

**Maatschappelijke
kosten-batenanalyse
Waterveiligheid 21e eeuw**

Bijlage C: Wiskundige achtergrond MKBA model



**Maatschappelijke
kosten-batenanalyse
Waterveiligheid 21e eeuw**

Bijlage C: Wiskundige achtergrond MKBA model

Matthijs Duits
Jarl Kind
Carlijn Bak

1204144-006

Titel
 Maatschappelijke
 kosten-batenanalyse
 Waterveiligheid 21e eeuw

Opdrachtgever	Project	Kenmerk	Pagina's
Rijkswaterstaat Waterdienst	1204144-006	1204144-006-ZWS-0007	17

Trefwoorden

Deltaprogramma, waterveiligheid, hoogwaterbescherming, overstromingskansen, normstelling, waterkeringen, dijkring(en), maatschappelijke kosten-batenanalyse, optimalisatie.

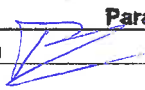
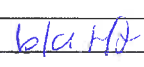
Samenvatting

Dit is Bijlage C van het hoofdrapport van de maatschappelijke kosten-batenanalyse Waterveiligheid 21^e eeuw (MKBA WV21). Het belangrijkste doel van deze MKBA is om economisch optimale beschermingsniveaus voor dijkkring(delen) te berekenen.

Deze bijlage gaat in het in de MKBA gebruikte rekenmodel *OptimaliseRing*.

Referenties

-

Versie	Datum	Auteur	Paraaf	Review	Paraaf	Goedkeuring	Paraaf
	mrt. 2011	Matthijs Duits		Frans Klijn		Toon Segeren	
		Jarl Kind					
		Carlijn Bak					

Status
 definitief

Inhoud

1	Inleiding	1
2	Mijlpalen wiskundig model MKBA WV21	3
3	De middenkans als indicator voor het economisch optimale beschermingsniveau	7
4	Wiskundige beschrijving MKBA model WV21	9
5	Literatuur	17

1 Inleiding

De berekeningen voor de maatschappelijke kosten-batenanalyse WV21 (MKBA Wv21) zijn uitgevoerd met behulp van het computerprogramma *OptimaliseRing*, versie 2.3. De rekenmethode waar dit programma gebruik van maakt, is stapsgewijs ontwikkeld. Deze stappen worden in hoofdstuk 2 van deze bijlage beschreven. In hoofdstuk 3 wordt ingegaan op de afleiding een economisch optimale overstromingskans (middenkans) die als indicator voor een norm zou kunnen worden gebruikt. Hoofdstuk 4 geeft de wiskundige formulering van het geprogrammeerde model. Onderdelen die hierbij behandeld worden, zijn de investeringskosten, de verwachte schade en de economisch optimale overstromingskans, die voortvloeit uit de optimale investeringsstrategie.

2 Mijlpalen wiskundig model MKBA WV21

Watersnoodramp (1953) en Deltacommissie (1960)

In 1953 maakte de Watersnoodramp duidelijk dat Nederland onvoldoende beschermd was tegen de zee. Om vast te stellen welk beschermingsniveau gewenst was voor bedreigingen vanuit zee werd de Deltacommissie ingesteld. Prof. D. van Dantzig van het Mathematisch Centrum Amsterdam (thans het Centrum voor Wiskunde en Informatica, CWI) heeft voor deze commissie een besliskundig model opgesteld voor Centraal Holland.¹ In het besliskundige model zijn de kosten voor het verbeteren van de waterkeringen (de investeringen) afgewogen tegen de baten (de reductie van de verwachte schade die met de verbetering van de waterkering wordt bereikt). In deze kosten-batenanalyse is vervolgens vastgesteld bij welk dijkhoogte de som van de kosten voor de waterkeringen en de verwachte schade minimaal is (zie Figuur 1). Op basis van de gegevens van 1956 heeft de analyse geleid tot een economisch optimale overstromingskans van 1/125.000 per jaar voor Centraal Holland (Van Dantzig, 1956; Van Dantzig en Kriens, 1960).²

Kosten-batenanalyse voor Ruimte voor de Rivier (2005)

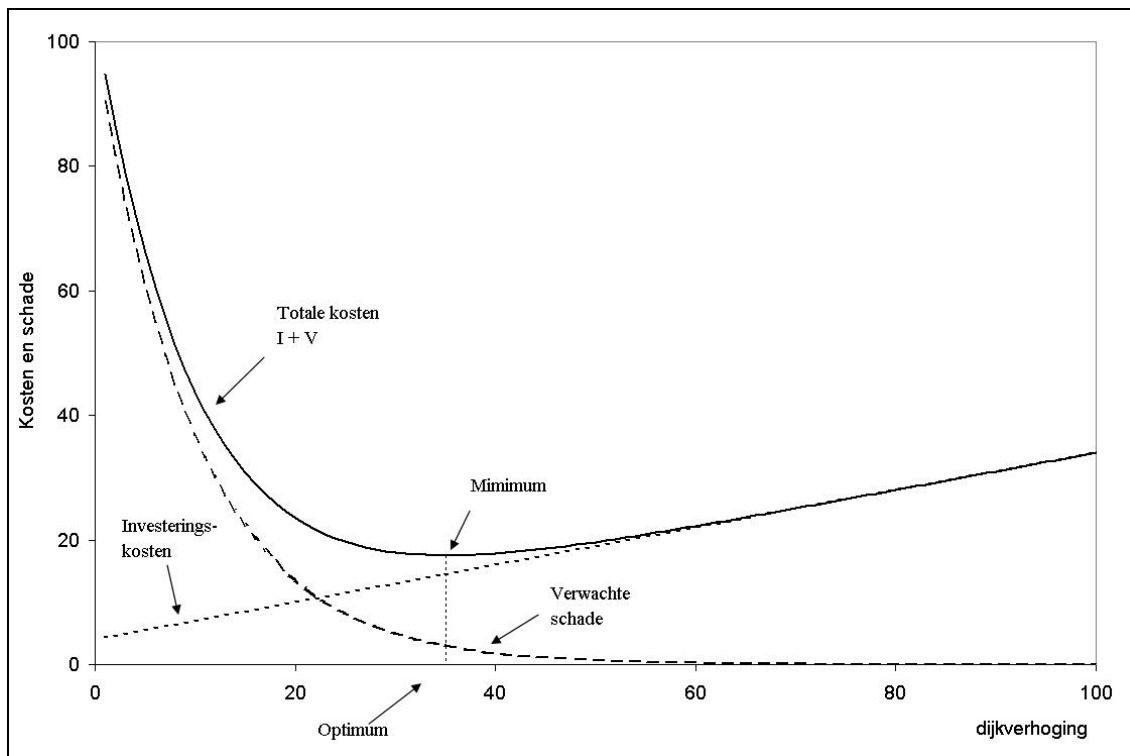
Ten behoeve van de PKB 'Ruimte voor de Rivier' is door het CPB een kosten-batenanalyse uitgevoerd. In deel 1 van de kosten-batenanalyse (Eijgenraam, 2005) is een berekening gemaakt van de economisch optimale overstromingskansen in het rivierengebied van de Rijn, uitgaande van dijkversterking als maatregel.³ Hierbij is het besliskundige model van Van Dantzig als vertrekpunt genomen.

