

MEDEDELINGEN LANDBOUWHOGESCHOOL
WAGENINGEN • NEDERLAND • 67-10 (1967)

PROEFVLAKTELOZE OPSTANDSBEMONSTERING

P. G. DE VRIES

*Afdeling Houtmeetkunde
Landbouwhogeschool, Wageningen, Nederland*

A. STOFFELS

Staatsbosbeheer, Utrecht, Nederland

(Ontvangen 22-II-1967)

INHOUD

1. INLEIDING	1
2. HET PRINCIPE VAN DE METHODE BITTERLICH	3
3. INSTRUMENTEN VOOR HET FIXEREN VAN DE MEETHOEK	6
4. VERDERE UITWERKING VAN HET PRINCIPE. MASSA- EN STAMTALBEPALING	13
5. SCHATTING VAN DE OPSTANDSINHOUD MET VORMHOOGTETABELLEN . .	17
6. AANTAL BENODIGDE TELLINGEN PER OPSTAND	21
7. OVERWEGINGEN BIJ DE KEUZE VAN DE GRONDVLAKFACTOR	23
8. PRAKTISCHE PROBLEMEN	25
9. DE CORRECTIEFACTOR VOOR 'SLOPOVER'	29
10. VERGELIJKING VAN EEN VOLLEDIGE OPNAME EN EEN PRISMATELLING . .	31
11. BIJZONDERE TOEPASSINGEN VAN DE METHODE BITTERLICH	37
11.1 Schatting van reductiefactoren voor rond stapelhout	37
11.2 Schatting van de grondvlak-aanwas	38
SUMMARY	42
LIJST VAN GEBRUIKTE SYMBOLEN – <i>LIST OF SYMBOLS USED</i>	45
LITERATUUR	47

1. INLEIDING

In 1948 publiceerde de Oostenrijkse bosbouwkundige Dr. WALTER BITTERLICH een geheel nieuw denkbeeld op het gebied van de houtmeetkunde, dat in vele landen, waaronder de U.S.A., Australië en Rusland, vrijwel onmiddellijk toepassing vond en een ware omwenteling in de opnametechniek van bosopstanden teweeg bracht. De op BITTERLICH's even brillante als simpele ontdekking gebaseerde opnametechniek is in Europa bekend onder de naam 'Winkelzählprobe' en wordt in Amerika 'plotless sampling' of 'point sampling' ('Proefvlakteloze opstandsbemonstering') genoemd, in tegenstelling tot de conventionele oppervlaktebemonstering of 'plot sampling'.

In de ontwikkeling van de voor deze techniek benodigde, geheel nieuwe categorie van meetinstrumenten kan men twee lijnen onderscheiden, nl. een die tot de door BITTERLICH zelf ontworpen veelzijdige, mechanische spiegelrelascoop leidt, en een in de U.S.A. vooral door BRUCE en GROSENBAUGH uitgewerkte zuiver optische benadering, waarbij wigvormige glazen prisma's ('wedge prisms') of een samenstel daarvan, dan wel lenzensystemen gebruikt worden. De met beide categorieën van instrumenten gedane waarnemingen worden echter op geheel identieke wijze volgens BITTERLICH's conceptie geïnterpreteerd.

Over de theorie en de toepassing van de proefvlakte-loze bosbemonsteringstechniek bestaat reeds een vrij uitgebreide internationale literatuur. Werden aanvankelijk steeds nieuwe toepassingen gevonden, thans krijgt men vooral uit Amerika de indruk, dat zich daar gaandeweg een bevredigende standaardtechniek heeft uitgekristalliseerd, die men in brede kring propageert.

Ook in ons land vindt bosbemonstering ten behoeve van de Nederlandse Bosstatistiek en de bosbeheersplanning voortdurend plaats. Hoewel de techniek daarvan reeds werd gerationaliseerd, wordt de gedachte aan een nog eenvoudiger en zo mogelijk goedkopere techniek levend gehouden door de hardnekkige lage conjunctuur voor het inlandse hout, die het nagaan gebiedt van alle mogelijkheden welke tot een verlichting van de op onze bossen drukkende kosten kunnen leiden. In deze tijd van snelle veranderingen zou voorts verkorting van het tijdsbestek waarin de resultaten van een nationale bosinventarisatie beschikbaar kunnen komen, verscheidene belangrijke voordelen bieden.

Reeds eerder werd door enige Nederlandse houtmeetkundigen (VAN SOEST, 1951, STOFFELS, 1958) op het principe van BITTERLICH gewezen en werden suggesties voor praktische methoden gedaan, doch tot nu toe werden deze nog niet ten onzent bij de bosbemonstering ingevoerd. Wellicht de belangrijkste oorzaak daarvan is, dat deze voorstellen nog steeds een compromis tussen de gangbare oppervlaktebemonstering en een geheel proefvlakteloze techniek behelzen, waardoor zij weliswaar iets nieuws brengen, doch geen evident voordeel te zien geven.

In het volgende zal getracht worden aan te tonen, dat door een juiste combinatie van het principe van BITTERLICH met de in Nederland beschikbare statistische gegevens van onze produktiehoutsoorten, een doeltreffende bemonsterings-

methode zonder proefvlakten kan worden ontwikkeld. Daarbij komen tevens enige nieuwe gezichtspunten naar voren.

Daar bij deze methode aan de bemonsteraars geheel andere eisen gesteld worden, die veeleer op het niveau van beslisvaardigheid dan op dat van meet-nauwkeurigheid liggen, zullen op ruime schaal praktijkproeven dienen te worden genomen om na te gaan, in hoeverre eerstgenoemde eigenschap kan worden ontwikkeld en gestimuleerd. Dat slechts deze praktijkproeven uitsluitel kunnen geven over onze indruk dat de ontwikkelde proefvakteloze bemonsteringsmethode sneller en goedkoper zou zijn dan de huidige, ligt voor de hand.

2. HET PRINCIPE VAN DE METHODE BITTERLICH

Het principe van de methode BITTERLICH berust op de proefvlakteloze opstandsgrondvlakbepaling. Stel dat het oog zich in het willekeurig punt P (fig. 1) bevindt, in een fictief bos waarin alle stammen dezelfde diameter op borsthoogte (dbh), nl. d cm bezitten. Stel voorts dat men een vaste hoekmaat (de *meethoek* α) heeft, langs de benen waarvan men naar de diameters d viseert die rondom P te zien zijn. Sommige d 's (b.v. nr. 1, fig. 1) lijken 'dikker', andere (b.v. nr. 3) lijken 'dunner' dan de hoek α , en weer andere 'even dik' als deze hoek (nr. 2).

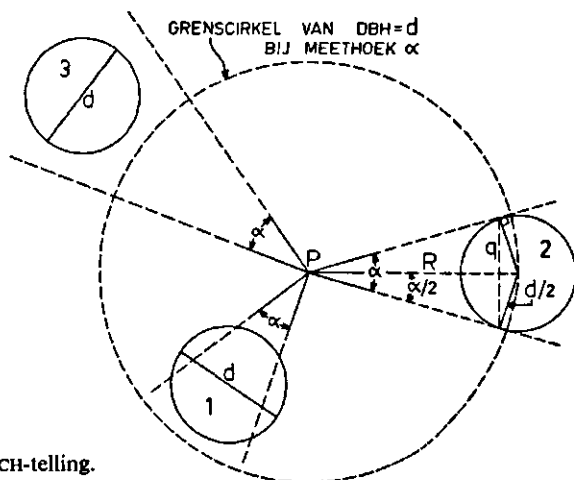


FIG. 1. Principe van de BITTERLICH-telling.

In het laatste geval, waarin de benen van de hoek dus raaklijnen zijn aan de stamdoorsnede, kan men de afstand R (van het stamcentrum tot het oog) berekenen als:

$$R = d / 2 \sin \frac{1}{2} \alpha \text{ cm} \quad (1)$$

Daar het om een kleine hoek α gaat, mag men (1) ook schrijven als:

$$R = d / 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha \text{ cm} \quad (2)$$

hetgeen erop neerkomt dat men de koorde q gelijkstelt aan de diameter d , wat in praktische gevallen geheel toelaatbaar is.

Het oog in P houdend, beschrijft men nu met de hoek α een cirkel en *telt* alle bomen die 'dikker dan' of 'even dik als' de meethoek lijken. Zulke die 'dunner' lijken telt men dus niet.

Wat men dan eigenlijk doet, is het aantal bomen tellen (stel men telt er z) die op een cirkelvormige bemonsteringsvlakte (de *grenscirkel*) met straal R staan. Het gezamenlijke grondvlak dezer z bomen is:

$$g = \pi d^2 z / 4 \text{ cm}^2 \quad (3)$$

Men heeft dus gevonden dat $g \text{ cm}^2$ grondvlak staat op een terreinoppervlakte van

$$A = \pi R^2 = \pi (d / 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha)^2 \text{ cm}^2 \quad (4)$$

of, wat hetzelfde is: $g \text{ m}^2$ grondvlak op $A \text{ m}^2$ terrein. Onderstellende dat het fictieve bos zich naar alle zijden uniform voortzet, vindt men bijgevolg uit deze ene bemonstering, dat het grondvlak per ha ($= 10^4 \text{ m}^2$) bedraagt:

$$G = 10^4 \cdot g/A = \frac{10^4 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot z / 4}{\pi (d/2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha)^2} = (10^4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha) \cdot z = k \cdot z \text{ m}^2/\text{ha} \quad (5)$$

Hierin is $k = 10^4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha$ een *constante*, de *grondvlakfactor*, die slechts door keuze van de meethoek bepaald wordt. Merkwaardigerwijs komt in (5) de diameter d zelve niet voor.

In een reëel bos zijn de voorkomende diameters natuurlijk niet alle gelijk; in de klemstaat komen daar de waarden $d_1, d_2, d_3, \dots, d_i, \dots, d_n$ voor. Denkt men zich nu alle bomen uit dit bos weg, behalve die welke éénzelfde, overigens willekeurig gekozen diameter, b.v. d_i hebben, en voert men een rondvisering met de meethoek uit waarbij z_i bomen geteld worden, dan is het aandeel dat deze bomen met diameter d_i tot het totale opstandsgrondvlak per ha bijdragen:

$$G_i = k \cdot z_i \quad (6)$$

Daar de diameter d_i willekeurig gekozen is, kan men (6) op alle diameterwaarden $d_1, \dots, d_n$ toepassen. Het totale opstandsgrondvlak per ha is de som van de grondvlak-aandelen die elke diametertrap bijdraagt, dus:

$$\begin{aligned} G &= G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_i + \dots + G_n = \\ &= \sum_{i=1}^n k \cdot z_i = k \sum_{i=1}^n z_i = k \cdot Z \end{aligned} \quad (7)$$

waarin Z het *totaal aantal* vanuit één standpunt (P) getelde bomen is, *ongeacht hun diameters*.

Ook al is het principe nu geheel verklaard, het is voor iemand die er voor de eerste maal mee kennismaakt een vreemd idee, dat het *opstandsgrondvlak in m^2/ha* door *telling* (zij het op speciale wijze) van een *aantal bomen* bepaald kan worden. Voor $k = 1$ is het grondvlak zelfs numeriek gelijk aan het aantal (Z) getelde bomen!

Het willekeurig punt P, van waaruit men de rondvisering uitvoert, kan door een ongelukkig toeval wel juist in een zeer dicht, dan wel in een zeer ijl opstandsdeel vallen, zodat het daar bepaalde grondvlak sterk van het gemiddelde zal afwijken. In plaats van nu, zo dit oculair al mogelijk is, een representatief opstandsdeel uit te zoeken, kan men beter rondviseringen op een aantal (p) wille-

keurig gekozen punten in de opstand uitvoeren, en het gemiddeld per punt getelde aantal bomen berekenen als:

$$\bar{Z} = (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_p)/p \quad (8)$$

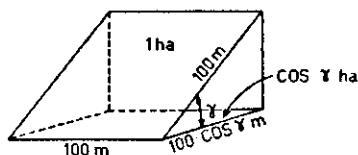
waaruit dan als gemiddeld grondvlak per ha volgt:

$$\bar{G} = k \cdot \bar{Z} \quad (9)$$

Het is duidelijk dat in een opstand des te meer tellingen nodig zijn om tot een betrouwbaar gemiddelde te komen, naarmate deze opstand onregelmatiger is (boniteitsverloop, open plekken etc.).

Formule (7) geldt voor horizontaal terrein. Stel nu men voert een rondvisering uit op een terreinhelling van hoek γ . Men vindt dan volgens (7) dat op één ha hellend terrein een grondvlak van $G = k \cdot Z \text{ m}^2$ staat. Voor bosbouwkundige vergelijkingsdoeleinden rekent men echter niet met oppervlakken langs hellingen, maar met hun projectie op het horizontale vlak. Een hectare hellend terrein komt dan overeen met $\cos \gamma$ ha horizontale projectie (fig. 2). Vond men

FIG. 2. Horizontale reductie van een hellend oppervlak.



dus $G \text{ m}^2$ per ha hellend terrein, d.w.z. per $\cos \gamma$ ha horizontale projectie, dan is het gevraagde grondvlak: $G/\cos \gamma \text{ m}^2$ per ha horizontale projectie. De algemene formule, waarvan (7) een bijzonder geval is ($\cos \gamma = \cos 0^\circ = 1$) luidt dus:

$$G = k \cdot Z / \cos \gamma \quad (10)$$

Op hellingen zal men dus behalve een telling, ook een meting van de hellingshoek moeten verrichten, b.v. met de Blume-Leiss of het waterpasinstrumentje van Abney. Er zijn echter telapparaten ontwikkeld die deze correctie automatisch uitvoeren.

3. INSTRUMENTEN VOOR HET FIXEREN VAN DE MEETHOEK

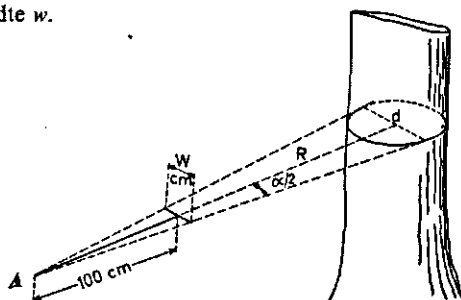
Voor het fixeren van de meethoek α werd door BITTERLICH aanvankelijk een meetplaatje van metaal of kunststof (fig. 3, nr. 1*) ontworpen, waaraan 4 verschillende afmetingen (w) voorkomen (zie tabel 1). Dit plaatje wordt dwars op

TABEL 1. BITTERLICH's meetplaatje

maat	meetbreedte w	$k = (w/2)^2$
tussen nokken	1,00 cm	1/4
buiten nokken	1,41	1/2
korte zijde	2,00	1
lange zijde	2,83	2

het einde van een 1 meter lange stok bevestigd, van welke laatste men het andere eind bij het rondviseren tegen de wang houdt. Door de 4 verschillende breedten w (op 1 meter van het oog) zijn 4 verschillende meethoeken α mogelijk, waarmee dus 4 verschillende grondvlakfactoren corresponderen. Immers (zie fig. 4):

FIG. 4. Schema van het tellen met meetbreedte w .



$$k = 10^4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha = 10^4 \cdot \left(\frac{w/2}{100} \right)^2 = (w/2)^2 \quad (11)$$

Op het doel van de verschillende meethoeken (k -waarden) zal nog nader worden teruggekomen.

Als Amerikaans pendant van het meetplaatje kan de 'Panama angle gauge' (fig. 3, nr. 4) genoemd worden: een plastic buis ter lengte van 8,25 inch, die aan het ene eind een kijkgaatje, en aan het andere een spleet bezit waarvan de (meet)breedte $w = 0,25$ inch bedraagt. Hieruit kan men de meethoek berekenen als $\alpha = 1^\circ 44' 11''$. De opening is kruisvormig uitgevoerd teneinde beslissingen bij het viseren te vergemakkelijken. Het instrument heeft een 'basal area factor' (BAF = angelsaksische grondvlakfactor) van $k' = 10$, d.w.z. door vermenig-

* Zie pagina 49.

vuldiging van het aantal getelde bomen met 10 verkrijgt men het grondvlak in square feet per acre. Daar 1 square foot (= 0,0929 m²) per acre (= 0,4047 ha) overeenkomt met 0,22955 m²/ha, bedraagt de metrieke grondvlakfactor van dit instrumentje: $k = 10 \times 0,22955 = \text{ca. } 2,30 \text{ m}^2/\text{ha}$.

Overigens kan hier worden opgemerkt, dat iedere bosbouwer altijd een vrij constante meethoek bij zich heeft in de vorm van de relatie duimbreedte/ge-strekte armlengte. Bij een duimbreedte van $w = 2 \text{ cm}$ en een afstand duim/oog van 68 cm, bedraagt de grondvlakfactor: $k = 10^4 \cdot \text{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha = 10^4 \cdot (1/68)^2 = 2,16 \text{ m}^2/\text{ha}$.

Teneinde in hellend terrein aan de extra-meting van de hellingshoek γ te kunnen ontkomen, werd gezocht naar een 'zelfreducerend' instrument. Indien een instrument geconstrueerd zou kunnen worden, waarmee de bomen van zekere diameter d niet binnen de bijbehorende grenscirkel A (zie 4) geteld zouden worden, maar op het grotere grensoppervlak:

$$A' = A/\cos \gamma \quad (12)$$

(dat geen cirkelvorm behoeft te bezitten), zou het probleem zijn opgelost. Zou men op dit grotere grensoppervlak langs de helling dan b.v. het aantal van z' bomen tellen, met een gezamenlijk grondvlak van:

$$g' = \pi \cdot d^2 \cdot z' / 4 \quad (13)$$

dan zou op 1 ha *helling* een grondvlak staan van:

$$G' = 10^4 \cdot g' / A' \quad (14)$$

dus per ha *horizontale projectie*:

$$G = G' / \cos \gamma = 10^4 \cdot g' / A' \cdot \cos \gamma = 10^4 \cdot g' / A = (\text{zie 5}) k \cdot z' \quad (15)$$

zodat men het aantal langs de *helling* getelde bomen (z') slechts weer met de grondvlakfactor zou behoeven te vermenigvuldigen om *direct* het grondvlak per ha *horizontale projectie* te verkrijgen.

