

HET METEN DER BOOMEN IN VERBAND MET HUN AANWAS

DOOR

DR. A. H. BERKHOUT

De empirie speelt bij den boschbouw nog steeds een uiterst belangrijke rol en zal dat wel steeds blijven doen.

De houtvester moet in de eerste plaats feu sacré voor zijn vak bezitten, maar tevens moet hij een scherp, critisch waarnemer zijn, wil hij in staat wezen de hem toevertrouwde bosschen goed te beheeren.

Dat scherp critisch waarnemen vereischt evenwel, wil het tot juiste gevolgtrekkingen leiden, die ook onder andere omstandigheden kunnen worden benut, een ruime dosis kennis bij den waarnemer.

De methode voor het vaststellen van het jaarlijks te kappen quantum hout bezorgde Beckmann in de 18de eeuw onder zijn vakgenooten een groote roep en talrijke volgelingen.

Niet misplaatst is het, hier even te releveeren het natuurwetenschappelijk standpunt van dezen zoo bekwamen autodidact.

Waar hij de aanwezigheid van bastkevers in het hout wil verklaren; leeraart hij: „So bald ein Baum abstirbt, so bald wird sein Saft zu einer Säure und in solcher Säure wächst nachgehends der Wurm.” ¹⁾

Beckmann's volgelingen namen dergelijke dwaasheid voor waarheid aan.

Aan G. L. Hartig en H. Cotta komt de verdienste toe, dat zij een machtigen drang hebben uitgeoefend voor een beteren vooropleiding der houtvesters, maar vooral in de laatste decennien is men er op bedacht het boschbedrijf tot een hooger peil op te voeren.

1) Anweisung zu einer pfléglichen Forstwirtschaft II, Cap. 31.

Aan de jeugdige Landbouwhoogeschool te Wageningen wordt den a.s. boschbeheerder gelegenheid geboden een grondige opleiding te genieten en de hoogleeraar kan, nu hij voor een meer beperkte taak staat en geen manusje van alles meer behoeft te wezen, zijn onderwijs aan eigen onderzoek paren.

Het moet nu ook ophouden, dat de student uit het buitenland terugkeert in extase over de een of andere methode, die hij daar geleerd heeft, zonder dat hij in het wezen dier methode zoo diep doordrong, dat hij hare ware beteekenis kan beoordeelen.

De taak van zijn leermeester hier is het minder hem ruime feitenkennis bij te brengen, want die wordt beter in de practijk opgedaan; den student moet geleerd worden zelfstandig waar te nemen en zelfstandig te oordeelen.

Het publiceeren dezer studie beoogt mede het bewijs te leveren, dat de theorie en de practijk van den boschbouw van de oprichting der Landbouwhoogeschool kunnen profiteeren, dat beide richtingen harmonisch moeten samenwerken om de uitoefening van het vak op een hooger peil te brengen.

Het bepalen van den houtvoorraad en zijn aanwas is een voornamen, maar zeer moeilijke zaak. Spit men den grond van een houtplantsoen om, dan is het duidelijk dat, zoo dit rationeel gedaan wordt, de aanwas der boomen wordt bevorderd, maar de vraag is het, of die meerdere toegroei in juiste verhouding staat tot de bestede kosten.

Nu geschiedt het bepalen van den aanwas veelal nog op een uiterst primitieve, absoluut onbetrouwbare wijze.

Door de houtvoorraad tweemaal op te nemen met een tijdsverloop b.v. van 10 jaar en aantekening te houden van het in die periode uitgekapte quantum, is men theoretisch in staat den aanwas te berekenen.

In de practijk zijn evenwel de houtopnamen zeer weinig betrouwbaar, zoodat aan de grootte van het verschil (de zogenaamde aanwas) nagenoeg alle waarde moet worden ontzegd. Helaas wordt dat in den regel door de practici en vele theoretici niet ingezien.

Laten wij beginnen met het beschouwen van de opnamen van een deel der bosschen, ressorteerende onder de Forstakademie te Eberswalde.

De eentonigheid der dennenbosschen is bij dit aardige landstadsje aangenaam onderbroken door de menging met beuk.

Men is geneigd aan te nemen, dat die menging een zeer gunstigen invloed op den groei uitoefent en van den kathedraal zal ongetwijfeld op de voordeelen van de menging worden gewezen.

Is de betrokken docent een warm vereerder van menging van houtsoorten, dan zullen bij het onderwijs de nadeelen uit den aard der zaak op den achtergrond worden geschoven, terwijl ze in het omgekeerde geval, allicht naar voren worden gebracht. Het ligt voor de hand, dat aan een speciale boschbouwacademie men er op bedacht moet wezen den student zooveel mogelijk cijfers onder de oogen te brengen, want daardoor krijgt hij tastbaar materiaal voor het beoordeelen van het pro en contra.

In Danckelmann's Zeitschrift für Forst und Jagdwesen 1908 komt een artikel voor van den hoogleeraar Dr. Borgmann, vroeger assistent bij den Directeur der Forstakademie te Eberswalde. Het handelt over de nauwkeurigheid van het bepalen van den houtvoorraad en zijn aanwas ten behoeve van de bedrijfsregeling. De schrijver releveert, dat deze onderzoekingen *ten dienste van het onderwijs en de wetenschap op grootere schaal plaats vonden dan in den regel voor de bedrijfsregeling gebruikelijk of bepaald noodig is.*

Hij kon zijn cijfers controleeren aan de vellingsresultaten van nagenoeg 40.000 kub. Meter dikhout. Het geldt hier dus inderdaad een onderzoek op zeer ruimen schaal.

De houtmassa werd opgenomen op drieërlei wijze.

1. Zij werd geschat volgens proefvlakken van op zijn minst 1 H.A. grootte. Deze waren nog niet gedeeltelijk uitgekapt en bestonden uit ééne houtsoort van nagenoeg gelijken leeftijd.

2. Massaschatting op grond van vellingsresultaten in boschafdeelingen, begroeid met gelijksoortig hout, waarin coulissen vellingen plaats vonden.

3. Massabepalingen door het klemmen van alle aanwezige boomen. De derde methode werd toegepast in alle gevallen, waarin volgens de eerste en tweede methode geen voldoende nauwkeurige resultaten waren te verwachten. De diameters werden in 4 c.M. klassen gemeten en daarbij werd de klem bij elken stam afwisselend aangelegd, teneinde het verschil der diameters in verschillende windrichtingen te neutraliseeren. De hoogten werden met de Weisesche hoogtemeter opgenomen en graphisch vereffend. Bij kapbare 120 jarige dennen bewogen zich deze hoogten van een zelfden opstand tusschen betrekkelijk enge grenzen, b.v. bij een middelhoogte van 27 tot 28 Meter, op de tweede boniteit tusschen 25 en 30 Meter.

Voor het bepalen van de dikhoutmassa werd aan de oude bekende, Beiersche Massentafels de voorkeur geschonken boven de veel nieuwere Hilfstafeln zur Inhaltsbestimmung von Bäumen und Beständen der Hauptholzarten. Berlin 1898 Parey.

De aanwasbepalingen werden zoowel voor den groven den,

als voor den daar tusschen en daaronder groeienden beuk beperkt tot een reeks van typische opstanden van verschillende leeftijd en van diverse geaardheid.

In aansluiting daaraan werd het aanwaspercentage voor elk speciaal geval geschat en wel voor den groven den tusschen 1 en 0.5 %, al naar gelang van den leeftijd tusschen 100 en 140 jaar en voor den bijgemengden beuk tusschen $2\frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{2}$ % in verband met de groeiplaats-qualiteit, en den meerderen of minderen graad van sluiting van den hoofdropstand.

Voor den groven den kwamen de gevonden procenten goed overeen met de vroegere in de practijk gevondene en met die der opbrengsttafels.

In 1898 vonden de opnamen plaats en 10 jaar later konden deze aan de vellingen worden getoetst.

	KUB. METERS (fm.)				
	EIK	BEUK	WEEK-HOUT	GROVE DEN	TOTAAL
Er werd verkregen:	168	2641	289	36569	39667
Er moest volgens de opname verkregen worden:	204	3135	278	39465	43082
" dus: meer . . .			11		
" minder . . .	36	494		2896	3415
In procenten . . .	—17,6	—15,8	+4,0	—7,3	—7,9

Aangenomen was, dat de boschafdeelingen in het midden der 20-jarige eerste periode zouden omgekap't worden.

Zeër juist merkt de schrijver op; dat de berekening correcter is, wanneer men geen 10 maar 5 jaar aanwas als gemiddelde toename aanneemt. De cijfers zijn dan als volgt:

	KUB. METERS (fm.)				
	EIK	BEUK	WEEK-HOUT	GROVE DEN	TOTAAL
Dikhout voorraad 1898 . . .	200	2633	256	36691	39780
Dikhout voorraad + 10 jaar aanwas 1908	204	3135	278	39465	43082
Hieruit de 10-jarige aanwas	4	502	22	2774	3302
Dus de 5-jarige aanwas. . .	2	251	11	1387	1651

Voor het vaststellen van den nauwkeurigheidsgrens van de massa en aanwasschatting, kan eveneens slechts de voorraad

van het jaar 1898 + den 5-jarigen aanwas voor het midden van de periode 1898—1908 genomen worden.

	KUB. METERS (fm.)				
	EIK	BEUK	WEEK-HOUT	GROVEDEN	TOTAAL
Dikhout voorraad 1898 + 5 jaar aanwas	202	2884	267	38078	41431
Vellingsresultaten van 1898 tot 1908	168	2641	289	36569	39667
dus: meer . . .	34	243	22	1559	1764
In procenten . . .	—16,8	—8,4	+8,2	—4,0	—4,3

De schrijver is blijkbaar tevreden over de resultaten van zijne onderzoekingen en eindigt zijn verhandeling met de volgende woorden:

„Die mitgeteilten Ergebnisse, welche sowohl ihrer charakteristisch gleichartigen Tendenz als auch des immerhin reichhaltigen Grundlagenmaterials wegen der Veröffentlichung wert schienen, bestätigen im wesentlichen die bisherigen allgemeinen Erfahrungen und anderweiten, früheren genaueren Untersuchungen. Sie beweisen ferner die Möglichkeit einer genauen Massen und Zuwachsschätzung auch bei taxatorischen Arbeiten.

Das bei Betriebseinrichtungen im allgemeinen eine so eingehende Erhebung der Massen, wie es hier zu Lehr und wissenschaftlichen Zwecken geschehen ist, nicht notwendig ist, brauche ich wohl nicht besonders hervorzuheben.

Immerhin dürfte es für die Wirtschaftsführung von nicht zu unterschätzendem Werte sein, wenn die Ertragsangaben des grundlegenden Betriebswerts gleichartig zuverlässige sind.”

Wij kunnen die conclusie niet deelen en beweren, dat de onderzoekingen het bewijs leveren dat de verkegen cijfers absoluut onbruikbaar zijn om een oordeel van afdoende waarde over den aanwas uit te spreken.

Een negatief resultaat heeft ook zijn beteekenis maar in ieder geval moet verlangd worden, dat de proefnemer inziet, dat de proef mislukt is.

De hierachter volgende lijst van de afzonderlijke cijfers stelt ons in staat onze meening te staven.

No 17 geeft liefst een surplus van +33,3%. No 20 een te min van 19,4%.

Aan de gemiddelde uitkomst heeft men betrekkelijk weinig. Wanneer A met een hoogtemeter van Weise de lengte van een

boom bepaalt en daarbij, bij het uitzetten van de standlijn, het zich plaats en boven het einde daarvan, en het omdraaien van de kijker, op een uiterst ruwe wijze te werk gaat, is hij toch in staat een betrouwbaarder gemiddelde te krijgen dan B, die het werk op de meest mogelijke accurate wijze verrichtte, maar het zal dan noodig zijn, dat A ettelijke malen meer dan B de hoogte bepaalt.

Het is wel jammer, dat er bij de houtmeetkunde zelden of nooit gebruik wordt gemaakt van de waarschijnlijkheidsrekening, want juist bij den boschbouw is zij uitstekend toe te passen.

Het is immers ondoenlijk alle boomen van een bosch nauwkeurig te meten en men is uit den aard der zaak steeds gedwongen uit een beperkt aantal opmetingen van enkele stammen conclusiën te trekken, die moeten gelden voor den geheelen opstand.

De waarschijnlijkheidsrekening is in staat de houtmeetkunde van het handwerk tot een wetenschap op te heffen, daarom is het toe te juichen, dat aan de hoogere wiskunde en hare toepassing aan onze jonge Hoogeschool een behoorlijke plaats bij het onderwijs is ingeruimd.

Zooals hierboven reeds vermeld, heeft men aan doorsnede cijfers op zichzelf beschouwd niet veel. Men moet nagaan welke graad van nauwkeurigheid aan die gemiddelden is toe te kennen.

In het zooeven geciteerd geval is het mogelijk dat A een middelbaar quadratische fout begaat van 2 Meter en B slechts van 0,20 M. met andere woorden, dat bij een enkele meting van A men in het onzekere verkeert of men niet bij de uitkomst twee meter moet optellen, of twee meter moet aftrekken, terwijl bij B 67 tegen 33 gewed kan worden, dat de werkelijke hoogte slechts 20 c.M. meer of minder bedraagt dan de gevondene.

Meet A. de boom 100 keer op zijn ruwe wijze dan zal het gemiddelde dier uitkomsten ten slotte even betrouwbaar zijn als het resultaat van één enkele meting van B.

De laatste kolommen van de staat van Prof. Borgmann maken het mogelijk de middelbare fouten te berekenen.

Die berekening moge hier volgen.

ZUSAMMENSTELLUNG DER MEHR- UND MINDERERTRÄGE AUS ENDHIEBEN IN DER 10 JÄHRIGEN WIRTSCHAFTSPERIODE 1 OKTOBER 1898—1908 GEGEN DIE MASSEN- UND ZUWACHSSCHÄTZUNG 1898.
KGL. OBERF. EBERSWALDE, HOCHWALDFLÄCHE 3379 HA HOLZBODEN, ABN. FLÄCHE DER I PER. (20 JAHRE) 590.1 HA DURCHSCHNITTliche UMBTRIEBSZEIT 118 JAHRE.

Lfd. Nr.	ORTSBEZEICHNUNG			Holzboden	BESTAND			Standort- klasse	Art. der Mas- senermittlung	DERBHOLZVORRAT IM JAHRE 1898						DERBH.VORRAT EINSCHL. 5 JÄHR ZUWACHS FÜR DIE MITTE DES JAHRZEHNTS 1898—1908						HIEBSERGEBNISSE AN DERBHOLZ IM JAHRZEHNTE 1898—1908						MITHIN IST GEGEN DIE SCHÄTZUNG ERFOLGT						Bemerkungen s. unten			
	Block	Jagen	Abtei- lung		Herr- schende Holzart	Mischung	Alter des herschenden Holzart im Jahre 1898			Eiche	Buche	Weichh.	Nadel- holz	im ganzen	auf 1 ha	Eiche	Buche	Weichh.	Nadel- holz	im ganzen	auf 1 ha	Eiche	Buche	Weichh.	Nadel- holz	im ganzen	auf 1 ha	MEHR			WENIGER						
																												im ganzen	auf 1 ha	%	im ganzen	auf 1 ha	%				
				h a					FESTMETER												FESTMETER						FESTMETER										
1	III	1	b ₅	3.1	Kie	—	110	IV	gekluppt				664	664	214				680	680	219					687	687	222	7	2	1.0						
2	"	2	a ₁ a ₃	4.2	"	—	115	III	"				1273	1273	303				1322	1322	315					1214	1214	289				108	26	8.2			
3	"	5	a ₂ a ₄	19.0	"	—	110	"	{ nach 2 ge- kluppten Probeflächen gekluppt				6270	6270	330				6588	6588	347	12		2		6412	6426	338				162	9	2.5			
4	"	19	.	21.1	"	Ei Bu Wei	110	II/III	"	7	8	21	4933	4969	235	7	8	21	5183	5219	247	4	1	19		4929	4953	235				266	12	5.1			
5	II	24	b ₁	6.4	"	" Bu Wei	140	II	"	2	154	76	1766	1998	312	2	165	82	1837	2086	326	5	170	68		1801	2044	319				42	7	2.0			
6	"	25	cd ₁	4.6	"	" Bu Wei	140	"	"		53	9	1179	1241	270		58	9	1215	1282	279			96	60	1230	1386	301	104	22	8.1						
7	III	38	a	2.5	"	Bu	140	"	"		4		529	533	213		4		540	544	218			12		560	572	229	28	11	5.1						
8	"	38	c ₁ c ₃	3.9	"	Ei Bu Wei	140	II/III	"	16	7	20	1028	1071	275	16	7	21	1054	1098	282	11		17		974	1003	257				95	25	8.7			
9	IV	41	f ₁	1.8	"	—	115	III	"				428	428	238				438	438	243					400	400	222				38	21	8.7			
10	"	42	d ₁	3.7	"	—	115	III/IV	"				1054	1054	285				1080	1080	292					930	930	251				150	41	13.9			
11	II	45	a	3.0	"	Bu Wei	120	I/II	"		39	5	1181	1225	408		43	5	1216	1264	421		39	5		1167	1211	404				53	17	4.2			
12	"	45	b	2.8	"	" "	120	"	"		96	6	1131	1233	440		105	6	1165	1276	456		69	4		1193	1266	452				10	4	0.8			
13	"	46	bed ₂	2.8	"	" "	130	"	"		141	28	965	1134	405		155	30	994	1179	421		124	22		952	1098	392				81	29	6.9			
14	"	47	a ₁	3.5	"	Ei Bu Wei	130	II	"	13	72	2	750	837	239	13	79	2	772	866	247	6		48		822	876	250	10	3	1.2						
15	III	59	de ₃	3.5	"	Bu	140	"	"		123		558	681	195		135		572	707	202		111			571	682	195				25	7	3.5			
16	"	60	a ₂	1.3	"	Ei Bu Wei	140	"	"	7	11	17	138	173	133	7	12	18	141	178	137	8		13	21	147	189	145	11	8	6.2						
17	"	60	bde ₁	1.8	"	Bu Wei	140	"	"		5	23	69	97	154		5	23	71	99	55		14	26		92	132	73	33	18	33.3						
18	"	60	bde ₁	4.3	"	Ei Bu	140	"	"	4	139		708	851	198	4	153		725	882	205	4	136	3		733	876	204				6	1	0.7	1)		
19	IV	66	b ₄ b ₅	6.7	"	—	115	III	{ nach Hiebs- ergebnissen ge- schätzt gekluppt				2077	2077	310				2160	2160	322					2102	2102	314				58	8	2.7			
20	"	70	b ₃	3.3	"	—	110	IV	"				709	709	215				737	737	223					594	594	180				143	33	19.4	2)		
21	II	76	g	4.8	Bu	Ei Wei Kie	80—100	IV	"	65	511	2	307	885	184	67	565	2	322	956	198	62	448	1		261	772	161				184	37	19.2	3)		
22	"	76	h	1.1	Kie	Ei Bu	110	III	"	15	47		201	263	239	15	51		209	275	250	9		38		201	248	225				27	25	9.8			
23	"	80	bc ₂ bc ₃	8.0	"	Wei	110	III/IV	"			2	2055	2057	257			2	2127	2129	266			2		2067	2069	259				60	7	2.8			
24	III	87	a ₂ a ₄ a ₅	4.3	"	Bu	140	II	"		238		909	1147	267		262		931	1193	277		230			924	1154	268				39	9	3.3			
25	IV	91	a ₄	0.9	"	Bu Wei	120	III	"		2	1	279	282	313		2	1	289	292	324			2		297	300	333	8	9	2.7						
26	"	94	e	8.3	"	Ei Bu	140	II	{ nach Hiebsre- gebnissen ge- schätzt gekluppt	15	208		2183	2406	290	15	229		2248	2492	300	5	377	2		1956	2340	282				152	18	6.1			
27	I	99	b ₁	6.0	"	Ei Bu Wei	105	"	"	5	286	7	1508	1806	301	5	315	7	1568	1895	316	2	278	4		1536	1820	303				75	13	4.0			
28	"	101	d ₂	5.3	"	Ei Bu Wei	130	"	"	3	274	17	1015	1309	247	3	302	18	1040	1363	257		243	13		969	1225	231				138	26	10.1			
29	"	107	e	1.5	"	Bu Wei	120	II/III	"		22	12	316	350	233		24	12	327	363	242	2	18	11		315	346	231				17	11	4.7			
30	"	109	d ₂	1.5	Bu	Ei Kie	80—100	IV	"	48	142		68	258	172	48	149		72	269	179	38	131			57	226	151				43	28	16.0	4)		
31	"	136	a ₃	0.5	Kie	Bu Wei	100	II	"		51	8	180	239	478		56	8	187	251	502		43	7		165	215	430				36	72	14.3	5)		
32	X	7	c	0.8	"	—	140	III	"				260	260	325				268	268	335					311	311	389	43	54	16.0						
Summa				146.3						200	2633	256	36691	39780	272	202	2884	267	38078	41431	283	168	2641	289	35569	39667	271	244				2008					
																200	2633	256	36691	39780																	
										Der 5 jähr. Zuwachs beträgt						Mithin { für 1 Jahr Prozent																					

BEREKENING VAN DE MIDD. QUADR. FOUT.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
7	1.0		7.0		5.1		26.01	182.07	
12		8.2		98.4		4.1	16.81	201.72	
64		2.5		160.0	1.6		2.56	163.84	
50		5.1		255.0		1.0	1.00	50.00	Opschrift in de kolommen:
20		2.0		40.0	2.1		4.41	88.20	1 afgerond gewicht geba-
14	8.1		113.4		12.2		148.84	2083.76	seerd op de totale houtmassa.
5	5.1		25.5		9.2		84.64	423.20	2 Surplus verkregen hout
10		8.7		87.0		4.6	21.16	211.60	in %.
4		8.7		34.8		4.6	21.16	84.64	3 manco idem.
9		13.9		125.1		9.8	96.04	864.36	4 product van kolom 1 en 2.
12		4.2		50.4		0.1	0.01	0.12	5 idem van 1 en 3.
13		0.8		10.4	3.3		10.89	141.57	6 verschil van kolom 2 met
11		6.9		75.9		2.8	7.84	86.24	het gemiddelde, zijnde —4.1
9	1.2		10.8		5.3		28.09	252.81	%.
7		3.5		24.5	0.6		0.36	2.52	7 idem van 3 met het ge-
2	6.2		12.4		10.3		106.09	212.18	middelde.
1	33.3		33.3		37.4		1398.76	1398.76	8 kolommen 6 en 7 ge-
9		0.7		6.3	3.4		11.56	104.04	quadrateerd.
21		2.7		56.7	1.4		1.96	41.16	9 product van kolom 1 en 8.
7		19.4		135.8		15.3	234.09	1638.63	Gemiddeld verschil =
9		19.2		172.8		15.1	228.01	2052.09	=
2		9.8		19.6		5.7	32.49	64.98	= $\frac{\Sigma(pA+) + \Sigma(pA-)}{[g]}$
21		2.8		58.8	1.3		1.69	35.49	= $\frac{255.8 - 1892.9}{399} = -4.1 \%$
11		3.3		36.3	0.8		0.64	7.04	
2	2.7		5.4		6.8		46.24	92.48	
24		6.1		146.4		2.0	4.00	96.00	
18		4.0		72.0	0.1		0.01	0.18	$E_o = \sqrt{\frac{12894.06}{31}} = 20.4.$
13		10.1		131.3		6.0	36.00	468.00	
14		4.7		18.8		0.6	0.36	1.44	
3		16.0		48.0		11.9	141.61	424.83	$E_x = \frac{20.4}{\sqrt{399}} = 1.02.$
2		14.3		28.6		10.2	104.04	208.08	
3	16.0		48.0		20.1		404.01	1212.03	
390			255.8	1892.9				12894.06	

Uit de middelbare fout op de afzonderlijke waarnemingen kan het volgende worden geconcludeerd.

Vindt men de eerste maal op een vlakke 100 Kub.M. en herhaalt men de meting, dan is de mogelijkheid even groot, dat men voor de tweede maal vindt 120 of 80 M³. In het eerste geval zou dus de aanwas in het enkele uur, dat er verliep tusschen eerste en tweede opname, zijn + 20 M³. in het tweede geval —20. ¹⁾

Natuurlijk zijn beide conclusiën totaal waardeloos.

$$^1) E_{100 M^3}^2 : E_{40000 M^3}^2 = \frac{1}{100} : \frac{1}{40000}$$

$$E_{100 M} = E_x \sqrt{400} = 1.02 \times 20 = \pm 20.$$

Het valt gemakkelijk met hulp van de waarschijnlijkheidsrekening te constateeren hoeveel procent aanwas er zijn moet om zekerheid te bezitten, dat er werkelijk aanwas is.

Volgens de voortplantingsformule is de middelbaar quadr. fout op het verschil.

$$= \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = \sqrt{20,4^2 + 20,4^2} = 28,9 \, \%.$$

Nu bedraagt bij kapbare dennen in het onderhavig geval de aanwas nog geen 1% per jaar dus in 5 jaar nog geen 5%.

Blijkens de formule kan eerst met een zekerheid van 66 tegen 33 verklaard worden, dat er aanwas in een afdeeling plaats vond, zoo het verschil in houtvoorraad aan het einde en aan het begin van de periode bedraagt 28,9%.

Gewoonlijk neemt men aan dat het verschil $3 \times \text{m.f.}$ in casu dus 86,7% groot moet zijn om te concludeeren, dat de eene grootheid absoluut grooter is dan de andere. De zekerheid is dan 9973 tegen 27. Zou men in casu zekerheid willen hebben van den aanwas der gezamenlijke afdeelingen dan zou deze moeten bedragen $3 \times 1,02 = 3,06$

Het is dus totaal ondoenlijk op grond van de verkregen cijfers een eenigszins betrouwbaar oordeel over den plaatsgevonden aanwas te vellen.

Welken invloed de graad van menging der houtsoorten op dien aanwas uitoefent, blijft helaas geheel in het duister liggen. Of de aangenomen aanwas cijfers juist zijn blijft volkomen onopgelost.

Ook zonder W.R. is het gemakkelijk aan te toonen, dat de graad van nauwkeurigheid der metingen het onmogelijk maakt den aanwas vast te stellen.

Er was in 1898 aanwezig een totale houtvoorraad van 39780 M³. het vellingsresultaat van 1898 tot 1908 bedroeg ... 39667 M³. ergo was de aanwas in die periode minus 113 M³.

In de afzonderlijke afdeeling was de uitkomst nog absurder.

De vraag is het, of het klemmen van alle boomen tegenover het schatten betere uitkomsten geeft en of dus in dat opzicht geprofitteerd kan worden van het onderzoek.

Het aantal waarnemingen is te gering en de afdeelingen verkeeren in te sterk varieerende omstandigheden om daarop een afdoend antwoord te geven.

In Saksen stelt men zich bij den boschbedrijfsregelingsdienst reeds jaren lang tevreden met het schatten van de, bij velling

te verkrijgen houtmassa en daarbij bleken de gemiddelde resultaten bruikbaar.

Aan de enkele opname is weinig waarde te hechten en daarbij komen groote fouten voor.

Oppervlakkig zou men concludeeren, dat aan het *schatten* der opstanden vrijwel eenzelfde graad van nauwkeurigheid is toe te kennen als aan het *afzonderlijk klemmen van alle boomen en het meten der hoogten van een deel hunner*.

Het is jammer, dat de kosten der boomsgewijze opnamen niet zijn gepubliceerd, want men zou dan kunnen constateeren hoeveel geld had kunnen bespaard worden.

Het is niet gebruikelijk in Pruisen het hout afdeelingsgewijs te verkoopen, maar geschiedde zulks wel, dan zou men gebruik moeten maken van een betrouwbaarder methode van houtvoorraadsbepaling, want de gebruikelijke gaf nu eens een surplus van $33\frac{1}{2}$ procent dan weer een manco van 19.4 procent aan.

Het is voor ons doel van veel belang na te gaan, waaraan de slechte uitkomsten zijn toe te schrijven. Zekerheid dienaangaande kan van Wageningen uit bezwaarlijk gegeven worden.

In een noot op de hier op blz. 114 afgedrukte staat vermeldt Prof. Borgmann, dat de afdeeling 17 „anscheinend nicht vollständig gekluppt” is. Bestaat er gegronde reden tot dit vermoeden, dan had de afdeeling uitgeschakeld moeten worden.

Op het totaal oefent deze afdeeling wegens haren geringen omvang en het vrij groot aantal der afdeelingen betrekkelijk weinig invloed uit.

De hoofdreden van de ongunstige resultaten moet o.i. daarin gezocht worden, dat de opnamen vergeleken werden met de vellingsuitkomsten. Zijn dat de ware bedragen? Neen.

Flury ¹⁾ vond bij den groven den en beuk, dat bij velling dikwijls 12—15 % minder hout verkregen wordt dan in werkelijkheid aanwezig is.

Als oorzaak van dit verschil geeft hij op te royaal meten in de practijk, verbruik van een deel van het hout voor het koken van het eten der houthakkers enz.

Onwillekeurig is men in de practijk geneigd, gebruik te maken van het gevonden gemiddelde verschil en dan aan te nemen, dat de uitkomsten in alle opzichten goed zijn.

In casu zou men 4,1 % overal optellen. Het totaal der meetuitkomsten zou dan overeenstemmen met de vellings-

¹⁾ Mittheilungen der Schweiz. Centralanstalt für das forst. Versuchs-
wesen II p. 134.

resultaten, maar de middelbare fout zou nog iets zijn toegenomen.

De gebruikte Beiersche Massatafels zijn op zichzelf niet betrouwbaar en Flury vond bij het gebruik daarvan voor opstanden, onmiddellijk geveld na het klemmen en bij toepassing van de sectiemethode, verschillen van + 10,0% en 4,5%.

In Müller's Lehrbuch der Holzmesskunde 2de druk bladzijde 279 komt het volgende staatje voor.

	BEIEREN		WÜRTTEMBERG		PRUISEN	
HOUTSOORT	DER ONDERZOCHE STEAMMEN					
	aantal	gemiddelde fout %	aantal	gemiddelde fout %	aantal	gemiddelde fout %
Spar.....	18780	+ 0,4	203	— 1,5	6827	+ 0,4
Zilver spar....	4500	— 0,5	496	— 1,2	51	— 4,2
Grove den ...	3085	— 0,8	250	+ 3,3	52581	+ 2,3
Eik	2616	+ 0,01	—	—	2665	+ 2,04
Beuk	4230	+ 1,5	236	+ 4,9	7021	+ 0,89
Berk	2801	+ 0,7	—	—	1122	+ 0,06

Te betreuren is het, dat in deze opgave niet vermeld zijn de middelbare fouten. Men heeft er daarom niet veel aan.

Iets meer waarde bezitten de onderstaande staatjes ontleend aan Baur „die Holzmesskunde” 3de druk bladzijde 350.

A.

REGERINGS-DISTRIKT	AANTAL ONDER- ZOCHE BOOMEN	DE TAFELS GAVEN		GROOTSTE VERSCHILLEN	
		MEER	MINDER		
		%	%	+ %	— %
Königsberg ...	1668	—	3,2	3 bij berken	8,2 bij grove den
Danzig	1701	—	0,5	15,7 „ beuken	14,9 „ beuken
Marienwerder .	2531	—	0,6	26 „ grove den	14,0 „ „
Bromberg	80	0,06	—	4 „ eiken	1 „ grove den
Stettin	5695	0,2	—	6 „ „	16 „ „ „
Göslin	96	2,8	—	8,4 „ beuken	5 „ „ „
Breslau	14	—	6,3	— „ „	10 „ „ „
Liegnitz	212	—	2,3	28,1 „ grove den	10,2 „ spar
Potsdam	4130	2,7	—	3,9 „ „	1,1 „ berken
Frankfurt a/O.	39631	3,0	—	3,4 „ „	24 „ grove den
Magdeburg ...	1889	3,1	—	27 „ berken	3,8 „ „
Merseburg	1287	—	1,3	3 „ eiken	18 „ larix
Erfurt	11712	0,9	—	10 „ beuken	24,7 „ spar
Totaal ...	70546	1,8	—		

B.

HOOUTSOORTEN	AANTAL ONDER- ZOCHE BOOMEN	DE TAFELS GAVEN		GROOTSTE VERSCHILLEN	
		MEER	MINDER		
		%	%	+ %	— %
Eiken	2665	2,04	—	9 in Liegnitz	
Beuken	7021	0,89	—	15,7 „ Danzig	14,9 in Danzig
Hagebeuken ..	36	0,2	—	0,2 „ Königsberg	— „ —
Berken	1022	0,06	—	27,0 „ Magdeburg	4,5 „ Königsberg
Populieren ...	290	0,9	—	3,4 „ Danzig	2,4 „ Danzig
Elzen	34	—	3	— „ —	0,4 „ Königsberg
Grove den ...	52581	2,3	—	28,1 „ Liegnitz	24 „ Frankfurt
Spar	6827	0,4	—	11 „ Magdeburg	24,7 „ Erfurt
Zilver den ...	51	—	4,2	— „ —	5 „ Liegnitz
Larix	19	—	19	— „ —	18 „ Merseburg
Totaal...	70546	1,8		28,1 %	24,7 %

Zoo veel kan men echter wel uit deze opgave concludeeren, dat de fouten niet worden weggenomen door een zeker procent op te tellen of af te trekken, want sommige onderzoekers vonden een te min andere een te veel.

Verder blijkt het duidelijk, dat de Beiersche tafels voor de praktijk zeer goed bruikbaar zijn zoo men de inhouden gebruik als gemiddelde voor een groot aantal boomen.

Bij wetenschappelijke onderzoekingen moet men de middelbare fout per stam evenwel kennen om daaruit te kunnen afleiden de middelbare fout van de som van een bepaald aantal boomen, en dus te concludeeren hoeveel boomen voor een bepaald doel op zijn minst gecubeerd moeten worden.

Aan de methode *Biolley* moet thans in het raam van onze verhandeling aandacht worden geschonken.

De details hopen wij later in een afzonderlijk artikel te bespreken.

Biolley wordt door velen als een apostel van een nieuwe boschbedrijfsregelingschool beschouwd, zoodat ook wij ons verplicht geacht hebben een tocht te maken naar zijne inde buurt van Neuchâtel gelegen houtvesterij, teneinde beter een oordeel te kunnen vellen over zijne methode dan uit zijne geschriften mogelijk was.

Wij kregen bij ons bezoek den indruk, dat men te doen heeft met een houtvester, die een en al leeft voor zijn werk en die het talent bezit zijne zienswijze in een overtuigende manier voor te dragen.

Te verwonderen is het dan ook niet dat hij de meeste onzer jeugdige O.I. boschambtenaren, die bij hem gedetacheerd werden, heeft weten te biologeeren.

Er waren er echter gelukkig ook, die maar niet klakkeloos accoord gingen met zijne theoriën.

De c.h., T. Kramer gaf zich de moeite de rentabiliteit van de Couvet'sche-bosschen te berekenen en kwam tot de slotsom, dat deze 2,74% bedroeg.

Dit resultaat is niet schitterend en wordt overtroffen door dat van menig Saksische houtvesterij, bestaande uit zuivere sparrenbosschen, die met de kaalkapmethode worden geëxploiteerd.

Zeër eigenaardig is het, dat de heer Biolley nooit de rentabiliteit van zijn bedrijf heeft nagegaan, maar nog typischer is het, dat hij van een hooge rente blijkbaar niet veel wil weten.

Ware zijn bosch een sierbosch, bezocht door duizenden toeristen, dan zou men als doel kunnen stellen, dat het zooveel mogelijk genot heeft te verschaffen aan den wandelaar, maar de stroom der toeristen blijft ver van Couvet.

Het in goeden toestand brengen en houden van het bosch moet zuiver als middel worden beschouwd om *duurzaam* de hoogst mogelijke revenuën uit het bosch te trekken.

In zijn le jardinage cultural (Journal forestier suisse 1901, No 6 en 8.) schrijft Biolley:

„Mais chasser au taux d'interêt élevé, c'est tourner le dos à la sylviculture et aller à l'arboriculture!”

Die bosch aanlegt weet in de meeste gevallen, dat hij slechts een kleine rente van zijn geld maakt, maar hij handelt toch verstandig zoo hij tracht *duurzaam* de hoogst mogelijke rente van zijn geld te trekken.

De particuliere eigenaren van bosschen zijn meestal zoo rijk, dat het genot van hun boschbezit bij hen zwaarder kan wegen dan de rente, die zij van hun geld maken.

De gemeente er de staat moeten echter wel degelijk op beide zijden van het vraagstuk letten en kunnen de eene zijde bezwaarlijk geheel verzaken.

De methode Biolley komt in de hoofdzaak hier op neer:

Streven naar gemengde bosschen, die geplenterd worden, dus waar de kaalkap-methode wordt vermeden.

De hoeveelheid jaarlijks te kappen hout wordt afgeleid uit den voorraad aan het begin en aan het einde van 6-jarige perioden, terwijl nauwkeurig boek gehouden wordt van wat er tusschentijds uit de afdeelingen wordt weggekapt.

Ten behoeve van de inventarisatie worden alle boomen dikker dan 15 c.M. op borsthoogte geklemd en met hulp van een barème gecubeerd.

In dat boekje kan men direct opslaan hoeveel b.v. de inhoud is van 87 boomen dik b.v. 30 c.M.

Of dat nu beuken zijn, die nagenoeg hun geheele leven onder den druk van naburige boomen hebben gestaan, of wel sparren die bijna van de prilste jeugd vrij opgegroeid zijn, doet niets ter zake. De tafel geeft voor beide in het onderhavig geval aan 59.70. Deze 59.70 zijn echter geen Kub.Meter maar zoogenaamde Sylve, dus een denkbeeldige maat, die nog omgerekend moet worden.

Door elk jaar de werkelijke inhoud der gevelde boomen te vergelijken met de Sylve dacht Biolley in staat te zijn de waarde van de Sylve van den blijvenden inventaris te kunnen omrekenen en dus te kunnen beoordeelen of de voorraad in werkelijkheid stijgt of daalt.

Stel in een boschafdeeling staat bij de eerste inventaris 2000 Sylve en bij de tweede inventaris 2010, terwijl in de 6-jarige periode gekapt is 400 Sylve. Deze 400 Sylve bleken in werkelijkheid een inhoud te hebben van 440 Kub. Meter. Oppervlakkig zou men dus kunnen zeggen dat de voorraad is gestegen met 10 Sylve dat is 11 Kub. Meter.

De mogelijkheid echter is, dat er in plaats van toename, afname van den voorraad plaats vond.

Maak ik de rekening op in Kub. Meter dan is het mogelijk, dat bij de 1ste inventaris aanwezig is 2000 Sylve varieerende tusschen:

0.80 en 1.20 gemiddeld 1 M ³ . dus	2000 M ³ .
bijgroei	400 M ³ .
	2400 M ³ .
neem ik nu weg 400 Sylve à 1.1 M ³	440 M ³ .
dan blijft er over.	1960 M ³ .

In dat geval heb ik in plaats van een deel van den aanwas te sparen te veel weggekapt.

Kent men de wisselende waarde van de Sylve niet dan hangen alle gevolgtrekkingen daarop gebaseerd in de lucht.

In zijn publicatie's zwijgt de heer Biolley geheel over deze quaestie, die toch vooral voor hem zeer wezenlijk is, want hij stelt zich voor de verbetering van den boschtoestand mede te constateeren uit de verandering van den reductiefactor, d.i. de verhouding tusschen Sylve en Kub. Meter.

Wordt die hooger, dan acht hij het gewenscht om voort te gaan op den ingeslagen weg, omdat deze leidt tot verbetering van den boomvorm.

Was deze b.v. primitief kegelvormig en werd hij parabolisch, dan zou daardoor de reductie factor nagenoeg met 50 % stijgen.

Nu zal aanstonds worden aangetoond, dat de onzekerheid van die reductie factor zoo groot is, dat de in de practijk verkregen schommelingen absoluut niet mogen worden toegeschreven aan verbetering of verslechtering van den boomvorm.

Bij de samenstelling van zijn barême verleenden de ingenieurs Jobez en De Blonay hunne medewerking.

