Voortplanting van grondwaterstandsfluctuaties, met het effect van een hoogwatergolf als bijzondere toepassing

Samenvatting
In kringen van grondwaterbeheerders komt de opvatting voor dat grondwatersystemen worden gekenmerkt door grote reactietijden en langzame stroomsnelheden. Hierdoor zouden effecten van bijvoorbeeld anti-verdrogingsmaatregelen lang op zich laten wachten. Dit artikel geeft aan dat begrippen als 'groot' en 'langzaam' geen betekenis hebben zonder ze te relateren aan een referentiewaarde. Aan de hand van een praktijkvoorbeeld, het effect van een hoogwatergolf, ontleend aan een in het kader van een MER uitgevoerde hydrologische modelstudie, wordt ingegaan op begrippen als reactietijd. Het wordt aangetoond dat reactietijden onafhankelijk zijn van de stroomsnelheid. Analytische relaties worden afgeleid tussen de voortplanting van stijghoogte- en grondwaterstandsfluctuaties en geohydrologische parameters. Hierdoor wordt het fysisch inzicht vergroot. Dit kan leiden tot het gebruik van eenvoudiger computermodellen, bijvoorbeeld stationair in plaats van niet-stationair. Omgekeerd kan gemakkelijk worden aangetoond of het gebruik van een stationair model fysisch wel gerechtvaardigd is.

1. Inleiding

Het gebruik van geohydrologische modellen bij het simuleren van ingrepen in de (grond)waterhuishouding is voor regionale waterbeheerders en drinkwaterbedrijven gemeengoed geworden. Normaal gesproken doet zich bij grondwatermodellering de vraag voor wat voor soort model toepasbaar is op het gestelde probleem. Als de keus op een numeriek model valt – en dat lijkt haast een gegeven –, is de vraag aan de orde of dat een stationair of niet-stationair model moet zijn.



IR. J. D. LEENEN
HASKONING

In veel modelstudies wordt gebruik gemaakt van stationaire modellen om een situatie te beschrijven die mag worden verwacht bij wijziging van bepaalde randcondities en/of onttrekkingen. De eigenschap van stationaire grondwaterstromingsmodellen is dat ze een fysische evenwichtssituatie beschrijven. De vraag die doorgaans bij de modelbeschouwingen wordt omzeild, is of het fysisch wel gerechtvaardigd is om een per definitie niet-stationair proces te beschrijven met een stationair model. Als er geen fysische rechtvaardiging bestaat, blijft vaak in het midden wat de realiteitswaarde van de modellering is.

In het kader van verdrogingsstudies en -bestrijding is het niet-stationaire karakter van grondwatersystemen actueel. In kringen van waterbeheerders heerst wel de opvatting dat het grondwatersysteem wordt gekenmerkt door langzame stroomsnelheden en grote reactietijden. Zie bijvoorbeeld [1], waarin een boeiende beschouwing wordt gegeven over de problematiek van de verdrogingsbestrijding. De vraag die zich opdringt is wat wordt bedoeld met de begrippen 'langzaam' en 'groot', namelijk langzaam en groot ten opzichte van welke referentiewaarde. Deze begrippen kunnen slechts in relatieve zin betekenis hebben. Het aspect van reactietijden van grondwatersystemen is van belang voor het geven van prognoses van de tijdsafhankelijke effecten van herstelmaatregelen. De tijdschaal waarop een grondwatersysteem reageert voor wat betreft stijghoogten en grondwaterstanden, is gerelateerd aan de indringingssnelheid van een veranderende randconditie (bijvoorbeeld een ingreep of herstelmaatregel) en de afmetingen van het beschouwde systeem. De stroomsnelheid van het grondwater speelt hierin geen enkele rol.

