
Tussen Dupuit en De Glee

Het ontstaan van toegevoegde stijghoogte verlaging

C. van den Akker

Inleiding

In de afgelopen jaren heeft onder hydrologen en ecologen een tamelijk felle discussie plaatsgevonden over het fenomeen achtergrondverdroging.

In deze publicatie beschouw ik een basaal kwantitatief hydrologisch probleem dat van belang kan zijn voor het ontstaan van achtergrondverdroging. Ik richt me daarbij op het ontstaan van een verlaging van de stijghoogte in gedeeltelijk afgesloten grondwater en de doorwerking daarvan naar het freatische grondwater. In dit verband is het daarom beter om te spreken van achtergrondverlaging van de grondwaterstijghoogte, omdat verdroging per definitie betrekking heeft op een specifiek milieuprobleem binnen natuurgebieden.

Ik wil proberen het ontstaan van achtergrondverlaging van de grondwaterstijghoogte te verklaren. Ik versta onder achtergrondverlaging het volgende: De stijghoogteverlaging in diepe watervoerende pakketten die zich geleidelijk regionaal manifesteert over een periode van tientallen jaren.

Voor een betere begripsbepaling: In Nederland wordt regionaal in de diepere watervoerende pakketten een doorgaande verlaging van de grondwaterstijghoogte geconstateerd. Vanaf de jaren vijftig tot op heden is die verlaging tientallen centimeters. Er wordt wel gesproken van een toename van deze verlaging in de orde van 1 cm per jaar.

De laatste jaren is de discussie gevoerd over de oorzaken die leiden tot het ontstaan van deze trendmatige regionale verlaging van de grondwaterstijghoogte. Zonder volledig te zijn worden de volgende oorzaken genoemd:

- waterhuishoudkundige ingrepen
- toename actuele verdamping
- verstedelijking
- grondwateronttrekkingen
- onttrekkingen ten behoeve van infrastructurele werken
- inpolderingen

In deze publicatie kies ik een andere invalshoek. Ik poneer de volgende stelling: Het is hydrologisch gezien verklaarbaar dat een trendmatige regionale verlaging ontstaat in de

grondwaterstijghoogte gezien de ingrepen in het hydrologische systeem en de werking van het hydrologische systeem. Bovendien is het voorspelbaar dat deze verlaging zal plaatsvinden.

Toelichting op deze stelling: De opbouw van het hydrologische systeem, met een accent op het geohydrologische systeem in Nederland, is zodanig dat elke ingreep die er op gericht is, of tot gevolg heeft dat water onttrekken wordt aan het diepere grondwatersysteem (diepere watervoerende pakketten) een bijdrage levert aan het ontstaan van een regionale verlaging in die watervoerende pakketten.

In dit verband wordt deze verlaging een fenomeen dat feitelijk een deel is van de totale ontstane verlaging door het onttrekken van water uit diepere watervoerende pakketten.

Het begrip achtergrondverlaging is zo langzamerhand een beladen begrip. Gebruik van het woord “achtergrond” suggereert iets ongrijpbaars, iets dat niet door berekening of meting te verklaren valt en dat ontstaat als resultaat van onbekende processen. Naar mijn mening is het fenomeen echter goed te verklaren en daarom is de term achtergrondverlaging minder gewenst. In een volgend deel van deze publicatie introduceer ik daarom het begrip “Toegevoegde Stijghoogte Verlaging” (TSV).

Het geohydrologische systeem in Nederland

In deze publicatie wil ik mij beperken tot het ontstaan van verlagingen in de stijghoogte in regionale diepe watervoerende pakketten. In de beschouwde situatie wordt het freatische grondwater gescheiden van het diepere grondwater door scheidende lagen met een totale weerstand die varieert van enkele dagen tot enkele duizenden dagen. De freatische grondwaterstand wordt in hoge mate bepaald door het peil van aanwezig oppervlaktewater dat vrij afstromend is of waarvan het peil min of meer wordt gereguleerd. Het doorlaatvermogen van het diepe pakket is groot en het freatische pakket heeft een doorlaatvermogen dat verwaarloosbaar klein mag worden aangenomen. Dergelijke geohydrologische systemen komen tamelijk veel voor in het oosten en zuiden van Nederland. Historisch gezien kenmerkten dergelijke systemen in de lager gelegen gebieden zich door hoge wintergrondwaterstanden (stagnerende afvoer) en dus wateroverlast. Grondwatertrappen II en III waren veel voorkomend. In de zomer daalden de grondwaterstanden sterk door gewasverdamping en de lagere standen van het oppervlaktewater. In de hoger gelegen delen worden grondwatertrappen V en VI en hoger aangetroffen.

Kenmerkend voor de geohydrologische systemen is dat in het diepe watervoerende pakket in horizontale zin de grondwaterstijghoogten een sterke samenhang vertonen (men kan gemakkelijk een isohypsenkaart tekenen) maar dat de grondwaterstanden grote variaties vertonen, afhankelijk van bodemopbouw, afstand tot oppervlaktewater en maaiveldhoogte (het tekenen van een isohypsenkaart is niet goed mogelijk). Ik wil hier het grote verschil benadrukken tussen grondwaterstand en grondwaterstijghoogte. De interpretatie, berekening en meting van de grondwaterstijghoogte is vele malen gemakkelijker dan het interpreteren, berekenen en zelfs meten van de grondwaterstand.

Dit betekent ook dat het niet eenvoudig is een gemiddelde grondwaterstand ten opzichte van een referentieniveau vast te stellen voor een gebied. De grondwaterstanden kunnen zelfs op perceelniveau, bijvoorbeeld door de keuze van een meetpunt dichterbij of wat verder van oppervlaktewater en door de variatie in bodemopbouw, aanzienlijke verschillen vertonen.

In het vervolg van deze publicatie wordt, als er gesproken wordt van de grondwaterstand, een gemiddelde grondwaterstand bedoeld, zonder precies aan te geven hoe en over welk gebied dit gemiddelde wordt vastgesteld.

Het belang van oppervlaktewater voor het grondwatersysteem

Het oppervlaktewatersysteem werkt sterk regulerend op de grondwaterstanden en grondwaterstijghoogten.

Bij hoge grondwaterstanden wordt water afgevoerd (drainage) door beken, sloten en kanalen. Bij lage grondwaterstanden kan water uit het oppervlaktewatersysteem infiltreren. Bedacht moet worden dat draineren in het algemeen gemakkelijker gaat dan infiltreren. Daalt de grondwaterstand onder de drainagebasis en vallen beken en sloten droog, dan is de regulerende rol van het oppervlaktewater uitgespeeld. Staat daarentegen het grondwater hoog dan is er een intensief drainagesysteem werkzaam en is de invloed van de waterstanden in het oppervlaktewater groot op de hoogte van de grondwaterstand.