Er werd eene graphische voorstelling gemaakt, waarbij horizontaal de omtrek, verticaal de inhoud der boomen werd opgedragen.

Een der drie auteurs ging nu uit van de veronderstelling, dat de vergelijking van de vereffende kromme was:

$y = ax + bx^2 + cx^3$, waarin y den inhoud en x den omtrek voorstelt.

Met behulp van de methode der kleinste quadraten werd gevonden voor $a = -0.784$ voor $b + 1.726$ en voor $c = -0.157$.

Helaas blijkt, wanneer men nu de waarde volgens deze formule uitrekent, dat bij een omtrek van 0.4 Meter de inhoud negatief is.

Bij een nader onderzoek van het benedenste gedeelte der kromme kwam de schrijver tot de slotsom, dat dezelfde vergelijking ook voor dunnere bosschen geldt, maar dat daarbij met andere coëfficiënten gerekend moest worden. Een wiskundig onderzoek van de vergelijking der heeren Jobez & de Blonay leidt tot de slotsom, dat die vergelijking zeer verdacht is.

In de inleiding wordt evenwel geheel gezwegen over het aantal waarnemingen; verzuimd is met de waarschijnlijkheidsrekening de middelbare fout op de constanten te berekenen of die te publiceren.

Dit is als een enorm nadeel te beschouwen, want wat heeft men aan een tabel, zoo men niet weet in hoeverre die tabel betrouwbaar is?

Aangezien de voor de berekening gebruikte waarnemingen niet gepubliceerd zijn, is het niet mogelijk de middelbare fout der constante te berekenen.

Men kan zich evenwel een beeld vormen van de betrouwbaarheid, zoo men de resultaten nagaat, die Biolley bij de toepassing verkreeg.

Uit een rapport van den heer Kramer ontleenen wij hieronder eene reeks cijfers betrekking hebbende op het bosch Boveresse, door den heer Bähler, assistent voor houtmeetkunde, werd daaruit de afwijking berekend.

1E PERIODE.

Divisie	Aantal boomen per afdeeling	Totaal Sylve per afdeeling	Totaal M ³ . per afdeeling	Meter = Sylve reductie factor	Gewicht = g	v	vv	g v v
1	625	445,47	395,32	0,887	63	0,031	0,000961	0,060543
2	903	817,41	629,37	0,770	90	0,148	0,021904	1,971360
3	16	12,60	7,90	0,627	2	0,291	0,084681	0,169362
4	1127	862,11	812,15	0,942	113	0,024	0,000576	0,065088
5	550	441,32	393,73	0,892	55	0,026	0,000676	0,037180
6	723	669,80	664,17	0,992	72	0,074	0,005476	0,394272
7	503	472,70	536,13	1,134	50	0,216	0,046656	2,332800
8	689	461,16	387,97	0,841	69	0,077	0,005929	0,409101
9	788	589,60	553,94	0,940	79	0,022	0,000484	0,038236
	5924	4772,17	4380,68		593			5,477942

$$\text{Gem. red. factor} = \frac{4380,68}{4772,17} = 0,918.$$

$$E_o^2 = \frac{5,477942}{8} = 0,684743 \quad E_o = \sqrt{0,684743} = 0,827.$$

$$E_x = \frac{0,827}{\sqrt{593}} = 0,034.$$

2E PERIODE.

Divisie	Aantal boomen per afdeeling	Totaal Sylve per afdeeling	Totaal M ³ . per afdeeling	Meter = Sylve reductie factor	Gewicht = g	v	vv	g v v
1	464	367,58	315,46	0,858	46	0,008	0,000064	0,002944
2	531	429,48	357,27	0,832	53	0,018	0,000324	0,017172
3	801	712,73	516,24	0,724	80	0,126	0,015876	1,270080
4	1227	771,05	658,67	0,854	123	0,004	0,000016	0,001968
5	873	468,36	435,96	0,931	87	0,081	0,006561	0,570807
6	652	586,44	551,72	0,941	65	0,091	0,008281	0,538265
7	917	890,80	747,35	0,839	92	0,011	0,000121	0,011132
8	742	442,12	367,57	0,831	74	0,019	0,000361	0,026714
9	819	603,44	528,53	0,876	82	0,026	0,000676	0,055432
	7026	5272,00	4478,77		702			2,494514

$$\text{Gem. red. factor} = \frac{4478,77}{5272} = 0,850$$

$$E_o^2 = \frac{2,494514}{8} = 0,311814 \quad E_o = 0,558.$$

$$E_x = \frac{0,558}{\sqrt{702}} = 0,021.$$

3E PERIODE.

Divisie	Aantal boomen per afdeeling	Totaal Sylve per afdeeling	Totaal M ³ . per afdeeling	Meter = Sylve reductie factor	Gewicht = g	v	vv	g v v
1	646	463,51	399,08	0,861	65	0,044	0,001936	0,125840
2	417	288,68	228,90	0,793	42	0,024	0,000576	0,024192
3	462	437,00	349,99	0,801	46	0,016	0,000256	0,011776
4	829	713,26	626,09	0,878	83	0,061	0,003721	0,308843
5	922	684,67	610,78	0,892	92	0,075	0,005625	0,517500
6	742	681,48	639,04	0,938	74	0,121	0,014641	1,083434
7	753	656,12	586,12	0,893	75	0,076	0,005776	0,433204
8	1195	894,96	481,83	0,538	120	0,279	0,077841	9,340920
9	571	440,32	357,47	0,853	57	0,036	0,001296	0,073872
	6537	5260,00	4297,30		654			11,919577

$$\text{Gem. red. factor} = \frac{4297.30}{5260} = 0.817.$$

$$E_o = \frac{11.919577}{8} = 1.489947 \quad E_o = 1.221.$$

$$E_x = \frac{1.22}{\sqrt{654}} = 0.048.$$

4E PERIODE.

Divisie	Aantal boomen per afdeeling	Totaal sylve per afdeeling	Totaal M ³ . per afdeeling	Meter = Sylve reductie factor	Gewicht = v	v	vv	g v v
1	686	720,45	618,61	0,859	69	0	0	0
2	962	944,83	808,66	0,856	96	0,003	0,000009	0,000864
3	510	557,75	429,57	0,770	51	0,089	0,007921	0,403971
4	949	783,26	726,41	0,927	95	0,068	0,004624	0,439280
5	466	436,82	372,07	0,852	47	0,007	0,000049	0,002303
6	645	786,39	742,68	0,944	65	0,085	0,007225	0,469625
7	13	25,23	24,53	0,972	1	0,113	0,012769	0,012769
8	885	722,28	556,56	0,771	89	0,088	0,007744	0,689216
9	576	519,06	443,29	0,854	58	0,005	0,000025	0,001450
	5692	5496,07	4722,38		571			2,019478

$$\text{Gem. red. factor} = \frac{4722.38}{5496.07} = 0.859.$$

$$E_o = \frac{2.019478}{8} = 0.252435 \quad E_o = 0.502.$$

$$E_x = \frac{0.502}{\sqrt{571}} = 0.021.$$

Met een blik ziet men uit deze cijfers, dat in de twintig jaar het den heer Biolley niet gelukt is de stamvormen te corrigeren, of althans door cijfers duidelijk te maken, dat hem zulks gelukt is. In de voorrede van de barême wordt op pag. 5 er op gewezen, dat uit het op of neer gaan van de reductiefactor blijkt, of het bosch beter of slechter wordt.

Zooals reeds tevoren opgemerkt, zou de reductiefactor, wanneer de boomen aan het begin van de eerste periode een kegelvormige spil en aan het einde van de vierde periode (elke periode telt 6 jaar) de gedaante van een apollonische paraboloïde (granaat) bezaten met $\pm 50\%$ zijn toegenomen.

Verder valt het op, dat de reductiefactor van den beginne af blijkbaar lager is geweest dan 1.

Het ligt voor de hand, dat men dit feit wil verklaren door aan te nemen, dat men er steeds op bedacht is geweest de slecht gevormde boomen het eerst te kappen.

Neemt men aan, dat in de eerste twee perioden de gemiddelde reductiefactor 80 was, dan moet hij in de twee volgende perioden 120 zijn om gemiddeld 100 te kunnen opleveren.

De stammen, die bij de eerste inventarisatie kapbaar waren kunnen bij de velling een 10 jaar lang gedeeltelijk worden vervangen door feitelijk nog niet kapbare exemplaren.

24 Jaar (4 perioden) lang, is dat echter niet vol te houden en moeten zij dus allen grootendeels zijn omgekapte.

Was er geen vormverandering en was de tafel juist, dan zou de gemiddelde reductiefactor ongeveer 1 moeten wezen.

Wij voor ons zijn ervan overtuigd, dat de verbetering van den stamvorm, zoo ze niet wordt verkregen door opsnoeiing, maar zoogenaamd door selectie, van te geringe beteekenis is om te kunnen worden gemeten door de verhouding tusschen Sylve en kubiekmeter.

Eerder moet men aannemen, dat de tafel (barême) van den beginne af niet juist is geweest.

Waar in een plenterbosch de boomvormen sterk uiteenloopen, zal men een zeer groot aantal onderzoekingen moeten verrichten om bruikbare gemiddelden te verkrijgen, vooral wanneer die gemiddelden moeten gebruikt worden voor naald- en loofhout tegelijk.

Prof. Dr. Kunze, die voor den spar in het kaalkapbosch (daarin groeien de boomen veel gelijkvormiger op dan in het plenterbosch) een tafel maakte, benutte daarbij de nauwkeurige opmetingen van 10.438 exemplaren.

Het zal den heer Biolley als beheerder eener houtvesterij wel aan tijd hebben ontbroken voor een dergelijk groot aantal opnamen.

Eerder is het aan te nemen, dat zijn 17 verschillende oude tafels met hulp der waarschijnlijkheidsrekening door zijn beide medewerkers tot een algemeene tafel werden omgewerkt.

In hooge mate te betreuren is het, dat zij in het voorbericht van hun barème totaal over deze kwestie zwijgen en de gegevens niet publiceerden.

Uit de middelbare fouten hier tevoren afgeleid, laat zich echter wel een vermoeden uitspreken over de deviatie der enkele stammen.

Maakt men gebruik van de evenredigheid, dat de middelbare fouten omgekeerd evenredig zijn met de wortels uit het aantal waarnemingen dan krijgt men:

$$\frac{E_x^2}{x} : E_0^2 = \frac{1}{n} : 1 \qquad E_0 = E_x \sqrt{n}$$

Voor de vier perioden vindt men dan 2.61, 1.76, 3.86 en 1.59, waarlijk zeer uiteenlopende cijfers. Grofweg mag men aannemen, dat wanneer een boom volgens de tafel van Biolley een inhoud heeft van één Sylve de werkelijke inhoud wel kan zijn 3 M³; m. a. w. omtrent den werkelijken inhoud verkeert men geheel in het duister.

Vergelijkt men de reductiefactor van de eerste periode met die van de vierde dan zou men oppervlakkig zeggen dat de stamvorm slechter is geworden, maar men zou daarbij uitgaan van de veronderstelling, dat de gevonden reductiefactoren volkomen juist waren.

Volgens de waarschijnlijkheidsrekening moet echter het verschil $3 \times$ grooter zijn dan de middelbare fout op dat verschil om met zekerheid te kunnen zeggen, dat de reductiefactor veranderd is dus:

$$3 \times \sqrt{0,034^2 + 0,021^2} = 3 \times 0,040 = 0,120$$

terwijl het verschil slechts is 0.059.

Uit deze uitkomst moet geconcludeerd worden, dat het geenszins aangetoond is, dat de stamvorm werd gewijzigd.

Ook hier releveeren wij, dat de samenstellers van het barème met hulp van de waarschijnlijkheidsrekening bij de samenstelling direct hadden kunnen constateeren, dat de reductiefactor te ongevoelig was om daarmede kleine verschillen te kunnen aangeven.

De middelbare fout op de onbekende had moeten worden berekend en gepubliceerd, dan ware den gebruiker van het barème een maatstaf voor de bruikbaarheid aangeboden geweest.

De hocksteen van de methode der controle bestaat in het meten en vergelijken van den aanwas.

Biolley verkeert in de meening, dat hij in staat is zulks met voldoende graad van nauwkeurigheid te doen en daardoor aan zijn methode een betrouwbaar compas te hebben verschaft.

Niets is evenwel minder waar.

Om zulks te bewijzen zullen wij om niet te uitvoerig te zijn den gang van zaken eenigszins vereenvoudigd voorstellen.

Veronderstel, ik heb een normaal sparrenbosch (II Boniteit heuvelland Flury) groot 80 H.A., dat met een omloop van 80 jaar wordt geëxploiteerd.

Stel ik mij tot doel per jaar en per H.A. het grootst mogelijke quantum hout te produceeren, zoo bespeur ik in de tafel, dat een omloop van 60 jaar beter zou zijn, dan die van 80 jaar, want in het eerste geval kan ik per jaar en per H.A. kappen.

$$\frac{A_{60} + \sum D_{20-60}}{60} = 16,8 \text{ in het}$$

$$\text{2de geval } \frac{A_{80} + \sum D_{20-80}}{80} = 16,3 \text{ Kub. Meter.}$$

Om nu den idealen toestand te bereiken zou ik in het vervolg niet meer 80 H.A. : 80 = 1 H.A. maar 80 : 60 = $1\frac{1}{3}$ H.A. per jaar moeten kappen.

Na 10 jaar zou dan de ouderdomstabel zijn:

1—10 jaar	10 H.A.	+ $3\frac{1}{3}$
10—20	„ 10	„
20—30	„ 10	„
30—40	„ 10	„
40—50	„ 10	„
50—60	„ 10	„
60—70	„ 10	„
70—80	„	$6\frac{2}{3}$

70 H.A. + 10

Ten naaste bij zou dan de aanwas bedragen $70 \text{ H.A.} \times 16.7 + 3\frac{1}{3} \times 6.3 + 6\frac{2}{3} \times 13.5 = 1280 \text{ M}^3$. of per H.A. 16 M^3 .

De aanwas is dus verminderd met 0.3 M^3 , hoewel men in de goede richting werkt om den aanwas te vermeerderen.

Bezat men de ouderdomsklasse tabel en de aanwastafel niet, zooals steeds in een plenterbosch het geval is, dan zou men allicht concludeeren: verlaging van den omloop veroorzaakte afname van aanwas dus moet ik den omloop weer verhoogen. De slotsom zou dus averechts verkeerd zijn.

In de werkelijkheid is de zaak nog veel gecompliceerder dan

hier te voren is aangenomen, want de werkelijke toestand wijkt bijna steeds sterk van de normale af.

Afgescheiden van het voorafgaande moet men er steeds op bedacht zijn, dat de verschillen te gering zijn om met de Sylve te kunnen worden gemeten. Neemt men een oogenblik aan, dat het gelukte in 20 jaar een normaal bosch met 80-jarigen omloop te converteeren in een 60-jarig en dat de toename in doorsnede aanwas geleidelijk plaats vond, dan zou in een periode van $6\frac{2}{3}$ jaar de toename in aanwas zijn $\frac{16,8-16,3}{3} = 0,17 \text{ M}^3$. d.i. ongeveer 1%.

De betrouwbaarheid van de maat, waarmede die 1 % moet worden gemeten, bedraagt, zooals hieronder zal worden aangetoond, 40 %.

Bosch Boveresse. Voorraad aan het begin van de 2de periode $28622 \text{ Sylve} \pm 0,918 \pm 0,034 \text{ M}^3 = 26275 \pm 973 \text{ M}^3$; idem aan het begin van de 3de periode $28875 \text{ Sylve} \pm 0,850 \pm 0,021 \text{ M}^3 = 24544 \pm 606 \text{ M}^3$.

Vermindering voorraad $= 1731 \pm \sqrt{973^2 + 606^2} = 1731 \pm 1146 \text{ M}^3$. Gekapt 4479 M^3 , dus aanwas in de 2de periode $2748 \pm 1146 \text{ M}^3$. $1146 = \pm 40 \%$ van 2748.

Veilig mag beweerd worden, dat dergelijke berekeningen monnikenwerk zijn en dat het gewenscht is ze naar waarde te beoordeelen.

Wil de houtmeetkunde op een hooger en betrouwbaarder peil worden opgevoerd, dan zal de waarschijnlijkheidsrekening daarbij moeten worden toegepast.

Critiek in deze is niet voldoende, de betere weg moet eveneens gewezen worden.

Het is ondoenlijk alle boomen van een proefvlak met de sectiemethode nauwkeurig te cubeeren en moet men zich beperken tot een bepaald gedeelte.

Voor de hand ligt het, dat de inhoud der modelboomen zoo zuiver mogelijk moet worden vastgesteld.

Zoekt men die boomen in het proefvlak en kapt men ze daarna, dan schept men meestal een abnormalen toestand, die voor het onderzoek zeer storend kan zijn. Neemt men de proefboomen buiten het proefvlak dan dreigt het gevaar, dat zij niet voldoende als representanten kunnen gelden.

Het cubeeren met hulp der massatafels uit dikte op borsthoogte en lengte is een methode, die zooals reeds tevoren werd aangetoond, groote afwijkingen mogelijk maakt en dus voor nauwkeurig werk onbruikbaar moet worden verklaard.

Gewenscht is het daarom na te gaan welke overige methoden ons ten dienste staan.

Prof. Dr. Max Kunze gaf in 1891 een zeer interessant boekje uit getiteld: „Neue Methode zur raschen Berechnung der unechten Schaffformzahlen der Fichte und Kiefer.”

In de inleiding van dit geschrift heet het:

„Die nachträgliche Prüfung der Probestämme auf den für die Aufstellung von Ertragstafeln benutzten Versuchsflächen zeigte, dass trotz aller Vorsicht bei der Auswahl dieser Stämme letztere zuweilen ganz ungemein grosse Unterschiede in ihren Inhalten, also auch in ihren Formzahlen aufwiesen. Durch diesen Uebelstand wurde der Wunsch nach einem Hilfsmittel rege, welches die rasche Ermittlung des Schafftholzgehaltes oder der unechten Schaffformzahl mit hinreichender Genauigkeit ermöglicht. Ein solches darf natürlich nur ein Minimum an Messungen sowohl, wie an Rechnungen erfordern, wenn es für eine grössere Anzahl van Probestämmen sofort bei der Bestandsaufnahme im Walde anwendbar sein soll. Der Gedanke, die Probestämme wenigstens aus Unter- und Obermitte oder nach der bekannten Simony'schen Formel zu kubieren, musste wegen des immerhin nicht unbedeutenden Zeitaufwandes, welchen selbst schon diese einfachen Ausdrücke erfordern, fallen gelassen werden. Dagegen versprach, wie eine kleine Untersuchung dies sofort zeigen wird, die Anwendung des Verhältnisses zwischen Mittendurchmesser und Bruthöhendurchmesser einen günstigen Erfolg.”

De publicatie in quaestie bezit een belangrijke waarde, daar voor de samenstelling de methode der kleinste quadraten werd gebezigd en bovendien de gegevens, die daarbij werden benut, wel is waar niet in details, maar toch in ieder geval samgetrokken werden geopenbaard.

Te betreuren is het, dat echter niet berekend zijn de middelbare fouten.

Bovendien ware het niet misplaatst geweest in een noot de afleiding der gebezigde normaalvergelijkingen op te nemen.

In dat opzicht willen wij in de eerste plaats die aanvulling geven tegelijk met de afleiding der middelbare fouten.

Heeft men twee vergelijkingen van den vorm:

$$a_1 x + b_1 y = q_1$$

$$a_2 x + b_2 y = q_2$$

waarin $a_1 a_2 b_1 b_2 q_1$ en q_2 bekende getallen voorstellen, dan kunnen de onbekenden x en y berekend worden. Komt er nu een derde vergelijking bij $a_3 x + b_3 y = q_3$ dan zal in den regel, daar nooit met absolute zekerheid gemeten wordt, deze vergelijking met de beide voorafgaande in strijd zijn en men dus andere waarden voor x en y krijgen al naar gelang men die onbekenden vindt, door oplossing uit de vergelijking 1 en 2 of 1 en 3, of 2 en 3.

De methode der kleinste quadraten leert nu, dat die waarden het meest waarschijnlijkst zijn, waarvoor $[g.v.v.]$ een minimum is.

Prof. Kunze bracht zijne waarnemingen in groepen over.

Bij den groven den b.v. had hij 30 groepen. De laagste groep omvatte de boomen van gemiddeld 3 M. lengte, de daarop volgenden 4, 5, enz. Het aantal boomen in elke groep varieerde van 1 in de groep van 34 M. lengte tot 621 stuks in de groep van 22 Meter. Het aantal boomen in elke groep is op te vatten als het corresponderende gewicht voor de groep.

Bij een kegel is het absolute vormquotient $\frac{1}{2}$ en het absolute vormgetal $\frac{1}{3}$, bij een paraboloid vindt men respectievelijk 0.707 en 0.500. Het verschil tusschen deze twee factoren is 0.167 en 0.207.

Voor boomvormen die daartusschen liggen is het verschil tusschen vormquotient en absoluut vormgetal begrensd door beide laatstgenoemde cijfers.

Prof. Kunze constateerde verder langs theoretischen weg, dat de hoogte der boomen mede invloed uitoefent op het verschil en stelde daarop de formule $c = m + \frac{h}{n}$ waarin c voorstelt het verschil tusschen vormquotient en vormgetal, m en n constante grootheden en h de gemiddelde hoogte in de groep. Wil men deze vergelijking overbrengen in den gebruikelijken vorm der waarnemingsvergelijking dan luidt zij:

$$q_1 = a_1 x + b_1 y \text{ waarin } a_1 = 1 \quad b_1 = \frac{1}{h} \text{ en } q_1 = c$$

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= q_1 \text{ dus } v_1 = q_1 - a_1 x - b_1 y \\ v_1 v_1 &= q_1 q_1 + a_1 a_1 x^2 + b_1 b_1 y^2 - 2 a_1 q_1 x - 2 b_1 q_1 y + 2 a_1 b_1 xy \\ g_1 v_1 v_1 &= g_1 q_1 q_1 + g_1 a_1 a_1 x^2 + g_1 b_1 b_1 y^2 - 2 g_1 a_1 q_1 x - 2 g_1 b_1 q_1 y \\ &\quad + 2 g_1 a_1 b_1 xy \end{aligned}$$

Uit de tweede waarnemingsvergelijking leidt men af:

$$g_2 v_2 v_2 = g_2 q_2 q_2 + g_2 a_2 a_2 x^2 + g_2 b_2 b_2 y^2 - 2 g_2 a_2 q_2 x - 2 g_2 b_2 q_2 y + 2 g_2 a_2 b_2 xy$$

en door sommeering van alle vergelijkingen

$$[g v v] = [g q q] + [g a a] x^2 + [g b b] y^2 - 2 [g a q] x - 2 [g b q] y + 2 [g a b] xy$$

Zal $[g.v.v.]$ een minimum zijn dan moeten de partieele differentiaal quotiënten van x en y ten opzichte van $[g.v.v.]$ gelijk nul zijn, dus:

$$\frac{\delta [g v v]}{\delta x} = 2 [g a a] x - 2 [g a q] + 2 [g a b] y$$

$$\frac{\delta[gvv]}{\delta y} = 2 [gbb] y - 2 [gbq] + 2 [gab] x$$

$$2 [gaa] x - 2 [gaq] + 2 [gab] y = 0$$

$$2 [gbb] y - 2 [gbq] + 2 [gab] x = 0$$

Hieruit volgt:

$$[gaa] x + [gab] y = [gaq] \quad \text{I}$$

$$[gab] x + [gbb] y = [gbq] \quad \text{II}$$

Waar in het onderhavig geval $a = 1$ en $b = \frac{1}{h}$ is krijgt men:

$$[g] x + \left[\frac{g}{h} \right] y = [gq] \quad \text{I}$$

$$\left[\frac{g}{h} \right] x + \left[\frac{g}{hh} \right] y = \left[\frac{g}{h} q \right] \quad \text{II}$$

Het totaal aantal onderzochte grove dennen bedroeg 8080 dus $[g] = 8080$.

voor $\left[\frac{g}{h} \right]$ vindt Prof. Kunze 559,64922, voor $[gq]$ 1489,072 en

voor $\left[\frac{g}{hh} \right]$ 50,7111

x bleek te zijn 0,22619 en

$y = -0.60497$

Er moet nu worden nagegaan hoe groot de m.f. zijn.

Vermenigvuldigt men de I en II normaal vergelijking respectievelijk met Q_{11} en Q_{12} dan krijgt men:

$$[gaa] x Q_{11} + [gab] y Q_{11} = [gaq] Q_{11} \quad \text{III}$$

$$[gab] x Q_{12} + [gbb] y Q_{12} = [gbq] Q_{12} \quad \text{IV}$$

Telt men deze 2 op, en trekt men de factoren, die x & die y bevatten, samen, dan krijgt men

$$([gaa] Q_{11} + [gab] Q_{12}) x + ([gab] Q_{11} + [gbb] Q_{12}) y = [gaq] Q_{11} + [gbq] Q_{12} \quad \text{IVa}$$

Nu kan men Q_{11} en Q_{12} zoodanige waarde toe kennen, dat

$$[gaa] Q_{11} + [gab] Q_{12} = 1 \quad \text{en} \quad \text{V}$$

$$[gab] Q_{11} + [gbb] Q_{12} = 0 \quad \text{wordt} \quad \text{VI}$$

IVa gaat dan over in

$$\bar{x} = [gaq] Q_{11} + [gbq] Q_{12} \quad \text{VII}$$

Vermenigvuldigt men I en II respectievelijk met Q_{21} en Q_{22} en stelt men $[gaa] Q_{21} + [gab] Q_{22} = 0$ en

$$[gab] Q_{21} + [gbb] Q_{22} = 1$$

dan krijgt men op analoge wijze

$$\bar{y} = [gaq] Q_{21} + [gbq] Q_{22} \quad \text{VIII}$$

Uit de eerste waarnemingsvergelijking volgt $v_1 = a_1 x + b_1 y - q_1$

Vermenigvuldigt men beide leden van de vergelijking met $g_1 a_1$ dan krijgt men $g_1 a_1 v_1 = g_1 a_1 a_1 x + g_1 a_1 b_1 y - g_1 a_1 q_1$

Vermenigvuldigt men de overige waarnemingsvergelijkingen respectievelijk met $g_2 a_2, g_3 a_3$ enz. en trekt men ze dan samen dan krijgt men $[gav] = [gaa] x + [gab] y - [gaq]$

volgens I is $[gaa] x + [gab] y = [gaq]$ ergo

$$[gav] = 0 \quad \text{IX}$$

Per analogie is af te leiden $[gbv] = 0$ IXa

De waarde voor $\bar{x}$ in VII kan men als volgt splitsen

$$\begin{aligned} \bar{x} &= g_1 a_1 q_1 Q_{11} + g_1 b_1 q_1 Q_{12} = (a_1 Q_{11} + b_1 Q_{12}) g_1 q_1 \\ &\quad + g_2 a_2 q_2 Q_{11} + g_2 b_2 q_2 Q_{12} = (a_2 Q_{11} + b_2 Q_{12}) g_2 q_2 \\ &\quad + g_3 a_3 q_3 Q_{11} + g_3 b_3 q_3 Q_{12} = (a_3 Q_{11} + b_3 Q_{12}) g_3 q_3 + \text{enz.} \end{aligned}$$

Noem nu $a_1 Q_{11} + b_1 Q_{12} = x_1$ X

$$a_2 Q_{11} + b_2 Q_{12} = x_2 \quad \text{Xa}$$

dan krijgt men

$$\bar{x} = x_1 g_1 q_1 + x_2 g_2 q_2 + x_3 g_3 q_3$$

dus $\bar{x} = [xgq]$ XI

Daar de fout op de gewichtseenheid E_0 is en men moet aannemen dat de q 's alle met denzelfden graad van nauwkeurigheid zijn gemeten, wordt de fout op $\bar{x} = (E_{\bar{x}}) = E_0 \sqrt{[gxq]}$ XII

Door splitsing van

$$y = [gaq] Q_{21} + [gbq] Q_{22}$$

vindt men op overeenkomstige wijze $y = [g\beta q]$ de middelbare fout op $\bar{y} = (E_{\bar{y}}) = E_0 \sqrt{[g\beta\beta]}$ XIII

Vermenigvuldigt men de beide leden van de vergelijking X met $g_1 x_1$ dan krijgt men $g_1 x_1 a_1 = g_1 x_1 a_1 Q_{11} + g_1 x_1 b_1 Q_{12}$ IV

idem X a met $g_2 x_2$ $g_2 x_2 a_2 = g_2 x_2 a_2 Q_{11} + g_2 x_2 b_2 Q_{12}$ IVa

Door sommeering dezer twee reeksen en de daaropvolgende vindt men $[gxq] = [gxa] Q_{11} + [gxb] Q_{12}$ XV

Per analogie vindt men $[g\beta\beta] = [g\beta a] Q_{21} + [g\beta b] Q_{22}$ XVI

Vermenigvuldigt men X en volgelingen respectievelijk met $g_1 a_1 g_2 a_2$ enz. en sommeert men, dan krijgt men $[gax] = [gaa] Q_{11} + [gab] Q_{12}$ XV

$$[gaa] Q_{11} + [gab] Q_{12}$$

in V aangenomen = 1 dus $[g\alpha x] = 1$ XVIII

Per analogie vindt men voor $[gxb] = 0$ XIX

ergo wordt in XV $[g\alpha x] = 1 Q_{11} + 0 Q_{12} = Q_{11}$ XX

Per analogie vindt men $[g\beta\beta] = Q_{22}$ XXI

Vermenigvuldigt men X en volgelingen met de analoge vergelijkingen $\beta_1 = a_1 Q_{21} + b_1 Q_{22}$ en met g_1 enz. dan krijgt men

$$[g\alpha\beta] = [gaa] Q_{11} Q_{21} + [gab] Q_{12} Q_{21} + [gab] Q_{11} Q_{22} + [gbb] Q_{12} Q_{22}$$

Brengt men nu buiten haakjes Q_{21} en Q_{22} dan heeft men

$$[g\alpha\beta] = \{[gaa] Q_{11} + [gab] Q_{12}\} Q_{21} + \{[gab] Q_{11} + [gbb] Q_{12}\} Q_{22}$$

De vormen binnen accolades zijn volgens V en VI respectievelijk 1 en 0 dus

$$[g\alpha\beta] = Q_{21} \quad \text{XXII}$$

Had men buiten de accolade gebracht Q_{11} en Q_{12} dan zou men gekregen hebben

$$[g\alpha\beta] = ([gaa] Q_{21} + [gab] Q_{22}) Q_{11} + ([gab] Q_{12} + [gbb] Q_{22}) Q_{12}$$

De vormen binnen accoladen zijn respectievelijk = 0 en = 1 dus

$$[g\alpha\beta] = Q_{12} \quad \text{XXIII}$$

Men heeft dus

$$[g\alpha x] = Q_{11}$$

$$[g\beta\beta] = Q_{22}$$

$$[g\alpha\beta] = Q_{12} = Q_{21} \text{ en}$$

$$\overline{E_x} = E_0 \sqrt{Q_{11}}$$

$$\overline{E_y} = E_0 \sqrt{Q_{22}}$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{[g\alpha\alpha]}{\text{aantal overtollige waarnemingen}}} = \text{in casu } \sqrt{\frac{[g\alpha\alpha]}{n-2}}$$

De vraag is nu hoe groot is de m.f. in de verschillende waarnemingsvergelijkingen.

Waren $\bar{x}$ & $\bar{y}$ onderlinge onafhankelijke vergelijkingen dan zou men hebben zoo E_I de m.f. in de 1ste waarnemingsvergelijking voorstelt

$$E_I^2 = a_1 a_1 E_x^2 + b_1 b_1 E_y^2$$

en wanneer men de gewichten in aanmerking neemt

$$g_1 E_I^2 = g_1 a_1 a_1 E_x^2 + g_1 b_1 b_1 E_y^2$$

$\bar{x}$ en $\bar{y}$ zijn echter niet onderling onafhankelijk.

$$\bar{x} = g_1 x_1 q_1 + g_2 x_2 q_2 + g_3 x_3 q_3 + \dots$$

$$\bar{y} = g_1 \beta_1 q_1 + g_2 \beta_2 q_2 + g_3 \beta_3 q_3 + \dots$$

Ergo wordt de 1ste waarnemingsvergelijking

$$\begin{aligned} g_1 x_1 a_1 q_1 + g_1 \beta_1 b_1 q_1 &= (x_1 a_1 + \beta_1 b_1) g_1 q_1 \\ &+ \\ g_2 x_2 a_2 q_2 + g_2 \beta_2 b_2 q_2 &= (x_2 a_2 + \beta_2 b_2) g_2 q_2 \\ &+ \end{aligned}$$

$$\text{Noem nu } (a_1 x_1 + b_1 \beta_1) g_1 = A_1$$

$$(a_2 x_2 + b_2 \beta_2) g_2 = A_2$$

enz.

dan krijgt men $A_1 q_1 + A_2 q_2 + A_3 q_3 + \dots$

XXIV

E_1, E_2, E_3 stellen voor de m. f. der oorspronkelijke niet vereffende waarnemingen q_1, q_2, q_3 enz. Volgens de fout voorplan-tingsperiode is dan het quadraat van de middelbare fout op de eerste vereffende vergelijking $a_1 \bar{x} + b_1 \bar{y} - q_1 - v_1$ voor te stellen door E_I^* =

$$A_1^2 E_1^2 + A_2^2 E_2^2 + [A^2 E^2]$$

$$A_1^2 E_1^2 = (a_1 x_1 + b_1 \beta_1) g_1^2 \times \frac{E_o^2}{g} = (a_1 x_1 + b_1 \beta_1)^2 g E_o^2$$

$$E_I^* = [(a_1 x_1 + b_1 \beta_1) g] E_o^* \quad \text{XXV}$$

Ik kan voor E_I^* ook langs den-volgenden weg een anderen vorm afleiden.

$$\begin{aligned} \text{Splitst XXV in } E_I^* &= (g_1 a_1 a_1 x_1^2 + 2 g_1 a_1 b_1 x_1 \beta_1 + g_1 b_1 b_1 \beta_1^2 \\ &+ \\ g_2 a_2 a_2 x_2^2 + 2 g_2 a_2 b_2 x_2 \beta_2 + g_2 b_2 b_2 \beta_2^2) &E_o^2 \\ &+ \end{aligned}$$

$$E_I^* = ([g x^2] a_1 a_1 + 2 [g x \beta] a_1 b_1 + [g \beta \beta] b_1 b_1) E_o^2$$

Splitst men nu den tweeden factor van de tweede helft van de vergelijking en vervangt men $[x x g]$ door Q_{11} , $[g \beta \beta]$ door Q_{22} en $[g x \beta]$ door Q en Q_{21} dan krijg ik

$$E_I^* = [a_1 a_1 Q_{11} + a_1 b_1 Q_{12} + a_1 b_1 Q_{21} + b_1 b_1 Q_{22}] E_o^2 \quad \text{XXVI}$$

Hiervoor kan men schrijven

$$E_I^* = [a_1 (a_1 Q_{11} + b_1 Q_{12}) + b_1 (a_1 Q_{21} + b_1 Q_{22})] E_o^2 \quad \text{XXVI}$$

$$a_1 Q_{11} + b_1 Q_{12} = x_1 \text{ volgens X en } a_1 Q_{21} + b_1 Q_{22} = \beta_1$$

Substitueert men die waarden in XXVI dan krijgt men

$$E_I^* = (a_1 x_1 + b_1 \beta_1) E_o^* \quad \text{XXVII}$$

Past men nu bovenstaande formules toe op de waarnemingen van Kunze bij den groven den dan vindt men $E_o = 0.06254$

$$Q_{11} = 0.000524; \quad Q_{21} = -0.005785; \quad Q_{22} = 0.0836$$

$$E_{\bar{x}} = 0.01807; \quad E_{\bar{y}} = 0.0014.$$

De berekeningen dezer factoren vindt men hieronder

C GEVONDEN	g	h	$\frac{0.60496}{h} =$	$m + \frac{n}{h} = c$ BEREKEND	v	v ² 0,00	g v v	h ²	$\frac{g}{h}$	$\frac{g}{h^2}$
—0,002	25	3,12	0,19390	0,03229	0,03429	11758041	0,02940	9,73	8,0	2,57
0,072	53	4,16	0,14543	0,08076	0,00876	00767376	0,00407	17,3	12,7	3,06
0,103	137	5,04	0,12003	0,10616	0,00316	00099856	0,00137	25,4	27,2	5,39
0,131	180	5,98	0,10117	0,12502	0,00598	00337604	0,00644	35,8	30,1	5,03
0,153	180	6,97	0,08680	0,13939	0,01361	01852321	0,02871	48,6	22,2	3,19
0,158	161	8,00	0,07562	0,15057	0,00743	00552049	0,00889	64,0	20,1	2,52
0,163	228	9,02	0,06707	0,15912	0,00388	00150544	0,00343	81,4	25,3	2,80
0,167	295	10,00	0,06050	0,16569	0,00131	00017161	0,00051	100	29,5	2,95
0,170	372	11,—	0,05500	0,17119	0,00119	00014161	0,00053	121	33,8	3,07
0,173	405	12,—	0,05041	0,17578	0,00278	00077284	0,00313	144	33,8	2,81
0,180	384	13,—	0,04654	0,17965	0,00035	00001225	0,00005	169	29,5	2,27
0,182	338	14,—	0,04321	0,18298	0,00098	00009604	0,00032	196	24,1	1,72
0,185	292	15,—	0,04033	0,18586	0,00086	00007396	0,00022	225	19,5	1,30
0,187	333	16,—	0,03781	0,18838	0,00138	00019044	0,00063	256	20,8	1,30
0,189	360	17,—	0,03559	0,19060	0,00160	00025600	0,00092	289	21,2	1,25
0,190	438	18,—	0,03361	0,19258	0,00258	00066564	0,00292	324	24,3	1,35
0,195	450	19,—	0,03184	0,19435	0,00065	00042225	0,00019	361	23,7	1,25
0,195	542	20,—	0,03025	0,19594	0,00094	00008836	0,00048	400	27,1	1,36
0,195	505	21,—	0,02881	0,19738	0,00238	00056644	0,00286	441	24,0	1,15
0,197	621	22,—	0,02750	0,19869	0,00169	00023561	0,00177	484	28,2	1,28
0,199	567	22,90	0,02642	0,19977	0,00077	00005929	0,00034	524	24,8	1,08
0,201	455	23,90	0,02531	0,20088	0,00012	00000144	0,00001	571	19,0	0,80
0,204	373	24,90	0,02430	0,20189	0,00021	00044521	0,00166	620	15,0	0,60
0,206	222	26,00	0,02327	0,20292	0,00308	00094864	0,00211	676	8,5	0,33
0,211	112	26,90	0,02249	0,20370	0,00730	00532900	0,00597	724	4,2	0,15
0,210	42	27,90	0,02168	0,20451	0,00549	00301401	0,00127	778	1,5	0,05
0,208	18	28,90	0,02093	0,20526	0,00274	00075076	0,00014	835	0,6	0,02
0,207	12	29,90	0,02023	0,20596	0,00104	00010816	0,00001	894	0,4	0,01
0,223	4	30,80	0,01964	0,20655	0,01645	02706025	0,00108	949	0,1	0
0,217	1	33,80	0,01790	0,20829	0,00871	00758641	0,00008	1142	0	0
	8080						0,10951		559,2	50,66

$$Q_{11} = \frac{\left[\frac{g}{h^2} \right]}{\left[\frac{g}{h^2} \right] - \left[\frac{g}{h} \right]} = \frac{50,66}{96628,2} = 0,000524$$

$$Q_{22} = \frac{\left[\frac{g}{h^2} \right]}{\left[\frac{g}{h^2} \right] - \left[\frac{g}{h} \right]} = \frac{8080}{8080 \times 50,66 - 559,2^2} = 0,0836$$

$$Q_{11} = -\frac{559,2}{8080} \times 0,0836 = -0,005785$$

$$E_n = E_0 \sqrt{Q_{11}} = 0,06254 \times \sqrt{0,0836} = 0,01807$$

$$E_m = E_0 \sqrt{Q_{11}} = 0,06254 \times \sqrt{0,000524} = 0,0014$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{[g_{rev}]}{n-2}} = \sqrt{\frac{0,10951}{28}} = 0,06254$$

De fout op een vijftal groepen is hieronder berekend volgens XXVI en tevens de fout per stam.

$$H = 5 \text{ M. } E'_{\text{groep}} = 0.003911 (0.000524 - 2 \times \frac{0.005785}{5} + \frac{0.0836}{25}) = 0.00000608$$

$$H = 10 \text{ M. } E'_{\text{groep}} = 0.003911 \times 0.000203 = 0.00000080.$$

$$H = 15 \text{ M. } E'_{\text{groep}} = 0.003911 \times 0.000125 = 0.00000049.$$

$$H = 20 \text{ M. } E'_{\text{groep}} = 0.003911 \times 0.000154 = 0.00000060.$$

$$H = 25 \text{ M. } E'_{\text{groep}} = 0.003911 \times 0.000195 = 0.00000076.$$

N = AANTAL	H	EGROEP	c	E _o PER STAM IN DE GROEP	
137	5	0.00247	0.105	0.029	$E_o = E_{gr} \cdot \sqrt{n}$ $c = m + \frac{n}{h} = 0.22619 -$ $\frac{0.60497}{h}$ 0.60497: 5 = 0.120994 : 10 = 0.060497 : 15 = 0.0403313 : 20 = 0.0302485 : 25 = 0.0241988
295	10	0.00089	0.166	0.015	
292	15	0.00070	0.086	0.012	
542	20	0.00077	0.196	0.018	
373	25	0.00087	0.202	0.017	
c. 5 M.		c. 10 M.	c. 15 M.	c. 20 M.	c. 25 M.
0.22619		0.22619	0.22619	0.22619	0.22619
0.12099		0.06050	0.04033	0.03025	0.02420
0.1052		0.16569	0.18586	0.19594	0.20199

Prof. Kunze geeft op pag. 14 van zijne brochure op hoe groot de verschillen zijn van de gemeten en de berekende c.

