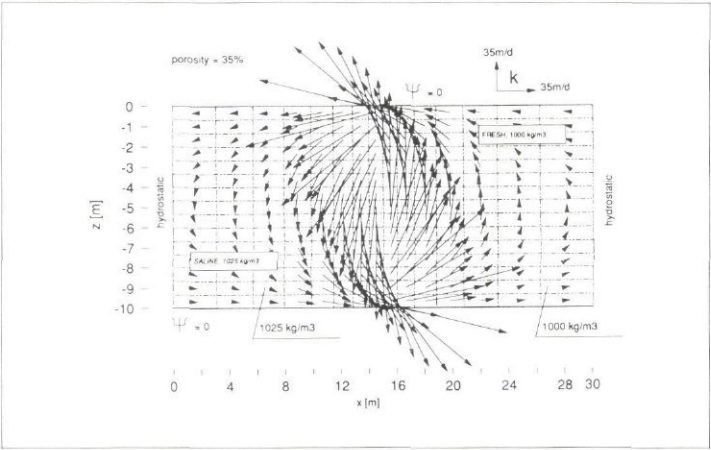
(16 b)

In verschillende voorbeelden (zie afb. 3) is op deze wijze het snelheidsveld weergegeven. Juist ten gevolge van de stroming verandert het ruimtelijke dichtheidsbeeld

en daarmee de stroming zelf. Om de situatie over een bepaald tijdvak te kunnen simuleren moeten we dus de waterverplaatsing kunnen volgen. Bij frontverplaatsing is niet zozeer de waterbalans als wel de massabalans (zoutbalans) van belang. In het elementennetwerk heeft elke rechthoek zijn eigen dichtheid. De bijdrage van een stroom aan de massabalans van een element hangt af van zijn richting ten opzichte van het beschouwde element.

Een uitgaande stroom dient te worden vermenigvuldigd met de dichtheid van het element, een inwaarts gerichte stroom moet echter worden vermenigvuldigd met de dichtheid van het element van waaruit de stroom plaatsvindt. Gedurende de tijdstap worden de volume- en massastromen constant verondersteld, achteraf wordt de verandering van de massa van elk element berekend.

Afb. 3 - Snelheidsveld in doorsnede met verticaal grensvlak. Voorbeeld uit Van den Akker [1982].



Met behulp van de stroomfunctie kan de massabalans van een element direct worden opgeschreven:

$$\Sigma Q_{in} \delta_{in} = \Sigma Q_{out} \delta_{out} + \Delta x \Delta y \cdot \text{por} \cdot \frac{\Delta \delta}{\Delta t} \quad (17)$$

De richting van de volumestroom ten opzichte van het beschouwde element volgt uit het verschil van de ψ -waarden aan de uiteinden van elk van de element-ribben:

$$\begin{aligned} \Sigma \delta_{in} Q_{in} - \Sigma \delta_{out} Q_{out} = \\ \text{if}(\psi_2 > \psi_1, \delta_1(\psi_2 - \psi_1), \delta_0(\psi_2 - \psi_1) + \\ \text{if}(\psi_3 > \psi_2, \delta_2(\psi_3 - \psi_2), \delta_0(\psi_3 - \psi_2) + \\ \text{if}(\psi_4 > \psi_3, \delta_3(\psi_4 - \psi_3), \delta_0(\psi_4 - \psi_3) + \\ \text{if}(\psi_1 > \psi_4, \delta_4(\psi_1 - \psi_4), \delta_0(\psi_1 - \psi_4) + \\ = \Delta x \Delta y \cdot \text{POR} \cdot \frac{\Delta(\delta_0)}{\Delta r} \end{aligned} \quad (18)$$

Aangezien deze 'if-functie' standaard in een spreadsheet aanwezig is, kan de massabalans gemakkelijk worden geïmplementeerd: Door de dichtheidsverandering $\Delta \delta$ in de vorige formule naar links te brengen, kan daarmee na elke tijdstap de dichtheidsverandering in elk van de elementen en daarmee de front-verplaatsing worden berekend. Dit geschiedt dus rechtstreeks op basis van de stroomfunctie, zonder expliciet gebruik te maken van de snelheid van het water (mixing cell methode). Men kan de massabalans controleren, door op een willekeurig tijdstip de hoeveelheid zout in alle elementen bij elkaar te tellen en te vergelijken met de hoeveelheid die in totaal netto via de randen werd ingebracht. Het relatieve verschil blijkt extreem klein. Zowel bij het vlakke als bij het radiaal symmetrische model ligt dit in de orde van 0,001%. Het wordt kennelijk bepaald door de nauwkeurigheid van de computer zelf.

