

32/446(414) 2<sup>e</sup> ex.

**BIBLIOTHEEK  
STARINGGEBOUW**

**Geostatistische interpolatie van grondwaterstandsdiepten  
met behulp van fysisch-geografische informatie en de  
resultaten van een regionaal stromingsmodel**

**W.J.M. te Riele  
E.P. Querner  
M. Knotters  
A.B. Pomper**

**Rapport 414**

**DLO-Staring Centrum, Wageningen, 1995**



**18 APR. 1996**

920509

## REFERAAT

W.J.M. te Riele, E.P. Querner, M. Knotters en A.B. Pomper, 1995. *Geostatistische interpolatie van grondwaterstandsdiepten met behulp van fysisch-geografische informatie en de resultaten van een regionaal stromingsmodel*. Wageningen, DLO-Staring Centrum. Rapport 414, 64 blz.; 15 fig.; 8 tab.; 47 ref.

Onderzocht zijn de mogelijkheden om de grondwaterstand ten opzichte van maaiveld en ten opzichte van NAP ruimtelijk te interpoleren met geostatistische interpolatiemethoden. In het bijzonder is de invloed van het gebruik van hulpinformatie (hydrologische proceskennis en fysisch-geografische informatie) onderzocht bij verschillende dichtheden van het meetnet. De interpolatie van de grondwaterstand ten opzichte van maaiveld leidde steeds tot grote interpolatiefouten. De interpolatie van de grondwaterstand ten opzichte van NAP leverde aanmerkelijk betere resultaten. Gebruik van hulpinformatie leidde tot kleinere interpolatiefouten, ook wanneer het meetnet van de grondwaterstanden werd verdund.

Trefwoorden: interpolatiefout, hydrologie, meetnet

ISSN 0927-4499

©1995 DLO-Staring Centrum, Instituut voor Onderzoek van het Landelijk Gebied (SC-DLO)  
Postbus 125, 6700 AC Wageningen.  
Tel.: (0317) 474200; fax: (0317) 424812; e-mail: postkamersc.dlo.nl

DLO-Staring Centrum aanvaardt geen aansprakelijkheid voor eventuele schade voortvloeiend uit het gebruik van de resultaten van dit onderzoek of de toepassing van de adviezen.

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van DLO-Staring Centrum.

Project 493

[Rap414W.HM/01.96]

## Inhoud

	blz.
Woord vooraf	9
Samenvatting	11
1 Inleiding	15
1.1 Doel en afbakening	15
1.2 Literatuurbeschouwing	16
1.3 Aanpak	17
1.4 Kennisbelang	17
1.5 Opbouw van het rapport	17
2 Opzet van het onderzoek	19
2.1 Gegevensverzameling	19
2.2 Validatie	19
3 Materialen	21
3.1 Het studiegebied	21
3.2 Het meetnet	24
4 Hulpinformatie	29
4.1 Fysisch-geografische informatie	29
4.1.1 Inleiding	29
4.1.2 Gebruikte fysisch-geografische informatie	29
4.1.3 Regressie-analyse	30
4.2 Systeemkennis	31
4.2.1 Inleiding	32
4.2.2 Beschrijving van het model FEMSATS	32
4.2.3 Invoergegevens	33
4.2.4 Modelkalibratie	36
4.2.5 Modeluitkomsten	36
5 Ruimtelijke interpolatie	39
5.1 Inleiding	39
5.2 Grondwaterstandsdiepte	41
5.2.1 Analyse van de ruimtelijke structuur	41
5.2.2 Toegepaste interpolatiemethoden	42
5.3 Grondwaterstand	44
5.3.1 Analyse van de ruimtelijke structuur	44
5.3.2 Toegepaste interpolatiemethoden	44
5.4 Interpolatie bij verschillende dichtheden van het meetnet	46
6 Interpolatie-uitkomsten	49
6.1 Inleiding	49
6.2 Grondwaterstandsdiepte	49
6.3 Grondwaterstand	53

7	Invloed dichtheid meetnet op de interpolatiefout	57
8	Conclusies en aanbevelingen	59
	8.1 Conclusies	59
	8.2 Aanbevelingen	59
	Literatuur	61

### **Tabellen**

1	Overzicht van de gebruikte hulpinformatie en toegepaste interpolatiemethoden	12
2	Overzicht van de oppervlakte (A in ha) van de strata en het aantal testpunten (n) per stratum	26
3	De drainageweerstand (in dagen) van het secundaire en tertiaire systeem per deelgebied (voor lokatie deelgebieden, zie fig. 7)	35
4	De grootte van de zoekstraal en het maximale aantal gridpunten en hoogtepunten per interpolatiemethode en per gridpuntsafstand	47
5	De gemiddelde interpolatiefouten van de grondwaterstandsdiepte van de drie onderzochte methoden uitgedrukt in de Mean Error, Root Mean Square Error en de Root Mean Kriging Variance per stratum en voor het gehele gebied	50
6	Vergelijking van de interpolatiefout bij ordinary-kriging, kriging gecombineerd met regressie en cokriging uitgedrukt in de t-waarde, alsmede het aantal effectieve vrijheidsgraden en de daarbij behorende kritieke t-waarden bij een onbetrouwbaarheidsdrempel ( $\alpha$ ) van 2,5%	52
7	De gemiddelde interpolatiefouten van de absolute grondwaterstand van de drie onderzochte methoden uitgedrukt in de Mean Error, Root Mean Squared Error en de Root Mean Kriging Variantie per stratum en voor het gehele gebied	53
8	Vergelijking van de interpolatiefout bij IRF2-kriging, IRF2-kriging gecombineerd met regressie en residuele IRF2-kriging uitgedrukt in de t-waarde, alsmede het aantal effectieve vrijheidsgraden en de daarbij behorende kritieke t-waarden bij een onbetrouwbaarheidsdrempel ( $\alpha$ ) van 2,5%	55

### **Figuren**

1	Schematische weergave van het maaiveld en de grondwaterspiegel	15
2	Ligging van het onderzoeksgebied	22
3	Stelsel van waterlopen in het modelgebied	23
4	De locatie van de meetpunten in het onderzoeksgebied	24
5	De stratificatie van het studiegebied	25
6	De grondwaterstandsvariatie op de testpunten op 17 maart 1993	27
7	Het knooppuntennet en de zeven deelgebieden in het modelgebied	34
8	De samenhang tussen de werkelijke grondwaterstand en de grondwaterstand die met FEMSATS is berekend op de gridpunten	37
9	Het verloop van het maaiveld, de gemeten grondwaterstanden en de uitkomsten van FEMSATS in een raai van 13 gridpunten	38
10	De ruimtelijke samenhang (semivariantie) van de grondwaterstandsdiepte	42
11	De ruimtelijke samenhang van de verschilwaarden tussen de gemeten grondwaterstanden en de uitkomsten van FEMSATS op de gridpunten	46

12 De samenhang tussen de krigingvariantie en de afstand tot het dichtst bij gelegen meetpunt	51
13 De samenhang tussen de absolute interpolatiefout en de krigingvariantie bij toepassing van residuele IRF2-kriging	54
14 De interpolatiefout bij IRF2-kriging, IRF2-kriging gecombineerd met regressie en residuele IRF2-kriging bij verschillende dichtheden van het meetnet	57
15 De verschillen in interpolatiefouten bij verschillende dichtheden van het meetnet in vergelijking met IRF2-kriging uitgedrukt in de $t$ -waarde	58

## Woord vooraf

Het onderzoek naar het gebruik van hulpinformatie bij de ruimtelijke interpolatie van grondwaterstandsdiepten komt voort uit de aanbevelingen die de werkgroep Gt heeft gedaan (Werkgroep, 1991, niet-gepubl. bron). Het onderzoek sluit aan op onderzoek waarin de samenhang tussen fysisch-geografische kenmerken en de grondwaterstand is onderzocht (Te Riele en Brus, 1992). De resultaten van dit onderzoek zullen worden gebruikt bij het onderzoek naar de beschrijving van de grondwaterstandsdiepte in ruimte en tijd, dat in het kader van DLO-programma 227 plaatsvindt.

Het onderzoek is uitgevoerd door de afdeling Landinventarisatiemethoden en de afdeling Regionaal Waterbeheer van DLO-Staring Centrum. De afdeling Regionaal Waterbeheer heeft de deterministische modellering uitgevoerd. De afdeling Landinventarisatiemethoden paste geostatistische interpolatiemethoden toe en voerde statistische analyses uit.

Ten behoeve van het onderzoek werd een meetnet ingericht in een gebied ten zuidwesten van Putten. Wij bedanken de grondeigenaren/gebruikers voor de toestemming tot het verrichten van de veldwaarnemingen. Wij bedanken ook het Waterschap Noord-Veluwe voor de verstrekte leggerkaarten van de waterlopen. Ook bedanken wij dr.ir. A. Stein (LUW) voor de programmatuur die hij beschikbaar stelde. Dr.ir. J.J. de Gruijter en dr. D.J. Brus (SC-DLO) bedanken we voor hun adviezen en ondersteuning bij de interpolaties. Voorts bedanken wij G.H. Stoffelsen en ing. F. Brouwer van SC-DLO voor de uitvoering van de veldmetingen. Tenslotte bedanken we dr.ir. M.F.P. Bierkens voor zijn aanvullingen op het manuscript.

## Samenvatting

In een groot deel van Nederland bevindt de grondwaterstand zich op geringe diepte beneden het maaiveld en is daarom van grote invloed op de gebruiksmogelijkheden van het land. De inventarisatie van de grondwaterstandsdiepte gebeurde in het verleden vrijwel uitsluitend op basis van een relatie tussen de grondwaterfluctuatie en hydromorfe kenmerken. Meer recent wordt de grondwaterstand ook met behulp van deterministische grondwatermodellen gesimuleerd. Daarnaast zijn geostatistische methoden ontwikkeld die naast een schatting van de grondwaterstand, ook een indicatie van de betrouwbaarheid van deze schatting opleveren. Het probleem bij al deze methoden is dat voor het verkrijgen van betrouwbare uitkomsten een dicht meetnet vereist is.

Wij zijn in dit onderzoek nagegaan in hoeverre met het gebruik van gemakkelijk te verkrijgen hulpinformatie betrouwbare ruimtelijke voorspellingen van de grondwaterstandsdiepte kunnen worden verkregen, in het bijzonder in situaties met een geringe waarnemingsdichtheid van de grondwaterstandsdiepte.

Ten behoeve van het onderzoek is een meetnet ingericht in een gebied van 900 ha in de Gelderse Vallei, even ten zuidwesten van Putten. In het gebied is in een regelmatig grid van 250 m x 250 m de grondwaterstandsdiepte op 17 maart 1993 gemeten. Daarnaast hebben we op dezelfde datum de grondwaterstandsdiepte op 100 aselekt bepaalde testpunten gemeten. Vanuit de gridpunten is de grondwaterstandsdiepten geïnterpoleerd naar de testpunten.

In dit onderzoek is nagegaan of het gebruik van fysisch-geografische informatie respectievelijk systeemkennis (model van de regionale stroming) kan bijdragen tot het verkleinen van de interpolatiefout.

De fysisch-geografische informatie ontleenden we aan de bodemkaart, de geomorfologische kaart, de hoogtepuntenkaart, de waterstaatskaart en de ecohydrologische districtenkaart. Met behulp van lineaire regressie is voor de gridpunten de samenhang tussen de grondwaterstandsdiepte enerzijds en de absolute en relatieve maaiveldshoogte en twee bodemgroepen anderzijds gemodelleerd. Met dit regressiemodel hebben voor de punten op de hoogtepuntenkaart de grondwaterstandsdiepte geschat alsmede de grondwaterstand ten opzichte van NAP. Als systeemkennis is het regionale stromingsmodel FEMSATS gebruikt. Met behulp van dit model is voor een dicht (knoop-)puntennet de grondwaterstand ten opzichte van NAP op bovengenoemde datum gesimuleerd.

De doelvariabelen in dit onderzoek waren:

- a) de grondwaterstandsdiepte (grondwaterstand ten opzichte van maaiveld);
- b) de grondwaterstand ten opzichte van NAP, in het vervolg de grondwaterstand genoemd.

De keuze van de geostatistische interpolatiemethode werd in sterke mate bepaald door de ruimtelijke eigenschappen van de doelvariabele en de hulpinformatie. In tabel 1 is een overzicht gegeven van de toegepaste interpolatiemethoden.

Tabel 1 Overzicht van de gebruikte hulpinformatie en toegepaste interpolatiemethoden

Gebruikte hulpinfor- matie	Geïnterpoleerde variabele	
	Grondwaterstand ( $h_g$ )	Absolute grondwaterstand ( $z_g$ )
Geen	Ordinary kriging	IRF2-kriging
Regressie- voorspellingen	Kriging gecombineerd met regressie	IRF2-kriging gecombineerd met regressie
Relatieve maaiveldshoogte	Cokriging	-
FEMSATS- berekeningen	-	Residuele IRF2-kriging

De ruimtelijke samenhang van de doelvariabele is bepalend voor het voordeel van geostatistische interpolatiemethoden boven andere. De grondwaterstandsdiepten zijn in het onderzochte gebied slechts over een zeer korte afstand (max. 200 m) gecorreleerd. Daarom leidt alleen interpolatie over zeer korte afstanden tot betrouwbare uitkomsten van deze variabele. Bij *ordinary kriging*, waarbij uitsluitend de waarnemingen op de gridpunten worden gebruikt is de interpolatie-afstand veelal groter dan 200 m. Deze methode leidde daarom tot grote interpolatiefouten (*Root Mean Square Error (RMSE)* = 40,5 cm). Bij *kriging gecombineerd met regressie* zijn de hoogtecijfers 'vertaald' in schattingen van de grondwaterstand(sdiepte) met behulp van een regressiemodel. De *RMSE* van de ruimtelijke voorspellingen met deze methode is 31,0 cm. Bij *cokriging* wordt gebruik gemaakt van de ruimtelijke correlatie tussen doel- en hulpvariabele. Deze interpolatiemethode leidde tot ruimtelijke voorspellingen met een *RMSE* van 32,4 cm.

De grondwaterstand vertoont een sterk verhang. In een dergelijke situatie wordt *IRFk-kriging* toegepast, waarbij de ruimtelijke structuur wordt beschreven met een gegeneraliseerde covariantiefunctie. Analyse leverde een tweedegraads trend op. De interpolatie van de grondwaterstand is daarom uitgevoerd met *IRF2-kriging*. Deze interpolatiemethode, waarbij uitsluitend de waarnemingen op de gridpunten zijn gebruikt, leverde een *RMSE* van 11,0 cm. Werd bij deze interpolatiemethode het meetnet verdicht met schattingen van de grondwaterstanden op de hoogtepunten (*IRF2-kriging gecombineerd met regressie*), dan nam de gemiddelde interpolatiefout (significant) toe tot 12,9 cm, als gevolg van de onzekerheid van het gebruikte regressiemodel. Bij de residuele *IRF2-kriging* hebben we eerst de grondwaterstanden die we uit de FEMSATS-berekening op de knooppunten verkregen, d.m.v. *IRF2-kriging geïnterpoleerd* naar de testpunten. Vervolgens zijn de residuen (verschil tussen FEMSATS-berekening en gemeten waarde) op de gridpunten middels *ordinary kriging*



geïnterpoleerd naar de testpunten. De som van deze twee interpolatie-uitkomsten vormen de voorspelde grondwaterstand. Deze procedure leidde tot een gemiddelde voorspelfout van 10,3 cm.

De effecten van de dichtheid van het meetnet op de interpolatiefout hebben we uitsluitend onderzocht voor de grondwaterstand. Hiertoe zijn de interpolaties behalve bij een gridpuntsafstand van 250 m, ook uitgevoerd bij een gridpuntsafstand van 500, 750, 1000 en 1500 m. Dit leidde voor *IRF2*-kriging (zonder gebruik van hulpinformatie) tot een zeer sterke toename van de interpolatiefout. Bij een gridpuntsafstand van 1500 m bedroeg de *RMSE* bijna 40 cm. *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie leverde bij deze gridpuntsafstand een *RMSE* van ca 15 cm en bij residuele *IRF2*-kriging van ruim 20 cm.

De belangrijkste conclusies van het onderzoek zijn, gegeven het studiegebied en de schaal waarop de grondwaterstanden zijn geïnterpoleerd:

- 1) Interpolatie van de grondwaterstandsdiepte leidt zelfs bij een geringe interpolatieafstand tot zeer grote interpolatiefouten. Gebruik van hulpinformatie levert een sterke reductie van de interpolatiefouten, maar blijft voor veel toepassingen nog onacceptabel groot.
- 2) Interpolatie van de grondwaterstand over beperkte afstand geeft met alle drie onderzochte methoden redelijk betrouwbare uitkomsten.
- 3) Bij grote gridpuntsafstanden leidt *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie en in mindere mate ook residuele *IRF2*-kriging tot kleinere interpolatiefouten dan *IRF2*-kriging zonder gebruik van hulpinformatie.

# 1 Inleiding

## 1.1 Doel en afbakening

Het doel van dit project is

- 1) te onderzoeken of met gebruik van hulpinformatie de grondwaterstandsdiepte nauwkeuriger ruimtelijk kan worden geïnterpoleerd en
- 2) te onderzoeken wat de invloed is van de dichtheid van het meetnet voor de grondwaterstandsdiepte op de grootte van de interpolatiefouten.

De doelvariabele in dit onderzoek is de grondwaterstand ten opzichte van maaiveld op 17 maart 1993,  $h_g$ , verder aangeduid als de grondwaterstandsdiepte (fig. 1).

De grondwaterstandsdiepte varieert sterk ten gevolge van de variatie van de maaiveldshoogte. De grondwaterstand ten opzichte van een vast referentievlak, bijvoorbeeld NAP, heeft ruimtelijk een veel gladder verloop. Het is daarom aannemelijk dat de grondwaterstand ten opzichte van NAP zich ruimtelijk nauwkeuriger laat interpoleren dan  $h_g$ . Bovendien is te verwachten dat binnen afzienbare tijd nauwkeurige digitale terreinmodellen beschikbaar komen, zodat de grondwaterstanden ten opzichte van NAP gemakkelijk tot grondwaterstanden ten opzichte van maaiveld herleid kunnen worden. We hebben daarom ook de mogelijkheden onderzocht van de interpolatie van de grondwaterstand ten opzichte van NAP,  $z_g$ , verder aangeduid als de grondwaterstand.