Die verschillen komen vrij goed overeen met de volgens de formule gevondene.

Het ware evenwel gewenscht geweest de bijzondere aandacht erop te vestigen, dat de verschillen betrekking hebben op het gemiddelde der groepen en niet op de enkele stammen.

Wij berekenden die daarom en voegden ze aan het lijstje toe.

G	V	VV	GVV	
25	— 0.027	0.000729	0.018225	$E_0 = \sqrt{\frac{0.091489}{30}} = \sqrt{0.0030496}$ $= 0.055$
53	— 0.003	9	477	
137	— 0.002	4	548	
180	+ 0.006	36	6480	
155	+ 0.013	169	26195	
161	+ 0.007	49	7889	
228	+ 0.004	16	3648	
295	+ 0.001	1	295	
372	— 0.001	1	372	
405	— 0.003	9	3645	
384	0.000	—	—	
338	— 0.001	1	338	
292	— 0.001	1	292	
333	— 0.001	1	333	
360	— 0.002	4	1440	
438	— 0.003	9	3942	
450	+ 0.001	1	450	
542	— 0.001	1	542	
505	— 0.002	4	2020	
621	— 0.002	4	2484	
567	— 0.001	1	567	
455	0.000	—	—	
373	+ 0.002	4	1492	
222	+ 0.003	9	1998	
112	+ 0.007	49	5488	
42	+ 0.005	25	1050	
18	+ 0.003	9	162	
12	+ 0.001	1	12	
4	+ 0.016	256	1024	
1	+ 0.009	81	81	
8080			0.091489	

Aantal waarn. vergel. is 30.

Kubeert men een boom met de tafel van Kunze uit de groep van 20 Meter dan blijkt, dat men een m.f. maakt van 0.018. Bij een vormgetal van 0.54 is $0.018 = 3\frac{1}{3}\%$

Bij hermeting zou men dus eveneens een fout kunnen maken van $3\frac{1}{3}\%$. De m.f. op het verschil wordt daardoor $\sqrt{3\frac{1}{3}\% + 3\frac{1}{3}\%} = 4,7\%$

Die fout is te groot om wanneer men prijs stelt op nauwkeurige uitkomsten de methode Kunze in plaats te stellen voor de sectie methode. Waar een minder groote graad van nauwkeurigheid wordt verlangd is zij echter zeer goed bruikbaar.

Prof. Kunze ging na hoe groot de verschillen waren tusschen de werkelijke inhouden en de met de formule gevondene.

Uit die verschillen is hieronder de m.f. per gewichtseenheid berekend en werd daarvoor gevonden 0.055. Dit cijfer komt vrij goed overeen met het door ons gevonden 0.063.

Niet van belang ontbloot is het na te gaan hoe in een speciaal geval in Nederland de methode Kunze betrouwbare uitkomsten geeft.

Voor dit doel moge de volgende tafel dienen.

„HOEVEN” VORMGETALLEN A LA KUNZE VERGELEKEN
MET DE IN WERKELIJKHEID GEVONDENE.

VORMGET.		v +	v —	v — v = w	w ¹	VORMGET.		v +	v —	v — v = w	w ¹
Kunze	verkel.					Kunze	verkel.				
						Transport		328	134		8162
436	436	0		8	64	496	496	0		8	64
450	431	19		11	121	453	474		21	29	841
461	460	1		7	49	477	436	41		33	1089
472	468	4		4	16	470	477		7	15	225
478	447	31		23	529	450	425	25		17	289
472	458	14		6	36	478	436	42		34	1156
436	430	6		2	4	432	474		42	50	2500
466	475		9	17	289	418	371	47		39	1521
454	494		40	48	2304	464	453	11		3	9
461	464		3	11	121	449	462		13	21	441
503	500	3		5	25	430	435		5	13	169
502	492	10		2	4	488	500		12	20	400
440	456		16	24	576	399	390	9		1	1
453	454		1	9	81	402	427		25	33	1089
407	419		12	20	400	441	434	7		1	1
430	414	16		8	64	484	475	9		1	1
443	440	3		5	25	450	418	32		24	576
462	450	12		4	16	503	499	4		4	16
438	432	6		2	4	441	437	4		4	16
392	400		8	16	256	448	444	4		4	16
466	479		13	21	441	422	424		2	10	100
466	441	25		17	289	443	428	15		7	49
433	410	23		15	225	467	430	37		29	841
355	348	7		1	1	485	485	0		8	64
423	401	22		14	196	439	412	27		19	361
399	395	4		4	16	404	401	3		5	25
470	456	14		6	36	414	403	11		3	9
487	496		9	17	289	409	414		5	13	169
452	432	20		12	144	405	374	31		23	529
473	465	8		0	0	495	488	7		1	1
471	467	4		4	16	460	467		7	15	225
469	467	2		6	36	452	427	25		17	289
428	431		3	11	121	461	478		17	25	625
466	450	16		8	64	464	488		24	32	1024
452	436	16		8	64	439	472		33	41	1681
444	447		3	11	121	486	481	5		3	9
408	378	30		22	484	423	422	1		7	49
490	507		17	25	625	492	491	1		7	49
402	397	5		3	9	451	433	18		10	100
487	480	7		1	1	430	422	8		0	0
		328	134		8162			752	347		34233

VORMGET.		v +	v -	v - v = w	w ²	VORMGET.		v +	v -	v - v = w	w ²
Kunze	werkel.					Kunze	werkel.				
Transport		752	347		34233	Transport		1504	620		62146
501	493	8		0	0	457	468		11	19	361
439	462		2,3	31	961	479	479	0		8	64
426	402	24		16	256	436	454		18	26	676
465	436	29		21	441	440	451		11	19	361
450	408	42		34	1156	402	388	14		6	36
489	468	21		13	169	442	448		6	14	196
439	409	30		22	484	428	369	59		51	2601
442	424	18		10	100	473	451	22		14	196
444	422	22		14	196	450	433	17		9	81
445	421	24		16	256	424	398	26		18	324
413	397	16		8	64	501	511		10	18	324
464	499		35	43	1849	451	444	7		1	1
415	439		24	32	1024	436	405	31		23	529
463	437	26		18	324	470	454	16		8	64
471	459	12		4	16	463	424	39		31	961
450	453		3	11	121	454	448	6		2	4
547	495	52		44	1936	425	412	13		5	25
448	431	17		9	81	414	406	8		0	0
373	382		9	17	289	476	513		37	45	2025
452	455		3	11	121	458	430	28		20	400
486	477	9		1	1	399	408		9	17	289
437	458		21	29	841	437	414	23		15	225
418	407	11		3	9	387	376	11		3	9
496	520		24	32	1024	415	396	19		11	121
502	484	18		10	100	369	413		44	52	2704
477	500		23	31	961	432	395	37		29	841
472	460	12		4	16	428	405	23		15	225
377	434		57	65	4225	441	414	27		19	361
483	450	33		25	625	515	486	29		21	441
463	415	48		40	1600	444	443	1		7	49
449	427	22		14	196	435	416	0.019		0.011	121
439	440		1	9	81	486	464	22		14	196
438	451		13	21	441	452	432	20		12	144
470	471		1	9	81	472	432	40		32	1024
477	424	53		45	2025	417	380	37		29	841
505	463	42		34	1156	483	485		2	10	100
425	409	16		8	64	443	460		17	25	625
485	482	3		5	25	375	376		1	9	81
463	471		8	16	256	467	426	41		33	1089
490	432	58		50	2500	421	378	43		35	1225
491	493		2	10	100						
461	468		7	15	225	408	398	10		2	
428	440		12	20	400			2192	786		0.072628
438	418	20		12	141						
465	466		1	9	89						
462	467		5	13	169						
426	401	25		17	289						
483	458	25		17	284						
488	472	16		8	064						
420	421		1	9	81						
Transport.		1504	620		62146						

$$\text{Gem. verschil} = \frac{1,406}{171} = \pm 0.008$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{0.072628}{170}} = 0.02067$$

$$E_x = \frac{0.02067}{\sqrt{171}} = 0.001584 = 0.0016$$

Het blijkt dus, dat *gemiddeld* de vormgetallen in 't Edesche bosch (Hoeven) 0.008 kleiner zijn dan de met de methode Kunze gevondene; maar per enkele stam is dit 0.008 ± 0.0207 en voor den gemiddelden stam 0.008 ± 0.0016 .

Verlangt men nauwkeurig den inhoud van één proefboom te kennen dan is de methode voor het Edesche bosch niet bruikbaar en is de sectiemethode te prefereren. ¹⁾

Prof. Kunze geeft nog een tweede formule op, luidende:

$$c = m + \frac{n}{h} + pq_2$$

Ook deze formule werd aan een nader onderzoek onderworpen. Op kleine afrondingsfouten na werden hier nagenoeg dezelfde coëfficiënten gevonden:

$$8080 m + 559.65294 n + 5505.280 p = 1489.072$$

$$559.65294 m + 50.75134 n + 392.64825 p = 95.43181$$

$$5505.280 m + 392.64825 n + 3774.686192 p = 1009.831715$$

$$m = 0.10812 \quad n = -0.82819 \quad p = 0.19599$$

$$\left. \begin{aligned} [g] m + \left[\frac{g}{h}\right] n + [gq] p &= [gc] \\ \left[\frac{g}{h}\right] m + \left[\frac{g}{h^2}\right] n + \left[\frac{gq}{h}\right] p &= \left[g\frac{c}{h}\right] \\ [gq] m + \left[\frac{gq}{h}\right] n + [gq^2] p &= [gcq] \end{aligned} \right\} \text{Normaalvergelijkingen}$$

$$8080 Q_{11} + 559.653 Q_{12} + 5505.28 Q_{13} = 1 \quad \text{I}$$

$$559.653 Q_{11} + 50.7513 Q_{12} + 392.648 Q_{13} = 0 \quad \text{II}$$

$$5505.28 Q_{11} + 392.648 Q_{22} + 3774.69 Q_{13} = 0 \quad \text{III}$$

$$8080 Q_{21} + 559.653 Q_{22} + 5505.28 Q_{23} = 0 \quad \text{IV}$$

$$5505.28 Q_{21} + 392.648 Q_{22} + 3774.69 Q_{23} = 0 \quad \text{VI}$$

$$559.653 Q_{31} + 50.7513 Q_{32} + 392.648 Q_{33} = 0 \quad \text{VIII}$$

$$A Q_{11} + 410070.504 Q_{12} + 3172595.84 Q_{13} = 0 \quad \text{II}$$

$$A Q_{11} + 313211.480 Q_{12} + 3081046.47 Q_{13} = 559.653 \quad \text{I}$$

$$96859.024 Q_{12} + 91549.37 Q_{13} = -559.653$$

$$B Q_{11} + 3172595.84 Q_{12} + 30499495.2 Q_{13} = 0 \quad \text{III}$$

$$B Q_{11} + 3081046.47 Q_{12} + 30308107.9 Q_{13} = 5505.28 \quad \text{I}$$

$$91549.37 Q_{12} + 191387.3 Q_{13} = -5505.28$$

1) Voor het Edesche bosch werd hier door de studenten Stoutjesdijk en Van Doorn berekend de deviatie der spilhout vormgetallen en gevonden 0,03. Met de methode Kunze is de deviatie dus 33 % gereduceerd.

$$C Q_{12} + 18537553433 Q_{13} = -533235916$$

$$C Q_{12} + 8381292640 Q_{13} = -51235896$$

$$10156260793 Q_{13} = -482000020 \quad Q_{13} = -0.04746 = Q_{31}$$

$$D Q_{13} + 8381292640 Q_{13} = -5040050.81$$

$$D Q_{13} + 18537553433 Q_{13} = -1071103.09$$

$$-101562607.93 Q_{13} = +3968947.72 \quad Q_{13} = -0.03908 = Q_{21}$$

$$559.653 Q_{23} + 5505.28 Q_{23} = -315.766 \quad \text{IV}$$

$$392.648 Q_{22} + 3774.69 Q_{23} = -215.146 \quad \text{VI}$$

$$50.7513 Q_{32} + 392.648 Q_{33} = 26.5611 \quad \text{VIII}$$

$$P Q_{22} + 2112517 Q_{23} = -120407.104$$

$$P Q_{22} + 2161637 Q_{23} = -123984.888$$

$$49120 Q_{23} = -3577.784 \quad Q_{23} = Q_{32} = -0.07284$$

$$E Q_{12} - 11416808711 Q_{11} = -225171583$$

$$E Q_{21} - 4496936000 Q_{11} = -19286870$$

$$-69199 \quad Q_{11} = -2058.84713 \quad Q_{11} = 0.0298$$

$$392.648 Q_{33} = 26.5611 + 3.6967 = 30.2578 \quad \text{(VIII)}$$

$$Q_{33} = 0.0771$$

$$315.7664 + 559.653 Q_{22} - 401.0046 = 0 \quad Q_{22} = 0.152$$

$$Q_{11} = 0.0298 \quad Q_{12} = -0.03908 = Q_{21} \quad Q_{13} = -0.04746 = Q_{31}$$

$$Q_{22} = 0.152 \quad Q_{23} = -0.07284 = Q_{32}$$

$$Q_{33} = 0.0771$$

$$Q_{11} = 0.0298 \quad 2Q_{23} = -0.0949 \quad 2Q_{33} = -0.146. \\ 2Q_{12} = -0.0782 \quad Q_{11} = 0.152 \quad Q_{33} = 0.0771.$$

$\frac{Q_{11}}{2Q_{12}} \frac{q}{h}$	+	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000
$2Q_{12} \frac{q}{h}$	+	0.0251022	0.0187680	0.0154836	0.0130594	0.0111826	0.0097750	0.0086802	0.0078200	0.0068602	0.0058200
$Q_{22} \frac{q}{h^2}$	-	0.0854100	0.0788619	0.0758251	0.0741169	0.0724087	0.0701311	0.0689974	0.0673790	0.0658974	0.0643790
$2Q_{23} \frac{q}{h}$	+	0.0156560	0.0087856	0.0059888	0.0042560	0.0031312	0.0023712	0.0018696	0.0015200	0.0012696	0.0010200
$Q_{33} \frac{q}{h^2}$	-	0.0421940	0.0290540	0.0230680	0.0189800	0.0159140	0.0134904	0.0117676	0.0103660	0.0091360	0.0080660
$Q_{33} q^2$	+	0.0624510	0.0532761	0.0491898	0.0470310	0.0458722	0.0442966	0.0430317	0.0418660	0.0407012	0.0395364
$\Sigma =$		0.1330092	0.1106297	0.1004622	0.0941464	0.0889860	0.0840428	0.0809815	0.0779984	0.0750153	0.0720322
	-	0.1276040	0.1079159	0.0988931	0.0930969	0.0883227	0.0836215	0.0800650	0.0774450	0.0748250	0.0722050
	+	0.0054052	0.0027138	0.0015691	0.0010495	0.0006633	0.0004213	0.0003165	0.0002534	0.0001903	0.0001272
$\frac{Q_{11}}{2Q_{12}} \frac{q}{h}$	+	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000
$2Q_{12} \frac{q}{h}$	+	0.0070927	0.0065375	0.0060136	0.0055835	0.0052238	0.0048953	0.0045982	0.0043401	0.0040930	0.0038459
$Q_{22} \frac{q}{h^2}$	-	0.0666198	0.0658606	0.0651963	0.0645422	0.0641524	0.0638779	0.0636332	0.0634083	0.0631933	0.0629883
$2Q_{23} \frac{q}{h}$	+	0.0012525	0.0010625	0.0008998	0.0007752	0.0006779	0.0005958	0.0005259	0.0004682	0.0004105	0.0003528
$Q_{33} \frac{q}{h^2}$	-	0.0093002	0.0084680	0.0077088	0.0070664	0.0065992	0.0061320	0.0057378	0.0054020	0.0050778	0.0047538
$Q_{33} q^2$	+	0.0380103	0.0371622	0.0363912	0.0356660	0.0352347	0.0348950	0.0345866	0.0343095	0.0340428	0.0337861
$\Sigma =$		0.0761555	0.0745622	0.0731046	0.0716247	0.0709364	0.0699861	0.0693107	0.0689178	0.0685249	0.0681320
	-	0.0759200	0.0743286	0.0729051	0.0714086	0.0707516	0.0698099	0.0691310	0.0687003	0.0682796	0.0678589
		0.0002355	0.0002336	0.0001995	0.0002161	0.0001848	0.0001762	0.0001797	0.0001775	0.0001753	0.0001731

$\frac{Q_{11}}{2}$	+	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000
$\frac{Q_{12}}{h}$	+	0.0041133	0.0039178	0.0037301	0.0035581	0.0034095	0.0032688	0.0031436	0.0030107
$2 Q_{13} q$	-	0.0632034	0.0626340	0.0629187	0.0624442	0.0626340	0.0623493	0.0619697	0.0621595
$\frac{Q_{22}}{h^2}$	+	0.0004210	0.0003815	0.0003450	0.0003146	0.0002888	0.0002660	0.0002447	0.0002250
$2 Q_{21} \frac{q}{h}$	-	0.0051100	0.0048326	0.0046136	0.0043654	0.0042048	0.0040150	0.0038398	0.0036792
$Q_{33} q^2$	+	0.0342324	0.0336156	0.0339240	0.0333843	0.0336156	0.0333072	0.0328446	0.0330759
		0.0685667	0.0677149	0.0677991	0.0670570	0.0671139	0.0666420	0.0660329	0.0661116
	-	0.0683134	0.0674666	0.0675323	0.0668096	0.0668388	0.0663643	0.0658095	0.0658387
		0.0002533	0.0002483	0.0002668	0.0002474	0.0002751	0.0002777	0.0002234	0.0002729
$\frac{Q_{11}}{2}$	+	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000	0.0298000
$\frac{Q_{12}}{h}$	+	0.0029090	0.0028074	0.0027057	0.0026119	0.0025337	0.0023147	0.0023147	0.0023147
$2 Q_{13} q$	-	0.0621595	0.0627289	0.0628238	0.0619697	0.0628238	0.0652912	0.0652912	0.0652912
$\frac{Q_{22}}{h^2}$	+	0.0002098	0.0001961	0.0001824	0.0001702	0.0001596	0.0001332	0.0001332	0.0001332
$2 Q_{21} \frac{q}{h}$	-	0.0035624	0.0034602	0.0033434	0.0031828	0.0031244	0.0029784	0.0029784	0.0029784
$Q_{33} q^2$	+	0.0330759	0.0336927	0.0337698	0.0328446	0.0337698	0.0364683	0.0364683	0.0364683
		0.0659947	0.0664962	0.0664579	0.0654267	0.0662631	0.0687162	0.0687162	0.0687162
	-	0.0657219	0.0661891	0.0661672	0.0651525	0.0659482	0.0682696	0.0682696	0.0682696
$\Sigma =$		0.0002728	0.0003071	0.0002907	0.0002742	0.0003149	0.0004466	0.0004466	0.0004466

BEREKENING VAN C VOOR DE 30 GROEPEN

$$C = m + \frac{n}{h} + pq = 0.10812 - \frac{0.82819}{h} + 0.19599 q$$

$p \times q =$ 0.196 q	0.1969 q + 0.10812	$\frac{n}{h} =$ $-\frac{0.82819}{h}$	C BEREKEND	C VOLGENS KUNZE	v	g	gvv
0.176391	0.284511	-0.265446	+ 0.019	-0.002	21	25	11025
0.162876	0.270996	-0.199084	0.072	+0.072	0	53	0
0.156604	0.264724	-0.164323	0.100	0.103	3	137	1233
0.153076	0.261196	-0.138217	0.123	0.131	8	180	11520
0.149548	0.257668	-0.118822	0.139	0.153	14	155	30380
0.144844	0.252964	-0.103524	0.149	0.158	9	161	13041
0.142296	0.250416	-0.091817	0.158	0.163	4	228	3648
0.139160	0.247280	-0.082819	0.164	0.167	3	295	2655
0.137592	0.245712	-0.075153	0.171	0.170	1	372	372
0.136024	0.244144	-0.069097	0.175	0.173	2	405	1620
0.134652	0.242772	-0.063707	0.179	0.180	1	384	384
0.132888	0.241008	-0.059156	0.182	0.182	0	338	0
0.132496	0.240616	-0.055333	0.185	0.185	0	292	0
0.131616	0.239636	-0.051856	0.188	0.187	1	333	333
0.130928	0.239048	-0.048717	0.190	0.189	1	360	360
0.130732	0.238852	-0.046000	0.193	0.190	3	438	3942
0.130536	0.238656	-0.043589	0.195	0.195	0	450	0
0.129360	0.237480	-0.041409	0.196	0.195	1	542	542
0.129948	0.238068	-0.039448	0.199	0.195	4	505	8080
0.128968	0.237088	-0.037680	0.199	0.197	2	621	2484
0.129360	0.237480	-0.036114	0.201	0.199	2	567	2268
0.128772	0.236892	-0.034610	0.202	0.201	1	455	455
0.127988	0.236108	-0.033261	0.203	0.204	1	373	373
0.128380	0.236500	-0.031900	0.205	0.206	1	222	222
0.128380	0.236500	-0.030800	0.206	0.211	5	112	2800
0.129556	0.237676	-0.029727	0.208	0.210	2	42	168
0.129752	0.237872	-0.028657	0.209	0.208	1	18	18
0.127988	0.236108	-0.027700	0.208	0.207	1	12	12
0.129752	0.237870	-0.026900	0.211	0.223	12	4	576
0.134848	0.242968	-0.024500	0.218	0.217	1	1	1
30 vergelijkingen	(groepen)			[gvv]	=	0,098512	

$$E_o = \sqrt{\frac{0.098512}{30-3}} = \sqrt{0.00364852} = 0.0604.$$

BEREKENING DER FOUTEN VAN DE VERGELIJKINGEN

Σ	$\sqrt{\Sigma}$	$\frac{E_K}{E_0 \sqrt{\Sigma}}$	$E_0 = 0.0604$
0.0054052	0.0735	0.00444	$Q_{11} = 0.0298 \quad \sqrt{Q_{11}} = 0.173$
0.0027138	0.0521	0.00315	
0.0015691	0.0396	0.00239	$Q_{22} = 0.1520 \quad \sqrt{Q_{22}} = 0.390$
0.0010495	0.0324	0.00196	
0.0006633	0.0258	0.00156	$Q_{33} = 0.0771 \quad \sqrt{Q_{33}} = 0.278$
0.0004213	0.0205	0.00124	
0.0003165	0.0178	0.00108	$E_{\bar{m}} = E_0 \quad \sqrt{Q_{11}} = 0.0104 \quad (m = 0.10812)$
0.0002534	0.0159	0.00096	
0.0002355	0.0153	0.00092	$E_{\bar{n}} = E_0 \quad \sqrt{Q_{22}} = 0.0236 \quad (n = -0.82819)$
0.0002336	0.0153	0.00092	
0.0001995	0.0141	0.00085	$E_{\bar{p}} = E_0 \quad \sqrt{Q_{33}} = 0.0168 \quad (p = 0.19599)$
0.0002161	0.0147	0.00089	
0.0001848	0.0136	0.00082	$\left. \begin{array}{l} m = 0.1081 \pm 0.0104 \\ n = -0.8282 \pm 0.0236 \\ p = 0.1960 \pm 0.0188 \end{array} \right\}$
0.0001762	0.0133	0.00080	
0.0001797	0.0134	0.00081	
0.0002175	0.0147	0.00089	
0.0002533	0.0159	0.00096	
0.0002483	0.0158	0.00095	
0.0002668	0.0163	0.00098	
0.0002474	0.0157	0.00095	
0.0002751	0.0168	0.00100	
0.0002777	0.0167	0.00101	
0.0002235	0.0149	0.00090	
0.0002729	0.0165	0.00100	
0.0002728	0.0165	0.00100	
0.0003071	0.0175	0.00106	
0.0002907	0.0170	0.00103	
0.0002742	0.0166	0.00100	
0.0003149	0.0177	0.00107	
0.0004466	0.0211	0.00127	

De E_0 verschilt weinig van die, wanneer men met 2 onbekenden werkt. Met 3 onbekenden is $E_0 = 0.0604$, met twee onbekenden 0.0625. Het vele cijferwerk is dus feitelijk niet beloond geworden door een veel grooteren graad van nauwkeurigheid.

Prof. Metzger uit Münden publiceerde eenige jaren geleden de resultaten van zijne onderzoekingen over den vorm der boomen ¹⁾.

Het heeft hem niet aan belangstelling voor zijn werk ontbroken. In de wereld der houtvesters hebben zijne theorieën talrijke aanhangers gevonden. Prof. Jonson bouwde er uit op een methode

¹⁾ Mündener forstliche Hefte. 1893. Heft 3. Der Wind als massgebender Faktor für das Wachsthum der Bäume. Allg. F. en J. Zeitung 1896 blz. 224 Form und Wachstum der Waldbäume im Lichte der Darwinschen Lehre.

Natürw. Zeitschr. für Forst und Landwirtschaft Heft 5 Jahrgang 1908 Ueber das Konstruktionsprinzip der secundären Holzkörpers.

voor het cubeeren van boomen, die thans algemeen in Zweden in zwang is.

De grondgedachte, die prof. Metzger uitwerkt, vindt men terug in de in der tijd epoquemakende publicatie van prof. Dr. S. Schwendener: Das mechanische Princip im anatomischen Bau der Monocotylen mit vergleichenden Ausblicken auf die übrigen Pflanzenklassen. Leipzig 1874. Het heet in dat werk op bladzijde 160:

„Die Wachsthumverhältnisse der Nadelhölzer gehören bekanntlich zu den regelmässigsten, die man kennt. Grosse, schön gewachsene Fichtenstämme sind denn auch annähernd Träger von gleichem Widerstande. Sie verhalten sich im Grossen, wie beispielsweise die Gras- und Binsenhalme im Kleinen. Nur ist es eine nothwendige Folge des Dickenwachsthums, dass diese Stämme nicht hohl, sondern von unten bis oben voll construiert sind. Die Gleichungen, welche früher für beliebige Träger mit kreisförmigem Querschnitt aufgestellt, und die Zahlenreihen, die daraus abgeleitet wurden (pag. 96), beherrschen hier nicht bloss die äussere Form, sondern auch die jährliche Dickenzunahme. Lassen wir in Fig. 11 (p. 97) die Scheitelregion als der Wirklichkeit weniger entsprechend ganz bei Seite, so erhalten wir für die nachbezeichneten Abstände X die beigesetzten Zuwachsgrössen für q .

ABSTÄNDE	ZUWACHS VON q
von $X = 40$ bis $X = 60$	0.9
„ $X = 60$ „ $X = 80$	0.74
„ $X = 80$ „ $X = 100$	0.61
„ $X = 100$ „ $X = 120$	0.53
„ $X = 120$ „ $X = 140$	0.48
„ $X = 140$ „ $X = 160$	0.44

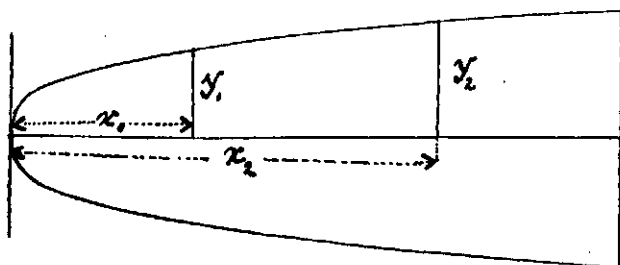
„Um diese Werthe den wirklichen Grössenverhältnissen einer ausgewachsenen Fichte ungefähr anzupassen, setzen wir die Längeneinheit für $q = 30$ Mill. und die Längeneinheit für $X = 300$ Mill. Die halbe Dicke des Stammes für die Abscisse $X = 160$ beträgt alsdann $q = 10.30 = 300$ Mill. Ebenso erhält man für die Gesamtlänge voor $X = 40$ bis $X = 160$ die Ziffer $120.330 = 36000$ Mill. = 36 Meter. Nehmen wir jetzt ferner an, die Längenzunahme per Jahr betrage im Mittel anderthalb Einheiten = 450 Mill. so kommen auf einen Zuwachs von 20 Einheiten 13.3 Jahre während welcher Zeit der Radius des Stammes sich um die obenbezeichneten Grössen verlängert. Unsere Tabelle kann dem entsprechend auch folgendermassen geschrieben werden.

ABSTAND VON DER BASIS	ABNAHME DES RADIUS	DICKE DER JAHRESSCHICHTEN
Von 0 bis 6 Meter	13.2 Mill	1.0 Mill
" 6 " 12 "	14.4 "	1.08 "
" 12 " 18 "	15.9 "	1.2 "
" 18 " 24 "	18.3 "	1.45 "
" 24 " 30 "	22.2 "	1.67 "
" 30 " 36 "	27.0 "	2.0 "

Der Stamm bleibt hiernach in Bezug auf biegefestigkeit ein Träger von gleichem Widerstande, wenn die Dicke der Jahresschichten in der angegebenen Weise von unten nach oben zunimmt. Das ist nun aber thatsächlich nicht der Fall, sondern die Jahresschichten haben nach Sanio,¹⁾ oben wie unten ungefähr dieselbe Mächtigkeit und sind sogar im untern Teil des Stammes durchgehends fester als im obern. Daraus folgt aber, dass die Festigkeitsabnahme in acropetaler Richtung hier merklich rascher erfolgt, als in einem Träger von gleichem Widerstande.²⁾

Het komt dus daarop neer, dat volgens Prof. Schwendener een spar *ongeveer* den vorm heeft van een semicub. paraboloid d.w.z. van een zuil, die een maximum weerstand biedt tegen buiging.

Van een dergelijke zuil zijn de derde machten der diameters evenredig met de afstanden tot aan den top.



$$\text{Dus } y_1^3 : y_2^3 = x_2 : x_1 \text{ of } y^3 = px$$

$$\text{dus } y^3 = p'x_1$$

De in de houtmeetkunde gebruikelijke vergelijkingen voor den cylinder, apollonische paraboloiden, kegel en Neilloid zijn respectievelijk $y^2 = px^0$, $y^2 = px$, $y^3 = px^2$ en $y^2 = px^3$.

De semicub. paraboloid ligt dus tusschen de cylinder en de ap. paraboloiden in. Zijn inhoud is volgens de algemeene formule $I = \frac{1}{m+1} G.H. = \frac{1}{\frac{2}{3}+1} G.H. = \frac{3}{5} G.H.$

¹⁾ Vgl. die Tabelle zur oben erwähnten Abhandlung in Pringsheim's Jahrb. VIII.

²⁾ Selbstverständlich kann diese Betrachtungsweise auch auf andere Pflanzen mit Dickenwachstum übertragen werden.

d.w.z. $\frac{3}{6}$ van het product van grondvlak en hoogte. Het absoluut vormgetal is dus 0.6.

Een absoluut vormgetal van 0.6 kan zeker niet als een gemiddeld vormgetal van de midden Europeesche boomen gelden. Prof. Metzger wees er terecht op, dat het niet noodig is, dat de boomen over hun volle lengte den vorm bezitten van een semicubische paraboloid, want de wind grijpt niet aan, aan den top, maar in de kroon. Bezit deze zuiver den vorm van een kegel dan zal een verticale doorsnede den vorm bezitten van een driehoek.

Denkt men nu de wind te drukken tegen deze driehoek, dan zal de resultante aangrijpen in de spil van den boom en wel op $\frac{2}{3}$ afstand van de kroonlengte. Wil men nu onderzoeken, of een gegeven boom, wat zijn onderstuk aangaat, een semicub. paraboloid is, dan is het noodig te weten, waar het aangrijpingspunt der resultante (door Jonson drukpunt genoemd) gelegen is.

Prof Metzger trachtte de oplossing van die vraag te vermijden door uit te gaan van de volgende vergelijkingen.

$$d_1^3 : d_2^3 = x : (x-1)$$

$$d_2^3 : d_3^3 = (x-1) : (x-2)$$

Hieruit volgt:

$$(d_1^3 - d_2^3) : 1 = d_2^3 : (x-1)$$

$$(d_2^3 - d_3^3) : 1 = d_3^3 : (x-1)$$

$$\text{dus } d_1^3 - d_2^3 = d_2^3 - d_3^3.$$

Klemt men ergo een boom 1, 2, 3 Meter enz. boven den grond en is de boom een semicub. paraboloid dan zullen de verschillen tusschen de derde machten van twee opvolgende diktematen gelijk zijn.

In het ondervolgende lijstje voorkomende op blz. 46 van de hier te voren geciteerde Münd. forstl. Hefte vindt men een merkwaardige overeenstemming.

MESSHÖHE M	GEMESSENER DURCHMESSER M	DRITTE POTENZ AUF 5 STELLEN ABGERUNDET	DIFFERENZEN VON M ZU M
3	0.1600	0.00410	
4	0.1562	0.00381	0.00029
5	0.1520	0.00352	0.00029
6	0.1478	0.00323	0.00029
7	0.1435	0.00295	0.00028
8	0.1386	0.00266	0.00029
9	0.1344	0.00238	0.00028
10	0.1280	0.00209	0.00029

De verschillen zijn inderdaad alle nagenoeg even groot. Wij lieten hier vele boomen onderzoeken, maar kregen nooit

afdoende overeenstemming. Zou men voor de spar van Metzger staan en het onderzoek nog eens herhalen, dan zou men evenmin overeenstemming krijgen.

De dikten zijn gemeten in $\frac{1}{10}$ mM. Bedriegen we ons niet dan geschiedde zulks met de schaarklem van Lütken, die voorzien is van een nonius welke $\frac{1}{10}$ mM. aangeeft.

Die nonius is echter als een vlag op een modderschuit aan te zien, want door een lichten druk op de klemarmen bij het klemmen krijgt men meer dan $\frac{1}{4}$ cM. d.i. $\frac{26}{10}$ mM. verschil.

De typische boom van Prof. Metzger kan men met een kleine wijziging der maten gebruiken om te bewijzen, dat het onderste gedeelte van den stam een apollonische paraboloïde is, dus dat de verschillen van de tweede machten der opvolgende diameters gelijk zijn.

HOOGTE M.	DIAMETER M.	2DE MACHTEN DER DIAMETERS OP 5 CIJFERS AFGEROND	VAN M. TOT M. VERSCHILLEN
3	0.1800	0.02560	
4	0.1562	0.02440	0.00120
5	0.1523	0.02320	0.00120
6	0.1483	0.02199	0.00121
7	0.1442	0.02079	0.00120
8	0.1400	0.01960	0.00119
9	0.1356	0.01839	0.00121
10	0.1311	0.01719	0.00120

De verschillen hier gevonden zijn nog overtuigender, dan die van Prof. Metzger, want hier is het grootste verschil 2 op de 119 bij Prof. M. 1 op de 28.

Plaatst men nu de diameters afgerond in mM. naast elkaar, dan krijgt men:

HOOGTE M.	DIAMETER METZGER	DIAMETER VAN ONS	VERSCHIL IN DIAMETER IN mM.
3	0.160	0.160	0
4	0.156	0.156	0
5	0.152	0.152	0
6	0.148	0.148	0
7	0.144	0.144	0
8	0.139	0.140	1
9	0.134	0.136	2
10	0.128	0.131	3

Ieder die boomen heeft opgemeten zal moeten toegeven, dat een verschil van 3 mM. op de 128 mM. zeer aannemelijk is, daar de doorsneden der boomen nooit zuiver cirkels zijn en het klemmen op een iets andere plaats, maar op dezelfde hoogte, daardoor dikwijls 5 mM. en meer verschil oplevert.

De door Prof. M. gebruikte berekeningswijze is absoluut ongeschikt om het bewijs te leveren, dat men te doen heeft met een semicubische en niet met een apolonische paraboloïde.

Met nagenoeg dezelfde afgeronde maten kan men aantoonen, dat het onderste gedeelte van den stam zoowel de een als de anderen vorm bezit.

Het mathematisch bewijs is niet te leveren, het onderstuk is geen sem. paraboloïde.

Werkt men met de gemiddelde afsmallingscijfers van Maass en Schifffel, die zijn samengesteld op grond van een zeer groot aantal boomen, dan zal men vinden, dat de verschillen van de derde machten der opvolgende diameters zeer sterk uiteenloopen en dat het onderste gedeelte van de spil nu eens meer de apolonische dan weer meer de semicubische paraboloïde nadert. Van een werkelijke overeenstemming is nooit sprake.

De illusie om de boomen zuiver te cubeeren op grond van basis en hoogte is daarom niet voor verwezenlijking vatbaar.

Het komt ons verder voor, dat Prof. Metzger bij zijne beschouwingen den mechanischen invloed van de wind veel te hoog aanslaat. Wij zijn het geheel eens met Prof. Paul Jaccard¹⁾, dat het licht meer invloed uitoefent op den groei. De wind kan wel door zijn uitdrogende en afkoelende werking de groei enorm verminderen. De theeplanters op Java weten uit ervaring, dat de jaarlijksche bladoogst van 750 KG. per H.A. gemakkelijk tot 600 KG. kan dalen, indien de tuinen voortdurend aan den wind zijn blootgesteld. Pressler heeft er reeds sterk de aandacht op gevestigd, dat de groei van een stamdeel afhangt van de zich daarboven bevindende -bladmassa.

De methode Jonson, die op de theorie van Metzger is opgebouwd, kan nu buiten beschouwing blijven. In een vroegeren jaargang van de „Mededeelingen der L.H.S.” toonden wij aan, dat de fout op een enkele stam, die men met de methode Jonson maakt, vrij groot is.

Onze slotconclusie is, dat voor het cubeeren van een enkelen boom ons geen methode bekend is, die even betrouwbare uitkomsten geeft als de sectiemethode.

In het vervolg op dit artikel zullen wij aantoonen, dat laatstgenoemde methode bij den groven den in Nederland zonder veel moeite op den staanden stam kan worden toegepast en dus waar men eene nauwkeurige cubeering noodig heeft de aangegeven methode is.

¹⁾ La forme des arbres est elle vraiment déterminé par le vent? Journal forestier suisse 1912.

Wil men den aanwas van een dennenbosch nauwkeurig vaststellen dan zou men feitelijk *alle* boomen aan het begin en aan het einde der gekozen tijdruimte moeten cubeeren, want iedere boom bezit zijn eigen vorm.