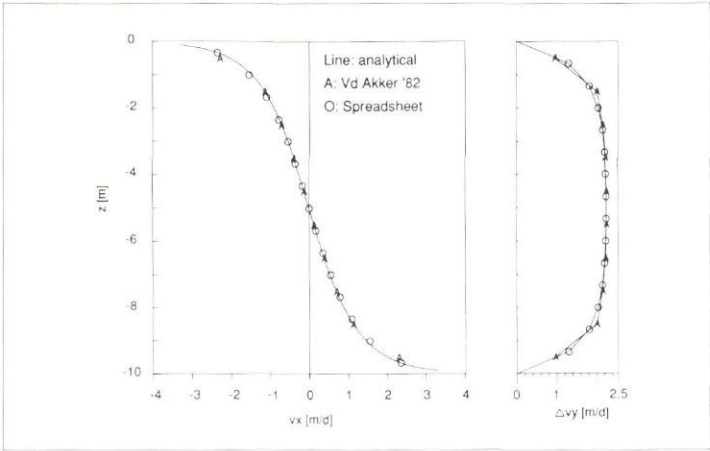
Implementatie

De hierboven uitgewerkte berekeningsmethode kan in de spreadsheetcontext worden uitgesplitst in een aantal zones. Elk van deze zones vormt een ruimtelijke weergave van één van de parameters. Elke spreadsheetcel in zo'n zone vertegenwoordigt de waarde van een element. In mijn implementatie bevat elke zone 15 x 15 elementen. De waarde van de zone voor ψ en die van de matrix-coëfficiënten hebben daarentegen betrekking op de knooppunten van het netwerk. Deze zones beslaan daarom elk 16 x 16 vakjes. In tabel I zijn de ingevoerde formules opgenomen in de volgorde zoals zij in het spreadsheet zijn ondergebracht.

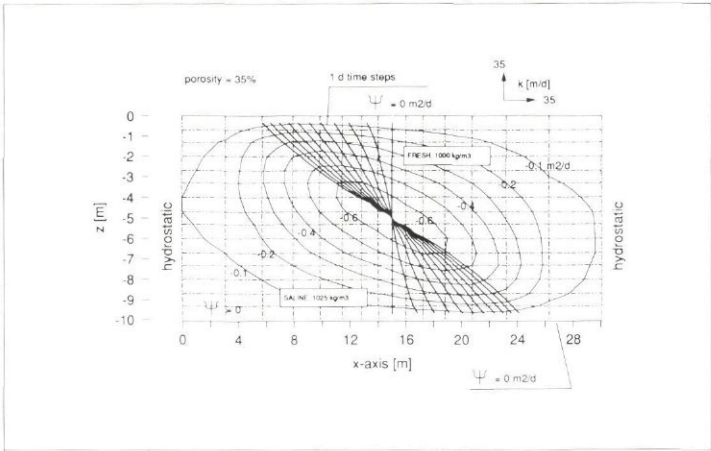
Tabel I geldt voor vlakke doorsneden. Bij radiaal symmetrische doorsneden verandert x in r, de afstand tot het

TABEL I – Overzicht van de layout van het niet-radiaal symmetrische spreadsheetmodel. (De indices i en j geven respectievelijk de kolom en rij van de betreffende spreadsheetzone aan).