In 1949 introduceerde BITTERLICH op het 3e Wereldbosbouwcongres te Helsinki een automatisch reducerend instrument, dat hij '*relascoop*' noemde. Gebruikt men dit instrument op een helling, na instelling van de vereiste meet-breedte w (dus keuze van k), dan neemt deze laatste automatisch de breedte $w' = w \cdot \cos \gamma'$ aan, waarin γ' de helling van een viseerlijn naar een dbh is; de hoek γ' varieert langs de helling γ uiteraard tussen: $0 \leq \gamma' \leq \gamma$. Indien men de met w' corresponderende meethoek α' noemt, dan bedraagt de voerstraal R' naar een zekere dbh d die onder een hoek γ' op zijn grenscirkelomtrek gevisceerd wordt (zie 2):

$$R' = \frac{d}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha'} = \frac{d}{2 \cdot \frac{w'/2}{100}} = \frac{50 \cdot d}{\frac{w}{2} \cdot \cos \gamma'} \quad (16)$$

Voor $\gamma' = 0^\circ$ (richting evenwijdig aan de tranches): $R_1' = \frac{50 \cdot d}{w/2}$ en

voor $\gamma' = \gamma^\circ$ (loodrecht op de tranches): $R_2' = \frac{50 \cdot d}{w/2} \cdot \frac{1}{\cos \gamma}$

Men kan bewijzen dat men op deze wijze langs de helling een ellipsvormige figuur krijgt, de *grensellips*, waarvan de halve kleine en grote assen resp. R_1' en R_2' bedragen, zodat zijn oppervlakte is:

$$A' = \pi \cdot R_1' \cdot R_2' = 50^2 \cdot d^2 \cdot \pi / k \cdot \cos \gamma \quad (\text{zie 11}) \quad (17)$$

Uit (4) kan men afleiden dat de oppervlakte van de *grenscirkel* voor diameter d bij gebruik van meetbreedte w bedraagt:

$$A = 50^2 \cdot d^2 \cdot \pi / k \quad (18)$$

zodat uit (17) en (18) tenslotte volgt dat de door de relascoop bestreken grensellips inderdaad de gewenste oppervlakte (zie 12) heeft van: $A' = A / \cos \gamma$.

Bij de relascoop wordt de continue verandering van de meetbreedte bij het meten langs een helling bereikt door het meetplaatje door middel van een tweetal conische tandwielen en een gewicht om een as loodrecht op de meetbreedte (en in het vlak van het plaatje) te laten draaien over dezelfde hoek γ' als de helling waaronder een zekere dbh gevisceerd wordt (fig. 3, nr. 2). De gebruikte meetbreedte w ondergaat dan een schijnbare verkorting tot $w' = w \cdot \cos \gamma'$ (fig. 5). De relascoop wordt geplaatst op een 70 cm lange stok; de afmetingen van het bijbehorende meetplaatje laten dan een keuze uit de grondvlakfactoren $k = \frac{1}{2}$, 1 en 2 toe. Uit de relascoop ontstond tenslotte de *spiegelrelascoop* (fig. 3, nr. 3), die geheel op het relascoop-principe is gebaseerd, zij het dat de verandering van de meetbreedte in $w \cdot \cos \gamma'$ bij helling γ' van de zichtlijn constructief op andere wijze wordt bereikt. In fig. 6A wordt de spiegelrelascoop schematisch weergegeven. De om een as (11) draaibare cilindertrommel (10), die door een justeerbaar gewicht (12, 13) steeds in dezelfde stand blijft hangen, draagt op zijn buitenwand een aantal witte meetstrepen en schaalverdelingen op zwarte onder-

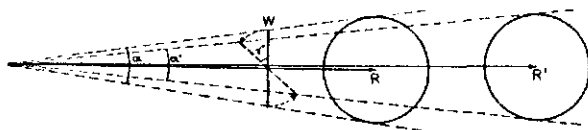
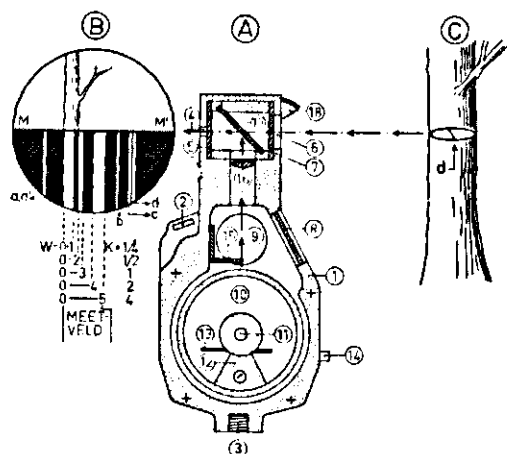


FIG. 5. Schijnbare reductie van w tot $w' = w \cos \gamma'$.

FIG. 6. Schema van een spiegelrelascoop.

a, a', b hoogteschalen; c, d hellingsmeters in %, resp. graden

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| 1. relascoophuis | 11. trommel-as |
| 2. draagriembeugel | 12. gewicht |
| 3. statiefmoer | 13. justerschroef |
| 4. oculair-opening | 14. arrêteerknop |
| 5,7. glasvensters | 15. afdekplaatje |
| 6. objectiefopening | 16. lens |
| 8,9. matglasvensters | 17. halfverzilverde spiegel |
| 10. cylindertrommel | 18. draaibaar schermpje |



grond, die door de vensters (8, 9) belicht worden. Het plaatje (15) dekt een deel van de strepen af, zodat de lens (16) via de halfverzilverde spiegel (17) de trommelwand slechts in het onderste deel van het gezichtsveld (fig. 6 B; schematisch) afbeeldt, en wel begrensd door de *meetlijn* MM'. De 'objectief-opening' (6) laat de lichtstralen van buitenaf (boom C) door, die de halfverzilverde spiegel (verzwakt) passeren en via de 'oculair-opening' (4) in het oog vallen. Men ziet dan het bos in het gehele gezichtsveld, doch over de onderhelft daarvan is de (vergrote) schaalverdeling geprojecteerd. Deze laatste bestaat uit de volgende onderdelen: de schalen a, a' en b dienen voor hoogtemeting (drie verschillende horizontale afstanden mogelijk), en de schalen c en d voor helling-metingen in procenten, resp. graden. In het midden bevindt zich het *meetveld* dat bij het afgebeelde instrument (type 1951) uit 5 afwisselende witte en zwarte banden bestaat, die in de plaats treden van de maten van het eerder beschreven meetplaatje. De linkergrens van de eerste (witte) *meetstreep* van links vormt het nulpunt van de meetbreedten w : de afstand $w = '0-1'$ correspondeert met een grondvlakfactor $k = 1/4$, de afstand $w = '0-2'$ met $k = 1/2$ etc. Een extra meetbreedte is $w = '0-5'$ met $k = 4$.

Na keuze van de te gebruiken meetbreedte richt men met MM' op de dbh's en bepaalt op geheel analoge wijze als bij het meetplaatje of deze 'dikker' dan wel 'dunner' lijken dan de meetbreedte. De meetlijn MM' kan men zonodig verduidelijken met het draaibare schermpje (18).

Wanneer men het instrumenthuis om de trommel laat wentelen (dus bij hellende viseerlijn) ziet men dat de meetstrepen convergeren, dus dat b.v. de afstand '0-1' bij grotere hellingshoeken smaller wordt. Bij elke hellingshoek γ' van de zichtlijn heeft men nl. de meetbreedte $w' = w \cdot \cos \gamma'$ uitgezet, waardoor men bereikt dat dit instrument evenals de relascoop automatisch voor hellingen corrigeert. Tijdens het tellen op horizontaal terrein zet men echter de trommel door middel van de arrêteerknop (14) in de nulstand vast.

In 1958 bracht BITTERLICH een optisch verbeterde spiegelrelascoop, die bovendien meer en verbeterde meetvelden bezit; in 1962 introduceerde hij de speciaal voor oerwouden ontwikkelde *breedschalige* spiegelrelascoop, die hij in 1966 op het 6e Wereldbosbouwcongres te Madrid demonstreerde.

De spiegelrelascoop is een zeer veelzijdig bosbouwkundig instrument. Behalve voor de bovenomschreven grondvlakbepaling kan men hem gebruiken als hoogte-, dendro-, afstands- en hellingmeter (waardoor sectiegewijze kubering van staande bomen mogelijk is), alsmede ter bepaling van het vormgetal, de absolute en relatieve vormhoogte, en de inhoudsbepaling van individuele bomen volgens de righthoogtemethode van PRESZLER. De bespreking van deze technieken zou hier echter te ver voeren.

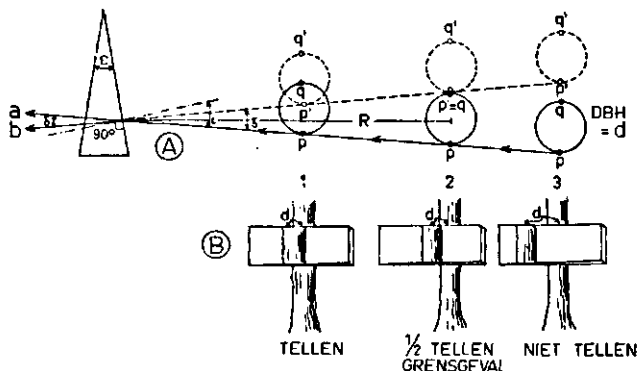
In de U.S.A. propageerde GROSENBAUGH in 1952 als eerste de stok met het meetplaatje van BITTERLICH, met als enige modificatie de toevoeging van een oogdopvizier. DAVID BRUCE echter wees in 1955 op de mogelijkheid van het gebruik van *wigvormige glazen prisma's* (fig. 3, nr. 5), en voorts ontwierp hij instrumenten gebaseerd op twee gedecentreerde halve lenzen. Door zijn praktische voordelen (eenvoud, helderheid) en goedkoopte verdrong het wigprisma in de U.S.A. spoedig alle andere instrumenten, inclusief de spiegelrelascoop, althans waar het BITTERLICH-tellingen betrof. Dat in de nieuwste Europese houtmeetkundige leerboeken (PARDE 1961; PRODAN 1965) de prisma's en lenzen-systemen van BRUCE niet of slechts uiterst summier vermeld worden, moet dan ook als een tekortkoming van deze overigens voortreffelijke werken worden beschouwd.

Wanneer een lichtstraal door een dun wigprisma valt, ondergaat hij een deviatie Δ , die afhankelijk is van: 1. zijn invalshoek i ; 2. de brekende hoek ϵ van het prisma, en 3. de brekingsindex n van het glas. Voor een bepaald wigprisma liggen ϵ en n vast, zodat de deviatie Δ dan uitsluitend van i afhangt. De deviatie bereikt een minimum voor dié waarde van i , waarbij van het prisma door de gebroken straal een gelijkbenige driehoek wordt afgesneden. Deze *minimum-deviatie* (δ) is voor elk prisma een constante hoek en bedraagt bij kleine ϵ benaderend:

$$\delta \simeq (n-1) \epsilon \quad (19)$$

De prisma's worden uitsluitend gebruikt bij minimum-deviatie, hetgeen voor praktische doeleinden met voldoende nauwkeurigheid bereikt wordt door het prisma zó te richten, dat de invallende straal loodrecht op het bissectrixvlak van ϵ staat.

FIG. 7. Schema van het tellen met een wigprisma.



Kijkt men nu dóór het prisma (bij min. dev.) naar een dbh van d cm, dan ziet men deze verschoven (straal b, fig. 7A) ten opzichte van de óver het prisma heen direct waargenomen diameter (straal a, fig. 7A). Het punt p van de stam-onttrek verplaatst zich naar p', en p' ligt des te verder van q naarmate d zich verder van het prisma bevindt (fig. 7A, boom 1, 2, 3). In fig. 7B zijn de drie gevallen weergegeven die men bij beschouwing van eenzelfde diameter d op verschillende afstanden van het prisma te zien kan krijgen. Het grensgeval van d wordt kennelijk door boom 2 gevormd: daar vallen p' en q samen. Geheel analoog aan (2) kan men berekenen dat de grenscirkelstraal bedraagt:

$$R = d/2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta = d/2 \cdot \frac{1}{2} \delta \text{ (rad)} = d/\delta \text{ (rad)} \quad (20)$$

waaruit men weer de grondvlakfactor kan berekenen als:

$$k = 10^4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \delta \quad (21)$$

Uit fig. 7B blijkt welke bomen men bij het rondviseren met het prisma moet tellen. Door prisma's met verschillende ϵ 's te nemen kan men weer de waarde van k kiezen; er zijn echter ook prismasystemen ontworpen waarvan de tophoek ϵ (dus ook δ) gevarieerd kan worden.

Afgezien van zijn goedkoopte (een geijkt prisma kost ca. f 25,— en een spiegelrelascoop ca. f 340,—) zijn de voordelen van het prisma als telapparaat boven de spiegelrelascoop: 1. zijn grotere helderheid, en 2. het feit dat men slechts één coïncidentie van lijnen behoeft waar te nemen, waardoor een niet geheel vaste hand geen bezwaar is. Bovendien is het prismabeeld in de buurt van de minimumdeviatie vrij ongevoelig voor kleine afwijkingen van de juiste prismastand. Zolang men maar een duidelijk beeld houdt, is ook de afstand van het oog tot het prisma van geen belang.

Bij het richten vanaf ooghoogte naar borsthoogte zal een kleine wenteling van de brekende ribbe van het oog af niet vermeden kunnen worden, waardoor een kleine, meestal verwaarloosde systematische afwijking van δ ontstaat. In horizontaal terrein dient men er echter wel goed op te letten, dat men het prisma

niet wentelt om een as loodrecht op het bissectrixvlak van ε , daar dan de effectieve brekende hoek en daarmee de waarde van k snel verandert. Dit laatste doet men in hellend terrein echter met opzet, teneinde het prisma 'zelfreducerend' te maken: kantelt men nl. het prisma om bovengenoemde as over dezelfde hoek γ' als waaronder een dbh. langs een helling gevisieerd wordt, dan ondergaat ε een schijnbare verandering tot:

$$\varepsilon' \cong \varepsilon \cos \gamma' \quad (22)$$

waardoor de minimum-deviatie schijnbaar verandert in (zie 19):

$$\delta' \cong (n-1) \varepsilon' \cong (n-1) \varepsilon \cdot \cos \gamma' = \delta \cos \gamma' \quad (23)$$

zodat de voerstraal prisma/dbh wordt (zie (20)):

$$R' = d/\delta' = d/\delta \cdot \cos \gamma' = R/\cos \gamma' \quad (24)$$

Langs de helling γ krijgt men dan weer een grensellips met oppervlakte $A' = \pi R^2/\cos \gamma$ in plaats van een grencirkel $A = \pi R^2$ (zie 12).

De juiste wenteling van het prisma bereikt men door eerst de helling van de viseerlijn vast te leggen met de Abney, waarna men het prisma in de lengterichting op dit waterpasinstrumentje plaatst en het geheel dwars voor het oog houdt, terwijl men telt bij inspelende bel. BRUCE ontwierp een automatisch corrigerend prisma met een ophanging analoog aan de in de relascoop toegepaste.

Bij het wentelen van één prisma wordt de oorspronkelijke deviatie vectorieel ontbonden in een kleinere horizontale en in een verticale, welke laatste een hinderlijke verticale beeldverplaatsing bewerkstelligt. Dit bezwaar kan worden opgevangen door twee prisma's van gelijke sterkte achter elkaar te plaatsen, (zó, dat ze elkaar versterken), en ze bij het meten op hellingen over dezelfde hoeken tegen elkaar in te draaien, waardoor de verticale verplaatsingen van de prisma's elkaar compenseren en de (thans geringere) horizontale elkaar versterken. Op deze wijze verkrijgt men tevens de keuze uit verschillende (elk op zich reduceerbare) grondvlakfactoren, terwijl het systeem in combinatie met een hellingmeter ook kan dienen als dendrometer. Op dit principe berust het aan de Purdue Universiteit (Indiana, U.S.A.) ontwikkelde 'Purdue Point Sampling Block' (fig. 3, nr. 6) dat voorzien is van twee om één as draaibare, rondgeslepen prisma's.

Volledigheidshalve zij opgemerkt dat men eveneens een zelfreducerende telling uitvoert, wanneer op een helling γ een over $bg \cdot \cos(\sqrt{\cos \gamma})$ gewenteld, en daarna onveranderd gehouden prismasysteem gebruikt wordt (BOUCHON 1965).

4. VERDERE UITWERKING VAN HET PRINCIPE MASSA- EN STAMTALBEPALING

Het uit een telling geschatte grondvlak per ha bedraagt volgens (7) $G = k \cdot Z$, doch dit is ook gelijk aan $N \cdot \bar{g}$, waarin N het geschatte stamtal per ha en $\bar{g}$ het gemiddelde werkelijke grondvlak per boom (met diameter d_g) is. Dus:

$$G = k \cdot Z = N \cdot \bar{g} \text{ waaruit volgt: } N = k \cdot Z / \bar{g} \quad (25)$$

Indien nu de massa v_m van de massamiddenstam bekend zou zijn, zou de geschatte massa per ha bedragen:

$$V_0 = N \cdot v_m = kZ \cdot v_m / \bar{g} = G \cdot v_m / \bar{g} \quad (26)$$

Deze massa kan echter ook gezien worden als:

$$V_0 = G \cdot (HF^*) = G \cdot V^* / G^* = G \cdot q_0 \quad (27)$$

waarin:

$$HF^* = V^* / G^* = v_m / \bar{g} = q_0 \quad (28)$$

de werkelijke opstandsvormhoogte is, bepaald als het quotiënt van de 'exacte' opstandsmassa V^* en het 'exacte' opstandsgroundvlak G^* per ha.

In oudere opstanden, waar het verband tussen boomgrondvlak en boom-massa min of meer rechtlijnig is (GEHRHARDT-KOPETZKI) wordt v_m gewoonlijk gelijk gesteld aan de inhoud v_g van de grondvlakmiddenstam, die dus de afmetingen d_g en h_g (bij d_g uit de diameter/hogtekromme afgelezen hoogte) bezit. In dat geval kan men (26) dus schrijven als:

$$V_1 = kZ \cdot v_g / \bar{g} = G \cdot q_g \quad (29)$$

De factor $q_g = v_g / \bar{g}$, de vormhoogte van de opstandsmiddenboom, speelt hier de rol van opstandsvormhoogte. De werkelijke opstandsvormhoogte, $q_0 = V^* / G^*$, is meestal echter wat groter dan q_g .

Indien men d_g (dus ook $\bar{g}$) zou kennen, kon men, gecombineerd met de BITTERLICH-telling, aan enige bomen van deze diameter de hoogte meten, en h_g als het gemiddelde daarvan schatten. De massa v_g kon dan in een massatabel worden opgezocht, zodat q_g en daarmee de massa V_1 per ha uit (29) bekend zouden zijn.

