UB

Produktietheorie en melkveehouderij-bedrijven

G.J. Thijssen

Landbouwuniversiteit Wageningen 1989

BIBLIOTHEEK
LANDBOUWUNIVERSITEIT
WAGENINGEN

ISN 505838

CIP DATA KONINKLIJKE BIBLIOTHEEK, DEN HAAG

Thijssen, G.J.

Produktietheorie en melkveehouderijbedrijven / G.J. Thijssen. – Wageningen : Vakgroep Algemene Agrarische Economie, Landbouwuniversiteit Wageningen. – Ill. – (Wageningse economische studies; 14)
Met lit. opg. – Met samenvatting in het Engels.
ISBN 90-6754-153-2
SISO 631.5 UDC 637.11:658.51 NUGI 689
Trefw.: melkproduktie / agrarische bedrijfseconomie.

ISBN 90-6754-153-2
NUGI 689

© Landbouwuniversiteit Wageningen, 1989

Niets uit deze uitgave, met uitzondering van titelbeschrijving en korte citaten ten behoeve van een boekbespreking, mag worden gereproduceerd, opnieuw vastgelegd, vermenigvuldigd of uitgegeven door middel van druk, fotokopie, microfilm, langs elektronische of elektromagnetische weg of op welke wijze ook zonder schriftelijk toestemming van de uitgever Landbouwuniversiteit, Postbus 9101, 6700 HB Wageningen. Voor alle kwesties inzake het kopiëren uit deze uitgave: Stichting Reprorecht, Amsterdam.

Gedrukt in Nederland

REFERAAT

G.J. Thijssen, Produktietheorie en melkveehouderijbedrijven. Wageningen 1989 (ix + 95p., 12 fig., 29 tab.)

De neoklassieke produktietheorie is gebaseerd op een aantal axioma's ten aanzien van het gedrag van producenten en de produktietechniek. Deze uitgangspunten worden op een tweetal wijzen uitgewerkt, toegepast en getoetst op paneldata van Nederlandse melkveehouderijbedrijven.

Het eerste model bestaat uit een produktiefunctie en een vraagfunctie naar variabele inputs. Op basis van dit model worden produktie- en substitutie-elasticiteiten en de schaalparameter bepaald. Er blijken omvangrijke substitutiemogelijkheden te bestaan. De omvang van de technische ontwikkeling wordt geschat op 0.8% per jaar. Dit wijkt af van de gebruikelijke metingen op basis van produktiviteitsindices. Deze indices zijn echter gebaseerd op een groot aantal veronderstellingen, die worden verworpen.

Het tweede model bestaat uit een aanbodfunctie van het produkt en een vraagfunctie naar variabele inputs. De geschatte prijselasticiteiten zijn ongeveer 0.3 voor de vraag en het aanbod. Dit model is nader uitgewerkt door het op een drietal manieren berekenen van de prijzen, twee vraagfuncties in plaats van één op te nemen en door het schatten van een 'fixed effects model'.

Beide modellen leiden niet tot een empirische ondersteuning van de axioma's van de neoklassieke produktietheorie. Een nadere uitwerking van de theorie en/of een correcter verloop van de transitie van de theorie naar empirische toepassing is gewenst.

Neoklassieke produktietheorie / produktie-, vraag en aanbodfunctie / econometrisch model / paneldata / produktie-, substitutie- en prijselasticiteit / technische ontwikkeling / transitie / axioma's / toetsen.

INHOUDSOPGAVE

Referaat	v
Voorwoord	vii
Summary	viii
1. Inleiding	1
2. Theorie	4
2.1 Produktiefunctie	4
2.2 Vraag- en aanbodfuncties	14
3. Produktiefunctie	19
3.1 Functievormen: toets op concaviteit en inkomensmaximalisatie	20
3.2 Produktiviteitsindices en produktiefuncties	34
3.3 Analyse van gemaakte veronderstellingen	43
4. Vraag- en aanbodfuncties	53
4.1 Prijzen	53
4.2 Functiespecificatie	59
4.3 Toetsen van de theorie	62
4.4 Twee onderzochte vereenvoudigingen	68
5. Conclusies	76
Noten	79
Literatuur	80
Bijlagen	84

VOORWOORD

Deze studie is een bundeling van een drietal research papers die in de periode 1986-1988 zijn geschreven. De titels van deze papers zijn: Produktiefunctie, theorie en empirie; Meten van technische ontwikkeling; Toetsen van de neoklassieke produktietheorie. Op een groot aantal punten zijn deze papers herzien en tevens zijn ze samengesmeed tot een geheel.