Door Eijgenraam is een aantal verbeteringen en aanvullingen aangebracht, waarbij met name expliciet rekening wordt gehouden met veranderende omstandigheden in de tijd die kunnen leiden tot een periodieke aanpassing van het beschermingsniveau. We spreken daarom van een **dynamisch** model. In het model van Eijgenraam neemt in de loop van de tijd de overstromingskans van de waterkering toe, door toename van de (relatieve) waterstanden door klimaatverandering en bodemdaling. Na een bepaalde periode zal de maximaal toelaatbare overstromingskans worden overschreden en zal een versterkingsronde worden uitgevoerd. Dan wordt de overstromingskans kleiner. Omdat de investeringskosten voor een belangrijk deel uit vaste kosten bestaan (kosten die onafhankelijk zijn van de mate waarin de dijken verhoogd worden) is het efficiënt zijn om een forse investering in één keer te doen, om daarna weer een tijd geen verdere versterkingen uit te voeren. Door dit proces van versterkingen over een langere periode te beschouwen is er sprake van herhaald investeren en ontstaat een zogenaamde zaagtandcurve die het verloop van de overstromingskans in de tijd aangeeft, zie Figuur 2.

¹ *Tegenwoordig is dit dijkkringgebied 14 (Zuid-Holland).*

² *Uiteindelijk is mede op basis van het advies van de Deltacommissie (1960) een wettelijke overschrijdingskans van 1/10.000 per jaar vastgelegd.*

³ *In deel 2 van de kosten-batenanalyse Ruimte voor de Rivier is onderzocht welke rivierverruimende maatregelen het meest kosteneffectief zijn. Zie Ebregt et al. (2005).*



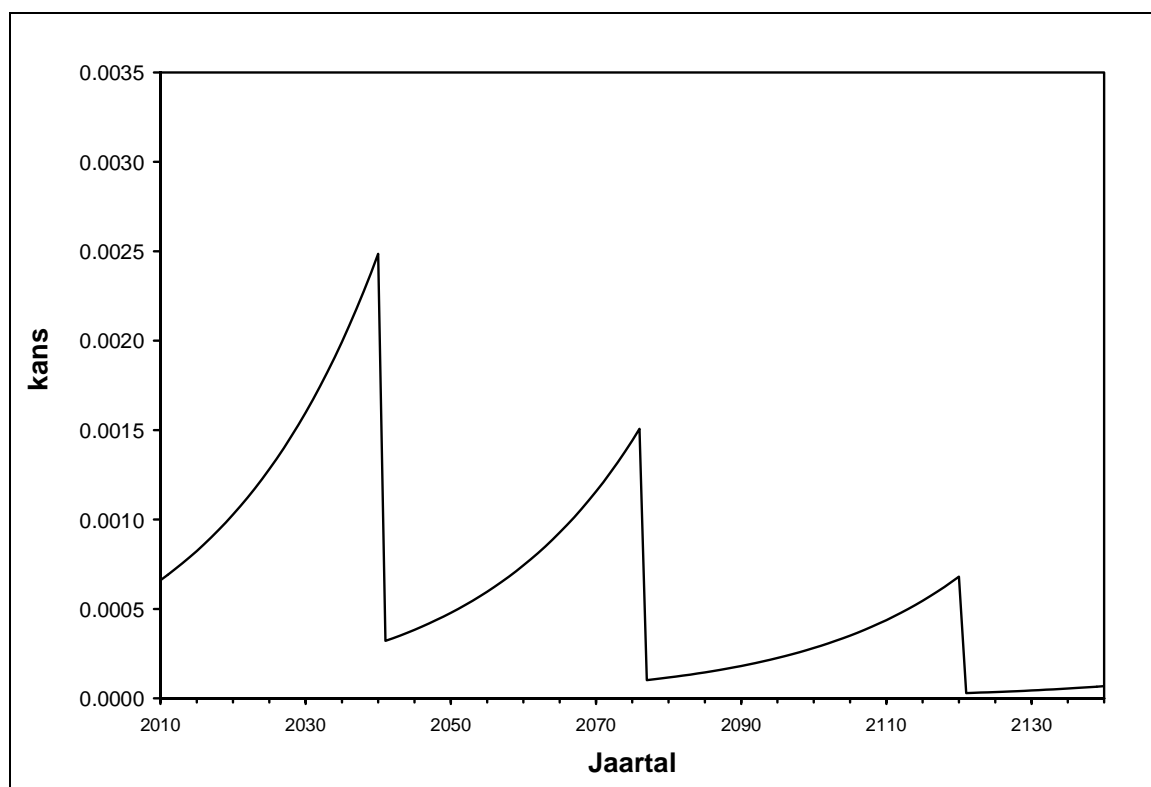
Figuur 1: Algemeen principe achter de kosten-batenanalyse van Van Dantzig (1956; zie ook Van Dantzig en Kriens, 1960)

In dit proces van herhaald investeren zijn de volgende vragen te beantwoorden (de beslisvariabelen):

- het moment van investeren (wanneer?). Dit is in wezen de vraag naar de hoogte van de (economisch optimale) maximaal toelaatbare overstromingskans.
- de mate van versterking bij een verbetering (hoeveel?) en daarvan afgeleid is de vraag wanneer een volgende investering zou moeten worden gedaan (wanneer opnieuw?).

Het verloop en de ligging van de zaagtandcurve hangen af van de schade, de investeringkosten (en het vaste en variabele deel daarin), en de externe ontwikkelingen (de snelheid van zeespiegelstijging, toename van rivierafvoer en bodemdaling; economische en demografische groei).

In het model van Eijgenraam worden dijkeringen of dijkringdelen geschematiseerd als één uniform traject. Dat betekent dat er bij een verkleining van de overstromingskans overal langs de dijkring maatregelen nodig zijn. Doordat in het model van Eijgenraam uitgegaan wordt van één traject per dijkring(deel), is het model **analytisch** oplosbaar.



