SEPARAAT
No.

PROEFSTATION VOOR DE AKKER- EN WEIDEBOUW
WAGENINGEN

# PRODUKTIEFUNCTIES IN DE LANDBOUW

G.H. Wissink, kand. l.i.

Niet voor publikatie bestemd

BIBLIOTHEEK
INSTITUUT VOOR
BODEMVRUCHTBAARHEID
GRONINGEN

RAPPORT Nr. 162 MEI 1964

INHOUDSOPGAVE


| | | Blz. |
|---|---|---|
| | Woord vooraf | 5 |
| I. | Inleiding | 6 |
| II. | De produktiefunctie en enkele daarvan afgeleide begrippen | 7 |
| III. | Geschiedenis en ontwikkeling van de produktiefunctie | 9 |
| | A. De technische produktiefunctie | 10 |
| | B. De bedrijfsproduktiefunctie | 13 |
| IV. | Een aantal wiskundige vormen voor produktiefuncties | 16 |
| V. | Problemen bij het berekenen van bedrijfsproduktiefuncties | 19 |
| VI. | Produktiefuncties van akkerbouwbedrijven | 23 |
| VII. | Waarde van de produktiefunctie voor de praktijk | 28 |
| VIII. | Literatuuropgave | 30 |
| | Bijlage | |

WOORD VOORAF

De wetenschap houdt zich reeds lang bezig met het verband, dat bestaat tussen de onafhankelijke variabele produktiefactoren en de afhankelijke produktie. Vooral de economen hebben getracht dit verband met behulp van wiskundige formulering aan te geven. In de macro-economie zijn op dit gebied in de laatste decennia opmerkelijke resultaten bereikt.

Ook in de landbouwwetenschap wordt meer en meer aandacht geschonken aan de produktiefunctie. Nog afgezien van de vorderingen, die op dit gebied zijn gemaakt,wordt algemeen ingezien, dat de problematiek bij uitstek geschikt is om de coördinatie en begripsvorming van economische en technische onderzoekers in de landbouw te bevorderen.

In Nederland is in de landbouwwetenschap slechts incidenteel enige aandacht aan deze materie geschonken, zodat informatie hierover aan de hand van buitenlandse literatuur moet worden verkregen.

Op de Hoofdafdeling Onderzoek Bedrijfsvraagstukken bestond daarom behoefte aan een kort overzicht van de in het buitenland opgedane ervaringen met produktiefuncties en aan een oriënterende studie over de eventuele wenselijkheid en mogelijkheid om hiervan bij het eigen onderzoek gebruik te maken.

De kand. l.i. G.H. Wissink, aan wie werd aangeboden hierover een rapport samen te stellen, dat tegelijk dienst zou kunnen doen als scriptie voor de Afdeling Bijzondere Landhuishoudkunde van de Landbouwhogeschool, is er ons inziens in geslaagd in deze behoefte te voorzien.

Het ligt dan ook in de bedoeling dit rapport ter discussie te stellen in een stafvergadering van de Hoofdafdelingen Bedrijfsvraagstukken. Daarnaast kan er ongetwijfeld een nuttig gebruik van worden gemaakt door andere geïnteresseerden, die zich over dit onderwerp willen oriënteren.

Hoofdafdeling Onderzoek Bedrijfsvraagstukken

C.J. Cleveringa

## I. INLEIDING

Voor een goede bedrijfsvoering is economisch inzicht vereist. Er zijn verschillende methoden ontwikkeld, die behulpzaam kunnen zijn om tot meer economisch inzichtinzake de bedrijfsvoering te komen. Om enkele tegenwoordig toegepaste methoden te noemen: de factoranalyse, de saldomethode, de programplanning en de lineaire programmering.

Van wat oudere datum is de toepassing van de produktiefunctie-analyse in de bedrijfseconomie die in deze studie aan de orde komt. Het doel van deze studie is,de toepassingsmogelijkheden van de produktiefunctie-analyse op de Nederlandse bedrijven te onderzoeken.

Eerst zal een overzicht worden gegeven van de historische ontwikkeling van de produktiefunctie; vervolgens zal worden ingegaan op de bezwaren en moeilijkheden die aan deze methode van analyseren, kleven. Gebaseerd op L.E.I.-gegevens (boekjaar 1961-1962) zullen ten slotte enkele produktiefuncties berekend worden in drie akkerbouwgebieden voor bedrijven van 30-50 ha, te weten: 1. De Wieringermeer
2. Westelijk Noord-Brabant
3. Het Oldambt.

Deze berekeningen zijn uitgevoerd met behulp van de veel toegepaste Cobb-Douglas-vergelijking. Daarom zal ook in de andere hoofdstukken het accent op deze vorm liggen.

Getracht zal worden de verschillen in produktievergelijkingen van de diverse gebieden te verklaren.

Het merendeel van de studies die op dit gebied zijn uitgevoerd hebben betrekking op weidebedrijven met uitsluitend rundvee. Door de vrij grote homogeniteit die deze bedrijven bezitten, lenen zij zich beter voor de toepassing van de produktiefunctie.

Voor de berekeningen die in deze studie zijn uitgevoerd, werden daarentegen akkerbouwbedrijven gekozen, om na te gaan welke resultaten met deze werkwijze voor dit type van bedrijven verkregen kunnen worden.

## II. DE PRODUKTIEFUNCTIE EN ENKELE DAARVAN AFGELEIDE BEGRIPPEN

Een produktievergelijking is de mathematische benadering van het functionele verband, dat bestaat tussen de onafhankelijk variabele produktiefactoren enerzijds en de afhankelijk variabele produktie anderzijds.

Deze relatie kan worden weergegeven door een zgn. produktievergelijking: $Y = f(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$, waarin: $Y$ = produktie

$X_1, \ldots\ldots, X_n$ de diverse produktiefactoren zijn.

Het is zonder meer duidelijk, dat men in het agrarisch onderzoek niet alle factoren, waarvan een aantal slechts van zeer geringe invloed zijn, in de berekening kan betrekken. De onderzoeker variëert daarom slechts twee of drie factoren en veronderstelt de andere constant. De produktievergelijking wordt dan van de volgende gedaante: $Y = f(X_1, X_2, X_3)$, $(X_4 \ldots\ldots, X_n$ constant).

Wanneer het aantal produktiefactoren niet groter dan 2 is, heeft men bovendien het voordeel dat de functie grafisch kan worden afgebeeld.

Er moet onderscheid gemaakt worden tussen twee groepen van produktiefuncties:

1. de technische of biologische produktiefunctie
2. de bedrijfsproduktiefunctie.

Tot de eerste groep rekent men produktiefuncties, die b.v. het verband weergeven tussen de opbrengsten van een gewas en alternatieve bemestingen met stikstof; of tussen de melkproduktie van het vee en variabele hoeveelheden toegediend voer.

Onder de tweede groep vallen de produktiefuncties, die het verband weergeven tussen de bruto-opbrengst van een bedrijf en produktiefactoren als: de oppervlakte grond, de hoeveelheden arbeid en kapitaal. Bij deze groep kunnen we dan nog weer onderscheid maken tussen twee typen:

a. produktiefuncties gebaseerd op de gegevens van een aantal bedrijven
b. produktiefuncties gebaseerd op de gegevens over meerdere jaren van één enkel bedrijf.

Zoals reeds gezegd in de inleiding, zal zich deze studie hoofdzakelijk bezighouden met de produktiefuncties gebaseerd op de gegevens van groepen overeenkomstige bedrijven.

Het berekenen van een produktiefunctie heeft niet alleen maar ten doel het bundelen van gegevens in een voor de economie gemakkelijk te hanteren vorm. Voor beslissingen inzake bedrijfsvoering kan ze een goed hulpmiddel zijn. Wanneer we de produktiefunctie voor deze problemen toepassen, is het principe van de marginaliteit belangrijk.

De marginale (of additionele) kosten worden afgewogen tegen de marginale (of additionele) opbrengsten. In het kort kunnen we deze gang van zaken als volgt weergeven:

Wanneer de produktievergelijking $Y = f(X_1 \ldots\ldots, X_n)$ van een produktierichting bekend is, kunnen we de marginale produktiviteit van een produktiemiddel berekenen door differentiatie. Voor de hoeveelheid, die van de beschikbare produktiemiddelen gebruikt zal worden, moet de volgende gelijkheid gelden: $\frac{dY}{dX_1} = \frac{Px_1}{Py}$ enz., waarbij $Px_1$ en $Py$ resp. de prijzen zijn van het produktiemiddel en van een produktieeenheid.

Bij het combineren van produktiemiddelen is de marginale substitutieverhouding van belang. De economische gunstigste combinatie is die, waarbij een bepaalde hoeveelheid eindprodukt op de goedkoopste wijze wordt verkregen. Dit is het geval als de fysieke substitutieverhouding gelijk is aan de reciproke prijsverhouding: $\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{Px_2}{Px_1}$

Grafisch kan deze beste combinatie worden weergegeven door het raakpunt van de prijsverhoudingslijn of equivalentielijn aan één der isoquanten. Isoquanten zijn lijnen, die aangeven hoe eenzelfde hoeveelheid produkt verkregen kan worden door diverse combinaties van de produktiemiddelen. Voor het combineren van de afzonderlijke produktierichtingen in één bedrijf is ten slotte de marginale substitutieverhouding tussen de eindprodukten van belang. De economisch optimale kwantitatieve verhouding van de beide produkten is die, welke bij een bepaald kostenniveau in waarde gemeten de hoogste opbrengst oplevert. De fysieke substitutieverhouding van de eindprodukten dient daartoe gelijk te zijn aan hun reciproke prijsverhouding:
$\frac{dY1}{dY_2} = \frac{Py_2}{Py_1}$.
Ook deze beste combinatie is grafisch weer te geven. Het is nl. het raakpunt van de equivalentielijn aan de isokostencurve.

Als de produktievergelijkingen en de prijzen bekend zijn, zou men op deze manier een optimum bedrijfsplan kunnen opstellen. In de praktijk blijkt dit vaak veel te schematisch. De bedrijven zijn meestal te gecompliceerd van structuur om een dergelijke handelwijze te kunnen toepassen. Ook het berekenen van de produktiefuncties levert meestal de nodige bezwaren en moeilijkheden op. In een volgend hoofdstuk zal hierop verder worden ingegaan.

## III. GESCHIEDENIS EN ONTWIKKELING VAN DE PRODUKTIEFUNCTIE

De produktiefunctie is tegenwoordig een begrip geworden, zowel in de economische, als in de technische wetenschap. Nog niet zo lang geleden werd zij hoofdzakelijk door economen gebruikt. In de loop van de tijd werden met betrekking tot de produktiefunctie allerlei verbeteringen aangebracht, voornamelijk door de economen. Heady meent dat dit waarschijnlijk aan de volgende redenen, die voor het merendeel van macro-economische aard zijn, te wijten is:

1. De aard van de produktiefunctie is belangrijk bij de economische ontwikkeling en om te bepalen hoe het nationale produkt kan toenemen bij een gegeven hoeveelheid produktiemiddelen.
2. De grootte van de produktiecoëfficiënten dient als basis voor het aangeven van optimale modellen voor internationale of interregionale handel.
3. De produktiefunctie ligt ten grondslag aan zekere theorieën over inkomensverdeling.
4. De produktiefunctie bepaalt min of meer of gegeven produktiemiddelen al dan niet of in welke mate ze gebruikt moeten worden om een maximale winst te verkrijgen.
5. De algebraïsche vorm van een aanvoerfunctie berust in feite voor een groot deel op de vorm van de produktievergelijking.