Dit boek is een verslag van een onderzoek. Het is geschreven voor onderzoekers die werkzaam zijn op het terrein van de produktietheorie. De bekende standaard neoklassieke produktietheorie wordt op een tweetal wijzen nader uitgewerkt en getoetst met behulp van paneldata. De eerste wijze is gebaseerd op de produktiefunctie. Hierbij worden een drietal bekende functievormen vergeleken op basis van een aantal karakteristieken en op basis van het empirisch onderzoek. Nieuw is de vergelijking van de meting van de technische ontwikkeling op basis van produktiefuncties en produktiviteitsindices. Dit leidt tot verrassende resultaten. De tweede wijze is gebaseerd op restricties die worden opgelegd aan vraag- en aanbodfuncties en krijgt in de literatuur maar weinig aandacht. Aangegeven wordt welke keuzes er gemaakt dienen te worden in empirisch onderzoek ten aanzien van de meting van de variabelen, aggregatieniveau en de gehanteerde schattingstechniek. Törnqvist-prijsindices en een nieuwe schattingsmethode worden behandeld.

Zoals gezegd is deze studie een verslag van een onderzoek maar is tevens geschikt als studiemateriaal voor studenten aan een universiteit in de richting kwantitative economie. De verschillende fasen van de modelbouw worden uitgebreid behandeld: probleemstelling, theorie, functiespecificatie, data, resultaten en evaluatie. De studenten leren hoe ze een onderzoek moeten opbouwen, een gedeelte van de neoklassieke produktietheorie, een aantal functievormen, meetproblemen en het evalueren van de resultaten.

Economisch onderzoek is niet mogelijk zonder opbouwende kritiek. Daarom wil ik met name A. Oskam en A. Kapteyn bedanken voor hun commentaar op eerdere versies. Tevens gaat mijn dank uit naar het Landbouw-Economisch Instituut voor het beschikbaar stellen van de gebruikte gegevens, W. Houweling voor zijn assistentie bij het gebruik van de computer en het tekstverwerkingsprogramma Wordperfect en A. Kapteyn en T. Wansbeek voor het beschikbaar stellen van het computerprogramma waarmee het 'fixed effects model' is doorgerekend. Mevr. O. Hitters, J. Graveland en mevr. A. de Vries dank ik voor het typewerk en P. Holleman voor de gemaakte tekeningen.

SUMMARY

Starting from neoclassical theory, two empirical micro-economic models of the production behaviour of farm households are developed. A distinctive feature of such models is the close connection between economic theory and empirical implementation. Economic theory is often formulated in terms of individual decision-making units. Having data on the individual units makes it possible to use the theory fruitfully and to test it stringently. The axioms of the theory used are: income-maximizing behaviour of the farm households in the short term, quasi-concavity of the production function and substitutable factors of production. Annual data from 230 dairy farms in the Netherlands over the period 1970-1982 are used for econometrically estimating both models. The estimation techniques used are respectively 3 SLS and Zellner's SUR.

The production model contains a production function and a demand function for variable inputs. According to the theory the production function should satisfy some conditions, but the theory does not give the exact form. Therefore, three functional forms are analysed: the Cobb Douglas, quadratic and translog forms. Production elasticities, scale parameter, substitution elasticities and rate of technological change are calculated for the three functional forms. The production elasticity of the variable input is very high compared with the elasticities of labour, capital and land. The returns to scale increase significantly. Substitution elasticities are calculated using the translog form. Most of these elasticities are significantly different from one, the a priori assumed elasticity when a Cobb Douglas type of function is used. Variable input and land, and variable input and livestock are strongly substitutable; labour is a very difficult factor of production to substitute. The annual rate of technological change is calculated with the three functional forms; it varies between 0.6 and 1.2 per cent per year.