With of each element Δx [m] $\Delta x_i = \text{given}$
x value of each node [m]: $x_i = x_{i-1} + \Delta x_{i-1}$; $x_0 = \text{given}$
Height of each element Δy [m] $\Delta y_j = \text{given}$
y value of each node [m]: $y_j = y_{j-1} + \Delta y_{j-1}$; $y_0 = \text{given}$
ψ -values per node [m ² /d]: $\psi_{i,j} = \frac{\text{HOR}_{i,j} \psi_{i+1,j} + \text{VERT}_{i,j-1} \psi_{i,j-1} + \text{HOR}_{i-1,j} \psi_{i-1,j} + \text{VERT}_{i,j} \psi_{i,j+1} + (Q_{\text{density}})_{i,j}}{\text{HOR}_{i,j} + \text{VERT}_{i,j-1} + \text{HOR}_{i-1,j} + \text{VERT}_{i,j}}$
Chloride conc. at start of time step per element [mg/l]: $\text{Cl}_{i,j} = \text{given}$
Relative density $\delta_{i,j} = \frac{\varrho_{i,j} - \varrho_0}{\varrho_0}$ per element [], calculated directly from chloride conc.: $\delta_{i,j} = \frac{\text{Cl}_{i,j}}{18000 \cdot 40}$
Horizontal permeability per element [m/d]: $(k_x)_{i,j} = \text{given}$
Vertical permeability per element [m/d]: $(k_y)_{i,j} = \text{given}$
Effective porosity per element []: $\text{POR}_{i,j} = \text{given}$
Horizontal matrix coefficients per vertical node and horizontal element [d/m]: $\text{HOR}_{i,j} = \frac{0.5}{\Delta x_i} \cdot \left(\frac{\Delta y_{j-1}}{(k_y)_{i,j-1}} + \frac{\Delta y_j}{(k_y)_{i,j}} \right)$
Vertical matrix coefficients per horizontal node and vertical element [d/m]: $\text{VERT}_{i,j} = \frac{0.5}{\Delta y_j} \cdot \left(\frac{\Delta x_{i-1}}{(k_x)_{i-1,j}} + \frac{\Delta x_i}{(k_x)_{i,j}} \right)$
Denominator in ψ -formula (=sum of matrix coefficients) for each node [d/m]: $\text{DENOM}_{i,j} = \text{HOR}_{i,j} + \text{HOR}_{i-1,j} + \text{VERT}_{i,j-1} + \text{VERT}_{i,j}$
Density contribution $(Q_{\text{density}})_{i,j}$ to $\psi_{i,j}$ per node [m]: $(Q_{\text{density}})_{i,j} = 0.5 \cdot \{ \Delta y_{j-1} \cdot (\delta_{i,j-1} + \delta_{i-1,j-1}) + \Delta y_j \cdot (\delta_{i,j} + \delta_{i-1,j}) \}$
Increase of relative density $\delta_{i,j} = \frac{\varrho_{i,j} - \varrho_0}{\varrho_0}$ during time step, per element []: $\Delta \delta_{i,j} = \frac{\Delta t}{\Delta x_i \Delta y_j \text{POR}_{i,j}} \cdot \{ \begin{aligned} &(\psi_{i+1,j} - \psi_{i+1,j+1}) \cdot \text{IF}(\psi_{i+1,j} - \psi_{i+1,j+1} > 0, \delta_{i+1,j}, \delta_{i,j}) \\ &+ (\psi_{i,j} - \psi_{i+1,j}) \cdot \text{IF}(\psi_{i,j} - \psi_{i+1,j} > 0, \delta_{i,j-1}, \delta_{i,j}) \\ &+ (\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}) \cdot \text{IF}(\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j} > 0, \delta_{i-1,j}, \delta_{i,j}) \\ &+ (\psi_{i+1,j+1} - \psi_{i,j+1}) \cdot \text{IF}(\psi_{i+1,j+1} - \psi_{i,j+1} > 0, \delta_{i,j+1}, \delta_{i,j}) \end{aligned} \}$
Relative density $\delta_{i,j} = \frac{\varrho_{i,j} - \varrho_0}{\varrho_0}$ at $t + \Delta t$ per element []: $(\delta_{i,j})_{t+\Delta t} = (\delta_{i,j})_t + \Delta \delta_{i,j}$
Chloride concentration at $t + \Delta t$ per element [mg/l]: $(\text{Cl}_{i,j})_{t+\Delta t} = (\delta_{i,j})_{t+\Delta t} \cdot 18000 \cdot 40$
Horizontal velocity at center of each element [m/d]: $(v_x)_{i,j} = \frac{-0.5}{\Delta y_j \text{POR}_{i,j}} \cdot (\psi_{i+1,j} - \psi_{i+1,j+1} + \psi_{i,j} - \psi_{i,j+1})$
Vertical velocity at center of each element [m/d]: $(v_y)_{i,j} = \frac{+0.5}{\Delta x_i \text{POR}_{i,j}} \cdot (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j} + \psi_{i+1,j+1} - \psi_{i,j+1})$



Afb. 4 - Links: v_x op grenselak van afb. 3; vergelijking met analytische oplossing en het model SLEM [Van den Akker, 1982]. Rechts: Schuifstroom Δv_y ; vergelijking met de benadering van 2,5 m/d van De Josselin de Jong [1977].