De coördinatie tussen het economisch en het technisch onderzoek was aanvankelijk zeer slecht. Dit had tot gevolg, dat geheel verschillende werkwijzen gevolgd werden, die niet of nauwelijks bij elkaar aansloten. Veel technische onderzoekers waren niet bekend met de produktiefunctie en de methoden voor het bepalen van winstmaximalisatie of kostenminimalisatie. De gegevens betreffende input-output-relaties, die in het technisch onderzoek verzameld werden, waren meestal onvoldoende om produktiefuncties te berekenen.

Veelal werden de gegevens gebruikt om mathematisch significante verschillen aan te tonen tussen de opbrengsten van twee of drie input-niveaus. Uit deze verschillen kon dan de relatieve opbrengstvermeerdering voor deze inputniveaus berekend worden. Slechts in enkele gevallen waren de gegevens voldoende om een eenvoudige regressievergelijking of input-outputcurve te berekenen.

Gewoonlijk was het echter onmogelijk de verfijnde economische principes toe te passen voor het bepalen van de beste combinatie van produktiemiddelen of het berekenen van de marginale produktiviteit.

De laatste tien jaren is in het Landbouwkundig Onderzoek het aantal studies betreffende produktiefuncties sterk toegenomen. Het is niet langer alleen een begrip voor de studeerkamer, waarbij men werkte met gefingeerde gegevens. Deze produktiefuncties zijn afgeleid voor vele agrarische processen als bemesting, bevloeiïng en veevoeding. Vele van deze studies zijn ontstaan in samenwerking van economen met de technische wetenschap. De ene groep kan verbetering aanbrengen in het werk van de andere. In de toekomst zal deze samenwerking steeds meer nodig blijken.

Er zijn grote vorderingen gemaakt in het schatten van produktiecoëfficiënten, zowel van de technische als bedrijfsproduktievergelijkingen. Hoewel een tijdlang de praktische toepassing achtergebleven is, wordt nu in toenemende mate van produktietheorieën door de boer en voor de economische politiek gebruik gemaakt.

Uit het bovenstaande moet men echter niet afleiden dat de toepassing van de produktiefunctie pas van de laatste tijd is. Reeds in het midden van de vorige eeuw werden pogingen gedaan om de relatie tussen produktie en produktiemiddelen in algebraïsche vormen uit te drukken. Er zal niet getracht worden om al deze studies hieronder op te sommen; slechts de belangrijkste zullen genoemd worden. Bij dit overzicht zal onderscheid tussen de technische en de bedrijfsproduktiefuncties worden gemaakt, omdat de eerstgenoemde van vroegere datum zijn.

A. De technische produktiefunctie

De eerste poging om het verband aan te geven tussen de hoeveelheid meststof of groeifactor en de daarbij behorende opbrengst werd gedaan door Justus von Liebig. Zijn "Wet van het minimum" is algemeen bekend: De opbrengst van een gewas wordt bepaald door de groeifactor die in het minimum verkeert. Wordt deze groeifactor verbeterd, dan neemt de opbrengst lineair toe, tot het moment waarop een andere factor in het minimum komt.

Deze theorie wordt ook wel aangeduid met "het vat van von Liebig", waarbij de kortste duig de inhoud bepaalt. Bij toevoeging van een groeifactor die niet in het minimum verkeert, zou dus volgens hem geen opbrengstvermeerdering plaatsvinden. Tegenwoordig heeft men wel een andere voorstelling van zaken. Toch hebben de meeste produktiefuncties een zgn. "von Liebig punt",waar alle groeifactoren begrenzend zijn en toevoeging van één van hen geen opbrengstvermeerdering geeft. Dit punt is de top of maximum van een produktiecurve of, bij meer dan één groeifactor, van het produktieoppervlak.

Von Liebig heeft geen wiskundige vergelijking gegeven voor zijn wet; gewoonlijk wordt ze echter als volgt geschreven: $y = k.x$ waarbij: y = opbrengst
x = hoeveelheid
k = constante

Zoals blijkt uit de vergelijking is dit een rechte lijn door de oorsprong die als we von Liebig goed interpreteren, slechts geldt totdat een bepaalde groeifactor in het minimum komt, want dan zal de lijn een knik maken en evenwijdig aan de X-as gaan lopen.

Mitscherlich was waarschijnlijk de eerste landbouwkundige, die van een lineair verband tussen groeifactor en opbrengst afstapte. Hij kwam na veel proeven tot de conclusie, dat de produktiefunctie een vloeiende kromme moest zijn. Met de hulp van Baule, een wiskundige, kwam hij tot zijn bekende "Wet van de verminderende meeropbrengsten". Hierin stelde hij, dat het effect van bemesting des te groter is, naarmate de opbrengst meer verschilt van de maximaal haalbare opbrengst. In een wiskundige vergelijking uitgedrukt:

$\frac{dy}{dx} = k(A - y)$, waarbij: x = hoeveelheid van een groeifactor
y = opbrengst verkregen bij een bepaalde x
A = maximale opbrengst bij toenemende x
k = constante

Door integratie van bovenstaande vergelijking komen we tot het volgende:

$\frac{dy}{A-y} = k.dx$; $d\left[\ln(A-y) + kx\right] = 0$

$\ln (A-y) + kx = \ln A$ $\qquad y = A(1-e^{-kx})$

Als x nadert tot 0, dat geldt $e^{-kx} = 1-kx$ of $y = Akx$

De Mitscherlichformule is dus een algemene weergave met de formule van von Liebig als grensgeval.

Meestal wordt een gemakkelijker vorm gebruikt: $y = (1-10^{-kx})$ of voor meerdere groeifactoren: $y = (1-10^{-k_1x_1})(1-10^{-k_2x_2})$ enz.

De vergelijking van Mitscherlich heeft een maximum en houdt geen rekening met eventuele negatieve marginaliteit. Dat was vroeger niet van belang, omdat het dalende gedeelte van de curve toch nooit werd bereikt. Later is daarvoor een correctieterm aangebracht, zodat de formule werd: $y = (1-10^{-kx})(10^{-k_1x_1})$, waarbij $k_1$ een schadefactor is, te wijten aan overmaat x.

De reeds eerder genoemde constante k was volgens de mening van Mitscherlich onafhankelijk van de aard van het gewas, de bodemsoort, het klimaat of andere uitwendige omstandigheden, behalve van de groeifactor waar het om gaat. Hoe groter de constante, hoe krachtiger de factor werkte. Zo vond hij voor de k van $P_2O_5$ 0,6, voor $K_2O$ 0,4, voor N 0,2, voor MgO 2,0. Het is jammer dat k toch niet zó constant blijkt te zijn als hij veronderstelde, want in 1950 berekende men voor de k van N 0,12 en in 1956 was dit 0,2. Voor Nederlandse omstandigneden blijkt het voor fosfaat en aardappelen heel aardig op te gaan.

Geheel onafhankelijk van Mitscherlich kwam Spillman tot een overeenkomstige exponentiële opbrengstvergelijking, die meestal als volgt wordt weergegeven:

$Y = M - AR^x$, waarbij: Y = totale opbrengst
M = maximum totale opbrengst
A = constante, die de maximale opbrengsttoename door gebruik van x voorstelt; ook wel gedefiniëerd als de som van de marginale produktiviteiten
R = coëfficient, die aangeeft in welke mate de marginale produktiviteit van x afneemt

In tegenstelling tot Mitscherlich geloofde Spillman dat de constanten wel afhankelijk waren van uitwendige omstandigheden.

In de bovenstaande vergelijking kan de maximale totale opbrengst M ook geschreven worden als $M = y_0 + y$, waarbij $y_0$ de opbrengst bij afwezigheid van x is en y de toeneming van de opbrengst voor een bepaalde waarde van x.

De opbrengst bij afwezigheid van x kunnen we ook schrijven als $y_0 = M-A$, terwijl voor de opbrengsttoeneming geldt: $y = A(1-R^x)$.

Uit deze twee componenten kunnen we de totale opbrengst samenstellen:
$Y = y_0 + y = M-A+A(1-R^x) = M-AR^x$.
De term $1-R^x$ wordt ook wel "percentagevoorraad" van x genoemd. Als $x = 0$, dan is de toeneming van de opbrengst ook gelijk aan nul. Als x toeneemt in grootte, zal de term $1-R^x$ of het percentage toenemen ($0 < R < 1$) en zal de toeneming van de opbrengst naderen tot de limiet A.
Wanneer we ook de niet-variabele factoren, die de opbrengst $y_0$ leveren in de beschouwing betrekken, dan zal de totale opbrengst Y bij toenemende x naderen tot de limiet M.

Voor meer dan één variabele ontwikkelde Spillman de vergelijking
$y = A(1-R^x)(1-R^z)$ waarbij: y = de opbrengst verkregen met de variabele factoren x en z

De bovenstaande vergelijking houdt in dat bij afwezigheid van een der variabelen $y = 0$ wordt, omdat $1-R^0 = 0$. Ook deze vergelijking houdt geen rekening met negatieve marginale produktiviteit.

Pfeiffer kwam tot een vergelijking die op het oog veel overeenkomst vertoont met de wet van de verminderende meeropbrengsten van Mitscherlich; echter

met dit verschil, dat hij de marginale produktiviteit niet afhankelijk stelde van het gedeelte dat nog aan de maximale opbrengst ontbreekt, maar van het verschil tussen de hoeveelheid groeifactor bij het optimum en de reeds aanwezige hoeveelheid groeifactor. In een wiskundige formule uitgedrukt:

$\frac{dy}{dx} = k(O-x)$, waarbij O = optimale hoeveelheid groeifactor.

Door integratie ontstaat een formule van de gedaante: $y = a + bx + cx^2$, die grafisch door een parabool kan worden weergegeven.

Pfeiffers vergelijking heeft dus een optimum, in tegenstelling tot de vergelijking van Mitscherlich, die naar een maximum gaat. Het genoemde optimum is het punt waar $\frac{dy}{dx} = 0$. Het economisch optimum ligt links van dit punt en wel daar waar geldt $\frac{dy}{dx} = 1$, als zowel de opbrengst als de produktiefactor in geld wordt uitgedrukt.

Gebaseerd op theoriën over de opname van ionen door de plant en daarvan de droge-stofproduktie afhankelijk te stellen, ontwikkelde Briggs een hyperbolische produktiefunctie van de gedaante:

$$y = \frac{(x + b)E}{x + b + h}$$, waarbij: E = maximum opbrengst
b = hoeveelheid x, die initiëel in de bodem aanwezig is (niet variabele x)
h = optimale hoeveelheid variabele x

Zoals uit het bovenstaande blijkt is op vele manieren getracht het verband tussen de produktiefactor en produktie vast te leggen; zelfs ellipsen werden toegepast. De genoemde vergelijkingen zijn echter de belangrijkste en hebben het meeste tot het nu verkregen inzicht bijgedragen.Niet alleen op het terrein van de plantenteelt en de bemesting werden produktiefuncties berekend, maar ook op het terrein van de veeteelt en de veevoeding. Deze berekeningen zijn van latere datum dan de eerstgenoemde en worden meestal uitgevoerd in samenwerking met economen.