Als onderdeel van een milieu-effectrapportage van toekomstige grootschalige zandwinning in het Land van Maas en Waal [2] is door HASKONING onderzoek gedaan naar de geohydrologische effecten van een toekomstige binnendijkse zandwinplas. Een belangrijk gegeven in dit rivierengebied is de kwelsituatie die zich onder gemiddelde omstandigheden al voordoet en die tijdens een hoogwatergolf op één van de grote rivieren wordt versterkt. De reden hiervoor is natuurlijk dat de binnendijkse stijghoogte van het grondwater toeneemt onder invloed van de rivierstand. Dit artikel beschrijft enige resultaten van een eerste analytische beschouwing die ten grondslag heeft gelegen aan de in het kader van de MER uitgevoerde regionale geohydrologische modellering. Een eerste analytische aanpak is altijd wenselijk om het fysisch inzicht in het gestelde probleem te vergroten. Dikwijls leidt een dergelijke aanpak ertoe dat computersimulaties minder complex behoeven te zijn dan aanvankelijk gedacht. In de hierna volgende beschouwing wordt een methodiek gehanteerd die gericht is op inzicht in de fysica en niet op het afleiden van een exacte oplossing. Door inzicht in de fysica is het mogelijk via benaderingsoplossingen het gestelde probleem adequaat te beschrijven. De gepresenteerde resultaten zijn in beginsel overdraagbaar naar andere situaties, waarin sprake is van wijzigingen in randcondities, zoals bijvoorbeeld het uitvoeren van herstelmaatregelen in verdrogingssituaties.

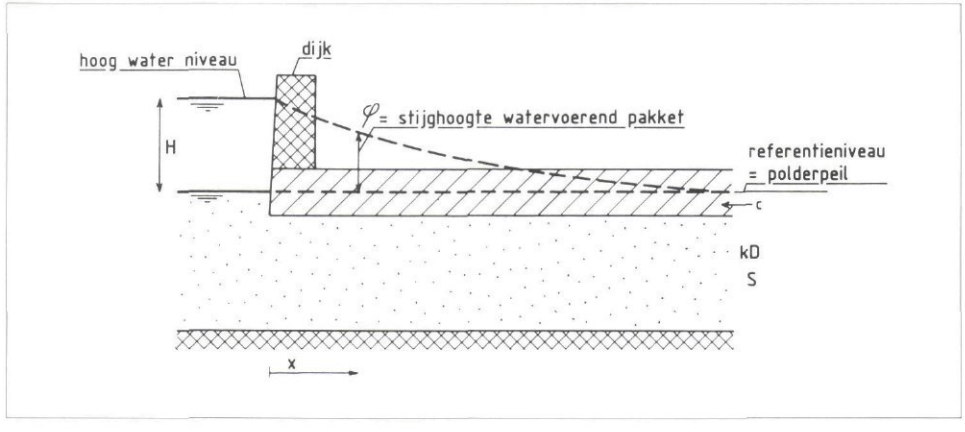
Hierdoor kunnen voortplantingssnelheden van veranderende randcondities en reactietijden worden afgeschat, als een aantal karakteristieken van een bepaald grondwatersysteem bekend zijn.

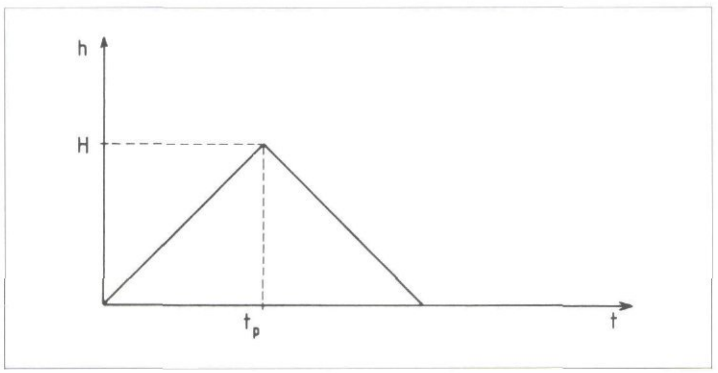
2. Analyse

2.1. *Probleemstelling*

Het doel van de analyse is om na te gaan hoe de stijghoogte in een watervoerend pakket binnendijks reageert op de stijging van het rivierpeil. Het dalende verloop wordt hier buiten beschouwing gelaten. Het basisprobleem dat is onderzocht, is schematisch weergegeven in afbeelding 1.

Afb. 1 - Probleemschematisatie.





Afb. 2 - Schematisatie hoogwatergolf.