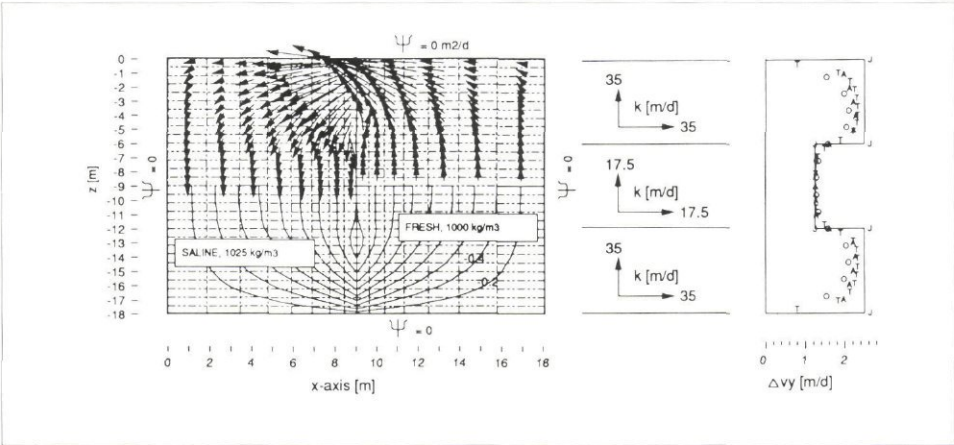


Afb. 5 - Situatie vgl. afb. 3; met spreadsheet berekende verplaatsing van de 50% dichtheidslin gedurende 10d.

centrum. Voorts wijzigt de dimensie van ψ van $[m^2/d]$ in $[m^3/d]$. Bij radiale stroming moeten de matrixcoëfficiënten gedeeld worden door $2\pi r$. Hun dimensie gaat dus over van $[d/m]$ in $[d/m^2]$. Tenslotte dient in alle betreffende formules de porositeit te worden vervangen door $2\pi r \cdot \text{por}$. In het spreadsheet zijn deze aanpassingen zonder verandering van de structuur gemakkelijk door te voeren, door 3 extra zones aan te brengen voor respectievelijk $2\pi r \cdot k_x$, $2\pi r \cdot k_y$ en $2\pi r \cdot \text{por}$.

Tijdens de simulatie rekent het spreadsheet per tijdstap zone door, waarbij tenslotte de te itereren zone voor ψ telkens 10 maal wordt doorgerekend. Hierna wordt de zone met het nieuwe chlorideveld gecopieerd naar de zone die de oude waarden bevatte, wordt de tijd verhoogd met de tijdstap en herhaalt zich de procedure, totdat de ingestelde maximum tijd wordt overschreden. De rekenvolgorde is belangrijk. De zones die onafhankelijk zijn van andere dienen het eerst te worden uitgerekend.

Afb. 6 - Stroming in een rondom gesloten aquifer bij verticaal grenselak. Rechts: Vergelijking schuifstroom Δv_y met de benadering van De Josselin de Jong [1977] (Letters J), dit spreadsheet met elementen van 1,25 m hoogte (Letters O), SLEM [Van den Akker, 1982] met elementen van 1 m hoogte (Letters A) en dit spreadsheet met elementen van 0,67 m hoogte (Letters T).



Vervolgens worden de zones berekend die alleen van deze eerste afhangen, hierna volgen de zones die (mede) van de tweede serie afhangen enzovoort, totdat alle zones zijn berekend. Bij de berekening van de verplaatsing van de dichtheid is de tijdstap van groot belang. Bij een vast grid, zoals toegepast in het spreadsheet dient dit zodanig te zijn, dat de frontverplaatsing per tijdstap minder is dan ongeveer een halve elementtriblengte. Met andere woorden: de tijdstap moet worden gekozen in relatie tot de grootte van de elementen en de actuele snelheid. Dispersie wordt omwille van de eenvoud niet expliciet meegenomen. Er treedt door de gevolgde aanpak uiteraard een behoorlijke numerieke dispersie op. Men kan trachten dit numerieke artefact met specifieke methoden te verminderen [Konikow en Bredehoeft, 1978, Stanford & Konikow, 1985, Uffink, 1990]. Zulke methoden vallen echter buiten het bestek van dit artikel. Een wat gekunstelde mogelijkheid is de element-

grootte een omvang te geven die ongeveer overeenkomt met de in de praktijk verwachte dispersielengte. Het is verstandig dit in elk geval zoveel mogelijk te doen. Wanneer men echter vooral geïnteresseerd is in de rotatie van een grensvlak, kan men de numerieke dispersie eenvoudigweg camoufleren door telkens alleen de lijn met het 50% dichtheidsverschil tussen zoet en zout water weer te geven. Deze lijn is redelijk onafhankelijk van de grootte van de dispersie en geeft een goed inzicht in de optredende dichtheidsstromen. In de meeste hierna uitgewerkte voorbeelden is deze aanpak toegepast.