Ten behoeve van de vereiste hoogtemetingen schat men bij de conventionele bosbemonsteringsmethode d_g in het veld uit de klemstaat van de bemonsterde oppervlakte; de frequenties in deze klemstaat vormen nl. een proportioneel monster uit de opstands- of A-klemstaat.

Worden anderzijds bij een BITTERLICH-telling alle getelde bomen tevens geklemd, dan verkrijgt men de klemstaat van de B-populatie, en deze is allerminst een naar aantal proportioneel monster uit de A-klemstaat.

Heeft men nl. volgens BITTERLICH z_i stammen van diameter d_i geteld, dan is het grondvlak per ha van de stammen van deze diameter volgens (6):

$$G_i = k \cdot z_i = N_i \cdot g_i \quad (30)$$

en dat van de volgende, $(i + 1)^{\text{e}}$ diameterklasse:

$$G_{i+1} = k \cdot z_{i+1} = N_{i+1} \cdot g_{i+1} \quad (31)$$

waarin N de frequentie per ha voorstelt.

De frequenties van twee opeenvolgende diameterklassen in de B-klemstaat verhouden zich dus als:

$$\frac{z_{i+1}}{z_i} = \frac{N_{i+1}}{N_i} \cdot \frac{g_{i+1}}{g_i} > \frac{N_{i+1}}{N_i} \quad (32)$$

Hieruit blijkt, dat men d_g niet direct kan schatten uit de klemstaat van de B-populatie, zoals dat bijvoorbeeld met het loopje van Weise uit de klemstaat van de gewone oppervlaktebemonstering wel mogelijk is.

Een ander type van gemiddelde opstandsdiameter, de *grondvlakcentraal-diameter* d_c laat zich echter zeer gemakkelijk uit de B-populatie schatten. De grondvlak-centraaldiameter is dié diameter in de A-klemstaat waarboven (en waar beneden) de helft van het opstandsgroundvlak ligt. Vertoont de B-klemstaat de diameterklassen $d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n$ met frequenties $z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n$, dan is het halve grondvlak per ha (zie 7): $G/2 = k \sum^n z_i/2 = k \cdot Z/2$. Het cumulatieve grondvlak per ha tot diameter d_i bedraagt algemeen: $\sum^i G_i = k \sum^i z_i$, dus tot d_c : $\sum^c G_i = k \sum^c z_i$ zodat men heeft:

$$k \sum^c z_i = G/2 = k \cdot Z/2 \text{ of } \sum^c z_i = Z/2 \quad (33)$$

dat wil zeggen: d_c is dié diameter, waaronder (en waarboven) in de B-klemstaat de helft van het in totaal getelde stamtal Z ligt.

Nu is d_c altijd groter dan d_g . Hun exacte samenhang is echter niet eenvoudig en wordt o.a. beïnvloed door de diameterfrequentieverdeling, die weer van de dunningsgraad, de leeftijd en de houtsoort afhangt. Het verdient dus geen aanbeveling om d_g door middel van bijvoorbeeld een constante aftrek uit d_c te bepalen, hoewel in vele gevallen d_g ongeveer 1 cm kleiner blijkt te zijn dan d_c .

Is de bij d_c behorende inhoud v_c en zijn grondvlak g_c , dan is zijn vormhoogte q_c in het algemeen:

$$q_c = v_c/g_c \neq q_g = v_g/\bar{g} \neq q_0 = V^*/G^* \quad (34)$$

Gebruikt men nu in de massa-schatting (27) q_c in plaats van q_0 , dan maakt men een fout, waarvan de orde van grootte door ons aan 392 volledige opnamen van proefperken van groveden, douglas en Japanse lariks werd nagegaan. De proefperkopnamen omvatten leeftijden van 17-72 jaar, gemiddelde diameters van 5-47 cm, en dunningsgraden van 14-40 %. Door de volledige opname zijn de 'exacte' waarden van G^* , $\bar{g}$, g_c , d_g , d_c , h_g en h_c bekend, en (met de exactheid van de gebruikte massatabellen) de waarden v_g , v_c en V^* , zodat q_g en q_c met (34) berekend en met q_0 vergeleken kunnen worden. Als resultaat werd gevonden:

1. De gemiddelde waarde van $100 (q_g - q_0)/q_0$ bedraagt $-0,21\%$; de standaarddeviatie van het verschil bedraagt $\pm 2,19\%$ en die van het gemiddelde verschil $\pm 0,11\%$;

2. De gemiddelde waarde van $100 (q_c - q_0)/q_0$ bedraagt $+1,62\%$ met standaarddeviaties van resp. $\pm 1,72\%$ en $\pm 0,09\%$.

Beide gemiddelden kan men praktisch wel als significant verschillend van nul beschouwen. Individuele waarnemingen van q_g en q_c echter kunnen zowel hoger als lager dan q_0 uitvallen. Zo lagen de afwijkingen van q_g t.o.v. q_0 tussen -7% en $+6\%$, en die van q_c tussen -4% en $+7\%$.

Bij gebruik van de werkelijke q_c bestaat dus de tendens tot overschatting van de massa. Maakt men echter een schatting van d_c (en daarmee van g_c) in het veld met (33), dan kan deze hoger of lager dan de werkelijke zijn.

Nadat aan een tiental bomen van ongeveer deze geschatte d_c de hoogte is gemeten, kan men h_c als het gemiddelde dezer hoogten bepalen, waarbij eveneens over- of onderschatting kan optreden. De schatting van $q_c = v_c/g_c$ kan dus eveneens te hoog of te laag zijn. Tenslotte kan de schatting van $G = k \cdot Z$ een positieve of negatieve fout vertonen, zodat in de schatting

$$V_2 = kZ \cdot v_c/g_c = G \cdot q_c \quad (35)$$

een drietal vrijwel onafhankelijke foutenbronnen schuilen, die elkaar binnen een opname ook geheel of gedeeltelijk kunnen vereffenen. Bij opname van een groot aantal opstanden (b.v. ten behoeve van beheersplannen) behoeft men in het totaal echter geen grote fout te verwachten. De positieve systematische fout van gemiddeld ongeveer 2% bij gebruik van de werkelijke d_c -waarde verliest in het licht van deze schattingsmethode zijn betekenis.

De uit de massatabel voor de groveden berekende waarden van q_c worden in tabel 2 gegeven.

Samenvattend kan men dus een snelle schatting van het volume per ha verkrijgen door:

1. het grondvlak per ha te schatten met (9);
2. d_c te schatten als de stamtaalcentraalstam (mediaan) uit de B-klemstaat (33);
3. h_c te schatten als het gemiddelde van een tiental door de opstand verspreide hoogtemetingen aan bomen met d_c ;
4. q_c te bepalen met tabel 2;
5. V_2 met (35) te berekenen.

Met de hierboven beschreven methode buit men de in de B-klemstaat aanwezige informatie echter slechts voor een deel uit. Uit (30) volgt immers:

$$N_i = k \cdot z_i / g_i = b_i \cdot z_i \quad (36)$$

dus dat de frequenties N_i van de A-klemstaat uit de frequenties z_i van de B-klemstaat verkregen kunnen worden, door vermenigvuldiging van de laatste met de *stamtalfactor* $b_i = k/g_i$. Het totale stamtal per ha is dan:

$$N = \sum N_i = \sum b_i \cdot z_i \quad (37)$$

Daar uit (9) ook G bekend is, kan men $\bar{g}$ en daarmee d_g bepalen.

Zou verder van elke diameter d_i het bijbehorende gemiddelde boomvolume v_i bekend zijn, dan zouden de *massa per ha van elke diameterklasse* (V_i), alsmede de *totale massa per ha* (V) berekend kunnen worden als:

$$V_i = N_i \cdot v_i \text{ en } V = \sum V_i = \sum N_i \cdot v_i \quad (38)$$

De gemiddelde massa v_i kan aan een massatabel worden ontleend, doch daartoe dient eerst de bij d_i behorende gemiddelde hoogte h_i bekend te zijn. Deze h_i is uit de diameter/hoogtekromme af te lezen, doch voor de samenstelling van de laatste is een groot aantal tijdrovende hoogtemetingen nodig.

Binnen een opstand blijkt de inhoud van een boom met diameter d_i echter voorgesteld te kunnen worden als functie van uitsluitend deze laatste (BERKHOUT 1920; STOFFELS 1953), nl.:

$$v_i = a \cdot d_i^b = a \cdot d_i^{2,20} \quad (d_i \text{ in m, } v_i \text{ in m}^3) \text{ voor grove den,} \quad (39)$$

waarin b een voor elke houtsoort specifieke constante is, en a bepaald wordt door de gemiddelde diameter (d_g) en de gemiddelde hoogte (h_g) van de opstand. Zo vond Stoffels voor de groveden in Nederland dat:

$$a = c \cdot d_g^p \cdot h_g^q = 0,501 \cdot d_g^{-0,268} \cdot h_g^{0,865} \quad (d_g \text{ en } h_g \text{ in m}) \quad (40)$$

waarin c , p en q eveneens constanten zijn. Zijn van een opstand dus d_g en h_g bekend, dan is a (het 'tariefnummer') bekend, waarna men voor dat tariefnummer met (39) een massatabel kan opstellen met als enige ingang d_i . Op deze wijze berekende STOFFELS voor allerlei combinaties van h_g en d_g *massatarieven voor de groveden* in Nederland, die worden voorafgegaan door een hulptabel met ingangen h_g en d_g , waarin men het nummer van het op de opstand toe te passen tarief kan opzoeken. Het vaak noodzakelijke dubbele interpoleren in deze tabel kan worden voorkomen door deze in nomogramvorm weer te geven.

De wijze waarop d_g geschat kan worden werd hierboven reeds aangegeven. Indien deze d_g niet veel van de eerder geschatte d_c afwijkt, kan men de gemeten h_c zonder bezwaar gelijk stellen aan h_g . Deze situatie komt vooral voor in oudere opstanden, waar de diameter/hoogtekromme bovendien reeds een vlak verloop heeft. Men kan de opstand dan trapsgewijs met het bijbehorende massatarief kuberen.

5. SCHATTING VAN DE OPSTANDSINHOUD MET VORMHOOGTE-TABELLEN

In het voorgaande werd aangetoond dat q_c een alleszins redelijke schatting van de opstandsvormhoogte is.

Reeds eerder publiceerde STOFFELS (1964) een tabel, waarin men direct de opstandsvormhoogte hf van een grovedennelopstand kan aflezen, indien van die opstand d_g en h_g bekend zijn. De opstandsmassa volgt dan uit:

$$V_3 = G \cdot hf \quad (41)$$

Voor de berekening van deze tabel werden in opstanden waargenomen diameterfrequenties aangepast aan de (scheve) A-verdeling van CHARLIER (1920), waartoe de arithmetisch gemiddelde diameter $\bar{d}$, de populatie-standaarddeviatie s , alsmede de scheefheidscoëfficiënt β_3 van CHARLIER berekend dienden te worden. STOFFELS vond regressies van $\bar{d}$, s en β_3 op d_g , zodat voor iedere waarde van d_g de relatieve CHARLIER-frequenties η_i van de diameters d_i als functie van d_g bepaald konden worden.

Met deze frequenties en de functies (39) en (40) kon tenslotte de vereffende opstandsvormhoogte

$$hf = \frac{\sum \eta_i v_i}{\sum \eta_i g_i} = \frac{\sum \eta_i a d_i^b}{\sum \eta_i \cdot \pi d_i^2 / 4} = \frac{4c}{\pi} \cdot d_i^p \cdot h_i^q \frac{\sum \eta_i d_i^b}{\sum \eta_i d_i^2} = c' \cdot d_g^p \cdot h_g^q \cdot \rho \quad (42)$$

als functie van d_g en h_g worden bepaald en in een tabel worden opgenomen.

Uit deze tabel, die in de praktijk zeer goede resultaten geeft, blijkt, dat hf slechts in geringe mate gevoelig is voor veranderingen in d_g (hf neemt langzaam af bij toenemende d_g), zulks in tegenstelling tot veranderingen in h_g (hf neemt snel toe bij toenemende h_g).

Gaat men dus de tabel binnen met $d_c > d_g$ dan maakt men een geringe negatieve fout. Gebruikt men tevens $h_c > h_g$, dan is de fout positief, doch eveneens klein, daar zoals reeds eerder werd opgemerkt, de diameter/hogtekromme van wat oudere opstanden vrij vlak verloopt. Beide fouten blijken elkaar nagenoeg op te heffen. Met andere woorden: de in de vormhoogtetabel bij d_g en h_g afgelezen opstandsvormhoogte hf zal voor praktische doeleinden gelijk zijn aan de opstandsvormhoogte die men in de tabel bij d_c en h_c afleest.

De vormhoogtetabel van STOFFELS wordt hierbij nogmaals afgedrukt (tabel 2, cursieve getallen). De in deze tabel eveneens opgenomen vormhoogten q_c kunnen gebruikt worden, indien geen vormhoogtetabel beschikbaar is. Beide waarden blijken elkaar zeer weinig te ontlopen: q_c is systematisch groter dan hf (gemiddeld 2%). Er is een tendens tot toename van het verschil bij grotere waarden van h_c , doch het grootste verschil (+5%) komt slechts eenmaal aan de uiterste tabelrand voor.

TABEL 2. Groveden - Scotch Pine

Waarden van hf (cursief) volgens (42), en van q_c volgens (34) Values of hf (in italics) from (42), and of q_c from (34)

d	h	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	d	
10	4.24 4.02	4.69 4.51	5.15 4.99	5.62 5.47	6.10 5.94	6.60 6.40	7.10 6.86														10	
11		4.65 4.49	5.12 4.97	5.58 5.43	6.04 5.92	6.53 6.38	7.02 6.84	7.52 7.29													11	
12		4.63 4.48	5.08 4.96	5.53 5.43	5.99 5.90	6.47 6.36	6.95 6.81	7.44 7.26	7.95 7.71												12	
13		4.61 4.46	5.05 4.94	5.50 5.41	5.95 5.88	6.42 6.34	6.90 6.79	7.38 7.24	7.84 7.68	8.36 8.13											13	
14		4.59 4.45	5.03 4.92	5.47 5.39	5.92 5.86	6.38 6.32	6.82 6.77	7.28 7.22	7.80 7.66	8.25 8.10	8.77 8.53										14	
15		4.56 4.43	5.00 4.91	5.44 5.38	5.88 5.84	6.33 6.30	6.78 6.75	7.23 7.20	7.74 7.64	8.19 8.08	8.70 8.51	9.21 8.94									15	
16		4.98 4.90	5.42 5.36	5.87 5.82	6.32 6.28	6.77 6.73	7.21 7.17	7.71 7.62	8.16 8.05	8.66 8.55	9.15 8.92	9.65 9.34									16	
17		4.98 4.88	5.42 5.34	5.86 5.81	6.30 6.26	6.74 6.71	7.18 7.15	7.62 7.59	8.11 8.02	8.59 8.46	9.07 8.89	9.56 9.31	10.04 9.73								17	
18		4.96 4.87	5.39 5.33	5.83 5.79	6.26 6.24	6.73 6.69	7.17 7.13	7.64 7.57	8.07 8.00	8.54 8.43	9.02 8.86	9.49 9.28	10.00 9.70	10.47 10.12							18	
19		5.35 5.31	5.78 5.77	6.23 6.22	6.65 6.66	7.11 7.11	7.57 7.54	8.03 8.00	8.49 8.40	8.94 8.83	9.44 9.25	9.89 9.67	10.39 10.09	10.88 10.50							19	
20		5.35 5.30	5.78 5.73	6.23 6.20	6.65 6.64	7.11 7.09	7.57 7.52	8.03 7.95	8.49 8.38	8.94 8.80	9.44 9.22	9.89 9.64	10.39 10.06	10.88 10.47							20	
21		5.76 5.71	6.18 6.16	6.61 6.60	7.05 7.04	7.50 7.47	7.95 7.90	8.39 8.32	8.84 8.74	9.29 9.16	9.76 9.58	10.24 9.99	10.71 10.40	11.18 10.81	11.24 10.85						21	
22		5.73 5.69	6.17 6.14	6.60 6.58	7.04 7.01	7.47 7.44	7.93 7.87	8.36 8.29	8.82 8.71	9.28 9.13	9.73 9.54	10.19 9.96	10.65 10.36	11.13 10.77	11.61 11.17						22	
23			6.13 6.09	6.56 6.52	6.99 6.96	7.43 7.38	7.86 7.81	8.31 8.23	8.76 8.64	9.21 9.06	9.65 9.47	10.10 9.88	10.57 10.28	11.04 10.69	11.51 11.09	11.98 11.48					23	
24			6.12 6.06	6.55 6.50	6.97 6.93	7.40 7.35	7.83 7.78	8.29 8.19	8.72 8.61	9.17 9.02	9.62 9.43	10.08 9.84	10.53 10.24	11.00 10.64	11.45 11.04	11.94 11.44					24	
25			6.11 6.04	6.53 6.47	6.96 6.90	7.38 7.32	7.82 7.75	8.25 8.16	8.69 8.58	9.13 8.99	9.58 9.40	10.03 9.80	10.49 10.20	10.96 10.60	11.41 11.00	11.88 11.39					25	
26				6.53 6.44	6.95 6.87	7.37 7.29	7.79 7.71	8.23 8.13	8.67 8.54	9.11 8.95	9.56 9.35	10.02 9.76	10.45 10.16	10.93 10.56	11.38 10.95	11.83 11.34					26	
27				6.51 6.42	6.93 6.84	7.35 7.26	7.78 7.68	8.21 8.09	8.65 8.50	9.09 8.91	9.53 9.31	9.98 9.71	10.42 10.11	10.88 10.51	11.33 10.90	11.80 11.30					27	
28				6.51 6.39	6.93 6.80	7.34 7.22	7.77 7.64	8.20 8.05	8.63 8.46	9.07 8.86	9.50 9.26	9.96 9.66	10.40 10.06	10.85 10.45	11.30 10.85	11.77 11.24					28	
29																					29	
30																					30	
d		h	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	d
voor q_c zijn d en h resp. d_c en h_c for q_c ; d and h are diameter d_c (accumulating 50% of stand b.a.) and its mean height (h_c) respectively;																						
voor h_f zijn d en h of d_g en h_g of d_c en h_c for h_f and h are either as for q_c , or diameter of mean basal area (d_g) and its mean height (h_g) respectively																						

voor q_c zijn d en h resp. d_c en h_c ; for q_c : d and h are diameter d_c (accumulating 50% of stand b.a.) and its mean height (h_c) respectively;
voor hf zijn d en h of d_c en h_c for hf d and h are either as for q_c or diameter of mean basal area (d_c) and its mean height (h_c) respectively

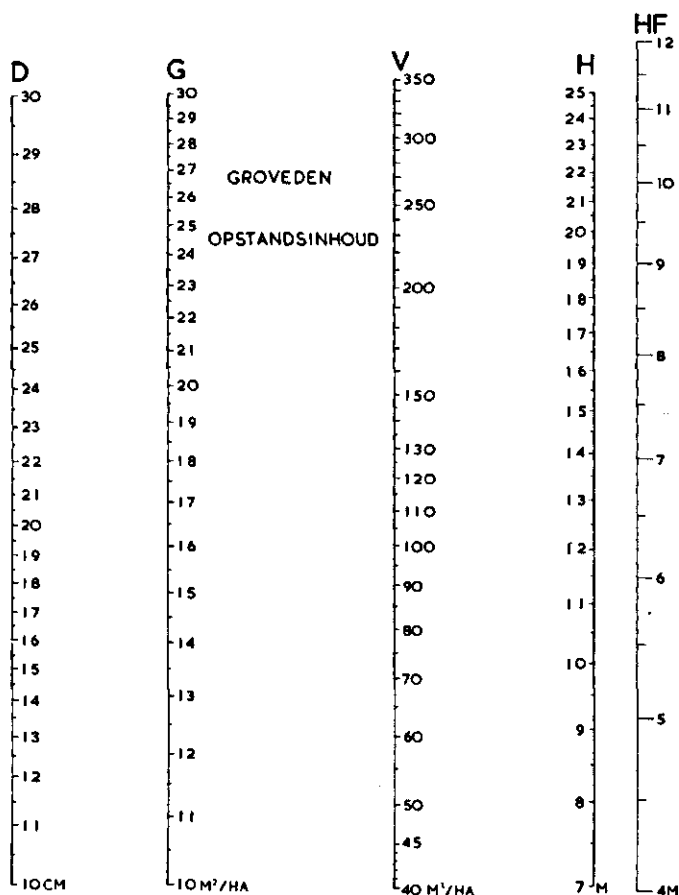


FIG. 8. Nomogram ter bepaling van het opstandsvolume uit d_c , h_c en G .
Alinement chart for finding stand volume from d_c , h_c and G .