This rate of technological change is compared with the rate of technological change calculated with three often-used productivity indices: those of Kendrick, Solow and Törnqvist. The results indicate a technological change that is two to three times as high as the technological change calculated with the production function. The reasons for this disparity are the wrong choice of shadow prices when indices are used and the rejection of the assumptions (e.g. constant returns to scale and Hicks neutrality of technical change) made when using the indices . Using the translog form reveals a bias in the technological change in the dairy sector; it is land-saving and capital-using. As well as these assumptions the axioms of the theory used are tested.

The axioms of monotonicity and quasi-concavity are verified for the production model based on the Cobb Douglas and the translog forms. The quadratic form is not concave in the variable input. An optimum for the variable input is not possible if the farmer's behaviour is income-maximizing. The assumption of income- maximizing behaviour of farmers within the developed model is tested and rejected by the data for the Cobb Douglas and the translog forms. Therefore it is interesting to see what results the other model gives.

The second model contains a supply function for the output and a demand function for the variable input. The variables in these functions are prices of output and variable input and fixed inputs such as labour, livestock, capital and land. Elasticities for prices and the fixed inputs are calculated. The price elasticity is about 0.3 for both prices and both equations. The results are compared with the results of the production model. For the fixed inputs the differences are very small. According to the axioms of the neoclassical theory, the functions should fulfil three restrictions: linear homogeneity of degree zero in prices, the negativity restriction and the symmetry restriction. The homogeneity and the symmetry restrictions are rejected by the data for an adjusted translog form for both the supply and the demand equation. This does not mean that the theory is rejected by the data. When moving from theoretical abstraction to empirical reality several simplifications were made.

The translation from theory to application may not have been done correctly. To check this, three simplifications are explored: several possibilities for the prices used by the farmers are examined, the aggregation of the variable inputs is relaxed by estimating two demand functions instead of one, and finally, the simplification that each farm is on the same function is relaxed by adding a dummy for each farm. None of these adjustments leads to acceptance of the homogeneity and the symmetry restrictions.

The theory is used fruitfully to develop and implement two models of production functions and to calculate the price elasticities of demand and supply functions. Some doubts are raised about assumptions made in the simple basic model of producer behaviour often used in literature.

1 INLEIDING

De economische werkelijkheid is zeer complex. In de landbouw hangen bijvoorbeeld produktiebeslissingen van agrariërs af van de beschikbare hoeveelheid voer, prijzen, etc. De ingezette hoeveelheid voer hangt echter ook af van de omvang van de veestapel, de prijzen, etc. Dit leidt nogal eens tot de verzuchting bij een economisch onderzoeker: alles hangt met alles samen. Om inzicht te verkrijgen op welke wijze beslissingen in de landbouw tot stand komen zijn daarom vereenvoudigingen noodzakelijk. Niet de werkelijkheid in al zijn details wordt geanalyseerd maar een abtractie van deze werkelijkheid. Deze analyse kan geschieden in verbale of in wiskundige termen. Het voordeel van de laatste benadering is dat op basis van expliciet aangegeven veronderstellingen ten aanzien van gedrag van agrariërs op een consistente wijze de consequenties hiervan voor het handelen van agrariërs kan worden afgeleid. Omdat het handelen van agrariërs kan worden waargenomen is het mogelijk de gemaakte abstractie van de werkelijkheid te toetsen.

Het bestuderen van het gedrag van de producenten in de landbouw is een belangrijk onderzoeksthema binnen de agrarische economie (Colman, 1983). Aan het meten van het effect van prijsveranderingen van inputs en outputs op de inzet van deze inputs en op de voortbrenging van outputs wordt veel aandacht geschonken. Veelal gebeurt dit met modellen op sectorniveau, waarbij gebruik wordt gemaakt van jaarcijfers (Tangermann, 1974; Oskam, 1986). Een andere mogelijkheid is om prijsveranderingen te analyseren met modellen op bedrijfsniveau, de zogenaamde lineaire programmeringsmodellen (Thomson, 1977). Nadelen van de eerste werkwijze zijn dat er nauwelijks een band bestaat tussen empirie en de gebruikte micro-economische theorie en dat gebruik moet worden gemaakt van een beperkte dataset. Een nadeel van de tweede werkwijze is dat deze gebaseerd is op normatief en niet op feitelijk gedrag. Een derde werkwijze, die aan deze bezwaren tegemoet komt, is een economisch model op microniveau. Bij een dergelijk model bestaat er een nauwe relatie tussen theorie en empirie. Dit vergroot de mogelijkheden om de gemaakte veronderstellingen te onderzoeken en verbetert de interpreteerbaarheid van de empirische resultaten. Ten aanzien van het producentengedrag is de neoklassieke theorie, betrekking hebbend op het microniveau, het verst uitgewerkt (Varian, 1984). Axioma's van deze theorie zijn:

- inkomens (of winst) maximalisatie door de producent;
- quasi-concaviteit van de produktiefunctie. Dit impliceert onder andere dat de relatie tussen een output en een input wordt gekenmerkt door afnemende meeropbrengsten;
- een produktiefunctie met substitueerbare produktiefactoren;

- de prijzen van inputs en outputs zijn voor de producent een gegeven.

In deze studie wordt een eenvoudig model van het producentengedrag uitgewerkt. Dit model beoogt het gedrag van de agrarische producenten op korte termijn te beschrijven. Uitgangspunt is dat agrariërs streven naar inkomenmaximalisatie op korte termijn, gegeven een aantal technische restricties. Hierbij wordt aangenomen dat sleehts een aantal inputs op korte termijn variabel zijn. Dit model wordt in de literatuur veelvuldig toegepast (Anker et al., 1987; Elhorst, 1986b; Higgins, 1986; McKay et al., 1982). Deze uitgangspunten worden in deze studie op een tweetal wijzen uitgewerkt. Het eerste model bestaat uit een produktiefunctie en de bijbehorende vraagfunctie naar variable inputs. Beide functies kunnen niet los van elkaar worden bezien omdat produktie niet het spontaan bij elkaar brengen is van toevallige hoeveelheden inputs. Integendeel, produktieomvang en inzet van inputs is het resultaat van economische overwegingen. Het tweede model bestaat uit een aanbodfunctie van produkten en een vraagfunctie naar variable inputs. Tussen beide functies bestaan op grond van de axioma's een aantal relaties en moeten aan een aantal restricties voldoen.

Doel van dit onderzoek is om beide modellen op basis van de axioma's van de neoklassieke theorie op te bouwen, toe te passen en te toetsen. Hierbij wordt gebruik gemaakt van paneldata van melkveehouderijbedrijven over de periode 1970-1982. In hoofdstuk 2 worden beide modellen opgebouwd. De relatie tussen de produktiefunctie en de vraagfunctie wordt aangegeven. Om het inzicht in de te schatten produktiefuncties te vergroten worden ook een aantal karakteristieken van de produktiefunctie behandeld: schaalparameter, produktie- en substitutie-elasticiteiten, omvang en richting van de technische ontwikkeling. Het tweede model bestaat uit een vraag- en aanbodfunctie. Op basis van de axioma's worden een drietal implicaties afgeleid. Deze implicaties zijn: homogeniteit van de nulde graad in prijzen, negativiteitsrestrictie en symmetrierestrictie.

Het model met de produktiefunctie als centrale vergelijking wordt empirisch ingevuld in hoofdstuk 3. Omdat de theorie wel voorwaarden oplegt aan de functie maar deze niet expliciet aangeeft is het onderzoek uitgevoerd aan de hand van een drietal functiespecificaties: de Cobb Douglas, de kwadratische en de translog vorm. Op basis van deze vormen worden voor de melkveehouderij produktie- en substitutieëlasticiteiten, de schaalparameter en omvang en richting van de technische ontwikkeling bepaald. De omvang van de technische ontwikkeling wordt veelal gemeten met produktiviteitsindices. Deze indices zijn impliciet gebaseerd op een produktiefunctie. Hierbij gehanteerde veronderstellingen zijn: constante schaalopbrengsten, Hicks neutrale technische ontwikkeling en allocatie van alle produktiemiddelen. Deze veronderstellingen worden tesamen met de axioma's van de neoklassieke produktietheorie nader onderzocht.