Niet-radiale voorbeelden

Hierna worden voorbeelden uitgewerkt. Eerst wordt het verkregen spreadsheet-model aan de hand van elders gepubliceerde modelresultaten geverifieerd. Vervolgens worden met het spreadsheet berekende vlakke en radiaal-symmetrische voorbeelden getoond die voor de praktijk relevant zijn. Aan de resultaten worden voor de praktijk relevante conclusies verbonden. Afb. 3 geeft het berekende snelheidsveld in een verticale doorsnede op het moment $t=0$ wanneer zich daarin een verticaal grensvlak bevindt (zie voor gegevens de tekst in afb. 3) Dit voorbeeld is gegeven door Van den Akker [1982] en door hem uitgerekend met zijn model SLEM. Verruijt [1980] geeft een analytische oplossing voor de horizontale snelheid van het grensvlak op $t=0$:

$$(v_x)_x=0 = \frac{k}{\text{por}} \cdot \frac{q - q_0}{q_0} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \ln \tan \left(\frac{\pi y}{2H} \right), 0 < y < H \tag{19}$$

Afb. 4 toont de overeenkomst van de berekende horizontale snelheid van het

grensvlak, v_x , met die van Van den Akker. Afb. 5 geeft voor hetzelfde voorbeeld de berekende grensvlakpositie in 10 achtereenvolgende dagen, samen met de stroomlijnen (de stroomfunctie) op $t=10d$. Afb. 6 is eveneens een voorbeeld van Van den Akker [1982]. Opnieuw betreft het een verticale doorsnede (18×18 m) met daarin een verticaal grensvlak op $t=0$. Alle randen zijn nu gesloten. De doorlatendheid in de doorsnede bedraagt 35 m/d in de bovenste en onderste 6 m en 17,5 m/d in de 6 m dikke middenlaag. De afbeelding bevat het berekende snelheidsveld, de stroomfunctie en rechts naast de doorsnede de overeenkomst tussen de schuifstroom, Δv_x , zoals die door Van den Akker is berekend en van het spreadsheetmodel. De waarden van Van den Akker, die met elementen van 1 m hoogte rekende, liggen tussen de met het spreadsheet uitgerekenen waarden, die met elementen van respectievelijk 1,25 m en 0,67 m hoogte zijn verkregen.

Nu de overeenkomst van het spreadsheetmodel met een ander model is gebleken, wordt in het 2e deel van dit artikel een aantal voor de praktijk relevante berekeningsresultaten gegeven.

• • •

Provincie Gelderland wil belasting heffen over opgepompt grondwater

Gedeputeerde Staten van Gelderland zijn van plan iedereen die per jaar 100.000 m³ of meer grondwater oppompt hiervoor belasting te laten betalen. Het voorstel is 0,6 cent per m³ te gaan heffen. De verordening die dit regelt is op 16 oktober door het college voorlopig vastgesteld. Hierover wordt nu inspraak georganiseerd.

De provincie is beheerder van de grondwaterkwantiteit. Dit beheer kost geld. Momenteel betalen de waterleidingbedrijven het grondwaterstandsmeetnet en financiert de provincie andere kosten uit de algemene middelen.

Tot nu toe vond het bestuur het niet nodig een verordening in te stellen om met name de papierindustrie te ontzien. Daar wordt nu anders over gedacht, omdat het niet juist is financiële lasten uit de algemene middelen te betalen. Hierbij moet het principe gelden: 'de veroorzaker betaalt'. Bovendien moet er ook geld zijn om maatregelen op het gebied van grond-

waterkwantiteitsbeheer uit het Gelders Waterhuishoudingsplan uit te voeren. Dit Waterhuishoudingsplan wordt waarschijnlijk in januari 1991 door Provinciale Staten vastgesteld. Verder zal de provincie het grondwaterstandsmeetnet gaan betalen. Er zijn in Gelderland ongeveer 200 bedrijven die per jaar meer dan 100.000 m³ grondwater onttrekken; hieronder vallen ook de waterleidingbedrijven. Als het aan Gedeputeerde Staten ligt gaan zij hierover vanaf 1 april 1991 belasting betalen.