Het verband tussen ρ uit (42) en d_g blijkt vrij nauwkeurig te kunnen worden voorgesteld door:

$$\rho = -0,00026 d_g^2 + 0,01816 d_g + 0,47714 \quad (d_g \text{ in cm}) \quad (43)$$

zodat men aan de hand van (43) voor de bepaling van hf uit d_g en h_g een 3-assig nomogram kan ontwerpen (fig. 8, D-, H- en HF-as). Daar tevens het opstandsgrondvlak (G) bekend is, kan men de opstandsmassa nu met (41) berekenen. Eenvoudiger echter kan men deze laatste uit fig. 8 aflezen: uitgaande van de daarin reeds gevonden hf trekt men een lijn naar de waarde van G op de G-as. Waar deze lijn de V-as snijdt, leest men het opstandsvolume V_3 af.

Deze snelle methode kan als volgt worden samengevat:

1. schat het grondvlak per ha (G) met (9);

2. schat d_c als de mediaan van de B-klemstaat (33);
3. schat h_c als het gemiddelde van een tiental door de opstand verspreide hoogtemetingen aan bomen met plm. d_c ;
4. bepaal de massa per ha (V_3) met het nomogram (fig. 8) via de hulp-as HF;
5. bepaal, zo gewenst, het stamtal per ha (N) met (37), waardoor ook $\bar{g}$ en d_g bekend zijn, en stel $h_c = h_g$.

Daar ook voor verscheidene andere belangrijke houtsoorten door STOFFELS reeds vormhoogtetabellen zijn berekend, lijkt vooral deze methode een vereenvoudiging van de veldwerkzaamheden ten behoeve van de Nederlandse Bosstatistiek te kunnen bieden.

De betrouwbaarheid van de met deze methode verkregen resultaten hangt, behalve van de wijze waarop de telpunten in de opstand worden gekozen in hoge mate af van de accuratesse waarmee de tellingen worden verricht. Over deze beide onderwerpen volgen hieronder dan ook nog enige opmerkingen.

6. AANTAL BENODIGDE TELLINGEN PER OPSTAND

Eerder werd opgemerkt dat het aantal telpunten (p) in een opstand des te groter dient te zijn, naarmate deze laatste onregelmatiger is. Daar elke diameter zijn eigen grenscirkeloppervlakte (4) heeft, en daarmee zijn eigen bemonsteringspercentage (per telling worden dikke diameters representatiever bemonsterd dan dunne) kan men bij de BITTERLICH-tellingen niet spreken van 'een' procentuele oppervlaktebemonstering voor de gehele opstand. Kan men voorts door uitbreiding van de gewone oppervlaktebemonstering tot een 100% opname, bijvoorbeeld het 'ware grondvlak' te weten komen, bij de proefvakteloze bemonstering is dit principieel onmogelijk, daar het aantal mogelijke telpunten oneindig is. In een dergelijk geval berekent men het vereiste aantal telpunten p met de formule:

$$p = (100 \cdot s \cdot t_m / E \cdot \bar{x})^2 = (t_m \cdot C_v / E)^2 \quad (44)$$

waarin: t_m = normaaldeviaat op het $m\%$ -(meestal 95%)-betrouwbaarheidsniveau; $\bar{x}$ = gemiddelde opstandskenmerk (b.v. grondvlak per ha) uit een proef-schatting; s = standaard-deviatie van x volgens ervaring of schatting; E = toegestane procentische afwijking (meestal 15 à 20%) van $\bar{x}$ van het (onbekende) ware gemiddelde; $C_v = 100 \cdot s / \bar{x}$ = variatie-coëfficiënt.

De opstandsoppervlakte komt in deze formule slechts indirect voor: bij grotere oppervlakten zullen s en C_v toenemen, waardoor meer telpunten vereist zijn. Volgens Amerikaanse onderzoeken kan C_v variëren van 20–150%, zodat b.v. in kleine onregelmatige opstanden toch een onverantwoord groot aantal tellingen zou moeten plaatsvinden. Tabel 3 geeft het aantal telpunten dat in de U.S.A. bij gebruik van de grondvlakfactor $k = 2,30$ (basal area factor = 10) wordt aanbevolen, waarbij zij opgemerkt, dat per opstand nooit minder dan 10 punten worden genomen.

BITTERLICH geeft de volgende formules ter bepaling van de onderlinge afstand a_k der telpunten bij gebruik van de grondvlakfactor k in oudere opstanden:

$$\begin{aligned} \text{voor } k = 4: a_4 &= 48 + 2 \sqrt{F} \text{ meter} \\ k = 2: a_2 &= 58 + 2 \sqrt{F} \\ k = 1: a_1 &= 68 + 2 \sqrt{F} \end{aligned} \quad (45)$$

waarin F het opstandsoppervlak in ha is. Teneinde de Amerikaanse aanbevelingen te kunnen vergelijken met die van BITTERLICH, werd de betrekking voor $a_{2,30}$ uit bovenstaande serie formules geschat als:

$$k = 2,30: a_{2,30} = 56 + 2 \sqrt{F} \quad (46)$$

De telpunten worden systematisch over het terrein verdeeld gekozen, en wel op de snijpunten van een vierkanten-net met zijden van $a_{2,30}$ meter, zodat het aantal telpunten per ha dan bedraagt:

$$p = 10^4 / a_{2,30}^2 \quad (47)$$

TABEL 3. Vergelijking van het aantal telpunten per ha voor $k = 2,30$

Opstandsopp. F (ha)	p = aantal telpunten per ha	
	U.S.A.	BITTERLICH
0-16	2,5	2,8
16-32	1,9	2,3
32-80	1,1	2,0
> 80	form. 44	< 2

Uit de tabel blijkt dat het gewenste aantal telpunten bij gebruik van $k = 2,30$ in de orde van grootte van 2 à 3 per ha ligt. Indien grotere k -waarden gebruikt worden, worden alle grenscirkels kleiner (zie 18), zodat de tellingen dan minder representatief voor de opstand worden, hetgeen men bij dezelfde nauwkeurigheidseisen dient te compenseren door het aantal tellingen te vergroten. Dit blijkt ook duidelijk uit de formules (45), daar de afstand tussen de telpunten bij dezelfde F , doch groter k , afneemt.

7. OVERWEGINGEN BIJ DE KEUZE VAN DE GRONDVLAKFACTOR

De k -waarden waaruit bij gebruik van het meetplaatje gekozen kan worden, zijn reeds in tabel 1 gegeven. De relascoop laat de waarden $k = \frac{1}{2}$, 1 en 2 toe, de normale spiegelrelascoop $k = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 en 4, en de breedscalige $k = 1$, 4, 9, 16 etc., tot $k = 144$. In de U.S.A. zijn geijkte prisma's verkrijgbaar in een serie die met 5 B.A.F.-eenheden (dat is 1,15 eenheden van k) opklimt tot B.A.F. = 110 ($k = \text{ca. } 25$); deze prisma's zijn niet op kleurschifting gecorrigeerd, doch dit wordt boven laatstgenoemde sterkte wel nodig.

De vraag, welke k men in een bepaalde opstand zal gebruiken, hangt, bij dezelfde nauwkeurigheidseisen, van de volgende factoren af:

1. de *uniformiteit van de opstand*. Teneinde onregelmatige opstanden zo representatief mogelijk te bemonsteren, zal men daar de voorkeur geven aan veel tellingen met kleine grenscirkels, dus met grote k . Daarentegen kan men in regelmatige opstanden volstaan met minder tellingen bij kleiner k .
2. het *terreintype*. In moeilijk terrein met onregelmatige opstanden zou het vereiste grotere aantal telpunten met grote k hoge kosten met zich meebrengen. Hier zal men dus noodgedwongen zijn toevlucht moeten nemen tot weinig tellingen met kleine k .
3. de *gemiddelde boomdiameter*. Bij zekere gezichtsscherpte zal boven een bepaalde afstand geen verantwoorde visuele beslissing meer genomen kunnen worden; deze afstand is dus het criterium voor de grootste toelaatbare grenscirkelstraal R . Uit (20) volgt, dat bij kleine d dan een kleiner k gebruikt kan worden dan bij grote d .
4. het *stamtal per ha*. Daar in ijle opstanden het zicht beter is, kan men daar met kleinere k werken dan in dichte opstanden, waar bovendien de zich verder van de waarnemer af bevindende stammen vaak door de dichterbij staande worden afgedekt.
5. de *vorm en de grootte van het opstandsoppervlak*. Bij smalle en/of kleine opstanden moet men erop bedacht zijn, dat de grenscirkels niet gedeeltelijk buiten de opstand komen te vallen, waardoor geheel foute tellingen zouden ontstaan. Dit risico kan men beperken door gebruik van grote k -waarden. Op deze foutenbron, die in het Amerikaans 'slopover' wordt genoemd, zal nog nader worden teruggekomen.

Om de gedachten te bepalen, volgen hieronder de door BITTERLICH bij het meetplaatje gegeven aanbevelingen voor het gebruik van de k -waarden:

$k = 2$ voor snelle opnamen met veel telpunten, b.v. in onregelmatige opstanden of zulke met veel ondergroei;

$k = 1$ als $k = 2$, of voor één representatieve telling in kleine opstanden, waar kleinere k -waarden de grenscirkels reeds buiten de opstandsgrenzen zouden doen vallen;

$k = \frac{1}{2}$ geeft goede representatieve waarden wegens grote grenscirkels;
 $k = \frac{1}{4}$ slechts te gebruiken voor opnamen in grote, open opstanden, daar anders door de grote grenscirkelstralen de beslissing of een boom al dan niet meetelt moeilijk wordt, en de grenscirkels spoedig de opstandsgrenzen overschrijden.

De waarden $k = \frac{1}{4}$ en $\frac{1}{2}$ blijken voor de praktijk echter wel te klein; bij de bespreking van de spiegelrelascoop merkt BITTERLICH dan ook op, dat $k = 1$ en 2 de meest gebruikte waarden zijn.

Volgens Amerikaanse onderzoeken dient men k zódanig te kiezen dat:

$$k = G/7 \quad (48)$$

dus dat het *gemiddelde* aantal bomen per telling ($\bar{Z}$) zeven is. Indien dit aantal nl. groter is, neemt het aantal twijfelachtige beslissingen over al of niet meetellen snel toe; anderzijds vertoont bij een $\bar{Z}$ kleiner dan 7 de variatie in het aantal bomen per individuele telling (Z) een sterke stijging, ook in regelmatige opstanden. De orde van grootte van G schat men aan enkele proeftellingen.

8. PRAKTISCHE PROBLEMEN

Bij de praktische uitvoering van de proefvlakte-loze bemonstering doet zich aanvankelijk een aantal problemen voor, waarmede men echter door hun eenvoudige oplossing spoedig vrijwel automatisch rekening leert houden.

In de eerste plaats moeten de standplaatsen (telpunten) onpartijdig gekozen worden en gemiddeld het totale opstandbeeld weergeven. Men vermijde dus b.v. geen holle of dichte plekken, doch anderzijds moet men ook weer geen 2 van de bijvoorbeeld 3 telpunten in een afwijkend opstandsdeel leggen als dit laatste slechts 1/10 van de oppervlakte beslaat. Het risico van dit soort fout kan men verkleinen door het aantal telpunten per ha vooral in het begin niet te klein te nemen, maar b.v. op 5 á 6 te stellen bij een grondvlakfactor van $k = 2$ of daaromtrent, waarbij men de telpunten systematisch legt door zich over de opstand een bijpassend vierkanten- of rechthoeken-net te denken en de daardoor bekende afstanden tussen de telpunten af te passen.

Voor representatieve bemonstering van opstanden op hellingen dienen de tellingen op verschillende tranches te geschieden.

Wanneer de telpunten eenmaal gekozen zijn, moet men zich realiseren of er geen 'sloper' kan optreden, d.w.z. men moet nagaan of de grootste grenscirkels (nl. die van de dikste diameters) nog wel geheel binnen de opstand vallen. Immers, indien dit laatste niet het geval is, telt men bij rondvisering *te weinig* van de dikste bomen, zodat het grondvlak per ha voor deze categorieën *te laag* geschat wordt. De grenscirkelstraal van een diameter d is algemeen (zie 2 en 11):

$$R = d/2 \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha = 100 d/2 \sqrt{k} \text{ cm} = d/2\sqrt{k} \text{ m} \quad (49)$$

waaruit men na schatting van de grootste diameter de grootste grensstraal kan berekenen; voor $d = 30$ cm en $k = 2,30$ b.v. wordt $R = 9,89$ m. Teneinde nu 'sloper' te vermijden, zou men de afstand van de telpunten tot de opstandsgrens niet kleiner dan de grootste grensstraal moeten nemen, doch daar opstandsranden vaak een wat afwijkende diameterverdeling bezitten, zou men dan niet meer representatief bemonsteren. Uit deze moeilijkheid kan men zich redden, door binnen de 'sloperstrook' in naar binnen gerichte, *halve* cirkels met middellijnen evenwijdig aan de opstandsgrens te viseren, en de getelde stamtallen te verdubbelen. Een rechte (middel)lijn kan men gemakkelijk met twee stokken uitzetten, waarna men zichzelf ertussen richt. Op opstandshoeken kan men desgewenst een telling over slechts 90° maken en de getelde stamtallen met 4 vermenigvuldigen, doch dit wordt reeds enigszins onpraktisch.

Bij het rondviseren dient men ervoor te zorgen dat de spiegelrelascoop of het prisma steeds precies boven het telpunt blijven, hetgeen met statief of jalon bereikbaar is; men draait dan zelf om het telpunt heen.

Tijdens het tellen, waarbij *steeds op dbh's wordt gericht* bemerkt men spoedig dat sommige diameters elkaar perspectivisch geheel of gedeeltelijk afdekken, zodat men hun 'in' of 'uit' zijn (al of niet meetellen) vanaf het telpunt niet kan

nagaan. In dit geval mag men zich met het instrument van het telpunt af begeven naar een punt waar waarneming wel mogelijk is; daarbij moet men er echter voor zorgdragen dat de afstand telpunt/boom constant blijft, dus dat men zich met deze afstand als straal om de desbetreffende boom beweegt. Direct na de beslissing begeeft men zich weer naar het oorspronkelijke telpunt, dat dus gemarkeerd moet blijven, en telt verder.

Het grootste probleem vormen de 'twijfelbomen', dat zijn dié bomen, waarvan men zonder meer niet kan vaststellen of ze echte grensbomen zijn (half tellen), dan wel juist 'in' (heel tellen) of juist 'uit' (niet tellen) zijn. Door de beperkte gezichtsscherpte van het menselijk oog wordt deze beslissing des te moeilijker, naarmate de afstand twijfelboom/oog groter wordt, dus bij kleine k , hetgeen een reden is om kleine grondvlakfactoren te vermijden. Men moet in ieder geval goede ogen hebben, en voorts is het tellen met een prisma te verkiezen boven dat met de spiegelrelascoop. Een aanzienlijke verbetering bereikt men bij prismatellingen met de door ons toegepaste rood/witte canvasband, die door een helper op borsthoogte om de boom wordt getrokken (fig. 9*). Daar de band strak over alle stamonregelmatigheden ligt, viseert men dan wel een gemiddeld wat grotere diameter, waardoor een boom eerder 'in' lijkt, doch dit is geen groot bezwaar, daar bij ruwe schors 1. een zonder deze band genomen visuele beslissing zeer twijfelachtig is, en 2. een controle door klemming en afstandmeting eveneens betrekkelijke waarde heeft, daar men de diameter door meer of mindere druk op de klem of door geringe veranderingen in klemrichting gemakkelijk enige mm kan doen variëren. Uit onze voorlopige proeven bleek, dat bij bewust gebruik van de band geen duidelijke afwijkingen in de tellingen optraden en dat het werk zeer bespoedigd werd. Men zou op deze band nog een verdeling in eenheden van π cm kunnen aanbrengen om hem tevens als diametermeetband te kunnen gebruiken.