Figuur 2: Proces van periodieke investering in hoogwaterbescherming in de tijd met een toenemende veiligheid

Kengetallen kosten-batenanalyse WV21 (2008)

Ten behoeve van de kengetallen kosten-batenanalyse (KKBA) WV21 (Kind, 2008) is het besliskundige model van Eigenraam verder uitgebreid met de mogelijkheid om meerdere trajecten te onderscheiden in een dijkkring of dijkkringdeel. Het onderscheiden van meerdere trajecten binnen een dijkkringdeel werd vooral ingegeven door het feit dat de kosten voor een dijkversterking, de decimeringshoogte, de beginkans of het effect van klimaatverandering op de overstromingskans van traject tot traject kunnen verschillen. Voor de omvang van de schade en het aantal slachtoffers is per dijkkring(deel) een representatief bedrag bepaald; deze variabelen zijn daarmee onafhankelijk gemaakt van het traject waar de overstroming precies plaatsvindt. Ook de economisch optimale overstromingskansen worden berekend op het niveau van het dijkkringdeel.

Door de uitbreiding naar meerdere trajecten is het besliskundige model niet langer analytisch oplosbaar en is een **numerieke** oplossingsmethode nodig. Daarom is het programma *OptimaliseRing* gebouwd (Duits, 2007). Dit programma berekent in de situatie met meerdere trajecten de optimale investeringsstrategie voor een dijkkringdeel. In versie 1.1 (in 2008 gebruikt ten behoeve van de KKBA WV21 (Kind, 2008)) vindt de optimalisatie plaats met behulp van het algoritme van Powell, wat alleen bruikbaar is als het theoretisch gezien zeer grote aantal mogelijke oplossingen (het aantal vrijheidsgraden) beperkt wordt. Daarom is in versie 1.1 ingebouwd dat de grootte van de derde en volgende investeringen gelijk is aan de grootte van de tweede investering. Ook de tijdsduur tussen de eerste en de tweede investering wordt opgelegd als tijdsduur tussen de volgende investeringen. Eigenraam heeft laten zien dat dit voor dijkkring(delen) met slechts één traject ook een correcte benadering is.

Door de beperking van het aantal vrijheidsgraden wordt in een beperkt aantal gevallen bij dijkringen die bestaan uit meerdere trajecten aantoonbaar niet de economisch optimale investeringsstrategie berekend en daardoor wordt ook de economisch optimale overstromingskans niet gevonden.

Maatschappelijke kosten-batenanalyse WV21 (2010)

Ten behoeve van de definitieve MKBA WV21 is door de Universiteit van Tilburg en de Technische Universiteit Delft naar alternatieve numerieke methoden gezocht om binnen een acceptabele rekentijd de optimale investeringsstrategie te berekenen volgens het besliskundige model van Eijgenraam, dat uitgebreid is met meerdere trajecten in een dijkkring maar waarvoor de eerder genoemde beperkingen aan het aantal vrijheidsgraden niet langer gelden (Den Hertog en Roos, 2008, 2009). De geselecteerde methode is in AIMMS geïmplementeerd (Brekelmans et al., 2009). Het minimalisatie-algoritme is vervolgens ingebouwd in *OptimaliseRing* versie 2.0 en alle volgende versies (Duits, 2011ab).

De studie van Den Hertog en Roos (2008) is internationaal positief gereviewd (Hartl, 2008; Terlaky, 2008). Enkele aanbevelingen zijn overgenomen in de tweede versie van het rapport (Den Hertog en Roos, 2009).

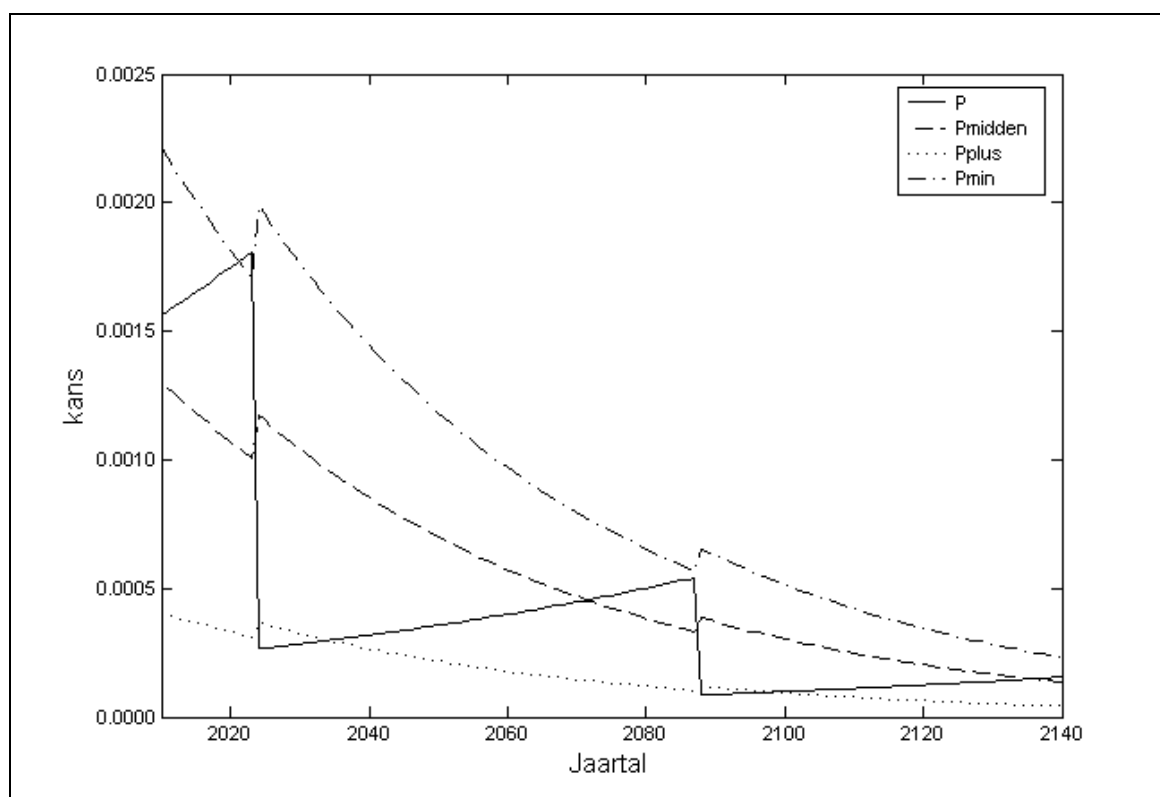
De studies van Den Hertog en Roos (2008, 2009), Brekelmans et al. (2009) en Duits (2010ab) zijn begeleid door een groep bestaande uit vertegenwoordigers van DG-Water, RWS/Waterdienst, Deltares en het Centraal Planbureau.

3 De middenkans als indicator voor het economisch optimale beschermingsniveau

In het dynamische model van Eijgenraam is er geen sprake van een constante veiligheid maar van een **veiligheidsinterval**. Hierin wordt een onderscheid gemaakt tussen de veiligheid die bereikt wordt net na een investering en de veiligheid net voor een volgende investering. Deze twee zouden vanuit economisch perspectief als een optimale ontwerp-respectievelijk toetsnorm kunnen worden gezien. In Figuur 3 zijn deze twee normen zichtbaar. P_{\min} zou volgens deze redenering de toetsnorm zijn: deze volgt uit de overstromingskansen die horen bij het moment vlak vóór het investeren. P_{plus} zou volgens deze redenering de ontwerpnorm zijn: deze volgt uit de overstromingskansen die horen bij het moment vlak ná het investeren.