Nemen we ook het diepere grondwater mee in beschouwing, waarbij we voornamelijk uitgaan van de situatie dat de hydraulische weerstand tussen diep en ondiep grondwater niet te hoog is, dan zal een verandering van de stijghoogte bijvoorbeeld door een onttrekking resulteren in een verandering van de grondwaterstand.

In het geval geen oppervlaktewater aanwezig is zal de relatie sterk zijn. In het meest extreme geval is de grondwaterstandsverandering gelijk aan de stijghoogteverandering. Is er wel een goed ontwikkeld oppervlaktewatersysteem aanwezig met hoge grondwaterstanden ten opzichte van maaiveld dan zal een verandering van de stijghoogte in veel mindere mate resulteren in een verandering van de grondwaterstand. In het meest extreme geval (zoals in de De Glee formule) is de invloed van de stijghoogteverandering op de grondwaterstand nihil. Het oppervlaktewater staat vrijwel gelijk aan het maaiveld en heeft een constant niveau.

De doorvertaling van de verandering van de grondwaterstijghoogte op de grondwaterstand vertoont een sterk niet-lineair karakter. Immers in het verloop van de hoge grondwaterstanden naar de lagere zullen steeds meer sloten (drainagemiddelen) droogvallen, de ondiepere eerst totdat geen oppervlaktewater meer aanwezig is.

In de jaren vijftig van de vorige eeuw was de situatie aanwezig dat relatief grote gebieden in najaar en winter blank stonden, er was dus sprake van een echte De Glee situatie. Tegenwoordig is door een verbetering van de waterhuishoudkundige technieken (bijvoorbeeld bemalingstechnieken) de najaar- en winterstand van het oppervlaktewater lager. In najaar en winter hebben we echter nog steeds meer te maken met een De Glee

achtige situatie en in de zomer meer met een situatie waarbij het oppervlaktewater een minder grote rol speelt. Het systeem tendeeft meer naar een Dupuit situatie. Dit alles is uiteraard afhankelijk van de lokaal geldende grondwatertrap.

In het voorgaande is ingegaan op de toestand van het oppervlaktewatersysteem boven de locatie waar de verandering van de stijghoogte optreedt.

In het geval dat over een groot gebied het oppervlaktewatersysteem in de uitgangssituatie niet aanwezig is, zal het belangrijk zijn de randvoorwaarden op afstand te vinden waarmee de verlaging wordt gefixeerd.

Het bovenstaande kan wellicht worden uitgelegd aan de hand van de formule voor stationaire radiale stroming naar een put.

Formule van Dupuit:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{Q}{2\pi kH} \ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

hierin is:

φ = de stijghoogte [m]

Q = onttrekking door de put [m^3/d]

kH = doorlaatvermogen van het pakket [m^2/d]

r = poolcoördinaat [m]

met randvoorwaarde als $r = R$ dan is $\varphi = \varphi_0$

In dit geval is er dus geen bovenliggend oppervlaktewatersysteem dat de verlaging ($s = \varphi_0 - \varphi$) van de stijghoogte door de onttrekking in meer of mindere mate kan compenseren.

Indien de straal R groot wordt (stel R gaat naar oneindig) dan zal de verlaging in de buurt van de put toenemen en uiteindelijk volgens de formule oneindig worden. In de praktijk betekent dit dat grondwater “mining” plaatsvindt.

In Nederlandse omstandigheden zal dit niet optreden, er is altijd wel oppervlaktewater op grotere afstand dat uiteindelijk de verlaging fixeert. Het is echter voor de grootte van de verlaging uitermate belangrijk waar deze randvoorwaarde zich bevindt.

De andere uiterste situatie is die waarbij de grondwaterstand boven en in de omgeving van de onttrekking constant wordt verondersteld.

Deze situatie wordt voor stationaire, radiale stroming naar een put beschreven met:

$$\varphi - \varphi_0 = AI_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + BK_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

A, B [m] constanten, afhankelijk van de randvoorwaarden voor $r = r_w$ en $r = R$

Met de randvoorwaarde dat voor $r \rightarrow \infty$ geldt dat $\varphi = \varphi_0$ wordt de De Glee formule verkregen:

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{Q}{2\pi kH} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

hierin is:

λ = spreidingslengte [m]

Hierbij geldt dat de grondwaterstand in de omgeving van de put niet verandert als gevolg van de onttrekking door de put. Voor grote r gaat de Besselfunctie K_0 naar 0. Er is dus geen randvoorwaarde op grote afstand nodig om een stationaire toestand te bereiken.

Met behulp van de bovenstaande formules kan worden aangetoond dat met betrekking tot het oppervlaktewatersysteem twee zaken van belang zijn:

- De toestand (bijvoorbeeld dichtheid slotenstelsel, drainagebasis en waterstand) van het oppervlaktewatersysteem boven en in de omgeving waar een verlaging van de stijghoogte wordt gerealiseerd, bijvoorbeeld door een onttrekking;
- De randvoorwaarde op afstand (R in de formule van Dupuit) die de verandering in de stijghoogte fixeert en een stationaire situatie tot stand brengt.

In werkelijkheid is er veelal een situatie die is gelegen tussen het volledig beheerste peil van de grondwaterstand (De Glee randvoorwaarde) en de situatie waarbij de grondwaterstand onder de drainagebasis is gedaald.

In de navolgende hoofdstukken zal een rekenmethode worden gepresenteerd die het mogelijk maakt de geohydrologische situaties te analyseren die zijn gelegen tussen de De Glee situatie en de Dupuit situatie.

De overdrachtsfactor

Laten we de mate waarin een verandering van de stijghoogte wordt doorgegeven aan de grondwaterstand vastleggen met behulp van de overdrachtsfactor F [–].

Deze overdrachtsfactor F definiëren we als de mate waarin de gemiddelde grondwaterstand een verandering ondergaat onder invloed van een verandering van de stijghoogte in het diepere watervoerende pakket. Er wordt uitgegaan van stationaire grondwaterstroming. De situatie voordat de verandering in de stijghoogte wordt gerealiseerd (bijvoorbeeld door een onttrekking) wordt bekend verondersteld, dus de gemiddelde grondwaterstand h_0 en de φ_0 zijn bekend evenals de diverse geohydrologische parameters.