Ook onder de beste omstandigheden blijft men echter een aantal twijfelbomen ontmoeten, zodat men er niet aan ontkomt, de diameter van deze bomen te klemmen (loodrecht op de viseerlijn) waardoor de bijbehorende grenscirkelstraal bekend is (form. (49), nomogram fig. 10), zodat deze laatste vergeleken kan worden met de gemeten afstand tot de boomas op borsthoogte. Dit zou een betrekkelijk tijdrovende procedure blijven, ware het niet dat men na een aantal metingen spoedig een twijfelgeval leert 'waarderen' als 'in' of 'uit'. Wel moet men zichzelf blijven controleren, door af en toe, na genomen beslissingen, nog eens te meten. Voor een bepaalde k kan men voorts een speciale meetband vervaardigen, waarop bij de afstanden R (form. 49) vanaf het nulpunt, de waarde van de bijbehorende d geschreven staat. Men kan dan na klemming van de dbh de band vanaf het telpunt in de richting van de boom uitrollen tot het indelingspunt van de betreffende dbh (welk punt weer op borsthoogte gehouden wordt); ligt de boomas verder dan deze afstand, dan is hij 'uit', en omgekeerd. Echte grensgevallen (half tellen) ontmoet men maar weinig. Wordt in een terrein met helling γ geteld met continu aangepaste meetbreedte w' of deviatie δ' (16,23), dan

* Zie pagina 50.

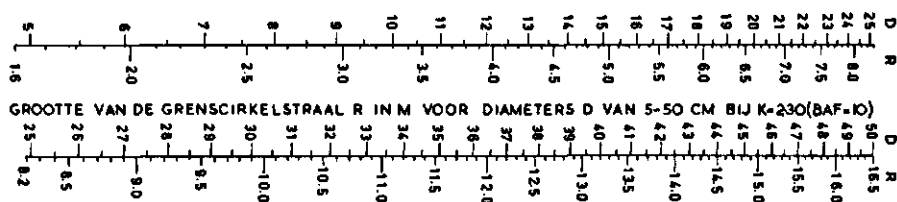


FIG. 10. Nomogram ter bepaling van R voor diverse diameters bij $k = 2,30$.

Alinement chart for finding plot radius of various diameters with metric B.A.F. = 2.30.

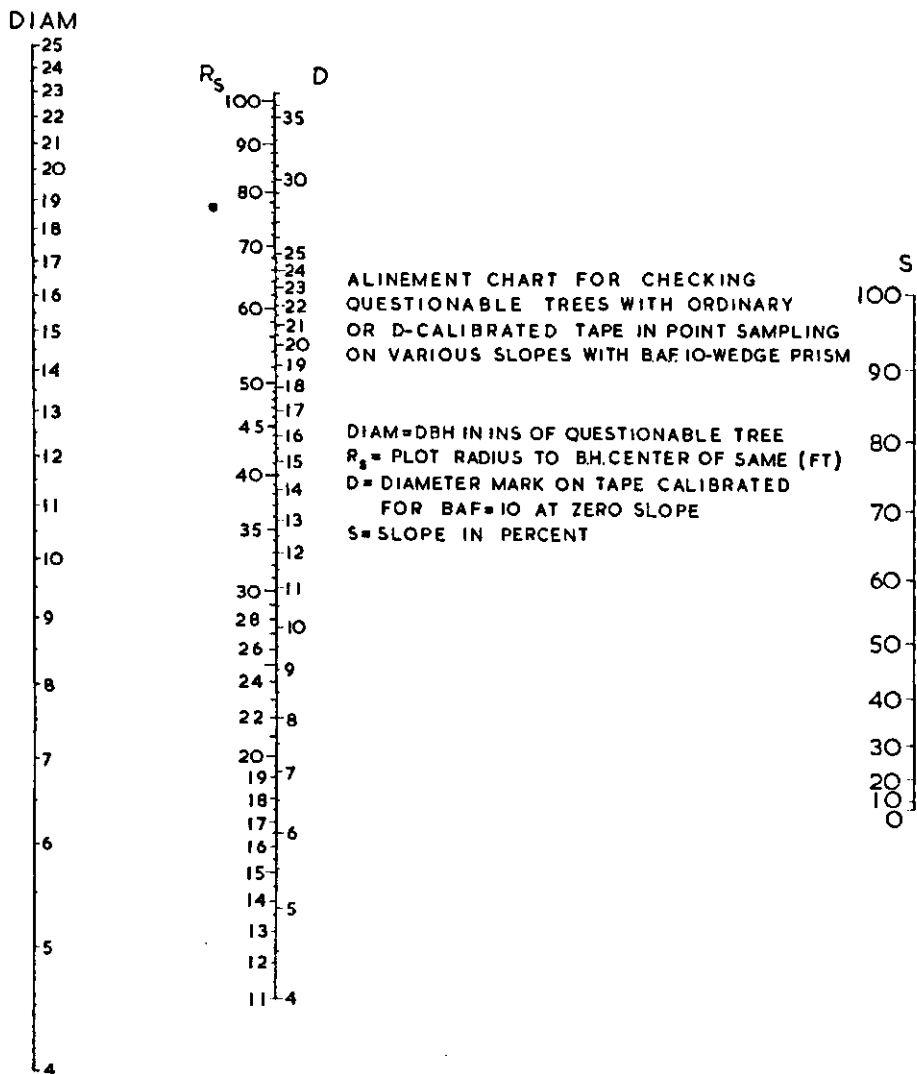


FIG. 11. Nomogram voor B.A.F. = 10 ($k = 2,30$) ter bepaling van R voor diverse diameters onder verschillende hellingen (S), zowel in gewone lengte-eenheden (R_s) als bij gebruik van speciale meetband (D). Engelse maatstelsel.

heeft de diameter d een grotere grensstraal (nl. R') dan wanneer men hem horizontaal zou viseren (16,24), zodat men bij twijfelgevallen de gemeten schuine afstand met deze R' moet vergelijken. Alle rekenwerk, alsmede het zoeken in grafieken en tabellen kan men daarbij vermijden door gebruik te maken van een nomogram als in fig. 11. Overigens kan de correctie tot hellingen van 10% (5 à 6 graden) achterwege blijven.

Een naar links of rechts overhellende boom, die bij normale visering juist 'in' lijkt kan, daar de dbh altijd loodrecht op de stam-as wordt gemeten, in werkelijkheid wel juist 'uit' zijn. Men moet de relascoop of het prisma, evenals het hoofd, in dat geval om de viseerlijn draaien in dezelfde richting en over dezelfde hoek als de boomhelling t.o.v. de verticaal. Bij twijfelbomen die naar de waarnemer toe of van deze af hellen, kan men slechts zekerheid krijgen door klemming van de dbh en meting van de afstand tot het borsthoogtepunt loodrecht boven het centrum van de stamvoet.

Teneinde fouten te vermijden dient de waarnemer uitsluitend te tellen, terwijl de helper de getelde bomen met krijt aankruist en eventueel de borsthoogte aanduidt. Pas na de telling worden de gemerkte bomen, eventueel gescheiden naar houtsoort, geklemd, waarbij men de telling weer als controle op het aantal heeft.

Het bij prismagebruik vereiste werken met de minimum-deviatie valt in de praktijk erg mee: naar een dbh kijkend over en door het prisma, draait men dit laatste langzaam om de verticale as. Men ziet de deviatie dan eerst afnemen tot het minimum, en vervolgens weer toenemen.

9. DE CORRECTIE VOOR SLOPOVER

In het voorgaande werd een methode aangegeven waarmee 'sloper' bewust vermeden kan worden, doch juist daardoor verkrijgt men nóg geen representatieve tellingen. Deze laatste verkrijgt men pas wanneer de werkelijke sloper in rekening wordt gebracht door het vanuit zeker punt getelde aantal bomen te corrigeren op een wijze die afhankelijk is van de mate waarin sloper optreedt. Door BEERS (1966) is voor deze correctie een algemene formule ontworpen, waaraan de volgende gedachtengang ten grondslag ligt (zie fig. 12).

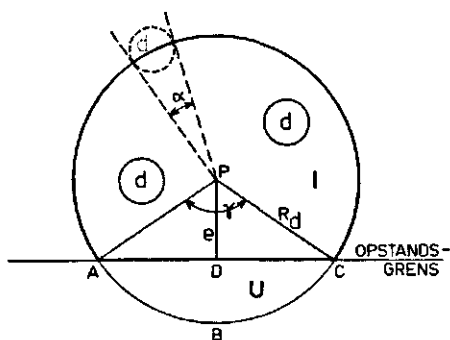


FIG. 12. Bepaling van de correctiefactor voor 'sloper'.

Stel men bevindt zich in het telpunt P, gelegen op een afstand van e meter van de opstandsgrens. Vanuit P worden z (in de fig. $z = 2$) bomen van zekere diameter d geteld. De grensstraal van d is R_d . Indien nu $R_d > e$ is, dan treedt voor de diameter d sloper op, daar een segment $U = ABCD$ van de grenscirkel buiten de opstand valt. Op het oppervlak I heeft men dus z bomen geteld, d.w.z. op het oppervlak $(I + U) = \pi \cdot R_d^2$ zou men $z' = z \cdot (I + U)/I = z \cdot \pi R_d^2/I$ bomen geteld hebben, indien dit oppervlak geheel binnen de opstand lag. Daar de methode BITTERLICH gebaseerd is op stamtallen binnen *gehele* grenscirkels, moet het van diameter d getelde aantal z met de 'correctiefactor voor sloper', $C_s = (I + U)/I$, vermenigvuldigd worden. Men ziet reeds dadelijk dat $U = 0$ voor $R_d \leq e$, zodat dan $C_s = 1,0$, en voorts dat $U = I$ voor $e = 0$ (ongeacht de grootte van R_d), zodat dan $C_s = 2,0$. Voor een e -waarde $0 < e < R_d$ is de grootte van de sloper (de oppervlakte U), en daarmee die van $C_s = (I + U)/I$ afhankelijk van $R_d = d/2\sqrt{k}$ (zie 49), dus afhankelijk van d .

Bij kans op sloper zal men dus elke getelde diameter moeten klemmen, waarna zijn grenscirkelstraal R_d (zie fig. 10) met e vergeleken dient te worden. Vindt men $R_d > e$ dan dient het van de diameter d getelde stamtal z tot $z' = C_s \cdot z$ gecorrigeerd te worden.

De correctiefactor C_s kan als volgt uit R_d en e berekend worden: De benodigde oppervlakte $I = \pi \cdot R_d^2 - U$, waarin $U = \text{opp.sector PABC} - \text{opp.driehoek APC} = \gamma \cdot R_d^2/2 - e \sqrt{R_d^2 - e^2}$. De hoek γ is hierin uitgedrukt in radialen; daar

$\cos \frac{1}{2} \gamma = e/R_d$, is $\gamma = 2 \arccos e/R_d$. Substitueert men de op deze wijze gevonden waarde van I in $C_s = \pi \cdot R_d^2/I$, waarbij bovendien voor R_d zijn waarde volgens (49) wordt ingevuld, dan vindt men voor C_s :

$$C_s = \frac{\pi d^2/4k}{\frac{d^2}{4k} (\pi - \arccos (2e \sqrt{k/d})) + e \sqrt{\left(\frac{d^2}{4k} - e^2\right)}} \quad (50)$$

Hieruit blijkt duidelijk dat de correctiefactor C_s afhankelijk is van de diameter d , de grondvlakfactor k en de afstand e van het telpunt tot de opstandsgrens.

Voor diameters van 2 tot 50 cm en voor afstanden e van 0 tot 13 m werden de factoren C_s voor $k = 2,30$ (prisma B.A.F. = 10) uit (50) met de IBM 1620 computer van de Landbouwhogeschool berekend en opgenomen in tabel 4. Waar in deze tabel geen waarden zijn ingevuld, kan $C_s = 1,0$ gesteld worden. Brengt men de slopover op deze wijze in rekening, dan kan een opstand zonder enige beperking wat betreft de plaatsing van de telpunten, dus geheel representatief bemonsterd worden.

TABEL 4. Correctiefactoren C_s voor 'slopover' bij proefvakteloze opstandsbemonstering met $k = 2,30$

Diam. in cm	Afstand e van telpunt tot opstandsgrens in m													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	2.0													
4	2.0	1.1												
6	2.0	1.2												
8	2.0	1.4	1.1											
10	2.0	1.4	1.2											
12	2.0	1.5	1.2	1.1										
14	2.0	1.6	1.3	1.1										
16	2.0	1.6	1.4	1.2	1.1									
18	2.0	1.6	1.4	1.2	1.1									
20	2.0	1.7	1.4	1.3	1.2	1.1								
22	2.0	1.7	1.5	1.3	1.2	1.1								
24	2.0	1.7	1.5	1.4	1.2	1.2	1.1							
26	2.0	1.7	1.6	1.4	1.3	1.2	1.1							
28	2.0	1.8	1.6	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1						
30	2.0	1.8	1.6	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1						
32	2.0	1.8	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1					
34	2.0	1.8	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1					
36	2.0	1.8	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1				
38	2.0	1.8	1.7	1.5	1.4	1.3	1.3	1.2	1.1	1.1	1.1			
40	2.0	1.8	1.7	1.6	1.4	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1			
42	2.0	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1		
44	2.0	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1		
46	2.0	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1	
48	2.0	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.4	1.3	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1	
50	2.0	1.9	1.7	1.6	1.5	1.4	1.4	1.3	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1

10. VERGELIJKING VAN EEN VOLLEDIGE OPNAME EN EEN PRISMATELLING

Teneinde een eerste indruk te krijgen van zijn nauwkeurigheid, werd de in het voorgaande beschreven methode toegepast in een 60-jarige grovedennen-opstand in de boswachterij Ugehelen (vak 87a, oppervlakte 4,75 ha), waarin een oppervlakte van 1,2 ha in 30 vakken van 20×20 m werd verdeeld.

In elk vak werden alle bomen in mm overkruis geklemd en werd een aantal hoogtemetingen verricht. Het totale aantal stammen bedroeg 1041, dat is 868 per ha; de diameter/hoogtekromme werd geconstrueerd aan de hand van 75 verspreide hoogtemetingen. De klemstaat per ha (d_i en frequentie N_i), hier korthedshalve ingedeeld in 2-cm diameterklassen, en de gemiddelde boomhoogten (h_i) worden gegeven in tabel 5, kol. 1 t/m 3. Voor elke diameterklasse werd in de massatable voor de groveden (BOSSCHAP, 1955) bij de corresponderende hoogte het gemiddelde boomvolume (v_i , kol. 6) opgezocht, waarna in kol. 7 het volume per ha voor elke klasse ($N_i \cdot v_i$) kon worden ingevuld. Optelling van kol. 7 levert de 'exacte' opstandsmassa, $V^* = 204,8 \text{ m}^3/\text{ha}$. In kol. 4 is het enkelvoudige grondvlak (g_i) voor elke diameter gegeven, en in kol. 5 het cumulatieve grondvlak $\Sigma N_i g_i$ bij elke klasse, d.w.z. de lopende sommering van de klassegrondvlakken $N_i g_i$ tot en met elke klasse. Het 'exacte' totale grondvlak is $G^* = 24,475 \text{ m}^2/\text{ha}$, waaruit het gemiddeld grondvlak volgt als $\bar{g} = 24,475/868 = 0,02820 \text{ m}^2$, waarbij een gemiddelde opstandsdiameter $d_g = 18,9 \text{ cm}$ behoort. Bij d_g werd in de diameter/hoogtekromme de gemiddelde opstandshoogte afgelezen als $h_g = 16,8 \text{ m}$. In de massatable groveden kon vervolgens de inhoud van de grondvlakmiddenstam worden opgezocht: $v_g = 236 \text{ dm}^3$, zodat $q_g = 0,236/0,0282 = 8,369$. Kubering van de opstand volgens $V_1 = G^* \cdot q_g$ levert dan: $V_1 = 204,8 \text{ m}^3/\text{ha}$.

De berekening van de grondvlakcentraaldiameter d_c uit de volledige klemstaat geschiedt als volgt: het halve grondvlak per ha is $24,475/2 = 12,237 \text{ m}^2$. In kol. 5 ziet men dat het cumulatieve grondvlak t/m de klasse van 18 cm 9,515 m^2/ha bedraagt. Om het halve grondvlak vol te maken, moet er uit de 20-cm klasse nog een aantal stammen met een gezamenlijk grondvlak van $12,237 - 9,515 = 2,722 \text{ m}^2$ bijkomen. De 20-cm klasse bezit een grondvlak van $N_{18} g_{18} = 162 \times 0,03140 = 5,087 \text{ m}^2$; dit grondvlak wordt uniform over de klassebreedte van 20 mm verdeeld gedacht. Per m^2 toename van het cumulatieve grondvlak binnen de 20-cm klasse neemt de diameter dus met $20/5,087 \text{ mm}$ toe, zodat de diametertoeename voor de vereiste stijging van $2,722 \text{ m}^2$ bedraagt: $2,722 \times 20/5,087 = 10,7 \text{ mm}$ of rond 1,1 cm, welk bedrag bij de bovengrens van de 18 cm klasse (die loopt van 17,0–18,9 cm) moet worden opgeteld om d_c te krijgen: $d_c = 18,9 + 1,1 = 20,0 \text{ cm}$. Men ziet dat d_c hier 1,1 cm groter is dan d_g .

Voor h_c werd in de diameter/hoogtekromme afgelezen: $h_c = 17,1 \text{ m}$, waarbij een volume behoort van $v_c = 267 \text{ dm}^3$, zodat $q_c = 8,503$ en $V_2 = G^* \cdot q_c = 208,1 \text{ m}^3/\text{ha}$. De massa's V_1 en V_2 wijken resp. 0% en +1,6% van $V^* = 204,8$ af.