Speciaal voor de industrie is er op 19 november aanstaande om 15.30 uur een voorlichtings-/inspraakbijeenkomst in Musis Sacrum in Arnhem. Gedeputeerde Van Dijkhuizen en medewerkers van de provincie zijn dan aanwezig om in te gaan op vragen en reacties. Tot en met 30 november 1990 kan er schriftelijk gereageerd worden.

Hoogheemraadschap Rijnland: bedrijven houden zich aan vergunningen

De 140 op het riool lozende bedrijven in het Hoogheemraadschap Rijnland die sinds 1984 vergunningsplichtig zijn krachtens de Wet verontreiniging oppervlaktewateren (WVO), houden zich in het algemeen goed aan de voorgeschreven normen. De lozing van schadelijke stoffen als zware metalen is met circa de helft teruggelopen.

Dat blijkt uit het evaluatierapport Waterkwaliteitsbeheersplan, dat in de vergadering van het Hoogheemraadschap is besproken. Met name de lozing van zink is drastisch afgenomen. Minder succesvol bleek het terugdringen van het kopergehalte. Deze stof komt voor een deel via koperen drinkwaterleidingen in het water terecht.

Sinds begin 1984 zijn in het Hoogheemraadschap Rijnland bedrijven vergunningsplichtig die stoffen van de zogeheten zwarte of grijze lijst op het riool lozen. Met zeven van de 140 ondernemingen wordt over de vergunning nog overleg gevoerd.

De tweede fase is mei vorig jaar ingegaan. Binnen Rijnlands gebied gaat het in totaal om ongeveer 165 bedrijven, zoals zeefdrukkers, fotografische bedrijven, ziekenhuizen, laboratoria en houtreinigers. Ook de lozingen van autosloopbedrijven en aardewerkbedrijven zullen in vergunningen krachtens de WVO geregeld worden. (ANP)



Nederlandse Vereniging voor Afvalwaterbehandeling en Waterkwaliteitsbeheer

Verslag voorjaarsvergadering

Verslag van de voorjaarsvergadering van de NVA gehouden op vrijdag 15 juni 1990 te Maastricht aan boord van het mps Scheldevallei.

Na een succesvolle inscheping om ca. 10.15 uur en een hartelijke ontvangst aan boord van het motorpassagiersschip de Scheldevallei met Limburgse vlaai en koffie, werd een geïmproviseerde vergaderopstelling gekozen.

Huishoudelijke vergadering

1. Opening en mededelingen

De voorzitter, ir. Peter Hoogweg, opende de vergadering met een woord van welkom aan erelid Arie Poot. Hij vervolgde met een terugblik op het zeer geslaagde Maassymposium van de vorige dag, dat zowel de regionale als de landelijke pers haalde (zie ook H₂O (23) nr. 14, juli 1990), met vermelding in het ANP-nieuws. Tevens memoreerde de voorzitter de hartelijke ontvangst op het provinciehuis door de nieuwbakken 'gouverneur' Mastenbroek. In een korte terugblik op het afgelopen halfjaar herinnerde de voorzitter aan de succesvolle regeling van de docentenonoraria, het symposium met de Twinning-partner in Egypte, de EAWPRC, in Cairo in februari 1990. Vooruitkijkend naar de naaste toekomst wijst de voorzitter op de komende activiteiten tijdens de Aquatech 1990: Noordzee-congres, Rioleringscongres, studiedag Bedrijfsinterne Milieuzorg.

2. Verslag najaarsvergadering 1 dec. 1989

(zie H₂O no.10 van 10 mei 1990; Klaarmeester 25(3) van mei 1990). Het verslag wordt ongewijzigd goedgekeurd onder dankzegging aan de secretaris voor de verrichte werkzaamheden.

3. Jaarverslag 1989

De voorzitter wijst nogmaals op het groeiende ledental, hetgeen kan worden beschouwd als een opvallende onderstreping van onze gezonde vereniging. Onder dankzegging aan de secretaris en eenieder die heeft bijgedragen aan dit jaarverslag, wordt het ongewijzigd vastgesteld.

4. Jaarrekening 1989

Namens de Kascontrolecommissie deelt