Een watervoerend pakket afgedekt door een slecht doorlatende kleilaag staat aan één zijde in verbinding met open water (de rivier). Binnendijks strekt het watervoerend pakket en deklaag zich oneindig ver uit. In de deklaag geldt een vast polderpeil. De waterstand van de rivier ligt aanvankelijk op hetzelfde peil als het polderpeil, evenals de stijghoogte in het watervoerend pakket. Een intreeweerstand ter plaatse van de rivier is hierbij verwaarloosd. Op de rivier doet zich een hoogwatergolf voor, die geschematiseerd is tot een lineair stijgend en dalend verloop als weergegeven in afbeelding 2. H stelt de hoogte voor van de piek van de hoogwatergolf en t_p de tijd die nodig is voor het bereiken van deze piek.

2.2. *Tijd- en lengteschaal*
De basisvergelijking voor niet-stationaire grondwaterstroming in semi-spanningswater, waarmee ook het binnendijkse stijghoogteverloop in het watervoerend pakket wordt beschreven, is als volgt:

$$\frac{S}{kD}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\phi}{kDc} - \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$

waarin
ϕ stijghoogte grondwater in watervoerend pakket (referentieniveau is polderpeil)
t tijd
x afstand tot rivier
S elastische berging
kD doorlaatvermogen watervoerend pakket
c weerstand deklaag

De bijhorende randvoorwaarden zijn:

$$x = 0:\ \phi = \frac{H}{t_p}t \quad (t \le t_p)$$

$$x \to \infty:\ \frac{\partial\phi}{\partial x} \to 0$$

Een fluctuatie in het rivierpeil zal zich landinwaarts voortplanten in de stijghoogte van het watervoerend pakket. Van belang hierbij is tot hoever een fluctuatie uiteindelijk merkbaar is en hoeveel tijd hiermee gemoeid is.

Zonder vergelijking (1) op te lossen kan via een dimensie-analyse worden afgeleid dat het probleem wordt bepaald door de volgende tijd- en lengteschaal:

$T = Sc$
$L = \sqrt{\ }(kDc)$

Hieruit volgt dat een karakteristieke maat voor de voortplantingssnelheid v van de stijghoogteverandering wordt gegeven door

$$v \sim \frac{L}{T}$$

ofwel

$$v \sim \frac{1}{S}\sqrt{\left(\frac{kD}{c}\right)} \qquad (2)$$

Het symbool ~ heeft de betekenis: 'evenredig met en van dezelfde grootte-orde als'.

Door substitutie van enige karakteristieke waarden van de verschillende geohydrologische parameters wordt een maat gevonden voor de voortplantingssnelheid van de stijghoogteverandering. Stel:

$S = 10^{-3}$
$kD = 2.000\ m^2/dag$
$c = 500$ dagen

Hieruit volgt:

tijdschaal	$T = 0{,}5$ dag
lengteschaal	$L = 1.000$ m
karakteristieke voortplantingssnelheid	$v = 2.000$ m/dag

Een dergelijke voortplantingssnelheid is zeer groot ten opzichte van de voortplanting van een grondwaterstandsfluctuatie in een freatisch pakket. Dit wordt vooral veroorzaakt doordat de elastische bergingscoëfficiënt zeer klein is ten opzichte van de berging in een freatisch pakket. In een volgende paragraaf wordt ingegaan op freatisch grondwater. Wellicht ten overvloede wordt er op gewezen dat de voortplantingssnelheid van een drukvariatie natuurlijk niet mag worden verward met de stroomsnelheid van het grondwater. Het zijn twee verschillende processen.

De voorgaande dimensionele analyse geeft een maat voor de tijd waarin en afstand waarover het proces zich afspeelt. De interpretatie hiervan is dat een peilverandering op de rivier leidt tot een stationair beeld in de stijghoogte van het grondwater op een termijn in de grootteorde van een halve dag en dat deze peilverandering een invloedgebied heeft in de orde van grootte van 1 km. Dit houdt in dat op een afstand van enige malen de lengteschaal, dus enige kilometers, geen significante effecten meer worden waargenomen. Deze interpretatie moet niet worden verward met de oplossing van de differentiaalvergelijking (1) onder de gegeven randcondities.

2.3. *Benaderingsoplossing*
Om vergelijking (1) met de bijhorende randcondities nader te onderzoeken wordt deze in dimensieloze vorm geschreven. Hierbij worden dimensieloze variabelen gedefinieerd, zodanig dat ze alle van grootte-orde 1 zijn.