Het sprongetje omhoog in de curves voor P_{\min} , P_{midden} en P_{plus} is het gevolg van het feit dat de kosten na een eerste investering hoger kunnen zijn dan de kosten van de eerste investering. Deze hogere kosten leiden op zichzelf tot een hogere economisch optimale overstromingskans.

De hogere schade die kan ontstaan nadat de dijken zijn verhoogd, geeft een tegengesteld effect. Hierdoor kunnen in de curves ook sprongetje omlaag voorkomen.



Figuur 3: De maximaal toelaatbare overstromingskans (P_{\min}) en de ontwerpnorm (P_{plus}), alsmede de middenkans (P_{midden}) in het model van Eijgenraam. In de figuur toont de getrokken lijn de werkelijke overstromingskans (P) voor en na investeringen in de waterkeringen.

Eijgenraam (2008) geeft een aantal redenen waarom P_{\min} geen geschikte kandidaat is als toetsnorm:

- P_{\min} is echt de maximaal toelaatbare overstromingskans in het model. Als P_{\min} als toetsnorm zou worden genomen, wordt er geen rekening gehouden met 'besteltijd' van hoogwaterbeschermingsprojecten (bij grotere projecten als snel 15 tot 20 jaar). P_{\min} wordt gedurende die hele periode overschreden.
- Het veiligheidsinterval (verschil tussen de lijnen P_{\min} en P_{plus}) is sterk afhankelijk van het aandeel van de vaste en variabele kosten in de totale kosten. Deze twee zijn echter in de praktijk moeilijk apart vast te stellen. Een kleine verschuiving tussen vaste en variabele kosten kan een aanmerkelijke invloed hebben op de breedte van het interval en daarmee op de waarde van P_{\min} . Het is niet wenselijk om de wettelijke norm afhankelijk te maken van een zo onzeker getal in de noemer van een breuk.
- In de berekeningen is voor de investeringskosten informatie gebruikt over de kosten van dijkverhoging. In veel situaties is dijkverhoging de goedkoopste manier om meer veiligheid te bereiken, hetgeen leidt tot een hoog gemiddeld beschermingsniveau. De uitkomsten geven daarom een goed beeld van gemiddeld na te streven overstromingskansen, ook in geval andere typen maatregelen worden getroffen. Maar de berekende optimale afstand tussen de boven- en ondergrens voor de overstromingskans hangt wel sterk samen met de specifieke kostenverhoudingen bij dijkverhoging. De grenzen van het interval zijn dus niet toepasbaar voor een mix van maatregelen.
- Een vierde reden is dat er in de berekening (in de basisvariant van de MKBA) van wordt uitgegaan dat er overall langs de ringdijk hetzelfde beschermingsniveau aanwezig is en dat dit langs de gehele dijk in één klap verbeterd moet worden naar een nieuw niveau. In de praktijk verschilt het beschermingsniveau per dijkvak en worden er dan ook dijkvakken verbeterd en niet hele ringdijken. Dat leidt ertoe dat zelfs na een groot verbeterproject dijkeringen toch nog dijkvakken kunnen hebben die maar net voldoen aan de wettelijke norm. Dit ondanks de grote overhoogte die er op sommige andere dijkvakken wordt geschapen. Het geschetste veiligheidsinterval geeft daarom een overschatting van het werkelijke verloop van de veiligheid.

Om deze redenen stelt Eijgenraam voor om de *middenkans*, P_{midden} , uit het model te gebruiken als centrale indicator voor een toetsnorm. Daaraan zijn onder meer de volgende twee belangrijke voordelen verbonden (Eijgenraam, 2008):

- De middenkans is alleen afhankelijk van de gemiddelde kosten en niet van de splitsing in vaste en variabele kosten.
- Dit geeft voldoende tijd om er voor te zorgen dat maatregelen genomen worden voordat de werkelijke optimale maximale overstromingskans wordt overschreden.

Berekening middenkans in *OptimaliseRing*:

De berekening van de middenkans in *OptimaliseRing* 2.3 in geval van meerdere trajecten gebeurt in principe op dezelfde wijze als voorgesteld door Eijgenraam. Hierbij wordt als investeringsinterval die de basis vormt voor de berekening, de periode tussen 2 investeringen genomen, ook als deze investeringen in het ene traject op een ander tijdstip plaatsvinden dan in een ander traject. Hierdoor is het mogelijk dat het verloop van de middenkans grilliger verloopt dan in het geval van 1 traject per dijkkring. Aan het eind van deze bijlage is hiervan een aantal voorbeelden opgenomen.

4 Wiskundige beschrijving MKBA model WV21

In deze paragraaf wordt de wiskundige formulering gegeven van het beslistkundige model zoals dat gebruikt is voor de berekeningen in dit rapport. De beschrijving wordt gegeven voor de situatie dat een dijkkring uit meerdere trajecten bestaat. De formules zijn in enigszins aangepaste schrijfwijze overgenomen uit hoofdstuk 2 van Duits (2010b).

In het beslistkundig model speelt de contante waarde van alle toekomstige kosten van schade (S) en investeren (I) in een dijkkring een centrale rol. De momenten en omvang van de investeringen moeten namelijk zo gekozen worden dat de contante waarde minimaal is. De totale verdisconteerde kosten K zijn gelijk aan

$$K = \int_0^z \frac{S(t)}{(1+\delta_1)^t} dt + \frac{S(z)}{(1+\delta_1)^z} \frac{1}{\ln(1+\delta_1)} + \sum_j \sum_i \frac{I_{ij}}{(1+\delta_2)^{T_{ij}}} \quad (1)$$

Hierin is δ_1 de discontovoet voor de schade en δ_2 de discontovoet voor de investeringen. De eerste term in het rechterlid in formule (1) geeft de contante waarde van de verwachte schade tot tijdstip z . Aangenomen is dat er na dit tijdstip z niets meer in het systeem verandert (deze aanname geldt zowel voor de relatieve waterstandsveranderingen als voor de economische groei).⁴ Investeringskosten zijn daardoor niet meer nodig. Wel is er na tijdstip z nog een bijdrage aan de kosten door verwachte schade. Deze bijdrage staat in de tweede term. De laatste term is de som van de verdisconteerde investeringsbedragen voor de trajecten in de dijkkring. Het jaar waarin de investering gerealiseerd moet zijn, wordt weergegeven door T_{ij} , waarbij index i betrekking heeft op de i -de investering en index j het traject geeft. De bijbehorende investeringskosten zijn I_{ij} . De investeringen voor de verschillende trajecten worden bij elkaar opgeteld. Vandaar de dubbele sommatie in de derde term van formule (1).