TABEL 5. Vergelijking volledige opname met prismatelling

Volledige opname 1 ha										Opname 30 telpunten; $k = 2,30$					Opname 6 telpunten																						
d_i cm	N_i p. ha	h_i m	g_i m^2	$\Sigma N_i g_i$ m^2	massatabel		tarief nr. 45		z_i	$b_i = N_i$	k/g_i	$b_i z_i / 30$ p. ha	tarief nr. 47		Σz_i	z_i	$N_i =$	Σz_i																			
					v_i dm^3	$N_i v_i$ m^3	v_i dm^3	$N_i v_i$ m^3					$b_i z_i / 6$ p. ha	$N_i v_i$ m^3																							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19																			
10	8	11,1	0785	0,063	48	0,38	57	0,46	1	293,0	10	59	0,59	1	-	-	-	-																			
12	54	13,0	1131	0,674	79	4,27	85	4,59	9	203,4	61	89	5,43	10	1	34	3,03	1																			
14	113	14,5	1539	2,413	116	13,11	119	13,45	22	149,5	110	124	13,64	32	7,5	187	23,19	8,5																			
16	136	15,7	2010	5,146	161	21,90	160	21,76	35	114,4	134	167	22,38	67	7	134	22,38	15,5																			
18	172	16,5	2540	9,515	211	36,29	207	35,60	53	90,6	160	216	34,56	120	12	181	39,10	27,5																			
20	162	17,1	3140	14,602	267	43,25	261	42,28	72	73,2	176	273	48,05	192	17	207	56,51	44,5																			
22	109	17,5	3800	18,744	328	55,75	322	55,10	46	60,5	93	336	31,25	238	10	101	33,94	54,5																			
24	65	17,8	4520	21,682	393	25,54	390	25,35	39	50,9	66	407	26,86	277	8,5	72	29,30	63																			
26	33	18,0	5310	23,434	463	15,28	465	15,35	26	43,3	38	485	18,43	303	3	22	10,67	66																			
28	11	18,1	6160	24,112	537	5,91	547	6,02	6	37,3	7	571	4,00	309	-	-	-	66																			
30	4	18,2	7070	24,395	616	2,46	637	2,55	5	32,5	5	665	3,33	314	0,5	3	2,00	66,5																			
32	1	18,2	8040	24,475	699	0,70	734	0,73	2	28,6	2	766	1,53	316	0,5	2	1,53	67																			
	868		24,475		204,8		203,2		316		862	210,0		316	67	943	221,6	67																			
$\bar{g} = 0,0282 m^2$ $d_g = 18,9 cm$ $h_g = 16,8 m$ $v_g = 236 dm^3$ $q_g = 8,369 m$ $V_1 = 204,8 m^3/ha$																			$\bar{Z} = 10,53$ $G = 24,219 m^2/ha$ $\bar{g} = 0,0281 m^2$ $d_g = 18,9 cm$ $h_g = 16,8 m$ $v_g = 246 dm^3$ $q_g = 8,754 m$ $V_1 = 212,0$																		
$G/2 = 12,237 m^3/ha$ $d_c = 20,0 cm$ $h_c = 17,1 m$ $v_c = 267 dm^3$ $g_c = 0,0314 m^2$ $q_c = 8,503 m$ $V_2 = 208,1 m^3/ha$																			$\bar{Z} = 11,17$ $G = 25,691 m^2$ $\bar{g} = 0,0272 m^2$ $d_c = 18,6 cm$ $h_c = 17,5 m$ $v_g = 238 dm^3$ $q_g = 8,750 m$ $V_2 = 224,8 m^3$																		
$Z/2 = 158$ $d_c = 20,0 cm$ $h_c = 17,5 m$ $v_c = 273 dm^3$ $g_c = 0,0314 m^2$ $q_c = 8,694 m$ $V_2 = 210,6 m^3/ha$																			$Z/2 = 33,5$ $d_c = 19,6 cm$ $h_c = 17,5 m$ $v_c = 263 dm^3$ $g_c = 0,0302 m^2$ $q_c = 8,709 m$ $V_2 = 223,7 m^3$																		

Ter controle van de massatarieven van STOFFELS, werd de opstand nogmaals gekubeerd met deze laatste. Bij $d_g = 18,9$ cm en $h_g = 16,8$ m moet tarief nr. 45 worden toegepast. In kol. 8 vindt men het gemiddeld boomvolume volgens dit tarief, en in kol. 9 het volume van elke diameterklasse. Optelling van kol. 9 geeft nogmaals de opstandsmassa per ha: 203,2 m³/ha; het verschil met V^* bedraagt 0,8% en is volkomen verwaarloosbaar, zodat beide methoden in dit geval even nauwkeurig zijn.

Na de volledige opname werd in het centrum van elk der 30 vakken een prismatelling met $k = 2,30$ uitgevoerd, waarbij gebruik gemaakt werd van de rood/witte canvasband. Alle twijfelgevallen werden tot klaarheid gebracht door de gemeten boomafstand met de uit een nomogram afgelezen grensstraal te vergelijken. De getelde bomen werden geklemd en de diameters per telpunt gescheiden genoteerd. Het totale aantal bomen per telpunt varieerde als weergegeven in tabel 6.

TABEL 6. Totaal aantal bomen per telpunt

aantal bomen Z	7	8	9	10	11	12	13	14
frequentie	2	4	3	8	3	2	6	2

totaal 316 stammen op 30 telpunten; $\bar{Z} = 10,53$; $s_z = 2,08$

In tabel 5 geeft kol. 10 de klemstaat van de totale B-populatie (316 bomen) voor de 30 telpunten; kol. 11 geeft voor elke diameter de stamtalfactor b_i (36), en kol. 12 het stamtal N_i per ha, berekend als $b_i \cdot z_i/30$, daar $z_i/30$ het gemiddelde aantal getelde bomen van elke diameter per punt is. De verschillen tussen de aldus uit 30 telpunten geschatte klemstaat (kol. 12) en die van de volledige opname (kol. 2) zijn gering, en het geschatte totale stamtal per ha (862) verschilt slechts 0,7% van het werkelijke (868). Er werden hier dan ook 316 (plm. 30%) van de 1041 bomen op 1,2 ha gemeten!

Kol. 15, de lopende sommering van de frequenties z_i der B-populatie, is nodig voor de schatting van d_c (zie form. 33). Het halve B-stamtal is 158, welk aantal cumulatief wordt bereikt in de 20-cm klasse, en wel bij diens mm-trap: $20(158-120)/72 =$ rond 11 mm, zodat d_c geschat wordt als $18,9 + 1,1 = 20,0$ cm (hetgeen de juiste waarde is!).

Van een tiental bomen met dbh van ongeveer 20 cm werden nu de hoogten gemeten, waarna $h_c = 17,5$ m als gemiddelde daarvan werd bepaald ('juiste' waarde is 17,1 m). De geschatte inhoud van de grondvlakcentraalstam is dan volgens de massatabel $v_c = 273$ dm³, waarna men q_c vindt als $q_c = 8,694$.

Daar het grondvlak geschat wordt als $G = k \cdot \bar{Z} = 2,30 \times 10,53 = 24,219$ m², wordt het volume geschat als $V_2 = 24,219 \times 8,694 = 210,6$ m³/ha. Uit G en het totale stamtal (862) kan men $\bar{g}$ en daarmee $d_g = 18,9$ cm bepalen. Stelt men $h_g = h_c = 17,5$ m, dan volgt uit de massatabel $v_g = 246$ dm³, zodat $q_g = 8,754$ en $V_1 = G \cdot q_g = 212,0$ m³/ha.

Ter vergelijking werd ook hier de opstand trapsgewijs gekubeerd (kol. 13, 14), waarbij tarief nr. 47 gebruikt werd; de opstandsmassa wordt daarmee op 210,0 m³/ha bepaald. De klassevolumes wijken hier en daar wat af van die van de volledige opname (kol. 7) doch geven beslist geen onaanvaardbaar beeld.

De drie uitkomsten verschillen onderling niet noemenswaardig, doch liggen 2½–3½ % hoger dan $V^* = 204,8$. Overigens is V_2 hier door schattingsfouten juist *lager* dan V_1 .

Een bemonstering met 30 telpunten op 1,2 ha, of 25 per ha, is echter voor de praktijk te intensief en geeft onnodig hoge nauwkeurigheid. Indien men in de praktijk eist, dat het volume per ha met tevoren vastgestelde nauwkeurigheid van $E\%$ bepaald moet worden, kan men het daartoe benodigde minimum-aantal telpunten met form. (44) itererend schatten. Vaak neemt men genoegen met $E = 15\%$ op het 95%-betrouwbaarheidsniveau, waarbij $t_m = t_{95}$ globaal gelijk aan 2 wordt gesteld. De variatie-coëfficiënt $C_v = 100 \cdot s_v/V$ van het volume per ha zal men, bij gebrek aan ervaringscijfers, uit enige proefstellingen moeten schatten. De benodigde s_v (standaard-deviatie van de volumes per ha per telpunt) en V (gemiddelde volume per ha) berekent men als volgt globaal uit de proefstelling:

Bij een gemiddeld aantal van $\bar{Z}$ bomen per telling is volgens (35) het uit p tellingen geschatte gemiddelde volume per ha:

$$V_2 = k \cdot \bar{Z} \cdot q_c \quad (51)$$

De standaard-deviatie s_{v2} van V_2 bedraagt dan benaderend:

$$s_{v2} = k \cdot q_c \cdot s_z = k \cdot q_c \cdot s_z / \sqrt{p} = s_v / \sqrt{p} \quad (52)$$

Hieruit volgt dat

$$s_v = k \cdot q_c \cdot s_z \quad (53)$$

Voor een eerste oriëntering omtrent C_v werden nu uit de 30 telpunten 5 punten 'at random' gekozen, waarbij er echter wel voor werd gezorgd dat deze door de opstand verspreid kwamen te liggen. De 30 vakken werden daartoe in 5 blokken van elk 6 vakken verdeeld, waarna in elk blok één vakje 'at random' werd gekozen. De stamtallen in dit monster van 5 bedroegen: 8, 10, 11, 12 en 13, met als gemiddelde $\bar{Z} = 10,80$ en standaard-deviatie $s_z = 1,92$. Uit de B-klemstaat van deze 5 tellingen werd d_c berekend als 19,4 cm, en voor h_c werd de gemeten hoogte van 17,5 m aangehouden. Uit de massatabel volgt dan $v_c = 258 \text{ dm}^3$, waarbij $q_c = 8,716$, zodat $V_2 = 2,30 \times 10,80 \times 8,716 = 216,5 \text{ m}^3/\text{ha}$, en $s_v = 2,30 \times 8,716 \times 1,92 = 38,5 \text{ m}^3/\text{ha}$. De variatie-coëfficiënt bedraagt $C_v = 100 \times 38,5/216,5 = 17,8\%$ (uit de 30 tellingen werd C_v analoog berekend als 19,8%). Met (44) berekent men dan als minimum-aantal benodigde telpunten voor dit opstandsdeel $p = (2 \times 17,8/15)^2 = \text{ca. } 6$.

Het monster van 5 telpunten werd nu uitgebreid met 1 'at random' gekozen extra punt met stamtal $Z = 13$. Op geheel analoge wijze als bij het monster van

5 werden nu berekend: $\bar{Z} = 11,17$; $s_z = 1,94$; $d_c = 19,6$; $v_c = 263$; $V_2 = 223,7$; $s_v = 38,9$; $C_v = 17,4$. Vult men de thans verkregen schatting van C_v weer in (44) in, dan vindt men $p = 5,4$ waaruit geconcludeerd kan worden dat de 6 gekozen telpunten voldoende zijn.

Voor t_{95} werd de waarde 2 ingevuld, doch bij de 5 vrijheidsgraden van s_v is deze deviaat 2,57. De grenzen waartussen het 'ware' volume zich naar alle waarschijnlijkheid bevindt, bepaalt men dan als:

$$V_{max/min} = V_2 \pm t_{95}^{5_{KVV}} \cdot s_{v2} = 223,7 \pm 2,57 \cdot \frac{38,9}{\sqrt{6}} = 264 \text{ en } 182 \text{ m}^3/\text{ha}.$$

Berekent men ter controle hieruit het $E\%$, dan is dit:

$$E\% = \frac{2,57 \times 38,9/\sqrt{6}}{223,7} \cdot 100 = 18,3\%$$

dat is meer dan de vereiste 15%, hetgeen zijn oorzaak vindt in de (voor kleine monsters) verkeerde waarde van t die bij de schatting werd gebruikt. Het 'ware' volume per ha, $V^* = 204,8 \text{ m}^3$ ligt echter ruimschoots binnen de berekende 95%-betrouwbaarheidsgrenzen.

De hierboven gevolgde snelle schatting van $V_2 = 223,7 \text{ m}^3/\text{ha}$ is niet geheel correct; het uit 6 telpunten volgens 2-cm diameterklassen bepaalde volume bedraagt $221,6 \text{ m}^3/\text{ha}$ (kol. 18) en is in werkelijkheid slechts $16,8 \text{ m}^3$ of ca. 8% hoger dan dat van kol. 7.

Het geschatte grondvlak per ha bedraagt $25,7 \text{ m}^2$, dat is ca. 5% hoger dan het werkelijke van $24,5 \text{ m}^2$ (kol. 5). Het geschatte stamtal per ha (943) ligt ca. 9% hoger dan het werkelijke (868). Daar ook het tariefnummer te hoog werd gesteld (nr. 47 in plaats van 45) werden beide laatste kenmerken dus overschat en daarmee ook het volume per ha; de fouten zijn echter van aanvaardbare proporties. De geschatte klemstaat (kol. 17) wijkt hier en daar aanzienlijk af van de werkelijke (kol. 2), en deze klassewijze afwijkingen zouden nog groter geweest zijn indien met 1-cm klassen was gewerkt. Mogelijke oorzaken zijn: 1. de situaties van de telpunten waren niet geheel representatief voor wat betreft de frequentieverdeling der diameters; 2. kleine verschillen in de B-frequenties der lage diameterklassen werken, door de grote b_i 's van deze laatste, sterker in de A-frequenties door dan dezelfde verschillen in de dikkere klassen; 3. daar de bemonsteringskans van een stam evenredig met het kwadraat van diens diameter toeneemt, zullen enkele niet-gelijkmatig in de opstand verspreide grote diameters eerder in de tellingen betrokken worden dan kleine.

Op de gekozen 6 telpunten op 1,2 ha werden in totaal 67 bomen geklemd, dat is 6,4% van het totale stamtal (1041). Het ligt voor de hand te onderstellen, dat spreiding van de proeftelpunten over de gehele opstand (4,75 ha) een grotere C_v zou hebben opgeleverd, waardoor het benodigde aantal telpunten voor

4,75 ha méér dan 6 zou moeten bedragen. Anderzijds zal in een vrij uniforme gelijkjarige opstand de waarde C_p bij uitbreiding van het areaal waarvoor hij wordt bepaald, geen zeer grote variaties vertonen, zodat het minimum-aantal benodigde telpunten *aanzienlijk minder dan evenredig* met de uitbreiding der te bemonsteren oppervlakte zal toenemen. Voor de opstand in kwestie kon dit nog niet worden nagegaan, doch volgens de Amerikaanse en Oostenrijkse normen zou men in deze opstand kunnen volstaan met in totaal $4,75 (2 \text{ á } 3) = 10 \text{ á } 14$ telpunten.

Dat tenslotte met de in hoofdstuk 5 aangegeven methode van opstands-massabepaling via vormhoogtetabellen goede resultaten worden verkregen, blijkt uit tabel 7.

TABEL 7. Opstandsmassabepaling met vormhoogtetabel groveden
Estimation of stand volume by formheight table, Scotch Pine

	G m ²	d_c cm	h_c m	h_f m	V_s in m ³ /ha $G \cdot h_f$ fig. 8	
volledige opname 1,2 ha 100% inventory 3 acres	24,475	20,0	17,1	8,42	206,1	207
30 telpunten 30 prism counts	24,219	20,0	17,5	8,59	210,2	209
6 telpunten 6 prism counts	25,691	19,6	17,5	8,60	220,9	222

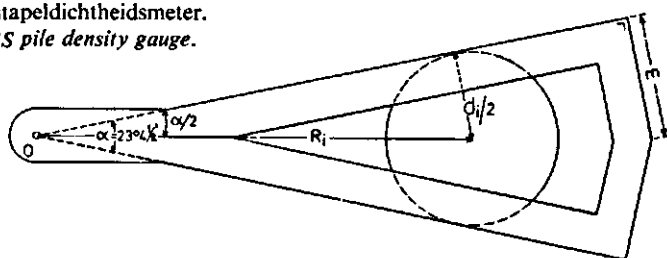
11. BIJZONDERE TOEPASSINGEN VAN DE METHODE BITTERLICH

Kunnen met het principe van BITTERLICH op de hiervoor beschreven wijze het grondvlak en, na verdere uitwerking, de opstandsmassa en het stamtal worden geschat, op het principe berust voorts nog een methode ter bepaling van de reductiefactoren voor stapelhoutsortimenten, alsmede een interessante theorie inzake de schatting van de opstandsgrondvlak-aanwas. Van elk dezer bijzondere toepassingen zal hieronder het principe worden aangegeven.

11.1 SCHATTING VAN DE REDUCTIEFACTOREN VOOR ROND STAPELHOUT

Deze eveneens door BITTERLICH bedachte methode is in wezen identiek aan die voor de opstandsgrondvlak-bepaling. Aan een frontvlak van een houtstapel prikt men een hoekmaat (fig. 13) van doorzichtig materiaal in het hoekpunt O vast. Voor de hoek kiest men $\alpha = 23^{\circ}4'26''$, zodat $\sin \frac{1}{2}\alpha = 1/5$.

FIG. 13. BITTERLICH's stapeldichtheidsmeter.
BITTERLICH'S pile density gauge.



De grensstraal R_i van een kopse diameter van d_i cm bedraagt dan:

$$R_i = d_i/2 \sin \frac{1}{2}\alpha = 5d_i/2 \text{ cm} \quad (54)$$

en de grenscirkeloppervlakte voor d_i :

$$A_i = \pi \cdot R_i^2 = 25 \cdot \pi d_i^2/4 \text{ cm}^2 \quad (55)$$

Draait men hoek α over 360° om O, en telt men daarbij op de bekende wijze z_i kopse diameters d_i , die te samen dus een kops oppervlak hebben van:

$$z_i g_i = z_i \cdot \pi d_i^2/4 \text{ cm}^2 \quad (56)$$

dan bedraagt het houtoppervlak $z_i g_i$, uitgedrukt als percentage p_i van de (uit hout en lucht bestaande) grenscirkeloppervlakte A_i :

$$p_i = 100 \cdot z_i g_i / A_i = 4 \cdot z_i \quad (57)$$

hetgeen tevens één schatting is van het procentuele aandeel dat het totale houtoppervlak van de diameters d_i in het gehele frontvlak van de stapel bezit.

Daar (57) voor alle diameters geldt, schat men het totale procentische houtoppervlak in het frontvlak van de stapel als:

$$P = \sum p_i = 4 \sum z_i = 4 \cdot Z \quad (58)$$

waarin Z het bij éénmaal ronddraaien van de hoek α getelde totale aantal kopse diameters is dat dikker lijkt dan hoek α , ongeacht de grootte van de diameters zelve. Grensdiameters telt men weer als half.