Is die periode kort, b.v. 5 jaren dan zou dat cubeeren met zorg moeten geschieden om het gevaar te vermijden, dat de houtmassa oogenschijnlijk inkrimpt. Bij oude boomen is de aanwas dikwijls nog geen %. Maakte men dus bij de eerste opname een fout van +3 % en bij de tweede opname van —3 % dan zou schijnbaar de aanwas bij een werkelijken gemiddelden bijgroei van 1 % zijn $\frac{103 - 105 \times 97}{5} = -0.23$ % per jaar.

Ons is voor Nederland geen bruikbaarere methode bekend voor dat nauwkeurig cubeeren dan de sectiemethode van den staanden boom, maar daarbij moet de stam beklommen worden en is dit een erg tijdroovend werk. Voor een boom van 20 M. hoogte bleek gemiddeld $1\frac{1}{4}$ uur noodig te zijn.

Werkt men met modelboomen, kapt men die om en cubeert men ze, dan geschiedt dit werk vlugger, maar men is dan helaas door de velling zijn typen kwijt geraakt, en juist aan die typen kan men in de toekomst het zuiverst den aanwas bepalen.

Men moet deze daarvoor hoog in eere houden.

In den beginne hebben wij hier gehoopt met hulp van de optische diktemeter van Kubelka ons doel te kunnen bereiken, maar het bleek alras, dat niet volstaan kon worden met het bepalen van het vormquotient van één standplaats, maar dat op meerdere plaatsen de midden-diameter te meten was en wel op zijn minst van twee loodrecht op elkaarstaande standlijnen af. Het werk werd zodoende te tijdroovend.

Doelmatiger bleek het, gebruik te maken van het klimapparaat van Forstassessor Zehnpfund. De persoon, die daarmede den stam bestijgt, heeft volkomen vrije beschikking over zijne handen.

Waar de schors van den boom glad wordt, glijdt het apparaat uit, maar daar zijn in den regel takken van voldoende sterkte aanwezig om als steunpunten dienst te doen. Het uiterste topje kan niet beklommen worden maar heeft dit in den regel een zeer gering volumen.

Het kan gecubeerd worden door gebruik te maken van absolute topvormgetallen, bepaald aan gevelde stammen of door het te cubeeren als apollonische paraboloïde en als kegel en voor inhoud aan te nemen de halve som.

Zuiver is deze methode niet, maar de fout, die men zodoende begaat, is gering, en zal, wanneer de zelfde methode

5 jaar later aan denzelfden stam wordt toegepast van nog geringere beteekenis zijn.

Als voorbeeld van opname en berekening moge hier volgen de cijfers, betrekking hebbende op stam nr. 122 boschafdeeling 19a „Mastbosch”.

GEMETEN BIJ	DIAMETER		GEMIDD. DIAM.	CIRKEL- VLAKTEN	
	O.W.	N.Z.			
D 1	36.7	36.7	36.7	1057.8	Hoogte = 21.02 Meter.
D 3	31.2	29.9	30.55	733.0	Inhoud tot 18 Meter =
D 5	28.0	28.2	28.1	620.2	$2 \times 451.11 = 902.22 \text{ dM.}^3$
D 7	27.7	26.7	27.2	581.1	top $\frac{2.99}{2}$ „
D 9	26.0	25.6	25.8	522.8	Tot. inhoud $\frac{905.21 \text{ dM.}^3}{2}$
D 11	23.2	22.6	22.9	411.9	afgerond 905
D 13	20.1	20.6	20.35	325.3	top = $\frac{302 \times 23.8}{2} = 3.59$
D 15	16.5	16.1	16.3	208.7	
D 17	7.8	8.2	8.0	50.3	top = $\frac{302 \times 23.8}{3} = 2.39$
				4511.1	$\frac{5.98}{3} =$
D 18	5.5	5.5	5.5	23.8	gemidd. <u>2.99</u>

De hoogte der boomen werd bepaald met de verbeterde hoogtemeter van Bose, een zeer aanbevelenswaardig instrument voor nauwkeurige opnamen.

Met een boussole of een theodoliet zou men nauwkeuriger kunnen werken, maar de meerdere tijd, die daarvoor noodig is, zou niet gewettigd zijn.

De top der boomen is bijna nooit zuiver loodrecht boven het centrum van den voet van den stam.

Verder beweegt de wind veelal den top tijdens de meting en dan is in een gesloten bosch de top niet altijd scherp uit de omgeving op een vrij grooten afstand te herkennen.

De meting met de Bosc werd daarom zooveel mogelijk gecorrigeerd door bij de beklimming met behulp van een meetstok het hoogste gedeelte van den beklommen stam ook nog te meten.

Het kwam meermalen voor dat bij boomen van 20 Meter hoogte tusschen de maten, gevonden met hulp van de Bosc en de directe meting, een verschil van 40 c.M. werd gevonden.

Als hoogte werd steeds aangenomen het arithmetisch gemiddelde der beide uitkomsten.

Worden na 5 jaar de zelfde boomen, die op het proefvlak evenals alle andere daarop staande boomen genummerd en op borsthoogte op de plaatsen, waar de klem is aangelegd, zijn

gemerkt, hermeten, dan zal het verschil in massa den aanwas geven.

In hoeverre zijn de gevonden cijfers nu betrouwbaar?

Bepaalt men den inhoud van een groven den met behulp van de sectiemethode door de boomen te beklimmen dan krijgt men natuurlijk niet den absoluut juisten inhoud der stammen. Die vindt men nooit, want hoe nauwkeurig de metingsmethode ook moge zijn er kleven steeds gebreken aan.

Op grond van een voorloopig onderzoek nemen wij aan, dat de sectiebeklimmingsmethode een middelbare fout heeft van 1 %.

Vindt men dus voor een boom in één jaar een volumevermeerdering van $\frac{3}{4}$ % dan zou men dus moeten aannemen:

$$0,75 \% \pm \sqrt{1^2 + 1^2} = 0.75 \pm 1.4 \ \%.$$

Op grond van deze uitkomst mag men dus in casu niet concluderen, dat de boom in volume is toegenomen.

Eerst wanneer voor aanwas gevonden was $1,4 \times 3 = 4,2$ % zou men bevoegd zijn, met zekerheid (997 tegen 3) te constateren, dat er aanwas was.

Nu hebben de aanwas bepalingen voornamelijk doel bij oude boomen, en bezitten deze in den regel een aanwas beneden de 1 %.

Met de sectiemethode kan men dus niet bepalen of één boom in één jaar in volume is toegenomen of niet.

De hoogleeraar A. te Wechel is sedert eenige jaren bezig met het nagaan van de toename van den diameter der boomen van dag tot dag en van uur tot uur. Het fijne apparaat, dat daarbij gebezigd wordt zou natuurlijk theoretisch gesproken kunnen worden gebruikt bij 1 — 3 — 5 — 7 enz. Meter boven den grond, en zoodoende de massale aanwas kunnen worden berekend.

In de practijk zal deze weg natuurlijk niet gevolgd kunnen worden.

Hoe groot is de graad van betrouwbaarheid, wanneer men werkt met 100 boomen, die in het begin van het jaar volgens de klimsectiemethode ieder 1 M³. en aan het einde van die periode 1,01 M³. hebben?

Zonder de waarschijnlijkheidsrekening zou men besluiten, dat de aanwas is $101 - 100 = 1$ M³. dus 1 %.

Met de W. R. is de uitkomst als volgt:

Aan het einde van het jaar is de houtmassa per boom gemiddeld:

$$1.01 \text{ M}^3. \pm 0.0101 \sqrt{\frac{1}{100}} = 1.01 \pm 0.00101 \text{ dus totaal } 101 \pm 0.101 \text{ M}^3.$$

Aan het begin van het jaar was de houtvoorraad $100 \pm 0,1 \text{ M}^3$.

De aanwas is dus $1 \text{ M}^3. \pm \sqrt{0,1^2 + 0,101^2} = 1 \pm 0,14$.

Werkt men met $3 \times \text{m. f.}$ dan luidt de conclusie: de aanwas ligt tusschen de $1 \pm 0,42$ dus tusschen $1,42\%$ en $0,58\%$.

Om de gemiddelde aanwas in één jaar nauwkeurig te bepalen in ongeveer een half $\%$ zou men op zijn minst 100 boomen met de sectiemethode moeten cubeeren.

In de praktijk kan men dus zeggen, dat het raadzaam is de aanwas aan kapbare boomen te bepalen over perioden die op zijn minst 5 jaar lang zijn.

Op overeenkomstige wijze rekenende zou men dan vinden:

Aan het einde van de 5-jarige periode heeft de stam $1,05 \pm 0,0105 \sqrt{\frac{1}{100}}$ inhoud en 100 boomen $105 \pm 1,105 \text{ M}^3$, terwijl aan het begin van de tijdruimte de massa is:

$$100 \pm 1 \sqrt{\frac{1}{100}} = 100 \pm 0,1.$$

De aanwas is ergo in 5 jaar $5 \text{ M}^3. \pm \sqrt{0,1^2 + 0,105^2} = 5 \text{ M}^3. \pm 0,145$ of per jaar $1 \text{ M}^3. \pm 0,029$ zegge $1 \text{ M}^3. \pm 0,03$.

Werkt men met $3 \times \text{m. f.}$ dan krijgt men in ronde cijfers 1% aanwas $\pm 0,1\%$.

Om dus na 5 jaar in tiende procent nauwkeurig de aanwas te willen kennen zijn 100 sectie-cubeeringen noodig.

In de practijk wenscht men veelal niet te kennen den inhoud en den aanwas van een enkelen boom, maar wel die van geheele opstanden. Het komt er dus op aan uit een beperkt aantal waarnemingen te concluderen voor een veel grootere hoeveelheid.

Het gevaar is natuurlijk groot, dat daarbij belangrijke fouten gemaakt worden. Om zulks te vermijden gingen wij in de eerste plaats na hoe de onderlinge verhouding is tusschen individuen in denzelfden opstand.

De heeren Van Pabst en Insinger, grootgrondbezitters in de gemeente Wageningen, hadden de welwillendheid ons toe te staan opmetingen in hunne dennenbosschen te verrichten.

(Het is zeer te betreuren, dat de Landbouwhoogeschool alhier niet beschikt over eigen bosschen.) In de vacantie werden verdere opmetingen in het Mastbosch bij Breda verricht.

Er werden o.a. in de jonge dennenbosschen van den Heer Van Pabst 2 proefvlakken gelegd in 9-jarig grove-dennen-plantsoen.

Alle boompjes werden in m.M. over het kruis geklemd op 10 c.M. boven den grond. (1.30 M. zou met het oog op de geringe

dimensiën te hoog zijn) en hunne hoogten met een duimstok gemeten.

Ze werden verder volgens de sectiemethode gecubeerd.

Draagt men als abscissen op de diameters en als ordinaten het aantal boompjes, dat van de verschillende diameters aanwezig is, en vereenigt men de uiteinden dan krijgt men een lijn, die veel overeenkomst biedt met de frequentie kromme.

Prof. Prytz in Kopenhagen (Alg. F. & J. Zeitung 1888, blz. 265 en Prof. Dr. Udo Müller, 2 te Heft blz. 306) heeft van deze overeenstemming gebruik gemaakt om op een eenvoudige wijze de gemiddelde dikte in een opstand te berekenen.

Men zou ook, wanneer bekend is het aantal boomen tusschen boven en beneden 2 maten met hulp van een frequentietafel kunnen uitrekenen hoeveel boomen er in de betrokken boschafdeeling staan tusschen bepaalde maten b.v. tusschen 20—24 c.M., 24—28 c.M.

De uitkomsten zouden evenwel niet zeer betrouwbaar zijn, want van alle hier onderzochte krommen bleek, dat de linkerhelft niet gelijk aan de rechterhelft is. Zie grafiek 1 en 2.

De eerste is steiler dan de laatste.

Waaraan dit toe te schrijven is, is wel een onderzoek waard.

Het gegronde vermoeden ligt voor de hand, dat de ongelijkheid aan het dunnen is te wijten. Neemt men aan dat in een boschafdeeling de normale frequentiekromme aanwezig is op het moment dat men tot dunnen overgaat, dan zullen in hoofdzaak de zwakke, dunne boompjes verwijderd worden en van de dikste geen of slechts een enkele.

De kromme wordt daardoor links steiler dan rechts.

Maar ook zonder dunnen zou zulks in den loop der tijden geschieden, want de achterblijvers, de dunste, gaan in het algemeen het eerste dood.

De besparing aan tijd door à la Prytz niet te klemmen, maar de diameters te schatten in de drie rubrieken (beneden, tusschen en boven 2 aangenomen dikte-maten) is niet groot, want wil men betrouwbare uitkomsten dan moet men de boomen toch merken en kan de persoon, die schat, gemakkelijk even klemmen.

Proeven in het Edesche bosch genomen met het eenvoudig tellen der stammen leverden geen bevredigende resultaten.

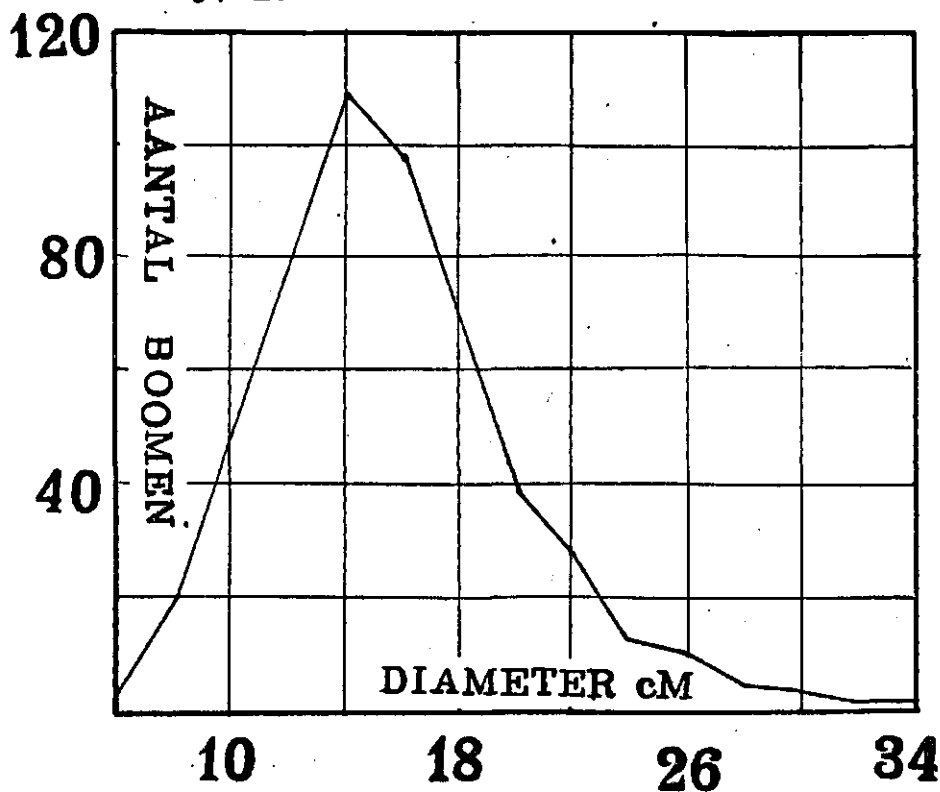
Wil men geen boomen overslaan of dubbel tellen, dan bleek het noodig telkens een touw te spannen, maar ging daardoor een belangrijk deel van de tijdsbesparing verloren.

Voor taxatorische doeleinden kan men volstaan met het

KEYENBERG I EN II WAGENINGEN

DOUGLASDENNEN IN 2 cM.

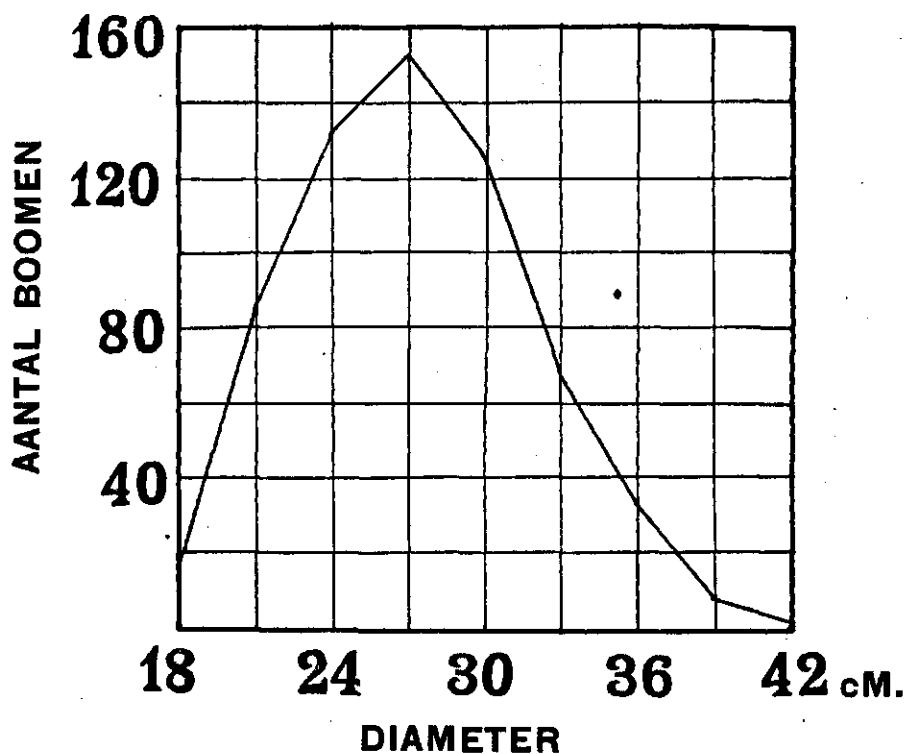
N^o1.



AFGEBRANDE BOSCH WAGENINGEN

DIAMETER IN 3 cM. KLASSEN

N^o 2.



schatten van den gemiddelden diameter en krijgt men daarbij zeer bevredigende resultaten, wanneer men slechts zorgt, het op een rationeele wijze te doen.

Laat men een beginnelling schatten het aantal boomen, de gemiddelde dikte en de totale cirkelvlakte dan brengt hij daarvan niet veel terecht.

Hij moet vooral weten tusschen welke maten de totale cirkelvlakte bij een bepaalde houtsoort en op een gegeven leeftijd zich beweegt.

Met hulp van den regel van Weise kan hij de gemiddelde dikte vinden, door de dikte van 20 boomen onder elkaar te noteeren en wel de dunste boven aan, de dikste onderaan.

No. 8 van beneden geeft dan de gemiddelde dikte aan. Het aantal boomen per H.A. wordt afgeleid uit de telling van het aantal op 2 Are.

Door vermenigvuldiging van de doorsnede van den middenboom met het geschatte aantal boomen per H.A. moet men de geschatte cirkelvlakte per H.A. krijgen. Vindt men een groot verschil, dan schat men de drie factoren nog eens.

Blijft er dan nog een kleine differentie over dan brengt men een geringe correctie aan de cijfers aan.

Het volgend voorbeeld moge de zaak verduidelijken.

1e schatting: 1500 boomen, gemiddelde dikte 19 c.M., totale cirkelvlakte 30 M².

$$\text{Berekening: } 1500 \times 19^2 \frac{\pi}{4} = 42,5 \text{ M}^2.$$

Herschating: 1000 boomen gemiddelde dikte 19 c.M., totale cirkelvlakte 30 M².

$$\text{Berekening } 1000 \times 19^2 \frac{\pi}{4} = 28,4 \text{ M}^2.$$

Neem aan 1100 boomen, gemiddelde dikte 19 c.M. totale cirkelvlakte 29 M².

Er werd gevonden 1056 boomen met een gemiddelde dikte van 18,6 c.M. en 28,97 M². cirkelvlakte.

Voor wetenschappelijke onderzoeken kan men natuurlijk een schattingsmethode, die uit den aard der zaak ruw is, niet gebruiken.

Alle boomen in een opstand te cubeeren zou te veel tijd kosten. Het ligt dus voor de hand, dat men gaat werken met modelboomen. Deze moeten voor bepaalde groepen als betrouwbaar type gelden, dus de gemiddelde dikte, hoogte, het gemiddelde vormgetal en ergo de gemiddelde inhoud van de groep bezitten. Wat de gemiddelde dikte aangaat, kan aan deze eisch gemakkelijk worden voldaan, doordat het weinig moeite

kost alle boomen op borsthoogte te klemmen en daaruit hun gemiddelde diameter te berekenen. Moeilijker valt het de gemiddelde hoogte vast te stellen, want zooals reeds te voren opgemerkt is, is dat meten lang niet zoo nauwkeurig, kost veel meer tijd en zijn in gesloten opstanden slechts weinig toppen van boomen te zien.

Nog bezwaarlijker is het gemiddelde vormgetal voor een dikte-trap of dikteklasse te bepalen. Het oude voorschrift luidde, dat de modelboom van „mittlere Beschaffenheit” moest zijn.

Als student hebben wij in 1877 in Oost-Pruisen medegewerkt aan het opnemen van dennenbosschen, die gediend hebben voor de samenstelling van de opbrengsttafel van Weise. We zagen daarbij spoedig in, dat de voorgeschreven methode van opneming niet betrouwbaar was.

Het is zeer gemakkelijk van het kathedr af te bepalen, dat gezocht moet worden naar boomen van „mittlere Beschaffenheit,” maar in de praktijk blijkt dat voorschrift een holle phrase te zijn, want men kan geen enkele boom zich scherp voor den geest halen en is het dus een onmogelijkheid zonder bepaling van de hoogten en de vormgetallen te constateeren, of een bepaald uitgekozen individu den gemiddelden vorm bezit.

Slaat men de Ertragstafeln für die Kiefer van Weise (Berlin 1880) op, draagt men graphisch de hoogten der modelboomen op, en vereenigt men daarbij de verkregen punten, dan krijgt men bijna steeds een op en neer gaande lijn. Nu eens is de modelboom dus vermoedelijk te hoog dan weer te laag geweest. Grafiek 3 geeft het beeld der eerste 10 opstanden uit Weise (pag. 17). Men bespeurt met één blik dat geen enkele hoogte lijn een rationeel verloop bezit.

Helaas kon niet voldaan worden aan ons verzoek om ons te verstrekken de inhouden der Weise'sche modelboomen. Wij zijn er vast van overtuigd, dat daaruit de zelfde anomalie zou blijken.

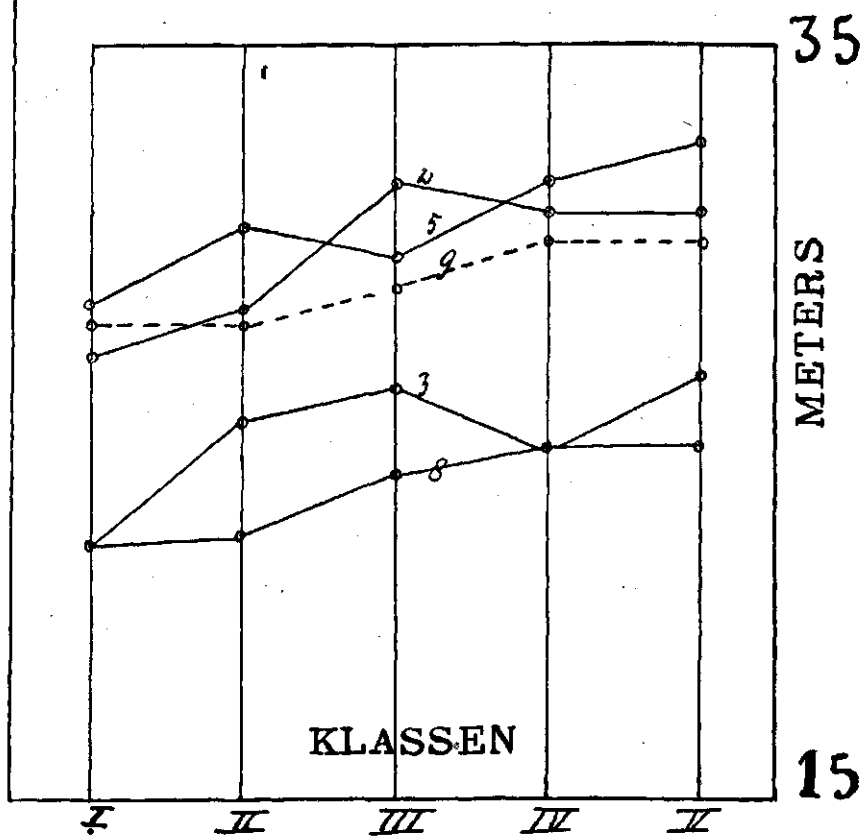
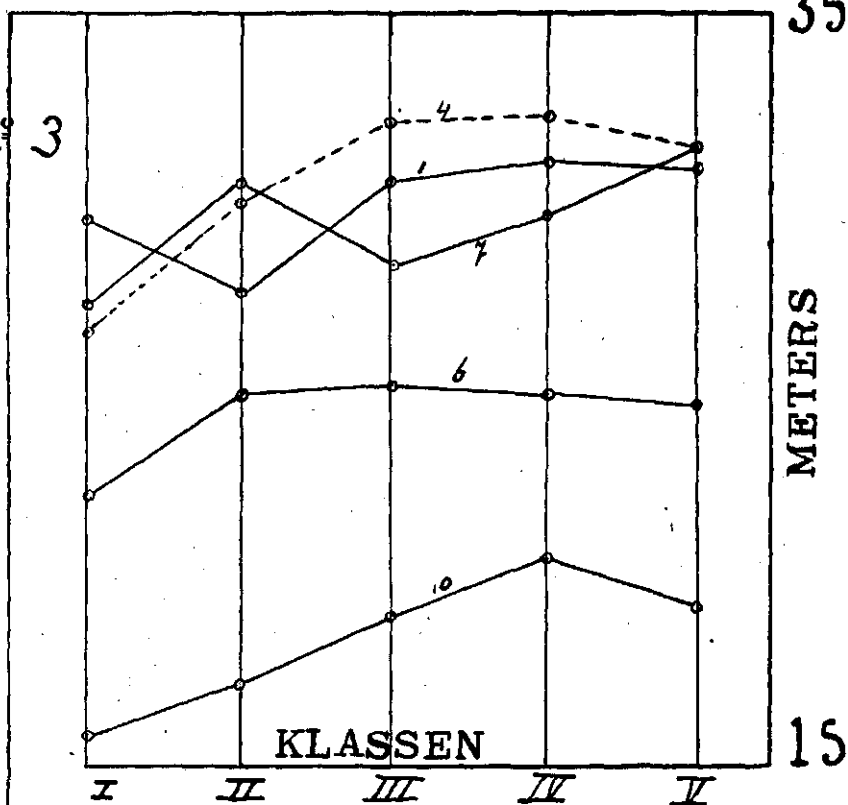
Bij de berekening van de totale houtmassa op de proefvlakken is uitgegaan van de evenredigheid: de cirkelvlakte van den proefboom staat tot die van de klasse gelijk de inhoud van den proefboom staat tot den inhoud van alle boomen in de klasse. Een foutieve proefboom doet dus zijn inhoud op de *geheele klasse* gelden, m.a.w. vergroot de fout sterk.

De opnamen van Weise waren wel te gebruiken geweest, zoo men de gevonden gegevens graphisch had vereffend.

Wij sloegen in 1879 op Java bij de opname van een djati-bosch reeds dien weg in, maar beschikten toen over te weinig cijfers en te weinig ervaring om betrouwbare resultaten te ver-

HOOGTEN DER KLASSEN MODELBOOMEN VAN DE 1-10
PROEFVL. WEISE KIEFER PAG. 17

203



krijgen. Prof. Dr. Schwappach heeft mede blijkbaar ingezien, dat de methode door Weise gevolgd niet correct was. In zijn publicatie: *Wachsthum und Ertrag normaler Kiefernbestände in der norddeutschen Tiefebene*. Berlin 1889 pag. 4, uit eerstgenoemde zich als volgt: „Infolge dieses Umstandes konnten von mehreren älteren Flächen nur die jetzigen Aufnahmen benutzt werden, da sich bei näherer Untersuchung herausstellte, dass auffallende Differenzen zwischen beide Aufnahmen meist durch ungenügende Probestammfällung in den Jahren 1876/78 und *ungünstige Auswahl* ¹⁾ auch nur eines einzigen Probestammes, namentlich wenn dieser den stärkeren Klassen angehörte, veranlasst wurden.”

Op pag. 6 heet het: Nach Ausscheidung der wegen ungenügender „Probestammfällung” zweifelhaften früheren Aufnahmen standen noch die Resultate der in Tabelle I verzeichneten 212 Erhebungen zur Verfügung.

Primitief waren er 396 proefvlakken, dus bij revisie bleek maar de helft bruikbaar te zijn.

In het Zeitschrift für Forst & Jagdwesen Sept. 1891 releveert Prof. Dr. Schwappach, dat Forstrath Weise zelf reeds in 1887 ²⁾ het Probestammverfahren, zooals het door de vereenigde Boschproefstations in Duitschland was voorgeschreven, veroordeelde.

Van de 59 oude proefvlakken vertoonden slechts 10 een aanwas, die minder dan 10 % afweek van die der opbrengst-tafels!

„Ein ganz erheblicher Bruchteil unser bisherigen Untersuchungen auf Durchforstungs- und Streu-nutzungsflächen kann deshalb nicht als einwandfrei betrachtet werden”.

Schwappach heeft den volgende weg voorgeslagen.

1. Alle boomen op de proefvlakken worden genummerd.
2. De diameter wordt op borsthoogte door klemming over het kruis in m.M. verkregen en de plaatsen, waar de klem den boom raakt, gemerkt.
3. Uit de opmeting van een groot aantal hoogten wordt graphisch afgeleid het verband tusschen hoogte en dikte.
4. Het vormgetal wordt bepaald door velling van een groot aantal proefboomen.
5. De dikhout massa wordt bepaald uit de proefboomen, daarbij wordt aangenomen, dat zij de gemiddelde dikte van de klasse bezitten benevens de grafisch vereffende gemiddelde hoogte en het gemiddelde vereffende dikhout-vormgetal.

1) De cursiveering is van ons.

2) Aus dem Walde 1887 p. 101 en pag. 105.

Er worden voor de 400 dikste boomen op het proefvlak groepen van 100 boomen gevormd, voor de volgende 600 boomen id. groepen van 200 boomen en voor de rest groepen van 400 stuks. Schwappach erkent, dat de grootste moeilijkheid bestaat in het juist bepalen van het vormgetal.

„Wenn nur wenige Probestämme gefällt werden, wie dieses bei alten Beständen aus den verschiedensten Rücksichten der Fall ist, so kann ein einziger Stamm mit abnorm hoher oder niedriger Formzahl die Richtigkeit der ganzen Aufnahme auf das schwerste beeinträchtigen. Kommen dann bei Wiederholung der Aufnahmen gar Abweichungen im engengesetzten Sinn vor, dann werden die Resultate völlig unbrauchbar.¹⁾“

„Wegen dieser Misstände hat man schon vorgeschlagen an den Probestämmen nur Kreisfläche und Höhe zu bestimmen, die Massenermittlung aber mit Hülfe der Massentafeln durchzuführen. Bei den in der bisherigen Weise behandelten Durchforstungs Streuversuchs-Flächen bleibt allerdings öfters kein anderer Weg, um die bisherigen Aufnahmen benutzen zu können. Richtig ist aber dieses Vorgehen deswegen nicht, weilso die Individualität der einzelnen Bestände unberücksichtigt bleibt, während doch thatsächlich sowohl Bestände mit sehr hoher Formzahl wie solche mit sehr niederer Formzahl vorkommen. Bei Untersuchung über den Einfluss waldbaulicher Operationen kommt noch weiter der Umstand in Betracht, dass durch diese die Formzahl auf den einzelnen Unterflächen in verschiedener Weise beeinflusst wird, ausserdem besitzen wir für verschiedene Holzarten überhaupt noch keine genügende Ermittlungen über Grösse und Verhalten der Formzahlen. Aus alle diesen Gründen muss daran festgehalten werden, dass die Formzahl des konkreten Bestandes auch bei der Massenermittlung wirklich zu Grund gelegt wird.

„Das sicherste Mittel zur Beseitigung des Einflusses einzelner abnormer Formzahlen besteht in der Benutzung möglichst zahlreicher Probestämme. Die im Arbeitsplan vorgesehene Zahl von fünf Probestämmen dürfte als das Minimum zu betrachten sein, auf welches man sich nur in den zwingendsten Fällen beschränken sollte, zehn Probestämme sind auch in Altbeständen als Regel zu betrachten.“

Die an den Probestämmen ermittelten Formzahlen bedürfen alsdann noch einer Ausgleichung, deren Methoden wahrscheinlich nach Holzarten verschieden sein musz.²⁾

1) De cursiveering is van ons.

2) Danckelmann's z. f. F. u. J. 1891, p. 522.

Een onzer eerste werkzaamheden was na te gaan het verband tusschen de verschillende factoren, die de houtmassa der dennenboomen in Nederland beheerschen.

Voor dat doel werden de correlatiefactoren berekend en de graphische voorstellingen Nr. 4 t.m. 16 gemaakt.

Met een blik ziet men op de graphische voorstelling Nr. 4, dat bij dunne boomen de vormgetallen van gelijk dikke exemplaren sterk uiteenloopen. Men kan concludeeren, dat dennen uit eenzelfde boschafdeeling bij een dikte b.v. van 26 cM., spilvormgetallen bezitten, die variëeren tusschen 0,37 en 0,52.

Neemt men dus aan, dat het vormgetal van den willekeurigen proefboom het ware is voor zijn klasse, dan kan men een groote fout begaan.

Heeft men talrijke vormgetallen bepaald en wil men die graphisch vereffenen dan overziet men nog beter het gevaarlijke pad, waarop men zich beweegt. Men verkeert totaal in het duister of de vereffeningslijn recht of krom moet getrokken worden, of zij moet stijgen of dalen.

Uit de correlatie factor $-0,254$ behoorende bij grafiek nr.4 kan men afleiden, dat met het toenemen van de diameter het vormgetal afneemt, maar dat het verband tusschen beide factoren uiterst ongewis is.

Uit de grafiek nr. 5 is wel te concludeeren, dat met toenemende dikte het spilvormgetal bij kleine dennenboomen, *afneemt*. De correlatie factor daarbij is -0.677 .

In het Danckelmann's Z. f. F. & J. 1891 blz. 468 trekt Forstassessor Fricke de slotsom, dat van af den 60 jarigen leeftijd bij den beuk het dikhoutvormgetal per 10 jaar met $0,010$ *toeneemt*.

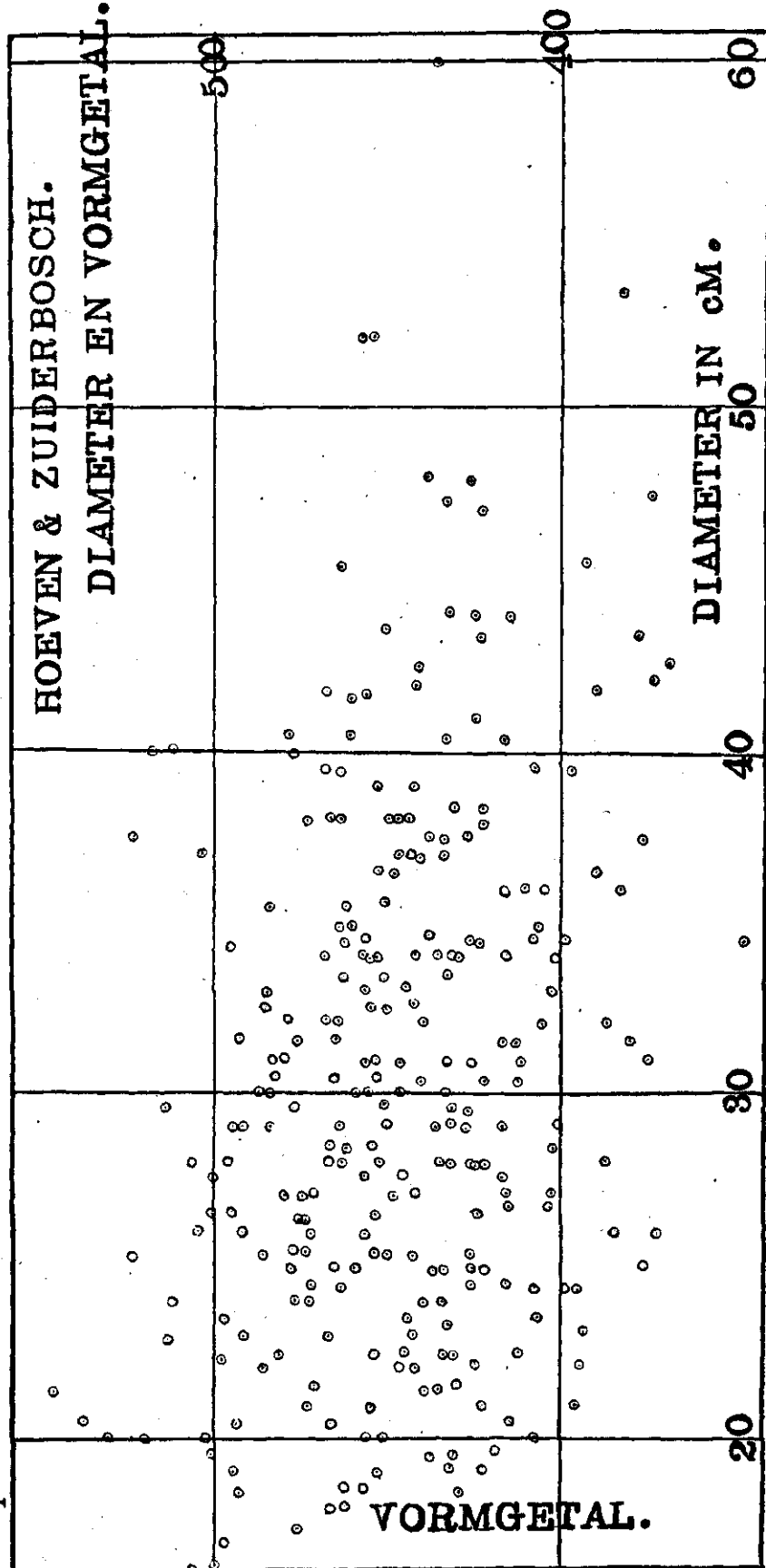
Meer en betrouwbaarder verband bestaat er blijkbaar tusschen diameter en hoogte der grove dennen, maar ook dit laat bij zware boomen te wenschen over.

Bij de jonge dennen van PABST was de correlatiefactor tusschen diameter en hoogte $+ 0.842$. Bij de zwaardere boomen in de Hoeven daalde de correlatie tot 0.495 .