Een bekende studie op dit gebied is die van Jensen c.s. in 1942. In veel handboeken over veevoeding wordt de relatie voer input/melk output als rechtlijnig beschreven. Jensen ging echter uit van de Spillman-functie voor één produktiefactor. Zijn berekeningen waren gebaseerd op de uitkomsten van op diverse onderzoekstations in de U.S.A. uitgevoerde voederproeven. Hij bracht de verschillende soorten voer onder gelijke noemer door ze om te rekenen in total digestible nutrient (T.D.N.)-eenheden. De resultaten van deze studie werden gebruikt om aan te geven hoe de verhouding tussen de verschillende soorten voer moest wisselen, als de prijzen van het voer en de melk veranderden, om een zo groot mogelijk saldo per koe te verkrijgen. De berekende relatie T.D.N. input/melkoutput is echter geen produktiefunctie in de theoretische zin, omdat ze in feite gebonden is aan de limiet van de maaginhoud.

Een andere studie op het terrein van de veevoeding werd uitgevoerd door Atkinson en Klein. Zij berekenden produktiefuncties voor het mesten van varkens met als grondvorm de Spillman-functie. Uit de input-outputcurve probeerden zij het optimum marktgewicht te berekenen, afhankelijk van de vleesprijzen en de voerprijzen. Als gemiddelde van vele voedingsproeven vonden zij de vergelijking:
$W = 588(0,0097)^{0,9923^A}$, waarbij: W = gewicht in pounds
A = leeftijd in dagen

Voor het mesten van rundvee werden ook meerdere produktiefuncties afgeleid. Nelson deelde daartoe het jongvee in drie groepen: kalveren, jaarlingen en tweejarigen. Ook hij ging uit van de Spillman-functie, met als produktiefactor T.D.N.-eenheden. Voor levendgewicht vond hij afnemende marginale produktiviteit, voor geslachtgewicht soms toenemende, soms afnemende marginale produktiviteit van T.D.N.-eenheden. Voor de groep jaarlingen berekende hij b.v.: $W = 1{,}446 - 805e^{-0{,}00028f}$, waarbij W = levendgewicht in pounds, f = toegediend voer in T.D.N.-eenheden. Nog vele andere produktiefuncties werden berekend; voor verschillende diersoorten onder wisselende omstandigheden en met behulp van diverse algebraïsche vormen. Het valt echter buiten het bestek van deze studie om al deze berekeningen hier op te sommen.

B. De bedrijfsproduktiefunctie

Vele economen hebben zich in de loop van de tijd beziggehouden met de produktie in de landbouw. Bekende theoretici als Smith, Ricardo en Malthus stelden daarover reeds hun hypothesen op. Wicksell was waarschijnlijk de eerste die tot een meer wiskundige benadering kwam. In een publikatie in 1916 zei hij, dat de jaarlijkse produktie van een bedrijf afhankelijk was van de hoeveelheden aangewende arbeid (a), land (b) en kapitaal (c), die gebruikt waren. In een vergelijking uitgedrukt: p = f(a, b, c). Naar zijn mening was deze functie homogeen van de eerste graad. Dat houdt in, dat wanneer alle produktiefactoren zouden worden verdubbeld, ook produktie verdubbelt; dus een constante marginale produktiviteit. Een klein bedrijf zou volgens hem dus niet in het nadeel zijn ten opzichte van een groot bedrijf, maar met gelijke kosten per eenheid kunnen produceren. Verder stelde hij, dat als één factor gevariëerd werd en de andere factoren constant werden gehouden, voor die ene factor een afnemende marginale produktiviteit optrad. Wanneer de stand van de techniek veranderde, moest naar zijn mening een nieuwe produktiefunctie berekend worden, waarvoor dan dezelfde regels golden.

Voor een groot gebied gaf Wicksell een overeenkomstige vergelijking: P = f(A, B, C). Deze functie hoefde volgens hem niet homogeen van de eerste graad te zijn, omdat b.v. door specialisatie in arbeid, toenemende marginale produktiviteit mogelijk was. De wiskundige vorm, die Wicksell aan zijn theorie gaf, was de volgende: $p = a^{\alpha} \cdot b^{\beta} c^{\gamma}$, waarbij $\alpha + \beta + \gamma = 1$
Deze vergelijking is bekend geworden onder de naam: Cobb-Douglasvergelijking. Cobb en Douglas pasten namelijk een overeenkomstige vergelijking toe in hun studie betreffende de produktie van Amerikaanse industriëen over de jaren 1899-1922. Dit was waarschijnlijk de eerste produktiefunctiestudie, gebaseerd op gegevens van meer jaren. De vorm die zij hanteerden was $P = b.L^{k}C^{1-k}$, waarbij de variabelen niet in technische eenheden of geld waren uitgedrukt, maar in indexcijfers, zodat P = index van de voorspelde produktie
C = index van het vaste kapitaal
L = index van de hoeveelheid arbeid
Voor de coëfficiënt k vonden zij in deze studie 0,75 en voor b 1,01.

De ontwikkeling en de toepassing van de bedrijfsproduktiefunctie kwam in de landbouw wat later dan in de industrie. Voor een deel namen de landbouweconomen zelfs de methoden, die in de industrie gebruikt werden, over.

Tolley, Black en Ezekiel berekenden in 1924 produktiefuncties, gebaseerd op de gegevens van landbouwbedrijven. Voor het merendeel waren dit functies met slechts één variabele en die betrekking hadden op één bedrijfstak, zgn. "intra-enterprise" produktiefuncties. Zo publiceerden zij b.v. produktiefuncties voor het mesten van vee, die niet zoals gewoonlijk gebaseerd waren op de gegevens van voedingsproeven, maar op de uitkomsten van een aantal bedrijven. De variabelen werden zowel in technische eenheden als in geld uitgedrukt. Hoewel begrippen als isoclinen, isoquanten en marginale substitutieverhouding nog niet in de literatuur waren doorgedrongen, kwamen zij er in hun analysen dichtbij.

In 1941 publiceerde de Japanner Kamiya produktiefuncties voor bedrijven met rijstbouw. De vorm die hij gebruikte was de Cobb-Douglasfunctie. Zo vond hij o.a. voor een bepaald gebied: $P = 1{,}101\ T^{1{,}3}\ L^{-0{,}53}$, waarbij P is de rijstopbrengst, gewaardeerd in yen verminderd met de kosten voor bemesting, zaad enz. T is de oppervlakte land gemeten in cho en L is de hoeveelheid arbeid gemeten in dagen. De negatieve marginale produktiviteit van de factor arbeid schreef Kamiya toe aan de hoge mate van gebondenheid van deze factor aan de grond en aan de geringe grootte van de bedrijven.

In Amerika was Heady de eerste econoom, die zich bezighield met produktiefuncties voor agrarische bedrijven. Hij leidde zowel produktiefuncties af voor verschillende typen bedrijven als voor landbouwgebieden. In alle gevallen werden de variabelen zoals land, arbeid enz. in geld uitgedrukt. Heady zag in van welke grote invloed de vakbekwaamheid van de boer was, maar aangezien er geen objectieve maatstaf was om deze te berekenen, heeft hij die buiten beschouwing gelaten.

Gewoonlijk is men de mening toegedaan, dat de beste boeren zich bevinden op de grootste bedrijven.

Ook andere moeilijkheden zag Heady onder ogen, zoals het verdelen van kosten over de produktiefactoren, het verkrijgen van homogene groepen bedrijven en de moeilijkheid of men de gebruikte of de beschikbare hoeveelheid arbeid moet rekenen.

Een andere onderzoeker op dit terrein was de Duitser Tintner, die produktiefuncties afleidde voor bedrijven in Iowa. De vorm die hij gebruikte was de reeds genoemde Cobb-Douglasfunctie. Zowel akkerbouw als veeteelt bracht hij samen in één produktievergelijking. De produktiefactoren land en arbeid werden in technische eenheden uitgedrukt, de andere factoren in geld.

Na de tweede wereldoorlog zijn nog tal van studies over produktiefuncties gemaakt; de meeste vertonen veel overeenkomst. In de veertiger jaren waren het vooral de Amerikanen, die zich met produktiefuncties bezighielden; in het volgende decennium was er ook een groeiende belangstelling voor in Europa.

Antill uit Engeland en Hjelm uit Zweden bestudeerden vooral de melkproduktie, gebaseerd op gegevens van bedrijven. Antill werkte met een groep van 244 bedrijven. Hij koos drie onafhankelijke variabelen: de factor arbeid gemeten in manjaren, de factor aangekocht voer en de factor overige kosten; de laatste twee werden in geld uitgedrukt. Het spreekt vanzelf, dat de groep "overige kosten" zeer heterogeen van samenstelling is; ze bevat o.a. werktuigkosten, bemesting, rente van het kapitaal enz.

Hjelm bezag de melkproduktie wat meer van de biologische kant. Naast de factoren arbeid, gemeten in uren/koe/jaar en diverse kosten, uitgedrukt in geld, onderscheidde hij drie verschillende factoren voer, nl. krachtvoer, weide en ruwvoer. Het voer was omgerekend in voedereenheden/koe/jaar.

Zowel Antill als Hjelm pasten de Cobb-Douglasfunctie toe. Ondanks de verschillende gegevens en produktiefactoren verkregen ze allebei een hoge correlatiecoëfficiënt (0,92) voor hun produktievergelijking.

Antill beschouwde zijn studie grotendeels als een oefening in een methode. De waarde voor het praktisch voorlichtingswerk achtte hij niet noemenswaardig; wel meende hij, dat de produktiefunctie toepassing kon vinden voor grotere eenheden of gebieden.

Van de achtergrond der gegevens die Hjelm gebruikte, is weinig bekend, zodat met enige achterdocht naar de factor "weide" wordt gekeken. Hij is meer geïnteresseerd in praktische toepassing dan Antill; in een volgend hoofdstuk wordt daarop verder ingegaan.

Een studie van de laatste jaren is die van de Deen Knud Rasmussen. Hij berekende produktiefuncties voor weidebedrijven, akkerbouwbedrijven en gemengde bedrijven, gebaseerd op de gegevens over vier jaar van de Engelse "Farm Management Survey". Rasmussen begreep welke grote invloed de bedrijfsleiding op de uitkomst van een bedrijf uitoefende. Hij trachtte deze zgn. factor "boer" te elimineren door de verschillen in de bedrijfsuitkomsten, die niet verklaard konden worden door de vele andere factoren en ook niet onder het hoofd "toeval" konden worden ondergebracht, als zodanig te betitelen. Dit was mogelijk, omdat hij met gegevens over meerdere jaren werkte. Het spreekt vanzelf, dat ondanks het feit dat Rasmussen met de werking van een tiental andere factoren rekening hield, deze factor "boer" toch nog tamelijk heterogeen van samenstelling is.