Indien daarna de stijghoogte verandert zal dat een nieuwe stationaire toestand opleveren, waarbij de gemiddelde grondwaterstand zich via de overdrachtsfactor instelt.

De waarde van de overdrachtsfactor F is een functie van de grondwaterstand h [m]. Uiteraard kennen we niet het exacte verloop van F als functie van h .

Wat we echter wel weten is dat als h gelijk is aan de maaiveldhoogte m_v [m] de overdrachtsfactor $F = 0$ (De Glee randvoorwaarde). Als de grondwaterstand gelijk is aan de drainagebasis h_d [m] wordt de Dupuit situatie benaderd. Het is echter niet onwaarschijnlijk dat onder invloed van de stijghoogtedaling en de daaruit voortvloeiende daling van h een verdampingsreductie zal plaatsvinden. Dit betekent dat als de grondwaterstand gelijk is aan de drainagebasis er toch nog sprake kan zijn van een toename in de voeding van het grondwater. Dit betekent dat als de grondwaterstand gelijk is aan de drainagebasis de overdrachtsfactor F iets kleiner is dan 1.

We weten ook dat bij een dalende grondwaterstand, te beginnen bij maaiveld, steeds meer drainagemiddelen uitvallen. Het is daarmee redelijk te veronderstellen dat de F als functie van h een niet-lineair verloop zal hebben.

De functie die dit verloop beschrijft heeft twee asymptoten (één evenwijdig aan het maaiveld en één loodrecht daarop voor de waarde van $F = 1$). De functie lijkt daarmee veel op een hyperbool en er is dan ook voor gekozen om een hyperbool te nemen voor het beschrijven van de overdrachtsfactor F als een functie van de grondwaterstand h .

Ongetwijfeld zal in het verloop werkelijkheid kunnen afwijken van de zuivere hyperbool, afhankelijk van de lokale situatie.

Het verloop kan worden gekarakteriseerd met een hyperbool waarbij geldt:

$$h - m_v = \frac{aF}{1 - F} + b$$

of:

$$F = \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{h - m_v - b}\right)} \quad (1)$$

waarin:

a, b constanten, $a < 0$, $b \leq 0$ [m]

h = de grondwaterstand ten opzichte van het referentie niveau [m]

m_v = hoogte maaiveld ten opzichte van het referentie niveau [m]

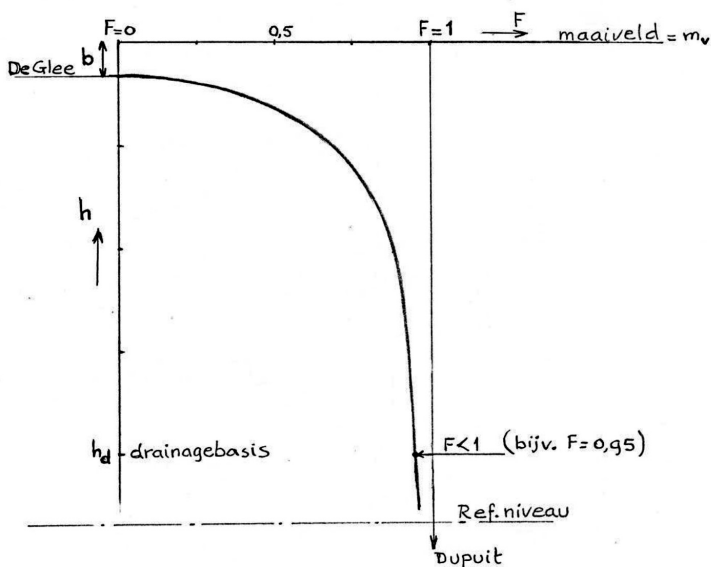
Als h nadert tot minus oneindig wordt $F = 1$

Als $h - m_v = b$ en a is niet gelijk aan 0 dan is $F = 0$

In afbeelding 1 is het verloop van de overdrachtsfactor weergegeven.

Met deze relatie wordt dus beschreven dat voor een zekere waarde van b (diepte grondwaterstand onder maaiveld) de De Glee randvoorwaarde geldt.

De waarde van a is afhankelijk van onder meer de verdampingsreductie. De waarde van a wordt bepaald door de gekozen waarde van F voor de drainagebasis. De waarde van F zal op de drainagebasis naar mijn inschatting liggen in de buurt van 0,9 of 0,95. De criteria voor een meer gefundeerde keuze van F op de drainagebasis is een punt voor nader onderzoek. De waarde van a is mede gerelateerd aan de lokaal vastgestelde grondwatertrap.



Afbeelding 1: Hyperbolisch verloop van de overdrachtsfactor.

Aangezien grondwatertrappen worden gekarakteriseerd met de GHG en de GLG en het hydrologische systeem in de zomer verschilt van het systeem in de winter (bijvoorbeeld ten aanzien van verdamping en wateraanvoer in de sloten) kan voor beide situaties een verschillend verloop van de overdrachtsfactor worden vastgesteld.

In deze publicatie wordt, voor de analyse van de grondwaterstand en -stijghoogte veranderingen, uitgegaan van een gemiddelde stationaire situatie waarbij één relatie voor de overdrachtsfactor geldt.

Relatie met het diepe pakket

In het diepere watervoerende pakket wordt de stijghoogte aangegeven met φ . De overdrachtsfactor F is gedefinieerd als de mate waarin een verandering van de stijghoogte resulteert in een verandering van de grondwaterstand.

Dus
$$\frac{dh}{d\varphi} = F$$

Tevens geldt:
$$F = 1 / \left(1 + \frac{a}{h - m_v - b} \right)$$

Hieruit volgt:
$$\varphi = h - m_v - b + a \ln(-h + m_v + b) + C1 \quad (2)$$

De integratieconstante $C1$ wordt berekend met behulp van de situatie waarbij geen onttrekking aanwezig is. De randvoorwaarde bij deze situatie is dat

$$h = h_0 \text{ en } \varphi = \varphi_0$$

Dus:
$$C1 = \varphi_0 - h_0 + m_v + b - a \ln(-h_0 + m_v + b) \quad (3)$$

De regionale verandering van de stijghoogte onder invloed van onttrekking van diep grondwater

Om grip te krijgen op de stijghoogteverlaging kunnen we het geohydrologische systeem vereenvoudigen. Het gaat per slot van rekening om de analyse van de verlagingen.

In de discussies in bijv. Stromingen wordt de verlaging in het diepe pakket opgedeeld in een verlaging ten gevolge van de winning van water (putonttrekking) en de aanwezige trendmatige verlaging die zich regionaal manifesteert.