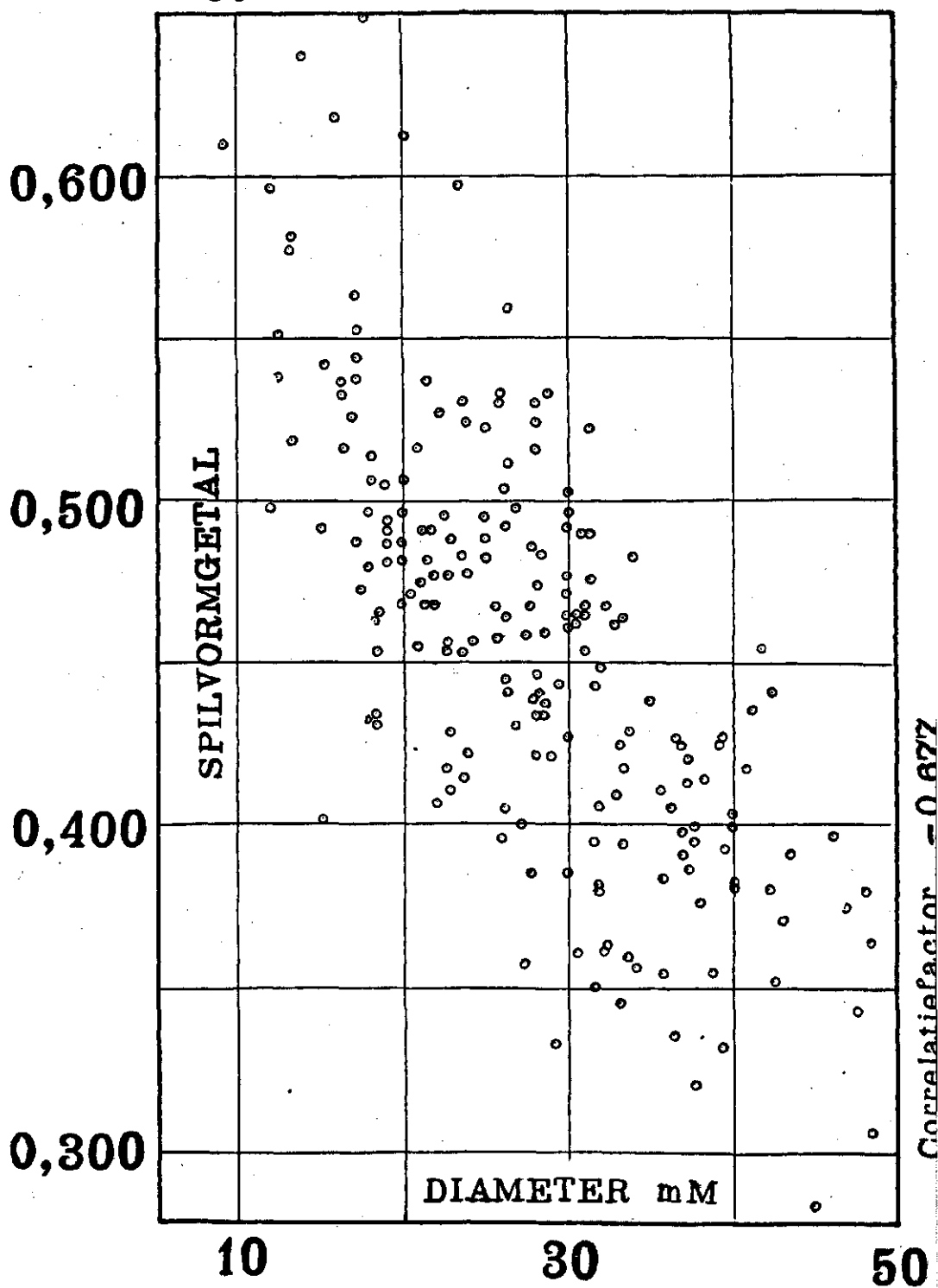
Uit de grafieken nr. 6 en 7 ziet men tevens, dat het verband zeer onzeker is.

Evenmin werden gunstige resultaten verkregen bij het opsporen van het verband tusschen hoogte en vormgetal. Zie grafiek nr. 8 en nr. 9 met correlatie factoren respectievelijk -0.223 en -0.491 .

Grafieken nr. 10 en nr. 11 en nr. 12 geven weer het verband tusschen diameter en cylinderhoogte (d. i. hoogte $\times$ spilvormgetal). Ze zijn evenmin bruikbaar.



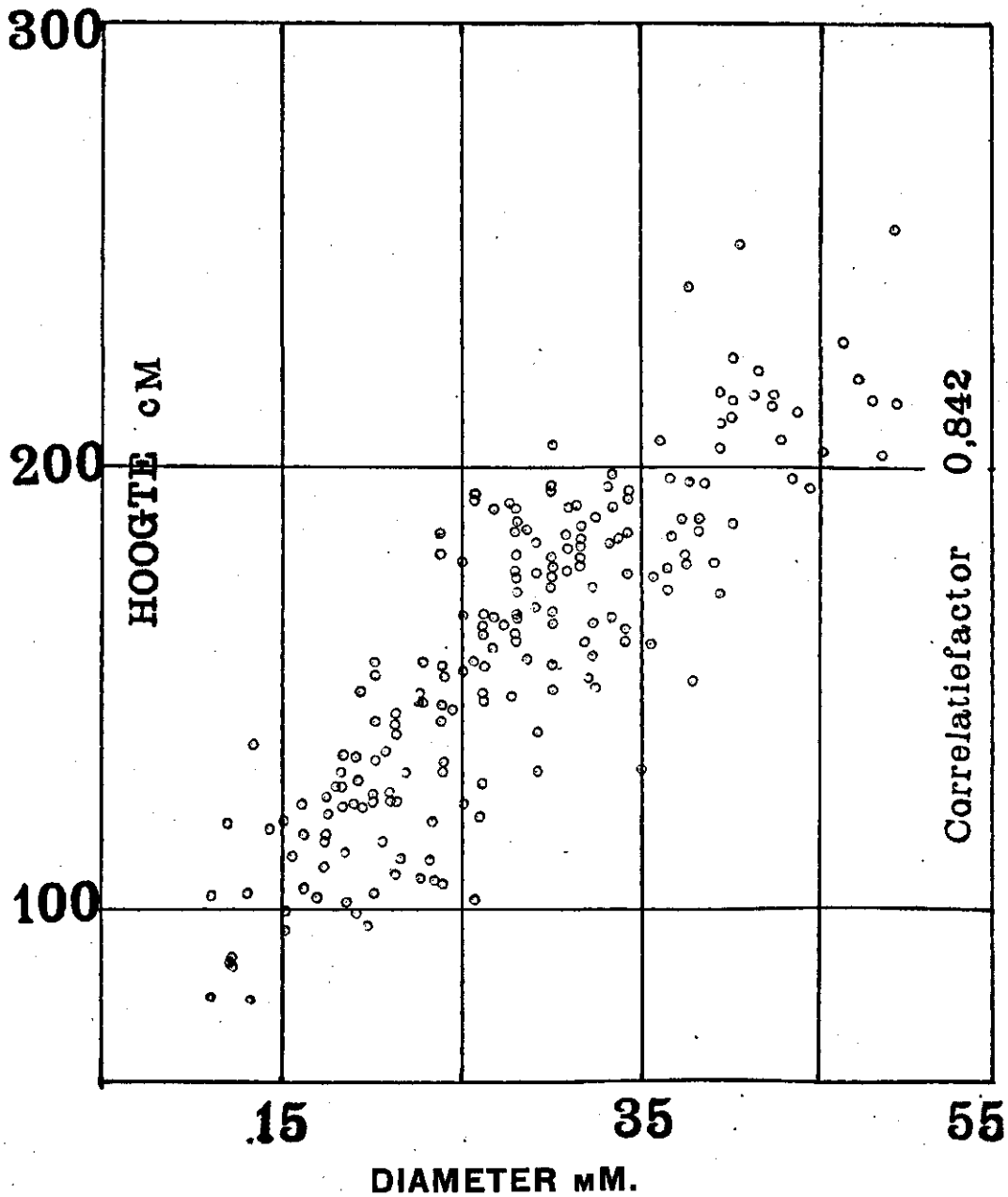
№5.

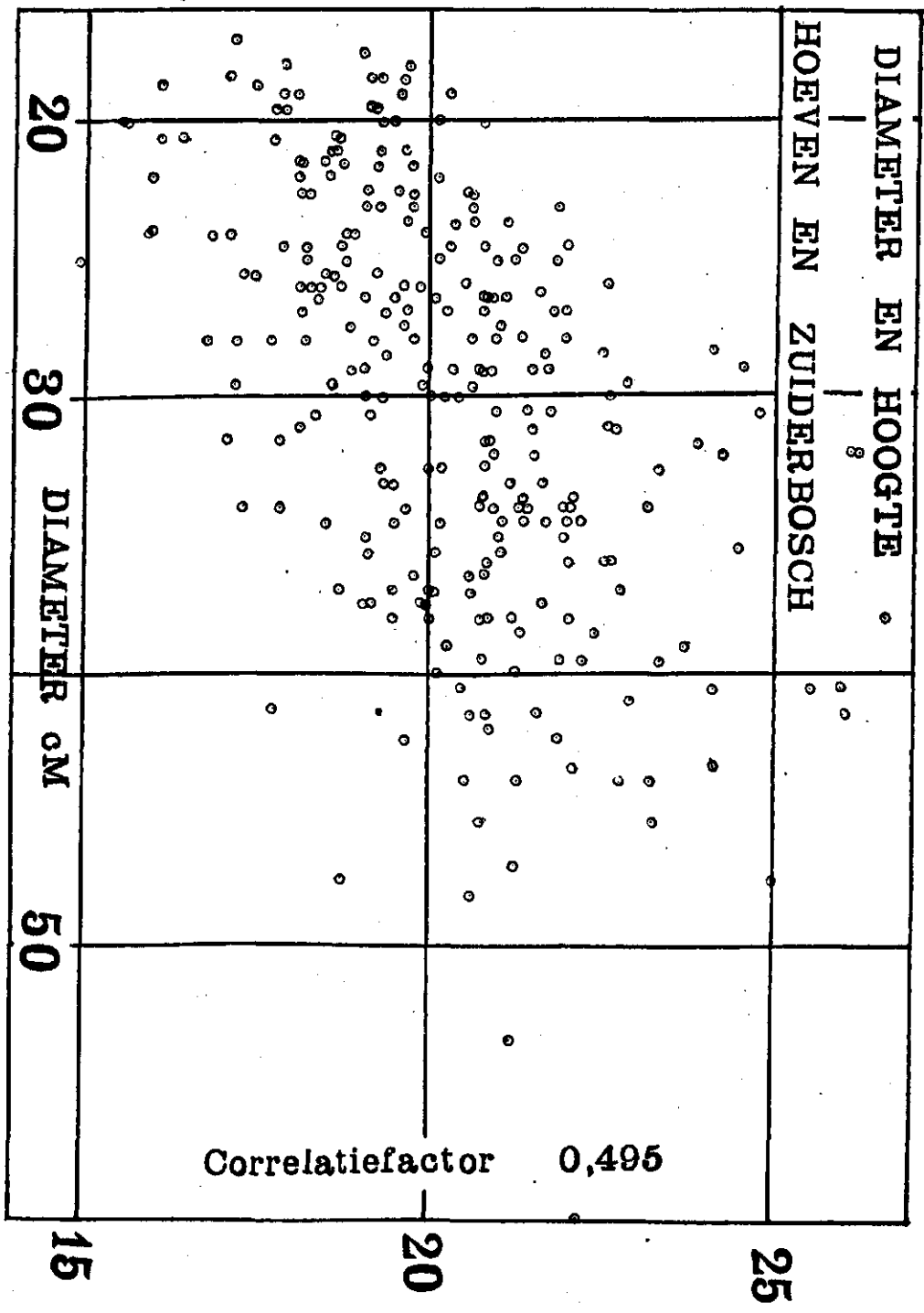


VAN PABST.

DIAMETER EN HOOGTE

№ 6





0,54

0,50

0,46

0,38

N^o 8.

SILVORMGETAL

HOEVEN EN ZUIDERBOSCH.

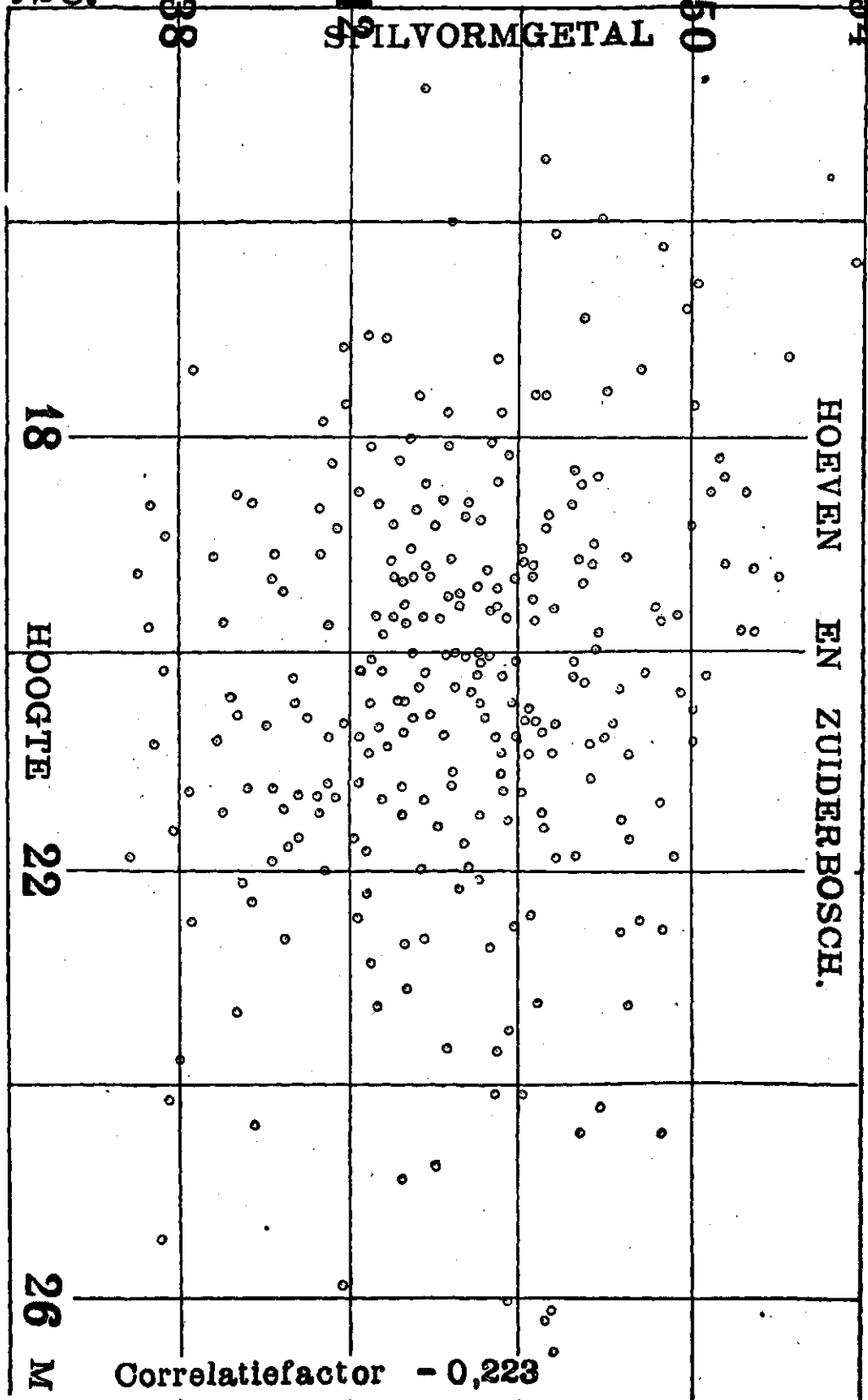
18

HOOGTE

22

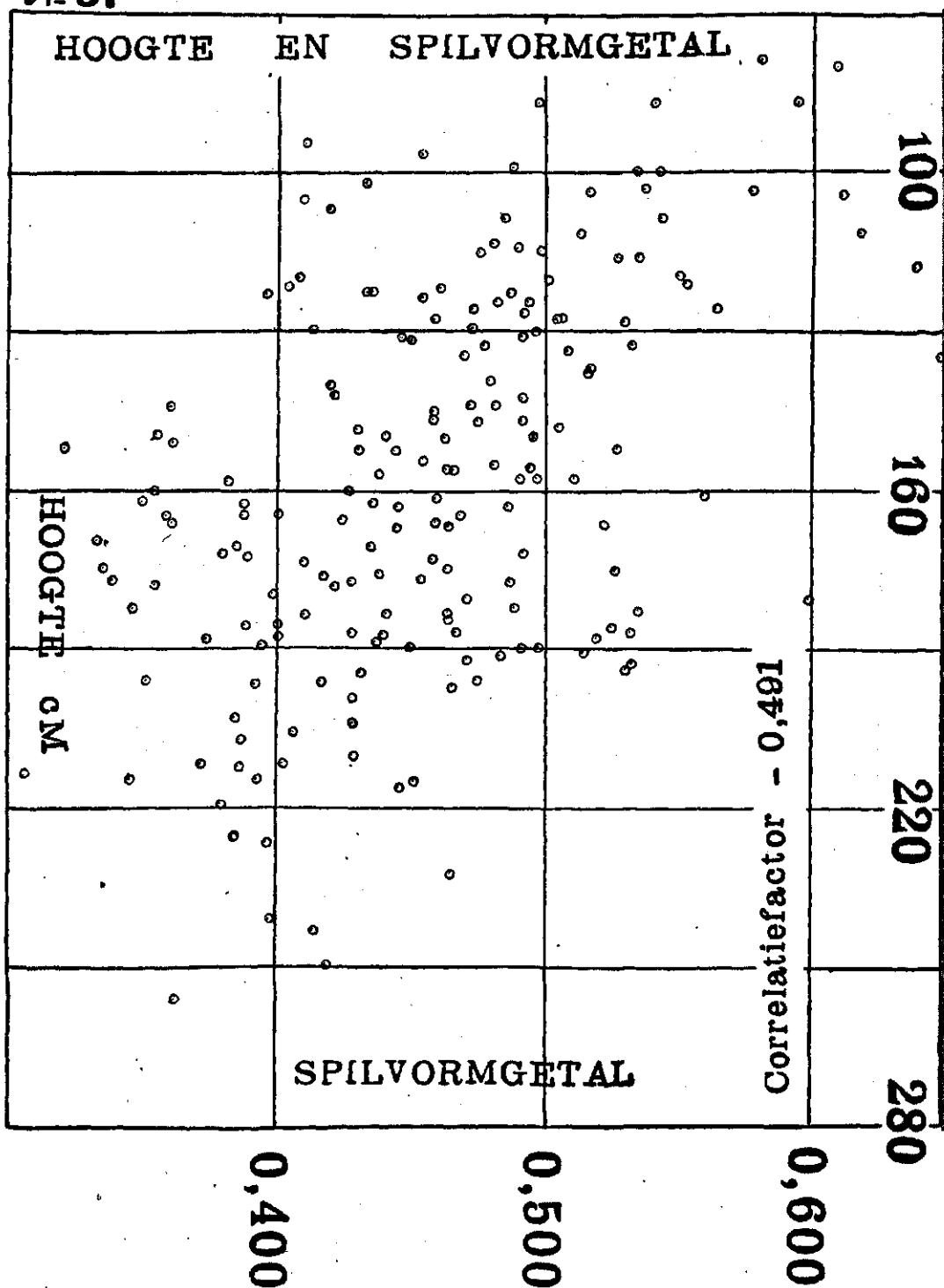
26 M

Correlatiefactor - 0,223

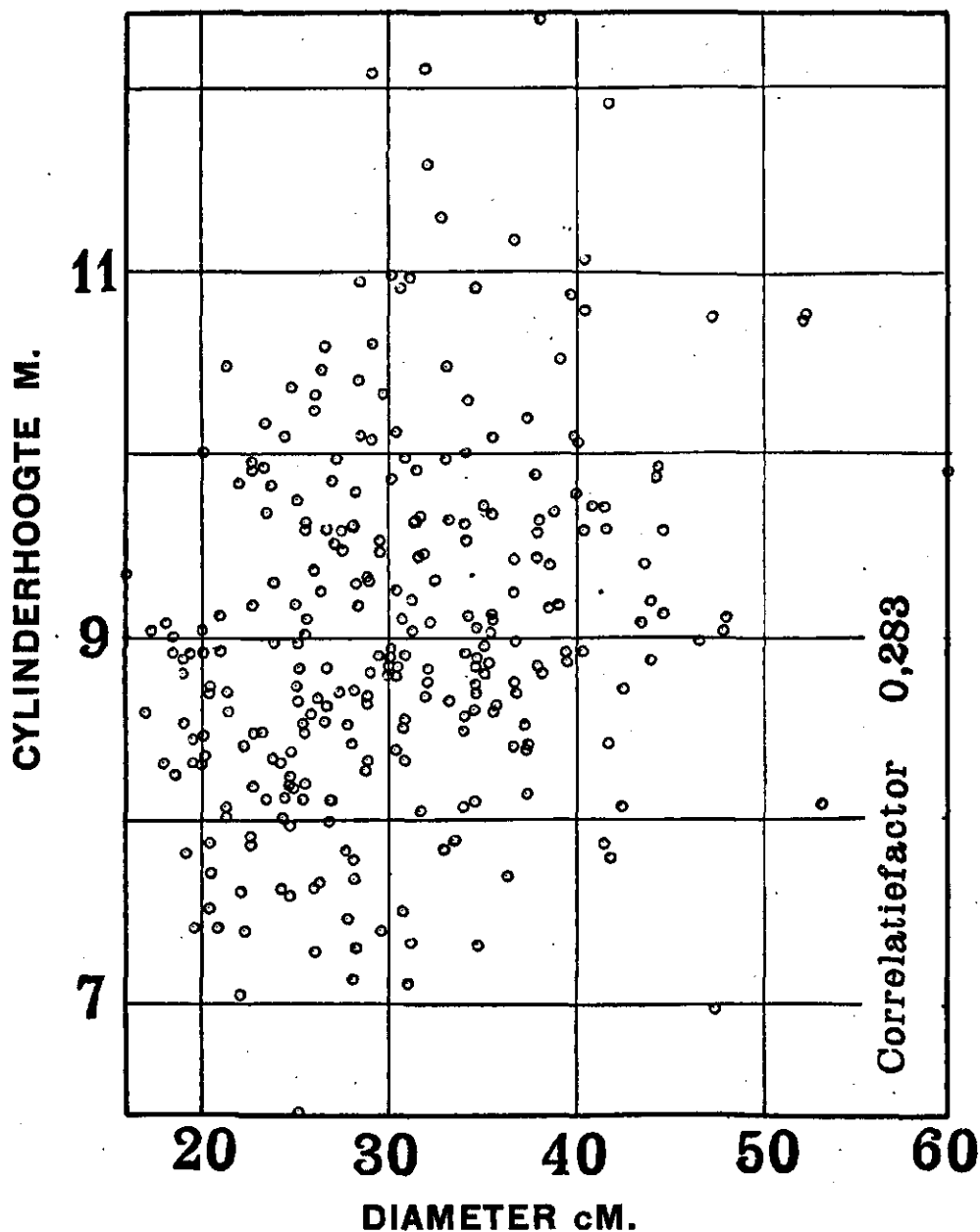


№9.

VAN PABST.



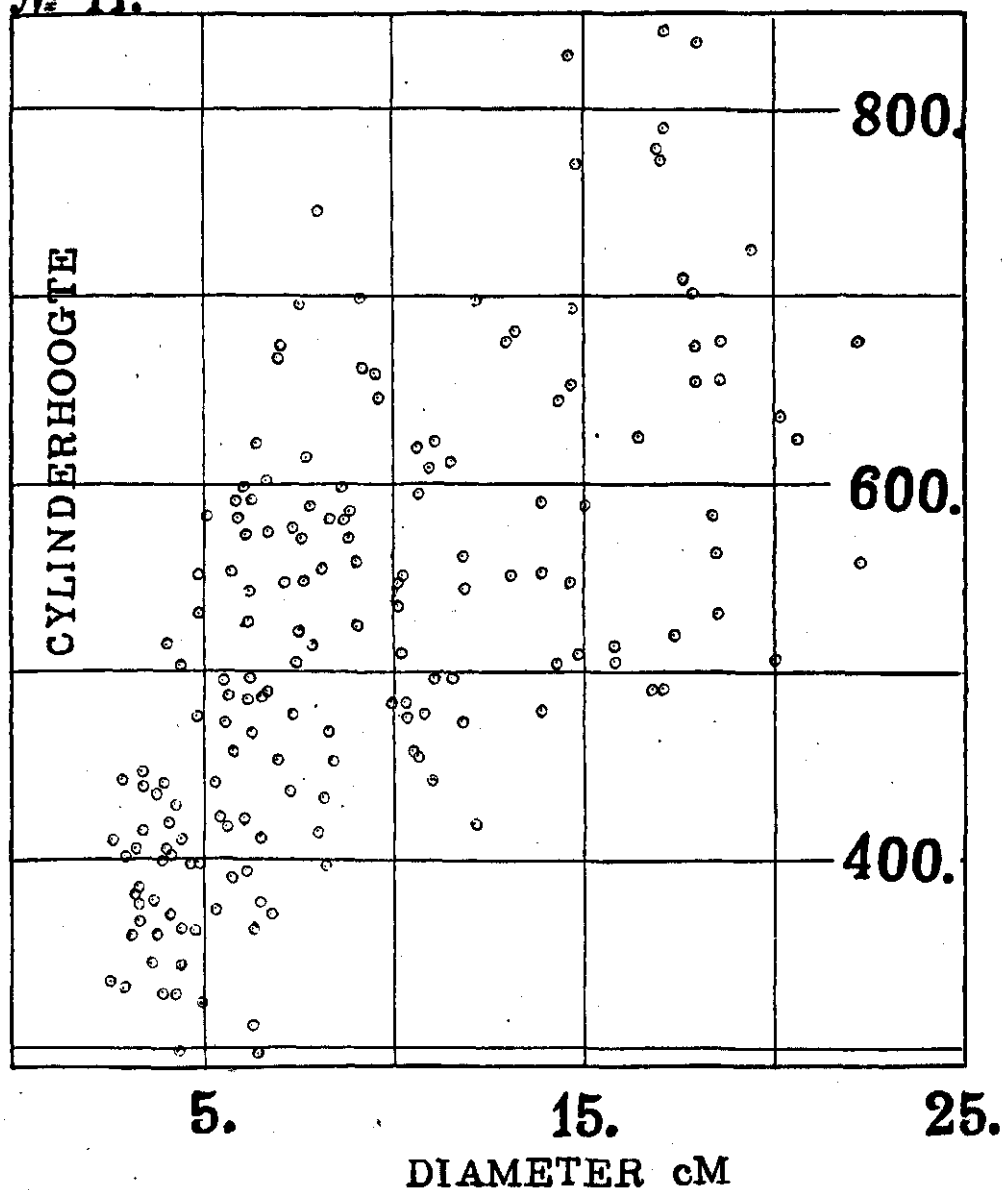
HOEVEN EN ZUIDERBOSCH
DIAMETER EN CYLINDERHOOGTE
N^o10.



DIAMETER EN CYLINDERHOOGTE

INSINGER

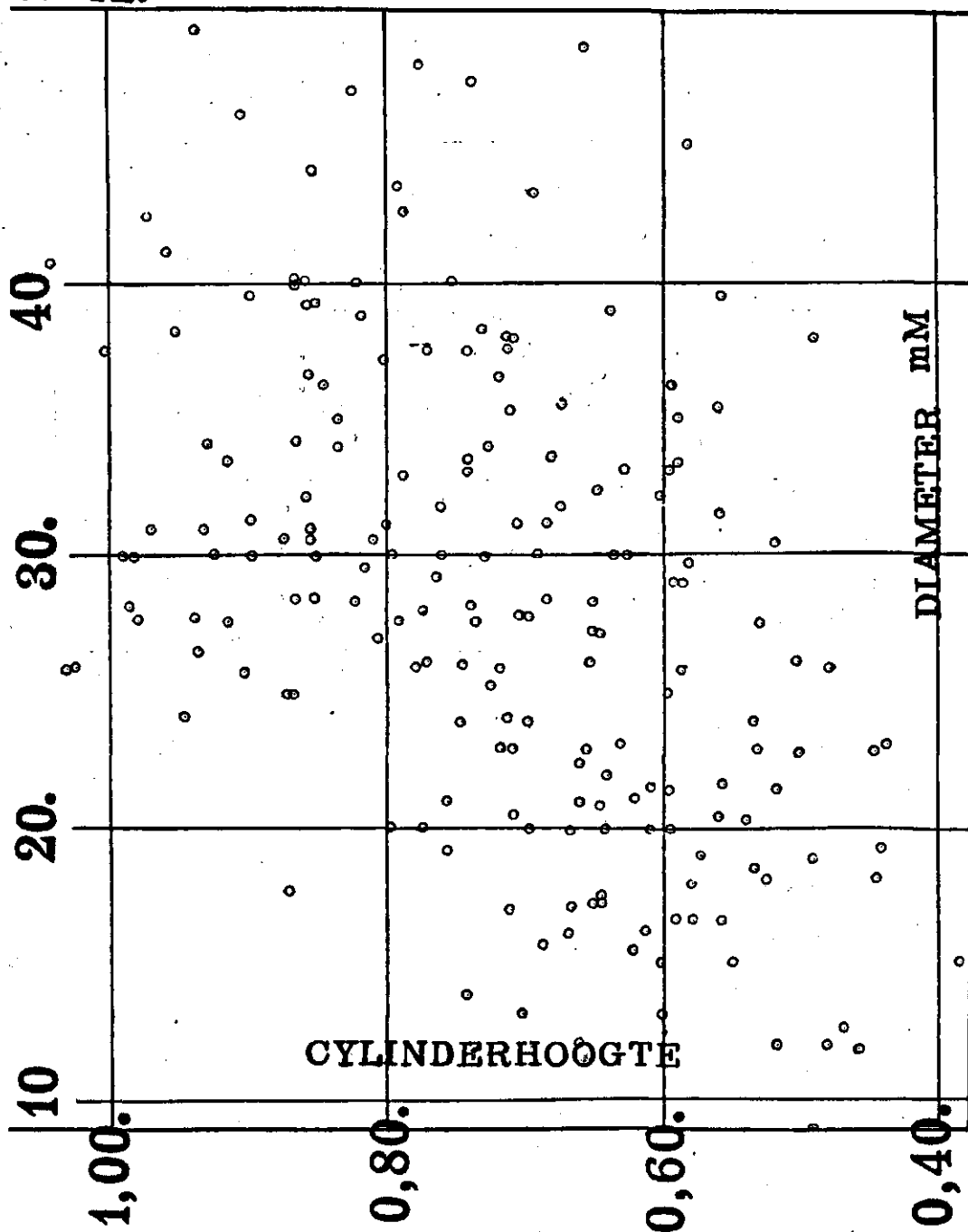
N^o 11.



DIAMETER EN CYLINDERHOOGTE VAN PABST

Correlatiefactor 0,493

N^o 12.



HOEVEN EN ZUIDERBOSCH.
Correlatiefactor 0,956

INHOUD

M³

N^o13.

20

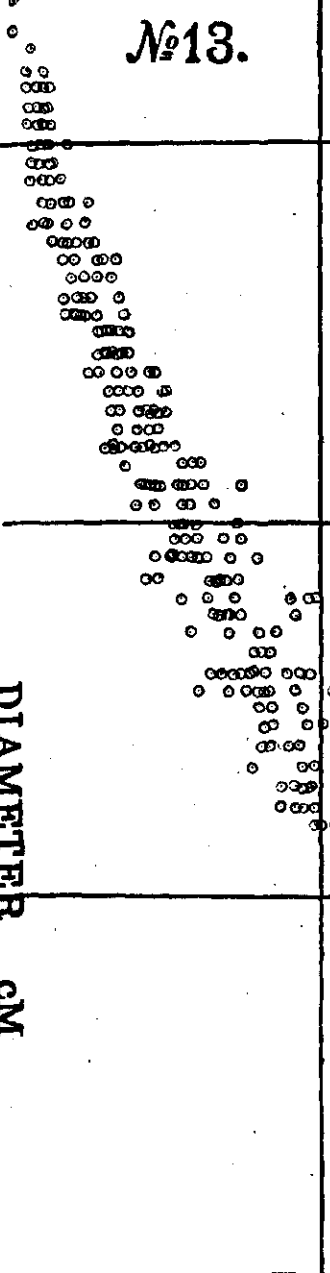
30

40

50

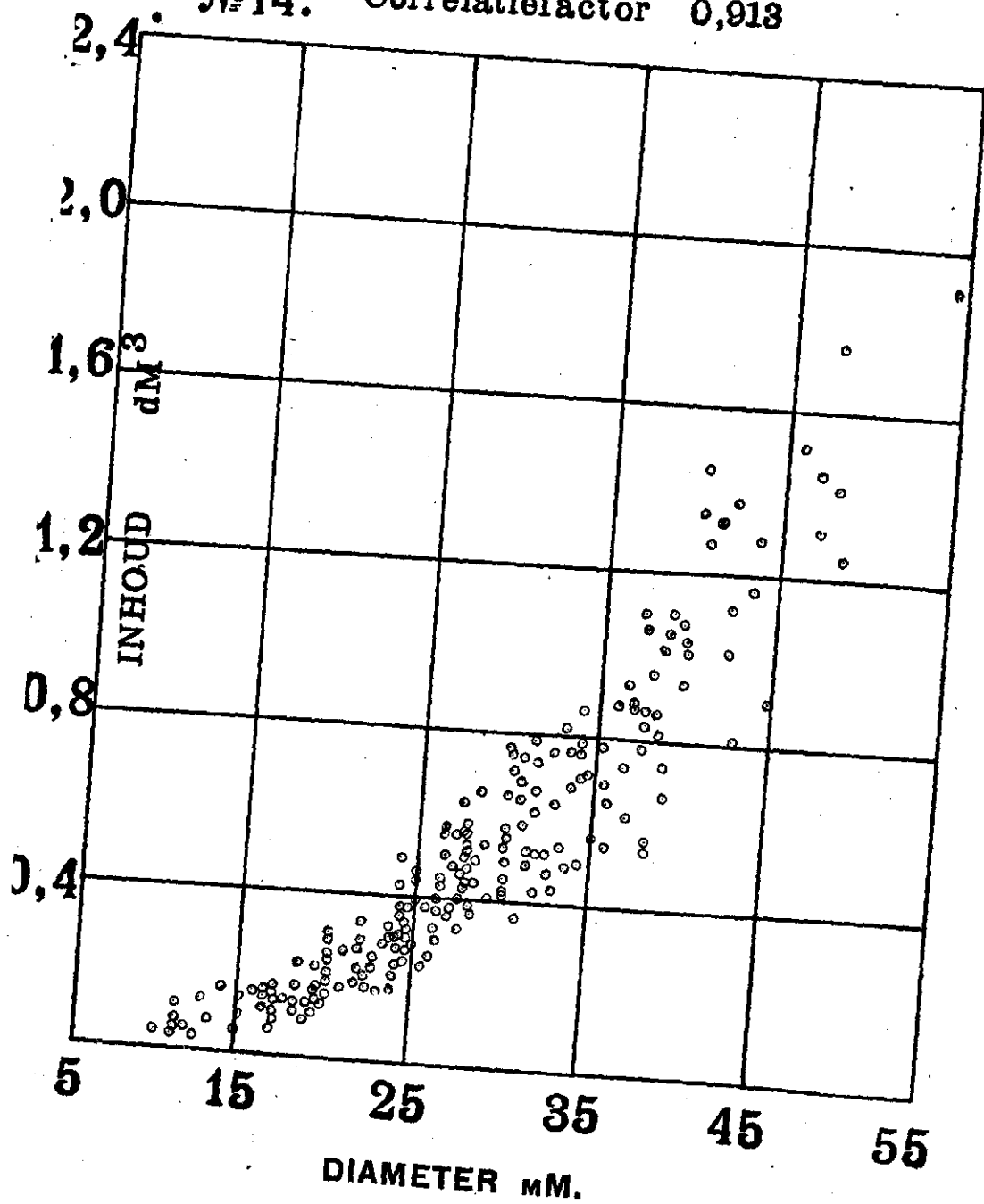
60

DIAMETER
CM



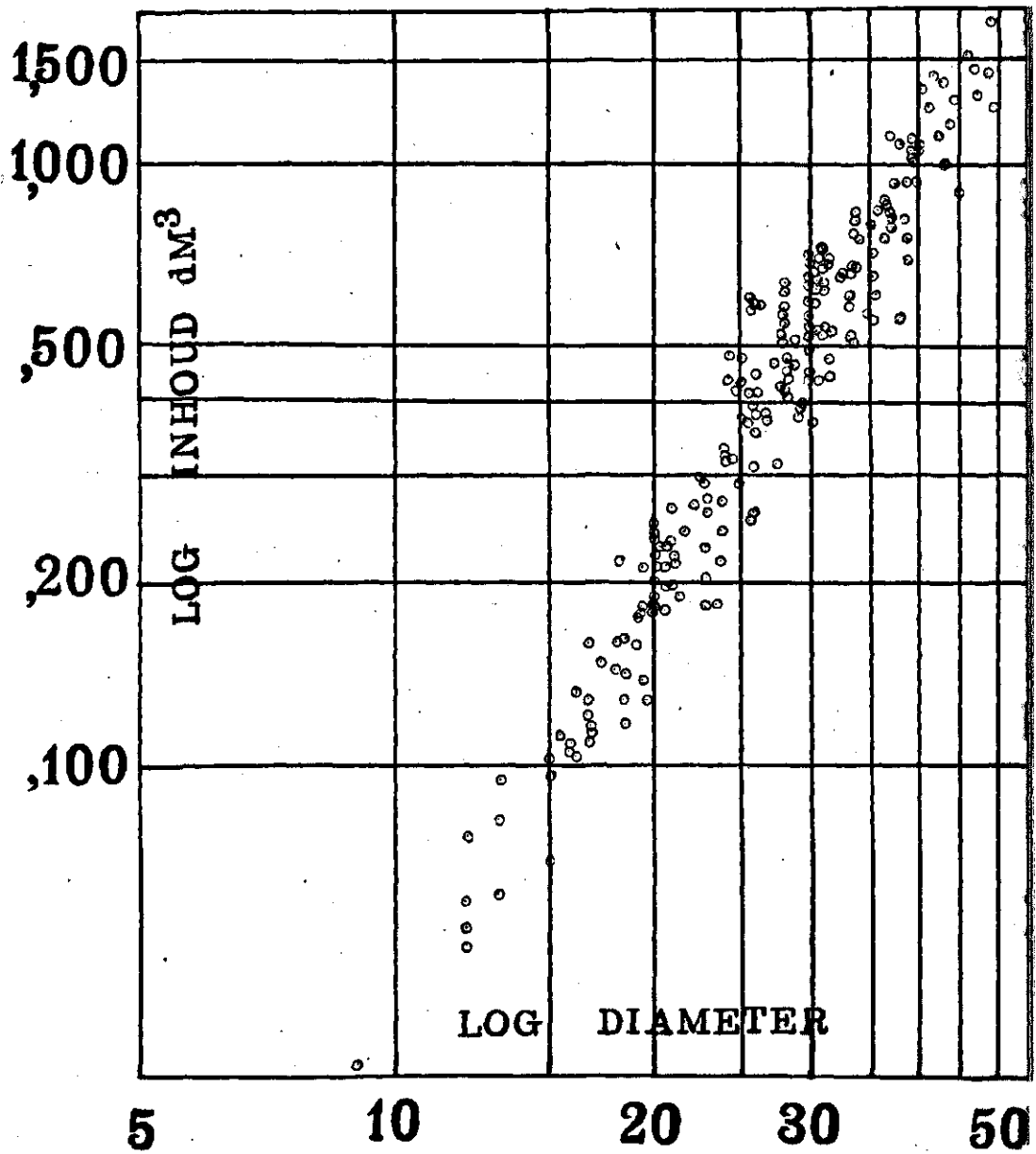
VAN PABST

№14. Correlatiefactor 0,913



VAN PABST

N^o15. Correlatiefactor 0,984



N^o 16.

HOEVEN

EN ZUIDERBOSCH.