Het is duidelijk, dat het voorgaande slechts een zeer globaal en onvolledig overzicht is van hetgeen er in de loop van de tijd op dit gebied gedaan is. Veel van deze studies en onderzoekingen komen in feite op hetzelfde neer. De laatste tijd komt steeds meer de vraag op, wat men nu eigenlijk met deze materie moet beginnen en wat de praktische waarde ervan is.

Hoewel nog steeds een aantal onderzoekers aan dit onderwerp begint met als doel een praktische toepassing, beschouwt het merendeel van hen zijn studie niet meer dan een oefening in een methode van analyseren.

## IV. EEN AANTAL WISKUNDIGE VORMEN VOOR PRODUKTIEFUNCTIES

Zoals ook uit het historisch overzicht is gebleken, zijn er tal van wiskundige vormen om het verband tussen de produktie en produktiefactoren weer te geven. Al deze functies hebben hun karakteristieke eigenschappen en het is vaak moeilijk voor de onderzoeker om een keuze te maken.

Hieronder wordt een overzicht gegeven van de belangrijkste grondvormen:

1. Lineaire functies: $Y = a + b X$ ....(1) of voor twee onafhankelijke variabelen: $= a + b_1X_1 + b_2X_2$ ....(2).
Vergelijking (1) kan grafisch worden weergegeven als een rechte lijn met helling $b = \frac{dY}{dx}$; dit is tegelijk de marginale produktiviteit, die dus constant is. De Y-as wordt gesneden in het punt a en het is de produktie die verkregen wordt zonder gebruik te maken van de variabele produktiemiddelen. Vergelijking (2) kan worden weergegeven door een plat vlak. Functies met meer dan drie variabelen kunnen niet grafisch worden uitgezet, tenzij de overige variabelen constant worden gehouden.
De lineaire functies worden niet veel toegepast, want er zijn maar weinig processen in de landbouw die met dit type beschreven kunnen worden.

2. Kwadratische veeltermen: $Y = a + bX - cX^2$. Voor c wordt meestal een minteken geplaatst om afnemende meeropbrengsten aan te geven, maar ook toenemende marginale produktiviteit is mogelijk. De marginale produktiviteit neemt met de constante waarde 2c per eenheid van X af of toe. Het maximum van deze functie is het punt waar $\frac{dy}{dx} = 0$; dit wordt bereikt als $X = 0{,}5\frac{b}{c}$.
De produktie-elasticiteit $Ep = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}$ is niet constant, maar wordt groter bij toenemende X.
Voor meer onafhankelijke variabelen wordt meestal de volgende vergelijking gebruikt: $Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 - b_3X_1^2 - b_4X_2^2 + b_5X_1X_2$.
Voor elk der beide produktiefactoren geldt een afnemende marginale produktiviteit. De isoquanten zijn holle curven die de beide assen snijden, omdat, ook al is één der twee variabelen nul, er toch een bepaalde produktie mogelijk is. Ook deze functie wordt in de praktijk weinig toegepast.

3. Wortelfuncties: $Y = a - bX + c\sqrt{X}$.
Deze produktievergelijking heeft de mogelijkheid van afnemende totale produkties. Het maximum van deze functie ligt bij het punt waarbij X de waarde $0{,}25\frac{c^2}{b^2}$ bereikt; de marginale produktiviteit is in dit punt nul. De marginale produktiviteit is dus niet constant, maar neemt in een vaste verhouding af.
Voor twee onafhankelijke variabelen wordt meestal de volgende vergelijking toegepast: $Y = a - b_1X_1 - b_2X_2 + b_3\sqrt{X_1} + b_4\sqrt{X_2} + b_5\sqrt{X_1X_2}$. De isoclinen van deze functie zijn gebogen lijnen, die alle door de oorsprong lopen; bovendien convergeren zij naar een punt, dat het maximum is van het produktievlak, het zgn. "Von Liebig punt".

4. Hyperbolische functies
Er zijn talrijke hyperbolische produktievergelijkingen toegepast; vooral om het verband tussen de opbrengst van een gewas en de bemesting weer te geven. De vergelijking $Y = aX\,(b + X)^{-1} - cX$ heeft een maximum totaal produkt als X de waarde $\sqrt{abc^{-1}} - b$ bereikt.

De vorm van de marginale produktiecurve komt overeen met die van de wortelfuncties.

De berekeningen met dit type functies zijn vaak moeilijk uit te voeren.

5. De Spillmanfuncties: $Y = M - AR^X$.
Deze exponentiële functie is reeds vrij uitvoerig besproken in het historisch overzicht. De betekenis van de grootheden die in deze vergelijking voorkomen, is de volgende: Y is de totale produktie en X is de totaal aangewende hoeveelheid van de produktiefactor. M is de maximum totale produktie, A is de totale toename van de produktie, die door aanwenden van X verkregen kan worden. Dus M - A is de produktie verkregen bij afwezigheid van X. De constante R geeft aan, in welke mate de marginale produktiviteit van X afneemt. De totale produktiecurve nadert asymptotisch de waarde M, terwijl de marginale produktiecurve gelijktijdig asymptotisch tot nul nadert, zodat dus geen afnemende totale produktie mogelijk is.
Indien er bij afwezigheid van X geen produktie is, dan geldt M = A, en de Spillmanfunctie wordt: $Y = A(1 - R^X)$.
Voor meer variabelen wordt de vergelijking de volgende: $Y = A(1 - R_X{}^X)(1 - R_Z{}^Z)$. Bij afwezigheid van één der produktiefactoren is er geen produktie. De ene factor kan dus nooit geheel de andere factor vervangen, m.a.w. de isoquanten lopen asymptotisch naar de assen.
Voor de Mitscherlich-kromme geldt in wezen hetzelfde als wat hier over de Spillmanfunctie is opgemerkt. De verschillen tussen deze twee functies zijn reeds in het historisch overzicht aan de orde gekomen.

6. De Cobb-Douglasfunctie:
Deze, tegenwoordig veel toegepaste produktiefunctie, heeft de grondvorm: $Y = aX^b$. De betekenis van de grootheden in deze vergelijking is de volgende: Y is de produktie, X is de variabele produktiefactor, a is een constante en de coëfficient b bepaalt de transformatieverhouding bij de verschillende waarden van X.
Door differentiatie kan men de marginale produktiviteit afleiden:
$\frac{dY}{dX} = b \cdot a X^{b-1} = b \cdot a \cdot \frac{X^b}{X}$.
Daaruit blijkt, dat afhankelijk van de grootte van b, zowel afnemende ($b < 1$), constante ($b = 1$) als toenemende ($b > 1$) marginale produktiviteit mogelijk is, hoewel niet tegelijk in dezelfde functie. De Cobb-Douglasfunctie kan dus niet toegepast worden op gegevens waarbij zowel toenemende als afnemende marginale produktiviteit voorkomt.
Bij de produktie-elasticiteit hoort de formule: $Ep = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$. Toegepast op deze functie wordt dit: $Ep = \frac{b \cdot a \cdot X^b}{X} \frac{X}{Y}$. Wanneer de waarde van $Y = aX^b$ hierin wordt gesubstitueerd, vindt men: Ep = b. De coëfficient b is dus tevens de constant blijvende produktie-elasticiteit van de Cobb-Douglasfunctie. Voor twee onafhankelijke wordt de produktievergelijking van de volgende gedaante: $Y = aX_1{}^{b1}X_2{}^{b2}$. De coëfficienten $b_1$ en $b_2$ zijn de produktie-elasticiteiten van de produktiefactoren $X_1$ en $X_2$. De som van $b_1$ en $b_2$ bepaalt of het al of niet voordeliger is, te produceren bij een grotere produktie-omvang. Als $b_1 + b_2 < 1$, dan is een kleinere produktie-omvang voordeliger; wanneer de som 1 is, dan zijn de kansen voor grote en kleine

produktie-omvang gelijk en als ten slotte $b_1 + b_2 \geq 1$, dan kan men voordeliger produceren bij een grotere produktie-omvang. De isoquanten van de Cobb-Douglasfunctie naderen asymptotisch de inputassen. Als $X_1$ uitgedrukt wordt als functie van $X_2$ voldoen ze aan de volgende vergelijking:
$X_1 = \left(\frac{Y}{aX_2^{b2}}\right)^{\frac{1}{b}}$. Voor de marginale substitutieverhouding geldt: $\frac{dX_1}{dX_2} = -\frac{b_2 X_1}{b_1 X_2}$
Eén der bezwaren van deze produktiefunctie is, dat zodra één der variabelen nul is, er ook geen produktie is.
De isoclinen zijn rechte lijnen die door de oorsprong lopen van de inputassen. De Cobb-Douglasfunctie vindt veel toepassing en niet in de laatste plaats door zijn gemakkelijke hanteerbaarheid. Door de logarithmen van de variabelen te gebruiken, is de berekening van de produktiefunctie terug te brengen tot een eenvoudige regressierekening: $\log. Y = \log. a + b \log. X.$
of anders geschreven: $y = k + bx$, waarbij $y = \log Y$, $k = \log a$ en $x = \log X$.

7. De transcendental produktiefunctie: $Y = cX^a e^{bX}$., waarbij Y is de produktie, X is de variabele produktiefactor, e is het grondtal voor de nat. log. en a, b en c zijn coëfficienten.
Deze produktiefunctie heeft zowel de eigenschappen van de machtfuncties als van de exponentiële functies.
Een bezwaar van deze functie is de veelheid van coëfficienten, waarvan de invloed moeilijk te overzien is.

## V. PROBLEMEN BIJ HET BEREKENEN VAN BEDRIJFSPRODUKTIEFUNCTIES

Bij het berekenen van produktiefuncties gebaseerd op de gegevens van bedrijven, blijken zich steeds een aantal principiële problemen voor te doen. Deze problemen zullen hier puntsgewijs worden besproken en vergeleken worden met de omstandigheden, die zich in het eigen onderzoek voordoen.

De problemen waarvoor men steeds komt te staan, zijn de volgende:

1. Keuze van de vergelijking.
2. Keuze van de variabelen en moeilijkheden die oprijzen door de hoge onderlinge correlatie.
3. Moeilijkheden die ontstaan door mogelijke meetfouten in de variabelen.
4. Het probleem van "interfarm" en "intrafarm" relaties.

ad 1.

In de vorige hoofdstukken is reeds duidelijk gebleken dat er tal van wiskundige vormen zijn, om de relatie tussen produktie en produktiefactoren weer te geven. Bij het kiezen van een vergelijking dient men er allereerst op te letten of deze de werkelijke produktiefunctie goed benadert, de zgn. "goodness of fit". Een goede maatstaf daarvoor is de grootte van de multiple correlatiecoëfficient; ook het al of niet significant zijn van de coëfficienten kan als maatstaf dienen. Op deze wijze vergeleek C.D. Throsby de "goodness of fit" van de Cobb-Douglasfunctie, de Spillmanfunctie en de transcendental functie, toegepast op de uitkomsten van bemestingsproeven.
Bij de berekeningen over de drie akkerbouwgebieden is gebruik gemaakt van de Cobb-Douglasfunctie. Deze functie is gekozen, omdat uit andere studies is gebleken dat met deze functie goede resultaten kunnen worden verkregen. Een ander voordeel van deze functie is, dat ze gemakkelijk te hanteren is. Enige werkers op dit gebied hebben de Cobb-Douglasfunctie bekritiseerd, omdat ze constante elasticiteit en lineaire minimumkostenlijnen impliceert. De waarde van een produktiefunctie moet echter blijken uit het overeenkomen met de werkelijkheid.