Stel daarom:

$$x_* = \frac{x}{L}; \quad t_* = \frac{t}{t_p}; \quad \Phi = \frac{\phi}{H}$$

Voorts wordt gedefinieerd:

$$\varepsilon = \frac{S\,c}{t_p}$$

Vergelijking (1) wordt dan in dimensieloze notatie:

$$\epsilon\frac{\partial\Phi}{\partial t_*} + \Phi - \frac{\partial^2\Phi}{\partial x_*^2} = 0 \qquad (3)$$

De bijhorende dimensieloze randvoorwaarden zijn:

$$x_* = 0:\ \Phi = t_* \quad (t_* \le 1)$$

$$x_* \to \infty:\ \frac{\partial\Phi}{\partial x_*} \to 0$$

Uit historische gegevens blijkt dat 10 dagen een redelijke maat is voor t_p. Het is duidelijk dat de tijdschaal Sc waarop het proces van de drukvoortplanting zich afspeelt, klein is ten opzichte van de tijdschaal waarop de randvoorwaarde (namelijk de hoogwatergolf) zich afspeelt. Populair gezegd: door de tijd die de hoogwatergolf nodig heeft om zijn piek te bereiken, krijgt de stijghoogte van het

grondwater de tijd om te reageren. Voor vergelijking (3) betekent dit dat $\varepsilon \ll 1$.

Zonder op de oplossing van de vergelijking (3) in te gaan, is hiermee aangetoond dat de eerste term van de vergelijking (de tijdafgeleide) in een eerste benadering verwaarloosbaar is ten opzichte van de twee overige termen. Het is dus niet noodzakelijk om een exacte oplossing van de basisvergelijking af te leiden in de gegeven situatie. Het effect van de hoogwatergolf op de stijghoogte in een watervoerend pakket met semi-spanningswater kan uitstekend worden beschreven door een aaneenschakeling van stationaire situaties. De oplossing van vergelijking (3) met verwaarlozing van de eerste term wordt dan gegeven door

$$\Phi = t_* e^{-x_*} \qquad (4)$$

Ter illustratie van het beschreven verschijnsel, is in afbeelding 4 het verloop van een werkelijk opgetreden hoogwatergolf op de Waal weergegeven met daarbij het stijghoogteverloop in een circa 1,5 km landinwaarts gelegen peilbuis (zie topografische ligging in afbeelding 3). Uit deze waarnemingen moge blijken dat de voorgaande beschouwing goed overeenstemt met de realiteit. De peilbuis reageert in relatie tot de tijdschaal van de hoogwatergolf instantaan.
Het is mogelijk het inzicht in het probleem van de voortplantingssnelheid verder te verdiepen door een nauwkeuriger oplossing van vergelijking (3) te zoeken, waarbij de eerste term niet wordt verwaarloosd. Een geschikte techniek hiervoor is een zogenaamde storingsmethode (zie bijvoorbeeld [3]), waarbij gebruik wordt gemaakt van asymptotische reeksontwikkelingen. In principe is elke gewenste graad van nauwkeurigheid mogelijk door een oplossing te kiezen in de vorm van een asymptotische reeksontwikkeling in de kleine parameter ε als volgt:

$$\Phi = \Phi_0 + \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 + \ldots \qquad (5)$$

De zogenaamde nulde-orde oplossing (Φ_0), waarbij termen vanaf grootte-orde ε worden verwaarloosd, is al gegeven in (4). Hogere orde-oplossingen worden gevonden door substitutie van (5) in (3). Zo wordt de oplossing van vergelijking (3) tot op eerste orde gegeven door

$$\Phi = (t_* - \tfrac{1}{2} \varepsilon x_*) e^{-x_*} \qquad (6)$$

Dit resultaat is interessant omdat hier een goede benadering van de voortplantingssnelheid van de stijghoogteverandering uit blijkt. Deze wordt gevonden door te stellen dat aan het 'front' de stijghoogteverandering gelijk is aan nul, dus door te stellen