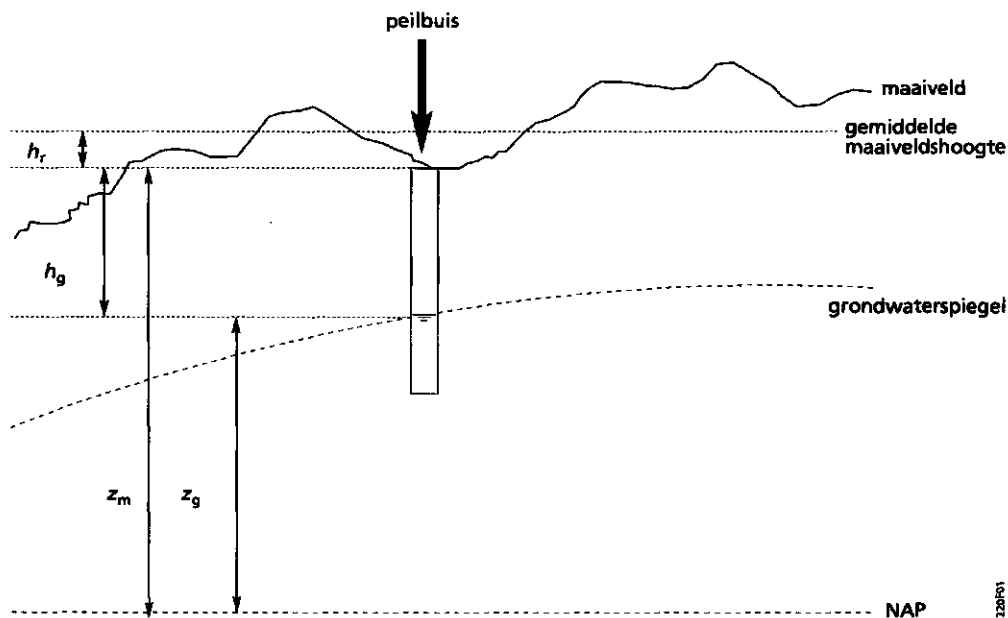


Fig. 1 Schematische weergave van het maaiveld en de grondwaterspiegel

Een probleem bij de ruimtelijke interpolatie van de grondwaterstandsdiepte en in mindere mate van de grondwaterstand is, dat voor het verkrijgen van voldoende betrouwbare interpolatie-uitkomsten een dicht meetnet vereist is. Dit is meestal niet voorhanden, en kan om logistieke redenen (tijd en kosten) meestal niet worden ingericht. Er is evenwel allerlei informatie en kennis beschikbaar op basis waarvan het meetnet verdicht kan worden met punten met een geschatte grondwaterstand(sdiepte).

We hebben de volgende hulpinformatie in dit onderzoek gebruikt:

- a) Fysisch-geografische kenmerken: op basis van lineaire regressie is de samenhang tussen deze kenmerken en de grondwaterstand(sdiepte) bepaald, waarmee vervolgens het meetnet met geschatte grondwaterstandsdiepten of grondwaterstanden is verdicht;
- b) Informatie over het regionale hydrologische systeem, verder systeemkennis genoemd. Deze is beschreven met het relatief eenvoudige regionale stromingsmodel FEMSATS. Met dit model is voor een dicht knooppuntennet de grondwaterstand berekend.

## 1.2 Literatuurbeschouwing

Voor het beschrijven van de ruimtelijke variatie van de grondwaterstand wordt veelal gebruik gemaakt van regionale stromingsmodellen (Querner & Van Bakel, 1989). Deze modellen geven een fysische, deterministische, beschrijving van de grondwaterstroming.

Naar de beschrijving van de ruimtelijke variatie van de grondwaterstandsdiepte is al veel langer onderzoek verricht (Commissie, 1958; Colenbrander, 1970 en Van Heesen, 1971) en meer recent door Van der Sluijs (1982) en Van der Sluijs en De Gruijter (1985), Marsman en De Gruijter (1986) en De Vries en van Wallenburg (1990). Het bezwaar van de methoden die in deze onderzoeken zijn gebruikt, is dat ze kwalitatief zijn. Ze zijn namelijk gebaseerd op een indeling in klassen, de zogenaamde grondwatertrappen of Gt's. Met de geostatistische interpolatiemethoden die in de laatste decennia ontwikkeld zijn (o.a. Delhomme, 1978), is het mogelijk om de ruimtelijke variatie van de grondwaterstandsdiepte kwantitatief te beschrijven. Van Geer (1987) heeft de toepassing van het Kalman filter algoritme op de beschrijving van de grondwaterstroming onderzocht. Daarin worden proceskennis en een stochastische methode gecombineerd. Ook door Droesen en Olsthoorn (1990) is proceskennis in de interpolatieprocedure opgenomen. Voorts zijn tijd-ruimte-modellen in ontwikkeling (Rouhani & Wackernagel, 1990).

De meeste onderzoeken zijn gebaseerd op een beperkte gegevensset (o.a. grote onderlinge afstand van de meetpunten) en/of hebben betrekking op grondwater op grotere diepte. In dit onderzoek richten we ons op het freatisch grondwater en het voorkomen daarvan op lokale en regionale schaal.

### **1.3 Aanpak**

Ten behoeve van het onderzoek hebben we een proefgebied ingericht waarin we in een dicht net op nauwkeurig bepaalde locaties grondwaterstandsdiepten hebben gemeten. Met de aanwezige fysisch-geografische informatie en systeemkennis is voor een dicht net de grondwaterstandsdiepte of de grondwaterstand geschat. Deze geschatte waarden zijn vervolgens gebruikt bij de interpolatie.

Om inzicht te krijgen in het effect van de dichtheid van het meetnet op de grootte van de interpolatiefout, hebben we de interpolaties uitgevoerd bij vijf verschillende dichtheden.

Bij het onderzoek zijn uitsluitend reeds beschikbare geostatistische interpolatiemethoden toegepast. De resultaten van de interpolaties zijn gevalideerd op een onafhankelijke en aselekt bepaalde gegevensset.

### **1.4 Kennisbelang**

In een groot deel van Nederland bevindt het freatisch grondwater zich op geringe diepte beneden het maaiveld. De grondwaterstandsdiepte is daarom van grote invloed op de gebruiksmogelijkheden van het land. Kennis van de grondwaterstandsdiepte is van belang voor het treffen van o.a. de juiste teelt- en milieumaatregelen. De grondwaterstand is van belang met betrekking tot civieltechnische maatregelen, onderzoek naar stofstromen e.d.. Door de Werkgroep Gt-onderzoek (1991) is aanbevolen onderzoek te doen naar de mogelijkheden van deterministische en stochastische modellering voor de beschrijving van het grondwaterstandsverloop. Onderzoek naar het nut van het gebruik van deterministische modelresultaten als hulpinformatie bij geostatistische interpolatie, sluit aan op de aanbevelingen van de werkgroep.

Met dit onderzoek wordt ook meer inzicht verkregen in de verhouding tussen waarnemingsdichtheid en de nauwkeurigheid van de interpolatie-uitkomsten, wat van belang is voor de optimalisering van meetnetten.

De resultaten van het onderzoek kunnen bijdragen tot verbetering van inventarisaties op regionale schaal, zoals landinrichtingsprojecten en milieu-effectstudies.

### **1.5 Opbouw van het rapport**

In hoofdstuk 2 geven we de opzet van het onderzoek weer en gaan we in op wijze van validatie van de ruimtelijke voorspellingen van de toegepaste methoden. In hoofdstuk 3 beschrijven we de fysische geografie van het studiegebied en gaan we nader in op de opzet van het meetnet. Vervolgens gaan we in hoofdstuk 4 nader in op de gebruikte hulpinformatie. Hierin wordt toegelicht hoe de aanwezige fysisch-geografische informatie en systeemkennis is aangewend voor een eerste benadering

van de grondwaterstand(sdiepte). In hoofdstuk 5 wordt eerst een beschrijving gegeven van het principe van geostatistische interpolatie. Vervolgens worden de gebruikte interpolatiemethoden globaal beschreven. In hoofdstuk 6 bespreken we de resultaten van de onderzochte interpolatie-methoden bij de verschillende meetdichtheden. In hoofdstuk 7 gaan we in op het effect van de meetdichtheid op de grootte van de interpolatiefout. Tenslotte geven we in hoofdstuk 8 de conclusies van dit onderzoek.

## **2 Opzet van het onderzoek**

### **2.1 Gegevensverzameling**

Het onderzoek is zo opgezet, dat de interpolaties van de grondwaterstanddiepte op een wijze plaatsvinden die ook in de praktijk kan worden toegepast. Daarom zijn ook uitsluitend reeds beschikbare interpolatiemethoden gebruikt en is het onderzoek in een proefgebied uitgevoerd. Door interpolatie vanuit deze meetpunten naar elk willekeurig ander punt in het studiegebied wordt gebiedsdekkend een schatting verkregen van de grondwaterstandsdiepte. In het algemeen zijn we meer geïnteresseerd in een grondwaterstandskarakteristiek, bijv. de gemiddeld hoogste grondwaterstand (GHG), dan in de grondwaterstand op een willekeurig tijdstip. De GHG is echter niet foutloos te bepalen, anders dan na metingen over een lange reeks van jaren. In dit onderzoek gaat het om een zo zuiver mogelijke schatting te krijgen van de interpolatiefout bij verschillende interpolatiemethoden. Om die reden is de doel variabele de grondwaterstandsdiepte op een bepaald tijdstip, die bij benadering foutloos is te meten. We hebben daarvan zowel de grondwaterstandsdiepte als de grondwaterstand onderzocht.

Omdat het bij dit onderzoek gaat om praktisch toepasbare interpolatiemethoden, hebben we alleen die hulpinformatie onderzocht die rechtstreeks of na een eenvoudige bewerking gebruikt kan worden. Om het nut van het gebruik van hulpinformatie te bepalen hebben we de interpolaties uitgevoerd met en zonder gebruik van hulpinformatie.

We hebben de volgende hulpinformatie onderzocht:

- a) de grondwaterstandsdiepten of grondwaterstanden op hoogtepunten die met een regressiemodel op basis van de absolute en relatieve maaiveldshoogte en informatie op de bodemkaart 1 : 50 000 zijn geschat en
- b) de grondwaterstanden die met een regionaal stromingsmodel voor een dicht net van knooppunten zijn berekend.

Tabel 1 geeft een overzicht van de onderzochte hulpinformatie en de toegepaste interpolatiemethoden. Het effect van de dichtheid van het meetnet op de interpolatiefout hebben we onderzocht door uit het oorspronkelijke meetnet waarnemingspunten weg te laten. Op deze wijze hebben we het oorspronkelijke meetnet in 4 stappen verdund van 1 observatiepunt per 6,25 ha tot 1 meetpunt per 225 ha.

### **2.2 Validatie**

Om de nauwkeurigheid van de interpolatie-uitkomsten te bepalen, hebben we op een aantal aselekt gekozen punten, de zogenaamde testpunten, de grondwaterstandsdiepte ook gemeten. Het verschil tussen de gemeten en geïnterpoleerde waarde van de grondwaterstand(sdiepte) is de interpolatiefout. De interpolatiefout bestaat uit twee componenten:

- a) een systematisch deel (onzuiverheid) en
- b) een toevallig deel (de spreiding van de fouten).

De *Root Mean Square Error* bevat zowel het systematische als het toevallige deel van de voorspelfout en wordt in dit onderzoek als validatiecriterium gebruikt.

De onzuiverheid is het rekenkundig gemiddelde van de interpolatiefouten, in het vervolg aangeduid met de *Mean Error (ME)*.

De *Mean Error* is:

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{h}_{g,i} - h_{g,i})}{n} \quad (1)$$

De *Root Mean Square Error (RMSE)* wordt als volgt berekend:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{h}_{g,i} - h_{g,i})^2}{n}} \quad (2)$$

hierin zijn:

$h_{g,i}$  = gemeten grondwaterstandsdiepte op locatie  $i$

$\hat{h}_{g,i}$  = door interpolatie verkregen grondwaterstandsdiepte op locatie  $i$

$n$  = het aantal testpunten

Om na te gaan wat enerzijds het effect van de interpolatie-afstand is op de interpolatiefout, anderzijds of de punten aan de rand van het studiegebied een andere (naar verwachting grotere) interpolatiefout hebben dan punten in het centrum van het studiegebied, hebben we het studiegebied verdeeld in 4 strata.

Om op een objectieve wijze vast te stellen of en in welke mate er verschillen zijn in de grootte van het gemiddelde van de absolute interpolatiefout tussen de interpolatiemethoden, hebben wij de *Student's t-toets* gebruikt. De verschillen zijn statistisch significant indien de  $t$ -waarde valt buiten zijn kritische waarden, met andere woorden, of  $t$  niet ligt tussen  $-t_v$  en  $t_v$  van de  $t$ -verdeling, gegeven  $v$  vrijheidsgraden en een onbetrouwbaarheidsdrempel ( $\alpha$ ) van 2,5%. Voor het verschil tussen de populaties  $x_1 \dots x_n$  en  $y_1 \dots y_n$  is de  $t$ -waarde als volgt gedefinieerd:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{s^2/n}} \quad (3)$$

Waarbij  $\bar{x}$  en  $\bar{y}$  het gemiddelde is van de absolute fout van de twee met elkaar te vergelijken interpolatiemethoden. In dit onderzoek waar het gebied is onderverdeeld in een aantal strata, is de  $t$ -waarde alsmede het aantal effectieve vrijheidsgraden ( $v$ ) berekend, rekening houdend met o.a. het aantal testpunten per stratum en de oppervlakte van de strata (Cochran, 1977 p. 96).

### 3 Materialen

#### 3.1 Het studiegebied

Het studiegebied ligt in de Gelderse Vallei, ten zuidwesten van het dorp Putten. Het is een vierkant blok van 3 km x 3 km (fig. 2). Voor de toepassing van het model FEMSATS is rondom het studiegebied een randstrook met een breedte van een kilometer aangehouden. Het studiegebied inclusief de randstrook is aangeduid als het modelgebied (fig. 2).

Het modelgebied ligt op de overgang van de Gelderse vallei naar de Veluwe. De huidige landschapsvorm van het modelgebied is in grote mate bepaald door de komst van het landijs in de voorlaatste ijstijd (Saalien). In die periode zijn door zijdelingse opstuwning van de aanwezige sedimenten van de grote rivieren stuwheuvels (o.a. de Veluwe) en glaciële dalen waaronder de Gelderse Vallei ontstaan. De glaciële kleien en zanden die in die periode zijn afgezet behoren, evenals de grove fluvioglaciële zanden, tot de Formatie van Drente. Na de terugtrekking van het landijs ontstond in de Gelderse Vallei de Eemzee. Tijdens deze mariene fase (Eemien) werden aanvankelijk grofzandige en later kleiige sedimenten afgezet (Eem Formatie). Gedurende de laatste ijstijd, het Weichselien, was de Eemzee drooggevallen en trad vanwege de schaarse begroeiing (droge en koude omstandigheden) verstuiving van zanden vanuit het Noordzee/Eemzeebekken op. Deze eolische afzettingen zijn de dekzanden, die in het grootste deel van het modelgebied tot aan het maaiveld reiken, en behoren tot de Formatie van Twente. Gedurende het Holoceen steeg de zeespiegel weer, er trad veenvorming op en in de lagere delen werd zeeklei afgezet (Grondwaterkaart, 1984). Het veen is naderhand door afkalving, oxydatie en afgraving grotendeels verdwenen.

Geohydrologisch vormt de Formatie van Twente met een dikte van 10 tot 20 m het eerste watervoerend pakket. Hieronder bevindt zich een slecht doorlatend pakket van ca. 15 m (het kleiige deel van de Eem Formatie). Onder deze eerste scheidende laag bevindt zich een tweede ca. 35 m dik watervoerend pakket, dat bestaat uit het grofzandige deel van respectievelijk de Eem Formatie en de Formatie van Drente. In het modelgebied wordt het pakket met glaciële kleilagen van de Formatie van Drente dat op een diepte van ca. 50 m begint, beschouwd als de hydrologische basis. Bodemkundig gezien wijkt het grootste deel van het studiegebied niet af van de pleistocene dekzandgebieden in Nederland. Het gebied bestaat uit dekzandruggen met daartussen vlaktes, waarin ten dele verspoelde dekzanden (Geomorfologische, 1982). Het gebied is vooral in het zuidoosten sterk geaccidenteerd, met op de hogere delen podzolgronden, op de extreem hoge delen enkeerdgronden en in de laagten beekerd- of gooreerdgronden. In het uiterste noordoosten komt de invloed van de Zuiderzee tot uiting in de aanwezigheid van een kleidek. De bodem in het studiegebied bestaat over het algemeen uit leemarm tot zwak lemig, goed doorlatend zand. Op sommige plaatsen bevindt zich op een diepte van ca. 1,5 m een enkele decimeters dik laagje vast veen. De bovengrond wordt gevormd door zwak- of sterk lemig dekzand met een cultuurdek (Leenders *et al.*, 1990).



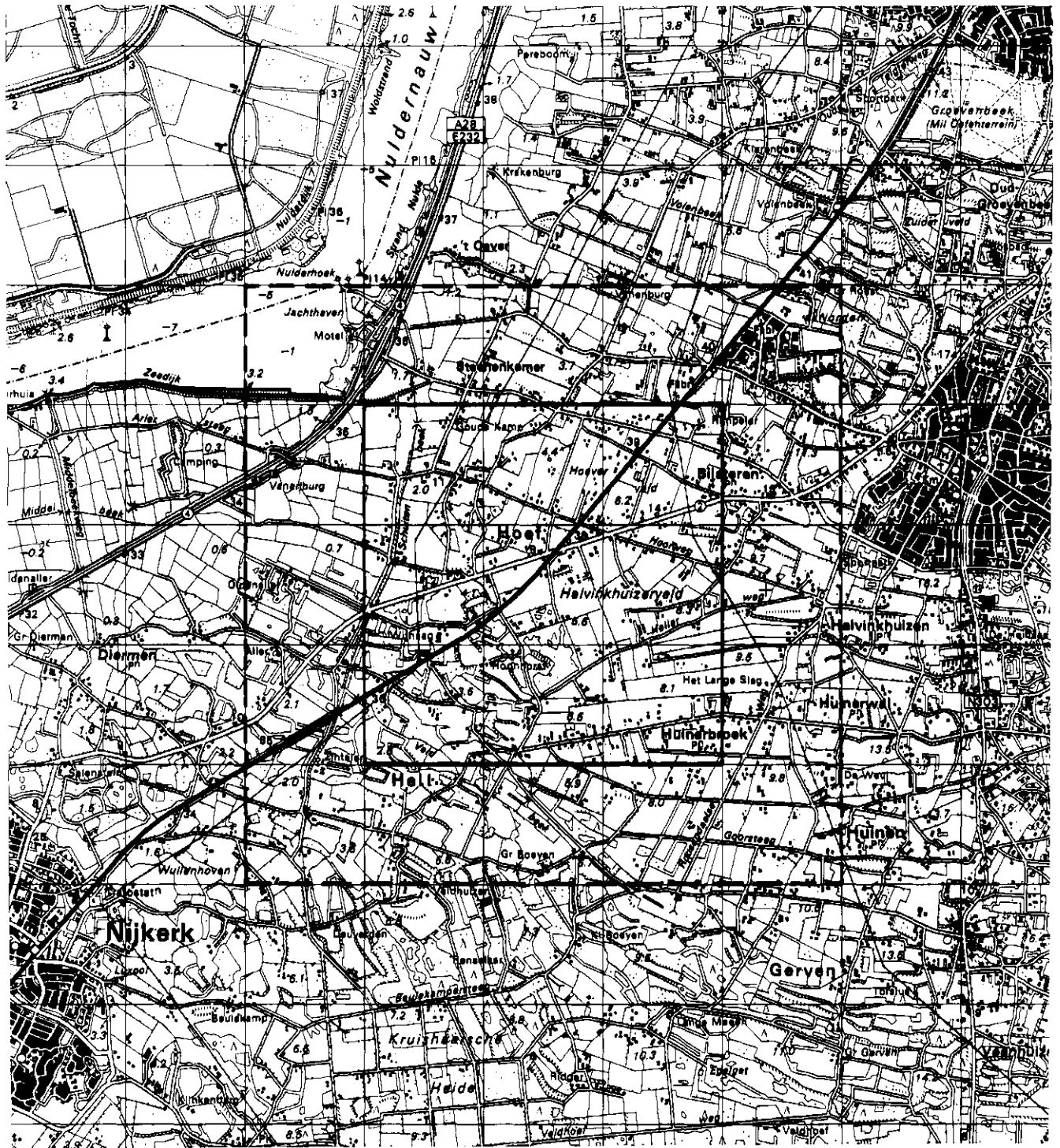


Fig. 2 Ligging van het onderzoeksgebied

De grondwaterstandsdiepte in het gebied varieert sterk, wat tot uiting komt in de aanwezigheid van grondwatertrap II tot en met VIII op de bodemkaart (Steur & Heijink, 1987, Breeuwsma *et al.*, 1989, Leenders *et al.*, 1990).