Een ander kritisch geluid dat vaak gehoord wordt over deze functie is dat zodra één der produktiefactoren nul wordt, de produktie ook wegvalt. Gelukkig is men gewoonlijk niet geïnteresseerd in bedrijfsleidingproblemen met betrekking tot een produktiefactor, die niet van groot belang is voor dat bedrijf. Voor het bepalen van de produktiviteit van een nieuw produktiemiddel zal men dan ook beter gecontroleerde proeven kunnen doen, dan trachten haar te berekenen uit gegevens van bedrijven. Een produktiefunctie gebaseerd op de gegevens van bedrijven behoort ook niet gebruikt te worden voor extrapolaties.

De Cobb-Douglasfunctie is ook bekritiseerd op grond van het feit dat ze impliceert dat een boer, die een bepaalde hoeveelheid arbeid beschikbaar heeft, het gebruik van kapitaal in de vorm van machines en vee oneindig kan laten toenemen, terwijl in werkelijkheid de fysieke capaciteit van een man begrensd is; hij zal slechts een bepaalde hoeveelheid vee en machines kunnen hanteren. Bij een economische produktiefunctie is men nauwelijks geïnteresseerd in zulke extremen. De Cobb-Douglasfunctie is wel in staat relevante economische relaties te beschrijven binnen de reeks van combinaties van produktiefactoren, die men vindt in de gegevens van bedrijven.

ad 2.

De keuze van de variabelen moet, zoals ook blijkt uit eerder uitgevoerde studies, zijn van een grote willekeurigheid. Vaak wordt de keuze bepaald door de gegevens die beschikbaar zijn. Natuurlijk moeten de variabelen van invloed zijn op de produktie; dit is te controleren door een eenvoudige correlatieberekening.

Bij het eigen onderzoek werden als variabelen gekozen: de oppervlakte grond, de bewerkingskosten en de nieuwwaarde der inventaris. Variabelen als pacht en bemesting bleken van weinig invloed op de produktie (bruto-opbrengst). Een inspectie van de tabel toont dat de variabelen hoger gecorreleerd zijn dan men zich mag wensen voor een multiple correlatieberekening.
Ondanks hoge correlaties tussen de "onafhankelijke" variabelen is het vaak nog mogelijk een regressieberekening uit te voeren als de variatie van elke produktiefactor nog groot genoeg blijft, bij constant houden van de andere produktiefactoren. Als alle regressiecoëfficienten significant van nul verschillen is aan deze voorwaarde voldaan en zijn de onafhankelijke variabelen niet te hoog gecorreleerd voor het gebruik van de multiple regressietechniek. Omdat de standaardafwijkingen van de regressiecoëfficienten in dat geval klein zijn, mag de produktiefunctie geaceepteerd worden als bruikbaar middel voor bedrijfsanalyse.

Zoals in het volgende hoofdstuk zal blijken, zijn de regressiecoëfficienten niet alle significant van nul verschillend. Dit kan zowel veroorzaakt zijn door de hoge correlaties tussen de produktiefactoren, als door het betrekkelijk geringe aantal gegevens dat gebruikt is.

Het feit dat onafhankelijke variabelen hoog gecorreleerd zijn, geeft geen systematische daling van de berekende regressiecoëfficienten, maar veroorzaakt slechts een grotere variantie van de regressiecoëfficienten dan het geval was geweest bij minder hoge correlatie tussen de onafhankelijke variabelen.

De hoge graad van intercorrelatie veroorzaakt variërende regressiecoëfficienten, die onderling gewoonlijk negatief gecorreleerd zijn. Dus bij een overschatting van de werkelijke waarde van één der regressiecoëfficieten zal één of meer van de overige regressiecoëfficienten waarschijnlijk ondergewaardeerd zijn in relatie tot hun werkelijke waarde. Het resultaat is dat de variantie van de soms van de coëfficienten kleiner is dan de som van de varianties van de individuele coëfficienten. Met andere woorden, de standaardafwijking van de som der coëfficienten is veel kleiner, dan men zou mogen verwachten van een toevallige beschouwing van de standaardafwijkingen van de individuele coëfficienten. Dit verschijnsel blijkt ook uit de eigen berekeningen te extraheren.

Het feit dat de standaardafwijking van de som der regressiecoëfficienten klein is, blijkt van groot economisch belang, omdat deze som toenemende, constante of afnemende opbrengsten aangeeft in relatie tot de bedrijfsgrootte. Zelfs als de som van de regressiecoëfficienten maar iets van 1 afwijkt, is het bijna zeker dat dit verschil significant is en zo naar een bepaalde produktieomvang wijst.

ad 3.

Het voorkómen van meetfouten in de produktiefactoren is één van de moeilijkste problemen in de produktiefunctie-analyse. Wanneer de onafhankelijke variabelen het voorwerp zijn van meetfouten, is er volgens Hald een systematische

daling van de grootte van de regressiecoëfficienten. In de multiple regressie-analyse betekent dit dat de individuele coëfficienten en daardoor hun som, de neiging vertonen kleiner te zijn, dan het geval geweest zou zijn als er geen meetfouten gemaakt waren.

Er zijn verschillende suggesties gedaan met betrekking tot dit probleem. Rasmussen verkleinde de invloed van de meetfouten, door te werken met gemiddelden van gegevens over vier jaar. Door deze werkwijze was hij in staat de invloed van de boer en de toevalsvariantie te splitsen. Dit bleek ook een goede manier om de invloed van de meetfouten te verminderen.

ad 4. Interfarm - Intrafarm

Een moeilijk probleem, waarmee de economisch onderzoeker op het gebied van de bedrijfsproduktiefuncties geconfronteerd wordt, is de vraag: Mag men een produktiefunctie, gebaseerd op de gegevens van een aantal bedrijven (interfarm), toepassen om conclusies te trekken aangaande het individuele bedrijf (intrafarm)?

Heady en Du Toit stelden: We gebruiken een steekproef van bedrijven voor het bepalen van de gemiddelde produktiviteit van de produktiefactoren in het individuele bedrijf. Of deze werkwijze wel verantwoord was, daar werd niet op ingegaan. Ook Marschak en Andrews brachten het probleem ter sprake, dat de beschouwde bedrijven vaak geheel verschillende produktiefuncties hebben en zij spraken sterke twijfel uit over de waarde, die men aan produktiefuncties, gebaseerd op de gegevens van meerdere bedrijven, mag hechten. Hun mening was dat de produktiefuncties veranderden zelfs binnen hetzelfde bedrijfstype, van bedrijf tot bedrijf en van jaar tot jaar,afhankelijk van de vakbekwaamheid, de wil, de pogingen en het geluk van een bepaalde ondernemer. Deze factoren vatten zij samen onder zgn. "technische efficiëntie" en deze kon dan voorgesteld worden door één of meer toevalsparameters.

Het zal wel onmogelijk blijven, de boeren een van te voren vastgestelde hoeveelheid land, arbeid en kapitaal te laten aanwenden, om dan de resulterende produkties te bestuderen. Bovendien zijn er in de agrarische sector grote leemten in onze kennis van de combinatie van produktiefactoren die de grootste produktie levert.

De ervaring leert ons, dat boeren goede bedrijfsuitkomsten kunnen bereiken bij geheel verschillende combinaties van produktiefactoren en het lijkt dan ook wel aanvaardbaar als werkhypothese te stellen, dat de keuze van de globale combinatie van produktiefactoren onafhankelijk is van de kundigheid van de boer (Rasmussen). Onder deze globale combinatie verstaat men dan in feite de combinatie van inputgroepen als: arbeid, kapitaal, grond enz. Deze inputgroepen kunnen dus wel dezelfde waarde hebben, maar hoeven niet noodzakelijk van dezelfde samenstelling te zijn.

De samenstelling van deze individuele inputgroepen is wel afhankelijk van de vakbekwaamheid van de boer en dit komt tot uiting in de keuze van de juiste meststoffen, het juiste soort voer voor het vee enz., voor een bepaalde uitgave en ook in de juiste tijd van aanwenden.

Op grond van het bovenstaande meent Rasmussen te mogen concluderen, dat het verantwoord is de interfarmproduktiefunctie toe te passen voor intrafarm conclusies. Het is natuurlijk de vraag in hoeverre deze werkhypothese van Rasmussen juist is. Het blijkt een ervaringsfeit dat de beste boeren zich meestal bevinden op de grootste bedrijven. Dit zou te elimineren zijn door

de gegevens in te delen naar oppervlakteklassen. De vraag blijft nog of een goede boer niet meer meststof, krachtvoer enz. gebruikt dan een minder vakbekwame collega. Als deze samenhang er inderdaad is, zou men een factor "boer" moeten invoeren wat praktisch bijna onmogelijk is.

Volgens Rasmussen zou de taak van de boer in feite bestaan uit twee delen:

1. Het besluiten met betrekking tot de globale inputcombinaties van de belangrijkste inputcategorieën (land, gebouwen enz.), die volgens hem buiten het bereik van het inzicht van de boer vallen.
2. Met een één maal gekozen globale combinatie van inputgroepen, dus een bepaalde hoeveelheid kosten, trachten een zo groot mogelijke opbrengst te verkrijgen. Bij dit tweede punt speelt de vakbekwaamheid van de boer wel een grote rol.

De invloed van de factor "boer" blijft een moeilijk geval bij het toepassen van de produktiefunctie-analyse. Er zijn verschillende pogingen gedaan om deze invloed te berekenen. Meestal is men niet verder gekomen dan een kengetal voor het bedrijf. Dit kengetal is dan nog heterogeen van samenstelling en blijkt in de loop der jaren bovendien nog te variëren.

## VI. PRODUKTIEFUNCTIES VAN AKKERBOUWBEDRIJVEN

Om de problematiek, die bij het toepassen van de produktiefunctie-analyse aan de orde komt, beter te leren kennen, werden een aantal produktiefuncties berekend, gebaseerd op L.E.I.-gegevens (boekjaar 1961-1962). Er werden daartoe groepen overeenkomstige bedrijven gekozen, nl. akkerbouwbedrijven groter dan 30 ha in de Wieringermeer, het Oldambt en Westelijk Noord-Brabant. De berekeningen zijn uitgevoerd met de reeds besproken Cobb-Douglas-functie.