In hoofdstuk 4 wordt het model bestaande uit de vraag- en aanbodfunctie geschat. De vraag naar variable inputs en het aanbod van een produkt zijn op basis van het gepostuleerde eenvoudige model functies van prijzen en vaste produktiefactoren. Op basis van deze functies worden prijselasticiteiten afgeleid en een vergelijking gemaakt met de resultaten van hoofdstuk 3. De neoklassieke produktietheorie wordt getoetst op basis van de in hoofdstuk 2 afgeleide implicaties. Omdat bij de overgang van de theorie naar de empirie vele vereenvoudigingen gemaakt zijn worden een drietal vereenvoudigingen nader onderzocht. Verschillende mogelijkheden om de prijzen te bepalen die voor een individuele melkveehouder gelden worden behandeld, er worden twee vraagfuncties in plaats van één geschat en de aanname dat voor elk bedrijf dezelfde functievorm geldt wordt gedeeltelijk ondervangen door het 'fixed effects model'.

2 THEORIE

Het gedrag van de producenten in de landbouw wordt in deze studie geanalyseerd op basis van de neoklassieke produktietheorie. Uitgangspunten van deze theorie zijn:
- inkomensmaximalisatie door de producent op korte termijn;
- quasi-concaviteit van de produktiefunctie. Dit impliceert onder andere dat de relatie tussen een output en een input wordt gekenmerkt door afnemende meeropbrengsten;
- een produktiefunctie met substitueerbare produktiemiddelen;
- de prijzen van inputs en outputs zijn voor de producent een gegeven.

Het axioma van inkomensmaximalisatie is nauw verbonden met de produktiefunctie. Produktie is namelijk niet het spontaan bij elkaar brengen van toevallige hoeveelheden inputs. Integendeel, produktieomvang en inzet van inputs zijn het resultaat van economische overwegingen. Produktiefuncties moeten daarom bezien worden in samenhang met condities die uit deze overwegingen voortvloeien. Om het inzicht in de de te schatten produktiefuncties te vergroten worden in 2.1 ook een aantal karakteristieken van de produktiefunctie behandeld.

De axioma's kunnen ook op een indirekte wijze worden geanalyseerd middels vraagfuncties van variabele inputs en de aanbodfunctie van het produkt. Op basis van de axioma's worden in 2.2 een drietal implicaties voor deze functies afgeleid. Deze implicaties zijn: homogeniteit van de nulde graad in prijzen, negativiteitsrestrictie en de symmetrierestrictie.

2.1 Produktiefunctie

In de neoklassieke produktietheorie neemt de technologie een essentiële plaats in.[1] De produktietechnologie beschrijft de technische randvoorwaarden waarbinnen het produktieproces op een agrarisch bedrijf plaatsvindt. Een produktietechnologie omvat een aantal alternatieve methoden om diensten en materialen (inputs) te transformeren zodanig dat goederen en diensten (outputs) worden geproduceerd. Volgens de neoklassieke theorie voldoet deze set van produktiemogelijkheden aan een aantal regulariteitseigenschappen (Nadiri, 1982: 432). De technologie-set wordt veelal weergegeven door een produktiefunctie. Deze functie heeft een abstract karakter, ze sluit niet direct aan bij bestaande technische kennis. Daarvoor sluiten de argumenten van de produktiefunctie te weinig aan bij de technische relaties. De gebruikte techniek wordt slechts indirect weergegeven, namelijk via de verhoudingen tussen de produktiefactoren.[2]

De produktiefunctie is een abstracte weergave van de technisch efficiënte transformaties tussen inputs en outputs. In de theorie is de produktiefunctie veelal gedefiniëerd als de maximaal mogelijke output gegeven een set van inputs, de zogenaamde 'production frontier function' (Schäfer 1985: 135). In dit onderzoek staat echter het feitelijke gedrag van agrariërs centraal gegeven de door hen ervaren technische beperkingen op het bedrijf. De produktiefunctie geeft in dit onderzoek dus een feitelijke, en niet de optimale relatie weer tussen output en inputs. De algebraïsche vorm van een produktiefuncie met één output is:

$$F(q,x,t) = q - f(x_v,x_l,x_s,x_k,x_g,t) = 0 \qquad (2.1)$$

waarbij: q = output
x_i = inputs
i = v (variabele input), l (arbeid), s (vee), k (kapitaalgoederen), g (grond)
t = stand van de techniek

Aangenomen wordt dat deze functie in het relevante traject monotoon toenemend is en tweemaal differentieerbaar is en op grond van het tweede axioma geldt dat de functie f(x) concaaf is. Dus voor iedere x is de Hessiaan van f negatief semi-definiet.[3] De functie f moet op grond hiervan onder andere voldoen aan:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \geq 0 \text{ en } \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \leq 0 \qquad (2.2)$$

Deze condities houden in dat de relatie tussen een output en een input wordt gekenmerkt door afnemende meeropbrengsten.