De gronden worden overwegend gebruikt als grasland ten behoeve van de veehouderij. Op de verspreid liggende bouwlandpercelen wordt voornamelijk voedermais geteeld. In het zuidwesten van het gebied komen enkele heideveldjes en bosperceeltjes voor.

Het gebied helt sterk af van oost (9,5 m + NAP) naar west (ca. 0,5 m + NAP). In het grootste deel van het gebied wordt het neerslagoverschot via natuurlijke afstroming door de Schuitenbeek afgevoerd naar het Nuldernauw (fig. 3).

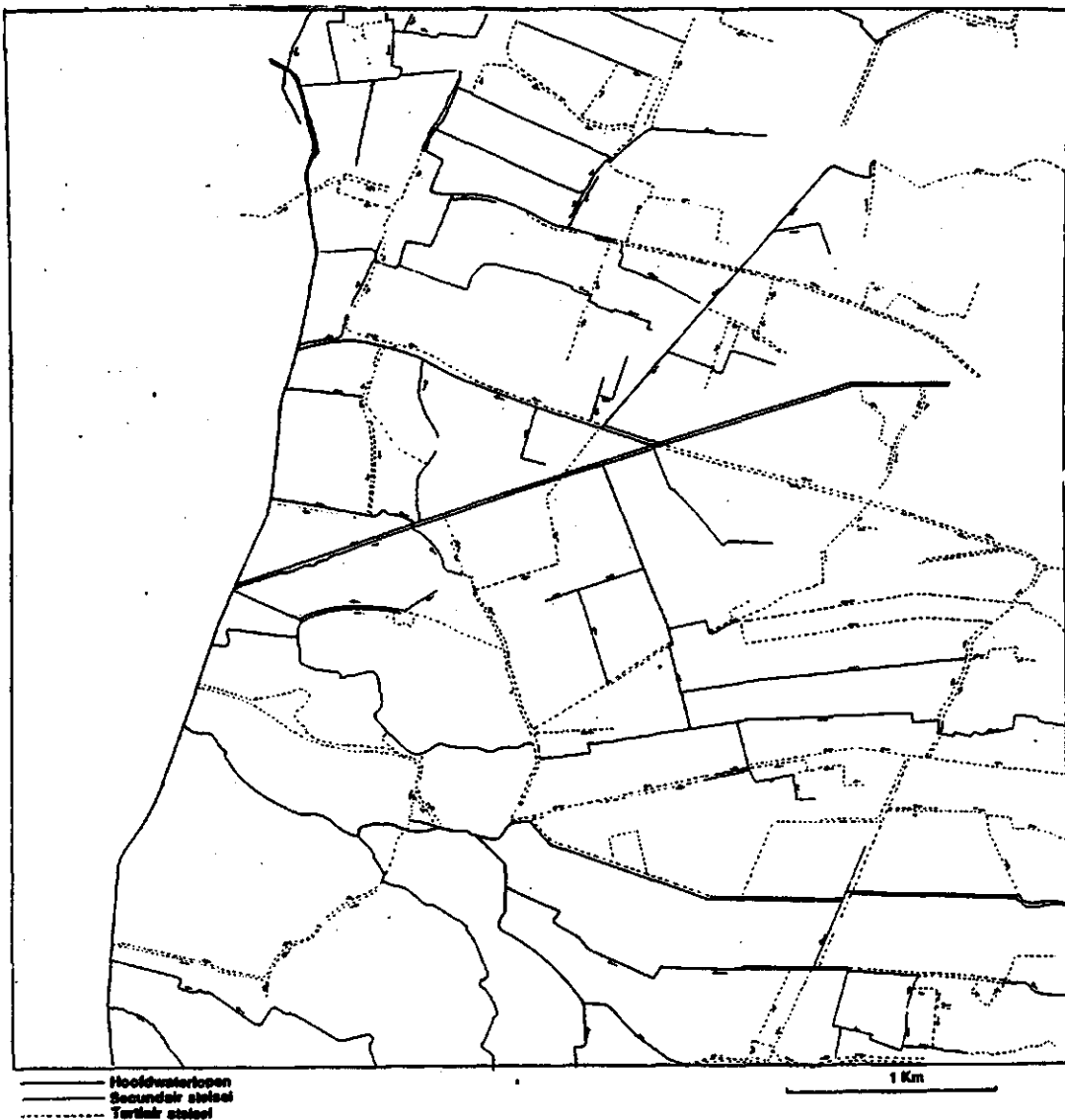
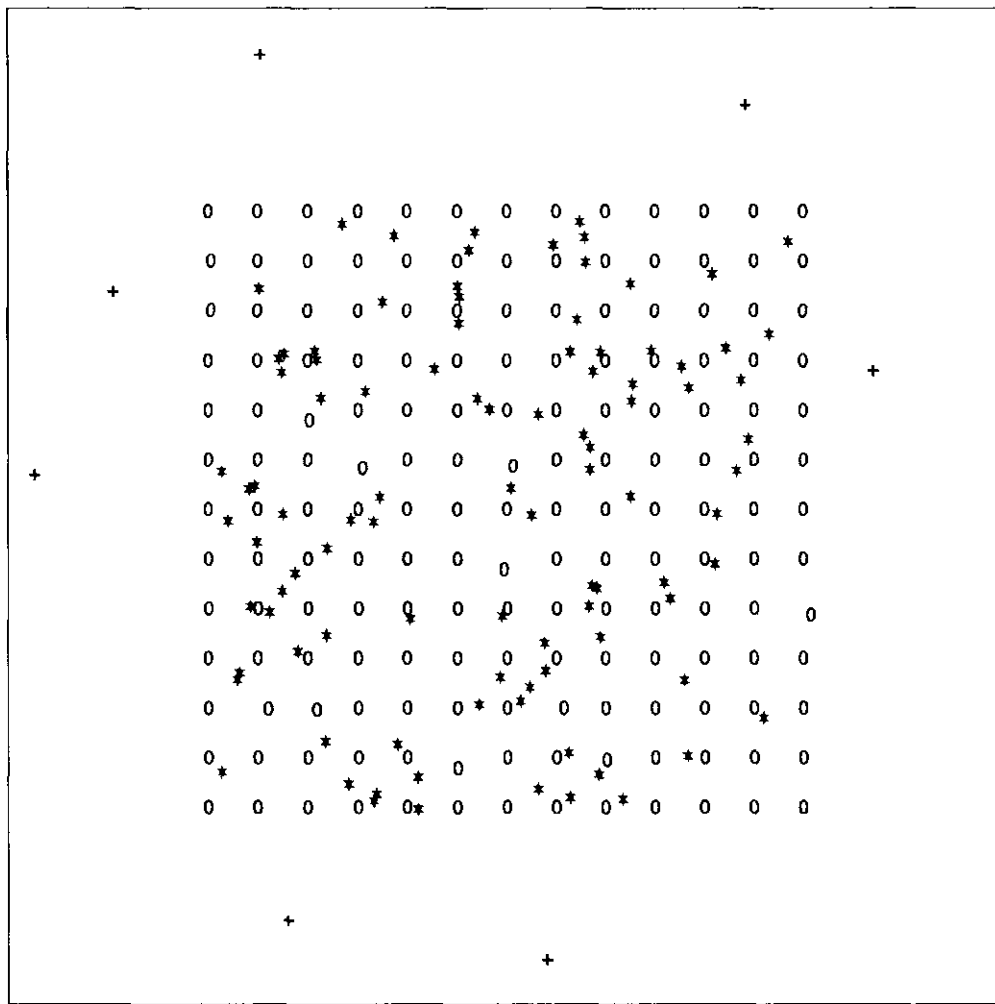


Fig. 3 Stelsel van waterlopen in het modelgebied

Een belangrijke zijtak van de Schuitenbeek is de Veldbeek. Het noordwestelijke deel van het modelgebied ten westen van de Schuitenbeek maakt deel uit van de Arkemheense polder, die bemalen is.

### 3.2 Het meetnet

In het onderzoeksgebied is een meetnet van grondwaterstandsbuizen en boorgaten ingericht (fig. 4). Waar mogelijk plaatsen we buizen, waar niet - zoals in bouwland - maakten we daags voor de opname een boorgat.



- 0 = gridpunt
- \* = testpunt
- + = punt voor modelkalibratie

Fig. 4 De locatie van de meetpunten in het onderzoeksgebied

De buizen hebben een diameter van 4 cm en zijn van PVC, waarvan de onderste meter is geperforeerd. De buizen zijn met de onderkant ca. 1 meter beneden de zomergrondwaterstand geplaatst. Er zijn in totaal 269 buizen geplaatst waarvan 169 in een regelmatig grid van 250 m x 250 m. Vanuit deze buizen vindt de interpolatie van de grondwaterstand(sdiepte) plaats. De resterende 100 buizen vormen een set van onafhankelijke testpunten. Deze zijn gebruikt om de interpolatieresultaten te valideren. De locatie van deze buizen is door loting bepaald, waarbij rekening gehouden is met 4 strata. Om inzicht te krijgen van de grootte van het randeffect, hebben we het studiegebied onderverdeeld (gestratificeerd) in een randstrook en het centrum (fig. 5).

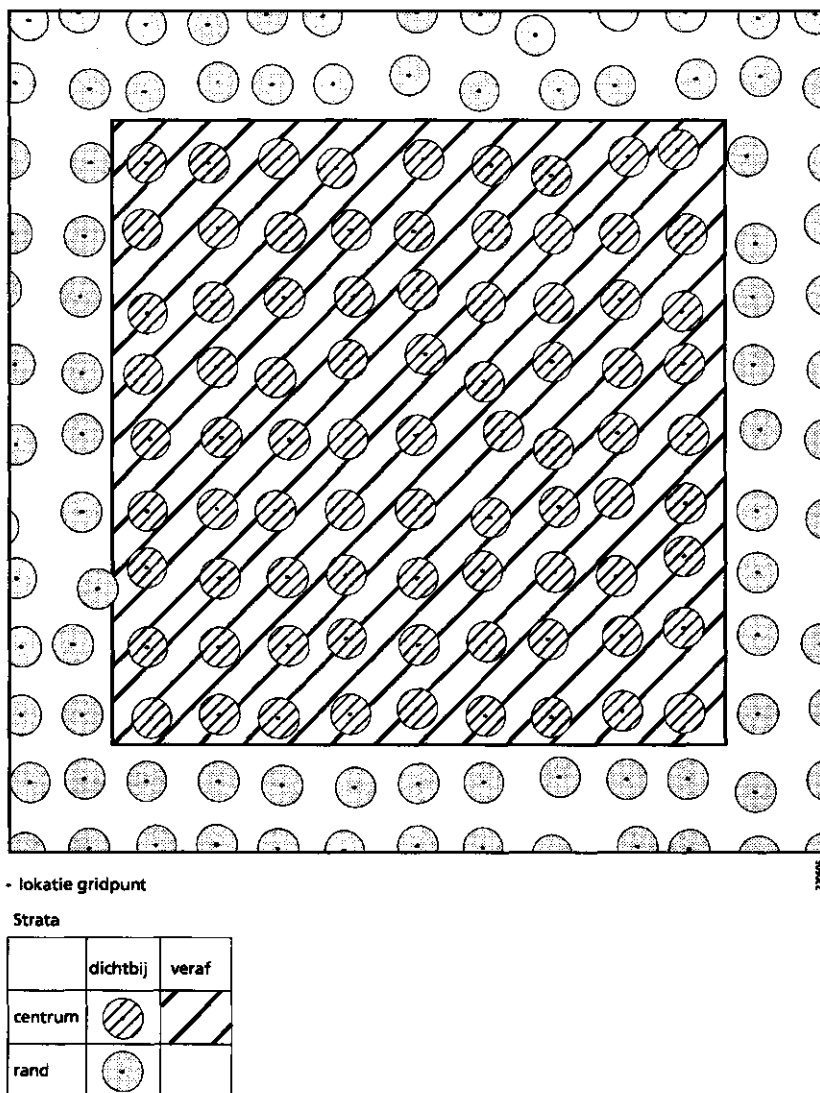


Fig. 5 De stratificatie van het studiegebied

Deze randstrook heeft een breedte van 375 m, zodat het centrum een gebied van 2250 m x 2250 m omvat. Binnen deze twee strata is een onderscheid gemaakt tussen testpunten 'dichtbij' en 'veraf' ten opzichte van een gridpunt (fig. 5). Het stratum 'dichtbij' omvat alle punten op een afstand kleiner dan 100 m vanaf een gridpunt. Het doel van deze stratificatie is om voor de beschrijving van de ruimtelijke samenhang een voldoende aantal punten met een geringe afstand tot de meetpunten te verkrijgen, daarnaast om inzicht te krijgen in de invloed van de interpolatieafstand op de voorspelnaauwkeurigheid.

Tabel 2 geeft een overzicht van de oppervlakte van de strata en het aantal testpunten per stratum. De testpunten zijn zo evenredig mogelijk over de strata verdeeld. Doordat we de locaties in het terrein aan de hand van een Topografische kaart 1 : 10 000 hebben bepaald, is de verdeling tussen dichtbij en veraf niet geheel evenredig.

Ten behoeve van de kalibratie van het regionaal stromingsmodel FEMSATS hebben we rondom het studiegebied nog 8 buizen geplaatst. Van alle buizen is door de Geo-Meetdienst de maaiveldshoogte en de locatie (x- en y-coördinaat) vastgesteld op  $10^{-3}$  m nauwkeurig.

Tabel 2 Overzicht van de oppervlakte (A in ha) van de strata en het aantal testpunten (n) per stratum

Stratum	Dichtbij		Veraf		Totaal	
	A	n	A	n	A	n
Centrum	254,57	27	251,68	29	506,25	56
Rand	198,00	19	195,75	25	393,75	44
Totaal	452,57	46	447,43	54	900,00	100

In de buizen/boorgaten hebben we een aantal keren een grondwaterstandsdiepte gemeten. In dit onderzoek zijn de resultaten van de meting op 17-03-1994 gebruikt om de interpolatiemethoden te vergelijken. De metingen van alle buizen nam 2 dagen in beslag (17 en 18 maart 1993), waarbij we een aantal meetpunten op beide data hebben waargenomen. De relatie van de grondwaterstandsdiepte op de twee data was:

$$h_g(17-03-93) = -0,6 + 1,0353 \cdot h_g(18-03-93) + \varepsilon \quad (4)$$

Aan de hand van deze relatie hebben we de grondwaterstandsdiepten van de metingen op 18 maart 1993 herleid naar een waarde op 17 maart 1993.

In figuur 6 is weergegeven hoe de grondwaterstandsdiepte op de testpunten op die datum varieerde. Op het meettijdstip bestond er dus een grote variatie in de grondwaterstandsdiepte, waarbij op een aantal punten extreem diepe grondwaterstanden voorkwamen.

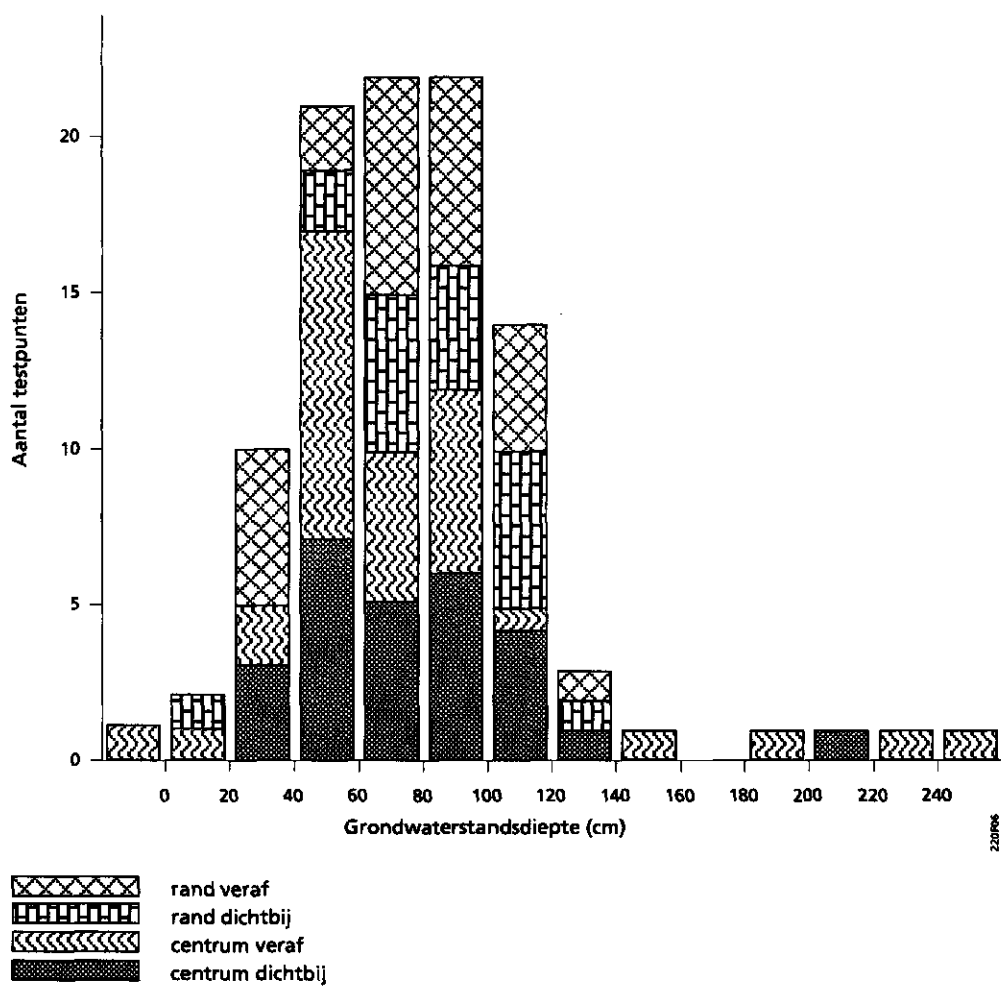


Fig. 6 De grondwaterstandsvariatie op de testpunten op 17 maart 1993

## 4 Hulpinformatie

In het verleden is veel fysisch-geografisch onderzoek verricht waarbij aandacht is geschonken aan de ruimtelijke en temporele variatie van het grondwater. Het is aannemelijk dat het huidige grondwaterstandverloop in ruimte en tijd (enige) relatie heeft met de resultaten van deze onderzoeken. In dit onderzoek zijn we nagegaan in hoeverre met deze resultaten de ruimtelijke interpolatie van grondwaterstandsdiepten kan worden verbeterd.