Correlatiefactor 0,996

LOG INHOUD

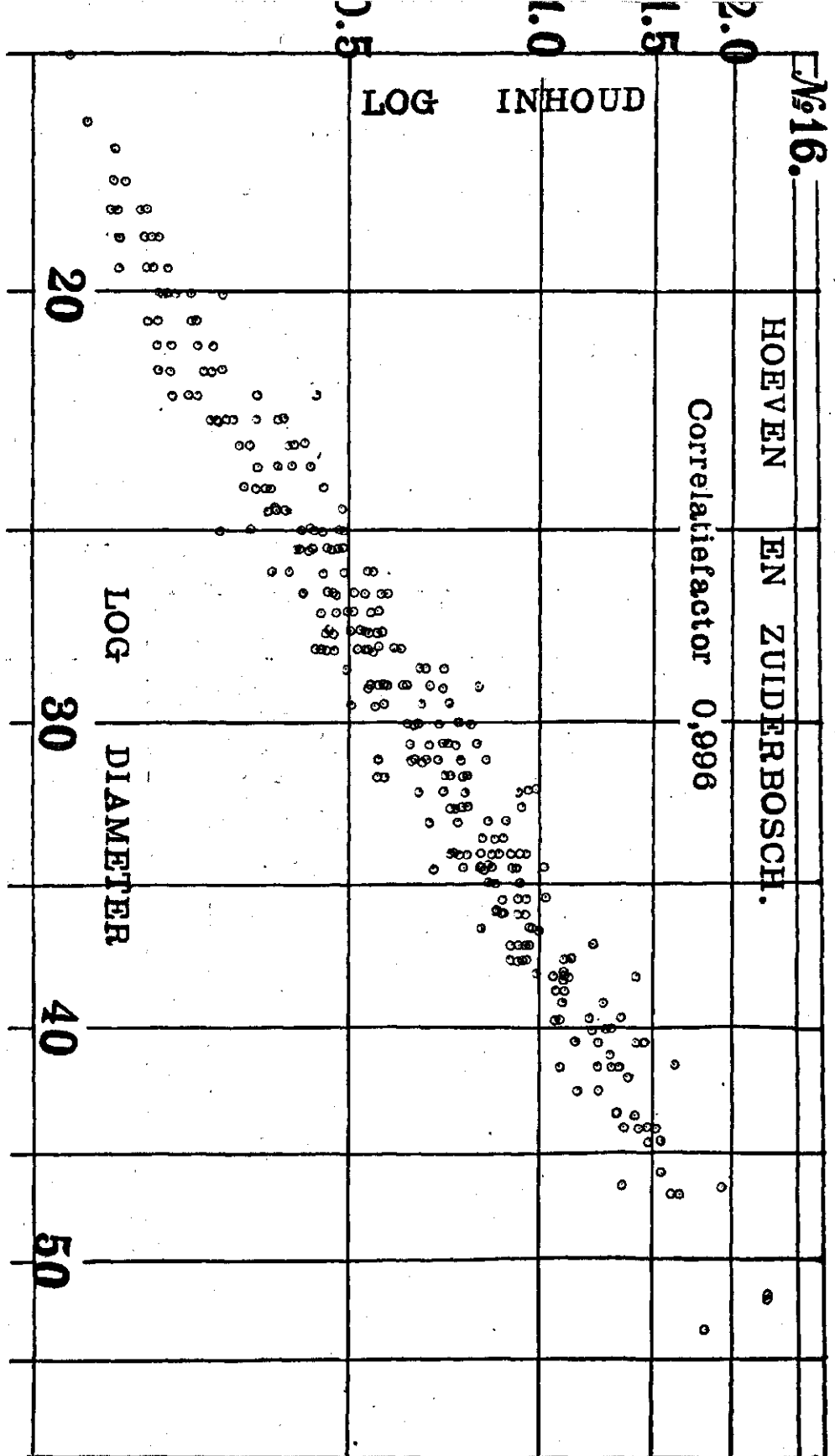
LOG DIAMETER

20

30

40

50



Grafiek nr. 13 en nr. 14 wijzen aanstonds den weg, die men uit moet. Men ziet daarop, dat er een goede correlatie bestaat tusschen diameter en inhoud. De correlatiefactor werd steeds gevonden te zijn grooter dan 0.91. Had men 1 gevonden, dan zou dat beteekenen, dat de verhouding van dikte en spilinhoud bij alle dennen volkomen dezelfde is.

Het volgende overzicht verduidelijkt de zaak.

CORRELATIECOËFFICIËNTEN

Aantal boomen Bosch	154	276	200	165	120	105	171	152
correlatie tusschen	Afgebr. Bosch.	De Hoeven + Zuiderb.	v. Pabst	Zand- bosch.	De Hoeven	Zuider- bosch.	De Hoeven	v. Pabst klassen $\frac{D}{H}$
D & H	0.574	0.495	0.842		0.653			
D & I	0.954	0.956	0.913	0.927	0.925	0.965	0.953	
D & V	-0.425	-0.254	-0.677		-0.246		-0.262	-0.561
D & Hc	0.383	0.283						
D & V	-0.507	-0.223	-0.491					
V & Q ₂	0.805	0.743	0.825				0.677	

Ter opheldering diene, dat:

D beteekent dikte op borsthoogte.

H „ hoogte.

I „ Spilinhoud.

V „ Spilvormgetal.

Q₂ „ Vormquotient, d.w.z. $\frac{\text{diameter op halve hoogte.}}{\text{diameter op borsthoogte.}}$

Hc beteekent Cylinderhoogte, d.i. hoogte $\times$ spilvormgetal.

Men kan in de grafieken nr. 13 en 14 de verschillende punten vervangen door een bolle lijn, die dan aangeeft de gemiddelde spilinhouden bij bepaalde diameters.

Nu is dat trekken van kromme lijnen uit de hand een weinig betrouwbare zaak. Twee personen, die dit werk verrichten, zullen nooit dezelfde lijnen krijgen.

De zaak wordt veel eenvoudiger door inplaats van de diameters en de inhouden hunne logarithmen op te dragen.

Op de grafiek nr. 15 en nr. 16 ziet men, dat nu de punten vervangen kunnen worden door rechte lijnen, waarbij de correlatie-factoren zijn 0,984 en 0,996. Maar ook deze vereffening zal aan nauwkeurigheid te wenschen overlaten.

Het is een ware uitkomst, dat men de vereffening met hulp van de methode der kleinste quadraten veel nauwkeuriger kan doen plaats vinden.

Bij de doorboring van den Gothard-tunnels, die op sommige plaatsen een schroefvormige gedaante bezit, verkreeg men door gebruik te maken van die methode schitterende resultaten. Het verschil in richting bij het doorboren van twee kanten bedroeg slechts volgens de eerste meting 0.49 Meter en volgens de tweede meting 0.33 Meter (Jordan, Handbuch der Vermessungskunde II p. 696).

Had men de lijn van beide kanten graphisch op de teekening uitgezet en had men daarop geboord, dan ware het zeer waarschijnlijk geweest, dat de beide sectie's aan elkaar zouden zijn voorbij gegaan zonder elkaars aanwezigheid te vermoeden.

Zij die meenen, dat men langs graphischen weg even-goed zijn doel kan bereiken dan door berekening, doen goed de eerstgenoemde methode te beproeven op het volgend vraagstuk.

In 1801 ontdekte Piazzi te Palermo de planeet Ceres en nam hem gedurende 41 dagen waar.

Gevraagd nu den ellips vormigen baan te construeeren in aanmerking nemende, dat slechts enkele punten op een stuk van 9° lengte waren benaderd.

Gauss is het met hulp van de methode der kleinste quadraten schitterend gelukt de ephemeride van den nieuwen planeet te berekenen.

Laten wij boschbouwers het voorbeeld van de astronomen en geodeeten volgen en waar het exacte onderzoekingen geldt, gebruik maken van de waarschijnlijkheidsrekening. Daarmede kunnen wij scherp naar voren brengen, wat wij uit een grafische voorstelling slechts onzeker gevoelen.

Uit grafiek nr. 15 kan afgeleid worden, dat de spilinhouden der dennenboomen uit eenzelfde kaalkaphbosch schommelen om middenwaarden en dat er onderling verband bestaat tusschen die middenwaarden. Past men nu op de gegevens, die voor de samenstelling van het genoemde grafiek hebben gediend de methode der normaal vergelijkingen toe, dan wordt de lijn, die de gemiddelde waarden vereenigt, vastgesteld door haar x en y stelt daarbij voor de tangens van de hellingshoek.

Nu is het een merkwaardige ontdekking, dat die hellingshoek voor dennen van zeer uiteenlopenden vorm constant blijkt te zijn.

Voor een 154 tal boomen in het Afgebrande bosch bij Wageningen bleek de tangens van de hellingshoek te zijn 2,23.

In het Fijnbosch bij Breda werd gevonden 2,20 en voor de Edesche bosschen 2,21 en 2,21.

Het onderstaande staatje geeft details.

Naam van het bosch.	Aantal boomen met de sectiemethode gecubeeerd.	Dikte	Spilinhoud	Tangens v. d. hellingshoek = s
		van den centrumboom c.M.	d.M ³	
Afgebrande bosch ..	154	28.0	415	2.23
Hoeven + Zuiderb.	276	29.5	615	2.21
Fijnbosch.....	101	28.4	582	2.20
Zandbosch.....	168	4.9	8.3	2.21
v. Pabst II.....	337	2.3	2.3	2.37
v. Pabst I.....	390	2.6	3.8	2.40

De laatste 2 tangenten wijken vrij sterk af, maar zijn feitelijk ook niet vergelijkbaar, daar de jonge boompjes werden geklemd niet op 1.30 M., maar op 0,10 M. boven den grond.

Op grond der voorafgaande feiten mag men spreken van een samenlevingswet bij den groven den in Nederland. Deze luidt: tusschen de spilinhouden van pijnboomen, die in een bosch samen opgroeien en nagenoeg even oud zijn, bestaat een vaste verhouding. Zij verhouden zich als de (sde) 2,21 ste machten der diameters.

De wijze van berekening van den factor s voor het Fijnbosch bij Breda volgt hieronder:

AANTAL BOOMEN	D IN cM.	INH. in 100 dM ³ .	LOG D	LOG I	N LOG D	N LOG I	N LOG ² D	N LOG D LOG I
3	18.2	2.30	0.260	0.362	0.780	1.086	0.202800	0.282360
10	20.9	2.87	0.320	0.458	3.200	4.580	1.024000	1.465600
12	23.4	3.90	0.369	0.591	4.428	7.092	1.633932	2.616948
20	26.7	5.09	0.427	0.707	8.540	14.140	3.646580	6.037780
22	29.6	6.47	0.471	0.811	10.362	17.842	4.880502	8.403582
15	32.5	7.59	0.512	0.880	7.680	13.200	3.932160	6.758400
11	35.3	9.64	0.548	0.984	6.028	10.824	3.303344	5.931552
7	38.3	11.20	0.583	1.049	4.081	7.343	2.379223	4.280969
1	41.6	14.31	0.619	1.156	0.619	1.156	0.383161	0.715564
101					45.718	77.263	21.385702	36.49276

N.B. In de log kolommen zijn gemakshalve de wijzers weggelaten.

$$[gaa] x + [gab] y = [gaq] \quad [gaa] Q_{11} + [gab] Q_{12} = 1$$

$$[gaa] Q_{21} + [gab] Q_{22} = 0$$

$$[gab] x + [gbb] y = [gbq] \quad [gab] Q_{11} + [gbb] Q_{12} = 0$$

$$[gab] Q_{21} + [gbb] Q_{22} = 1$$

$$101 x + 45.718 y = 77.263 \quad y = 2.20 = 5$$

$$45.718 x + 21.3857 y = 36.49276 \quad x = -0.230857$$

$$101 Q_{11} + 45.718 Q_{13} = 1 \quad 101 Q_{21} + 45.718 Q_{23} = 0$$

$$45.718 Q_{11} + 21.3857 Q_{13} = 0 \quad 45.718 Q_{21} + 21.3857 Q_{23} = 1$$

$$Q_{11} = 0.3063$$

$$Q_{13} = Q_{21} = -0.6548$$

$$Q_{23} = 1.447$$

$$\log D_{\text{centrum}} = \frac{[n \log D]}{n} = 1.45265$$

$$\log I_{\text{centrum}} = \frac{[n \log I]}{n} = 2.76498$$

$$D_{\text{centrum}} = 28.4$$

$$I_{\text{centrum}} = 582$$

Kent men dus den inhoud van één boom, dan kan men daaruit direct berekenen de inhouden van dunnere en dikkere stammen. Als punt van uitgang doet men het beste te nemen de diameter en de inhoud van den centrum boom. Onder centrum boom wordt verstaan de boom, die de logarithme van het arimethisch midden van de dikten der proefboomen bezit en waarvan de logarithme van den inhoud gelijk is aan de som der logarithmen van de inhouden der proefboomen gedeeld door het aantal.

BEREKENING VAN DE INHOUDEN VOLGENS DE FORMULE.

$$I = i \left(\frac{D}{d} \right)^s$$

Zie pag. 182.

D IN c.M.	LOG D	LOG D _{centrum} — LOG D	× 2,20	LOG I	I IN d.M ³
18	1.25527	0.19738	0.43424	2.33074	214
20	1.30103	0.15162	0.33356	2.43142	270
22	1.34242	0.11023	0.24251	2.52247	333
24	1.38021	0.07244	0.15937	2.60561	403
26	1.41497	0.03768	0.08290	2.68208	481
28	1.44716	0.00549	0.01208	2.75290	566
30	1.47712	0.02447	0.05383	2.81881	659
32	1.50515	0.05250	0.11550	2.88048	759
34	1.53148	0.07883	0.17343	2.93841	868
36	1.55630	0.10365	0.22803	2.99301	984
38	1.57978	0.12713	0.27969	3.04467	1108
40	1.60206	0.14941	0.32870	3.09368	1241
42	1.62325	0.17060	0.37532	3.14030	1381

Onder normale omstandigheden zullen de centrum boomen van gelijke dikte van verschillende dennenbosschen in Nederland vrij wel gelijke inhouden hebben. Daardoor wordt het praktisch gebruik van de gevonden waarheid zeer vereenvoudigd. *Men behoeft daardoor slechts eenmaal een tafeltje der inhouden te berekenen en kan dan de toepassing overlaten aan pasbeginnende boschbeambten. Zij hebben slechts te klemmen en te vermenigvuldigen zooals onderstaand staatje verduidelijkt.*

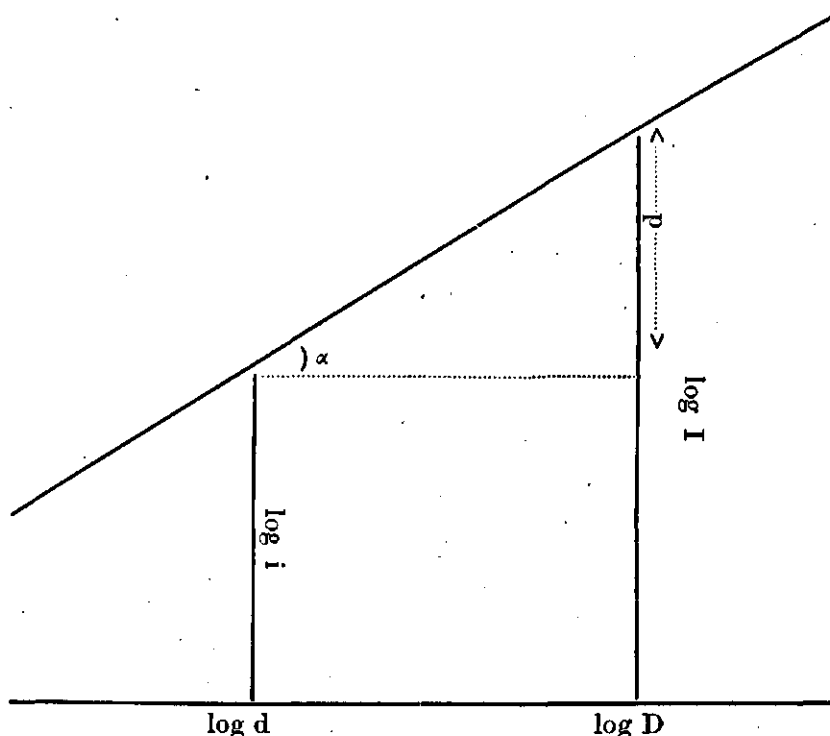
D. C.M.	n. AANTAL BOOMEN	I PER BOOM IN D.M ³	INHOUD TOTAAL IN D.M ³	
12	4	88	352	Proefvlak. Papenmuts te Breda.
14	14	123	1722	
16	39	165	6435	
18	59	214	12626	
20	71	270	19170	
22	57	333	18981	
24	58	403	23374	
26	48	481	23088	
28	22	566	12452	
30	16	659	10544	
32	6	759	4554	
34	4	868	3472	
			136770	

Hoogtemeting en velling van proefboomen komt te vervallen.

Eenvoudiger kan de meting van de totale spilhoutmassa bezwaarlijk geschieden.

Waar het geldt de houtmassa in een bosch, dat uit verschillende afdeelingen bestaat, te bepalen is deze methode ongetwijfeld nauwkeurig genoeg. Voor den eenen opstand zal men wat te veel, voor den anderen wat te weinig krijgen. Zoo het aantal opstanden niet al te klein is, zal compensatie dezer fouten plaats vinden, indien men slechts gebruik maakt van een inhoudstafeltje, dat als gemiddelde mag gelden. Natuurlijk is dat tafeltje zonder correctie niet bruikbaar voor een boschafdeeling, waarvan de boomen abnormaal hoog of laag zijn. De correctie is echter zeer eenvoudig.

Uit het feit, dat de gemiddelde inhoudslijnen alle dezelfde hellingshoek bezitten en dus parallel loopen kan aan het slot een reductie worden toegepast.



$$\log I = \log i + p \quad p = (\log D - \log d) \operatorname{tg} \alpha$$

$$\log I = \log i + (\log D - \log d) \operatorname{tg} \alpha \quad \operatorname{tg} \alpha = s$$

$$\log I = \log i + (\log D - \log d) s$$

$$I = i \left(\frac{D}{d} \right)^s$$

Noemt men nu I_f en i_f respectievelijk de inhoud van een willekeurigen en van den centrum-boom in het Fijnbosch dan gaat deze algemeene formule over in.

$$I_f = i_f \left(\frac{D}{d} \right)^s \quad \text{I}$$

Voor het Afgebrande bosch zou men dan vinden

$$I_a = i_a \left(\frac{D}{d} \right)^s \quad \text{II}$$

Deelt men I door II dan krijgt men

$$I_f : I_a = i_f : i_a \quad \text{III}$$

Voor andere dikten geldt dezelfde verhouding.

De breuk $\frac{i_f}{i_a}$ geeft dus de reductiefactor aan, waarmede men aan het einde van de inhoudsberekening de uitkomst moet vermenigvuldigen om voor het Afgebrande bosch de juiste inhoud te verkrijgen, zoo men gewerkt heeft met het tafeltje feitelijk geldende voor het Fijnbosch.

Nu zij men niet te haastig, maar daarentegen voorzichtig met het toepassen van reductie. Het tafeltje geldt slechts voor gemiddelde inhouden. Gold het zuiver voor alle boomen dan zou de correlatiefactor zijn geweest 1 terwijl deze 0,996 voor de Hoeven bedraagt. In de grafieken nr. 15 en 16 hadden alle punten op eenzelfde lijn gelegen zoo de correlatie factor 1 was geweest.

Groot is de afwijking (deviatie) niet, maar toch groot genoeg om aanleiding te geven tot belangrijke fouten.

Wanneer twee personen A en B uit een gering aantal boomen het verloop van de lijn willen bepalen, is het mogelijk, dat A een hooger en stijler verloop krijgt dan B; hoe grooter het aantal waarnemingen is, des te beter zal er overeenstemming worden verkregen.

De afwijking in vorm moet niet verward worden met het onderling verschil in vormverhouding. Het laatste is slechts te bepalen uit een groot aantal waarnemingen en wordt bij den groven den in Nederland getypeerd door $s = 2,21$.

Ter verduidelijking moge het volgende dienen.

Uit een algemeene sterfte tafel voor Nederland is de gemiddelde levensduur van een mannelijke en vrouwelijke ingezetene te bepalen. Wie zal het nu in zijn hoofd krijgen de geldigheid dier cijfers voor een bepaalde kleine stad in Nederland te bestrijden op grond van de leeftijden der gedurende één jaar in die plaats gestorven individuen.

Terecht zal men aan de algemeene sterfte tafel, die is samengesteld uit een groote reeks van jaren en personen, de voorkeur schenken.

Bij de houtmeetkunde doet men in den regel het tegenovergestelde. Uit de waarneming aan een beperkt aantal proefboomen leidt men de massa verhouding af voor een veel grooter aantal.

Met die methode moet althans voor wetenschappelijke opnamen gebroken worden.

De algemeene groeiverhouding moet op den voorgrond geplaatst worden en deze, waar het inderdaad blijkt noodig te zijn door een reductie worden pas klaar gemaakt voor bepaalde plaatselijke omstandigheden.

Wil men dit met succes doen, dan is het noodig in loco veel

boomen nauwkeurig te cubeeren. Bepaald vereischt zal het vermoedelijk niet zijn, daarbij de tijdroovende sectiemethode toe te passen. Een nader onderzoek zijn we voornemens in te stellen in hoeverre vlug het doel bereikt kan worden met de verbeterde Bose'sche hoogtemeter en door gebruik te maken van een vergroote Sylvimetre. Met de laatste kan men de diameter op halve hoogte der boomen bepalen en dan met hulp van de tafel van Maass 1) cubeeren. De bedoelde tafel heeft drie ingangen: dikte, hoogte en vormklasse.

Natuurlijk is de cubeering niet zoo zuiver, dan wanneer de sectiemethode wordt toegepast, maar de vraag is het, of zulks noodig is.

Het geldt alleen de inhoud van den centrum-boom vast te stellen en zal deze weinig beïnvloed worden, of de inhoud der samenstellende boomen volkomen juist is, want bij de berekening vindt immers compensatie plaats.

Het is een bekend feit, waarop we hier te voren reeds wezen, wanneer men de gemiddelde dikte van de boomen van een opstand wil kennen, men vrijwel dezelfde uitkomst krijgt, of men in m.M. of in dubbele centimeters klemmt. Het laatste gaat echter veel vlugger en ook de berekening van de gemiddelde dikte kost minder tijd.

Bij het meten van de hoogten en dikten van de jonge dennen in de aanplanting van van PABST werd een overeenkomstige ervaring opgedaan.

TRAPPEN VAN	GEM.HOOGTE C.M.	TRAPPEN VAN	GEM. DIAM. M.M.
5 c.M.	161	5 m.M.	28
10 "	161	10 "	28
20 "	161	20 "	28,3
40 "	161,7		
80 "	160,3		

Men ziet dus, of men de lengte der boomen opmeet nauwkeurig in 5 of in 20 c.M., in beide gevallen werd voor gemiddelde hoogte 161 c.M. gevonden. In de practijk zou men in het onderhavig geval hebben kunnen volstaan de hoogten te schatten in 40 c.M. klassen en de daaruit afgeleide gemiddelde hoogte zou vermoedelijk geen c.M. met de werkelijkheid verschillen.

1) Meddelanden fran Statens Skogsförsöksanstalt Häftet 5—1908.

Grundner ¹⁾ vond in 11 beuken opstanden, dat bij de afronding der diameters op 0,5—1—2—3—4 en 5 c.M. een gemiddelde fout werd gemaakt van 0,19—0,54—0,55—0,72—0,85 en 1,01 %.

Kunze ²⁾ constateerde bij 4 sparren en bij 4 grove dennen opstanden, waarbij de gemiddelde diameters tusschen 21,9 en 28,1 lagen, bij afronding op 1—2—3—4 en 5 c.M. een fout in de cirkelvlakte van 0,49—0,29—0,63—0,73 en 1,08 %.

Bij het beoordeelen dezer cijfers verlieze men niet uit het oog, dat bij herklemming met dezelfde afronding ook steeds verschillen gevonden worden, die in doorsnede ook wel 0,5% bedragen.

Het proefvlak Papenmuts in het Mastbosch bij Breda is behandeld met het tafeltje, dat uit de in het Fijnbosch gevonden gegevens is samengesteld. Waar de opname een wetenschappelijk doel beoogt, moet natuurlijk een correctie worden aangebracht. Er werden op het proefvlak Papenmuts een 11-tal boomen beklommen en met de sectiemethode gecubeerd. Hieronder volgt de berekening van den inhoud hunner centrum-boom en de berekening van den reductiefactor.

No. v. d. proefboom	D IN c.M.	I IN d.M.	LOG D	LOG I
1	22.2	366	1.34635	2.56348
2	24.5	415	1.38917	2.61805
3	34.2	905	1.53403	2.95665
4	25.7	482	1.40993	2.68305
5	28.9	660	1.46090	2.81954
6	33.7	745	1.52763	2.87216
7	16.2	161	1.20952	2.20683
8	24.6	448	1.39094	2.65128
9	28.0	521	1.44716	2.71684
10	16.8	187	1.22531	2.27184
11	25.3	436	1.40312	2.63949
			15.34406	28.99921

$$\log D_{\text{centrum}} = \frac{[\log D]}{n} = \frac{15.34406}{11} = 1.39491 \quad D_{\text{centrum}} = 24.8 \text{ c.M.}$$

$$\log I_{\text{centrum}} = \frac{[\log I]}{n} = \frac{28.99921}{11} = 2.63629 \quad I_{\text{centrum}} = 433 \text{ dM}^3.$$

1) Untersuchungen über Querflächen Ermittlung der Holzbestände pag. 40.

2) Anleitung zur Aufn. pag 12.

In het Fijnbosch heeft de centrum-boom een dikte van 28,4 c.M. en een inhoud van 582 d.M³. De log. dier maten waren (zie pag. 180) 1,45265 en 2,76498.

Een boom van 24,8 c.M. in het Fijnbosch heeft ergo een inhoud van: $\log i_{24.8} = \log I_{28.4} + 2.20$ ($\log 24.8 - \log 28.4$)

$$\log 24.8 = 1.39445$$

$$\log 28.4 = 1.45265$$

$$(9.94180 - 10) \times 2.20 = 9.87196$$

$$\log I_{28.4} = 2.76498$$

$$\log i_{24.8} = 2.63694$$

$$i = 433 \text{ dM}^3.$$

Het blijkt dus, dat absoluut geen correctie noodig is en dat uit de 11 proefboomen gevonden wordt dezelfde inhoud. De ingeslagen weg schrikt wellicht de praktijk terug.

De vraag is of de berekening niet zeer veel vereenvoudigd kan worden, terwijl toch voldoende betrouwbaarheid wordt verkregen. De gemiddelde dikte der boomen op het proefvlak Papenmuts bedroeg volgens de klemstaat 22,2 c.M. Neemt men de proefboomen nr. 1, 2, 4, 8, en 11 wier diameters om de gemiddelde liggen en berekent men daarvan het arithmetisch midden der diameters en inhouden, dan vindt men 24,5 c.M. en 429 c.M³.

Door interpolatie van het tafeltje Fijnbosch vindt men 423 d.M³. Men zou dus een correctiefactor moeten gebruiken van

	D	I
	c.M.	d.M ³
$I_{28} = 481$		
$I_{24} = 403$		
$\frac{78}{20}$		
dus	22.2	366
	24.5	415
$I_{24.5} = 423$	25.7	482
	24.6	448
	25.3	436
Gemid.	1223	2147
	24,5	429

$\frac{423}{429} = 0,986$ of m.a.w. tenslotte moeten aftrekken $1\frac{1}{2}\%$, maar aangezien de ingeslagen weg slechts een benadering is, is de conclusie logisch, dat men voor het proefperk Papenmuts zonder correctie het Fijnbosch tafeltje mag gebruiken.

Voor een ander proefvlak 24f in het Mastbosch is eveneens de correctiefactor berekend en gevonden $1 \text{ en } \frac{454}{466} = 0,975$.

Ook voor dit proefvlak luidt de conclusie dus eveneens, dat het tafeltje van het Fijnbosch zonder reductie toegepast mag worden.

Voor het Afgebrande bosch bij Wageningen, waar men door den abnormalen hollen stand der boomen direct gewaarschuwd wordt, dat het tafeltje van het Fijnbosch niet zonder correctie is te bezigen, blijkt de correctie-factor berekend uit 10 boomen

te zijn $\frac{397}{545}$ of 73 %, zoo deze logarithmisch is nagegaan, en dezelfde factor zoo deze op primitieve wijze is benaderd.

Ook wanneer men de reductiefactor uit alle proefboomen (154 stuks) berekent, blijkt deze dezelfde te zijn als uit 10 boomen.

Dat de reductiefactoren dezelfde zijn, wanneer men deze uit 10 proefboomen op 2 manieren berekent, is toe te schrijven aan het feit, dat de gekozen middenboomen allen zeer eng om den middenboom zijn gelegen (27,2—28,0 c.M.) en in 24f Mastbosch meer schommelen (21,3—27,7 c.M.). Had men in 24f Mastbosch werkelijk proefboomen om het midden gekozen dan zou de overeenstemming eveneens vollediger zijn geweest.

Interessant is het hier mededeeling te doen van de opvatting van Prof. Dr. Kunze, die in zijn 3te Auflage Anleitung zur Aufnahme des Holzgehaltes der Waldbestände (Berlin Parey 1916) op blz. 26 bewijst dat $s = 4$ is.

Het bewijs komt op het volgende neer.

De inhoud van een rotatielichaam, waarvan de beschrijvende lijn voldoet aan de algebraische vergelijking $y^2 = px^m$ is gelijk aan $\frac{1}{m+1}$ G.H. Is $m = 1$, m.a.w. is de spil een apollonische paraboloïde, dan gaat deze formule over in $\frac{1}{2}$ G.H. Dus $I = \frac{1}{2}$ G.H. en $i = \frac{1}{2} g.h$. Uit $y^2 = px$ volgt zoo p constant is $D^2: d^2 = H: h$ en dus $G: g = H: h$ ergo $H = \frac{Gh}{g}$ en na substitutie

dezer waarde $I: i = \frac{1}{2} GG \frac{h}{g}: \frac{1}{2} gh = G^2: g^2 = D^4: d^4$ dus $I = i \left(\frac{D}{d}\right)^4$.

Waarom is het nu toe te schrijven, dat men langs theoretischen weg 4 en in de practijk 2,21 vindt?

Gedeeltelijk kan dit verklaard worden door het feit, dat in de voorafgaande formule D en d de diameters aan den voet van den boom voorstellen en niet die op borsthoogte, waarbij 2,21 is gevonden.

Hoofdzakelijk schrijven wij het groote verschil toe aan het feit, dat Prof. Dr. Kunze uitgaat van de veronderstelling, dat de boomen in een zelfden opstand rotatielichamen zijn wier beschrijvende lijnen dezelfde algebraische vergelijkingen bezitten en waarbij de parameters (p) gelijk zijn. Berekent men s uit de 15 Kunze'sche proefboomen op blz. 21 van zijn publicatie vermeldt, dan vindt men 2,53.

BEREKENING VAN S UIT DE 15 PROEFBOOMEN
VAN KUNZE

No.	LOG D	LOG I DIK- HOUT	LOG ² D	LOG D LOG I DIKHOUT	LOG I DIKHOUT + TAKH.	LOG D LOG I DIK + TAKH.
1	0.255	0.405	65025	103275	0.477	121635
2	0.294	0.458	86436	134652	0.540	158760
3	0.299	0.407	89401	121693	0.472	141128
4	0.338	0.587	114244	198406	0.638	215644
5	0.338	0.582	114244	196716	0.675	228150
6	9.380	0.714	144400	271320	0.808	307040
7	0.387	0.797	149769	308439	0.853	330111
8	0.387	0.737	149769	285219	0.788	304956
9	0.408	0.790	166464	322320	0.821	334968
10	0.425	0.805	180625	342125	0.844	358700
11	0.452	0.822	204304	371544	0.901	407252
12	0.481	0.972	231361	467532	1.047	503607
13	0.509	1.031	259081	524779	1.096	557864
14	0.537	1.082	288369	581034	1.157	621309
15	0.613	1.268	375769	777284	1.344	823872
15	6.103	11.457	2,619261	5,006338	12.461	5,414996

$S = 2.53$ voor dik- en takhout samen.

$$15x + 6.103y = 12.461$$

$$6.103x + 2.6193y = 5.415 \quad y = 2.53.$$

$$\frac{[\log D]}{15} = 0.40687$$

$$\frac{[\log I]}{15} = \frac{11.457}{15} = 0.76380$$

$$D = 25.53 \text{ cM.}$$

$$I = 0.5805$$

S is even groot voor het dikhout als voor het totaalhout en wijkt vrij sterk af van de door ons gevonden 2,21, maar het is niet zeker, of de cijfers voor den spar of voor den groven den gelden. Bovendien heeft onze s betrekking op het spilhout voor den groven den in Nederland en dan is 15 een te gering aantal boomen om daaruit nauwkeurig s te bepalen. In ieder geval blijkt de gevonden s veel beter overeen te stemmen met de waarde, die wij hier op grond van waarneming vonden (2,21) dan met de theoretisch door Kunze afgeleide 4.

Op blz. 33 van het hier aangehaalde geschrift komt een berekening voor van de dikhoutmassa uitgaande van de veronderstelling, dat $s = 2$ en dat $s = 4$ is.

In het eerste geval is de dikhoutmassa 1,32 % te weinig, in het 2e geval 6,39 % te veel.

De fout voor de berekening met $s = 4$ zou nog grooter geweest zijn zoo niet toevallig het gemiddelde der gebruikte 5 proefboomen feitelijk naar rato te klein ware geweest in verhouding tot die der 5 boomen gebruikt voor $s = 2$.

$$I = i \left(\frac{D}{d} \right)^4 \quad \log I = \log i + 4 (\log D - \log d)$$

$$\log D = \log 27,52 = 1,43965$$

$$\log d = \log 26,16 = 1,41764 \quad \text{af}$$

$$\hline 0,02201$$

$$4$$

$$\hline 0,08804$$

$$\log i = \log 0,6302 = 9,79948 - 10$$

$$\hline 9,88752$$

$$I = 0,7718, \text{ terwijl Kunze gebruikte } 0,6771.$$

De vraag is in hoeverre deze gemiddelde overeenstemt met de overeenkomstig gemiddelde der 15 boomen. Berekent men daaruit de corresponderende inhouden dan vindt men

$\log d_1 =$ $\log D_{\text{centrum}} =$ $\hline 0,01077$ $2,53$ $\hline 0,0272481$ $\log i =$ $0,76380$ $\hline 0,7910481$	$\log dr =$ $\log D_{\text{centrum}} =$ $\hline 0,03278$ $2,53$ $\hline 0,0829334$ $\log i =$ $0,76380$ $\hline 0,8467334$
--	---

$$I = 0,6181.$$

$$\text{Totale houtmassa } 0,6101 \times 819$$

$$\text{boomen} = 506,22 \text{ M}^3.$$

$$I = 0,7026.$$

$$\text{Totale houtmassa } 0,7026 \times 819$$

$$\text{boomen} = 575,43 \text{ M}^3.$$

Fig. 17 geeft een voorstelling van de 10 proefboomen van Kunze, die op pag. 33 van zijn geschrift zijn vermeld. De $\odot$ hebben betrekking op de bovenste de $\square$ op de beneden reeks, terwijl $\odot$ en $\square$ aangeven de gemiddelden. Men ziet met een oogopslag, dat de modelboomen, wat inhoud aangaat, zeer uiteenloopen vooral de 5 van de eerste reeks. Wat men niet uit de figuur kan lezen, is of $\odot$ ten opzichte van $\square$ goed gelegen is of wel, dat $\odot$ te hoog of dat $\square$ te laag is gelegen. Hier boven werd gevonden voor I $\odot$ 0,618 M^3 en van $\square$ 0,703.

Berekent men de s uit de twee gemiddelde proefboomen van Kunze dan vindt men 1,4, een veel te laag getal.

Door combinatie dezer gegevens mag worden geconcludeerd, dat de bewering, dat de gemiddelde proefboom voor de 2e reeks te lagen inhoud heeft en dus zooals gezegd de fout nog grooter zou zijn geweest door met $s = 4$ te werken, indien als gemiddelde inhoud een hoogere waarde was aangenomen.

$$\text{Uit het voorafgaande ziet men, dat de formule } i = I \left(\frac{d}{D} \right)^s$$

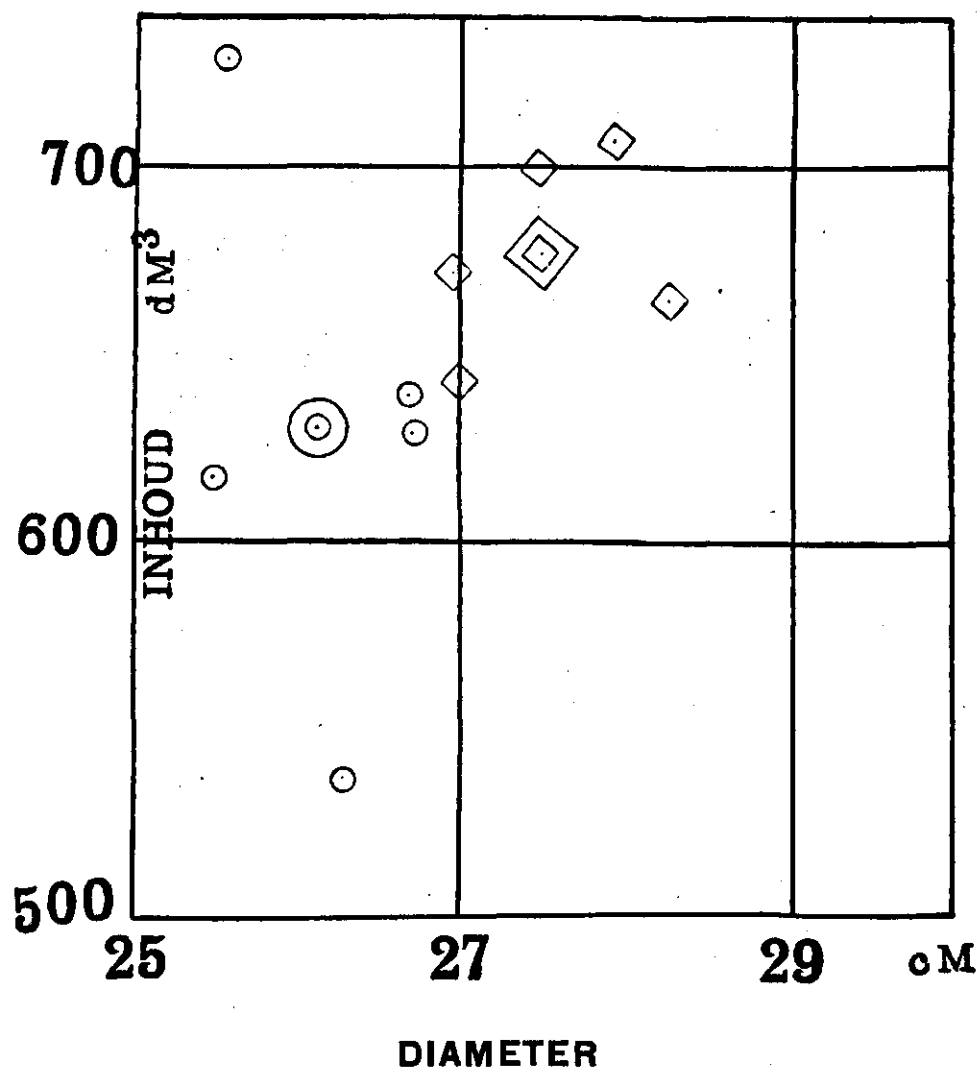
PROEFBOOMEN VAN KUNZE

○ STEL VAN 5 STUKS DIE GEDIEND HEBBEN

ALS MIDDENBOOM BIJ $S = 2$

◻ IDEM BIJ $S = 4$

*N*₂17.



dienst kan doen voor de controle of de proefboomen juist gekozen zijn. Voor de eerste reeks op pag. 33 Kunze, is s negatief, daarmede is aangetoond, dat zij absoluut niet van „middelere Beschaffenheit” zijn, en men met het gebruik van hun gemiddelde dus voorzichtig moet zijn.

In hoeverre is het tafeltje voor het Fijnbosch betrouwbaar?

De primaire lijst van de 101 boomen, die met de sectiemethode zijn gecubeerd, geeft een totaal van 63,914 M³.

De samengetrokken lijst geeft volkomen dezelfde uitkomst zooals hieronder blijkt.

AANTAL BOOMEN N	GEMIDDELDE		TOTALE INH. M ³ .
	DIAM. CM.	INHOUD M ³ .	
3	18.2	0.230	0.690
10	20.9	0.287	2.870
12	23.4	0.390	4.680
20	26.7	0.509	10.180
22	29.6	0.647	14.234
15	32.5	0.759	11.385
11	35.3	0.964	10.604
7	38.3	1.120	7.840
1	41.6	1.431	1.431
101			63.914

Om nu onze methode zuiver te kunnen vergelijken moet een tafeltje gemaakt worden voor $d = 18,2$, $d = 20,9$ enz. en wel volgens de formule $i = I \left(\frac{d}{\bar{D}} \right)^s$ waarin $\log D = 1,45265$, $\log I = 2,76498$ en $s = 2.20$.

d	LOG d	LOG D — LOG d	× '2.20	LOG i	i DM ³ .
18.2	1.26007	0.19258	0.42368	2.34130	219
20.9	1.32015	0.13250	0.29150	2.47348	297
23.4	1.36922	0.08343	0.18355	2.58143	381
26.7	1.42651	0.02614	0.05751	2.70747	510
29.6	1.47129	0.01964	0.04321	2.80819	643
32.5	1.51188	0.05923	0.13031	2.89529	786
35.3	1.54777	0.09512	0.20926	2.97424	942
38.3	1.58320	0.13055	0.28721	3.05219	1128
41.6	1.61909	0.16644	0.36617	3.13115	1353

Cubeert men nu de 101 boomen met dit theoretisch tafeltje

dan krijgt men voor totalen inhoud 63,946 M³. d.i. $\frac{1}{20}$ % meer dan de som van de werkelijk gevonden inhouden.