De stand van de techniek verandert in de loop van de tijd. Door het toepassen van technische kenis kan meer produktie met dezelfde hoeveelheid produktiemiddelen worden geproduceerd of dezelfde produktie met minder produktiemiddelen worden voortgebracht. In termen van de produktiefunctie is de technische ontwikkeling het verschuiven van de isoquant naar de oorsprong.

De produktiefunctie vat de technische restricties ten aanzien van het economisch gedrag samen. Produktie is echter niet het spontaan bij elkaar brengen van toevallige hoeveelheden inputs. Integendeel, produktieomvang en inzet van inputs is het resultaat van economische overwegingen. De produktiefunctie kan dan ook niet los worden gezien van het streven naar inkomensmaximalisatie door het agrarisch gezin.

Dit gedrag kan algebraïsch geformuleerd worden. Het agrarisch gezin maximaliseert het inkomen. Dit inkomen is het verschil tussen de gerealiseerde opbrengsten en kosten. Aan de produktiemiddelen kapitaalgoederen, gezinsarbeid en grond (de vaste produktiefactoren) worden geen kosten toegerekend. In dit onderzoek zijn de produktiefactoren kapitaalgoederen, arbeid en grond als exogene grootheden opgenomen. Er is verondersteld dat deze factoren op een bedrijf op korte termijn vastliggen.[4] De inkomensdefinitie luidt op grond van deze overwegingen:

$$y = pq - rx_v - n \tag{2.3}$$

waarbij: y = inkomen
p = prijs output
r = prijs variabele input
n = betaalde kosten van de vaste inputs

Dit maximalisatieprobleem onder de voorwaarde (2.1) kan worden opgelost met behulp van de Lagrangefunctie L (τ is de Lagrange multiplicator).

$$L\ (q,x,\tau) = pq - rx_v + \tau F \tag{2.4}$$

De eerste ordevoorwaarden voor een maximale waarde van het inkomen onder de nevenvoorwaarde van de produktiefunctie luiden:

$$\frac{\partial L}{\partial q} = p + \tau \frac{\partial F}{\partial q} = p + \tau = 0 \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_v} = -r + \tau \frac{\partial F}{\partial x_v} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \tau} = F = 0 \tag{2.6}$$

De tweede ordevoorwaarden houden in dat de Hessiaan van f negatief semidefiniet is.

Het producentengedrag is dus te formuleren met behulp van een simultaan model met 3 vergelijkingen ((2.1), (2.5) en (2.6)) en met 3 endogene variabelen (q, x_1 en τ). De prijzen en de vaste produktiefactoren zijn voor de individuele agrarische producent gegeven.

De Lagrange multiplicator kan uit het model worden geëlimineerd door substitutie van (2.5) in (2.6). Hierdoor ontstaat de marginaliteitsconditie:

$$p \frac{\partial f}{\partial x_v} = r \qquad (2.7)$$

Hieruit volgt de vraagfunctie naar de variabele input. Deze endogene is een functie van de exogenen:

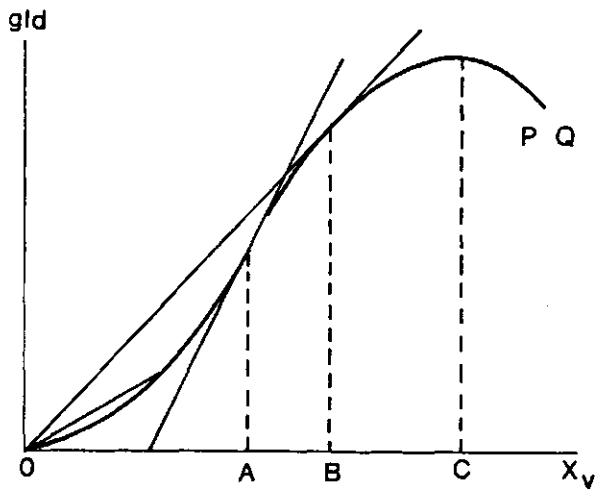
$$x_v = x_v(p, r, x_1, x_a, x_k, x_g, t) \qquad (2.8)$$