Mijn stelling is dat een onttrekking uit het diepe watervoerende pakket bijdraagt aan het ontstaan van de trendmatige verlaging. Het maakt daarbij niet uit of de winning bijvoorbeeld ten behoeve van de drinkwatervoorziening plaatsvindt met een aantal relatief grote pompstations of een groter aantal kleinere pompstations. Dit onder de voorwaarde dat het totale gebied qua oppervlak gelijk blijft en de som van de winningshoeveelheden constant is. Ook als het totale aantal pompstations steeds groter wordt met uiteraard een evenredige vermindering van de onttrekking per pompstation moet mijn stelling waar zijn. Zelfs in de limietsituatie waarvoor geldt dat de onttrekking gelijkmatig verdeeld uit het pakket wordt gewonnen waarbij

$$q = \Sigma Q/Opp$$

moet een trendmatige verlaging optreden.

Laten we op regionale schaal de gevolgen van grondwateronttrekkingen bekijken, waarbij deze onttrekkingen plaatsvinden uit een diep watervoerend pakket met daarboven een freatisch pakket gescheiden door een slechtdoorlatende laag. Zoals eerder gesteld is het doorlaatvermogen van het freatische pakket verwaarloosbaar klein. Uiteraard worden deze onttrekkingen gedaan met behulp van putten. Rondom deze putten vindt toestroming plaats en de bekende afpompingskegel van de stijghoogte zal optreden. Laten we nu de verlaging ten gevolge van de toestroming naar putten die de bekende afpompingskegel veroorzaakt elimineren.

Op regionale schaal gaan we daartoe in een eerste benadering aannemen dat de onttrekking plaatsvindt als gelijkmatig verdeeld over het gehele gebied dat in beschouwing wordt genomen. Deze gelijkmatig verdeelde onttrekking is Δq .

Deze gelijkmatig verdeelde onttrekking zal voor wat betreft de waterwinning ten behoeve van de drinkwatervoorziening liggen in de orde van 0,0001 m/dag (1 miljard m³ per jaar over een oppervlak van 100 x 300 km²). Aangezien we nu uitsluitend met verticale stroming te maken hebben is de stroming in horizontale richting niet meer aanwezig. Er ontstaan dus geen afpompingskegels.

De waarde van het doorlaatvermogen van het diepe pakket is daarmee niet meer van belang zolang dit doorlaatvermogen maar zo groot is dat de regionale samenhang in stand blijft.

Stel dat tussen het freatische pakket en het diepe pakket overal een weerstandbiedende laag met een weerstand c aanwezig is.

De stroming in verticale zin door de weerstandbiedende laag wordt daarmee:

$$q = -\frac{h - \varphi}{c}$$

Deze q bestaat uit een deel dat reeds aanwezig was en dat wordt vermeerderd met Δq :

$$q = -(h_0 - \varphi_0) / c + \Delta q$$

Substitutie van φ (vgl 2) geeft

$$q = -\frac{\{h - (h - m_v - b + a \ln(-h + m_v + b) + C1)\}}{c}$$

$$\text{Dus} \quad q = -\frac{\{m_v + b - a \ln(-h + m_v + b) - C1\}}{c} \quad (4)$$

Voor $\Delta q = 0$ geldt dat $h = h_0$ en $\varphi = \varphi_0$

$$\text{Hieruit volgt dat} \quad C1 = \varphi_0 - h_0 + m_v + b - a \ln(-h_0 + m_v + b) \quad (5)$$

Na enig omwerken volgt dus dat

$$\text{Hieruit volgt dat} \quad \Delta q = \frac{a}{c} \ln \left[\frac{-h + m_v + b}{-h_0 + m_v + b} \right] \quad (6)$$

Ik definieer nu een toegevoegde stijghoogte verlaging (TSV) waarvoor geldt:

$$\text{TSV} := \varphi_0 - \varphi - \Delta q * c$$

Hierin is $\Delta q * c$ het verschil tussen h en φ dat ontstaat door de gelijkmatige onttrekking Δq

Uiteraard is in de bovenstaande analyse van de stijghoogte en de grondwaterstand de TSV identiek aan de daling van de grondwaterstand, er moet immers worden voldaan aan continuïteit, dus:

$$\text{TSV} := h_0 - h$$

We kunnen nu de TSV als volgt uitwerken:

De uitgangssituatie van de grondwaterstand ten opzichte van maaiveld is $gws = m_v - h_0$. Substitutie in vergelijking 6 geeft als resultaat:

$$\text{TSV} = (gws + b) \left(e^{\frac{c \Delta q}{a}} - 1 \right) \quad (7)$$

Het bovenstaande houdt in dat voor de De Glee situatie ($F = 0$)

$$\text{TSV} := \varphi_0 - \varphi - \Delta q * c$$

De randvoorwaarde in deze situatie is dat $h_0 = \varphi_0$ en $h = h_0$

Hieruit volgt dat
$$\Delta q = -\frac{h_0 - \varphi}{c} = -\frac{\varphi_0 - \varphi}{c}$$

En dus:

$$\text{TSV} = \varphi_0 - \varphi - (\varphi_0 - \varphi) = 0$$

In de Dupuit situatie ($F = 1$):

$$\text{TSV} = h_0 - h = \varphi_0 - \varphi - \Delta q * c = \varphi_0 - \varphi$$

Voor de tussenliggende situaties (F tussen 0 en 1) is de TSV op een bepaalde locatie afhankelijk van de oorspronkelijke grondwaterstand, de drainagebasis en waar ten opzichte van maaiveld de De Glee randvoorwaarde geldt.

Rekenvoorbeeld

Stel de volgende geohydrologische regionale situatie is aanwezig:

$$\Delta q = -0,1 * 10^{-3} \text{ m/dag}$$

$$c = 200 \text{ dagen}$$

$$m_v = 2 \text{ m}$$

$$F = 0 \text{ als } h = m_v$$

$$F = 0,95 \text{ als } h = h_n = 0$$

$$\text{Uitgangssituatie } \varphi_0 = h_0 = 1 \text{ m}$$

Hierbij is het referentie niveau dus gekozen op het niveau van de drainagebasis.