De reductiefactor P wordt in de praktijk meestal gelijk gesteld aan de reductiefactor die men op de ruimtelijke stapelinhoud moet toepassen om de daarin aanwezige houtmassa te vinden.

Voert men, om tot een betrouwbaarder waarneming te komen, in het frontvlak van de stapel vier tellingen uit, waarbij aantallen van Z_1 , Z_2 , Z_3 en Z_4 geteld worden, zodat het gemiddelde aantal bedraagt:

$$\bar{Z} = (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)/4 \quad (59)$$

dan is de gemiddelde reductiefactor voor de stapel:

$$\bar{P} = 4 \cdot \bar{Z} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 \quad (60)$$

dus eenvoudig de som van de getelde aantallen! Men kan een stapel natuurlijk ook op een veelvoud van vier plaatsen bemonsteren.

De tellingen moeten zowel aan de voor- als achterzijde van de stapel worden uitgevoerd. Voorts moet men er zeker van zijn dat in de stapel geen diameters voorkomen die groter zijn dan 2 m (fig. 13).

In Finland vond MAKKONEN uit vele waarnemingen dat er slechts een geringe correlatie bestaat tussen de op deze wijze bepaalde reductiefactoren en de ware reductiefactoren, bepaald door nauwkeurige individuele kubering der in een stapel aanwezige stammen. De gemiddelde reductiefactor volgens de methode BITTERLICH week echter verrassend weinig af van de gemiddelde ware reductiefactor. De methode is dus goed bruikbaar voor grote aantallen grote stapels (papierhout), doch voor één bepaalde stapel kan de uitkomst sterk van de ware afwijken.

11.2 SCHATTING VAN DE GRONDVLAKE-AANWAS

In 1963 publiceerden de Amerikanen FENDER en BROCK een ingenieuze gedachtengang ten aanzien van de aanwasbepaling van opstanden met de methode BITTERLICH. Hun methode, die 'Point Centre Extension' genoemd wordt zal,

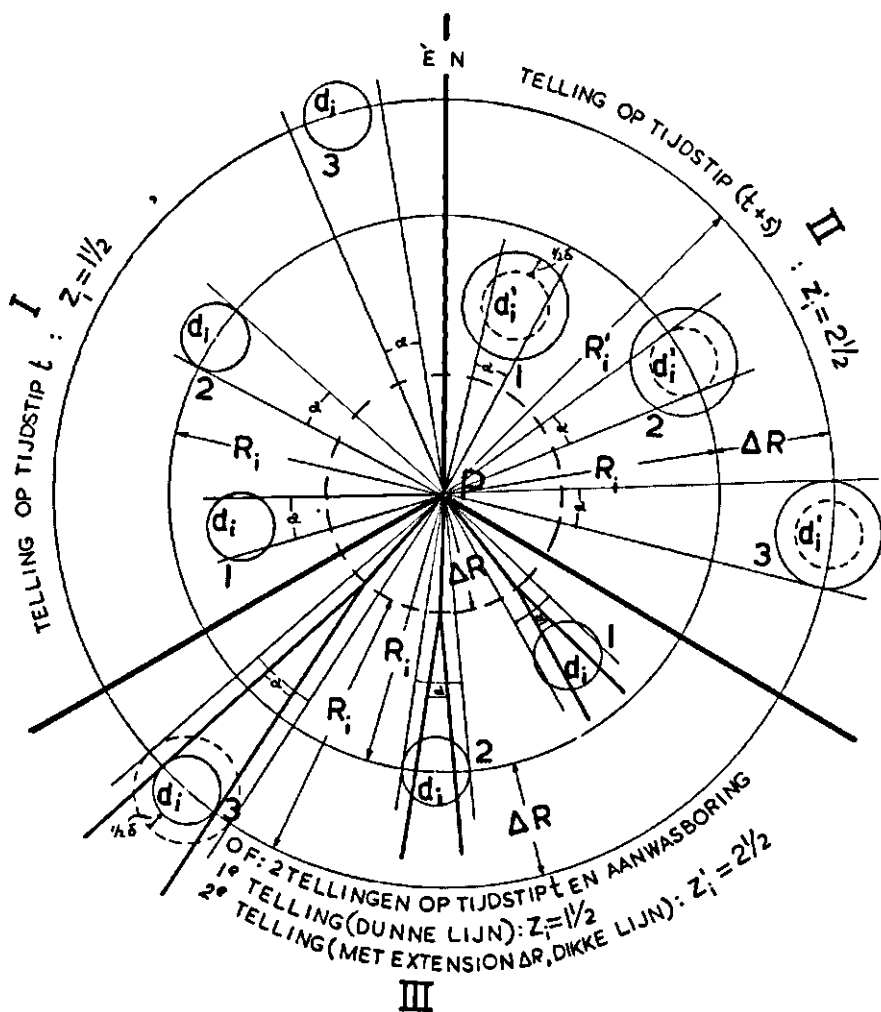


FIG. 14. Schatting van de opstandsgrondvlak-aanwas volgens FENDER en BROCK.

voorzover het de grondvlakaanwas-bepaling betreft, hieronder nader worden aangegeven. (Zie fig. 14).

De grenscirkelstraal van een willekeurige diameter d_i is volgens (49):

$$R_i = d_i / 2\sqrt{k} \text{ meter } (d_i \text{ in cm}) \quad (61)$$

Bepaalt men op de opstandsleeftijd t door enige representatieve aanwasboringen de gemiddelde diameter-aanwas δ (cm) voor de afgelopen periode van b.v. 5 jaar, en onderstelt men dat de gemiddelde diameteraanwas in de eerstkomende 5 jaar dezelfde zal zijn, dan zal een willekeurige huidige diameter d_i na 5 jaar de grootte:

$$d'_i = d_i + \delta \text{ (cm)} \quad (62)$$

bereikt hebben, waarbij de grenscirkelstraal van d_i' zal bedragen:

$$R_i' = d_i'/2\sqrt{k} = (d_i + \delta)/2\sqrt{k} \text{ meter} \quad (63)$$

Het verschil tussen de beide grenscirkelstralen bedraagt:

$$\Delta R = R_i' - R_i = \delta/2\sqrt{k} \text{ meter} \quad (64)$$

en is dus onafhankelijk van de grootte van de uitgangsdiameter d_i .

Beschouwt men op de opstandstijdstip t de willekeurige diameter d_i (fig. 14, sector I), en telt men met de meethoek α daarvan een aantal z_i (dat dus binnen de grenscirkel met straal R_i ligt), dan is het aandeel van de diameters d_i in het opstandsgrondvlak per ha:

$$G_i = k \cdot z_i \text{ m}^2/\text{ha} \quad (65)$$

Op het tijdstip $(t + 5)$ jaar met dezelfde meethoek in P terugkerende (fig. 14, sector II) zal men, indien er intussen niet gedund is, bij een rondvisering dezelfde z_i individuen tellen (die nu echter de diameter d_i' hebben), *plus* nog een aantal van Δz_i individuen (met diameter d_i'), die dus op tijdstip t de diameter d_i bezaten doch toen niet geteld werden omdat zij zich buiten de grenscirkel R_i bevonden, maar thans wel binnen R_i' vallen. Van de diameters d_i' telt men dus nu het aantal

$$z_i' = z_i + \Delta z_i \quad (66)$$

zodat het aandeel van de diameters d_i' in het opstandsgrondvlak per ha op het tijdstip $(t + 5)$ jaar bedraagt:

$$G_i' = k \cdot z_i' \quad (67)$$

Bijgevolg bedraagt voor de diameterklasse d_i de grondvlak-aanwas per ha over de 5-jarige periode:

$$\Delta G_i = G_i' - G_i = k(z_i' - z_i) \quad (68)$$

Hierin is z_i' dus het aantal individuen met diameter d_i' dat zich op het tijdstip $(t + 5)$ binnen de grenscirkelstraal R_i' om P bevindt, *doch dit aantal is ook reeds op het tijdstip t binnen de grenscirkelstraal R_i' om P aanwezig*, zij het met diameter d_i . Zou men dus *op tijdstip t* één rondvisering vanuit P doen, waarbij de diameters d_i binnen de grenscirkelstraal R_i geteld werden, en een tweede rondvisering waarbij de diameters d_i binnen een cirkelstraal $R_i' = R_i + \Delta R$ om P geteld werden, dan waren de aantallen z_i' en z_i bekend en daarmee volgens (68) de grondvlak-aanwas per ha van de diameterklasse d_i .

De eerste telling (fig. 14, sector III, dunne lijnen) geschiedt op geheel normale wijze door rondviseren met het hoekpunt van hoek α in P. Bij de tweede telling viseert men rond met het hoekpunt van de meethoek α op een afstand ('*extension*') ΔR van P (fig. 14, sector III, dikke lijnen), waardoor men inderdaad bin-

nen een straal van R_i' om P het aantal van z_i' individuen telt, dat thans een diameter d_i heeft en over 5 jaar naar schatting een diameter d_i' zal hebben, waarbij de grenscirkelstraal dan R_i' zal zijn.

Daar d_i willekeurig gekozen is, en ΔR onafhankelijk is van de grootte van d_i , geldt (68) voor alle diameterklassen $d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n$ van de opstandsklemstaat op het tijdstip t . De totale grondvlak-aanwas per ha van de opstand, ΔG , is de som van de grondvlak-aanwas bijdragen der afzonderlijke diameterklassen, dus:

$$\Delta G = \sum_{i=1}^n \Delta G_i = \sum k(z_i' - z_i) = k(\sum z_i' - \sum z_i) = k(Z' - Z) \quad (69)$$

waarin Z het *totaal* aantal getelde bomen is bij rondvisering met hoek α vanuit P, en Z' het *totaal* aantal getelde bomen bij rondvisering met hoek α op afstand ΔR van P (beide tellingen dus op tijdstip t).

Het viseren met hoek α op afstand ΔR van P kan men b.v. bereiken door het nulpunt van een meetband aan een jalon in P te bevestigen, vervolgens een prisma op de afstand ΔR langs de meetband te plaatsen, en met gestrekte meetband om P draaiend te viseren.

Van deze interessante theorie zijn stellers dezes nog geen praktische resultaten bekend. Naar het voorkomt zal in slechtgroeiende opstanden de afstand ΔR zó gering zijn, dat Z' in zeer vele gevallen gelijk aan Z zal zijn, waardoor men de grondvlak-aanwas als nihil schat. Men zal daar dus, evenals trouwens in ijle en onregelmatige opstanden, een groot aantal tellingen moeten verrichten om een enigszins betrouwbaar gemiddelde te verkrijgen.

SUMMARY

Point sampling

P. G. DE VRIES and A. STOFFELS¹

The article contains a review of the theoretical and practical principles of point sampling and a short history of the evolution of the various instruments (relascope, wedge prism) used with it (fig. 3).

The field use of nomograms in determining plot radii of questionable trees in point sampling is advocated (figs. 10, 11), as well as the application at breast height of a red-and-white canvas belt (fig. 9) around the trees to facilitate the decision 'in' or 'out' in case tree counts are made by means of a wedge prism.

As the economic situation of the Netherlands forests has been deteriorating rapidly in recent times because of persistently unfavourable prices for the national timber products on the one hand and rising wages on the other, any possibility to relieve the cost burden on our forests should be examined. Though much has been done already to rationalise other forest operations, relatively little attention had been paid as yet to the aspect of minimizing the cost of sampling both for the continuous national and the local managerial inventories.

Some suggestions for simplification of the sampling technique have been made in this country recently, but as they were based on a combination of angle-gauging for stand basal area by BITTERLICH's principle in combination with separate plot sampling for number of stems, they showed no evident advantage over the conventional method of random calipering for mean quadratic diameter (d_q) and plot sampling for number of stems. Consequently they were lacking in power of conviction.

In the present article the authors suggest a method of entirely plotless sampling for the Netherlands forests. The method is based on BITTERLICH's principle, combined with ideas from the U.S.A. and a few new ones, while use is made of the available specific statistical data on forest stands.

In short this method can be described as follows:

1. In a stand the appropriate number of systematically distributed tree counts is made by means of a wedge prism. The trees counted are calipered in mm at breast height and their diameters are listed, separately for each prism count, in e.g. 1-cm classes as usual.

2. After completion of the point sampling, the total diameter list is drawn up by adding together the numbers of the same diameter in all counts. This list, named the B-list, is not a proportional sample of the total stand list or A-list (vide 30 to 32), as in the former the frequencies of thicker diameters appear exaggerated in comparison to thinner ones.

Estimation of the total stand basal area per stand area unit follows from (9), where k is the basal area factor, and $\bar{Z}$ the average total tree count per point.

3. The median diameter of the B-list is easily found in mm by assuming a uniform frequency distribution in the interval in which it is situated. This median diameter of the B-list is theoretically equal to (and practically an estimation of) the diameter up to which the cumulative basal area in the A-list amounts to 50% of the total stand basal area (cf. 33), and is named d_c .

Evaluation of d_c and d_g from 392 hundred percent inventories of Scotch Pine, Douglas Fir and Japanese Larch trial plots at various ages proved d_c to be larger (on an average 1 cm) than d_g with very rare exceptions only.

4. About 10 measurements are made of the height of trees with a d.b.h. of approximately d_c . This can already be done in the course of point sampling, as by inspection of provisionally drawn-up B-lists one will soon obtain an idea as to the magnitude of d_c .

From the short part of the diameter/height curve one is able to draw with the data collected, or, more crudely, by simply averaging the measured heights, the mean height h_c to the final estimation of d_c then can be found.

Next two different ways can be followed, depending on the kind of statistical data available.

5.a. *Stem volume tables are available.* The total stem volume v_c of a tree with a d.b.h. = d_c (basal area g_c) and height h_c is taken from a volume table, so that the average formheight $q_c = v_c/g_c$ can be calculated.

From the 100%-inventories of the trial plots mentioned before, the 'exact' q_c^* was computed and compared with the 'exact' stand formheight as determined by $q_0 = V^*/G^*$, where V^* and G^* stand for the 'exact' volume and basal area of the stand respectively. The average difference $\bar{y} = 100 (q_c - q_0)/q_0$ was +1.62%, with s_y and $s_{\bar{y}} \pm 1.72\%$ and $\pm 0.09\%$ respectively, which makes $\bar{y}$ significantly positive. Consequently, calculating the total stand volume from $V' = G^* \cdot q_c^*$ gives too high results on an average.

However, in the described sampling technique the stand basal area (G) is estimated by angle-gauging, and q_c is estimated via the estimations of d_c and h_c . Estimating the stand volume by $V_2 = G \cdot q_c$ consequently means the inclusion of three almost independent estimations, the errors of which will compensate at least partly on an average.

The q_c values for Scotch Pine are given in table 2.

5.b. *Stand formheight tables are available.* The available stand formheight table for Scotch Pine in The Netherlands by STOFFELS (1964) offers the possibility of a more rapid estimation of stand volume. Originally this table (table 2) however has the entrances d_g and its corresponding h_g .

As the evaluation of d_g in the field (in order to sample for h_g) is more time-consuming than our proposed estimation of d_c (to sample for h_c) the error made by entering STOFFELS' table with d_c and h_c instead of with d_g and h_g was examined. In this table the stand formheight hf decreases slightly with increasing d_g , and increases rapidly with increasing h_g . Now d_c is generally somewhat larger

than d_g , and consequently h_c is larger than h_g , but notably in middle-aged to older stands the diameter/height curve tends to level off, so that the latter difference is also small there. Entering the table with d_c thus causes a slight under-estimation, and using h_c causes an also slight over-estimation of hf . Both influences tend to compensate sufficiently for all practical purposes, so that a reliable estimation of the stand volume can be obtained with $V_3 = G \cdot hf$, where hf is read from the table using d_c and h_c .

The formheight table for Scotch Pine is based on BERKHOUT's (1920) and STOFFELS' (1953) tree volume functions (cf. 39, 40), and on the adjustment of observed diameter frequency distributions to CHARLIER's skew A-distribution (CHARLIER 1920, PRODAN 1961, STOFFELS 1964). The table function appears in (42), where η_i is the relative adjusted frequency. The factor ρ , depending on d_g , can be represented by (43), so that hf can be given as a function of d_g and h_g only, which then can be read as ' d_c and h_c '. This enabled us to draw an alinement chart giving the value of hf for any combination of d_c and h_c (fig. 8, D-, H- and HF-axes). Using the HF-axis as an auxiliary one, this nomogram was extended with a G- and a V ($=V_3$)-axis, so that the estimated volume follows without any calculation once d_c , h_c and G are known.

Formheight tables for other commercial tree species are being prepared for publication by STOFFELS.

6. In case further stand characteristics are wanted, e.g. total number of stems per ha, $\bar{g}$, d_g , A-list (N_i), volumes per diameter class (V_i) etc., these can be obtained in the usual way, using tree factors (b_i , cf. 36-38) and stem volume tariffs (STOFFELS, 1953).

As can be seen from table 2 the values of q_c differ only slightly from those of hf , the former being on an average 2% higher, so that the methods 5.a and 5.b lead to slightly different results, which is of little importance because of the pronounced estimative character of both.

The results obtained by this quick method (an example is given in tables 5 and 7) might justify a practical experiment on a larger scale.

¹ A. STOFFELS is General Director of the Netherlands Government Forest Service, Utrecht; P. G. DE VRIES is Research Officer in the Forestry Department of the State Agricultural University of Wageningen.