$(t_* - \tfrac{1}{2} \varepsilon x_*) = 0$

Hieruit volgt

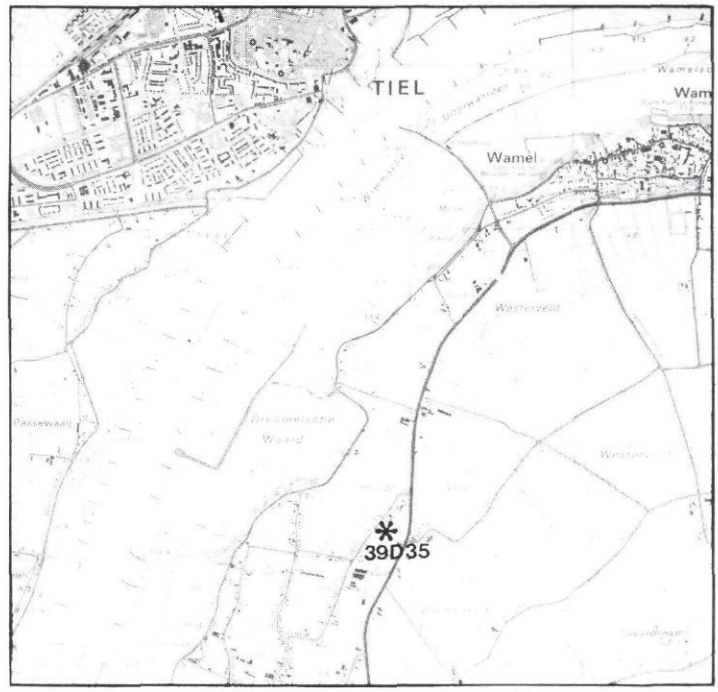
$$x_* = \frac{2 t_*}{\varepsilon}$$

In afbeelding 5 is dit resultaat geïllustreerd. De indringing van het 'front' verloopt bij de gebruikte randvoorwaarden dus bij benadering lineair met de tijd. In afbeelding 6 is voor enige kleine waarden van t het stijghoogteverloop weergegeven bij een waarde voor ε van 0,05. Hieruit blijkt hoe snel het 'front' zich verplaatst. Door x naar t te differentiëren wordt de voortplantingssnelheid van het 'front' gevonden:

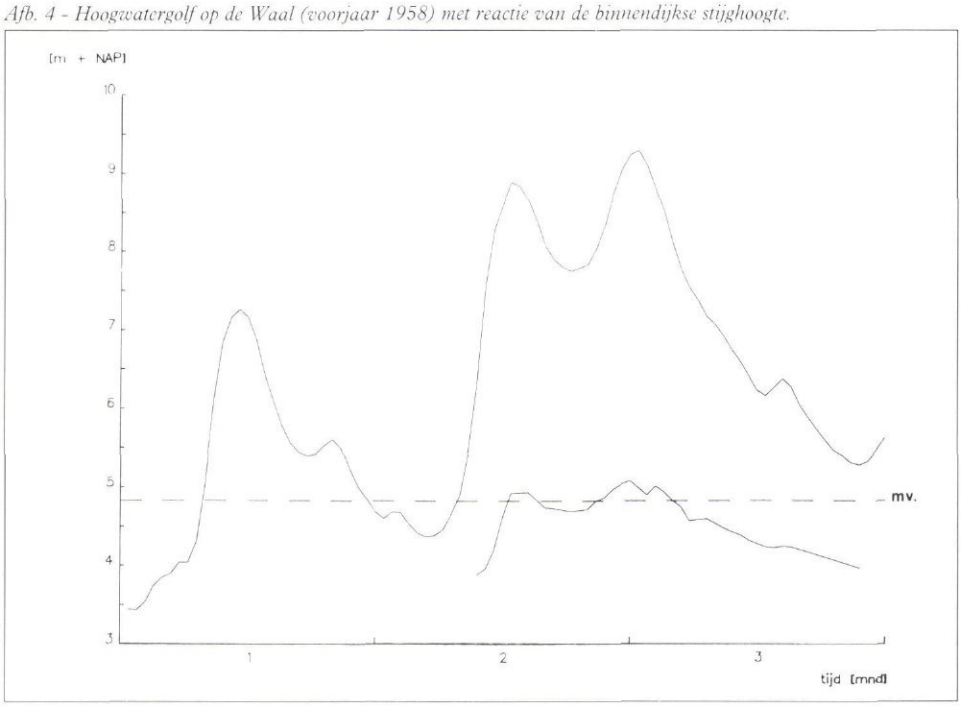
$$v = \frac{2}{S} \sqrt{\left(\frac{kD}{c}\right)} \qquad (7)$$