Uitwerking:

Substitutie in vergelijking 1 geeft: $a = -0,105$ en $b = 0$

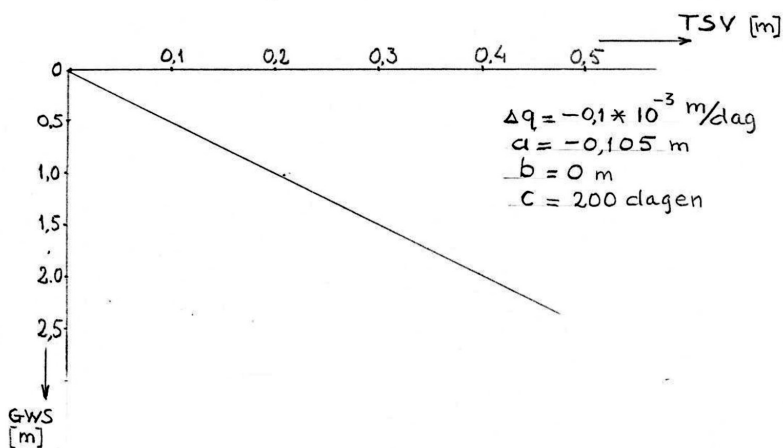
Substitutie in vergelijking 7 levert: $\text{TSV} = 0,21 \text{ m}$

Dit is een opvallend resultaat, alhoewel het verschil in stijghoogte tussen het freatische en diepe pakket door de gelijkmatig verdeelde onttrekking slechts $200 * 0,0001 = 0,02 \text{ m}$ is, daalt de stijghoogte met $0,23 \text{ m}$

Uit vergelijking 7 volgt dat de TSV lineair toeneemt met de som van $[gws \text{ en } b]$.

In het rekenvoorbeeld neemt de TSV met ruim 2 cm toe als de grondwaterstand (gws) $0,1 \text{ m}$ lager wordt genomen.

In afbeelding 2 is het verband weergegeven tussen TSV en de grondwaterstand in de uitgangssituatie. Hier is de relatie lineair door de keuze $b = 0$.



Afbeelding 2: Het verloop van de TSV met de grondwaterstand in de uitgangssituatie.

Uit vergelijking 7 volgt tevens dat de TSV niet lineair verloopt met de Δq . Dit betekent dat met een toenemende onttrekking de TSV onevenredig zal toenemen. Vertaald naar de praktijk betekent dit dat de onttrekkingen ten behoeve van de drinkwatervoorziening in de jaren vijftig een relatief kleinere TSV veroorzaakten door de toenmalige lage onttrekkingshoeveelheid. Bovendien was in die tijd de gemiddelde grondwaterstand hoger vanwege het feit dat bijvoorbeeld ruilverkavelingen (nog) niet hadden plaatsgevonden wat een lagere overdrachtsfactor betekende. Enkele decennia later veroorzaakte een toename van de onttrekking met dezelfde hoeveelheid als in de jaren vijftig werd onttrokken een relatief grotere toename van de TSV. Het is met vergelijking 7 vrij eenvoudig te analyseren wat in die tijd de TSV geweest moet zijn in vergelijking met de huidige situatie met een hogere onttrekking en een lagere h_0 (bijvoorbeeld ten gevolge van het ontbreken van waterhuishoudkundige ingrepen).

Men kan uiteraard stellen dat de TSV geen verklaring biedt voor het ontstaan van een trendmatige regionale verlaging, een trendmatige regionale verlaging die wel wordt gemeten maar tot op heden niet afdoende wordt verklaard. Ik ben van mening dat de analyse van de TSV een aantal interessante aanknopingspunten biedt om, in het geval van de hier beschouwde gelijkmatige onttrekking, een verklaring te vinden voor de trendmatige regionale verlaging.

Ik ben mij er terdege van bewust dat de bovenvermelde gevolgtrekkingen zijn gebaseerd op de afgeleide formules voor een geschematiseerde regionale hydrologische situatie. Echter de essentie van de werking van het hydrologische systeem wordt goed gekarakteriseerd.

Het totaal van de afleidingen, schematiseringen en gebruik van hoeveelheden en parameters is door mij gekozen op basis van ervaring en uitgewerkt aan de keukentafel. De resultaten zijn niet geverifieerd aan de hand van metingen. Dit betekent dat er nog veel gedaan kan worden in de volledige analyse van het fenomeen van de TSV.

Met deze schematisering, waarin echter ook de essentie van de werking van het oppervlaktewatersysteem is meegenomen, is het duidelijk dat een TSV aanwezig is in

het geval water op regionale schaal wordt onttrokken aan het diepe watervoerende pakket. Aangezien de bodemconstanten, drainagebasis en onttrekkingshoeveelheden redelijk realistisch zijn gekozen mag men op basis van rekenexercities en door te variëren met de waarde van F op de drainagebasis verwachten dat de huidige TSV door de onttrekkingen ten behoeve van drinkwatervoorziening in de orde van decimeters is. Men kan discussiëren over de juiste grootte van de TSV, het staat echter als een paal boven water dat er een TSV wordt veroorzaakt door regionaal verdeelde onttrekkingen uit het watervoerende pakket.

Men kan ook discussie voeren over bodemconstanten, het effect van het niet stationair zijn en de juiste karakterisering van de overdrachtsfactor F .

Ook kan men discussiëren over het effect op de TSV door de aanname van een gelijkmatige onttrekking van water uit het diepere pakket. In werkelijkheid vindt immers de onttrekking voor de drinkwatervoorziening plaats met behulp van putten.

Een overgang van een gelijkmatige onttrekking naar een groot aantal putten, waarbij uiteraard de totale onttrekking en het gebied waar de onttrekkingen plaatsvinden van dezelfde omvang zijn, zal de TSV beïnvloeden.

Voor een nadere analyse stel ik voor de formule af te leiden voor radiale stationaire stroming naar een put in het geval van gedeeltelijk afgesloten grondwater met een relatie tussen grondwaterstand en de stijghoogte gebaseerd op de overdrachtsfactor.

Voorstel voor het ontwikkelen van een analytische oplossing

Het zou voor de analyse van de verlagingen door putonttrekkingen in grondwater-systemen zoals hiervoor beschreven erg handig zijn indien we zouden beschikken over een gesloten analytische oplossing op basis van de ontwikkelde formules uit de voorgaande hoofdstukken.

Dit betekent dat we uit moeten gaan van de radiale stationaire stroming naar een volkomen put waarbij geldt:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{\varphi-h}{kHc} = 0$$

Substitutie van vergelijking 2 en 3 geeft:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{a \ln(f/f_0)}{\lambda^2} = 0 \quad (8)$$

waarin $\lambda = \sqrt{kHc}$ en $f = -h + m_v + b$ en $f_0 = -h_0 + m_v + b$

De bijbehorende randvoorwaarden zijn:

Voor $r = r_w$ geldt $q_r 2\pi H r_w = Q_0$

De tweede randvoorwaarde behoeft een nadere analyse.