Daarnaast is in de afgelopen decennia veel aandacht besteed aan de achterliggende processen bij grondwaterstroming. Dit heeft geleid tot veel kennis van het hydrologische systeem. In principe kan de grondwaterstroming beschreven worden met fysische wetten. Doordat de systeemkennis onvolledig is, is het niet mogelijk de grondwaterstroming en de grondwaterstand op een bepaald tijdstip foutloos te berekenen. Het is in veel gevallen mogelijk deze te benaderen (simuleren).

De hulpinformatie die in dit onderzoek gebruikt is, bestaat uit:

- a) fysisch-geografische informatie en
- b) kennis van het hydrologische systeem.

### 4.1 Fysisch-geografische informatie

#### 4.1.1 Inleiding

In het verleden is in Nederland ten behoeve van uiteenlopende doeleinden een omvangrijke hoeveelheid fysisch-geografische informatie in kaarten en digitale gegevensbestanden vastgelegd. Veel van deze informatie heeft rechtstreeks betrekking op de grondwaterstandsdiepte of de grondwaterstand. Daarnaast is veel informatie aanwezig die na enige bewerking of in combinatie met andere gegevens een relatie heeft met de grondwaterstand(sdiepte) (Te Riele & Brus, 1992). Door van deze gegevens de samenhang met de grondwaterstand(sdiepte) door middel van een regressiemodel te beschrijven is het in principe mogelijk voor een dicht net van punten de grondwaterstand(sdiepte) te voorspellen. Op basis van de *predictievariantie* (maat voor de fout van de voorspellingen met het regressiemodel) kunnen vervolgens bij de interpolatie aan deze voorspellingen gewichten worden toegekend.

#### 4.1.2 Gebruikte fysisch-geografische informatie

We hebben alleen die informatie onderzocht die gebiedsdekkend aanwezig is en waarvan aannemelijk is dat ze een relatie met de grondwaterstandsdiepte heeft, namelijk:

- de hoogtepuntenkaart;

- de geomorfologische kaart;
- de ecohydrologische districtenkaart;
- de bodem/Gt-kaart en
- de waterstaatskaart.

Uit eerder onderzoek (Nienhuis & Stuurman, 1988) is gebleken dat er een duidelijke samenhang bestaat tussen de absolute maaiveldshoogte en de grondwaterstand. Informatie over de absolute maaiveldshoogte is in decimeters nauwkeurig met een dichtheid van ca. een punt per hectare beschikbaar middels de Hoogtepuntenkaart 1 : 10 000 (z.j.). Te Riele en Brus (1992) toonden aan dat de grondwaterstandsdiepte o.a. nauw gecorreleerd is aan de relatieve maaiveldshoogte. In dit onderzoek hebben we de relatieve maaiveldshoogte gedefinieerd als de absolute hoogte van een punt minus het rekenkundig gemiddelde van de absolute hoogte van de punten op de hoogtepuntenkaart gelegen binnen een straal van 300 m van het eerstgenoemde punt (punten op onnatuurlijke situaties als dijken zijn buiten beschouwing gelaten). De informatie op geomorfologische kaart (Geomorfologische, 1982) hebben we samengevat in 2 niveaus (ruggen en vlakten). Deze variabele geeft een gebiedsdekkende, zij het kwalitatieve, beschrijving van de relatieve maaiveldshoogte. De kaart met de ecohydrologische districten geeft een kwantitatieve beschrijving van de ecohydrologische omstandigheden.

De bodemkundige informatie hebben we ontleend aan de bodemkaart die in opdracht van de BOVAR-stuurgroep van het Schuitenbeekgebied is vervaardigd (Breeuwsma *et al.*, 1989). Deze kaart bevat in de vorm van grondwatertrappen gedetailleerde informatie over de grondwaterstandsfluctuatie, en informatie over de profielopbouw die van invloed is op het grondwaterstandsverloop.

De Waterstaatskaart (1984) geeft alleen voor een zeer klein deel in het uiterste noorwesten van het gebied informatie over het polderpeil.

#### **4.1.3 Regressie-analyse**

De gegevens die op de gridpunten verzameld zijn gebruikten we voor de regressie-analyse. Deze analyse hebben we uitgevoerd met het statistische programmapakket GENSTAT (1987). Hieruit kwam naar voren dat de variatie in grondwaterstandsdiepte het best verklaard kon worden met een lineair regressiemodel met als verklarende variabelen de absolute maaiveldshoogte, de relatieve maaiveldshoogte en twee bodemkundig/hydrologische niveaus. Daarbij bleek een relatieve maaiveldshoogte, berekend bij een omgevingsgrootte van 300 m, het meest geschikt. De selectie hebben we uitgevoerd met de GENSTAT-procedure RSELECT (Goedhart, 1992). Het selectie criterium hierbij was de Mallows  $C_p$ -waarde (Mallows, 1973; Montgomery & Peck, 1992). Met dit criterium is het mogelijk een zo volledig mogelijk model te kiezen met een minimaal aantal verklarende variabelen. In het studiegebied werd het grootste deel van de variatie in grondwaterstandsdiepte verklaard door de relatieve maaiveldshoogte.



De bodemkundig/hydrologische niveaus ( $b$ ) zijn:

- 1) alle beekeerdgronden, alle veldpodzolgronden en de laarpodzolgronden op Gt III en V (niveau = 0) en
- 2) de laarpodzolgronden op Gt V/VI en alle enkeerdgronden (niveau = 1).

De informatie op de geomorfologische kaart, de Waterstaatskaart en de kaart met de ecohydrologische districten droegen niet bij in de verklaring van de grondwaterstandsvariatie. Alleen de hoogtepuntenkaart en de bodemkaart bevatten hiervoor relevante informatie. Het best passende model is als volgt:

$$h_g = 95,24 - 0,03626 \cdot h_m + 0,7814 \cdot h_r + 13,35 \cdot b + \epsilon \quad (5)$$

Hierin is:

$h_g$  = grondwaterstandsdiepte (cm);

$h_m$  = absolute maaiveldshoogte (cm);

$h_r$  = relatieve maaiveldshoogte (cm);

$b$  = 0/1-variabele die het bodemkundig/hydrologische niveau aangeeft (zie boven);

$\epsilon$  = residu.

Met dit model wordt 74,5 % van de totale variatie in de grondwaterstandsdiepte verklaard. De restvariantie van het model is 253,2 cm<sup>2</sup>.

Met dit regressiemodel (formule 4) hebben we de grondwaterstandsdiepte voorspeld op de 1007 hoogtepunten die binnen het onderzoeksgebied liggen. De nauwkeurigheid van de voorspellingen uitgedrukt in de predictievariantie, is geschat met de volgende matrixvergelijking (Draper & Smith, 1981):

$$\text{Predictievariantie} = s^2 + s^2(x_0'(X'X)^{-1}x_0) \quad (6)$$

waarin  $s^2$  de restvariantie van het regressiemodel is,  $x_0$  de  $(p+1)$ -vector, bestaande uit  $p$  predictorvariabelen plus de regressieschatter en  $X$  de  $nx(p+1)$ -matrix met de waarden van de predictorvariabelen op de  $n$  observatiepunten. De grootte van de predictievariante varieert slechts van 255 tot 330 cm<sup>2</sup>. Hieruit blijkt dat de grootte van de predictievariantie wordt gedomineerd door de restvariantie.

Van de hoogtepunten is de maaiveldshoogte bekend, zodat door de voorspelde grondwaterstandsdiepte hiervan af te trekken de voorspelde grondwaterstand van de hoogtepunten is verkregen. Deze waarden zijn gebruikt als hulpinformatie bij de interpolatie van de grondwaterstanden.

## 4.2 Systeemkennis

Systeemkennis is gebaseerd op fysische wetten waarbij grondwaterstroming optreedt bij potentiaalverschillen. Deze kunnen alleen worden uitgedrukt ten opzichte van een vast referentieniveau, bijvoorbeeld NAP. De uitkomsten die door middel van systeemkennis zijn verkregen, zijn uitsluitend gebruikt bij de interpolatie van de grondwaterstanden.

### 4.2.1 Inleiding

Bij hydrologische studies wordt in toenemende mate gebruik gemaakt van numerieke modellen. Met een numeriek model kan de waterhuishouding van een gebied worden gesimuleerd. Een voordeel van het toepassen van een numeriek model boven een analytische benadering is, dat bij een numeriek model een gedifferentieerde geologische opbouw ingevoerd kan worden, waardoor beter op de geometrie van het modelgebied kan worden ingespeeld.

De meeste hydrologische modellen werken met een netwerk van elementen met knooppunten. Dit elementennetwerk wordt over het gehele gebied gelegd en geohydrologische parameters en andere gegevens worden per knooppunt of per element ingevoerd. Bij het rekenen wordt per element/knooppunt een waterbalans opgesteld. Het model rekent (itereert) net zo lang tot al die waterbalansen kloppend zijn.

Met behulp van regionale stromingsmodellen is het mogelijk om het hydrologische proces in een gebied te simuleren. Hiervoor is het niet-stationaire model SIMGRO (Querner & Van Bakel, 1989) uitermate geschikt. De complexiteit van dit model houdt echter in dat het relatief veel tijd vergt en daarbij veel (veld-)gegevens nodig zijn. Het verzadigd stationair grondwatermodel FEMSATS is aanzienlijk eenvoudiger toe te passen, maar geeft een veel minder gedetailleerde beschrijving van de regionale waterhuishouding. De beperking van dit model is verder dat het toegepast moet worden op een tijdstip met een stationaire grondwaterstroming. Deze wordt vermoedelijk bereikt aan het einde van de winter (natte periode), of aan het einde van de zomer (droge periode). Vanwege de relatief eenvoudige toepassing hebben we in dit onderzoek het model FEMSATS gebruikt voor de simulatie van de doelvariabele (grondwaterstand voorjaar 1993).

### 4.2.2 Beschrijving van het model FEMSATS

Het stationaire grondwatermodel FEMSATS (Finite Element Model for Saturated groundwaterflow - Steady state) is ontwikkeld om de stationaire regionale grondwaterbeweging in de verzadigde zone te simuleren (Querner, 1984). Bij stationaire stromingen veranderen fluxen en stijghoogten niet in de tijd; ze blijven constant. Voor het beschrijven van de grondwaterbeweging in de verzadigde zone is een schematisatie toegepast in watervoerende en waterscheidende lagen. Het modelgebied wordt verder verdeeld in een eindig aantal elementen met knooppunten die zo mogelijk worden samengevoegd tot een aantal deelgebieden. Elk knooppunt is representatief voor een gebiedje er rond omheen, dat wordt beschouwd als het invloedsoppervlak behorende bij het knooppunt. Voor elk knooppunt wordt een gemiddelde grondwaterstand of flux berekend. De indeling in deelgebieden gebeurt in het algemeen naar bodemtype, bodemgebruik en naar hydrologische eenheid (grondwatertrap en/of afwateringseenheid).

In een watervoerende laag treedt alleen horizontale stroming op tussen de knooppunten en in een weerstands biedende laag wordt alleen met een verticale stroming gerekend. Op deze wijze wordt de grondwaterstroming quasi drie-dimensionaal beschreven.

Bij de berekeningen wordt gebruik gemaakt van de algemene formules van de verzadigde grondwaterstroming: de Wet van Darcy en de continuïteitsvergelijking. Voor elk knooppunt berekent het model per laag de intensiteit van de grondwaterstroming en de stijghoogte uit de situatie van de omliggende punten. Na de eerste berekening wordt deze een aantal keren herhaald (iteraties) tot een hydrologisch stationaire situatie is verkregen.

De berekeningen zijn alleen mogelijk als de situatie langs de randen van het gebied als invoergegevens beschikbaar zijn. Deze randvoorwaarden kunnen zowel stijghoogten als fluxen zijn. De bovenrandvoorwaarde in een stationair grondwatermodel wordt bepaald door de grondwateraanvulling (nuttige neerslag). Dit is de flux die vanuit de onverzadigde zone aan de verzadigde zone wordt toegevoegd.

De interactie tussen grondwater en oppervlaktewater is in het model gebracht door vier ontwateringssystemen te onderscheiden:

- primaire waterlopen, dit zijn waterlopen, zoals rivieren, kanalen e.d.;
- secundaire waterlopen, dit zijn waterlopen die een belangrijke afvoerfunctie hebben;
- tertiaire waterlopen, dit zijn sloten tussen percelen die voor de directe afvoer van het water zorgen en
- greppels, voor de ontwatering van het perceel.

Van deze ontwateringsmiddelen wordt verondersteld dat het primaire systeem plaatselijk voorkomt en de overige in het model per eenheid van oppervlak uniform aanwezig zijn per knooppunt van het elementennetwerk ofwel per deelgebied. Voor elk van de systemen wordt de drainage per eenheid van oppervlak berekend met de formule van Ernst (Ernst, 1978). Voor de primaire waterlopen wordt de drainage berekend voor de lengte van een waterloop binnen het invloedsoppervlak van een knooppunt.

### **4.2.3 Invoergegevens**

In het model FEMSATS moeten verschillende gegevens worden ingevoerd. Deze zijn globaal samen te vatten in de volgende vier groepen:

- topografische parameters;
- geohydrologisch parameters;
- randvoorwaarden en
- startwaarden.

Voor de toepassing van FEMSATS in dit onderzoek is met behulp van MicroFem (Hemker & Van Elburg, 1987) een knooppuntennet van het gebied opgebouwd (fig. 7). De punten daarvan liggen in een driehoeksverband met een onderlinge

afstand van gemiddeld 125 m, wat neerkomt op ongeveer een knooppunt per 1,4 ha. Zoals reeds is opgemerkt is er ten behoeve van de modelberekening rondom het studiegebied een strook met een breedte van 1 km meegenomen. Voor deze strook is de knooppuntsafstand het dubbele van die binnen het eigenlijke studiegebied. In totaal zijn er 1076 knooppunten en 2070 elementen gedefinieerd.

Op grond van de dichtheid van het net van waterlopen en verschillen in bodemgebruik is het gebied opgesplitst in zeven deelgebieden (fig. 7).

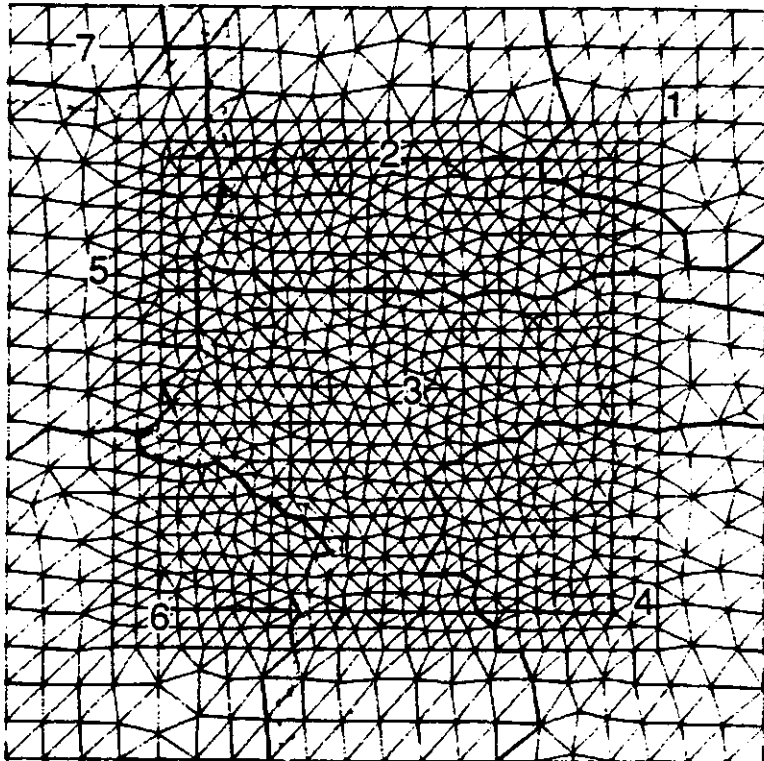


Fig. 7 Het knooppuntennet en de zeven deelgebieden in het modelgebied

De geohydrologische parameters zijn:

- maaiveldshoogte;
- $kD$ -waarde en dikte van de watervoerende pakketten en
- $c$ -waarde en dikte van de weerstandbiedende lagen.

De maaiveldshoogte is middels *Inverse Distance Weighting* berekend uit de hoogtepuntenkaart 1 : 10 000. De hierbij gebruikte zoekstraal is 75 m, wat betekent dat de waarden van 1 à 4 hoogtepunten betrokken zijn bij de bepaling van de hoogte op een knooppunt. Deze hoogte is verondersteld representatief te zijn voor het invloedsooppervlak van het knooppunt.

De ondergrond van het modelgebied is als volgt geschematiseerd:

- het eerste watervoerende pakket;

- de eerste scheidende laag;
- het tweede watervoerende pakket en
- de tweede scheidende laag.

Het eerste watervoerende pakket met een dikte van ca. 10 m heeft naar verwachting een  $kD$ -waarde van  $60-100 \text{ m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$ . Voor het tweede watervoerende pakket een dikte van ca. 20 m en een  $kD$ -waarde van  $500 \text{ m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$ .

Tussen de twee watervoerende pakketten bevindt zich een scheidende laag waarvan de verticale weerstand ( $c$ -waarde) van 20 000 dagen in het westen afneemt tot 100 in het oosten (IWACO, 1992). De tweede scheidende laag heeft volgens IWACO (1992) een zeer hoge  $c$ -waarde (10 000-100 000 dagen). Deze laag die op een diepte van 35 m begint, is daarom beschouwd als hydrologische basis.

Naast deze gegevens per knooppunt, zijn per deelgebied de volgende geohydrologische parameters per deelgebied in het model ingevoerd:

- afmetingen van de waterlopen;
- slootwaterstanden ten opzichte van maaiveld en
- drainageweerstanden.