Het aantal bedrijven waarvan gegevens beschikbaar waren, was zeer gering, nl.: 19 bedrijven in de Wieringermeer, 11 bedrijven in het Oldambt en 16 bedrijven in Westelijk Noord-Brabant. Dit bleek een groot bezwaar, omdat de significantie van de regressiecoëfficienten nu te wensen overliet wat dus inhoudt, dat bij alle conclusies een zeker voorbehoud moet worden gemaakt. Bovendien werd in iedere produktiefunctie gewerkt met drie produktiefactoren. Dit is, vergeleken met het aantal bedrijven, relatief hoog, omdat elke variabele verlies van een vrijheidsgraad betekent.

Ook de hoge correlaties tussen de produktiefactoren (zie tabel ) zijn natuurlijk van invloed op de mate van significantie der regressiecoëfficienten. Het is praktisch onmogelijk produktiefactoren te vinden, die onafhankelijk van elkaar zijn, temeer daar de keuze der variabelen sterk bepaald is door de gegevens die beschikbaar zijn. Verder is er binnen een groep gelijksoortige bedrijven toch nog een grote mate van heterogeniteit. De meeste gekozen bedrijven hadden nog wat veeteelt en het bouwplan kan bovendien nogal verschillen. Bij de berekeningen zijn de kosten en opbrengsten van het vee er niet uitgehaald. Wanneer men dit wel zou doen, verkrijgt men een produktiefunctie, die in feite niet karakteristiek is voor een bepaald gebied. Men zou natuurlijk een nieuwe produktiefactor kunnen inbrengen, b.v. kosten gemaakt voor het vee of het aantal melkkoeien. Dit zou echter leiden tot het verlies van nog een vrijheidsgraad.

Weidebedrijven zijn het meest geschikt voor de toepassing van de produktiefunctie-analyse, omdat deze meestal van dezelfde structuur zijn.

Gemengde bedrijven zijn nog moeilijker in het schema van een produktiefunctie te passen dan akkerbouwbedrijven, tenzij men splitst in bedrijfstakken. Deze bedrijfstakken kunnen dan alsnog in één produktiefunctie samengebracht worden.

Het is vaak zeer verleidelijk met veel produktiefactoren te werken, omdat de correlatiecoëfficient bij meer produktiefactoren slechts kan toenemen. Wanneer het aantal bedrijven groot genoeg is, levert dat geen moeilijkheden op. Voor de hier uitgevoerde berekeningen is het echter wel bezwaarlijk, omdat op deze wijze veel vrijheidsgraden verloren gaan, waardoor de significantie van de regressiecoëfficienten in gevaar komt.

Bij de berekeningen is ten eerste een produktievergelijking afgeleid voor de bruto-opbrengst per ha in de Wieringermeer. Het per ha uitdrukken heeft het voordeel dat met een produktiefactor minder kan worden volstaan, nl. oppervlakte cultuurgrond. Een nadeel van deze werkwijze kan zijn, dat door het delen door de oppervlakte de verschillen tussen de bedrijven te klein worden om een regressieberekening te kunnen toepassen, mede omdat reeds met de logarithmen van de produktiefactoren gewerkt wordt.

De produktiefunctie die berekend werd, is de volgende:

(1) $Y = 5{,}310 X_1^{0{,}553} X_2^{0{,}418} X_3^{0{,}006}$ $R = 0{,}752$

Hierin is:

Y = bruto-opbrengst in guldens per ha

$X_1$= arbeidskosten + werk door derden in gld/ha

$X_2$= werktuigkosten in guldens per ha

$X_3$= meststoffen in guldens per ha

De exponenten van $X_1$ en $X_2$ (dit zijn tevens de partiële produktie-elasticiteiten) zijn significant van nul verschillend voor resp. 0,9 % en 0,5 %.

Uit de produktievergelijking blijkt, dat zowel de arbeidskosten + werk door derden per ha, als de werktuigkosten per ha een grote invloed uitoefenen op de bruto-opbrengst per ha. Iedere exponent geeft immers aan met welk percentage de bruto-opbrengst per ha toeneemt, als de betreffende produktiefactor met één procent toeneemt, terwijl de overige factoren constant worden gehouden.

Omdat de invloed van de factor meststoffen per ha nihil blijkt, is deze eruit gelaten. De veranderde produktiefunctie luidt nu:

(2) $Y = 5{,}412 X_1^{0{,}557} X_2^{0{,}416}$ $R = 0{,}752$

Als men de exponenten in de produktiefuncties (1) en (2) vergelijkt, blijken deze wat te verschillen. Dit wordt veroorzaakt door het feit dat de produktiefactoren niet geheel onafhankelijk zijn, maar gecorreleerd (zie tabel 4). Dat deze correlatie van geen belang is, blijkt uit de slechts zeer geringe verschillen tussen de exponenten.

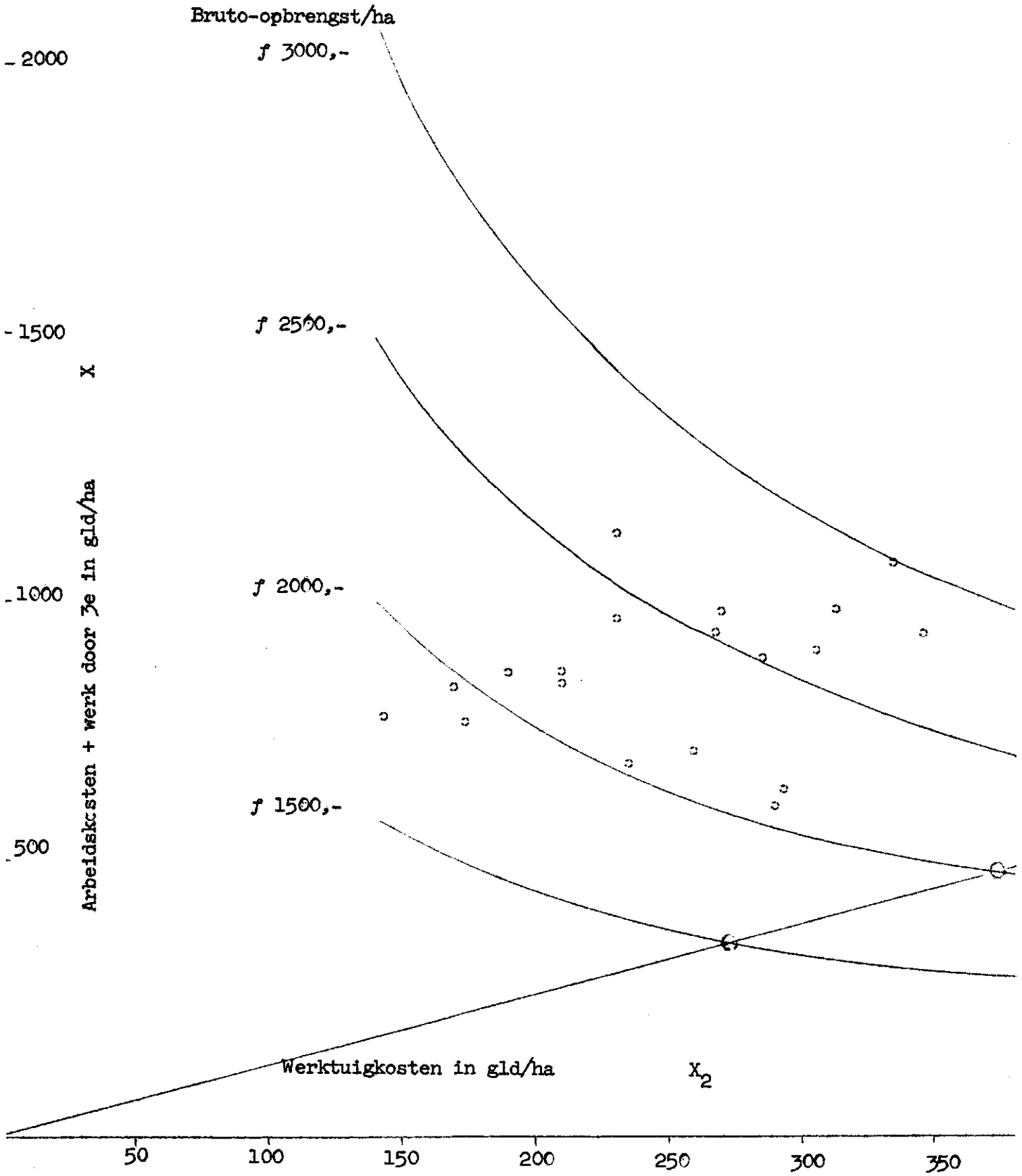
De grafische voorstelling van een produktiefunctie met twee produktiefactoren, zoals vergelijking (2), is een drie-dimensionaal oppervlak. In het geval er meer dan twee produktiefactoren zijn, is het grafisch weergeven slechts mogelijk, indien de overige produktiefactoren constant worden gehouden.

Voor produktiefunctie (2) zijn in bijgaande figuur de projecties van vier isoquanten of niveaulijnen op het $X_1X_2$-vlak geprojecteerd weergegeven voor bruto-opbrengsten, variërend van ƒ 1500,- tot ƒ 3000,- per ha. Deze isoquanten zijn de snijlijnen van het produktievlak met vlakken evenwijdig aan het $X_1X_2$-vlak. De hoogte van deze vlakken boven het $X_1X_2$-vlak geeft de grootte van de bruto-opbrengst per ha weer.

Het aantal isoquanten kan naar wens uitgebreid worden. Ieder punt op een isoquant geeft een combinatie van produktiefactoren aan, die een bruto-opbrengst per ha levert gelijk aan het bij die lijn horende bedrag.

Uit het figuur blijkt b.v., dat voor de Wieringermeer bij een uitgave van ƒ 1100,- voor arbeidskosten + werk door derden en een uitgave van ƒ 210,- voor werktuigkosten, een bruto-opbrengst van ƒ 2500,- per ha verwacht mag worden enz. In de figuur zijn de combinaties der beide produktiefactoren, zoals deze op de onderzochte bedrijven voorkwamen, door punten weergegeven. Uit de ligging van deze punten is af te leiden, welk deel van de figuur reëel is en welk deel door extrapolatie is ontstaan.

AKKERBOUWBEDRIJVEN WIERINGERMEER > 30 HA



De vraag doet zich nu voor welke combinatie van produktiefactoren levert de hoogste bruto-opbrengst, indien een gegeven beschikbaar bedrag aanwezig is. M.a.w.: Is het voordeliger wat meer geld uit te geven voor arbeid of eventueel werk door derden, of kan men beter mechaniseren, wat neerkomt op hogere werktuigkosten per ha.

De economische optimale combinatie wordt verkregen, als de grensproduktiviteiten van de produktiefactoren zich verhouden als de overeenkomstige prijzen, of:

(3) $$\frac{dY}{dX_1} : \frac{dY}{dX_2} = p_1 : p_2,$$

waarbij $p_1$ en $p_2$ de prijzen per eenheid van $X_1$ en $X_2$ zijn.