We kunnen meerdere situaties in beschouwing nemen. De eerste is de situatie met één put en een randvoorwaarde op $r = R$ waarvoor geldt dat $\varphi = \varphi_0$ en $h = h_0$, dit is de welbekende Dirichlet randvoorwaarde.

De tweede is de situatie waarbij de put er één is in een stramien van vele putten in een regionale benadering. De putten zijn regelmatig verdeeld in het beschouwde gebied en onttrekken allen dezelfde volumestroom Q . Ook is aangenomen dat de regionaal verdeelde onttrekking in de tijd gezien over de hele regio gelijkmatig is toegenomen. Dit houdt dus in dat historisch gezien het aantal putten gelijk is gebleven en de onttrekking per put in de loop der tijd identiek is toegenomen. Indien we de vergelijking maken met de gelijkmatig verdeelde onttrekking Δq die de TSV veroorzaakte kunnen we bij benadering stellen dat iedere put een specifieke straal R_s heeft waarbij geldt dat:

$$\Delta q * \pi R_s^2 = Q$$

In het stramien van de onttrekkingen die dus op een afstand van $2 * R_s$ van elkaar zijn gelegen geldt dan als randvoorwaarde dat midden tussen de putten de volumestroom-dichtheid nul is. Dit betekent dat:

$$\text{voor } r = R_s \text{ is: } q_r = -k \frac{d\varphi}{dr} = 0$$

$$\text{en daarmee is: } \frac{d\varphi}{dr} = 0$$

$$\text{voor } r = R_s$$

De oplossing van de differentiaal vergelijking (vergelijking 8) is zeker niet gemakkelijk en het is nog maar de vraag of er een gesloten analytische oplossing bestaat.

In de differentiaalvergelijking (vergelijking 8) wordt de term $\ln(f/f_0)$ uitgedrukt in de grondwaterstand h . Nu is in vergelijking 2 de relatie gegeven tussen φ en h , echter de φ is expliciet bekend als een functie van h , terwijl we de h expliciet nodig hebben als functie van φ .

Ik heb om dit probleem op te lossen de hulp gevraagd van dr. E.J.M. Veling die mij attent maakte op het bestaan van de Lambert W functie waarmee de grondwaterstand h expliciet als functie van φ kan worden uitgedrukt door gebruik te maken van de Wp-tak van deze functie (zie formule (4.13) in Olver e.a., 2010).

Indien we uitgaan van vergelijking 2:

$$\varphi = h - m_v - b + a \ln(-h + m_v + b) + C1$$

$$\text{En we stellen: } f = -h + m_v + b \text{ en } g = \varphi - C1$$

$$\text{Dan is: } g = -f + a \ln f$$

Vervolgens is:
$$\frac{g}{a} = \ln(f e^{-f/a})$$

En dus:
$$e^{g/a} = f e^{-f/a}$$

Hieruit volgt:
$$-\frac{1}{a} e^{g/a} = -\frac{f}{a} e^{-f/a}$$

We introduceren nu de Lambert W functie waarvoor geldt:

$$W\left(-\frac{1}{a} e^{g/a}\right) = -\frac{f}{a}$$

Dus:
$$-f = a W\left(-\frac{1}{a} e^{g/a}\right)$$

In termen van de stijghoogte wordt daarmee de differentiaalvergelijking vgl 8

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \left\{ \frac{\varphi - m_v - b - a W\left\{-\frac{1}{a} \exp((\varphi - C1)/a)\right\}}{\lambda^2} \right\} = 0 \quad (9)$$

Waarbij geldt dat als $h_0 = \varphi_0$ dan is

$$C1 = m_v + b - a \ln(-h_0 + m_v + b)$$

en tevens: $a < 0$ en $b \leq 0$

Vooralsnog wordt er van uitgegaan dat de oplossing van deze differentiaalvergelijking numeriek dient plaats te vinden met de reeds eerder genoemde randvoorwaarden ter plaatse van de put en tevens:

als $r = R_s$ dan geldt dat:

$$\frac{d\varphi}{dr} = 0$$

Met MATLAB is de oplossing van de bovenstaande vergelijking 9 met de bijbehorende randvoorwaarden. Ed Veling was zo vriendelijk een MATLAB script te schrijven ter oplossing van de vergelijking.

Ter illustratie is de grondwaterstroming en het verloop van de grondwaterstand en grondwaterstijghoogte berekend voor de situatie met stroming naar een put. Er is uitgegaan van de eerder vermelde situatie waarbij nu echter in plaats van een gelijkmatige onttrekking een aantal putten wordt beschouwd.

Toepassing van de formule in een regionaal grondwatersysteem vraagt de toepassing van de randvoorwaarde op $r = R_s$. Immers in een regionaal systeem hebben we te maken met een (groot) aantal putten waarvan we aannemen dat ze aanwezig zijn in een regelmatig patroon.

Rekenvoorbeeld

Stel dat elke putonttrekking 7,3 miljoen m³/jaar groot is. Dit is $Q = 20.000 \text{ m}^3/\text{dag}$. In het voorbeeld van de gelijkmatig verdeelde onttrekking gingen we uit van:

$$q = -0,1 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{dag}$$

We definiëren nu de specifieke straal R_s zodanig dat

$$q * \pi R_s^2 + Q = 0$$

Voor het rekenvoorbeeld betekent dit dat $R_s \approx 8000 \text{ m}$

In het stramien van de onttrekkingen die dus op een afstand van $2 * 8000 = 16 \text{ km}$ van elkaar zijn gelegen geldt dan dat op

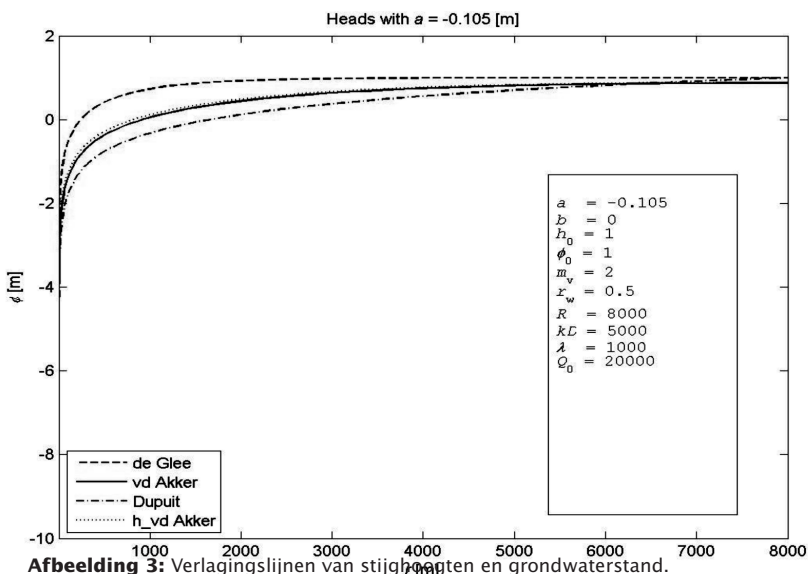
$$r = R_s \text{ de randvoorwaarde moet zijn dat } q_r = 0 \text{ dus } \frac{d\phi}{dr} = 0$$

Het resultaat is weergegeven in afbeelding 3.