N	GEMIDDELDE		N I M ³ .
	D	I	
3	18.2	0.219	0.657
10	20.9	0.297	2.970
12	23.4	0.381	4.572
20	26.7	0.510	10.200
22	29.6	0.643	14.146
15	32.5	0.786	11.790
11	35.3	0.942	10.362
7	38.3	1.128	7.896
1	41.6	1.353	1.353
101			63.946

Oppervlakkig beschouwd zou men concludeeren, tot een grooten graad van nauwkeurigheid van de logarithmische lijn, terwijl slechts mag worden vastgesteld, dat geen rekenfouten zijn begaan.

De quaestie op zich zelf is vrij ingewikkeld en levert aan hen, die niet gewend zijn met de W. R. te werken, moeilijkheden op. Het is daarom noodig in details te treden. Het gemakkelijkst is de zaak tot klaarheid te brengen, wanneer men de gevonden inhouden der 101 boomen tevens vereffent volgens een rechte lijn en de uitkomsten vergelijkt met die verkregen door vereffening van de log-lijn.

BEREKENING VAN E. FIJNBOSCH VOLGENS RECHTE LIJN.

n	INHOUD		v.	n v		v v 0,0	n v v 0,0
	GEGEVEN	BERE- KEND		+	-		
3	0.230	0.134	-0.096		0.288	09216	27648
10	0.287	0.260	-0.027		0.270	00729	07290
12	0.390	0.377	-0.013		0.156	00169	02028
20	0.509	0.532	+0.023	0.460		00529	10580
22	0.647	0.667	+0.020	0.440		00400	08800
15	0.759	0.803	+0.044	0.660		01936	29040
11	0.964	0.934	-0.030		0.330	00900	09900
7	1.120	1.074	-0.046		0.322	02116	14812
1	1.431	1.228	-0.203		0.203	41209	41209
				1.560	1.569		0.151307

$$E_0 = \sqrt{\frac{0.151307}{7}} = \sqrt{0.0216153} = 0.147.$$

BEREKENING VAN E_0 FIJNBOSCH VOLGENS LOG. LIJN.

n	LOG I GEGEVEN	LOG I BEREKEND	v	vv 0,000	n v v 0,00
3	2.36173	2.34170	0.02003	4012009	12036027
10	2.45788	2.47375	0.01587	2518569	25185690
12	2.59106	2.58160	0.00946	0894916	10738992
20	2.70672	2.70752	0.00080	0006400	00128000
22	2.81090	2.80594	0.00496	0246016	05412352
15	2.88024	2.89516	0.01492	2226064	33390960
11	2.98408	2.97404	0.01004	1008016	11088176
7	3.04922	3.05191	0.00269	0072361	00506527
1	3.15564	3.13080	0.02484	6170256	06170256
					0.0104656980

$$E_0 = \sqrt[7]{\frac{0.0104656980}{7}} = \sqrt[7]{0.0014951} = 0.03867.$$

Frappant is het groote onderscheid der beide E_0 's; 0,147 en 0,039. Men loopt gevaar te beweren dat, wanneer men een willekeurige boom cubeert, men bij de uitkomst 0,147 moet optellen of aftrekken in het eerste geval en in het tweede geval 0,039. De deviatie in het bosch heeft feitelijk niets uit te staan met de vereffening volgens de rechte of log.lijn. Kleefden aan de vereffeningen geen fouten, dan zouden langs beide wegen dezelfde E_0 gevonden worden, als de deviatie bedraagt in het bosch, maar zulks is absoluut niet het geval.

Om te beginnen is de $E_0 = 0,039$ een log. bedrag en bezit daardoor verschillenden invloed op de absolute waarde der div. punten.

Verder is E_0 gevonden in beide berekeningsgevallen door aan te nemen, dat de E_0 over de geheele breedte der lijnen gelijk is. Dit is echter in strijd met de natuur. De deviatie in de verschillende groepen neemt toe met het dikker worden der boomen. Ten naaste bij kan men beweren, dat de deviatie uitgedrukt in % eerder als gelijkwaardig mogen aangenomen worden.

FIJNBOSCH BREDA

Berekening van E_0 voor elken groep, $v = I_{\text{geg.}} - I_{\text{gem.}}$ uit de groep.

I GEGE- VEN	v	v v	I GEGE- VEN	v	v v	I GEGE- VEN	v	v v
215	-15	225	535	26	676	668	-91	8281
248	18	324	468	-41	1681	749	-10	100
228	-2	4	509	0	0	654	-105	11025
230		553	542	33	1089	898	139	19321
$E_0 = \sqrt{\frac{553}{2}} = 16,63$			455	-54	2916	761	-2	4
$= 7,2 \%$			513	4	16	828	69	4761
			567	58	3364	848	89	7921
			496	-13	169	779	20	400
			593	84	7056	811	52	2704
274	13	169	607	98	9604	692	-67	4489
293	-6	36	558	49	2401	869	110	12100
282	-5	25	564	55	3025	759		86289
313	26	676	509		47009	$E_0 = \sqrt{\frac{86289}{14}} = 78,51$		
311	24	576				$= 10,3 \%$		
284	-3	9	$E_0 = \sqrt{\frac{47009}{19}} = 49,74$					
291	4	16	$= 9,8 \%$			978	14	196
308	21	441				965	1	1
262	-25	625				886	-78	6084
253	-34	1156				838	-126	15876
287		3729				931	-33	1089
$E_0 = \sqrt{\frac{3729}{9}} = 20,36$						961	-3	9
$= 7,1 \%$						917	-47	2209
						1110	146	21316
306	-84	7056	520	-127	16129	878	-86	7396
332	-58	3364	594	-53	2809	973	9	81
389	-1	1	675	28	784	1161	197	38809
349	-41	1681	716	69	4761	964		93066
426	36	1296	491	-156	24336	$E_0 = \sqrt{\frac{93066}{10}} = 96,47$		
425	35	1225	601	46	2116	$= 10 \%$		
404	14	196	549	-98	9604	1005	-115	13225
385	-5	25	737	90	8100	871	-249	62001
404	14	196	626	-21	441	1169	49	2401
418	28	784	645	-2	4	1304	184	33856
430	40	1600	653	6	36	1013	-107	11449
421	31	961	690	43	1849	1290	170	28900
390		18385	668	21	441	1189	69	4761
$E_0 = \sqrt{\frac{18385}{11}} = 40,88$			726	79	6241	1120		156593
$= 10,5 \%$			644	-3	9			
			756	109	11881			
475	34	1156	777	130	16900			
486	23	529	644	-3	9			
467	42	1764	590	-57	3249			
486	-23	529	694	47	2209			
404	15	225	596	-51	2601			
441	-68	4624	638	9	81			
432	-77	5929	647		114590			
493	-16	256	$E_0 = \sqrt{\frac{114590}{21}} = 73,87$					
			$= 11,4 \%$					
			748	-11	121	1431	0	0
			725	-34	1156	1431		
			668	-91	8281	$E_0 = \sqrt{0} = 0$		
			684	-75	5625	$= 0 \%$		

OVERZICHT DER DEVIATIE'S

GROEP	n	GEMID- DELDE INHOUD IN DM ³ .	DEVIATIE	
			IN DM ³ .	IN % V/D. GEM. I
I	3	230	16.6	7.2
II	10	287	20.4	7.1
III	12	390	40.9	10.5
IV	20	509	49.7	9.8
V	22	647	73.9	11.4
VI	15	759	78.5	10.3
VII	11	964	96.5	10.0
VIII	7	1120	161.6	14.4
IX	1	1431	0	0

Het aantal boomen in de uiterste groepen is te gering om aan de daarin berekende E_0 veel waarde toe te kennen.

Uit de middengroepen zou men concluderen, dat de E_0 in % uitgedrukt bedraagt $10\frac{1}{2}$ %.

Verder is het aannemelijk, dat het percentage bij de groep der dunne boomen kleiner is en dat bij de groep der dikkere boomen grooter.

Rationeel is het alsnu de E_0 volgens de rechte en volgens de log-lijn te berekenen, maar daarbij uit te gaan van een gelijkheid der procentische deviatie's.

BEREKENING VAN DE E_0 IN % VOLGENS DE RECHTE LIJN

N	I	V	IN % W	W W	N W W
3	230	96	41.7	1739.89	5216.67
10	287	27	9.4	88.36	883.60
12	390	13	3.3	10.89	130.68
20	509	23	4.5	20.25	405.00
22	647	20	3.1	9.61	211.42
15	759	44	5.8	33.64	504.60
11	964	30	3.1	9.61	105.71
7	1120	46	4.1	16.81	117.67
1	1431	203	14.2	201.64	201.64
					7776.99

$$E_0 = \sqrt{\frac{7776.99}{7}} = \sqrt{1110.9985} = 33.33$$

BEREKENING E_0 IN % VOLGENS DE LOG. LIJN

GROEP	I	II	III	IV	V
log I	2.36173	2.45788	2.59166	2.70672	2.81090
log I + 0.03867	2.40040	2.49655	2.62973	2.74539	2.84957
log I - 0.03867	2.32306	2.41921	2.55239	2.66805	2.77223
I + E_0	251 21	314 27	426 36	556 47	707 60
I - E_0	210 -20	263 -24	357 -33	466 -43	592 -55
I gemidd.	230	287	390	509	647
E_0 in %	9.1	9.4	9.2	9.2	9.3
E_0 in %	-8.7	-8.4	-8.5	-8.4	-8.5

GROEP	VI	VII	VIII	IX	
log I	2.88024	2.98408	3.04922	3.15564	
log I + 0.03867	2.91891	3.02275	3.08789	3.19431	
log I - 0.03867	2.84157	2.94541	3.01055	3.11697	
I + E_0	830 71	1054 90	1224 104	1564 133	
I - E_0	694 -65	882 -82	1025 -95	1309 -122	
I gemidd.	759	964	1120	1431	
E_0 in %	9.4	9.3	9.3	9.3	
E_0 in %	-8.6	-8.5	-8.5	-8.5	

De E_0 in procenten berekend volgens de rechte lijn is $33\frac{1}{2}$, een bedrag, dat enorm verschilt met de in werkelijkheid gevonden deviatie.

De E_0 in procenten berekend volgens de log-lijn is niet op elk punt van de lijn gelijk.

Neemt men b.v. de eerste groep dan is de log. van de gemiddelde inhoud $2,36173 \pm 0,03867$. Teruggezocht wordt dus de conclusie, I ligt tusschen 210 en 251 d.M.³, terwijl de gemiddelde inhoud gegeven was te zijn 230 d.M.³, dus een deviatie van +21 en -20 d.M.³. of -8,7 % en +9,1 %.

GROEP	GEMIDD. INHOUD DM ³ .	DEVIATIE			
		IN DM ³ .		IN % V/D. GEM. INH.	
		+	-	+	-
I	230	21	20	9.1	8.7
II	287	27	24	9.4	8.4
III	390	36	33	9.2	8.5
IV	509	47	43	9.2	8.4
V	647	60	55	9.3	8.5
VI	759	71	65	9.4	8.6
VII	964	90	82	9.3	8.5
VIII	1120	104	95	9.3	8.5
IX	1431	133	122	9.3	8.5

Hoe komt het nu, dat de E_0 volgens de rechte lijn zich zooveel

slechter aanpast bij de in werkelijkheid gevonden deviatie's dan die van de log. lijn?

Wanneer men hoogtemetingen verricht en voor E_0 vindt b.v. 0,20 M., dan wil dat zeggen, dat, werkende onder dezelfde omstandigheden en vindende bij een meting b.v. 11 M. als uitkomst moet worden aangenomen $11 \pm 0,20$.

Wanneer men de E_0 zou gaan bepalen uit 2 waarnemingen, dan bestaat de mogelijkheid dat men vindt $E_0 = 0,01$, maar ook kan het zijn $E_0 = 0,80$.

Die beide E_0 's zijn evenwel waardeloos, omdat het aantal waarnemingen veel te gering is.

Bepaalt men E_0 uit reeksen van een 40-tal waarnemingen, dan zal het blijken, dat men steeds bij elke reeks nagenoeg eenzelfde E_0 vindt.

Zou men nu opnieuw de E_0 gaan berekenen uit de 40 waarnemingen, maar daarbij uitgaan van een andere gemiddelde h , dan ligt het voor de hand, dat dan de afwijkingen anders worden en per sé $[vv]$ grooter zijn dan wanneer men werkt met het arith. midden, want juist daarbij is $[vv] = \text{minimum}$.

Gaat men nu de inhouden vereffenen volgens een rechte lijn, dan neemt men daarbij middens aan, die verwrongen zijn. Bij de log. lijn liggen de punten veel regelmatig en is dus de fout daarbij belangrijk kleiner.

Er blijft echter steeds een kleine fout over en moest dus de E_0 gemiddeld grooter zijn dan de gemiddelde E_0 als werkelijk gevonden deviatie. Zulks is evenwel niet het geval. Tegenover de $10\frac{1}{2}$ % werkelijke deviatie staat ± 9 % E_0 volgens de log. lijn.

Aan het laatste cijfer is echter een grotere waarde toe te kennen dan aan het eerste, daar van de 101 boomen, elke boom invloed uitoefende op de 9 % terwijl op de $10\frac{1}{2}$ % slechts 50 boomen influenceerden.

De overeenstemming is evenwel voldoende om te besluiten, dat in elke groep de deviatie ongeveer 10 % is.

Heeft men voor de verschillende inhouden een vereffeningslijn, die volkomen het gemiddelde weergeeft dan moet de E_0 van die lijn volkomen overeenstemmen met de deviatie's in de verschillende groepen, zooals men die in het bosch gevonden heeft.

In het onderhavig geval vond men voor E_0 wanneer de punten vereffend waren volgens een rechte lijn $33\frac{1}{3}$ %, volgens een log. lijn $8\frac{1}{2}$ — $9,4$ %, terwijl de deviatie varieert tusschen 7,2 en $14,4$ %.

Hoe groot zijn nu de m.f. in de groepen na de vereffening?

Voor het beantwoorden van deze vraag kan nu gebruik gemaakt worden van de formule:

$$E_i = E_o \sqrt{a_i a_i Q_{11} + 2 a_i b_i Q_{12} + b_i b_i Q_{22}}$$

$$E_o = 0.0387$$

$$Q_{11} = 0.3063$$

$$Q_{12} = 0.6548$$

$$Q_{22} = 1.4473$$

$$a = 1$$

GROEP	1	2	3	4	5
$Q_{11} = \dots\dots\dots$	0.3063	0.3063	0.3063	0.3063	0.3063
$2b Q_{12} = \dots\dots\dots$	-0.3404960	-0.4190720	-0.4832424	-0.5591992	-0.6168216
$bb Q_{22} = \dots\dots\dots$	0.0978172	0.1481728	0.1970250	0.2638301	0.3210039
$(Q_{11} + 2b Q_{12} \dots\dots)$	0.0636212	0.0354008	0.0200826	0.0109309	0.0104823
$\sqrt{(Q_{11} + \text{enz.})} = 0.252$		0.188	0.142	0.105	0.102
$E_I = 0.0098 \quad E_{II} = 0.0073 \quad E_{III} = 0.0055 \quad E_{IV} = 0.0041 \quad E_V = 0.0040$					

GROEP	6	7	8	9
$Q_{11} \dots\dots\dots$	0.3063	0.3063	0.3063	0.3063
$2b Q_{12} \dots\dots\dots$	-0.6705152	-0.7176608	-0.7634968	-0.8106424
$bb Q_{22} \dots\dots\dots$	0.3793224	0.4414469	0.4918194	0.5544340
$(Q_{11} + 2b Q_{12} \dots\dots)$	0.0151072	0.0300861	0.0356226	0.0500916
$\sqrt{(Q_{11} + \text{enz.})} = 0.123$		0.173	0.189	0.224
$E_{VI} = 0.0048 \quad E_{VII} = 0.0067 \quad E_{VIII} = 0.0073 \quad E_{IX} = 0.0087$				

OVERZICHT.

GROEP	GROEPSFOUT VOOR DE VEREFFENING	NA DE VER- EFFENING
1	$E_o \sqrt{\frac{1}{3}} =$	0.0227
2	$E_o \sqrt{\frac{1}{10}} =$	0.0125
3	$E_o \sqrt{\frac{1}{12}} =$	0.0114
4	$E_o \sqrt{\frac{1}{20}} =$	0.0088
5	$E_o \sqrt{\frac{1}{22}} =$	0.0084
6	$E_o \sqrt{\frac{1}{15}} =$	0.0102
7	$E_o \sqrt{\frac{1}{11}} =$	0.0119
8	$E_o \sqrt{\frac{1}{7}} =$	0.0149
9	$E_o =$	0.0394
		0.0087

Wanneer men nu wil nagaan hoe groot de m. f. in de som der 101 boomen is dan past men toe de voortplantingsformule.

$$E_{\text{som}} = \sqrt{n_1 E_1^2 + n_2 E_2^2 + \dots}$$

Hierin stelt n_1 het aantal boomen in de eerste groep en E_1 de fout per boom in de eerste, E_2 in de 2de groep enz. voor.

GROEP	n	E GROEP	E^2 GROEP = 0,000	$n.E^2$ GROEP = 0.000
1	3	0.00975	950625	2851875
2	10	0.00728	529984	5299840
3	12	0.00550	302500	3630000
4	20	0.00406	164836	3296720
5	22	0.00395	156025	3432550
6	15	0.00476	226576	3398640
7	11	0.00670	448900	4937900
8	7	0.00731	534361	3740527
9	1	0.00867	751689	751689
				0.0031339741

$$E_{\text{som}} = \sqrt{0.0031339741} = 0.056$$

De m. f. op de som is dus 0,056 M³. d.w.z. men kan met een zekerheid van 2 tegen 1 verklaren, dat de som niet meer afwijkt van de werkelijkheid dan 0,056 M³. op de 63,914 M³. d.i. dus nog geen één pro mille.

De 101 boomen in het Fijnbosch zijn de boomen, die voor de samenstelling van het tafeltje werden gebruikt. Het is de vraag, hoe groot is de m. f. voor een complex van boomen, waarbij de bezetting der diktetrappen anders is.

Als voorbeeld kan daarbij aangenomen worden het nog niet omgekapte gedeelte van het Fijnbosch.

D	n	I	n. I	D	n	I	n. I
12	1	88	88	32	236	759	793703
14	3	123	369	34	223	868	179124
16	21	165	3465	36	158	984	193564
18	91	214	19474	38	112	1108	155472
20	157	270	42390	40	44	1241	124096
22	236	333	78588	42	27	1381	54604
24	283	403	114049	44	11	1530	37287
26	312	481	150072	46	7	1687	16830
28	308	566	174328	48	2	1853	11809
30	320	659	210880	50	1	2027	3706
			793703				2027
							1572222

Voor een juist begrip van dit overzicht moge het volgende dienen.

Meet ik met een hoogtemeter van Weise de hoogte van een boom en weet ik dat $E_0 = 0,20$ M., dan neem ik vóór de vereffening aan, dat de uitkomst van de ééne meting zegge 11 M. is te beschouwen als te zijn $11 \pm 0,20$, dat dus de hoogte ligt tusschen 10,80 en 11,20 M.

Was de 11 M. het gemiddelde resultaat van 2 metingen, of was aan de opname een gewicht 2 toe te kennen, omdat de opnemer veel grootere handigheid bezat dan de persoon, die $E_0 = 0,20$ had gevonden, dan moet het antwoord luiden: de boom is 11 M. $\pm E_0$. $\sqrt{\frac{1}{2}} = 11 \pm 0,20$ $\sqrt{\frac{1}{2}} = 11 \pm 0,14 = 10,86 - 11,14$ M. Is de boom 16 maal opgemeten en als gemiddelde gevonden 11,1 M. dan moet men als hoogte na de vereffening aannemen $11,1 \pm E_0$. $\sqrt{\frac{1}{16}} = 11,1 \pm \frac{0,20}{4} = 11,05 - 11,15$.

BEREKENING DER E GROEPEN VAN HET FIJNBOSCH BREDA
(2553 BOOMEN).

N AAN- TAL	LOG D	LOG I	N LOG D	N LOG I	N LOG ² D	N. LOG D LOG I	N LOG ² I
1	1.07918	1.94448	1.07918	1.94448	1.16463	2.09844	3.78100
3	1.14613	2.08991	3.43839	6.26973	3.94084	7.18593	13.10317
21	1.20412	2.21748	25.28652	46.56708	30.44798	56.07238	103.26161
91	1.25527	2.33041	114.22957	212.06731	143.38949	266.20134	494.20306
157	1.30103	2.43136	204.26171	381.72352	265.75099	496.63438	928.10846
236	1.34242	2.52244	316.81112	595.29584	425.29342	799.13726	1501.59844
283	1.38021	2.60531	390.59943	737.30273	539.10865	1017.63297	1920.90288
312	1.41497	2.68215	441.47064	836.83080	624.66822	1184.09076	2244.50627
308	1.44716	2.75282	445.72528	847.86856	645.03539	1227.00210	2334.03074
320	1.47712	2.81889	472.67840	902.04480	698.20213	1332.42871	2542.76563
236	1.50515	2.88024	355.21540	679.73664	534.65186	1023.10615	1957.80570
223	1.53148	2.93852	341.52004	655.28996	523.03105	1003.56353	1925.68277
158	1.55630	2.99300	245.89540	472.89400	382.68639	735.96493	1415.37174
112	1.57978	3.04454	176.93536	340.98848	279.51837	538.68602	1038.15161
44	1.60206	3.09377	70.49064	136.12588	112.93017	218.08202	421.14254
27	1.62325	3.14019	43.82775	84.78513	71.14348	137.62741	266.24132
11	1.64345	3.18469	18.07795	35.03159	29.71029	57.57268	111.56479
7	1.66276	3.22712	11.63932	22.58984	19.35336	37.56142	72.90000
2	1.68124	3.26786	3.36248	6.53576	5.65314	10.98818	21.35808
1	1.69897	3.30685	1.69897	3.30685	2.88650	5.61824	10.93526
2553			3684.24355	7005.19898	5338.56635	10157.25485	19327.31507

Normaalvergelijkingen.

$$2553 \quad x + 3684.24 \, y = 7005.20$$

$$3684.24 \, x + 5338.57 \, y = 10157.3$$

Eliminatie van x .

$$Ax + 13629369.21 \, y = 25931586.9$$

$$Ax + 13573624.38 \, y = 25808838.0$$

$$55744.83 \, y = 122748.3$$

Eliminatie van y .

$$13629369.21 \, x + By = 37397750.564$$

$$13573624.38 \, x + By = 37421930.952$$

$$55744.83 \, x = 24183.388$$

$$y = 2.2 \quad x = -0.434$$

Berekening van Q_{12} .

$$a \, Q_{11} + 13629369.21 \, Q_{12} = 0.$$

$$a \, Q_{11} + 13573624.38 \, Q_{12} = 3684.24$$

$$55744.83 \, Q_{12} = -3684.24$$

$$Q_{12} = -0.0661 = Q_{21} \quad \text{evenzoo:}$$

$$Q_{11} = 0.0958 \quad Q_{22} = 0.0458$$

$$[g_{vv}] = [g_{qq}] - [g_{aq}] \, x - [g_{bq}] \, y$$

$$\begin{array}{r} 19327.3150 \\ 3040.2568 \\ \hline \end{array}$$

$$E_o = \sqrt{\frac{[g_{vv}]}{N-2}}$$

$$\begin{array}{r} 22367.5718 \\ 22345.96 \\ \hline \end{array}$$

$$E_o = \sqrt{\frac{21.6118}{18}} = \sqrt{1.20066} = 1.10$$

$$21.6118$$

BEREKENING DER E GROEPEN VAN HET „TJINBOSCH” BREDA. (2563 BOOMEN).

	1	2	3	4	5	6	7
Q_{11}	0.0958	0.0958	0.9058	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958
$2b Q_{12} = -$	-0.1427	-0.1515	-0.1592	-0.1659	-0.1720	-0.1775	-0.1825
$bb Q_{22}$	0.0533	0.0602	0.0664	0.0722	0.0775	0.0825	0.0872
$Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22}$	0.0064	0.0045	0.0030	0.0021	0.0013	0.0008	0.0005
$\sqrt{(Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22})}$	0.080	0.0671	0.0548	0.0458	0.0361	0.0283	0.0224
$E_o \times \sqrt{(Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22})} = E_{gr.}$	0.088	0.074	0.060	0.050	0.040	0.031	0.025

	8	9	10	11	12	13	14
Q_{11}	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958
$2b Q_{12} = -$	-0.1871	-0.1913	-0.1953	-0.1990	-0.2025	-0.2057	-0.2088
$bb Q_{22}$	0.0917	0.0959	0.0999	0.1038	0.1074	0.1109	0.1143
$Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22}$	0.0004	0.0004	0.0004	0.0006	0.0007	0.0010	0.0013
$\sqrt{(Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22})}$	0.0200	0.0200	0.0200	0.0245	0.0265	0.0316	0.0361
$E_o \times \sqrt{(Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22})} = E_{gr.}$	0.022	0.022	0.022	0.027	0.029	0.035	0.040

	15	16	17	18	19	20
Q_{11}	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958	0.0958
$2b Q_{12} = -$	-0.2118	-0.2146	-0.2173	-0.2198	-0.2223	-0.2246
$bb Q_{22}$	0.1176	0.1207	0.1237	0.1266	0.1295	0.1322
$Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22}$	0.0016	0.0019	0.0022	0.0026	0.0030	0.0034
$\sqrt{(Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22})}$	0.040	0.0436	0.0469	0.051	0.0548	0.0583
$E_o \times \sqrt{(Q_{11} + 2b Q_{12} + bb Q_{22})} = E_{gr.}$	0.044	0.048	0.052	0.056	0.060	0.064

OVERZICHT E GROEPEN.

GROEP	E	GROEP	E
1	0.088	11	0.027
2	0.074	12	0.029
3	0.060	13	0.035
4	0.050	14	0.040
5	0.040	15	0.044
6	0.031	16	0.048
7	0.025	17	0.052
8	0.022	18	0.056
9	0.022	19	0.060
10	0.022	20	0.064

Men ziet de m. f. in de groepen zijn zeer gering.

Wij beschikken niet over voldoende personeel en bovendien zijn wij te veel aan Wageningen gebonden om op grond van waarnemingen een vergelijkend oordeel te vellen over de meerdere betrouwbaarheid onzer methode b.v. tegenover die van Urich en Bauer. Om een afdoend oordeel te kunnen vellen zou men de beide methodes op talrijke dennenopstanden moeten toepassen en daarna alle boomen één voor één met de sectie-methode moeten cubeeren; een zeer tijdroovend werk.

De resultaten van de opwerking van den boschbeheerder zijn niet nauwkeurig genoeg. Flury vond zooals hier te voren op blz. 117 werd gereleveerd, dat bij velling dikwijls 12—15 % minder hout verkregen wordt dan in werkelijkheid aanwezig is. Bepaalt men zich tot een paar opmetingen, dan zijn de uitkomsten voor een vergelijking vrijwel waardeloos.

Met hulp van de W.R. kan men de zaak wel benaderen, hoewel de oplossing niet in alle opzichten bevredigt.

Nemen wij als onderzoeks-object het Papenmuts en deelen wij de 398 boomen in 5 klassen met respectievelijk 79, 79, 80, 80 en 80 boomen. De proefboomen moeten dan een diameter hebben van respectievelijk 16,1—19,1—21,1—24,3—28,3 c.M.

KLASSE	AANTAL BOOMEN	CIRKEL- VLAKTE	CIRKELVL. PER BOOM	D IN DE KLASSE	GRENZEN DER GROEPEN c.m.
I	79	1.605	203	16.1	12—18
II	79	2.261	287	19.1	18—20
III	80	2.850	357	21.1	20—22
IV	80	3.701	463	24.3	22—26
V	80	5.031	629	28.3	26—34

Men kan de E_0 in elke groep ten naaste bij bepalen uit een

deel der 101 gevelde boomen en wel uit dat deel, dat ongeveer wat D betreft overeenstemt met de gemiddelde D uit de klasse.

BEREKENING VAN E_o IN DE KLASSEN PAPENMUTS

I. Klasse

D IN CM.	INH. DM ³ .	V		V V
		+	—	
18.7	215		15	225
18.2	248	18		324
18.7	228		2	4
54.6	691	18	17	553
18.2	230	gemiddeld		

$$E_o = \sqrt{\frac{553}{2}} = \sqrt{276.5} = 16.6$$

II

18.2	248		13	169
18.7	228		33	1089
20.1	274	13		169
20.3	293	32		1024
77.3	1043	45	46	2451
19.3	261	gemiddeld		

$$E_o = \sqrt{\frac{2451}{3}} = \sqrt{817} = 28.6$$

III

20.1	274		17	289
20.3	293	2		4
20.6	282		9	81
20.7	313	22		484
21.0	311	20		400
21.0	284		7	49
21.1	291	0	0	0
21.1	308	17		289
21.3	262		29	841

187.2	2618	61	62	2437
20.8	291	gemiddeld		

$$E_o = \sqrt{\frac{2437}{8}} = \sqrt{304.625} = 17.5$$

IV

D IN CM.	INH. DM ³ .	V		V V
		+	—	
23.5	425		6.5	42.25
23.6	404		27.5	756.25
23.9	385		46.5	2162.25
24.0	404		27.5	756.25
24.3	418		13.5	182.25
24.5	430		1.5	2.25
24.5	421		10.5	110.25
25.1	475	43.5		1892.25
25.3	486	54.5		2970.25
25.5	467	35.5		1260.25

244.2	4315	133.5	133.5	10134.50
24.4	431.5	gemiddeld		

$$E_o = \sqrt{\frac{10134.5}{9}} = \sqrt{1126.06} = 33.56$$

V

27.4	513		62	3844
27.5	567		8	64
27.6	496		79	6241
27.7	593	18		324
27.8	607	32		1024
27.9	558		17	289
27.9	564		11	121
28.0	520		55	3025
28.4	594	19		361
28.4	675	100		10000
29.0	716	141		19881
29.0	491		84	7056
29.1	601	26		676
29.3	549		26	676

395.0	8044	336	342	535.82
28.2	575	gemiddeld		

$$E_o = \sqrt{\frac{53582}{13}} = \sqrt{4121.7} = 64.20$$

OVERZICHT.

KLASSE	n	D C.M.	I D.M ³	E_o	E_o IN %	E_x IN %
I	3	18.2	230	17	7.4	2.5
II	4	19.3	261	29	11.1	5.6
III	9	20.8	291	18	6.2	2.1
IV	10	24.4	432	34	7.8	2.5
V	14	28.2	575	64	11.1	3.—
	40					

De gemiddelde middellijnen der berekende boomen komen niet geheel overeen met die, welke zij volgens het indeelings-schema hebben moeten, maar zulks hindert niet, wanneer men automatische vereffening toepast en dus de klasse-inhoud berekent volgens de evenredigheid; Inhoud Klasse: Inhoud Modelboom = Cirkelvlakke klasse: Cirkelvlakke modelboom.

De E_o 's in % verschillen nog al en dit is waarschijnlijk toe te schrijven aan het feit, dat het aantal proefboomen in elke klasse gering en in de I en II per sé te klein is. Ruw weg mag als gemiddelde E_o worden aangenomen 9 % d.w.z. een willekeurige proefboom in de een of andere klasse heeft 9 % meer of minder inhoud dan de gemiddelde proefboom der klasse. Daardoor kan voor de 5 klassen een totale fout ontstaan van

$$\sqrt{E_o^2 + E_o^2 + E_o^2 + E_o^2 + E_o^2 : 5} = 9\sqrt{\frac{5}{25}} = 4 \%$$

Bij een 2e opname kan weder een fout ontstaan van 4 %. In het verschil (de aanwas) schuilt dan een fout van $\sqrt{4^2 + 4^2} = 5,66$ % d.i. meer dan in vele gevallen de aanwas bedraagt.

Die fout wordt natuurlijk in het algemeen kleiner, wanneer het aantal proefboomen groter wordt.

Verdubbelt men het aantal in het onderhavig geval, dan wordt de fout in elke groep gereduceerd tot $4\sqrt{\frac{1}{2}} = 2,8$ %.

Had men met 40 proefboomen gewerkt dan mag aangenomen worden dat de m. f. op de totale massa per klasse ongeveer 3 % is, dus voor de 5 klassen $\sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 : 5} = 1,3$ %. Berekent men nu de houtmassa van het Papenmuts à la Ulrich-Bauer, dan vindt men 139.17 M³.

HOUTMASSA PAPENMUTS.

$$\text{I I klasse} = 230 \times \frac{1,605}{26} = 14,19 \text{ M}^3.$$

$$\text{I II „} = 261 \times \frac{2,261}{29,3} = 20,14 \text{ „}$$

$$\text{I III „} = 291 \times \frac{2,850}{34} = 24,40 \text{ „}$$

$$\text{I IV „} = 432 \times \frac{3,701}{46,8} = 34,16 \text{ „}$$

$$\text{I V „} = 575 \times \frac{5,031}{62,5} = 46,28 \text{ „}$$

$$\text{Totaal..... } 139,17 \text{ M}^3.$$

De totale massa volgens de tabel was 136,77 M³.
en dus een verschil van 1,8 %. ¹⁾

Men vindt dus à la Urieh-Bauer 139,17 M³, maar moet volgens de W.R. zeggen, dat de houtmassa ligt tusschen $139,17 \pm 1,3 \%$ dus tusschen 140,98 en 137,36 M³.

Bij de berekening met ons tafeltje werd gevonden 136,77, dus een zeer goede overeenstemming. 1,8 % is betrekkelijk gering verschil, maar men verlieze daarbij niet uit het oog, dat de berekening in casu is gemaakt met hulp van $3 + 4 + 9 + 10 + 14 = 40$ proefboomen en dan moet het resultaat zeker weinig bevredigend worden genoemd.

WANNEER VEREISCHEN DE TAFELTJES CORRECTIE?

Zoo men wetenschappelijke onderzoeken verricht, vereischen de lijstjes bijna steeds correctie, want ze gelden alleen voor een bepaalden middenvorm. Deze wijkt veelal min of meer af in verschillende bosschen.

Groot is die afwijking niet, wanneer men als standaard een goed type aanneemt.

Zoo is op blz. 186 hier te voren aangetoond, dat het tafeltje van het Fijnbosch absoluut geen correctie behoeft bij toepassing voor het Papenmutsbosch, voor het Mastbosch 24 f en voor het Mastbosch 24 b slechts $+ 2 \%$.

In het Afgebrande bosch ziet men met één oogopslag, dat de boomen een abnormalen vorm bezitten. Vermoedelijk is zulks toe te schrijven aan een vroeger plaats gevonden brand, waardoor de gespaarde boomen over een grootere ruimte dan onder normale omstandigheden het geval is, beschikking kregen; daardoor hebben ze minder takken afgestooten en zijn ze sterker in de dikte gegroeid. De reductiefactor (zie blz. 187) bleek van genoemd bosch te zijn $\frac{397}{545} = 73 \%$, d.w.z. wanneer men voor het Afgebrande bosch het tafeltje van het Fijnbosch gebruikt, dan moet de einduitkomst verminderd worden met 27 %.

Bij taxatiewerk zal in den regel geen correctie noodig zijn. Op blz. 186 is aangetoond, dat deze correctie op een eenvoudige wijze kan plaats vinden door eenige willekeurige boomen om den middenboom te cubeeren en als diameter en inhoud aan te nemen de arithmetische gemiddelden dier maten.

Voor wetenschappelijk werk moet echter de correctiefactor uit den Centrumboom worden afgeleid (zie blz. 185).

1) De werkelijke fout 1.8 % is hier grooter dan de m. f. (1.3 %) maar is belangrijk minder kan $3 \times$ m. f. = 4 %.

Het oog is een bedriegelijke maat en is het daarom gewenscht een beter houvast aan den taxator te verstrekken.

Hij kan zulks vinden in de verhouding tusschen hoogte en dikte. Ten einde dit quotient te bepalen telt men de dikten van eenige willekeurige boomen om het centrum op en deelt hun som door het aantal. Op overeenkomstige wijze handelt men met de hoogten.

In onderstaand staatje ziet men dat voor het Fijnbosch, Papenmuts, Hoeven en Mastbosch 24f en 24b vrijwel dezelfde quotienten werden gevonden (73—75—67—70 en 64). Daarentegen weken die voor het Afgebrande bosch sterk af (46).

Helaas zijn de quotienten niet te gebruiken om de reductiefactoren te berekenen. Ze kunnen alleen als verklikkers dienst doen voor het aanwezig zijn van gevaar, maar niet de grootte van het gevaar aangeven.

Men zou vinden voor het Afgebrande bosch $73:46 = 100:x$ $x = -37\%$ en het Mastbosch 24b $73:64 = 100:x$ $x = 88 = -12\%$, terwijl feitelijk respectievelijk 27% moet worden afgetrokken en 2% bijgeteld.

Had men nagegaan de waarde voor $\frac{H}{D}$ in het Fijnbosch voor boomen, die ongeveer 34,4 c.M. dik zijn, dan had men gevonden voor D gem. 34,4 voor H gem. 21.53 dus $\frac{H}{D} = \frac{21.53}{34.4} = 63$ en voor $\frac{V}{D} = 12,8 = \pm 13$, terwijl bij het Mastbosch 24b $\frac{H}{D} = 64$ en $\frac{V}{D} = 13$ is. Op grond van de waarden voor $\frac{H}{D}$ zou men dan terecht concludeeren, dat de taxator geen reductie behoeft toe te passen.

	$\bar{D}$	$\bar{H}$	$\frac{H}{D}$	$\bar{V}$	$\frac{V}{D}$	n	CORRECTIEFACTOR	
							IN EEN BREUK UIT- GEDRUKT	IN %
Fijnbosch.....	27.9	2031	73	454	16	20	1	0
Afgebr. B.	27.9	1279	46	521	19	20	397/545	-27
Hoeven + Zuidb.	31.5	2114	67	446	14	20	568/582	-3,3
Papenmuts.....	26.1	1952	75	463	18	11	1	0
Mastb. 24f	28.7	1995	70	462	16	10	1	0
" 24b	34.4	2184	64	447	13	8	861/846	+ 2%

Interessant is het na te gaan, waaraan de wisselende waarde van $\frac{H}{D}$ zijn te wijten.

Flury schrijft op blz. 238 van zijn Ertragstafeln für die Fichte und Buche der Schweiz (IX Band van de Mitt. Schweiz. forst. Versuchswesen):

„Der Quotient fällt im Allgemeinen bei gleicher Höhe mit „sinkender Bonität, weil D entsprechend steigt. Dieses im „grossen zutreffende Verhalten zeigt jedoch mancherlei Schwan- „kungen und Übergänge bei den einzelnen Beständen, weshalb „es gewagt wäre, hieraus ein sicheres Merkmal, eine Ausgangs- „basis für die Bonitierung zu wählen, wie dies von Wimmenauer „geschehen ist.”

Overziet men het op blz. 226 voorkomende lijstje dan is men het in deze met Flury eens.

BONITEIT.

H	I	II	III	IV	V
10	112	114	115	117	121
18	103	104	104	101	95
20	103	103	101	97	

Voor 10 Meter dus steeds stijgende cijfers, voor 18 M. eerst stijgend dan dalende en voor 20 M. steeds dalende cijfers.

Er is dus geen regel te stellen.

Wij voor ons vermoeden, dat behalve de boniteit de sluitings- graad invloed uitoefent op het quotient.

De breuk $\frac{V}{D}$ d.w.z. vormgetal gedeeld door diameter is niet beter te gebruiken als verklikker, maar heeft bovendien het nadeel, dat zijn teller niet gemakkelijk is vast te stellen.