Uit vergelijking (2) volgt: $\frac{dY}{dX_1} = 5{,}412 \times 0{,}557 X_1^{0{,}557 - 1} X_2^{0{,}416}$ (4)

$$\frac{dY}{dX_2} = 5{,}412 \times 0{,}416 X_1^{0{,}557} X_2^{0{,}416 - 1} \quad (5)$$

Het quotiënt van (4) en (5) geeft volgens (3):

$$\frac{0{,}557}{0{,}416} X_1^{-1} X_2 = p_1 : p_2 \qquad \text{of } X_2 = 0{,}747 \frac{p_1}{p_2} X_1$$

Omdat beide produktiefactoren in guldens zijn uitgedrukt, is de verhouding $\frac{p_1}{p_2} = 1$.

De economische optimale combinatie wordt dus bereikt, zodra $X_2 = 0{,}747 X_1$. De punten waarvoor deze verhouding geldt, liggen op een rechte lijn door de oorsprong. Deze rechte lijn wordt een isocline genoemd en is in bijgaande figuur afgebeeld.

Door de snijpunten van de isocline met de isoquanten lopen de raaklijnen onderling evenwijdig. Deze raaklijnen geven de combinatiemogelijkheden der produktiefactoren weer, bij een gegeven beschikbaar bedrag bij de gegeven prijzen. De combinatie der produktiefactoren, zoals deze uit de oorspronkelijke gegevens naar voren komt, blijkt voor alle bedrijven te verschillen van de optimale verhouding die berekend is. In de Wieringermeer wordt, zo blijkt duidelijk uit de figuur, meer uitgegeven voor arbeid en werk door derden, dan volgens de berekening verantwoord zou zijn. Op grond van de berekening zou men mogen concluderen, dat het gewenst is nog meer te mechaniseren. De vraag blijft echter of dit praktisch uitvoerbaar is, omdat machines nu eenmaal bediend moeten worden, dus mankracht vragen.

Bovendien is de berekende produktiefunctie afgestemd op bestaande technieken en het is heel goed mogelijk, dat door wijziging der mechanisatiegraad een andere produktiefunctie ontstaat.

Een ander bezwaar is, dat niet het netto-overschot, maar de bruto-opbrengst als functie van produktiefactoren beschouwd is. De hoogte van de bruto-opbrengst zegt namelijk weinig over de rendabiliteit van een bedrijf.

Uit het bovenstaande blijkt duidelijk hoe moeilijk het is, op basis van een produktiefunctie-analyse tot verantwoorde beslissingen inzake de bedrijfsstructuur te komen. Voor het afzonderlijke bedrijf is het mogelijk de werkelijke bedrijfsuitkomsten te vergelijken met de berekende. Men substitueert daartoe de gegevens van het bedrijf in de berekende produktiefunctie.

Wanneer men niet alleen de gegevens over de produktiefactoren substitueert, maar ook de produktie, is het mogelijk voor elk bedrijf de constante a van de functie $Y = aX^b$ te berekenen. De grootte van a wordt beïnvloed door allerlei factoren, die niet in de berekening zijn opgenomen, zoals vakbekwaamheid van de boer, bodeminvloeden enz. Een hoge a is gunstig voor het bedrijf. Een ander onderdeel van deze studie betreft het vergelijken van produktiefuncties voor bedrijven in de Wieringermeer, het Oldambt en Westelijk Noord- Brabant.

Het is natuurlijk een vraag of men produktiefuncties van verschillende gebieden mag vergelijken. Er kunnen allerlei invloeden aanwezig zijn, die tot verschillen leiden, b.v. het bouwplan, de kwaliteit van de grond, het klimaat, de verkaveling enz. Bij het vergelijken der produktiefuncties is het mogelijk verschillen te constateren, maar om de achtergronden van deze verschillen te leren kennen, moet men over meer gegevens beschikken. Een aantal van deze gegevens is overgenomen uit het L.E.I.-overzicht en is als bijlage bijgevoegd.

Zoals reeds eerder opgemerkt, is het aantal bedrijven, waarvan gegevens verwerkt zijn, voor alle drie gebieden slechts gering. Ook zijn de correlaties tussen de produktiefactoren vrij hoog (zie tabellen 1, 2 en 3), waardoor de significantie der coëfficienten in gevaar komt. Alle conclusies over verschillen tussen de produktiefuncties zijn derhalve met een zeker voorbehoud te nemen.

De berekeningen voor deze drie gebieden zijn niet per ha uitgevoerd, maar voor het hele bedrijf, zodat ook de oppervlakte cultuurgrond zich weer als produktiefactor aandient.

Berekend werden de volgende produktiefuncties:

Wieringermeer: $Y = 0{,}184 + 0{,}020X_1 + 0{,}334X_2 + 0{,}668X_3$ $R = 0{,}85$

Oldambt : $Y = 2{,}468 + 0{,}5921X_1 + 0{,}063X_2 + 0{,}233X_3$ $R = 0{,}79$

West. N.B. : $Y = 1{,}910 + 0{,}380X_1 - 0{,}165X_2 + 0{,}689X_3$ $R = 0{,}83$

waarbij: Y = log. bruto-opbrengst in guldens
$X_1$= log. oppervlakte cultuurgrond in ha
$X_2$= log. nieuwwaarde der inventaris in guldens
$X_3$= log. bewerkingskosten in guldens

Uit de bovenstaande produktiefuncties blijkt duidelijk, welke grote invloed de factor grond heeft op de bruto-opbrengst in het Oldambt. De bewerkingskosten zijn voor dit gebied, vergeleken met de Wieringermeer en Westelijk Noord-Brabant, relatief laag. Deze verschillen zijn voor een groot deel te verklaren uit onderling afwijkende bouwplannen.

Het Oldambt heeft, zoals blijkt uit tabel 5, een arbeidsextensief bouwplan met een hoog percentage granen, dat om rendabel te kunnen zijn, een grote oppervlakte vraagt.

De Wieringermeer heeft, zoals blijkt uit zowel de produktiefuncties, als uit tabel 5 een nog iets arbeidsintensiever bouwplan dan Westelijk Noord-Brabant.

Voor het berekenen van een optimale combinatie der produktiefactoren, zoals dit gebeurd is voor de gegevens per ha van de Wieringermeer, kan men niet zonder meer de nieuwwaarde der inventaris gebruiken; de kosten van deze produktiefactor moeten namelijk verdeeld worden over meer dan één jaar.

Uit de coëfficienten van de nieuwwaarde der inventaris in de verschillende gebieden blijkt desondanks dat deze factor het meest rendabel is in de Wieringermeer.
Voor de factor oppervlakte grond geldt in wezen hetzelfde als hetgeen opgemerkt is over de nieuwwaarde der inventaris. Omdat voor het grafisch weergeven toch maar met drie variabelen gewerkt kan worden, houdt men deze factor meestal constant.

Om enig inzicht te krijgen in de wijziging der coëfficienten onder invloed van de correlaties tussen de produktiefactoren (zie tabellen 1, 2 en 3) in de bijlage werd uit de bewerkingskosten het aandeel der werktuigkosten weggelaten.
De berekende produktiefuncties waren nu:

Wieringermeer: $Y = 0,146 + 0,118X_1 + 0,513X_2 + 0,481X_4$ $R = 0,84$

Oldambt : $Y = 1,994 + 0,379X_1 + 0,043X_2 + 0,442X_4$ $R = 0,82$

West. N.B. : $Y = 1,867 + 0,410X_1 + 0,002X_2 + 0,530X_4$ $R = 0,79$

De betekenis van de variabelen is als die in de vorige functies; $X_4$ is de logarithme van de arbeidskosten + werk door derden.

De grootte der coëfficienten is, zoals blijkt uit vergelijking met de reeds eerder berekende vergelijkingen, enigszins verschoven. De invloed van deze verschuivingen op de produktiefuncties is niet zo groot als deze lijkt, omdat de som der coëfficienten lang niet zo sterk wijzigt.

Zoals reeds eerder opgemerkt, is de som van de coëfficienten der factoren een maat voor het al of niet voordeliger zijn van een grotere produktie-omvang. Hoewel de betrouwbaarheid der coëfficienten te wensen overlaat, bestaat de tendens dat voor de Wieringermeer een grotere produktie-omvang wenselijk zou zijn, daar de genoemde som groter is dan 1.

Ten slotte werden uit de bewerkingskosten, zowel werktuigkosten als werk door derden weggelaten, zodat alleen de arbeidskosten overblijven.
Het resultaat was nu:

Wieringermeer: $Y = 0,878 + 0,314X_1 + 0,565X_2 + 0,205X_5$ $R = 0,80$

Oldambt : $Y = 2,405 + 0,409X_1 - 0,047X_2 + 0,444X_5$ $R = 0,72$

West-N.B. : $Y = 2,099 + 0,505X_1 + 0,070X_2 + 0,381X_5$ $R = 0,82$

waarbij $X_5$ = logarithme van de arbeidskosten.

Ook nu blijken de coëfficienten van de factoren oppervlakte grond en nieuwwaarde der inventaris weer te verschillen van de reeds eerder berekende coëfficienten. Indien de produktiefactoren onafhankelijk waren, dus niet gecorreleerd, dan kunnen deze verschillen niet optreden. Men kan zich dat realiseren door het geheel ruimtelijk te beschouwen; de onafhankelijke variabelen zijn dan immers uitgezet op onderling loodrechte assen. De coördinatie die bij een bepaalde produktie horen, veranderen dan niet.

Voor de verschillen tussen de gebieden gelden ook voor deze laatste functies de reeds eerder gemaakte opmerkingen. Welke waarde men hieraan moet hechten, blijft gezien de onbetrouwbaarheid der coëfficienten, een vraag.

## VII. WAARDE VAN DE PRODUKTIEFUNCTIE VOOR DE PRAKTIJK

In de vorige hoofdstukken is reeds het een en ander opgemerkt over de problemen die aan de produktiefunctie-analyse kleven. Het is niet de bedoeling al deze problemen hieronder nog eens samen te vatten. Er zal getracht worden de vraag te beantwoorden of de produktiefunctie enige praktische waarde heeft. Ten aanzien van dit punt zijn de meningen van de onderzoekers op dit terrein nogal verdeeld. De meesten van hen zijn van oordeel dat de produktiefunctie te schematisch is en slechts enige theoretische waarde heeft.

Heady en Hjelm menen dat de produktiefunctie wel van enige betekenis kan zijn in de landbouwvoorlichting. Volgens Hjelm kan men met behulp van de produktiefunctie-analyse de zwakke punten in een bedrijf aanwijzen door de marginale produktiviteiten der verschillende produktiefactoren te vergelijken. Hij geeft toe dat het een nadeel is, dat produktiefuncties gebaseerd zijn op bestaande of verouderde technieken en dat gewerkt is met prijzen die niet meer gelden. Het maken van een bedrijfsplan moet daarentegen afgestemd zijn op toekomstige condities. Toch meent hij dat de produktiefunctie-analyse enige aanwijzing kan geven ten aanzien van de preferentie van sommige produktiefactoren (het zgn. "expansiepad").

Een gewone bedrijfsproduktiefunctie geeft echter geen aanwijzing over het verdelen van de beschikbare produktiefactoren over de diverse bedrijfstakken binnen het bedrijf; om dit te bepalen zou men beter een lineaire programmering kunnen toepassen.