De afmetingen van de waterlopen zijn ontleend aan leggerkaarten die door het Waterschap Noord Veluwe beschikbaar zijn gesteld. Op deze kaarten zijn voor alle primaire, secundaire en tertiaire waterlopen op een groot aantal punten de bodemhoogte en de hoogte van beide oevers ten opzichte van NAP aangegeven. Voor de deelgebieden zijn hieruit de gemiddelde waarden van de afmetingen van de waterlopen afgeleid. Voor de primaire waterlopen is een radiale en intree weerstand van anderhalve dag aangehouden (Peeters, 1994).

Aangezien de winter van 1992/93 erg droog was is als slootwaterstand voor het meettijdstip een meter minus maaiveld aangenomen. Dit betekent dat op het meettijdstip veel sloten droog stonden.

De drainageweerstanden zijn overgenomen uit Peeters (1994). De weerstanden lopen voor het secundaire systeem uiteen van ca. 400 tot 1150 dagen, voor het tertiaire systeem van 650 tot 1560 dagen (tabel 3).

*Tabel 3 De drainageweerstanden (in dagen) van het secundaire en tertiaire systeem per deelgebied (voor lokatie deelgebieden, zie fig. 7)*

Deelgebied	Drainageweerstand in dagen	
	Secundaire systeem	Tertiaire systeem
1	-	1565
2	425	1080
3	1150	1255
4	540	1245
5	625	665
6	630	650

De volgende **randvoorwaarden** zijn ingevoerd:

- grondwateraanvulling en
- flux langs de rand van het modelgebied.

De grondwateraanvulling (nuttige neerslag) is berekend als het verschil tussen de neerslag en de verdamping van gewassen en de bodem (evapotranspiratie). Hiervoor is gebruik gemaakt van gegevens van neerslag, temperatuur, relatieve vochtigheid en globale straling, die door het KNMI zijn verstrekt. Berekend zijn de referentie gewasverdamping en de verdamping van loofhout (Querner, 1992). Deze gegevens zijn bewerkt tot naar oppervlakte gewogen gemiddelden per deelgebied. Voor de berekening van de nuttige neerslag is het gemiddelde genomen van de 20 dagen voorafgaande aan het meettijdstip.

De fluxen op de rand van het modelgebied zijn berekend voor de twee watervoerende pakketten uit de isohypsenkaart van DGV-TNO op 28 april 1975.

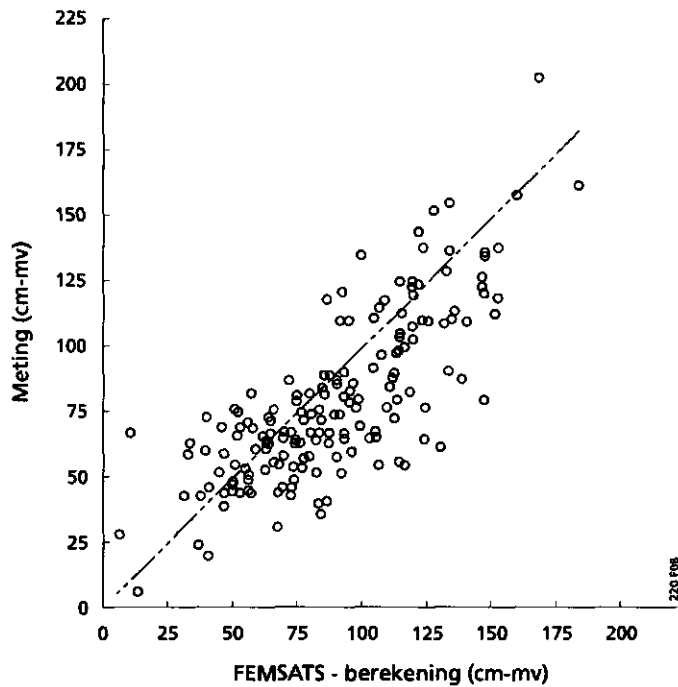
Om de berekeningen uit te voeren moeten per knooppunt reële **startwaarden** van potentialen worden opgegeven. Deze gegevens zijn ontleend uit grondwaterstands-waarnemingen (Grootjans, 1978).

#### **4.2.4 Modelkalibratie**

In de randen van het modelgebied is in acht extra buizen de grondwaterstand gemeten (fig.4). Op deze acht grondwaterstanden heeft een beperkte kalibratie plaatsgevonden, door middel van aanpassing van de natuurlijke grondwateraanvulling. De acht verschillen tussen gemeten en gesimuleerde grondwaterstand variëren van 0 tot 0,62 m.

#### **4.2.5 Modeluitkomsten**

Met het model FEMSATS is de grondwaterstand berekend op 1076 knooppunten, waarvan er 654 binnen het studiegebied liggen. Van de 654 knooppunten in het studiegebied vallen er 169 samen met een gridpunt. Van de gridpunten kennen we ook de werkelijke grondwaterstand, zodat we de modeluitkomsten met de werkelijke grondwaterstand kunnen vergelijken. In figuur 8 is in een grafiek de gemeten tegen de middels FEMSATS berekende grondwaterstandsdiepten uitgezet. Duidelijk is dat de modeluitkomsten vaak sterk afwijken van de gemeten waarden, en dat de modeluitkomsten gemiddeld wat te diep zijn.



*Fig. 8 De samenhang tussen de werkelijke grondwaterstand en de grondwaterstand die met FEMSATS is berekend op de gridpunten*

De modeluitkomsten geven de werkelijke situatie ten opzichte van NAP vaak wat afgevlakt weer. In figuur 9 is van een door 13 gridpunten gevormde raai het niveau van het maaiveld, de gemeten grondwaterstand en de met FEMSATS berekende waarden weergegeven. De grondwaterstanden die met FEMSATS berekend zijn, zijn ruimtelijk wat afgevlakt omdat ze de gemiddelde waarde zijn van een bij een knooppunt behorend invloedsoppervlak. Dit heeft tot gevolg dat bij gronden met een ondiepe grondwaterstand ten opzichte van maaiveld het model FEMSATS gemiddeld wat te diepe en bij diepe grondwaterstanden gemiddeld wat te ondiepe waarden geeft. Niettemin kunnen de modeluitkomsten gebruikt worden als hulpinformatie voor het voorspellen van de grondwaterstand op niet-bemeten plaatsen.

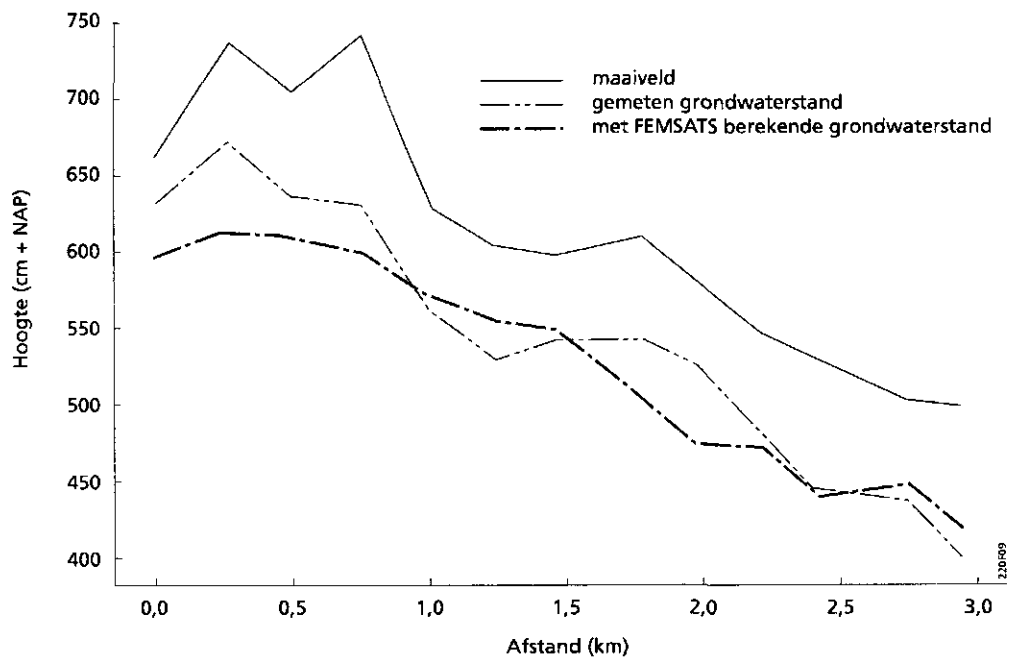


Fig. 9 Het verloop van het maaiveld, de gemeten grondwaterstanden en de uitkomsten van FEMSATS in een raai van 13 gridpunten



## 5 Ruimtelijke interpolatie

### 5.1 Inleiding

De belangrijkste bronnen met informatie over de grondwaterstandsdiepte in Nederland zijn de grondwatertrappenkaarten. Aan deze kaarten ontbreekt echter een indicatie over de betrouwbaarheid van deze informatie. Bovendien is de interpolatieprocedure die aan deze kaarten ten grondslag ligt nogal subjectief, waardoor de kaarten niet reproduceerbaar zijn. Kriging is een interpolatiemethode die deze bezwaren niet heeft. Evenals bij veel andere interpolatiemethoden (bijv. *Inverse Distance Weighting*) wordt bij kriging de waarde van een variabele geschat op basis van het gewogen gemiddelde van de waarden op naburige locaties volgens:

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(x_i) \quad (7)$$

Hierin is  $\hat{z}(x_0)$  de schatter van de waarde op locatie  $x$  en  $z(x_i)$  tot  $z(x_n)$  zijn de waarden op de locaties van de meetpunten die bij de interpolatie betrokken zijn. De gewichten (wegingsfactoren) van de meetwaarden zijn  $\lambda_1$  tot  $\lambda_n$ . Bij de meeste methoden is de som van de gewichten 1:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (8)$$

Kriging biedt de mogelijkheid nauwkeurige voorspellingen te doen van de waarde van een variabele op plaatsen waarop geen metingen verricht zijn. Kriging is een zogenaamde exacte voorspeller. Dit betekent dat:

a) de voorspelling zuiver is:

$$E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = 0 \quad (9)$$

wat inhoudt dat kriging een interpolatiemethode is die in principe niet leidt tot systematisch te hoge of te lage schattingen van de doelvariabele;

b) de variantie van de voorspelfout minimaal is:

$$\text{VAR}[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = \text{minimaal} \quad (10)$$

wat betekent dat voldaan wordt aan het kleinste kwadraten criterium, zodat het gemiddelde van de gekwadraterde fouten de kleinst mogelijke waarde heeft. De kans op extreme fouten wordt daardoor geminimaliseerd.

Bij afwezigheid van een trend wordt veelal *ordinary* kriging gebruikt dat is gebaseerd op de zogenaamde intrinsieke hypothese. Die stelt dat het toevalsproces dat verantwoordelijk is voor de ruimtelijke verbreiding van een variabele voldoet aan een zeker statistisch evenwicht (stationariteit). De intrinsieke hypothese gaat op als:

$$E[Z(\mathbf{x}+\mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})] = 0 \quad (11)$$

en

$$\text{VAR}[Z(\mathbf{x}+\mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})] = 2\gamma(\mathbf{h}) \quad (12)$$

onafhankelijk zijn van  $\mathbf{x}$ . In deze formules is  $\mathbf{h}$  de afstand tussen twee punten.  $\gamma$  is het zogenaamde variogram. In situaties met anisotropie is  $\mathbf{h}$  een vector die behalve een grootte ook een richting heeft. De intrinsieke hypothese eist niet dat de variabele  $z(\mathbf{x})$  zelf stationair is, maar dat de eerste-orde-aangroeiingen (incrementen)  $z(\mathbf{x}+\mathbf{h})-z(\mathbf{x})$  stationair zijn. Formule 11 laat zien dat voor elke waarde van  $\mathbf{h}$  de verwachting van  $z(\mathbf{x}+\mathbf{h})-z(\mathbf{x})$  is nul. Uit formule 12 blijkt dat de grootte van de (semi)variantie uitsluitend afhankelijk is van de waarde van  $\mathbf{h}$ . Dat wil zeggen dat de waarde van een variabele op twee dicht bij elkaar gelegen punten over het algemeen meer met elkaar overeenstemmen dan punten die ver uit elkaar liggen. Het variogram, dat de ruimtelijke samenhang van een variabele beschrijft, vormt de hoeksteen van de *ordinary* kriging-interpolatie.

Dit variogram kan als volgt worden geschat uit de waarnemingen:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{i=1}^{N(\mathbf{h})} (z(\mathbf{x}_i+\mathbf{h}) - z(\mathbf{x}_i))^2 \quad (13)$$

Om te vermijden dat de krigingvariante (maat voor de onzekerheid van de interpolatie-uitkomsten) negatief is, zijn slechts bepaalde functies voor het variogram toegestaan. Enkele bekende toegestane functies zijn (Journel & Huijbregts, 1978) het sferische, exponentiele en Gaussische model.

In dit onderzoek besteden we aandacht aan de interpolatie van respectievelijk de grondwaterstandsdiepte en de grondwaterstand. Van de grondwaterstandsdiepte hebben we aangenomen dat deze voldoet aan de intrinsieke hypothese en kan dus *ordinary* kriging als interpolatiemethode worden toegepast. Voor de grondwaterstanden weten we dat deze evenals de maaiveldshoogte een sterk verhang hebben van oost naar west. Er is dus sprake van een trend. In dat geval zijn de eerste orde incrementen niet stationair, en komt *ordinary* kriging dus niet in aanmerking als interpolatie-methode. In situaties met (eerste- of tweedegraads) trend kunnen de hogere orde incrementen echter wel stationair zijn. In een dergelijke situatie is het weliswaar niet mogelijk de variabele zelf, maar zijn wel de incrementen te interpoleren. We spreken dan van *IRFk*-kriging (kriging bij *Intrinsic Random Functions* van de  $k$ -de graad). Hierbij wordt de trend (het deterministische deel) afgescheiden van het stochastische deel (Matheron, 1973; Kitanidis, 1983; Stein *et al.*, 1991a). Bij trend kan de ruimtelijke samenhang van de variabele zelf niet worden beschreven met een covariantiefunctie maar wel die van de stationaire incrementen. Men spreekt dan van pseudo- of gegeneraliseerde covariantiefuncties. Deze worden door Delfiner (1976) voor de verschillende trends ( $k$ ) als volgt beschreven:

$$\begin{aligned}
k = 0 \quad g(h) &= \theta_0 \cdot \delta(h) + \theta_1 \cdot h \\
k = 1 \quad g(h) &= \theta_0 \cdot \delta(h) + \theta_1 \cdot h + \theta_3 \cdot h^3 \\
k = 2 \quad g(h) &= \theta_0 \cdot \delta(h) + \theta_1 \cdot h + \theta_3 \cdot h^3 + \theta_5 \cdot h^5
\end{aligned}
\tag{14}$$

Hierin is  $h$  de afstand tussen twee meetpunten.  $\delta(h)$  wordt de Kronecker functie genoemd met  $\delta(h)=1$  als  $h=0$ , en  $\delta(h)=0$  als  $h \neq 0$ .

Op basis van de gegeneraliseerde covariantiefunctie worden de interpolaties bij aanwezigheid van trend uitgevoerd.

## 5.2 Grondwaterstandsdiepte

### 5.2.1 Analyse van de ruimtelijke structuur

We hebben bij de analyse van de ruimtelijke structuur van de grondwaterstandsdiepte gebruik gemaakt van de meetgegevens op de grid- en testpunten. Om de semi-varianties over kort afstanden te berekenen zijn hierbij ook de testpunten betrokken. De semivariantie per puntenpaar varieert zeer sterk, waarbij het merendeel een relatief kleine, en een beperkt aantal een grote of zeer grote semivariantie heeft. Ten behoeve van de inzichtelijkheid worden gewoonlijk de afzonderlijke semivarianties van puntenparen in een aantal afstandsklassen zgn. *lags* gegroepeerd. Per *lag* wordt vervolgens het gemiddelde berekend van de semivariantie. We hebben de semivariantie berekend voor afstandsklassen, waarbij we de klassebreedtes voor de korte afstanden het kleinst hebben gekozen. Overeenkomstig de suggestie in Journel and Huijbregts (1978) p. 194 hebben we als maximale *lag*-grootte de helft van de grootste gebiedslengte (= 1500 m) genomen.

In figuur 10 is met een sterretje de gemiddelde semivariantie tegen de afstand uitgezet. Dit wordt het experimentele semivariogram genoemd. Duidelijk is dat bij de zeer kleine afstandsklassen de semivariantie ook klein is. Over het algemeen neemt bij grotere afstanden de semivariantie toe tot een min of meer constant niveau. Gebleken is dat de samenhang tussen de gemiddelde semivariantie en de afstand in alle richtingen gelijk is (isotropie). Het model dat de samenhang tussen de gemiddelde semivariantie en de afstand beschrijft wordt weergegeven met de lijn in figuur 10. In deze situatie is dat een sferisch model, dat wordt gekarakteriseerd met drie parameterwaarden (*nugget*, *sill* en *range*). De *nugget* (vaak aangeduid met een  $c$ ) is de semivariantie op afstand nul, dus het deel van de  $y$ -as dat ligt tussen de  $x$ -as en het punt waar het semivariogram de  $y$ -as treft. In figuur 10 heeft de *nugget* de waarde nul. Bij het aanpassen van het model werd in eerste instantie een (kleine) negatieve *nugget* berekend. Aangezien de (semi)variantie niet negatief kan zijn werd een model aangepast waarbij voor de *nugget* een waarde van nul is opgelegd. De *sill* is het niveau waarop de gemiddelde semivariantie maximaal is. In dit geval is dat  $1051 \text{ cm}^2$ . De afstand waarop de *sill* bereikt wordt, is de *range* (hier 205,1 m). Tot die afstand zijn de waarden van de grondwaterstandsdiepte nog onderling gecorreleerd.

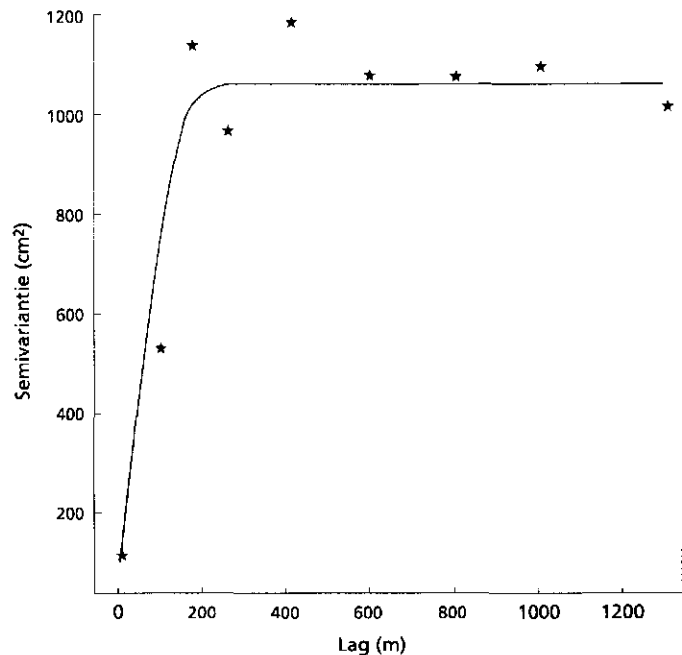


Fig. 10 De ruimtelijke samenhang (semivariantie) van de grondwaterstandsdiepte

Dit betekent dat de grondwaterstandsdiepte slechts over een geringe afstand gecorreleerd is. De oorzaak hiervan is, dat de ruimtelijke variatie in grondwaterstandsdiepte in belangrijke mate bepaald wordt door de sterk variërende maaiveldshoogte.