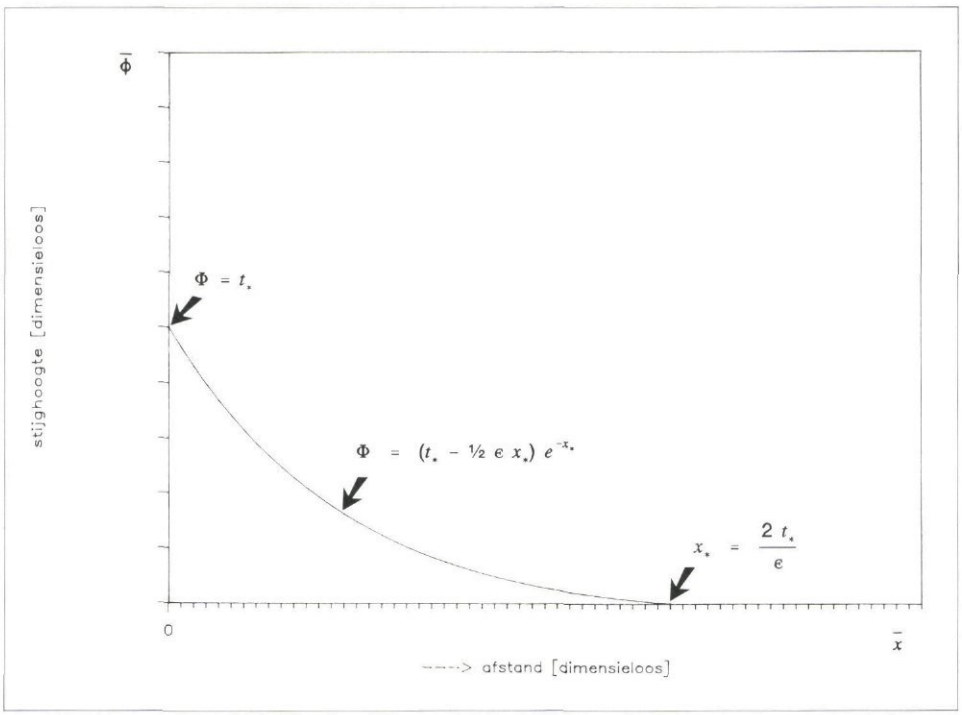
Dit resultaat is consistent met (2). Via de gevolgde benaderingsmethode is de evenredigheidsconstante bepaald. De mogelijke fout die met de aangegeven

Afb. 3 - Lokatie van peilbuis 39D35 t.o.v. de Waal.



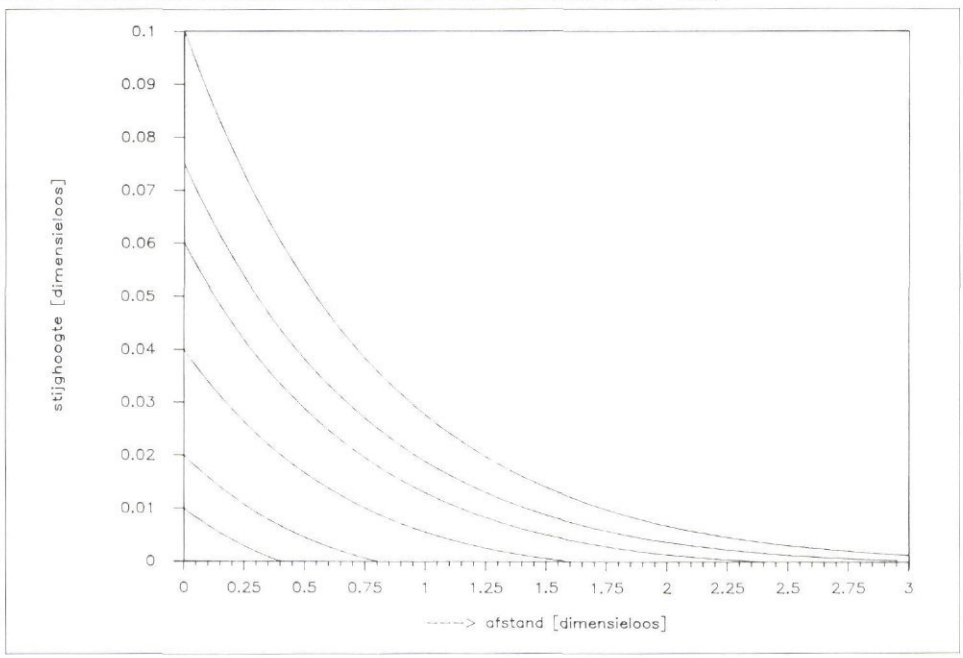
Afb. 4 - Hoogwatergolf op de Waal (voorjaar 1958) met reactie van de binnendijkse stijghoogte.