Blijkt het dat $\frac{H}{D}$ sterk afwijkt van $\frac{H}{D}$ van het tafeltje dan moet men bij taxatiewek correctie toepassen en geschiedt dit het eenvoudigst door van de boomen, waarvan men de hoogte mat ook nog het vormquotient te bepalen. Vermoedelijk kan zulks, zooals reeds tevoren opgemerkt, met voldoende graad van nauwkeurigheid geschieden met hulp van een Sylvimetre.

Uit Schwappach: Formzahlen und Massentafeln für die Kiefer p. 3 mag men afleiden, dat van even hoge boomen de dikkere stammen een lager spilvormgetal bezitten dan de dunnere en bij een bepaalde zelfde dikte de hoogere stammen een lager vormgetal hebben dan de kleinere.

Men kan dus populair zich uitdrukken door te zeggen, dat de meerdere lengtegroei is geschied ten koste van het spil- vormgetal.

Dikte 21—25 c.M.	H =	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	V =	500	496	492	487	484	480	476	472	468
	H =	21	22	23	24	25	26	27	28	
	V =	465	461	458	454	451	448	444	441	

Hoogte	Dikte	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30
16 M.	V	500	493	490	484	475
	Dikte	31—35	36—40			
	V	463	450			

Er bestaat ergo een zeker streven naar gelijke cylinder hoogte bij even dikke stammen.

Dikte	Cylinderhoogte = $H \times V$.									
21—25	6,	6,4	6,9	7,3	7,7	8,2	8,6	9,	9,4	9,8
c.M.	10,1	10,5	10,9	11,3	11,6	12,0	12,3			

Waar de hoogten opklimmen met 1 Meter stijgen de cylinder-hoogten slechts 0,4 Meter.

Men heeft echter niet veel aan deze waarheid, daar zij alleen voor gemiddelden geldt en de E_0 's (de schommelingen) niet bekend zijn.

Was de cylinderhoogte voor boomen van gelijke dikte steeds dezelfde dan zou geen correctie noodig zijn. Theoretisch is de hoogte een duidelijker verklikker dan de cylinderhoogte, daar de laatste als het ware als een gedeeltelijk vereffende hoogte is aan te merken. Daar echter niet steeds een groote hoogte met een laag spilhoutvormgetal gepaard gaat, kan de verklikker dus wel eens onnoodig ons aansporen de reductiefactor te gaan bepalen en omgekeerd kan zich ook het geval voordoen, dat de verklikker ons ten onrechte noopt van de reductie af te zien.

HOE GROOT IS DE INVLOED VAN S OP DE INHOUDEN?

Hoe verder de boomen van den centrumboom verwijderd zijn, des te meer zullen hunne inhouden onderling gaan afwijken bij verschillende s . Die afwijking zal naar rato groter zijn bij de boomen, die sterker zijn dan bij boomen, die dunner zijn dan de centrumboom. In procenten uitgedrukt kan evenwel de afwijking voor zwakke boomen groter zijn.

Uit onderstaande lijstjes blijkt, dat een boom van 12 c.M. diameter een inhoud heeft van 88 d.M³. bij $s = 2,20$. Is $s = 2,17$ dan wordt de inhoud 90 d.M³. dus een verschil van 2 d.M³. = 2,3 %. Voor een boom van 44 c.M. heeft men voor

$$s = 2,20 \quad I = 1530 \text{ d.M}^3.$$

$$s = 2,17 \quad I = 1510 \text{ d.M}^3.$$

$$\text{verschil} \quad \underline{\quad\quad\quad} 20 \text{ d.M}^3.$$

d.i. 1,3 %.

D. in cM.	s = 2.00	2.10	2.20	2.30	2.40
		Inhoud			
12	104	96	88	81	74
16	185	175	165	156	147
20	290	280	270	261	252
24	417	410	403	397	390
28	568	567	566	565	565
32	741	750	759	769	778
36	938	961	984	1008	1032
40	1158	1196	1241	1284	1329
44	1401	1464	1530	1599	1671
48	1668	1758	1853	1953	2059
52	1957	2080	2210	2348	2495

Gemiddelde D = 28,4
" I = 582

GEINTERPOLEERD UIT BOVENSTAANDE.

D.	s = 2.17	2.18	2.19	2.20	2.21	2.22	2.23
		Inhoud					
12	90	90	89	88	87	87	86
16	168	167	166	165	164	163	162
20	273	272	271	270	269	268	267
24	405	404	404	403	402	402	401
28	566	566	566	566	566	566	566
32	756	757	758	759	760	761	762
36	977	979	982	984	987	990	992
40	1227	1232	1236	1241	1245	1250	1254
44	1510	1517	1523	1530	1537	1544	1551
48	1824	1834	1843	1853	1863	1873	1883
52	2171	2184	2197	2210	2224	2238	2251

Er vindt dus compensatie plaats, want het eerste verschil is positief en het 2e negatief, m.a.w. werkt men met een tafeltje dat gemaakt is voor $s = 2,20$ en zou in casu $s = 2,17$ zijn, dan brengt men de dunne boomen voor te weinig en de dikke voor teveel te rekening.

Voor het geval dat $s = 2,23$ was, zouden de boomen van 12 c.M. 2 d.M³. = 2,3 % te veel krijgen en de boomen van 44 c.M. 21 d.M³. d.i. 1,3 % te weinig krijgen.

Zooals men uit de voor den Nederlandschen groven den gevonden waarden

$s = 2,23$ Afgebrande bosch, zeer abnormaal.

$s = 2,21$ Hoeven en Zuiderbosch,

$s = 2,20$ Fijnbosch,

$s = 2,21$ Zandbosch,

ziet, verschilt de s zeer weinig en is dus de bovenstaande veronderstelling, dat de s zou verschillen 0,03 wel wat overdreven. Waar het ons te doen is om zoo zuiver mogelijk de aanwas in

een bepaalden opstand te constateeren, wordt de fout, die ontstaat, doordat de aangenomen s niet geheel in overeenstemming is met de werkelijke s nog weer van minder beteekenis, want op het verschil in voorraad maken kleine verschillen in de juiste massa weinig uit, wanneer die verschillen althans in dezelfde richting zijn.

HOE BEPAALT MEN NU DEN AANWAS VAN EEN DENNEN-OPSTAND MET HULP VAN DE GEVONDEN GEGEVENS?

De boomen worden over het kruis in c.M. op het proefvlak geklemd, nadat ze eerst genummerd zijn met hulp van stalen of caoutchouc stempels en de plaatsen waar de klem is aangelegd tevens zijn gemerkt. Het proefvlak wordt in quadraten van 5 bij 5 M. verdeeld en op een kaartje aangegeven in welk vak elke boom valt.

Wordt nu tusschentijds een boom verwijderd en verzuimd daarvan bericht op te zenden aan den onderzoeker, dan hindert dat niet veel. Elke 2 à 3 jaar worden alle boomen op het proefvlak nadat eerst de grenssloten, heuvels en nummers zijn bijgewerkt, wederom op dezelfde plaats herklemd.

Men kan dus aanstonds constateeren, waar een ontbrekende boom heeft gestaan en uit den nog aanwezigen stronk wel afleiden of de boom 1, 2 of 3 jaren geleden is verwijderd. In het laatste geval moet bij zijn vroegeren inhoud worden opgeteld 3 jaar aanwas, wiens grootte later wordt gevonden en voorloopig bij benadering kan worden aangenomen.

5 jaar na de eerste opname worden de 10 proefboomen, die gediend hebben voor berekening van den correctiefactor opnieuw beklommen en volgens de sectiemethode gecubeerd.

Men kan nu op dubbele wijze den aanwas in de 5-jarige periode berekenen en wel uit de 10 proefboomen en uit de totale inhouden volgens het tafeltje bij het begin en bij het einde van de periode, daarbij rekening houdende met de correctiefactoren en met den inhoud der verwijderde boomen.

Verschilt het aanwas-procent langs beide wegen berekend weinig, dan kan men het arithmetisch midden als het ware aannemen. Loopen daarentegen de uitkomsten veel uiteen, dan doet men, zoo men de reden van dit verschil niet kan opsporen en in rekening brengen, beter ze uit te schakelen. Veranderde de reductiefactor niet dan zou het werk veel vereenvoudigd worden en zou het aan het begin en aan het einde van de periode overbodig zijn, weer den correctiefactor te bepalen. Men zou dan

kunnen volstaan met een nauwkeurige klemming aan het begin en aan het einde van de proefperiode.

Een kleine wijziging echter van den reductiefactor heeft een grooten invloed op den berekenen aanwas.

Stel men vindt met hulp van een tafeltje aan het begin van de periode 400 en aan het einde 420 M³, terwijl tusschentijds niet gedund is, dan is de aanwas 20 M³. Neemt men nu in aanmerking, dat de reductiefactor aan het begin was 1 en aan het einde 0,99, dan wordt de aanwas $420 \times 0,99 - 400 \times 1 = 15,8$ M³.

Op grond van deze berekening kan men gemakkelijk inzien, dat er niet veel van terecht komt, wanneer men de hout-massa à la Robert Hartig berekent aan het begin en aan het einde van de periode door telkens een 5 tal proefboomen te vellen en te cubeeren. Het toeval speelt daarbij een veel te groote rol. Verklaarbaar is het, dat, wanneer de eerste maal toevallig als representanten zijn genomen 5 zware en de 2e maal 5 boomen die minder inhoud hebben dan de gemiddelde uit de klasse, die zij representeren, de berekende aanwas negatief is.

Zooals reeds vroeger gereleveerd zal het onmogelijk zijn, de aanwas in een periode van minder dan 5 jaar betrouwbaar te berekenen. Het berekenen van den aanwas van een enkelen boom is ondoenlijk; de meetmethodes zijn daarvoor niet zuiver genoeg. Wanneer men een boom over het kruis geklemd heeft en men herhaalt dit, dan krijgt men zelden volkomen hetzelfde gemiddelde. Meestal is er een verschil van een paar m.M. Wordt de meting eerst na verloop van eenige jaren herhaald, dan kan bovendien door het afvallen van schorsdeeltjes, de diameter afnemen.

In het Mastbosch 24 f werd de klemming na 2 jaar herhaald. Van de 180 boomen waren er 4 stuks quasi dunner geworden, 6 stuks waren in dikte niet toegenomen. Van de resteerende mag veilig worden aangenomen, dat de doorsnede aanwas niet steeds juist is gemeten en er vele zijn, waarvan de werkelijke maat beneden of boven de gemeten is. Aan de totale cirkelvlakte-aanwas, zijnde in het onderhavig geval in 2 jaar tijds 5467 c.M². d.i. 3,3 % per jaar, kan wel waarde worden toegekend, want daarbij mag verondersteld worden, dat de toevallige fouten elkaar min of meer opheffen.

In het Mastbosch 24b werd de klemming ook na 2 jaar herhaald. Van de 97 boomen waren er 15 dunner geworden en 5 niet toegenomen. De aanwas in cirkelvlakte in 2 jaar was 2113 c.M². = 1,4 % per jaar.

Daar de aanwas in proefvlak 24 b belangrijk minder is dan in

24 f (respectievelijk 1,4 en 3,3 %) is de kans, dat er quasi boomen, wat dikte aangaat, inkrimpen grooter in het proefvlak 24 b dan in 24 f.

Geheimrat Schwappach was zoo vriendelijk ons een afschrift te geven van de details zijner proefvlakken, die gediend hebben voor de samenstelling zijner opbrengsttafels voor den groven den.

Voor die welwillendheid wordt hier nogmaals dank betuigd.

Er kon gebruik gemaakt worden van 43 proefvlakken, opgenomen in 1889, waarvan er 36 in 1896 hermeten zijn.

De opstanden werden gecubeerd met het tafeltje van het Fijnbosch bij Breda.

In 1889 bleek de gemiddelde reductiefactor van 36 proefvlakken te zijn geweest $0,989 \pm 0,022$, terwijl de m.f. per gewichtseenheid was 0,136.

Wat hier te voren op blz. 206 als vermoeden is uitgesproken (bij taxatiewerk zal in den regel geen correctie noodig zijn) wordt dus volkomen bevestigd, hoewel bij de samenstelling van ons tafeltje alleen van Nederlandsche boomen werd uitgegaan en het dus verklaarbaar zou zijn geweest, dat het voor Duitschland geen dienst kon doen.

Zonder het meten van hoogten of het bepalen van vormgetallen is men met de eenvoudige methode tot een resultaat gekomen, dat slechts 1 % verschilt van dat wat in Duitschland verkregen werd op grond van het vellen van talrijke proefboomen.

Voor een enkele opstand kan echter de fout $13\frac{1}{2}$ % bedragen en doet men daarom goed, zoo men prijs stelt op nauwkeuriger uitkomst, den reductiefactor te bepalen en in rekening te brengen.

Vergelijkt men de m.f. ($13\frac{1}{2}$ %) per gewichtseenheid met die, welke op blz. 115 werd afgeleid uit de onderzoekingen van Prof. Dr. Borgmann, zijnde 20,4 % en ook de totale fouten zijnde respectievelijk —1 % en —4 %, dan maakt de nieuwe methode geen slechten indruk.

Eigenaardig is het, dat in 1896 bij de hermeting der 36 proefvlakken de reductiefactor was gestegen en wel van $0,989 \pm 0,022$ tot $1,090 \pm 0,020$, dus nagenoeg met 10 %.

Terwijl dus in 1889 de onderzochte dennen in Duitschland met de Nederlandsche goed overeenstemden, kregen in 1896 de eerste, wat „Vollholzigkeit” betreft, een voorsprong van 10 %.

Bij berekening van dit cijfer door vergelijking van elken opstand afzonderlijk werd gevonden 10,4 % met een m.f. van 6,65 % dus men kan wel is waar niet met absolute zekerheid ($3 \times$ m.f.) beweren, dat de reductiefactor is toegenomen, maar

volgens de W.R. mag men wel aannemen, dat zulks op 7 van de 8 proefvlakken het geval is.

Niet onwaarschijnlijk is het, dat de toename van den reductiefactor verband houdt met de moderne inzichten betreffende het dunningsvraagstuk.

In navolging van Denemarken is men in Duitschland veelal er toe overgegaan een sterkeren graad van dunning toe te passen.

Ook is het mogelijk, dat bij het ouder worden der boomen de reductiefactor toeneemt. Ten einde zulks te onderzoeken werden de reductiefactoren van 82 proefvlakken gerangschikt volgens leeftijd. Het resultaat volgt hieronder.

LEEFTIJD	REDUCTIE- FACTOR	E _o	AANTAL PROEF- VLAKKEN
bened. 60 jaar	0.924	0.145	20
60—79	1.045	0.122	29
80—99	1.057	0.125	25
boven 99....	1.170	0.114	8

Het aantal onderzoeken is te gering om met groote zekerheid iets te constateeren, maar het vermoeden is gewettigd, dat de reductiefactor bij het ouder worden van de bosschen toeneemt.

Huffel komt op blz. 124 van zijne Economie forestiere II tot dezelfde conclusie.

Daar Schwappach zijne opstanden in boniteiten indeelde is het ook mogelijk hunnen invloed na te gaan.

1889				1896		
BONITEIT	RED. FACTOR	E _o	AANTAL PROEF- VLAKKEN	RED. FACTOR	E _o	AANTAL PROEF- VLAKKEN
I	1.050	0.097	9	1.150	0.055	8
II	1.020	0.137	12	1.109	0.096	10
III	0.904	0.132	10	1.019	0.148	10
IV	0.970	0.185	12	1.065	0.132	11

Op grond van deze cijfers zou het zeer gewaagd zijn te beweren, dat er verband bestaat tusschen boniteit en reductiefactor.

GELDT DE VERHOUDING OOK VOOR ANDERE HOUTSOORTEN?

Op deze vraag kan slechts een afdoende antwoord gegeven worden, wanneer op zijn minst een duizend boomen van een

bepaalde soort volgens de sectiemethode zijn gecubeerd en het materiaal op overeenkomstige wijze is verwerkt als hier te voren voor den groven den werd aangegeven.

Er is geen enkele aanleiding om aan te nemen, dat de verhoudingswet niet voor andere houtsoorten zou bestaan, ook al zal het wellicht blijken, dat elke species zijn eigen s heeft.

Enkele onderzoeken op kleine schaal wettigen de veronderstelling, dat de groeiverhoudingswet een algemeene geldigheid bezit.

Op blz. 124 van Huffel Economie forestière II komt een graphische voorstelling voor betreffende den inhoud van zilverdennen (Sapin) in de Beneden Vogezen.

Op grond van een graphische voorstelling hunner logaritmische waarden werd gevonden $s = 2,30$.

Bij 34 grove dennen, waarvan de spilhoutmassa door Böhmerle in het Centrallblatt für das gesammte Forstwesen Nov. 1898 p. 472 werd medegedeeld, vond men hier $s = 2,01$.

In de publicatie van Prof. Dr. Speidel „Beiträge zu den Wuchsgesetzen des Hochwaldes und zur Durchforstungslehre” zijn op blz. 20 de inhouden opgegeven van een 20 sparren. De daaruit berekende $s = 2,47$.

Aan de hier geciteerde waarden voor s is slechts geringe beteekenis toe te kennen daar het aantal boomen, dat op de berekening invloed uitoefende, te gering is.

Men mag echter concludeeren, dat de s ligt tusschen 2 en 2,5 en nooit in de nabijheid van 4 is, zooals theoretisch werd afgeleid (zie blz. 187).

Ons inziens heeft het meer theoretische dan praktische waarde na te gaan, hoe groot de s is voor loofhout. Er mag toch aangenomen worden, dat de spilinhouden van loofhout boomen van eenzelfde dikte veel sterker uiteenloopen dan bij naaldhout het geval is. Daardoor zal E_s van nature groot zijn en er dus gevaar bestaan een belangrijke fout te begaan, wanneer men te doen heeft met een klein proefvlak, waarop uit den aard der zaak de verschillende afwijkingen niet voldoende zijn gerepresenteerd.

GELDT DE VERHOUDINGSWET OOK VOOR DEN GROVEN DEN BUITEN NEDERLAND?

Onze onderzoeken golden speciaal voor Nederland. Het ligt voor de hand, dat de schommelingen geringer zijn naarmate de groeivoorwaarden der onderzochte boomen minder afwijken.

Voor 25 boomen staande in de houtvesterij Cladow (Reg. bezirk Frankfurt Ord. Nr. 4 tab. I Wachsthum und Ertrag normaler Kiefernbestände 1889) werd voor s gevonden 2,20.

Voor 25 boomen staande in de houtvesterij Glinke (Reg. bezirk Bromberg Ord. Nr. 102 1889) bleek $s = 2,30$ te zijn.

Hier zij nog opgemerkt, dat voor het berekenen van s een 25-tal boomen onvoldoende is om een betrouwbare uitkomst op te leveren.

KAN MEN MET ÉÉN TAFELTJE VOOR DEN GROVEN DEN IN NEDERLAND VOLSTAAN?

Bij het Zandbosch (Ede) bestaande uit dennetjes, waarvan de diameter op borsthoogte varieert tusschen 2,6 en 9,0 c.M. werd s gevonden 2,21 dus evenveel als voor het Zuiderbosch (Ede), waarvan de stammen in dikte varieerden tusschen 16 en 60 c.M., maar terwijl X uit de normaal vergelijking in het eerste bosch was $-0,610$ was deze voor dit laatste bosch $-0,456$, dus een belangrijk verschil, m.a.w. in de graphische logaritmische voorstelling zullen de inhoudslijnen nagenoeg evenwijdig loopen, maar de lijn van het Zandbosch ligt lager dan die van het Zuiderbosch.

Met het ouder worden der boomen schijnt, zooals op blz. 214 is aangetoond, de vorm wel degelijk te veranderen, ook al blijft de onderlinge vormverhouding (s) dezelfde.

Wanneer men dus het tafeltje van het Zuiderbosch gebruikt om daaruit den inhoud te berekenen van dennenboomen, zooals die in het Zandbosch voorkomen, dan zal daarbij steeds met een hoogen reductie factor moeten gewerkt worden.

Berekent men uit de gegevens van het Zuiderbosch de inhoud van een boom, die in dikte overeenstemt met die van het Zandbosch, dan vindt men 12,2 d.M³. Gebruikt men de gegevens van het Fijnbosch dan vindt men 11,6 d.M³. terwijl voor het Zandbosch gevonden werd 8,3 d.M³. De reductiefactor zou dus zijn respectievelijk 0,71 en 0,68.

Het ligt voor de hand, dat men liever in het bezit is van een tafeltje, dat zich zoo veel mogelijk aansluit aan de werkelijkheid en waarbij men in gevallen, waarin geen groote graad van nauwkeurigheid wordt verlangd, de reductiefactor kan worden ontbeerd.

Op grond van het voorafgaande zouden wij *voorloopig* aannemen, dat met 4 tafeltjes voor den groven den in Nederland kan worden volstaan en wel

	gemidd. diameter	grenzen
	c.M.	c.M.
I	10	0—20
II	30	20—40
III	60	40—80
IV	100	80—120

Wij vleien ons met de hoop, dat onze onderzoekingen den weg hebben gebaand voor een eenvoudige methode van opnemen in de praktijk, maar ook dat wij een methode gevonden hebben voor het nauwkeurig cubeeren van opstanden, waar het wetenschappelijke proeven geldt.

Waar wij slechts met een 2000 boomen van één soort hebben gewerkt, is het gewenscht, dat het boschbouwproefstation het onderzoek op groote schaal in verschillende richtingen voortzet en daardoor de eventueele noodig gebleken verbeteringen kunnen worden aangebracht.

Wij willen deze publicatie niet eindigen alvorens een woord van warmen dank uit te spreken voor de krachtdadige hulp, die ons verleend werd door onzen assistent den Heer A. H. L. Bähler en onzen amanuensis 1e klasse den heer K. Bosman.

Zij hebben niet alleen honderde boomen voor de metingen met gevaar voor hun lichaam beklommen, maar ook de laatste heeft met volle belangstelling de afleiding der formules gevolgd, teneinde ze consencieus te kunnen toepassen.

RÉSUMÉ.

pag.

- 110 De student in den Boschbouw aan een Hoogeschool moet niet alleen een zekere dosis feitenkennis worden bijgebracht, maar hij moet leeren zelfstandig waar te nemen en zelfstandig te oordeelen.
- 110 Aan vele gepubliceerde cijfers betreffende bovengenoemd vak is geen groote waarde toe te kennen.
- 113 De terwille van het onderwijs en de wetenschap op zeer ruime schaal gedurende 1898—1908 te Eberswalde verrichte houtmetingen zijn onbruikbaar voor het beoordeelen van den aanwas, want deze bleek op grond van de gevonden uitkomsten *negatief* te zijn!
- 114 Het is te betreuren, dat er bij de houtmeetkunde zelden of nooit gebruik wordt gemaakt van de waarschijnlijkheidsrekening, want juist bij den boschbouw is dat vak bij het maken van conclusiën zelden te ontberen.
- 121 De Inspecteur van het Boschwezen Biolley wil de verbetering van den boschtoestand o.a. constateeren door van periode tot periode de verhouding tusschen de Sylve en de Kub. Meter na te gaan.
- De Sylve is de inhoudsmaat, die bij het samenstellen van zijn tafel (Barème) werd aangenomen.
- Stemt deze overeen met de werkelijke inhoud, uitgedrukt in M^3 , dan is de reductiefactor 1.
- Neemt nu in den loop der jaren na rato boven de boom in dikte meer toe dan beneden, dan zal de reductiefactor stijgen.
- 123 De gemiddelde reductiefactoren voor het bosch Boveresse bleken te zijn:
- | | |
|--|-------------------|
| aan het einde van de 1e zesjarigen periode | 0,918 $\pm$ 0,034 |
| idem einde 2e periode | 0,850 $\pm$ 0,021 |
| „ „ 3e „ | 0,817 $\pm$ 0,048 |
| „ „ 4e „ | 0,859 $\pm$ 0,021 |
- 126 Oppervlakkig zou men dus concludeeren, dat de stamvorm in de 24 jaar er op achteruit is gegaan, en dat dus het streven van Biolley een negatief resultaat heeft gehad. In verband met de midd. fouten op het arithmetisch midden, staat dit feit echter niet vast.

pag.

Van verbetering echter is geen sprake.

- 128 De m. f. op de Sylve is veel te groot om die maat te kunnen gebruiken voor het beoordeelen van geringe schommelingen in den aanwas, en wil Biolley juist op grond van den aanwas het bedrijf regelen. Ook in deze aangelegenheid is zijn compas dus onbetrouwbaar.
- 136 De methode Kunze voor het kubeeren van grove dennen maakt het mogelijk dat een m. f. van 6 % wordt gemaakt (Cf errata). Zij kan dus bij nauwkeurige onderzoeken de sectiemethode niet vervangen. Voor ander werk is zij echter zeer goed bruikbaar en wint zij het van de vormgetalmethode.
- 145 Het mathematisch bewijs, dat Prof. Dr. Metzger gaf voor zijn stelling, „de boomen zijn, wat het benedenste gedeelte betreft, gebouwd als zuilen van gelijken weerstand” is niet steekhoudend.
- 150 De tabellen van Prof. Jonson, die gebaseerd zijn op de stelling van Metzger, kunnen dan ook niet de sectiemethode bij exact werk vervangen.
- 151 Bij den groven den in Nederland doet men voor nauwkeurig werk het best de boomen met het klimapparaat van Zehnpfund, volgens de sectiemethode te laten opmeten.
- 153 Ook langs dezen weg is het echter ondoenlijk de aanwas van één jaar te bepalen.
- 154 Op zijn minst zal men de periode, 5 jaar moeten nemen en moeten werken met het gemiddelde van meerdere boomen.
- 155 Met de methode Prytz kan men gebruikmakende van de frequentie kromme wel *ten naaste bij* de verhouding in dikte vinden, maar klemmen van alle boomen is voor het beoogde doel te prefereren.
- 159 Aangezien het te tijdroovend zou zijn alle boomen van een opstand te meten, werkt men gewoonlijk met modelboomen, maar kunnen daarbij door minder goede keuze belangrijke fouten ontstaan.
- 161 Geheimrat Schwappach kon bij een revisie slecht 212 proefvlakken van de 396 door Oberforstmeister Weise uitgezette gebruiken.
- 163 In Wageningen werden de correlatiefactoren tusschen de verschillende elementen van de houtmassa uitgerekend en graphisch hun onderling verband geconstateerd. Veelal bleek de correlatiefactor zoo gering te zijn, dat het raadzaam geacht werd de verhouding tusschen de betrokken factoren maar niet uit te rekenen. Grafiek no. 4 t/m. 12.
- 173 Opvallend daarentegen was de vaste verhouding tusschen diameter en massa (grafiek Nr. 13 en Nr. 14).
- 175 Nog meer naderde de correlatiefactoren 1, wanneer men

pag.

werkte met de logarithmen der diameters en der massa's (grafiek Nr. 15 en 16).

- 178 Raadzaam is het, dat de boschbouwers het voorbeeld der astronomen en geodeeten volgen en bij exacte onderzoeken de waarschijnlijkheidsrekening gebruiken.

- 179 *Op grond van de met hulp van de normaalvergelijkingen berekende coëfficiënten kan de volgende samenlevingswet voor den groven den in Nederland worden opgesteld.*

Tusschen spilinhouden van pijnboomen, die in een bosch samen opgroeien en nagenoeg even oud zijn, bestaat een vaste verhouding. Ze verhouden zich als de 2,21e machten der diameters.

Van deze gevonden waarheid kan zoowel voor het grove werk als voor de nauwkeurige opmeting van opstanden voordeel worden getrokken.

- 181 Bij taxatorisch werk kan de massa door een boschwachters-leerling met hulp van een inhouds-tabelletje in weinig tijd worden berekend. Hoogte meting en bepalen van vormgetal worden daarbij overbodig.

Bij wetenschappelijke onderzoeken kan men gebruik maken van de eenmaal gevonden verhouding en behoeft, die niet meer telkens met hulp van proefboomen op een weinig betrouwbare wijze te worden nagegaan.

Men moet voor nauwkeurig werk steeds den correctiefactor bepalen. Men cubeert voor dat doel eenige boomen, ongeveer even dik als de middenboom van den opstand, telt hunne dikten en massa's op ter bepaling van de gemiddelde dikte en de daarmede corresponderende massa.

- 187 Die uitkomst vergelijkt men met de geïnterpoleerde waarde uit het tafeltje. Voor het Papenmuts proefperk vond men b.v. als gemiddelde inhoud bij 24,5 c.M. gemiddelde dikte 429 d.M³. bij interpolatie uit het tafeltje Fijnbosch 423 d.M³.

De correlatiefactor is ergo $\frac{429}{423}$.

Heeft men dus het Papenmuts gecubeerd met het Fijnbosch-tafeltje, dan moet de einduitkomst vermenigvuldigd worden met $\frac{429}{423}$.

Bij grof werk kan die vermenigvuldiging, aangezien de breuk nagenoeg 1 is, achterwege blijven.

- 188 Theoretisch is aan te toonen, dat de inhouden van grove dennen zich verhouden als de 4e machten der diameters.

- 188 In de werkelijkheid bleek zulks te zijn de 2,21e macht. Ook hieruit ziet men alweer, hoe noodzakelijk het is door waarneming buiten na te gaan of de praemisen, die men op het kathedor aanneemt, wel juist zijn.

pag.

190 De groeiverhoudingswet kan dienst doen om de „mittlere Beschaffenheit” van proefboomen te controleeren.

De schommelingen om den gemiddelden inhoud der boomen (deviatie's) in de diverse groepen bleken in het Fijnbosch in procenten beter overeen te stemmen dan in absoluten maat.

197 Berekent men de middelbare fout per gewichtseenheid uit de, volgens een rechte lijn vereffende massa's, dan vindt men daarvoor $33\frac{1}{2}$ % en idem volgens de log.lijn gemiddeld ± 9 %, terwijl in werkelijkheid gevonden is $\pm 10\frac{1}{2}$ % dus een zeer bevredigende overeenstemming.

197 Bij de berekening van de m.f. volgens de log.lijn hebben daarop alle boomen invloed uitgeoefend, terwijl bij het berekening van de deviatie in de werkelijkheid veelal het aantal boomen in een groep te klein was om daaruit E_0 met voldoende zekerheid af te leiden.

198 Na de log.vereffening zijn de fouten belangrijk verminderd.

203 Bij toepassing van het lijstje op 2553 boomen staande in het Fijnbosch werden zeer geringe groepenafwijkingen gevonden.

206 Met 40 proefboomen werd met de methode Baur-Urich een theoretische fout van 1,3 % en een verschil met onze wijze van berekening van 1,8 % gevonden.

Deze uitkomst is, het groot aantal proefboomen in aanmerking nemende, niet bevredigend voor de methode Baur-Urich.

207 De verhouding tusschen hoogte en dikte kan als grove ver-
klikker bij het beantwoorden van de vraag, is correctie noodig of niet, worden gebruikt.

210 Verandering van s heeft betrekkelijk weinig invloed op het tafeltje, daar de afwijkingen elkaar gedeeltelijk compenseeren.

211 De aanwas op een proefvlak is dubbel te berekenen. 1^e uit de niet gevelde proefboomen, die aan het begin en aan het einde van b.v. een 5-jarigen periode met de sectiemethode worden gecubeerd en 2^e door klemming van alle stammen, die daarna gecubeerd worden met hulp van het tafeltje en den correctiefactor.

212 De aanwas van een enkelen stam te bepalen, of van een vrij groot aantal (b.v. 100 stuks) in een korte periode (b.v. 2 jaar) is ondoenlijk, want ook bij nauwkeurige klemming en registree-ring neemt schijnbaar de middellijn van enkele stammen af.

213 Door toepassing van ons tafeltje, dus zonder hoogte of vormgetal na te gaan, werd voor 36 proefvlakken van Geheimrat Schwappach een verschil van gemiddeld 1 % gevonden. De m. f. voor een enkel perk was $13\frac{1}{2}$ %.

215 Voor den zilverden in de Beneden Vogezen werd gevonden $s = 2,30$; voor Oostenrijksche grove dennen $s = 2,01$; voor sparren 2,47.

pag.

215 Deze cijfers hebben slechts een betrekkelijke waarde, aangezien het aantal boomen, waaruit ze berekend zijn gering is.

Het vermoeden mag uitgesproken worden, dat hun werkelijke s niet veel afwijkt van die, gevonden voor den groven den in Nederland.

216 Voor 25 grove dennen staande in de Houtvesterij Cladow (Frankfurt) werd gevonden 2,20 en voor 25 idem in de houtvesterij Glinke Bromberg 2,30.

216 Een nader onderzoek zal moeten uitmaken of met één tafeltje voor den groven den kan worden volstaan.

UEBERSICHT.

Es ist sehr erwünscht, dass bei der Holzmesskunde allgemein die Wahrscheinlichkeitsrechnung, die bei der Astronomie und Geodäsie Vorzügliches geleistet hat, ebenfalls angewendet wird.

Viel unnötige Arbeit wird dadurch erspart werden können, aber man erhält zugleich durch Benutzung der Ausgleichungsrechnung einen unbedingt nötigen Einblick in die Zuverlässigkeit der angewandten Methode.

An verschiedenen Beispielen ist dieser Satz zuvor demonstriert.

Bei Untersuchungen in einigen jüngeren und älteren Kiefernbeständen in Holland, stellte es sich heraus, dass in ein und demselben Bestand von gleichaltrigen Bäumen z.B. zwischen Höhe und Schaftformzahl ein sehr wenig konstantes Verhältniss besteht.

Auf Figur Nr. 9 wird es schwer fallen eine graphische Ausgleichung zu machen.

Fällt man in solch einem Bestand Probestämme, dann muss die Anzahl schon sehr bedeutend sein, wenn man denselben einen arithmetischen Mittel-Wert beilegen dürfte. Haut man nur eine kleinere Anzahl um, dann macht man grosse Fehler durch die Annahme, dass die sogenannten Probebäume auch wirklich Probebäume sind.

Auffallend ist die grosse Korrelation zwischen Durchmesser und Masse. Besonders tritt dies hervor, wenn man ihre Logarithmen graphisch aufträgt. (Figur Nr. 15 und Nr. 16).

Noch schärfer wird das Verhältniss aufgedeckt, wenn man die betreffenden Konstanten mit Hilfe der Normalgleichungen ausrechnet.

Diesen Weg entlang wurde folgender merkwürdige Satz gefunden:

Zwischen der Schaftmasse von Kiefern aus einem gleichaltrigen Bestand besteht ein festes Verhältniss. Sie verhalten sich wie die 2,21sten Potenzen ihrer Durchmesser.

Mit Hülfe einer einfachen Tabelle wird es möglich sein, gleich die Massa auf zu schlagen, wenn Anzahl und Durchmesser der Bäume bekannt sind. Beispiel Seite 199 Ermittlung von Höhe und Formzahlen wird überflüssig.

Im Durchschnitt von mehreren Beständen wird man mit dieser Methode bei taxatorischen Arbeiten genügend genaue Resultate erzielen.

Will man genauer für einen einzelnen Bestand die Masse kennen, dann ist es nötig circa 10 Bäume, die ungefähr den mittleren Durchmesser besitzen sectionsweise zu kubieren und daraus den arithmetisch mittleren Durchmesser und die Masse zu berechnen. Durch Division des gefundenen Werts und die damit aus der Tabelle übereinstimmende Masse erhält man den Korrektions-Faktor, womit die nach der Tabelle gefundene Gesamtmasse am Schluss der Arbeit zu multiplizieren ist.

Will man den Zuwachs eines Bestandes ermitteln, dann ist es erwünscht, beim Anfang der Periode etwa 10 Bäume genau zu kubieren, ohne dieselben um zu hauen. Zu Ende der Periode werden dieselben Bäume wieder kubiert und ebenso ihr Korrektionsfactor bestimmt. Die Differenz der Masse muss übereinstimmen mit derjenigen, die man findet durch Anwendung der Tabelle und den Korrektionsfaktoren. Natürlich darf die Masse der während dieser Untersuchungsperiode entfernten Stämme nicht ausser Betracht gelassen werden.

Auf diese Weise wird nicht allein der Gesamtzuwachs an Schaftmasse gefunden, doch auch ihre Verteilung auf die verschiedenen Dicksortimente.

Es ist an zu nehmen, dass auch bei anderen Baumarten ein festes mittleres Verhältniss zwischen Durchmesser und Masse existirt.

Bei Anwendung der Breda'schen (Holland) Tabelle auf 36 deutschen Probeflächen von Herrn Geheimrat Schwappach, betrug die Gesamtdifferenz nur 1 %.

Wageningen, April 1920.

E R R A T A.

Op pag. 137 is een fout in geslopen: Het moet als volgt heeten:

Wanneer men in de groep van 20 Meter een boom kubeert met de tabel van Kunze dan zou aan de uitkomst een m.f. kleven van $0.00077 M^3$, zoo men zuiver te doen had met de juiste modelboom uit de groep.

Neemt men een willekeurige boom uit de groep voor de meting van het vormquotient enz. dan is de gevonden uitkomst behept met een m.f. van $0.063 (= E_0)$ d.i. ongeveer 12 % van het vormgetal.

Bij de 2de opname zou men weer 12 % fout kunnen begaan. De m.f. op het verschil der 2 uitkomsten $\sqrt{12^2 + 12^2} = 15,7 \%$.

Het komt er nu maar op aan in hoeverre de taxator de gave bezit een juiste modelboom uit te zoeken, maar bovendien is de E_0 , hierboven genoemd, berekend uit de gegevens, die verband hielden met groote ongelijke gewichten en daardoor onzeker.

Op pag. 139 waar met de enkele boomen gewerkt kon worden was $E_0 = 0.021$. Aan dit cijfer is hooger waarde toe te kennen dan aan 0.063.

Neemt men $E_0 = 0.021$ dan is de m.f. het verschil van 2 uitkomsten ongeveer 6 %.

Ad pag. 145. Voor een juist beoordeelen van de uitkomsten van de 2e formule van Kunze vergeleken met die van de 1ste is het rationeeler tegenover elkaar te plaatsen de groepsfouten.

GROEP IN METER	FOUT IN DE GROEP NA DE VEREFFENING BIJ TOEPASSING VAN DE	
	EERSTE FORMULE	TWEDE FORMULE
5	0.00247	0.00239
10	0.00089	0.00096
15	0.00070	0.00082
20	0.00077	0.00095
25	0.00087	0.00090

Met uitzondering van de groep van 5 Meter zijn de fouten dus iets grooter geworden.

Ad pag. 116. De toegepaste gewichtsmethode levert een E_0 die slechts geldt voor de gewichtseenheid. Daar de meeste waarnemingsvergelijkingen een gewicht hebben grooter dan 1, is feitelijk de m. f. op de gemiddelde afdeeling grooter. Dit wijzigt evenwel de conclusie niet.

Over de betrouwbaarheid der gewichtsmethode bij den boschbouw hopen we spoedig een afzonderlijk artikel te publiceeren.

Pag. 116, 9e regel van onderen, in de afzonderlijke afdeeling was de uitkomst nog absurder moet heeten, in enkele afdeelingen was enz.

Pag. 117, 2de regel v. onderen, *Mitteilunger* moet zijn *Mitteilungen*.

„ 122, 8ste regel v. onderen, constante moet zijn constanten.

„ 123, 2de Periode, Aanta. boomen per afdeeling moet zijn Aantal gekapte boomen.

„ 132, 20ste regel v. boven, $\bar{x} = \alpha_1 g_1 q_1 + \alpha_2 g_2 q_2 + \alpha_3 g_3 + \dots$ (de punten zijn vergeten).

„ 133, 6de regel van onderen, onderlinge moet zijn onderling.

„ 134, 16de regel van boven, lees $A_1^2 E_1^2 + A_2^2 E_2^2 + \dots = [A^2 E^2]$.

„ 134, 12de regel van onderen, $[g^{\alpha\beta}]$ door Q moet zijn door Q_{12} .

„ 137, 3de regel v. o. hieronder moet heeten hierboven.

„ 140, 7de regel van onderen staat O) lees o.

„ 150, 4de regel van onderen, waarmede eene nauwkeurige cubeering noodig heeft de aangewezen methode is, moet heeten *deze* de aangewezen methode is.

Ad pag. 181, 5de regel van boven. Zie pag. 182.