De integraal van de eerste term van formule (1) wordt berekend met behulp van een sommatie. Hiermee gaat de formule over in:

$$K = \sum_{t=0}^z \frac{S(t)}{(1+\delta_1)^t} \Delta t + \frac{S(z)}{(1+\delta_1)^z} \frac{1}{\ln(1+\delta_1)} + \sum_j \sum_i \frac{I_{ij}}{(1+\delta_2)^{T_{ij}}} \quad (2)$$

met $\Delta t = 1$ jaar.

Hieronder worden achtereenvolgens de investeringskosten (I_{ij}) en de verwachte schade ($S(t)$) toegelicht. Deze paragraaf besluit met de berekeningswijze van de economisch optimale overstromingskans (P_{midden}) voor een dijkkring uitgaande van de optimale investeringsstrategie waarbij meerdere trajecten worden onderscheiden.

Investeringskosten en bijbehorende investeringskosten

De dijkhoogte van een traject in de dijkkring ($H_j(t)$) is binnen het beslistkundig model de enige toestandsvariabele. Deze heeft per traject j een vaste beginhoogte. Dijkverhoging (u_{ij}) is de

⁴ In de berekeningen is voor z 300 jaar genomen. Deze waarde voor z is gebaseerd op Brekelmans et al. (2008) die ook het effect op de economisch optimale overstromingskans van een grotere en kleinere waarde voor z heeft onderzocht.

enige instrumentvariabele. Deze is niet negatief. In de loop van de tijd wordt op de momenten T_{ij} de dijk verhoogd met u_{ij} centimeter. Op momenten ongelijk aan T_{ij} is er dus geen verandering in de dijkhoogte.

Het verhogen van de dijken brengt kosten met zich mee. In de berekeningen in dit rapport volgen de kosten voor dijkverhoging uit de volgende exponentiële kostenfunctie:⁵

$$I(u, W) = f_k (C + bu) e^{\lambda(u+W)} \quad (3)$$

Waarin: I	investeringskosten ⁶	M€
u	dijkverhoging.....	cm
W	som van de eerdere dijkverhogingen.....	cm
C	vaste kosten van investeringen uitgaande van de actuele dijkhoogte.....	M€
b	variabele kosten van de investeringen uitgaande van de actuele dijkhoogte	M€/cm
λ	schaalparameter lambda van dijkverhogingen	1/cm
f_k	vermenigvuldigingsfactor voor de kosten (bijvoorbeeld voor gevoeligheidsanalyses en om rekening te houden met "bouwrente")	-

In de exponentiële kostenfunctie bestaan de kosten voor het verhogen (en versterken) van een dijk uit een gedeelte vaste kosten en een gedeelte variabele kosten. De vaste kosten van de eerste verhoging zijn altijd hetzelfde ongeacht de grootte van de dijkverhoging. De variabele kosten hangen af van de grootte van de dijkverhoging. Vervolgverhogingen zijn duurder omdat de mogelijkheden voor goedkope verhogingen zijn uitgeput. Dit laatste komt tot uitdrukking met de schaalparameter λ .

Om te komen tot de investeringskosten I_{ij} uit formule (2) worden de investeringskosten uit formule (3) verhoogd met de contante waarde van de **extra** beheer- en onderhoudskosten, die het **verhogen** van de dijk met zich meebrengen (dus bovenop de al bestaande kosten voor beheer en onderhoud). Voor de extra beheer- en onderhoudskosten wordt een percentage ω (omega) aangenomen van de investeringskosten. De investeringskosten worden hierdoor groter:

$$I_{ij} = I(u, W) \left(1 + \frac{\omega}{\delta_2} \right) \quad (4)$$

In deze formule worden de kosten voor beheer en onderhoud na de investering verdisconteerd met de discontovoet voor de investeringen δ_2 .

Verwachte schade

De verwachte schade is het product van de grootste overstromingskans $P(t)$ van de verschillende trajecten en de overstromingsschade $V(t)$:

⁵ Het programma *OptimaliseRing* kent ook de mogelijkheid van een kwadratische kostenfunctie. Deze is uitsluitend gebruikt ter verificatie van de uitkomsten die berekend zijn op basis van de exponentiële kostenfunctie. Meer hierover in *Duits* (2010).

⁶ Het betreft hier de kosten van de i^e -investering in traject j . Deze twee indices zijn in formule (3) achterwege gelaten. Hetzelfde geldt ook voor de drie kostenparameters in deze formule (C , b en λ).

$$S(t) = \max_j \{P_j(t)\} V(t). \quad (5)$$

De overstromingskans op tijdstip t volgt uit:

$$P(t) = P(0) e^{\alpha \eta t} e^{-\alpha(H(t) - H(0))} \quad t \geq 0 \quad (6)$$

Waarin: $P(t)$	overstromingskans als functie van de tijd	1/jaar
$P(0)$	overstromingskans op tijdstip 0 (zonder dijkverhoging), waarin het lengte-effect ⁷ reeds is verwerkt.....	1/jaar
α	schaalparameter alfa exponentiële verdeling, gelijk aan $\ln(10)/h_{10}$	1/cm
h_{10}	decimeringshoogte (invloed op overstromingskans is factor 10)	cm
η	structurele stijging relatieve waterstand (eta)	cm/jaar
$H(0)$	dijkhoogte op tijdstip 0 (zonder dijkverhoging)	cm+NAP
$H(t)$	dijkhoogte als functie van de tijd	cm+NAP

De overstromingsschade op tijdstip t volgt uit:

$$V(t) = V(0) e^{\gamma t} e^{\psi \eta t} e^{\zeta(H_{j^*}(t) - H_{j^*}(0))} \quad t \geq 0 \quad (7)$$

Waarin: $V(t)$	overstromingsschade als functie van de tijd	M€
$V(0)$	overstromingsschade op tijdstip 0 (zonder dijkverhoging)	M€
γ	tempo van de economische groei (gamma)	%/jaar
ψ	parameter voor extra schade door peilstijging (psi).....	1/jaar
ζ	stijgingstempo schade per cm dijkverhoging (zeta).....	1/cm
j^*	traject waarvoor initieel de dijkhoogte in het horizontale vlak het kleinste is: $H_{j^*}(0) = \min_j \{H_j(0)\}$	-

Vooraf wordt dus het traject bepaald waarvoor de dijkhoogte het kleinst is. Voor de bepaling van de overstromingsschade, die afhankelijk is van de dijkhoogte, wordt voor de gehele tijdshorizon de dijkhoogte van dit traject gebruikt.⁸ De aanname is daarmee dat de dijkhoogte in dit traject in het horizontale vlak gedurende de gehele tijdshorizon het laagste blijft. Paragraaf 4.1 van Den Hertog en Roos (2009) laat de redelijkheid van deze aanname zien.