### 5.2.2 Toegepaste interpolatiemethoden

Zoals eerder vermeld, is de gebruikte interpolatiemethode afhankelijk van de ruimtelijke eigenschappen van de doelvariabele, het al of niet gebruik van hulpinformatie en de soort hulpinformatie. Voor de interpolatie van de grondwaterstandsdiepte hebben we de volgende interpolatiemethoden toegepast:

- ordinary kriging;
- kriging gecombineerd met regressie;
- cokriging.

Voor de feitelijke interpolatie van de grondwaterstandsdiepten zouden in principe alle observatiepunten gebruikt moeten worden. Om computertechnische redenen (rekening en/of geheugenruimte) is dat vaak niet mogelijk. Delhomme (1978) volstaat met het gebruik van 10 tot 20 observatiepunten in de directe omgeving van het voorspelpunt. Wij hebben ons bij de interpolaties ook beperkt tot punten gelegen binnen een zoekstraal rondom het te interpoleren punt. We hebben er hierbij naar gestreefd de interpolaties uit te voeren op basis van ca. 25 gridpunten. Bij interpolatie vanuit gridpunten met een onderlinge afstand van 250 m komt dat neer op een omgevingsgrootte met een oppervlakte van ca 155 ha. Dit komt overeen met een gebied met een straal van 700 m.

**Ordinary kriging** is een reeds lang toegepaste methode (Delhomme, 1974, 1978) voor het ruimtelijk interpoleren van hydrologische variabelen. Hierbij wordt de grondwaterstandsdiepte vanuit observatiepunten geïnterpoleerd volgens de theorie die in paragraaf 5.1 beschreven is. In dit onderzoek hebben bij deze interpolatiemethode uitsluitend de metingen op de gridpunten als observatiepunten gediend. Basis voor de interpolatie hierbij is de ruimtelijke samenhang volgens het semivariogram dat in figuur 10 gegeven is.

Bij **kriging gecombineerd met regressie** wordt het meetnet van de doelvariabele aangevuld met een dicht net van punten waarop de waarde van de doelvariabele is geschat door middel van lineaire regressie (Delhomme, 1974, 1978; Ahmed & De Marsily, 1987). In dit onderzoek bestaat dit dichte net van aanvullende punten uit grondwaterstandsdiepten die op hoogtepunten zijn geschat. De onzekerheid van deze schattingen, uitgedrukt in de predictievariantie (ca. 155 cm<sup>2</sup>) is meegenomen in de interpolatieprocedure (Knotters *et al.*, 1995). Bij kriging gecombineerd met regressie is ook uitgegaan van het semivariogram dat in figuur 10 is gegeven. Voor de gewichten op de hoogtepunten is behalve de afstand tot het voorspelpunt en de configuratie, ook de grootte van de predictievariantie bepalend.

Bij **cokriging** wordt in interpolatieprocedure een covariabele betrokken die een zekere samenhang heeft met de doelvariabele (Myers, 1982). Hiertoe moet ook van de covariabele de ruimtelijke samenhang middels een semivariogram worden beschreven. Daarnaast wordt via een *cross*-variogram de ruimtelijke samenhang van de het product van de verschilwaarden van de doel- en covariabele bij een gegeven afstand tussen twee punten beschreven. In dit onderzoek hebben we als covariabele de relatieve maaiveldshoogte gebruikt. De ruimtelijke structuur hiervan is eveneens bepaald op basis van de grid- en testpunten. Ook de relatieve maaiveldshoogte is ruimtelijk over slechts een korte afstand gecorreleerd (*range* = 187,9 m). De *sill*-waarde bedraagt 1160 cm<sup>2</sup>. Ook bij deze variabele is er geen sprake van anisotropie en blijkt de semivariantie bij een afstand van 150 à 200 m sterk te variëren. Voorts is het opvallend dat de semivariantie vanaf 200 m bij toenemende afstanden (*lags*) afneemt.

Voor het *cross*-variogram tussen de grondwaterstandsdiepte en de relatieve maaiveldshoogte bedraagt de *range* 182,9 m en de *sill* 936,8 cm<sup>2</sup>. Hiermee wordt voldaan aan de Cauchy-Schwartz voorwaarde:

$$\sqrt{C_{11}(h) \cdot C_{22}(h)} \geq |C_{12}(h)| \quad (15)$$

Dit geldt bij twee variabelen als van semivariogrammen van de doel- en covariabele zowel de *ranges* als de *sill*-waarden groter zijn dan die van het *cross*-variogram, hetgeen hier het geval is.

Zoals voorzien bij de inrichting van het proefgebied, zijn bij de berekening van de semivariantie ook de testpunten gebruikt. De testpunten worden ook gebruikt bij de toetsing van de interpolatie-uitkomsten. Het gebruik van de testpunten voor het schatten van het semivariogram zal echter nauwelijks invloed op de interpolatie-uitkomsten hebben. Om een idee te krijgen over de grootte van deze invloed, kunnen we een testpunt achterwege laten bij de beschrijving van de ruimtelijke structuur en voorspellen vervolgens de doelvariabele op dat testpunt op basis van het ruimtelijk

model dat we hebben geschat op basis van de overblijvende 99 testpunten. Het is duidelijk dat de waarde die op die wijze waarde op dat testpunt wordt voorspeld, nauwelijks zal afwijken van de voorspelling zoals we die in dit onderzoek hebben gedaan.

## 5.3 Grondwaterstand

### 5.3.1 Analyse van de ruimtelijke structuur

Vanwege de aanwezigheid van trend is de ruimtelijke correlatiestructuur van de grondwaterstand beschreven door middel van een gegeneraliseerde covariantiefunctie. Deze is geschat op basis van wederom zowel de grid- als testpunten. We hebben hierbij gebruikgemaakt van programmatuur die door de Landbouwniversiteit (A. Stein) beschikbaar is gesteld. De gegeneraliseerde covariantiefuncties zijn geschat voor een eerste- en tweedegraadstrend. We selecteerden de best passende trend met het *Akaike's Information Criterion (AIC)* (Shibata, 1976; Stein *et al.*, 1991a,b). Het *AIC* is als volgt gedefinieerd:

$$AIC = -2\ln(\text{maximale likelihood}) + 2(\text{aantal parameters}) \quad (16)$$

Het best passende model levert de kleinste  $\hat{AIC}$ , en levert de juiste balans tussen 'fit' en aantal parameters.

In dit onderzoek selecteerden we voor de grondwaterstanden een tweedegraadstrend. De bijbehorende gegeneraliseerde covariantiefunctie is:

$$g(h) = 0,0 \cdot \delta(h) - 1,24584 \cdot h + 0,0 \cdot h^3 + 0,0 \cdot h^5 \quad (17)$$

### 5.3.2 Toegepaste interpolatiemethoden

We hebben voor het schatten van de grondwaterstand de volgende interpolatiemethoden gebruikt:

- *IRF2*-kriging;
- *IRF2*-kriging gecombineerd regressie;
- residuele *IRF2*-kriging.

Ook bij deze methoden is steeds vanuit punten geïnterpoleerd die binnen een straal van 700 m rondom het voorspelpunt lagen.

Bij *IRF2*-kriging hebben we uitsluitend gebruik gemaakt van de gemeten waarden op de gridpunten. Zoals we in de vorige paragraaf hebben aangegeven geeft de gegeneraliseerde covariantiefunctie een beschrijving van de ruimtelijke correlatie die bepalend is voor de gewichten van de afzonderlijke interpolatiepunten.

Bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie zijn naast de gemeten grondwaterstanden ook de geschatte waarden op de hoogtepunten gebruikt. Ook bij deze interpolatiemethode hebben we gebruik gemaakt van de geschatte waarden op de hoogtepunten rekening houdend met de onzekerheid. Voor ruimtelijke structuur van de waarden op de gridpunten en de hoogtepunten geldt dezelfde gegeneraliseerde covariantiefunctie als bij *IRF2*-kriging zonder hulpinformatie.

**Residuele *IRF2*-kriging** hebben we in twee stappen uitgevoerd.

- a) interpolatie van de via FEMSATS berekende grondwaterstanden op de knooppunten naar de testpunten.
- b) interpolatie van de residuen (grondwaterstand-FEMSATS) naar de testpunten.

$$g(h) = 0,0 \cdot \delta(h) - 0,05851 \cdot h + 0,0 \cdot h^3 + 0,0 \cdot h^5 \quad (18)$$

Voor de FEMSATS-waarden was eveneens een tweede graads trend aanwezig. Voor de ruimtelijke structuur daarvan gold de volgende gegeneraliseerde covariantiefunctie: Deze parameterwaarden hebben we geschat uit de set van knooppuntwaarden gelegen binnen het onderzoeksgebied ( $n=654$ ). Hiertoe hebben we deze gegevensset om computertechnische redenen gespiltst in twee subsets van 372 records lang waarvoor afzonderlijk de parameterwaarden zijn berekend. De  $\theta_0$ ,  $\theta_2$  en  $\theta_3$  hadden voor beide subsets de waarde 0. Voor  $\theta_1$  was dat respectievelijk  $-0,05997$  en  $-0,05705$ , wat is gemiddeld tot  $-0,05851$ .

Op basis van deze gegeneraliseerde covariantiefunctie hebben we de grondwaterstand volgens FEMSATS op de knooppunten geïnterpoleerd naar de testpunten. Hierbij is wederom een omgevingsgrootte gebruikt van 700 m, wat neerkomt op ruim 100 knooppunten.

De tweede stap bestond uit het interpoleren van residuen (= gemeten grondwaterstanden min de via FEMSATS berekende grondwaterstanden) naar de testpunten. Hiertoe hebben we eerst de ruimtelijke structuur van de residuen geanalyseerd. Bij de residuen was geen sprake van trend, zodat de ruimtelijke correlatiestructuur is beschreven met een semivariogram. Hierbij zijn alleen de gridpunten betrokken omdat de ruimtelijke samenhang zo groot was, dat de dichtheid van de gridpunten toereikend was om de semivariantie voldoende nauwkeurig te schatten. In figuur 11 is het semivariogram weergegeven dat de ruimtelijke structuur van deze residuen beschrijft.

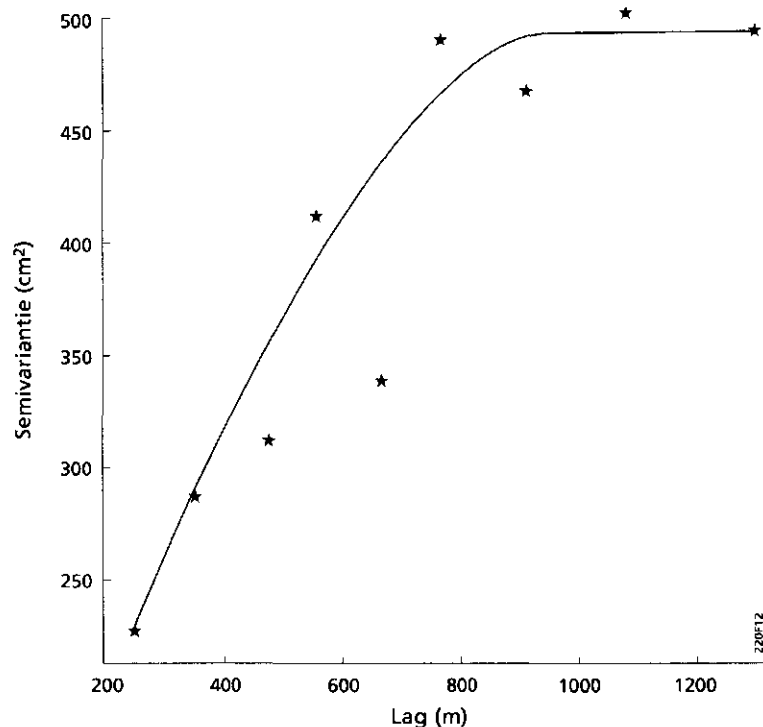


Fig. 11 De ruimtelijke samenhang van de verschilwaarden tussen de gemeten grondwaterstanden en de uitkomsten van FEMSATS op de gridpunten

Uit de range (966,2 m) blijkt dat van deze residuen de ruimtelijke afhankelijkheid groot is. Voor dit sferische model is de *nugget* 63,81 en de *sill* is 430,60 cm<sup>2</sup>. Dit semivariogram is gebruikt bij de interpolatie van de residuen op de gridpunten naar de testpunten. Ook hierbij is uitgegaan van de gridpunten gelegen een straal van 700 m vanaf het te interpoleren punt. De gevonden residuele waarde op het testpunt plus de via *IRF2*-kriging verkregen FEMSATS-waarde vormen de voorspelling van de grondwaterstand op het testpunt.

#### 5.4 Interpolatie bij verschillende dichtheden van het meetnet

Het is aannemelijk dat naarmate de dichtheid van het meetnet geringer is de interpolatiefout gemiddeld toeneemt. De toename van de interpolatiefout hoeft niet voor elke methode hetzelfde te zijn. Om dit te onderzoeken hebben we de interpolaties nogmaals uitgevoerd bij een gridpuntsafstand van 500, 750, 1000 en 1500 m. De interpolatie-uitkomsten van de grondwaterstandsdiepte waren bij de kleinste gridpuntsafstand al zo slecht, dat we interpolaties van deze doelvariabele bij grotere gridpuntsafstand achterwege hebben gelaten.

We hebben er bij de interpolaties bij de grotere gridpuntsafstanden naar gestreefd de omgeving zodanig groot te kiezen dat steeds vanuit ongeveer 25 gridpunten werd geïnterpoleerd. Bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie heeft dat tot gevolg dat het totaal aantal omgevingspunten (gridpunten plus hoogtepunten) zodanig



toeneemt dat de computercapaciteit ontoereikend was. Bij deze interpolatiemethode hebben we daarom in plaats van het aantal gridpunten, de omgevingsgrootte constant gehouden. De verdunning van het meetnet leidt hier behalve tot een toename van de gridpuntsafstand ook tot een afname van het totaal aantal omgevingspunten. Ook voor de twee andere interpolatiemethoden geldt dat bij zeer sterke verdunningen van het meetnet het totaal aantal gridpunten geringer is dan 25. In tabel 4 is per interpolatiemethode en gridpuntsafstand de voor de interpolatie gebruikte omgevingsgrootte (zoekstraal), het aantal gridpunten en eventueel het aantal hulppunten weergegeven.

*Tabel 4 De grootte van de zoekstraal en het maximale aantal gridpunten en hoogtepunten per interpolatiemethode en per gridpuntsafstand*

Gridpuntsafstand (m)	IRF2-kriging		IRF2-kriging gecombineerd met regressie			Residuele kriging	
250	700	26	700	26	186	700	26
500	1400	26	700	7	167	1400	26
750	2100	23	700	4	164	2100	25
1000	2800	16	700	2	162	2800	16
1500	3500	9	700	1	161	3500	9

Per verdunning zijn zijn meerdere configuraties van gridpunten mogelijk. Wij hebben ons voor dit doel beperkt tot die configuratie waarbij steeds de relevante gridpunten op de periferie van het onderzoeksgebied waren betrokken. Zoals uit tabel 4 blijkt zijn per dichtheid de interpolaties door middel van *IRF2*-kriging en residuele *IRF2*-kriging op de zelfde gridpunten gebaseerd. De resultaten van deze interpolaties zijn dus zondermeer met elkaar vergelijkbaar.

## 6 Interpolatie-uitkomsten

### 6.1 Inleiding

Volgens de boven beschreven interpolatiemethoden is naar de 100 testpunten de doelvariabele geïnterpoleerd en de krigingvariantie geschat. De krigingvariantie geeft een indicatie over de betrouwbaarheid van de geïnterpoleerde waarde. De krigingvariantie hangt vooral af van de grootte van de semivariantie en de interpolatie-afstand. Zoals in paragraaf 5.3.1 is besproken, is de residuele *IRF2*-kriging uitgevoerd in twee interpolatiestappen die beide een krigingvariantie opleveren. De interpolatie in de eerste stap, de interpolatie van de via FEMSATS berekende grondwaterstanden naar de testpunten, leidde tot zeer kleine krigingvarianties. De interpolatie in de tweede stap, de interpolatie van de residuen, bepaalt daardoor bij residuele *IRF2*-kriging vrijwel uitsluitend de uiteindelijke krigingvariantie.

Zoals in paragraaf 2.2 is aangegeven, hebben we de (totale) interpolatiefout uitgedrukt in de *Root Mean Square Error (RMSE)*. Met de *Mean Error (ME)* geven we de systematische fout aan. Aangezien kriging een exacte voorspeller wordt genoemd (zie hoofdstuk 5) zou de *ME* nul moeten zijn.

De bovengenoemde interpolatiefout is een empirisch vastgestelde waarde, de interpolatiemethoden die hier gebruikt zijn geven per interpolatie ook een indicatie over de betrouwbaarheid ervan in de vorm van de krigingvariantie.

Om de krigingvariantie te kunnen vergelijken met de *RMSE*, hebben we uit de krigingvariantie de *Root Mean Kriging Variance (RMKV)* berekend. Dit is de wortel van het gemiddelde van de krigingvarianties.

In hoofdstuk 3 is aangegeven dat het onderzoeksgebied verdeeld is in 4 strata. Wij hebben de *ME*, *RMSE*, en *RMKV* uitgerekend per stratum en gemiddeld voor het gehele gebied gewogen naar de oppervlakte van de strata.

### 6.2 Grondwaterstandsdiepte

De resultaten van de interpolatie van de grondwaterstandsdiepte zijn samen gevat in tabel 5. We zullen deze resultaten eerst per interpolatie-procedure bespreken en vervolgens met elkaar vergelijken.

Tabel 5 De gemiddelde interpolatiefouten van de grondwaterstandsdiepte van de drie onderzochte methoden uitgedrukt in de Mean Error, Root Mean Square Error en de Root Mean Kriging Variance per stratum en voor het gehele gebied

Stratum	Ordinary kriging			Ordinary kriging gecomb. met regressie			Ordinary cokriging		
	ME	RMSE	RMKV	ME	RMSE	RMKV	ME	RMSE	RMKV
Centrum/ dichtbij	3,0	41,2	27,8	0,4	29,8	19,7	3,6	33,7	21,4
Centrum/ veraf	3,8	56,3	31,8	6,3	40,1	20,4	5,4	36,8	23,1
Rand/ dichtbij	-6,3	26,9	28,5	-1,9	23,3	21,1	-0,5	28,8	22,2
Rand/ veraf	4,3	24,0	32,0	5,5	25,6	21,9	8,8	27,5	24,4
Gehele gebied	1,5	40,5	30,0	2,7	31,0	20,7	4,3	32,4	22,7

**Ordinary kriging** levert per stratum een weliswaar kleine, maar niet geheel te verwaarlozen *ME*. Met name voor het stratum rand/dichtbij is deze systematische fout niet onaanzienlijk, maar tegengesteld aan die in de andere strata. Per saldo leidt dat voor het gebied als geheel tot een verwaarloosbare systematische fout. De aanwezigheid van systematische fouten betekent niet dat kriging geen zuivere schattingen van de doelvariabele oplevert, maar kan ook het gevolg zijn van een te beperkte omvang van de testset.