Omdat deze vraagfunctie is gebaseerd op de produktiefunctie dienen een aantal parameters van beide functies aan elkaar gelijk te zijn. Deze gelijkheid van parameters kan worden getoetst waarmee dus de veronderstelling van inkomensmaximalisatie wordt getoetst (Christensen et al., 1973: 35).

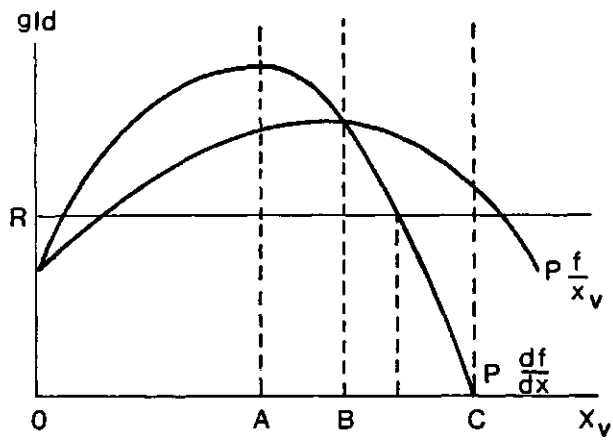
De algebraïsche vorm is niet altijd op een eenvoudige wijze te bepalen, dit hangt af van de gekozen functievorm van de produktiefunctie.

Het producentengedrag kan worden geïllustreerd met een tweetal figuren. Veelal wordt een verband verondersteld tussen input en output zoals weergegeven in figuur 2.1. Volgens de neoklassieke theorie is de produktiefunctie concaaf, het relevante traject ligt volgens deze theorie dus rechts van A. Figuur 2.2 geeft de vraagfunctie naar input x_v, het linkerdeel van vergelijking (2.7). Op grond van het eerste axioma is het traject AB irrelevant, de agrariër maakt verlies en besluit het produktieproces stil te leggen. Tussen A an B zijn de kosten van input x_v namelijk hoger dan de opbrengsten, de prijs van x_v is hoger dan de gemiddelde opbrengst. Op grond van beide axioma's is BC het relevante traject voor de vraagcurve naar x_v (voorbij C zijn de marginale opbrengsten negatief).

Figuur 2.1. Opbrengstcurve.



Figuur 2.2. De bij figuur 2.1 behorende curven die de waarde van het gemiddeld en het marginaal produkt geven.



Karakteristieken van een produktiefunctie

Alvorens tot de specificatie en schatting van produktiefuncties over te gaan, worden een aantal karakteristieken van produktiefuncties behandeld: schaaleffecten, produktie-elasticiteiten, substitutieëlasticiteiten en richting van de technische ontwikkeling. Deze karakteristieken kunnen het inzicht in de geschatte produktiefunctie vergroten.

Schaaleffecten

De schaalparameter μ wordt bij n inputs gedefinieerd door:

$$\mu = \frac{x_1 f_1 + \ldots + x_n f_n}{q} \qquad (2.9)$$

met $f_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$

$\mu > 1$: toenemende schaalopbrengsten
$\mu = 1$: constante schaalopbrengsten
$\mu < 1$: afnemende schaalopbrengsten

De interpretatie van de schaalparameter kan worden vereenvoudigd door de totaal differentiaal te nemen van de produktiefunctie:

$$df = f_1 dx_1 + \ldots\ldots + f_n dx_n$$

Dus geldt:

$$\frac{df}{q} = \frac{x_1 f_1 + \quad + x_n f_n}{q} \; T = \mu . T, \text{ met } T = \frac{dx_1}{x_1} = \ldots\ldots = \frac{dx_n}{x_n}$$

De schaalparameter wordt geïllustreerd door figuur 2.1. Op het traject OB wordt de produktiefunctie gekenmerkt door toenemende schaalopbrengsten, voorbij B door afnemende schaalopbrengsten.