APPENDIX

GEBRUIKTE SYMBOLEN - SYMBOLS USED

A	grenscirkelopp. in horizontaal terrein	<i>plot area in horizontal plane</i>
A'	idem langs helling	<i>slope-adjusted plot area</i>
a_4	afstand telpunten bij gebruik van $k=4$	<i>mutual distance of sampling points using $k=4$</i>
α	meethoek	<i>angle of gauge</i>
α'	aangepaste meethoek op helling	<i>slope-adjusted angle of gauge</i>
b_t	stamtalfactor	<i>tree factor</i>
β_3	scheefheidscoëfficiënt van CHARLIER	<i>CHARLIER's coefficient of skewness</i>
C_s	correctiefactor voor 'slopover'	<i>correction factor for slopover</i>
C_v	variatie coëfficiënt	<i>coefficient of variation</i>
γ	hellingshoek van het terrein	<i>angle of slope</i>
γ'	de waarden $0 \leq \gamma' \leq \gamma$	<i>any value $0 \leq \gamma' \leq \gamma$</i>
d, d_i	willekeurige diameter	<i>arbitrary diameter</i>
$\bar{d}$	arithmetisch gemiddelde diameter	<i>arithmetic mean stand diameter</i>
d_c	diameter van de grondvlakcentraal-stam	<i>diameter calculated from stand diam/b.a. list in such a way that half of the total stand b.a. is situated on either side of it</i>
d_g	diam van het gem. opstandsgrondvlak	<i>diam. of mean stand basal area</i>
Δ	willekeurige deviatie van een wigprisma	<i>arbitrary angle of deviation of a wedge prism</i>
δ	minimum deviatie van een wigprisma	<i>minimum deviation of a wedge prism</i>
E	toegestane procentische fout van een gemiddelde t.o.v. het ware gemiddelde	<i>allowed procentual deviation of an observed mean from the true one</i>
e	afstand van telpunt tot opstandsgrens	<i>distance from sampling point to stand boundary</i>
ϵ	brekende hoek van een wigprisma	<i>refracting angle of wedge prism</i>
η_t	CHARLIER-frequentie	<i>CHARLIER frequency</i>
F	opstandsoppervlakte	<i>stand area</i>
G	geschat opstandsgrondvlak/ha	<i>estimated stand basal area/ha</i>
G'	idem, op een helling	<i>do., on a slope</i>
G^*	ware opstandsgrondvlak/ha	<i>true stand basal area/ha</i>
$\bar{G}$	gemiddeld geschat opstandsgrondvlak/ha	<i>estimated mean stand basal area/ha</i>
G_i	geschat grondvlak/ha voor d_i	<i>estimated basal area/ha for d_i</i>
g_i	$= \pi d_i^2/4$	
g'	$= z_i \cdot g_i; g' = z_i' \cdot g_i$	
$\bar{g}$	$= \pi d_g^2/4$, gemiddeld opstandsgrondvlak	<i>mean stand basal area</i>
g_c	$= \pi d_c^2/4$	
HF^*	$= V^*/G^*$, ware opstandsvormhoogte	<i>true stand formheight</i>

hf	opstandsvormhoogte volgens STOFFELS	<i>STOFFELS' stand formheight</i>
h_c	gemiddelde hoogte bij d_c	<i>mean height to d_c</i>
h_g	gemiddelde hoogte bij d_g	<i>mean height to d_g</i>
h_i	gemiddelde hoogte bij d_i	<i>mean height to d_i</i>
i	invalshoek van licht op wigprisma	<i>angle of incidence on wedge prism</i>
k	$= 10^4 \text{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha = (w/2)^2$, grondvlakfactor	<i>metric basal area factor (BAF = 4,356 k)</i>
N	stamtal per ha	<i>number of stems per ha</i>
N_i	idem, van de diameter d_i	<i>do., of diameter d_i</i>
n	brekingsindex van glas	<i>refractive index of glass</i>
p	aantal telpunten/opstand	<i>number of sampling points/stand</i>
p_i	$= 100 \cdot g/A$	
q_c	$= v_c/g_c$, vormhoogte van grondvlak- centraalstam	<i>formheight of the stem with d_c, h_c</i>
q_g	$= v_g/\bar{g}$, vormhoogte van de grond- vlakmiddenstam	<i>do., of the stem with d_g, h_g</i>
q_0	$= HF^* = v_m/\bar{g} = V^*/G^*$	
R, R_i, R_d	grenscirkelstraal van d of d_i	<i>plotradius of d or d_i</i>
R'	idem, langs helling	<i>do., on slope</i>
R_1', R_2'	halve assen van grensellips	<i>half axes of elliptic plot area on slope</i>
ρ	$= \Sigma r_i d_i^b / \Sigma r_i d_i^2$	
s	standaard deviatie	<i>standard deviation</i>
t_m	normaaldeviaat op $m\%$ niveau	<i>normal deviate on $m\%$ fiducial level</i>
V_0	opstandsvolume uit $G \cdot q_0$	<i>stand volume by $G \cdot q_0$</i>
V_1	idem, uit $G \cdot q_g$	<i>do., by $G \cdot q_g$</i>
V_2	idem, uit $G \cdot q_c$	<i>do., by $G \cdot q_c$</i>
V_3	idem, uit $G \cdot hf$	<i>do., by $G \cdot hf$</i>
V^*	ware opstandsvolume	<i>true stand volume</i>
v_c	tabelvolume van een boom met d_c, h_c	<i>tablevolume of the stem with d_c, h_c</i>
v_g	idem, van een boom met d_g, h_g	<i>do., with d_g, h_g</i>
v_i	idem, van een boom met d_i, h_i	<i>do., with d_i, h_i</i>
v_m	inhoud van de massamiddenstam	<i>mean tree volume of a stand</i>
w	meetbreedte	<i>width of crossbar at 100 cm distance from the eye to establish α</i>
w'	$= w \cos \gamma'$	
$\bar{x}$	een gemiddelde waarde	<i>a mean value</i>
Z	totale aantal bij een rondvisering getelde stammen	<i>total number of stems in one tree count</i>
$\bar{Z}$	gemiddelde totale aantal stammen per telling uit p tellingen	<i>average total number of stems per count from p counts</i>
z, z_i	aantal diameters d of d_i geteld in een rondvisering	<i>number of diameters d or d_i in one count</i>
z'	idem, op een helling	<i>do., on a slope</i>

LITERATUUR

- ANUTCHIN, N. P., A new (selective) method of forest survey. USSR, 1966.
- BEERS, T. W., The direct correction for boundary line slopover in horizontal point sampling. Purdue Univ. Res. Prog. Rep. 224, 1966, USA.
- , and MILLER, C. I., Point sampling. Research results, theory and applications. Purdue Univ. Res. Bull. 786, 1964, USA.
- , —; Horizontal point sampling tables. Purdue Univ. Res. Bull. 808, 1966, USA.
- BERKHOUT, A. H., Het meten der boomen in verband met hun aanwas. Meded. Landbouwh. Wageningen. XVII 1920.
- BITTERLICH, W., Gebrauchsanweisung für das Meszblättchen zum forstlichen Meszverfahren 'Winkelzählprobe'. 1948.
- , Die Winkelzählmessung. Allg. Forst und Holzw. Z. 58 (11/12) 1947.
- , Die Winkelzählprobe. Allg. Forst und Holzw. Z. 59 (1/2) 1948.
- , Optische Zählmessung in der Bestandesaufnahme. Jahrb.d.Hochs. f. Bodenk. Wien, Bd. II, 1948.
- , Das Relaskop. Allg. Forst u. Holzw. Z. 60 (5/6) 1949.
- , Bestimmung des konkreten Fehlers in einer Winkelzählprobe. Allg. Forstzeitung 62 (13/14) 1951.
- , Das Spiegelrelaskop. Oesterr. Forst u. Holzw. 1, 1952.
- , Die Winkelzählprobe. Zentrbl. f. d. ges. Forst u. Holzw. 71 (3) 1952.
- , Das neue Relaskop. Allg. Forstztg. 69 (23/24) 1958.
- , Preszler's Richtigkeitshöhe in neuem Licht. Allg. Forstztg. 70 (5/6) 1959.
- , Relaskop mit Breitskala. Allg. Forstztg. 73 (5/6) 1962.
- , Der Daumen als Relaskop. Holzkurier 19 (10) 1964.
- , Genauere Umrechnungsfaktoren Raummasz-Festmasz durch Winkelzählprobe. Holzkurier 17 (48) 1962.
- BOUCHON, J., Les prismes relascopiques. Revue For. Fr. 17 (5) 1965.
- BRUCE, D., A new way to look at trees. Journal of For. 53 (3) 1955.
- CHARLIER, C. V. L., Grundzüge der mathematischen Statistik. Lund, 1920.
- DIXON, R. M., Point sampling wedge prisms and their application in forest inventories. Ontario Dept. of L. and F. Rep. 26, 1958.
- E. B., Zur frage der Höhenbestimmung bei der Winkelzählmethode. Allg. Forst u. Holzw. Z. 58 (11/12) 1948.
- FENDER, D. E., and BROCK, G. A., Point centre extension. J. of For. 61 (2) 1963.
- GROSENBAUGH, L. R., Plotless timber estimates; new, fast, easy. J. of For. 50 (1) 1952.
- HUSCH, B., Forest mensuration and statistics. New York, 1963.
- JOHNSON, F. A., Standard error of estimated average volume per acre under point sampling when trees are measured for volume on a subsample of all points. US. For. Serv. Res. Note 201, Portland, Oregon, 1961.
- KULOW, D. L., Elementary point sampling. W. Virg. Univ. Agr. Exp. Stn. Circ. 116, 1965.
- MAKKONEN, O., Measuring tests with pile density gauges model Bitterlich and model Snellman. Metsäteho Rep. 156. Helsinki 1959.
- PALLEY, M. N. and HORWITZ, L. G., Properties of some random and systematic point sampling estimators. Forest Sc. 7 (1) 1961.
- PARDE, J., Un appareil révolutionnaire: le relascope à miroir de Bitterlich. Revue For. Fr. 8 (3) 1956.
- , Dendrométrie. Gap, 1961.
- PRODAN, M., Holzmesslehre. Frankfurt 1965.
- , Forstliche Biometrie. München 1961.
- SOEST, J. VAN, Vereenvoudigde meting van hout op stam. N.B.T. 23 (4) 1951.
- STOFFELS, A., L'exactitude de la détermination de la surface terrière par ha à l'aide de la méthode de Bitterlich. N.B.T. 26 (10) 1954.

- , De inhoudsbepaling van grovedennen-opstanden met behulp van standaard-krommen. N.B.T. 25 (2) 1953.
- , Méthode d'évaluation rapide du volume des peuplements. Rapp. 12ième Congres de l'U.I.R.F. (3) 1958.
- , Tabel voor de inhoudsbepaling van grovedennen-opstanden in Nederland. N.B.T. 36 (7) 1964.
- STRAND, L., Determination of volumes by means of the relascope. Forest Sc. 10 (1) 1964.
- VINEY, R., Les objections à la méthode de Bitterlich. Rev. For. Fr. 8 (3) 1956.
- VRIES, P. G. DE, Een eenvoudige afleiding van de formules gebruikt bij gelaagde bemonstering volgens toeval. N.B.T. 36 (5) 1964.
- , A possible aid to point samplers (geacc. door Journal of For., U.S.A.).
- , Een praktische uitvoering van rekenplaten met een hulp-as (in druk, Landbk. Tijdschr.).
- WELLSTEAD, D. H., A review of current forestry inventory methods. Woodl. Rev. apr. 1964.

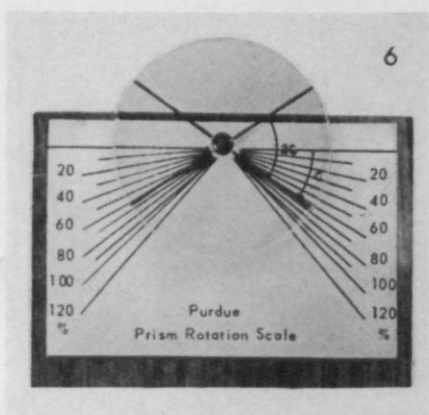
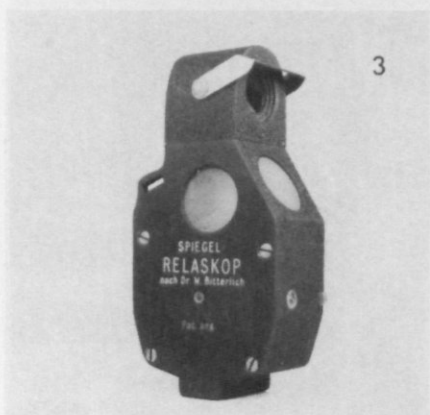
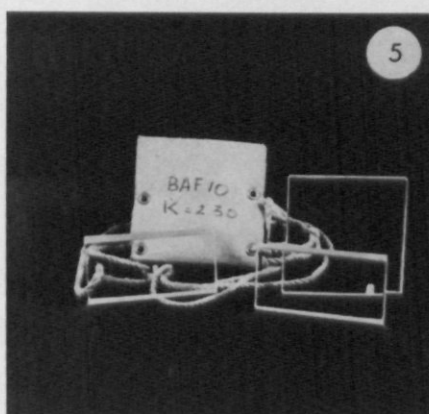
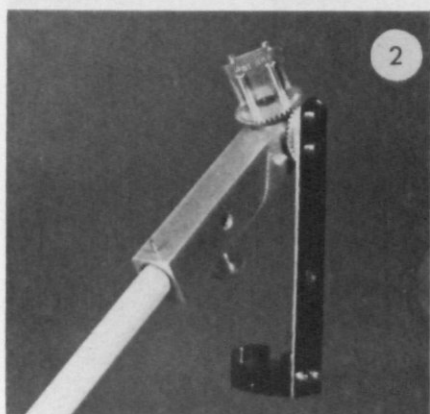
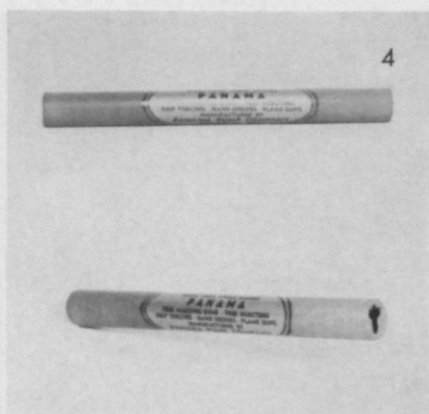
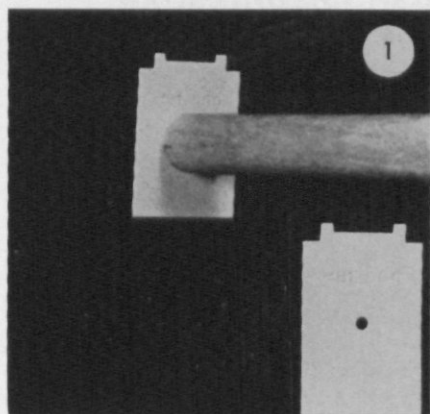


FIG. 3. Europese instrumenten: 1. meetplaatje; 2. relascope; 3. spiegelrelaskoop (alle volgens BITTERLICH); Amerikaanse instrumenten: 4. Panama angle gauge; 5. wigprisma's volgens BRUCE; 6. PURDUE point sampling block volgens BEERS en MILLER.
 European instruments: 1. blade gauge; 2. relascope; 3. mirror relascope (all invented by BITTERLICH); 4. Panama angle gauge; 5. BRUCE'S wedge prisms; 6. PURDUE point sampling block by BEERS and MILLER.

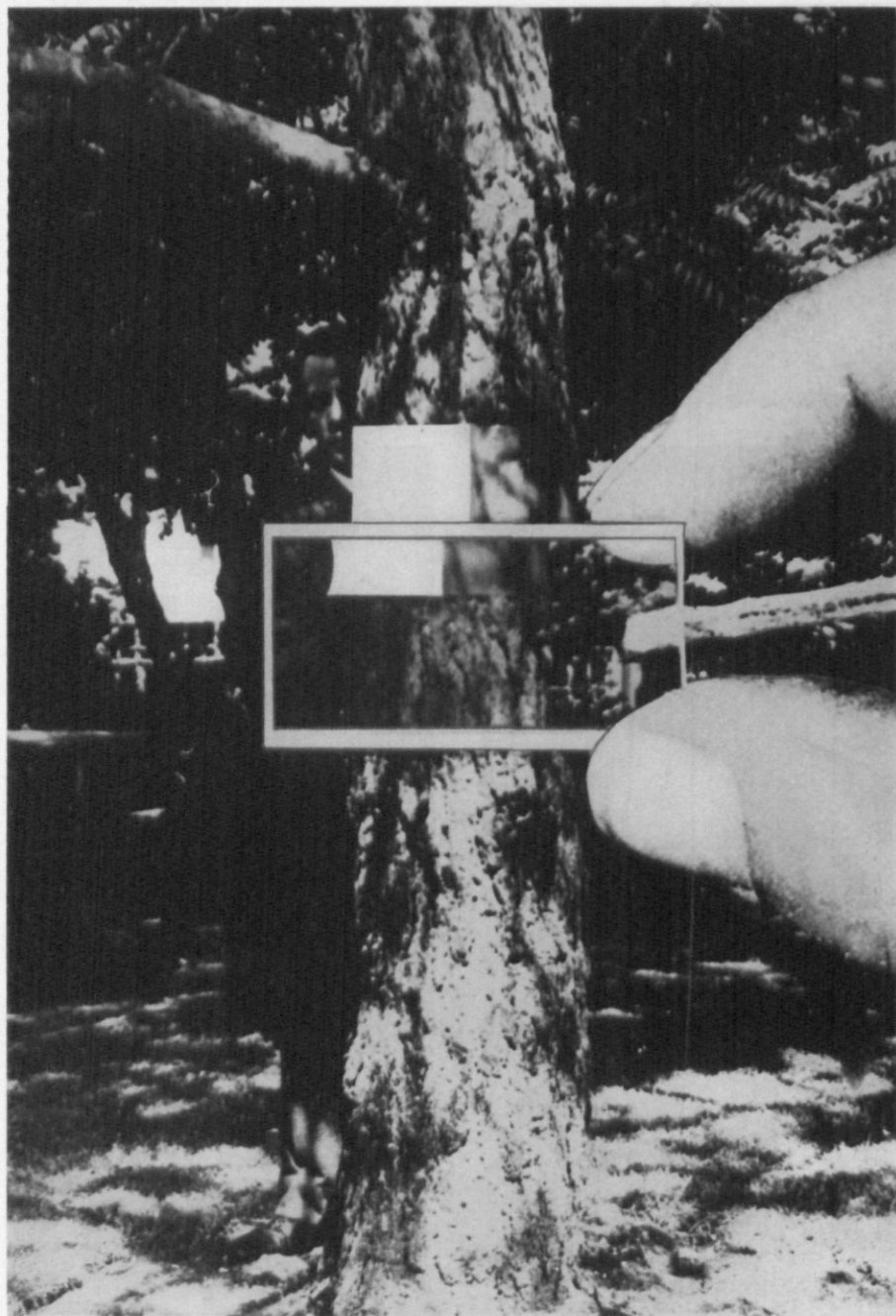


FIG. 9. Gebruik van de rood/witte canvasband.
Use of the red-and-white canvas belt.

J. M. Fundter phot.