De parameter psi kan worden toegepast bij zeedijken en dijken langs het IJsselmeer. Parameter psi wordt vermenigvuldigd met eta (cm peilstijging per jaar) en het product is dan per tijdseenheid. Dit product (psi maal eta) brengt tot uiting dat bij een toenemend verschil tussen het zee- of IJsselmeerpeil en het maaiveld binnendijs de schade zal toenemen bij een gelijkblijvende overstromingskans (wanneer de dijk uitsluitend is meeverhoogd met de waterstandstijging).

Parameter zeta is per cm dijkverhoging en kan worden toegepast bij alle dijken. De parameter zeta brengt tot uiting dat bij een hogere dijk de omstandigheden waaronder de dijk breekt extremer zijn (grotere afvoeren met een kleinere kans; extremere wind en golven..).

⁷ Het lengte-effect is het effect dat, bij dezelfde overstromingskans van een dijkvak van bijvoorbeeld 1 km, de overstromingskans van de dijkkring als geheel groter is naarmate de lengte van de ringdijk groter is.

⁸ En dus **niet** voor de overstromingskans.

Wanneer deze dijk echter doorbreekt, zal de verwachte schade groter zijn dan bij een minder verhoogde dijk (die in principe bij al minder extreme omstandigheden zal doorbreken).

De overstromingsschade op tijdstip 0 (zonder dijkverhoging) wordt als volgt berekend:

$$V(0) = f_v \times \text{schade} + \text{aantal getroffen} \times \text{bedrag/getroffene} + \text{aantal dodelijke slachtoffers} \times \text{bedrag/slachtoffer} \quad (8)$$

In deze formule is een vermenigvuldigingsfactor f_v voor de schade aanwezig om de schade te vermeerderen. Hiermee is de schade te vergroten met bijv. een procentuele raming van de schadeposten die nog niet in het bedrag zelf zijn opgenomen.

Pmidden als economisch optimale overstromingskans

Het besliskundig model dat in de MKBA WV21 gebruikt is, levert een optimale investeringsstrategie voor de dijkring waarbij het totaal van verdisconteerde kosten van investeringen en verwachte schades minimaal is. De optimale investeringsstrategie bestaat uit de grootte en de momenten van de dijkverhogingen. Met deze gegevens volgt voor de berekende optimale investeringsstrategie het verloop van de overstromingskans op elk moment. Maar dit geeft nog niet direct de economische optimale overstromingskans die ook als indicator voor een norm zou kunnen fungeren voor de dijkring. De globale wijze waarop deze berekend wordt, is reeds aan de orde geweest in hoofdstuk 3. Voor de economisch optimale overstromingskans wordt P_{midden} gebruikt, de middenkans. De definitie voor deze kans is afkomstig uit Eijgenraam (2009a). De berekening van de middenkans verloopt via S^{midden} :

$$P_{\text{midden}}(t) = \frac{S_t^{\text{midden}}}{V(t)} \quad \text{voor } t \geq 0 \quad (9)$$

waarin: $P_{\text{midden}}(t)$ de middenkans op tijdstip t 1/jaar
 S_t^{midden} het logaritmisches gemiddelde van de verwachte schade direct voor en na investeren M€/jaar
 t_k k -de optimale moment van investeren, $t_0 = 0$ -
 $V(t)$ overstromingsschade op tijdstip t M€

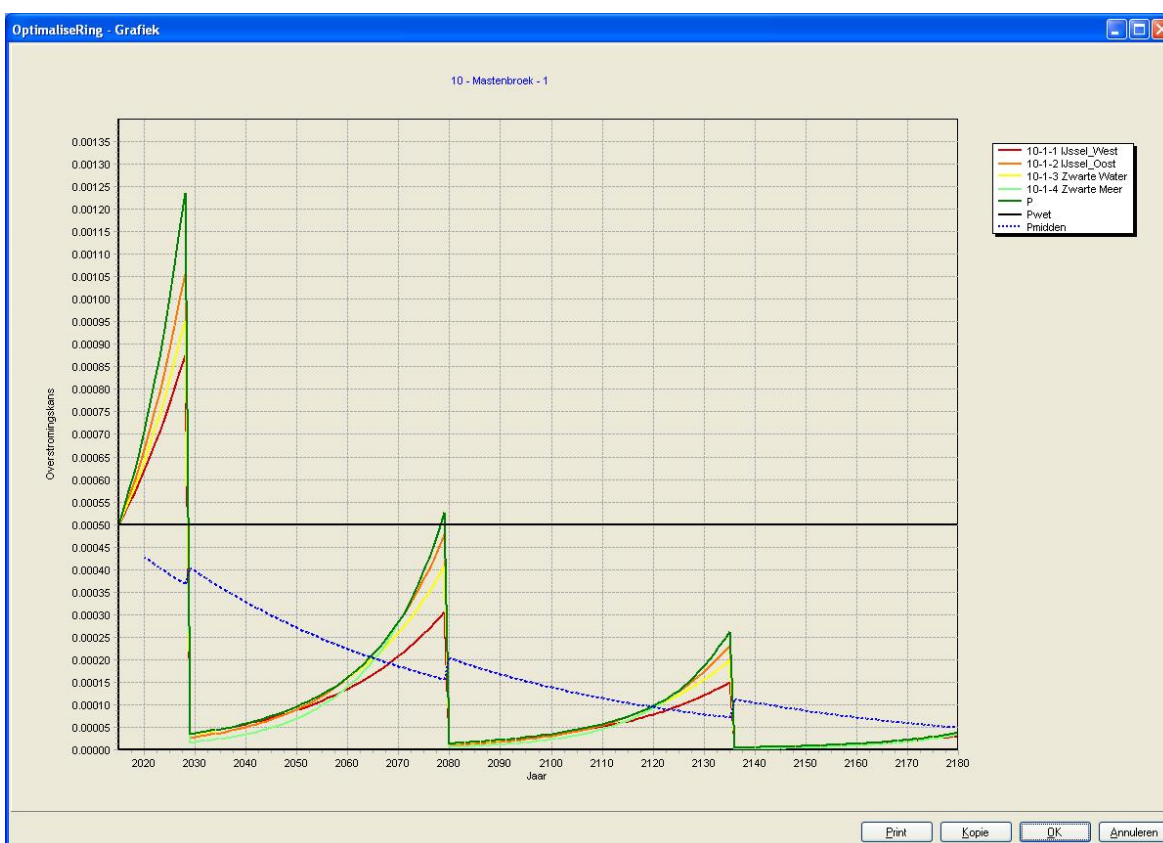
en

$$S_{k+1}^{\text{midden}} = \frac{s_{k+1}^- - S_{k+1}^+}{\ln(s_{k+1}^-) - \ln(S_{k+1}^+)} \quad \text{voor } t \in [t_k, t_{k+1}) \text{ en } k = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

waarin: S_{k+1}^+ de verwachte schade onmiddellijk ná investeren op tijdstip t_{k+1} M€/jaar
 S_{k+1}^- de verwachte schade onmiddellijk vóórafgaand aan investeren op tijdstip t_{k+1} M€/jaar

De drie onderstaande figuren zijn voorbeelden van de middenkans P_{midden} als functie van de tijd.⁹ Figuur 4 is een voorbeeld van een optimale investeringsstrategie voor een dijkkring langs de IJssel, waarbij het optimaal is als tegelijkertijd in *alle* trajecten wordt geïnvesteerd. De economisch optimale overstromingskans, die volgt uit de middenkans P_{midden} , wordt in de tijd geleidelijk kleiner. Dit volgt uit het geleidelijk dalende karakter van de lijn P_{midden} .