In de praktijk heeft een bedrijf nooit de economisch optimale combinatie van de produktiefactoren. Dit wordt veroorzaakt door leemten in de kennis van de boer, onbekendheid met de hoogte van de prijzen of door de geringe deelbaarheid van sommige produktiefactoren. Alleen reeds op grond van deze feiten blijkt reeds, dat het moeilijk is op basis van een produktiefunctie een optimaal bedrijfsplan samen te stellen.

Volgens Antill heeft de produktiefunctie slechts betekenis voor grotere produktie-eenheden, b.v. voor marktvoorspellingen.

De produktiefunctie kan wel dienen tot het opsporen van verschillen tussengebieden, maar om deze te kunnen verklaren, moet men, zoals gebleken is bij de uitgevoerde berekeningen, over meer gegevens beschikken.

Een andere toepassingsmogelijkheid van de produktiefunctie is het samenvatten van statistische gegevens. Men kan op deze wijze b.v. een jaar landbouw in een gebied karakteriseren.

De vaak overheersende invloed van de factor "boer" is al genoemd. Een goede boer bereikt onder dezelfde omstandigheden en met dezelfde combinatie van produktiefactoren een hogere opbrengst dan een minder bekwame of gelukkige collega.

Ook de nadelige invloed van de hoge correlatie tussen de produktiefactoren is reeds eerder besproken, alsmede het vaak geringe aantal beschikbare gegevens.

De gegevens van een enkel jaar kunnen zo onderhevig zijn aan b.v. weersinvloeden, dat het niet wenselijk is op basis daarvan allerlei berekeningen uit te voeren.

an het voorgaande meent schrijver dezes te mogen concluderen,
produktiefunctie slechts geringe toepassingsmogelijkheden
ktiefunctie-analyse is te schematisch en er moet bij het toe-
el voorwaarden voldaan zijn, dat men beter naar een andere
zien. Ten aanzien van de biologische of technische produktie-
emerkt worden, dat de waarde daarvan voor het bedrijf niet
worden. Voor het bepalen van de economische optimale com-
duktiefactoren moet men immers naar het hele bedrijf kijken
optimale combinatie voor de enkele produktierichting. De prak-
mee vaak nog onvoldoende rekening.
voor het opstellen van bedrijfsplannen met behulp van moderne
dieken, kan de technische produktiefunctie belangrijk zijn.
b.v. India heeft men het probleem van een tekort aan mest-
s zij wel toegepast om te bepalen waar de beschikbare hoeveel-
iet best aangewend zou kunnen worden, om zoveel mogelijk pro-
jgen.

BIBLIOTHEEK
Uiterlijk terugzenden 5-10-'64
Zie pp.

C 227
21
100 ex.
Wi/AA/RH
21-5-1964

VIII. LITERATUUROPGAVE


1. Börlin, M. : Ökonometrische Methoden der Betriebsplanung Kongress: Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung. Stuttgart-Hohenheim Okt. '61
2. Hald, A. : Statistical theory with engineering applications, New-York 1952.
3. Heady, E.O. and Dillon, J.L. : Agricultural Production Functions Iowa State University Press 1961.
4. Hjelm, L. : An analysis of relative potentials of Lineair Programming and Production Functions in decision-making Inleiding I.B.M. seminar 1963.
5. Rasmussen, K. : Production Function analyses of farm accounts; with special reference to interfarm and random variation 1962.
6. Rasmussen, K. and Sandilands, M.M. : Production Function analyses of British and Irish farm account; with calculations of "managerial" and "random" variations in gross product. University of Nottingham, 1962.
7. Throsby, C.D. : Fitting Production Functions to experimental data Review of Marketing and Agricultural Economics, Vol.29, no. 3. September 1961.
8. Tinbergen, J. : Econometrie, 1941
9. Tintner, G. : Handbuch der Ökonometrie, Berlijn 1960.
10. Wragg, S.R. and Godsell, T.E. : Production Functions for Dairy Farming and their Application The Farm Economist, Vol.VIII, no. 5 1956.
11. O.E.C.D., Documentation in Food and Agriculture : Inter-disciplinary co-operation in technical and economic agricultural research, nov. 1961.

Bijlage

Correlaties tussen de logarithmen van de produktiefactoren

$y_1$ = log. bruto-opbr.
$x_1$ = " oppervlakte
$x_2$ = " Nieuww. der Inv.
$x_3$ = " bewerkings-kosten
$x_4$ = " arb.kosten + w.door derden
$x_5$ = " arbeidskosten
$x_6$ = " arb.k. + w.k.
$x_7$ = " w.door derden + werkt. kosten
$x_8$ = " werk door derden
$x_9$ = " werktuigen-kosten

Tabel 1. WIERINGERMEER

| | y | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ | $x_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_9$ | 0,73 | 0,54 | 0,92 | 0,71 | 0,46 | 0,44 | 0,74 | 0,70 | 0,18 | 1 |
| $x_8$ | 0,43 | 0,40 | 0,21 | 0,52 | 0,58 | 0,01 | 0,08 | 0,83 | 1 | |
| $x_7$ | 0,74 | 0,58 | 0,69 | 0,77 | 0,67 | 0,24 | 0,46 | 1 | | |
| $x_6$ | 0,70 | 0,54 | 0,67 | 0,89 | 0,80 | 0,93 | 1 | | | |
| $x_5$ | 0,54 | 0,39 | 0,40 | 0,80 | 0,81 | 1 | | | 1 | y |
| $x_4$ | 0,70 | 0,54 | 0,45 | 0,95 | 1 | | | 1 | 0,78 | $x_1$ |
| $x_3$ | 0,81 | 0,62 | 0,68 | 1 | | | 1 | 0,67 | 0,60 | $x_2$ |
| $x_2$ | 0,74 | 0,37 | 1 | | | 1 | 0,75 | 0,89 | 0,76 | $x_3$ |
| $x_1$ | 0,49 | 1 | | | 1 | 0,99 | 0,69 | 0,88 | 0,80 | $x_4$ |
| y | 1 | | | 1 | 0,96 | 0,96 | 0,76 | 0,85 | 0,80 | $x_5$ |
| | | | 1 | 0,98 | 0,96 | 0,98 | 0,81 | 0,87 | 0,74 | $x_6$ |
| | | 1 | 0,75 | 0,68 | 0,82 | 0,86 | 0,55 | 0,74 | 0,53 | $x_7$ |
| | 1 | 0,87 | 0,48 | 0,46 | 0,67 | 0,65 | 0,16 | 0,53 | 0,46 | $x_8$ |
| 1 | 0,45 | 0,83 | 0,82 | 0,71 | 0,74 | 0,82 | 0,80 | 0,74 | 0,40 | $x_9$ |
| $x_9$ | $x_8$ | $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | y | |

Tabel 2. OLDAMBT

Tabel 3. WEST. NOORD-BRABANT

| | y | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ | $x_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_9$ | 0,48 | 0,26 | 0,82 | 0,69 | 0,47 | 0,46 | 0,69 | 0,84 | 0,40 | 1 |
| $x_8$ | 0,63 | 0,43 | 0,47 | 0,72 | 0,75 | 0,37 | 0,50 | 0,83 | 1 | |
| $x_7$ | 0,67 | 0,42 | 0,76 | 0,83 | 0,71 | 0,47 | 0,70 | 1 | | |
| $x_6$ | 0,70 | 0,20 | 0,68 | 0,96 | 0,91 | 0,94 | 1 | | | |
| $x_5$ | 0,66 | 0,23 | 0,50 | 0,86 | 0,87 | 1 | | | | |
| $x_4$ | 0,76 | 0,28 | 0,54 | 0,96 | 1 | | | | | |
| $x_3$ | 0,77 | 0,29 | 0,65 | 1 | | | | | | |
| $x_2$ | 0,42 | 0,20 | 1 | | | 1 | y | | | |
| $x_1$ | 0,41 | 1 | | | 1 | 0,58 | $x_1$ | | | |
| y | 1 | | | 1 | 0,21 | 0,59 | $x_2$ | | | |
| | | | 1 | 0,30 | 0,38 | 0,03 | $x_3$ | | | |
| | | | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | y | | | | |

Tabel 4. WIERINGERMEER/HA

Vervolg bijlage

## Gemiddelden van de gebieden (L.E.I. 1961 - 1962)

Tabel 5. Grondgebruik

| | Oppervlakte | | Verdeling marktbare gewassen in % van de oppervlakte bouwland | | | | Veestapel | | Bewerkingskosten per bewerkingseenheid | Nieuwwaarde dode inventaris per ha |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | cultuurgrond ha | bouwland ha | granen % | aardappelen % | suikerbieten % | peulvruchten % | N.K. st. | G.V.E. st. | gld. | gld. |
| Oldambt | 45,00 | 43,26 | 67 | 1 | 2 | 6 | 3,3 | 8,6 | 9,13 | 1136 |
| Wieringermeer | 39,24 | 38,97 | 36 | 15 | 16 | 5 | 3,1 | 6,4 | 8,02 | 1493 |
| West. N-Brabant | 41,73 | 38,43 | 36 | 10 | 18 | 14 | 1,0 | 10,2 | 7,10 | 1364 |

Tabel 6. Kosten per ha cultuurgrond

| | Arbeidskosten | | werk door derden | werktuigkosten | veevoer | meststoffen | pacht | zaaizaad en pootgoed | overige kosten | totale kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | boer en gezinsleden gld. | betaald personeel gld. | gld. | gld. | gld. | gld. | gld. | gld. | gld. | gld. |
| Oldambt | 128 | 425 | 169 | 201 | 44 | 125 | 197 | 99 | 130 | 1517 |
| Wieringermeer | 217 | 329 | 319 | 250 | 45 | 140 | 264 | 195 | 189 | 1948 |
| West. N-Brabant | 139 | 360 | 165 | 239 | 108 | 149 | 218 | 115 | 144 | 1636 |

Tabel 7. Opbrengsten en resultaten per ha cultuurgrond

| | Marktbare gewassen | | | | Rundvee | | overige opbrengsten | totale opbrengsten | netto-overschot | arbeidsinkomen van de boer |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | granen gld. | aardappelen gld. | suikerbieten gld. | overige gewassen gld. | melk gld. | omzet + aanwas + overige opbrengsten gld. | gld. | gld. | gld. | gld. |
| Oldambt | 833 | 15 | 32 | 412 | 88 | 71 | 16 | 1468 | - 49 | 53 |
| Wieringermeer | 625 | 671 | 413 | 456 | 101 | 45 | 22 | 2334 | 386 | 520 |
| West. N-Brabant | 433 | 273 | 460 | 451 | 30 | 141 | 101 | 1887 | 251 | 348 |

Tabel 8. Oppervlakte per gewas

| | wintertarwe are | zomertarwe are | rogge are | haver are | wintergerst are | zomergerst are | mengteelt are | consumptieaardappelen are | fabrieksaardappelen are | suikerbieten are |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Oldambt | 320 | 1168 | 38 | 730 | 342 | 243 | | 3 | 36 | 81 |
| Wieringermeer | 491 | 429 | 13 | 194 | 31 | 236 | | 128 | | 631 |
| West. N-Brabant | 187 | 215 | | 76 | | 897 | | 297 | | 674 |