Opgemerkt moet worden dat in dit rekenvoorbeeld de totale onttrekking wordt gerealiseerd met één put met een straal van 0,5 m. Dit is niet realistisch, een onttrekking van deze omvang zal door een aantal putten in een puttenveld worden onttrokken. Dit betekent dat de rekenresultaten uit het rekenvoorbeeld gelden vanaf enkele honderden meters uit de put.

De TSV is in de nabijheid van de put in de orde van grootte van 1 meter ($h_0 - h$).

De TSV wordt minder naarmate de afstand tot de put toeneemt, er blijft in deze berekende situatie nog een TSV over van ruim 0,12 meter op een afstand van 8 km.



Afbeelding 3: Verlaginglijnen van stijghoogten en grondwaterstand.

In de afbeelding 3 zijn de verlagingen van de stijghoogten en grondwaterstanden aangegeven ten opzichte van h_0 en ϕ_0 die in dit rekenvoorbeeld beide op het niveau van 1 m zijn gesteld.

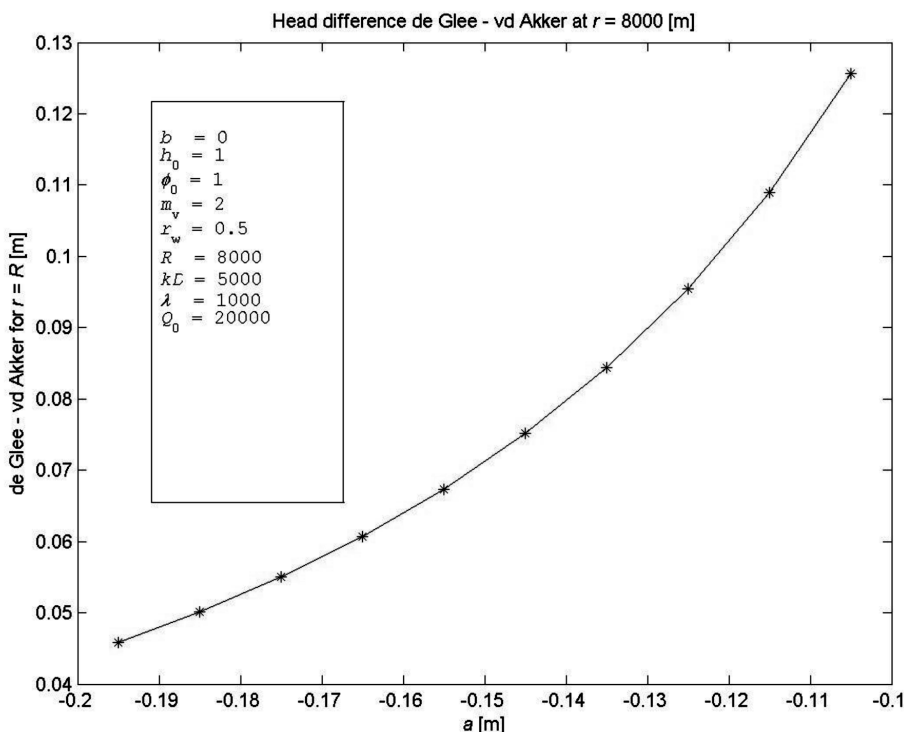
In de afbeelding is eveneens het verloop van de grondwaterstijghoogten weergegeven als een resultaat van de toepassing van de formule van De Glee en de formule van Dupuit.

Bij de toepassing van de formule van De Glee is het duidelijk dat de verlaging van de stijghoogte reeds op een afstand van 3000 m tot praktisch nul is gereduceerd. Uiteraard is de bijbehorende grondwaterstand in het geheel niet beïnvloed door de winning.

Bij toepassing van de formule van Dupuit is het vinden van een randvoorwaarde op grote afstand niet zonder meer mogelijk.

De randvoorwaarde $\frac{d\phi}{dr} = 0$

voor $r = R_s$ werkt niet, men vindt geen stationaire oplossing. Slechts als op $r = R_s$ een fysieke randvoorwaarde aanwezig is (bijvoorbeeld groot oppervlaktewater) kan men stellen dat als $r = R_s$, dan $\phi = \phi_0$ is (Dirichlet randvoorwaarde). Ter illustratie heb ik de Dupuit verlaging aangegeven in de afbeelding 3 als zou er een fysieke randvoorwaarde zijn op $r = R_s$, de verlaging is daar dan 0. In werkelijkheid ligt zonder de fysieke randvoorwaarde de verlaging lijn van Dupuit lager, hoeveel lager is niet aan te geven. De grondwaterstand en de stijghoogte hebben uiteraard dezelfde waarde.



Afbeelding 4: Verschil in stijghoogte tussen De Glee en Van den Akker op 8000 meter.

De berekening op basis van vgl 9 (in de afbeelding aangegeven als “Van den Akker”) geeft als resultaat een tussenliggende oplossing. Afhankelijk van de keuze van maai-veldhoogte, de situatie van h_0 en φ_0 en de ligging van de drainagebasis, waarvoor geldt dat $F = 0,95$ wordt de grondwaterstijghoogte berekend. Mede als gevolg van de randvoorwaarde op $r = R_s$ blijft op 8 km nog een verlaging over van ruim 0,12 m. Eveneens is de bijbehorende grondwaterstand (aangegeven als “h_Van den Akker”) in de afbeelding aangegeven. In dit geval ligt het verschil tussen grondwaterstand en de stijg-hoogte in de orde van grootte van een aantal centimeters tot een decimeter hetgeen uiteraard voorspelbaar was op basis van continuïteit en vergelijking 2.

Teneinde het effect zichtbaar te maken van de keuze van de F op de hoogte van de drainagebasis is de berekening herhaald voor een aantal waarden van a volgend uit de keuze van F . In afbeelding 4 is het resultaat weergegeven, bij een keuze van een kleinere F ter hoogte van de drainagebasis neemt uiteraard de resterende verlaging op 8 km af.