In Figuur 4 heeft de middenkans P_{midden} het jaar 2020 als startpunt. Dit is namelijk het tijdstip 0 uit de formules (1) t/m (10). De keuze voor het jaar 2020 als tijdstip 0 komt voort uit de gedachte dat investeringen in de trajecten pas in 2020 als geheel gerealiseerd kunnen zijn. Vóór dit tijdstip is P_{midden} niet gedefinieerd. De kans per traject is er uiteraard al wel op eerdere momenten. Voor de twee andere figuren van deze paragraaf geldt eveneens dat P_{midden} start in het jaar 2020. Ook hier geldt dat 2020 het tijdstip 0 is. De figuren bevatten ook de lijn P_{wet} . Dit is de normfrequentie van de dijkkring waar de referentiekans (van de basisvariant van de MKBA) aan gelijk gesteld is.

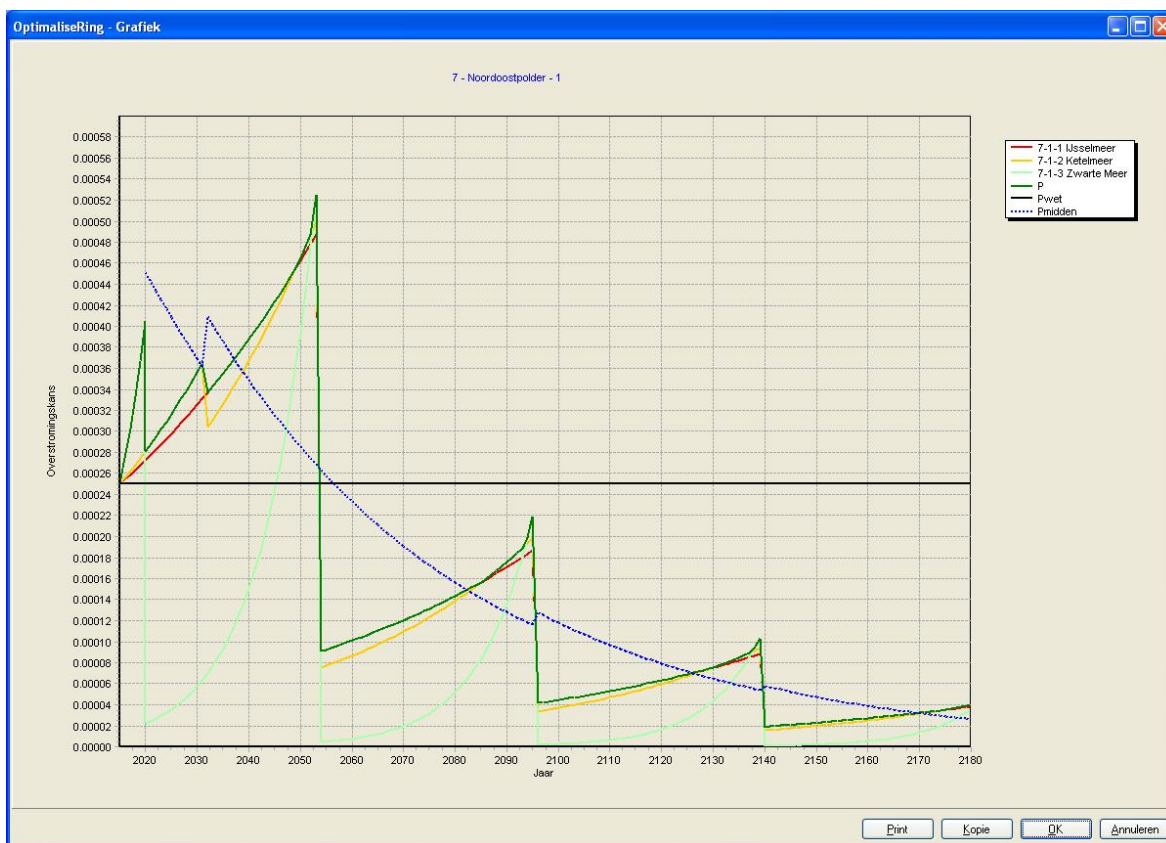


Figuur 4: Het verloop van overstromingskansen per jaar voor vier trajecten van een dijkkring langs de IJssel, waarbij de investeringsmomenten voor de vier trajecten steeds samenvallen. De donkergroene lijn geeft de grootste overstromingskans van de vier trajecten weer. De doorgetrokken, zwarte lijn geeft de referentiekans aan.