Uit de waarden van de *RMSE* blijkt dat de grondwaterstandsdiepte zich middels *ordinary* kriging niet goed laat interpoleren. De *RMSE* is voor alle 4 strata en dus voor het gehele gebied zeer hoog. Voor twee strata in het centrum van het gebied wordt zelfs niets van de totale variatie van de grondwaterstandsdiepte door de interpolatie-uitkomsten verklaard.

De *RMKV* is eveneens hoog maar aanzienlijk lager dan de *RMSE*. Bovendien is de *RMKV* in het stratum rand veraf het hoogst, terwijl de empirisch bepaalde *RMSE* in dat stratum juist het kleinst is. De krigingvariantie wordt behalve door het model voor de ruimtelijke correlatiestructuur bepaald door de configuratie en afstand van de observatiepunten tot het voorspelpunt. Zoals uit figuur 12 blijkt, is de afstand van het dichtstbijzijnde observatiepunt vooral bij geringere afstanden sterk bepalend voor de krigingvariantie.

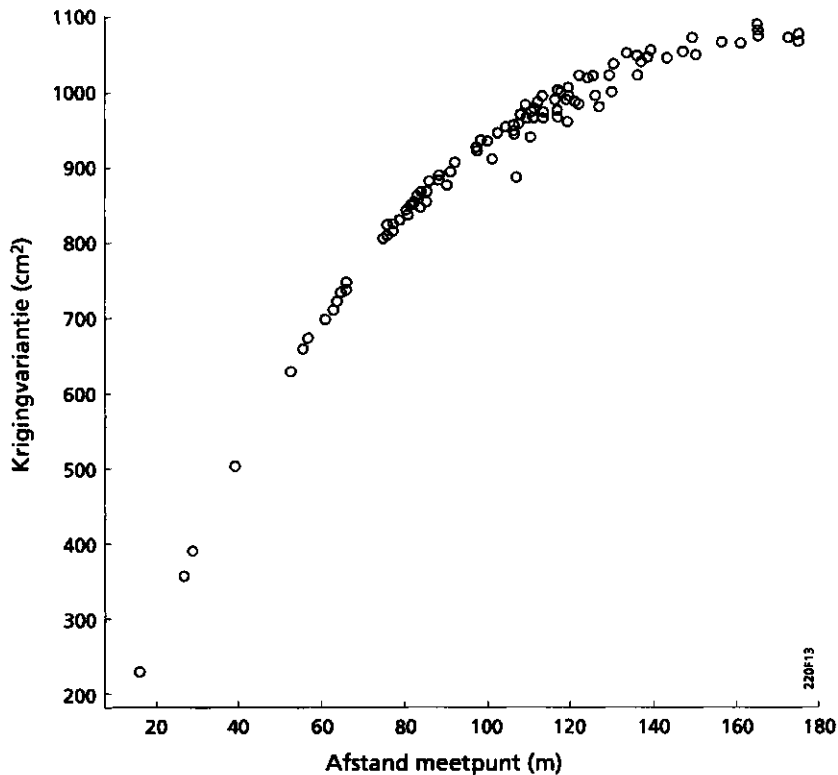


Fig. 12 De samenhang tussen de krigingvarianantie en de afstand tot het dichtst bij gelegen meetpunt

Het is aannemelijk dat de *RMKV* in het stratum centrum/dichtbij het laagst en in het stratum rand/veraf het hoogst is. Een factor die sterk bepalend kan zijn voor de grootte van de voorspelfout, de variatie in grondwaterstandsdiepte, blijft echter bij de berekening van de *RMKV* buiten beschouwing. De *RMKV* geeft daarom maar zeer ten dele een indicatie over de verschillen in betrouwbaarheid tussen de strata.

Ook bij **kriging gecombineerd met regressie** varieert de systematische fout (*ME*) tussen de strata sterk, maar ook nu is deze over het gehele gebied beperkt. De *RMSE* vertoont dezelfde tendens als bij *ordinary* kriging (zonder regressie), maar liggen voor het centrum van het gebied aanzienlijk lager. Voor het stratum centrum/veraf is de totale variantie van de grondwaterstandsdiepte verreweg het grootst ( $3376 \text{ cm}^2$ ). Hoewel de *RMSE* in dit stratum het hoogst is, wordt in dit stratum het grootste deel van de totale variantie door de interpolatie-uitkomsten verklaard (ruim 50%).

De *RMKV* is wederom aanzienlijk lager dan de *RMSE*. Omdat bij deze interpolatie-procedure voor de berekening van de krigingvarianantie ook de nauwkeurigheid van de waarden op de observatiepunten een rol spelen, is de rangorde in krigingvarianantie niet overeenkomstig met die bij *ordinary* kriging (zonder regressie).

Bij **cokriging** is de systematische fout voor het stratum 'rand/veraf' aanzienlijk. Ook

over het gehele gebied genomen is de systematische fout vrij groot. De *RMSE* is ook bij interpolatie van de grondwaterstandsdiepte middels cokriging groot. De gemiddelde voorspelfout is steeds iets groter dan bij kriging gecombineerd met regressie, behalve bij het stratum centrum/veraf. De *RMKV* is eveneens wat groter dan bij kriging gecombineerd met regressie, maar aanzienlijk kleiner dan bij *ordinary* kriging.

Zoals opgemerkt, is bij alle drie methoden de *RMKV* aanzienlijk lager dan de *RMSE*. Dit is het gevolg van de onzekerheid van het geschatte variogram, het werkelijke variogram is immers niet bekend.

Tabel 5 laat zien dat de interpolatiefout bij toepassing van *ordinary* kriging zonder gebruik van hulpinformatie aanzienlijk groter is dan bij de twee andere interpolatiemethoden. Met het gebruik van hulpinformatie kan de omvang van de interpolatiefout sterk worden verkleind. Nietemin is ook dan de gemiddelde interpolatiefout nog groot. Met de toevoeging van de hoogtepunten wordt het meetnet sterk verdicht, waardoor de voorspelfout afneemt. Toch blijft de voorspelfout groot als gevolg van de geringe ruimtelijke correlatie van de grondwaterstandsdiepte (zie fig. 10).

Zoals in hoofdstuk 2 is aangegeven hebben we de resultaten van de toegepaste interpolatiemethoden gevalideerd met de *t*-toets. De resultaten hiervan zijn weergegeven in tabel 6.

*Tabel 6 Vergelijking van de interpolatiefout bij ordinary-kriging, kriging gecombineerd met regressie en cokriging uitgedrukt in de t-waarde, alsmede het aantal effectieve vrijheidsgraden en de daarbij behorende kritieke t-waarden bij een onbetrouwbaarheidsdrempel ( $\alpha$ ) van 2,5%*

Interpolatiemethode	Ordinary-kriging			Kriging gecombineerd met regressie		
	t-waarde	Aantal vrijheidsgraden ( $\nu$ )	Kritieke t-waarden ( $-t_{\nu}/+t_{\nu}$ )	t-waarde	Aantal vrijheidsgraden ( $\nu$ )	Kritieke waarden ( $-t_{\nu}/+t_{\nu}$ )
Kriging gecomb. met regressie	2,62	85	2,00	-	-	-
Cokriging	1,45	83	2,00	-1,46	88	2,00

De *t*-waarden kunnen positief of negatief zijn. Een positieve *t*-waarde betekent kleinere, een negatieve *t*-waarde grotere interpolatiefouten. Dus resp. een betere en een slechtere interpolatiemethode. Bij *t*-waarden kleiner resp. groter dan de kritieke waarden (hier steeds -2 en +2) is de interpolatiemethode significant slechter resp. beter.

Toetsing van kriging gecombineerd met regressie met *ordinary* kriging geeft een *t*-waarde van 2,62. Dat is groter dan de kritieke waarde; kriging gecombineerd met regressie geeft dus significant betere resultaten dan *ordinary* kriging. Cokriging lijkt weliswaar beter dan *ordinary* kriging, maar de resultaten van deze twee interpolatiemethoden zijn met een *t*-waarde van 1,45 niet significant verschillend. Dit geldt ook voor de verschillen tussen cokriging en kriging gecombineerd met regressie.

### 6.3 Grondwaterstand

Zoals eerder opgemerkt is de grondwaterstand een geheel andere doelvariabele dan de grondwaterstandsdiepte. Voor de ruimtelijke voorspelling van de grondwaterstand zijn geheel andere interpolatiemethoden toegepast. Deze interpolatie-uitkomsten kunnen dus niet worden vergeleken met die van de grondwaterstandsdiepte. De resultaten van de interpolaties van de grondwaterstanden zijn samen gevat in tabel 7.

Tabel 7 De gemiddelde interpolatiefouten van de absolute grondwaterstand van de drie onderzochte methoden uitgedrukt in de Mean Error, Root Mean Squared Error en de Root Mean Kriging Variantie per stratum en voor het gehele gebied

Interpolatie- methode	IRF2-kriging			IRF2-kriging gecomb. met regressie			Residuele IRF2- kriging		
	ME	RMSE	RMKV	ME	RMSE	RMKV	ME	RMSE	RMKV
Stratum/ dichtbij	-1,9	10,7	11,0	-1,1	10,8	9,3	-1,5	10,7	12,4
Centrum/ veraf	-2,6	12,2	12,6	-4,4	12,5	10,0	-3,2	11,6	13,0
Rand/ dichtbij	1,5	7,7	11,3	2,2	8,7	9,6	1,2	7,2	12,5
Rand/ veraf	-0,8	12,6	12,7	-1,8	18,3	10,2	0,2	10,6	13,1
Gehele gebied	-0,8	11,0	11,9	-1,5	12,9	9,7	-1,0	10,3	12,8

Bij **IRF2-kriging** is de gemiddelde fout (*ME*) minimaal. Er is dus geen sprake van systematisch te hoge of te lage schattingen van de grondwaterstand. De *RMSE* verschilt per stratum vrij sterk, maar is over het gehele gebied genomen vrij klein. **IRF2-kriging** is derhalve een betrouwbare methode voor de interpolatie van grondwaterstanden. De grootte van de *RMKV* komt sterk overeen met die van de *RMSE*. Alleen in het stratum rand/dichtbij is de *RMSE* aanzienlijk kleiner.

Ook **IRF2-kriging gecombineerd met regressie** leidt niet tot een systematische over- of onderschatting van de grondwaterstand. De *RMSE* is wederom zeer beperkt met uitzondering van het stratum rand/veraf. Wellicht is dat toe te schrijven aan de aanwezigheid van een beperkt aantal observatiepunten (randeffect). Opmerkelijk is dat de *RMSE* groter is dan bij **IRF2-kriging** zonder hulpinformatie. Dit wordt waarschijnlijk veroorzaakt door lokale systematische afwijkingen in de waarden van de grondwaterstand die met het regressiemodel geschat zijn, met andere woorden, dat de grondwaterstand met het regressiemodel voor clusters van hoogtepunten te diep of te ondiep is geschat. Het regressiemodel geeft in die situaties een te beperkte beschrijving van de werkelijkheid.

De *RMKV* is laag dankzij de veel geringere interpolatie-afstand door het gebruik van de berekende grondwaterstanden op de hoogtepunten.

Ook bij **residuele IRF2-kriging** is de systematische fout verwaarloosbaar klein. De grootte van de *RMSE* en de *RMKV* zijn vergelijkbaar met de twee andere methoden.

Zoals eerder is opgemerkt geeft de krigingvariantie geen goede indicatie over de verschillen in nauwkeurigheid tussen de strata onderling. Over het gehele gebied genomen geeft de krigingvariantie een redelijk betrouwbare kwaliteitsindicatie voor de interpolatie-uitkomst per voorspelpunt. Figuur 13 laat zien dat bij punten met een kleine krigingvariantie de interpolatiefout relatief klein is. Bij punten met hoge krigingvarianties zijn ook lage interpolatiefouten mogelijk, maar er bestaat ook een reële kans op (zeer) grote interpolatiefouten.

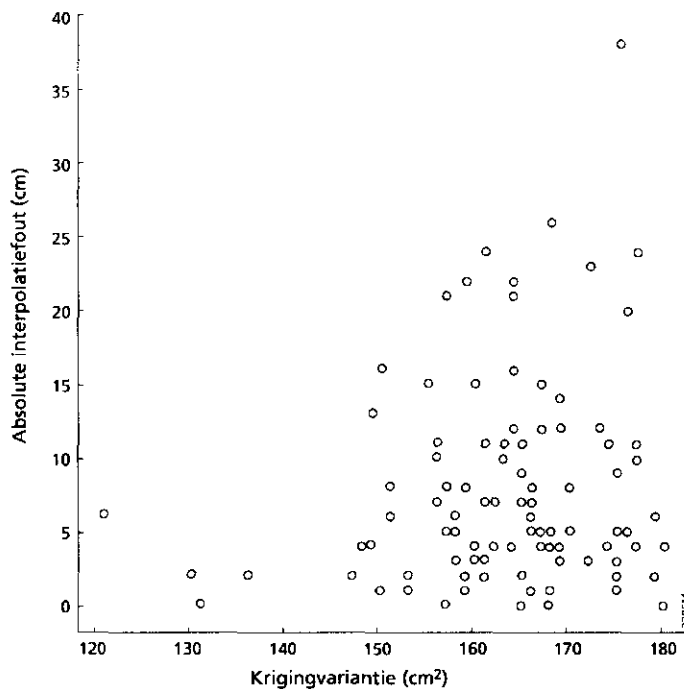


Fig. 13 De samenhang tussen de absolute interpolatiefout en de krigingvariantie bij toepassing van residuele IRF2-kriging

Het verschil tussen de *RMKV* en de *RMSE* is bij de interpolatie van de grondwaterstand veel kleiner dan bij de grondwaterstand ten opzichte van maaiveld. Dit komt doordat de grondwaterstand een zeer glad verloop heeft. Hierdoor is de modelonzekerheid veel geringer waardoor de *RMKV* een veel betere schatting is van de interpolatiefout.

Ook de uitkomsten van deze onderzochte interpolatiemethoden hebben we vergeleken met de *t*-toets (tabel 8) op het gemiddelde van de verschillen in absolute voorspelfouten. Uit de *t*-toets blijkt dat het resultaat van *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie significant slechter is dan *IRF2*-kriging zonder extra informatie. Het gebruik van extra informatie kan dus leiden tot slechtere resultaten. Een oorzaak hiervoor is het gebruik van een model dat onvoldoende de werkelijkheid beschrijft, of een te beperkte (toevallig niet-representatieve) testset. De *t*-toets kan weliswaar uitwijzen dat een verschil significant is, maar daarna dient te worden beoordeeld of het verschil ook *relevant* is. Dit laatste hangt sterk af van het doel waarvoor de informatie wordt gebruikt. Een verschil dat significant is, maar zo klein dat het nauwelijks relevant is, doet zich voor als de variantie van de verschillen zeer gering is en het gemiddelde ongelijk aan 0.

Tabel 8 Vergelijking van de interpolatiefout bij IRF2-kriging, IRF2-kriging gecombineerd met regressie en residuele IRF2-kriging uitgedrukt in de  $t$ -waarde, alsmede het aantal effectieve vrijheidsgraden en de daarbij behorende kritieke  $t$ -waarden bij een onbetrouwbaarheidsdrempel ( $\alpha$ ) van 2,5%

Interpolatie- methode	IRF2-kriging			IRF2-kriging gecombineerd met regressie		
	$t$ - waarde	Aantal vrijheidsraden ( $v$ )	Kritieke $t$ - waarden ( $-t_v/+t_v$ )	$t$ - waarde	Aantal vrijheids- graden ( $v$ )	Kritieke $t$ -waarden ( $-t_v/+t_v$ )
IRF2-kriging gecombineerd met regressie	-3,21	90	1,99	-	-	-
Residuele IRF2-kriging	0,72	82	1,99	3,89	88	1,99

Residuele IRF2-kriging ten opzichte van IRF2-kriging zonder extra informatie geeft weliswaar een positieve  $t$ -waarde, maar is deze zodanig klein, dat er geen enkele aanwijzing is voor betere resultaten. Residuele IRF2-kriging geeft evenwel zeer sterk significant kleinere voorspelfouten dan IRF2-kriging gecombineerd met regressie. Het blijkt dus dat afhankelijk van de soort hulpinformatie of de interpolatie-uitkomsten in een bepaalde situatie verbeteren of verslechteren.



## 7 Invloed dichtheid meetnet op de interpolatiefout

Figuur 14 laat zien dat bij alle interpolaties de *RMSE* met de gridpuntsafstand toeneemt. De *RMSE* neemt *IRF2*-kriging verreweg het sterkst toe. Deze grote toename is ten dele schijn. De interpolatiefout bij de gridpuntsafstand van 1500 m is volgens de *Student's t*-toets niet significant groter dan bij 1000 m. De interpolatiefout neemt bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie met de gridpuntsafstand veel minder toe. De *RMSE* neemt bij een gridpuntsafstand van 500 m duidelijk toe ten opzichte van de gridpuntsafstand van 250 m, maar bij grotere gridpuntsafstanden nauwelijks (althans niet significant) meer toe. Zoals reeds is opgemerkt, is bij een gridpuntsafstand van 250 m de gemiddelde interpolatiefout bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie groter dan bij *IRF2*-kriging zonder extra informatie. Bij grotere gridpuntsafstanden evenwel is de *RMSE* bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie steeds kleiner ondanks het feit dat bij deze interpolatiemethode het aantal gridpunten dat bij de interpolatie betrokken wordt veel kleiner is. In die situaties wordt de grootte van de interpolatiefout bij *IRF2*-kriging zonder hulpinformatie voornamelijk bepaald door de grote interpolatie-afstanden. Bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie wordt de interpolatiefout bij gridpuntsafstanden groter dan 750 m uitsluitend bepaald door de predictiefout van de geschatte grondwaterstanden op de hoogtepunten.