Afb. 5 - Indringingsdiepte als functie van de tijd.

Afb. 6 - Verloop van de binnendijkse stijghoogte voor enige tijdswaarden (met ε = 0,05).



eerste-orde benadering wordt gemaakt is van grootte-orde ε^2. Bij een ε van 0,05 bedraagt de mogelijke fout dus circa $25 \cdot 10^{-4}$, ofwel slechts 0,25%.

2.4. *Vergelijking met freatische grondwatersystemen*

De één-dimensionale differentiaalvergelijking die de niet-stationaire grondwaterstroming in een freatisch watervoerend pakket beschrijft, luidt

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{kD}{\mu} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \qquad (8)$$

waarin

ϕ freatische grondwaterstand t.o.v. referentieniveau
t tijd
x horizontale afstand
kD doorlaatvermogen freatisch watervoerend pakket
μ porositeit

Vergelijking (8) stelt de één-dimensionale diffusievergelijking voor met als diffusiecoëfficiënt α

$$\alpha = \frac{kD}{\mu}$$

Van de diffusievergelijking is bekend hoe een verstoring van de randconditie indringt in het beschouwde medium. Stel de indringingsdiepte als functie van de tijd is $\delta(t)$. Dan geldt dat

$$\delta(t) \sim \sqrt{\alpha t} \qquad (9)$$

Als L een karakteristieke horizontale afmeting van het beschouwde systeem voorstelt, wordt de reactietijd τ van het systeem gegeven door

$$\tau \sim \frac{L^2}{\alpha} \qquad (10)$$

Neem als voorbeeld een freatisch grondwatersysteem begrensd door een vast peil van open water. Bij een karakteristieke afmeting van bijvoorbeeld 1 km, een kD-waarde van 3000 m^2/dag en een porositeit van 0,3 bedraagt de reactietijd 100 dagen ofwel 3 maanden. Bij een karakteristieke afmeting van 5 km bedraagt de reactietijd 2.500 dagen ofwel 7 jaar.

Uit het voorgaande mag duidelijk zijn dat de reactietijden van freatische grondwatersystemen groot zijn ten opzichte van systemen met (semi)-spanningswater.

3. Conclusies en aanbevelingen

1. Voortplanting van stijghoogte- en grondwaterstandsfluctuaties en de daarbij horende reactietijden van grondwatersystemen zijn onafhankelijk van de stroomsnelheid.
2. Dit artikel maakt duidelijk hoe snel een stijghoogtefluctuatie in een watervoerend pakket met semi-spanningswater zich voortplant. Deze voortplanting verloopt in semi-spanningswater veel sneller dan in freatisch grondwater. Met de gegeven formules kunnen ook onder andere omstandigheden reactietijden van grondwatersystemen worden afgeleid.

De indringingsdiepte $\delta(t)$ van een verstoring van de randconditie verloopt in semi-spanningswater als volgt:

$$\delta(t) \sim \frac{1}{S} \sqrt{\left(\frac{kD}{c}\right)} \cdot t \qquad (11)$$

In freatisch water geldt:

$$\delta(t) \sim \sqrt{\left(\frac{kD}{\mu} \cdot t\right)} \qquad (12)$$

De evenredigheidsconstante die bij bovenstaande formules hoort, is afhankelijk van de randconditie. In de situatie van een lineair stijgend rivierpeil,

• *Slot op pagina 137*