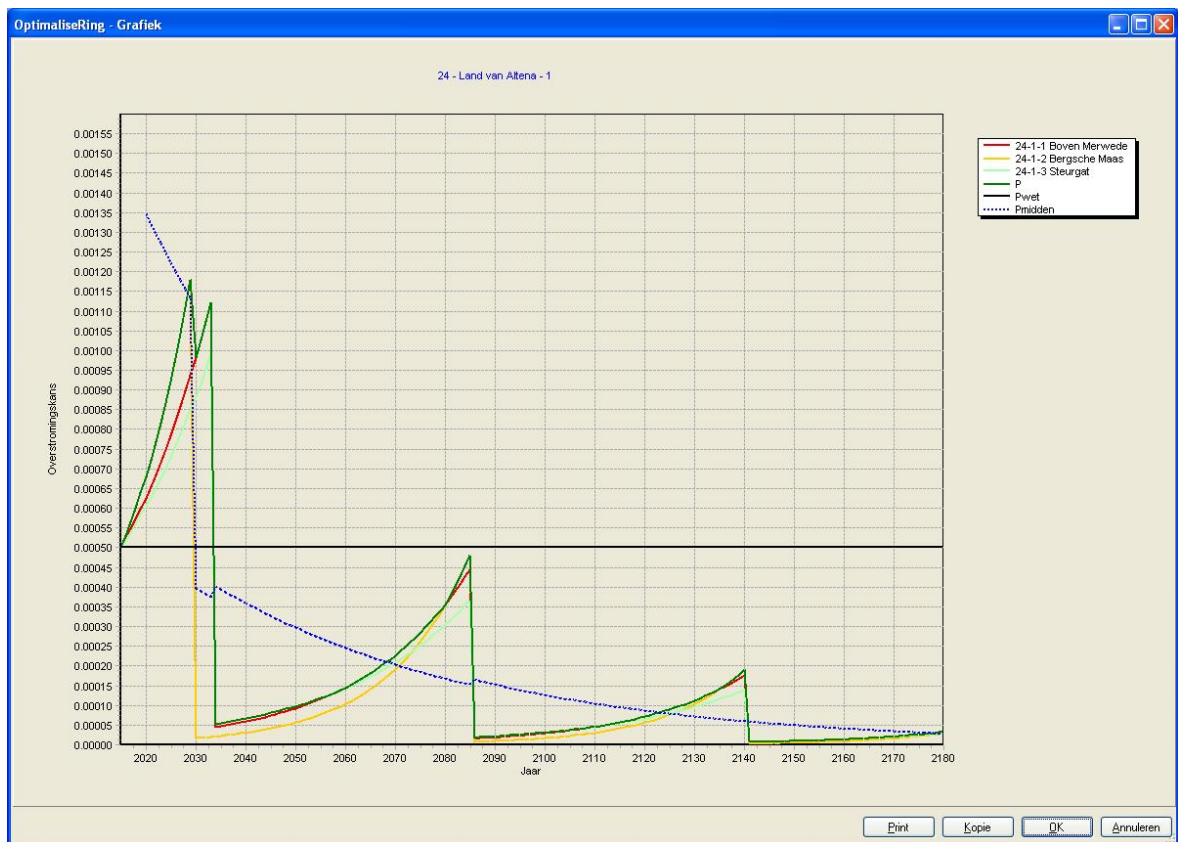
Figuur 5 en 6 zijn beide voorbeelden, waarin niet voor alle investeringen geldt dat tegelijkertijd in alle trajecten wordt geïnvesteerd. Bij Figuur 5 vinden de eerste twee investeringen plaats in slechts één van de drie trajecten. De invloed hiervan op P_{midden} is echter beperkt: de geleidelijke afname die Figuur 5 laat zien, is ook in Figuur 6 aanwezig. In

9. Let wel: dit zijn geen figuren van de precieze berekeningen zoals die in de MKBA zijn gemaakt.

Figuur 6 vindt de eerste investering in de optimale investeringsstrategie in één van de drie trajecten een paar jaar eerder plaats dan de eerste investering in de twee andere trajecten. Dit heeft een afwijkend verloop van P_{midden} in de tijd tot gevolg. Dit afwijkende gedrag is een gevolg van de gekozen methode voor de berekening van P_{midden} .



Figuur 5 Overstromingskansen per jaar voor drie trajecten van een dijkkring, waarbij de eerste twee investeringen enkel nodig zijn bij één van de trajecten; de invloed hiervan op het verloop van P_{midden} in de tijd is beperkt. De vervolginvesteringen vinden wel tegelijkertijd plaats in alle trajecten. De donkergroene lijn geeft de grootste overstromingskans van de drie trajecten weer.



Figuur 6 Overstromingskansen per jaar voor drie trajecten van een dijkkring, waarbij de eerste investeringen niet tegelijkertijd plaatsvinden in alle trajecten; dit beïnvloedt het verloop van Pmidden in de tijd. De vervolginvesteringen vinden wel tegelijkertijd plaats in alle trajecten. De donkergroene lijn geeft de grootste overstromingskans van de drie trajecten weer.

5 Literatuur

- Brekelmans, R.C.M., D. den Hertog en C. Roos, 2009. *Computing safe dike heights: A prototype optimization algorithm*. CentER rapport. Tilburg.
- Deltacommissie, 1960. *Rapport Deltacommissie*, 's-Gravenhage.
- Duits, M.T., 2011a. *OptimaliseRing – Gebruikershandleiding van een numeriek rekenmodel voor de economische optimalisatie van veiligheidsniveaus van dijkringen – Versie 2.3*. Rapport van HKV LIJN IN WATER. Lelystad.
- Duits, M.T., 2011b. *OptimaliseRing – Technische documentatie van een numeriek reken-model voor de economische optimalisatie van veiligheidsniveaus van dijkringen – Versie 2.3*. Rapport van HKV LIJN IN WATER. Lelystad.
- Eijgenraam, C.J.J., 2005. *Veiligheid tegen overstromen – Kosten-batenanalyse voor Ruimte voor de Rivier, deel 1* (CPB-document 82). Centraal Plan Bureau. Den Haag.
- Eijgenraam, C.J.J., 2006. *Optimal safety standards for dike-ring areas*. CPB discussion paper No. 62.
- Eijgenraam, C.J.J., 2008. *Toetsnorm voor waterveiligheid op basis van kosten-batenanalyse*. CPB Memorandum 195. 19 maart 2008
- Eijgenraam, C.J.J., 2009a. *Een algemeen toepasbare definitie voor de toetsnorm voor waterveiligheid*. Aanvulling en correctie op CPB memorandum 195 (5/2008/2, 19 maart 2008). CPB Memorandum 217. 11 maart 2009, verbeterd 11 november 2010.
- Eijgenraam, C.J.J., 2009b. *From optimal to practical safety standards for dike-ring areas*. CPB Memorandum 213. 7 januari 2009.
- Eijgenraam C.J.J., 2009c. *Toetsnorm als de schade bij overstromen kan variëren* (CPB-memorandum 219). Centraal Plan Bureau. Den Haag.
- Hartl, R.F., 2008. *Expert opinion on the phase 1 report Computing safe dike heights at minimal costs*. Universiteit van Wenen.
- Hertog, D. den, en C. Roos, 2008. *Computing safe dike heights at minimal costs*. CentER rapport. Tilburg.
- Hertog, D. den, en C. Roos, 2009. *Computing safe dike heights at minimal costs*. CentER rapport. Tilburg. Second version (March 18, 2009).
- Kind, J., 2008. *Kengetallen Kosten-batenanalyse Waterveiligheid 21e eeuw*. Ministerie van Verkeer en Waterstaat/Rijkswaterstaat. Rapportnummer WD 2008.044
- Kind, J., 2011. *Kosten-batenanalyse Waterveiligheid 21^e eeuw*. Deltares Utrecht.
- Terlaky, T, 2008. *Computing safe dike heights at minimal costs "by D. den Hertog and C. Roos" Evaluation of scope and recommendations*. Universiteit van Hamilton.
- Van Dantzig, D. 1956. *Economic decision problems for flood prevention*. Econometrica, nr. 24, blz. 276-287.
- Van Dantzig, D. en J. Kriens, 1960. *Het economische beslissingsprobleem inzake de beveiliging van Nederland tegen stormvloed*. in Deel 3, Bijlage JI.2 van het Rapport van de Deltacommissie.