Ook kan men berekenen hoe groot de TSV zou zijn geweest in het verleden toen minder grondwater werd onttrokken. Uiteraard neemt dan de TSV af. De TSV is bovendien niet evenredig met de onttrekking aan de put.

Uit de berekening blijkt het volgende:

In een regionale benadering draagt een onttrekking door middel van een put bij aan het ontstaan van een stijghoogteverlaging die voorheen werd gekarakteriseerd als achtergrondverlaging. Deze verlaging strekt zich uit over een grotere afstand dan tot nu toe veelal werd aangenomen.

Terugblik op verlagingberekeningen

Wat is er nu in het verleden in het kader van het berekenen van verlagingen veelal gebeurd.

Men heeft de verlagingsslijn die hoort bij de vdA-oplossing en die de geschematiseerde werkelijkheid representeert gefit met het verloop van de Dupuit oplossing. Met een kleine onttrekking verkrijgt men een goede fit en waar de de Dupuit oplossing het nul niveau snijdt, kiest men de R uit de formule van Dupuit. Dit blijft men echter ook doen bij het opschalen van de winning tot grotere onttrekkingen. Nog steeds is tot op enkele kilometers van de winning met Dupuit een redelijk goede fit te maken met de vdA-oplossing. Ook hier bepaalt men weer de invloedstraal R . Echter er is, zoals blijkt uit de vdA-oplossing op grotere afstand ook een TSV ontstaan die niet meer verwaarloosbaar klein is. Houdt men toch vast aan de vastgestelde invloedstraal dan zal men de TSV op grotere afstand kwalificeren als een verlaging die door onbekende oorzaak is ontstaan (achtergrondverlaging??) Men “vergat” echter dat Dupuit inhoudt dat er geen verandering in de voeding mag optreden en dat alleen een fysieke randvoorwaarde op afstand leidt tot een stationaire situatie. Het probleem met de achtergrondverlaging moet daarom naar mijn mening gezocht worden in het niet correct hanteren van de randvoorwaarden en daaraan verbonden het gebruiken van de niet juiste formule. De in het verleden gevonden oplossingen hadden dan ook veelal een probleem met continuïteit.

Ik pretendeer niet met de hier gepresenteerde analyse een allesomvattende verklaring te hebben gevonden voor de achtergrondverlaging. Wel meen ik te mogen vaststellen dat met behulp van deze analyse op een zeer sterk geschematiseerde hydrologische situatie, onttrekkingen, zoals die voor de drinkwatervoorziening zijn gerealiseerd, bijdragen aan het ontstaan van een verlaging die wordt aangemerkt als TSV. Deze TSV is de verlaging die eerder als (een deel van) achtergrondverlaging werd aangemerkt.

Ik heb in deze publicatie mij uitsluitend gericht op de onttrekkingen ten behoeve van de drinkwatervoorziening. Daarnaast zijn er andere onttrekkingen van grondwater aan het diepe watervoerende pakket. Ook deze onttrekkingen zullen bijdragen aan het ontstaan van TSV.

Aanbevelingen

Zoals eerder vermeld is deze publicatie tot stand gekomen aan de keukentafel. Ik bedoel daarmee dat ik het merendeel van de noodzakelijke basisinformatie (hydrologische schematisering, parameterwaarden, onttrekkingshoeveelheden) heb bepaald op basis van ervaring zonder gebruik te maken van recente data, literatuur en dergelijke.

Ik besef daarmee dat nog veel kan worden gedaan aan een meer nauwkeurige vaststelling en invulling van harde getallen in de relatie tussen TSV en de vastgestelde regionale trendmatige verlaging. Het kan bovendien van maatschappelijk belang zijn, daar een verlaging van de grondwaterstand en grondwaterstijghoogte belangrijke landbouwkundige en ecologische gevolgen kan hebben.

Het zou aanbeveling verdienen dat uit de hoek van de (geo)hydrologen gezamenlijk onderzoek wordt opgetuigd om te komen tot een sluitende verklaring omtrent de achtergrondverdroging en een opstellen van adequate rekenregels voor de interpretatie van de trendmatige regionale stijghoogteverlaging.

Conclusies

Op regionale schaal zal zich door de aanwezige onttrekkingen van water aan het watervoerende pakket een TSV ontwikkelen. Elke onttrekking van water, of het nu gaat om een putonttrekking, een toename van de kwel door een onderbemaling, een ruilverkaveling waarbij een lager peil wordt ingesteld of anderszins draagt bij aan het ontstaan van TSV. De TSV is een onderdeel van de verlaging die door de onttrekkingen tot stand wordt gebracht. De TSV zal zowel in het diepe als in het freatische pakket aanwezig zijn. Een adequate berekening van de TSV maakt dat de tot op heden niet begrepen trendmatige regionale verlaging verklaard wordt.

Ik meen te hebben aangetoond dat een TSV ontstaat als gevolg van onttrekkingen van grondwater uit het diepe pakket. Ik heb dat echter gedaan door gebruik te maken van schematiseringen waarbij de rol van het oppervlaktewatersysteem belangrijk is. Ook de uitgangssituatie met betrekking tot de grondwaterstand blijkt belangrijk te zijn.

In werkelijkheid zal de overdrachtsfactor van plaats tot plaats verschillen, het zal daarmee nodig zijn te bepalen hoe groot het aandeel is van een bepaalde onttrekking in het

totaal van de TSV op een bepaalde locatie. Eveneens is het voor een correcte interpretatie van de verlagingen en een vaststelling van de oorzaak nodig informatie te hebben over de volgtijdelijkheid en het verloop van de verschillende ingrepen in het systeem.

In het vorenstaande is aangetoond dat onttrekkingen ten behoeve van de drinkwatervoorziening bijdragen aan het ontstaan van TSV over een groter gebied dan tot nu in het algemeen werd aangenomen.

Daarmee dient de trendmatige regionale verlaging niet langer gescheiden te worden van de effecten van winningen van water en ingrepen die er anderszins toe leiden dat water wordt onttrokken aan het diepe watervoerende pakket. De trendmatige regionale verlaging hangt samen met de onttrekkingen en waterhuishoudkundige ingrepen die sinds decennia plaatsvinden.

Literatuur

Olver, F.W.J., D.W. Lozier, R.F. Boisvert en C.W. Clark, editors (2010). NIST Handbook of Mathematical Functions. Cambridge University Press, New York, NY, 2010. <http://dlmf.nist.gov/4.13>