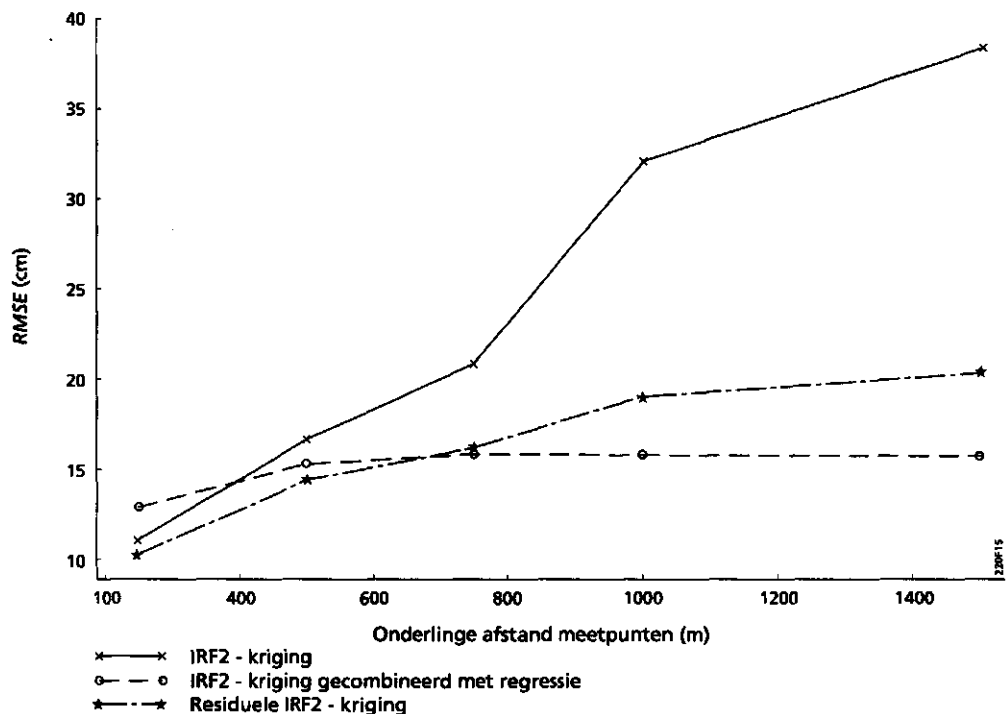


Fig. 14 De interpolatiefout bij *IRF2*-kriging, *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie en residuele *IRF2*-kriging bij verschillende dichtheden van het meetnet

De uitkomsten van de interpolaties middels residuele *IRF2*-kriging leveren voor een gridpuntsafstand van 250 m duidelijk betere voorspellingen dan met *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie. Bij de eerste methode neemt de interpolatiefout met een toenemende interpolatie-afstand meer toe dan bij de tweede methode, zodat deze bij een gridpuntsafstand van 750 m nagenoeg gelijk zijn. Bij een gridpuntsafstand van 1000 m is de interpolatiefout bij *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie zelfs significant kleiner dan bij residuele *IRF2*-kriging.

In figuur 15 is middels de *t*-toets nog eens weergegeven of en in welke mate de interpolatie-uitkomsten door gebruik van hulpinformatie bij de verschillende gridpuntsafstanden worden verbeterd. Hieruit blijkt dat afhankelijk van de dichtheid van het meetnet het gebruik van hulpinformatie tot significante verbetering van de voorspellingen leidt.

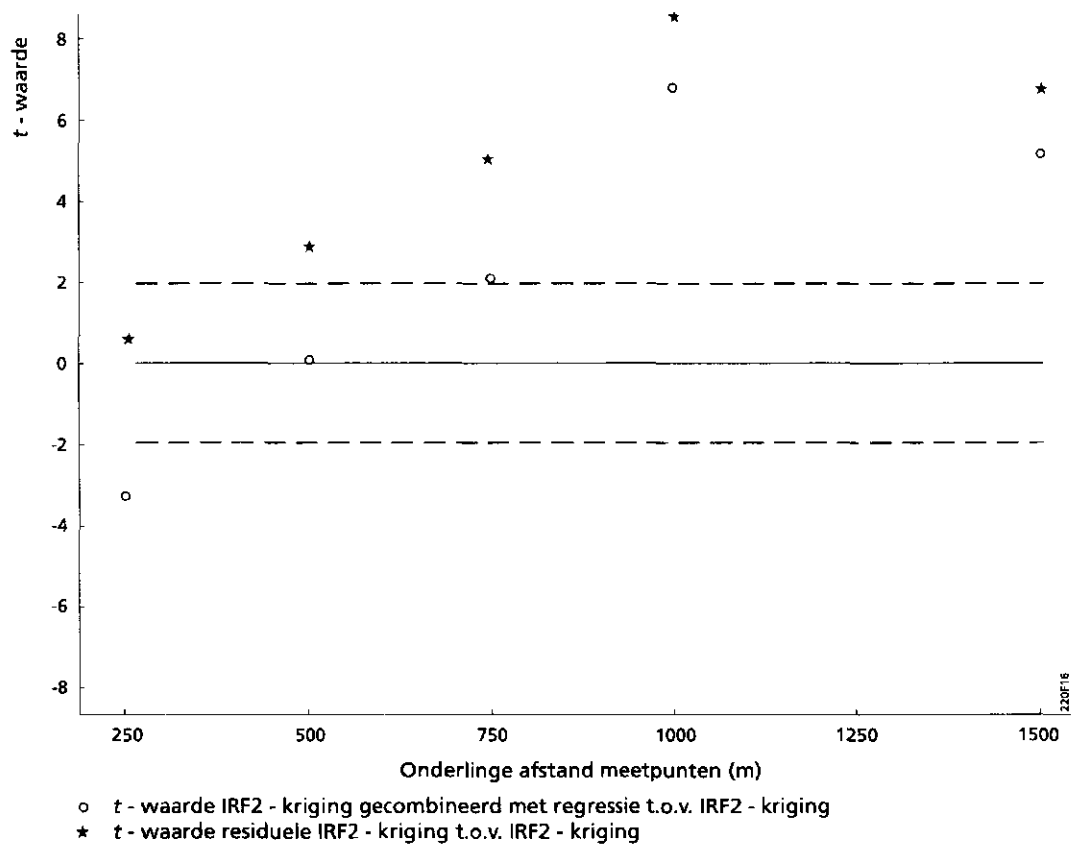


Fig. 15 De verschillen in interpolatiefouten bij verschillende dichtheden van het meetnet in vergelijking met *IRF2*-kriging uitgedrukt in de *t*-waarde

## 8 Conclusies en aanbevelingen

### 8.1 Conclusies

- 1) Gebruik van hulpinformatie leidt meestal tot nauwkeurigere ruimtelijke voorspellingen van de grondwaterstandsdiepte en van de grondwaterstand.
- 2) Bij afnemende waarnemingsdichtheid van de doelvariabele neemt de interpolatiefout bij gebruik van *IRF2*-kriging (zonder hulpinformatie) aanzienlijk toe. Bij toepassing van residuele *IRF2*-kriging en vooral *IRF2*-kriging gecombineerd met regressie is toename veel geringer. Met het gebruik van hulpinformatie (fysisch-geografische informatie of systeemkennis) kunnen ook bij een zeer ijl meetnet nog redelijk nauwkeurige schattingen van de grondwaterstand worden gerealiseerd.
- 3) Behalve bij cokriging van de grondwaterstandsdiepte is het gemiddelde van de verschillen tussen de geïnterpoleerde waarden en de werkelijke waarden van de doelvariabele zeer gering. De methoden leveren dus een nagenoeg zuivere schatting van de doelvariabele. Binnen strata is dat niet steeds het geval.
- 4) De interpolatiefout op individuele punten kan zeer aanzienlijk zijn. Dit is in zeer sterke mate het geval bij de interpolatie van de grondwaterstandsdiepte. Zelfs bij een geringe interpolatieafstand (tot maximaal ca. 175 m) treden vooral bij *ordinary* kriging al zeer grote interpolatiefouten op. Dit is het gevolg van de geringe ruimtelijke correlatie van deze doelvariabele. De grote variatie in maaiveldshoogte is hier voornamelijk de oorzaak van. Ondanks een sterke reductie van de interpolatiefout bij gebruik van kriging gecombineerd met regressie of cokriging is de *RMSE* nog zeer aanzienlijk.
- 5) De interpolatie van de grondwaterstand levert bij de maximale dichtheid van het meetnet bij alle onderzochte interpolatiemethoden goede resultaten.

### 8.2 Aanbevelingen

- 1) Fysisch-geografische informatie en de kennis van het hydrologische systeem samengevoegd, geeft waarschijnlijk een vollediger beschrijving van het grondwaterniveau op een bepaald tijdstip. Het verdient aanbeveling na te gaan of de voorspellingen met een regressiemodel en de uitkomsten van het model FEMSATS gecombineerd kunnen worden aangewend bij de interpolatie van de grondwaterstandsdiepte.
- 2) Met een niet-stationair stromingsmodel, bijv. SIMGRO, kan een hydrologisch systeem gedetailleerder worden gemodelleerd. Deze modellen vergen evenwel veel tijd en veldgegevens. Nagegaan zou moeten worden of met het gebruik van de uitkomsten van een dergelijk model de interpolatiefouten zodanig worden verkleind dat het opweegt tegen de extra kosten en tijd.
- 3) Op het gebied van hoogtemetingen zijn technieken in ontwikkeling, o.a. *Global Positioning Systems (GPS)* (Leick, 1995) en *laser* (Han, 1995), waarmee naar verwachting in de toekomst nagenoeg gebiedsdekkend nauwkeurige informatie

van de maaiveldhoogte beschikbaar komt (digitaal terreinmodel). Wellicht kan dan volstaan worden met schatting van de grondwaterstand op de punten van een nauwkeurig digitaal terreinmodel door middel van een regressiemodel. Onderzoek hiernaar verdient aanbeveling.

- 4) Grondwaterstanden zijn behalve in de ruimte ook in de tijd gecorreleerd. In dit onderzoek is uitsluitend de ruimtelijke correlatie van de grondwaterstand(sdiepte) gebruikt bij de interpolaties. Door de interpolatieresultaten van een voorgaand tijdstip te gebruiken als hulpinformatie bij de ruimtelijke interpolatie op volgende tijdstippen, wordt ook de temporele correlatie benut. Wellicht kan op die manier na een eenmalige meting in een dicht meetnet, vervolgens volstaan worden met metingen in een ijl net.

## Literatuur

Ahmed, S. & G. de Marsily, 1987. 'Comparison of geostatistical methods for estimating transmissivity using data on transmissivity and specific capacity'. *Water Resources Research* 23; 9, 1717-1737.

Breeuwsma, A., J.G. Reijerink, O.F. Schoumans, D.J. Brus & H. van het Loo, 1989. *Fosfaatbelasting van bodem, grond- en oppervlaktewater in het stroomgebied van de Schuitembeek*. Wageningen, Staring Centrum. Rapport 10.

Cochran, W.G., 1977. *Sampling techniques*. 3rd edition. New York, Wiley.

Colenbrander, H.J., 1970. *Waarneming en bewerking van grondwaterstand- en bodemvochtgegevens*. In: Hydrologisch onderzoek in het Leerinkbeekgebied. Commissie ter bestudering van de waterbehoefte van de Gelderse landbouwgronden. Tweede interimrapport werkgroep I; 148-175.

Commissie Onderzoek Landbouwwaterhuishouding Nederland (COLN)-TNO, 1958. *De landbouwwaterhuishouding van Nederland*. Rapport 1 t/m 12.

Delfiner, P., 1976. Linear estimation of non stationary spatial phenomena. In: M. Guarascio, M. David & C. Huijbregts (Eds), 1976. *Advanced Geostatistics in the Mining Industry*. Dordrecht-Holland, D. Reidel Publishing Company; 49-68

Delhomme, J.P., 1974. La cartographie d'une grandeur physique à partir de données de différentes qualités. *Proceedings of the Montpellier Meeting, International Association of Hydrogeologists, Memoires* 10; 185-194.

Delhomme, J.P., 1978. 'Kriging in the hydrosience'. *Advances in Water Resources*, 1; 5, 251-266.

Draper, N.R. & H. Smith, 1981. *Applied Regression Analysis*. 2nd edition. New York, Wiley.

Droesen, W.J. & Th.N. Olsthoorn, 1990. Incorporating system knowledge in kriging of peizometric head. *Proceedings of the First European Conference on Geographical Information Systems, 1990*.

Ernst, L.F., 1978. Drainage of undulating sandy soils with high groundwater tables. I. A drainage formula based on a constant hydraulic head ratio. II. The variable hydraulic head ratio. *Journal of Hydrology* 39; 1-30.

Geer, F.C. van, 1987. *Applications of Kalman filtering in the analysis and design of groundwater monitoring networks*. Doctoral thesis. Delft TH-Delft, The Netherlands

Genstat 5 Committee, 1987. *Genstat 5 Reference manual*. Oxford, Clarendon press.

Geomorfologische kaart van Nederland, schaal 1 : 50 000, 1982 *Blad 32*. Stichting voor Bodemkartering, Wageningen/Rijks Geologische Dienst, Haarlem.

Goedhart, P.W. & J.T.N.M. Thissen (eds), 1992. *Genstat Procedure Library Manual & GLW Procedure Library Manual. Release 2[3]*. Rapport LWA-92-15, DLO-Groep Landbouwwiskunde, Wageningen.

Grondwaterkaart van Nederland, 1984. *Amersfoort-oost, blad 32 oost*. Delft-Oosterwolde, Dienst grondwaterverkenning TNO.

Grootjans, P., 1978. *Hydrologische beschrijving van de Provincie Gelderland*. Dienst Grondwaterverkenning TNO, Delft/Dienst Waterbeheer, Provincie Gelderland.

Han, C.S., 1995. Vliegtuig-laserscanning. Een onderzoek naar de toepasbaarheid van een moderne remote sensing inwinningstechniek voor het meten van digitale terreinmodellen. *NGT Geodesia*, 1995-2; 89-93.

Heesen, H.C. van, 1971. 'De weergave van het grondwaterstandsverloop op bodemkaarten'. *Boor en Spade* 17; 127-149.

Hemker, C.J. en H. van Elburg, 1987. *Micro-Fem, version 2.0. Microcomputer Multilayer Steady State Finite Element Groundwater Modeling, Users manual*. Amsterdam.

Hoogtepuntenkaart van Nederland, Schaal 1 : 10 000, z.j. *Blad 32E noord*. Topografische Dienst.

IWACO, 1992. *Modellering watersysteem*. Grondwaterbeheer Midden Nederland. IWACO B.V./Provincie Gelderland.

Journel, A.G. & CH. J. Huijbregts, 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press. London, New York, San Francisco.

Kitanidis, P.K., 1983. 'Statistical estimation of polynomial covariance functions and hydrologic application'. *Water Resources Research* 19; 4, 909-921.

Knotters, M., D.J. Brus & J.H. Oude Voshaar, 1995. 'A comparison of kriging, co-kriging and kriging combined with regression for spatial interpolation of horizon depth with censored observations'. *Geoderma* 67; 227-246.

Leenders, W.H., F. Brouwer en M. Knotters, 1990. *De bodemgesteldheid van het herinrichtingsgebied Nijkerk-Putten*. Wageningen, Staring Centrum. Rapport 54.

Leick, A., 1995. *GPS Satellite surveying*. Wiley. New York.

Mallows, C.L., 1973. 'Some Comments on Cp'. *Technometrics* 15; 661-675

- Marsman, B.A. & J.J. de Gruijter, 1986. Quality of soil maps. A comparison of survey methods in a sandy area. Wageningen, Soil survey Institute. *Soil Survey Papers* 15.
- Matheron, G., 1973. 'The intrinsic random functions and their applications', *Advances in Applied Probability* 5; 439-468.
- Myers, D.E., 1982. 'Matrix formulation of co-kriging'. *Mathematical Geology* 3; 14, 249-257.
- Montgomery, D.C. & E.A. Peck, 1992. *Introduction to Linear Regression Analysis*. 2nd edition. New York, Wiley.
- Nienhuis, P.R. & R.J. Stuurman, 1988. 'Het bepalen van de grondwaterstand in een freatische aquifer met behulp van lineaire regressie, kriging en cokriging'. *H<sub>2</sub>O* 117; 676-681.
- Querner, E.P. & P.J.T. van Bakel, 1989. *Description of the regional groundwater flow model SIMGRO*. Wageningen, The Winand Staring Centre. Report 7.
- Riele, W.J.M. & D.J. Brus, 1992. *Het gebruik van fysisch-geografische voorinformatie bij de ruimtelijke voorspelling van grondwaterstanden en grondwaterstandskarakteristieken (GHG en GLG)*. Wageningen, DLO-Staring Centrum. Rapport 209.
- Rouhani, S. & H. Wackernagel, 1990. 'Multivariate geostatistical approach to space-time analysis'. *Water Resources Research*. 26; 4, 548-591.
- Shibata, R., 1976. 'Selection of the order of an autoregressive model by Akaike's information criterion'. *Biometrika* 63; 1, 117-126.
- Sluijs, P. van der, 1982. 'De grondwatertrap als karakteristiek voor het grondwaterstandsverloop'. *H<sub>2</sub>O* 15; 3, 42-46.
- Sluijs, P. van der & J.J. de Gruijter, 1985. 'Watertable classes. A method used to indicate seasonal fluctuations and duration of water-tables on Dutch soil maps'. *Agricultural Water Management*. 10; 109-125.
- Stein, A., A.C. van Eijsbergen & L.G. Barendrecht, 1991a. 'Cokriging non-stationary data'. *Mathematical Geology* 23; 5, 703-719.
- Stein, A., I.G. Staritsky, J. Bouma, A.C. van Eijsbergen & A.K. Bregt, 1991b. 'Simulation of moisture deficits and areal interpolation by universal cokriging'. *Water Resources Research* 27; 8, 1963-1973.
- Steur, G.G.L en W. Heijink, 1987. *Bodemkaart van Nederland 1 : 50 000; Algemene begrippen en indelingen*. Stichting voor Bodemkartering, Wageningen.

Vries, F. & C. van Wallenburg, 1990. 'Met de nieuwe grondwatertrappenindeling meer zicht op het grondwater'. *Landinrichting* 30; 31-36.

Waterstaatskaart van Nederland, schaal 1 : 50 000, 1984. *Blad Ammersvoort-oost* 32. Delft, Rijkswaterstaat Meetkundige Dienst.

#### ***Niet-gepubliceerde bronnen***

Peeters, J.A.C.M., 1994. *Berekening van de regionale grondwaterstroming rondom "De Hoef" met behulp van het model SIMGRO*. Wageningen, DLO-Starig Centrum, Interne Mededeling 283.

Pomper, A.B., 1994. *Beschrijving van een FEMSATS-model voor het studiegebied Putten*. Wageningen, DLO-Staring Centrum, Interne Mededeling 287.

Querner, E.P., 1984. *Program FEMSAT - Calculation method for steady and unsteady groundwater flow*. Wageningen, ICW Nota 1557.

Querner, E.P., 1991. *User's manual for groundwater models FEMSATS and FEMSAT*. Wageningen, DLO-Staring Centrum, mei 1991.

Querner, E.P., 1992b. *Data management program for groundwater and surface water models*. Wageningen, DLO Winand Staring Centre, Draft Report.

Werkgroep Gt-onderzoek, 1991. *Huidig & toekomstig onderzoek naar aspecten van de ruimtelijke en temporele variabiliteit van het freatisch grondwaterniveau*. Wageningen. DLO-Staring Centrum. Interne Mededeling 142.