Produktie-elasticiteiten

De produktie-elasticiteit is als volgt gedefinieerd:

$$E^{q}_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{q} \qquad (2.10)$$

De produktie-elasticiteit is groter of gelijk aan nul op grond van (2.2). De som van de produktie-elasticiteiten van de variabele inputs is kleiner of gelijk aan een. Er van uitgaande dat de agrariër de kosten van de m variabele inputs gedekt wil zien door de opbrengst geldt immers:

$$\sum_{i=1}^{m} p_i x_i \leq p_q q$$

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{p_i x_i}{p_q q} \leq 1 \qquad (2.11)$$

Uit de marginaliteitscondities (2.7) volgt:

$$\frac{p_i x_i}{p_q q} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{q} \qquad i = 1...m \qquad (2.12)$$

Uit (2.11) en (2.12) volgt:

$$\sum_{i=1}^{m} E^{q}_{x_i} \leq 1 \qquad (2.13)$$

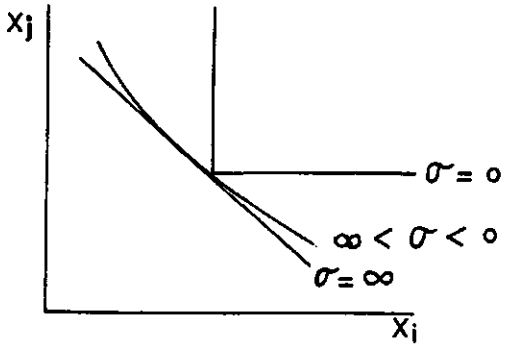
Substitutie-elasticiteiten

De mate van convexiteit van de isoquant is een indicatie voor het 'gemak' waarmee de ene input kan worden gesubstitueerd door een andere in het produktieproces, waarbij de produktieomvang constant blijft. Hoe convexer ('hoekiger' in figuur 2.3) de isoquant des te geringer is het effect die een verandering van de marginale technische substitutievoet (f_i/f_j), verschuiving van de raaklijn aan de isoquant, heeft op de inputratio (x_i/x_j).
De substitutie-elasticiteit wordt dan ook gedefinieerd door:

$$\sigma_{ij} = \frac{d(x_i/x_j)}{x_i/x_j} \Big/ \frac{d(f_i/f_j)}{f_i/f_j} \qquad (2.14)$$

waarbij $-\infty < \sigma_{ij} \leq 0$

Figuur 2.3. Verloop van de isoquant en de substitutie-elasiticiteit.



De met definitie (2.14) samenhangende directe elasticiteit van substitutie (DES) luidt (Nadiri, 1982: 433):

$$\sigma_{ij} = \frac{f_i f_j \,(x_i f_i + x_j f_j)}{x_i x_j \,(f_{ii}\, f_j^2 - 2 f_{ij}\, f_i f_j + f_{jj}\, f_i^2)} \qquad (2.15)$$

waarbij $-\infty < \sigma_{ij} \leq 0$; met $f_{ij} = \partial^2 f/(\partial x_i \partial x_j)$.

Met behulp van deze formule kunnen de elasticiteiten voor een produktiefunctie met n inputs worden berekend. Deze elasticiteit is negatief omdat de produktiefunctie concaaf is, dus de Hessiaan van f negatief semidefiniet. Dit houdt onder meer in dat:

$$\begin{bmatrix} -f_j & f_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ii} & f_{ij} \\ f_{ji} & f_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -f_j \\ f_i \end{bmatrix} \leq 0$$

Dus $\quad f_{ii}\, f_j^2 - 2\, f_{ij}\, f_i f_j + f_{jj}\, f_i^2 \leq 0$

Daar f_i, f_j, x_i, x_j groter of gelijk aan nul zijn geldt dat de substitutie-elasiticiteit kleiner of gelijk aan nul is.

Omvang van de technische ontwikkeling

De omvang van de technische ontwikkeling wordt veelal gemeten met een produktiviteitsindex. Deze index geeft de verhouding aan tussen de feitelijke toename van de produktie en de toename die kan worden verwacht op basis van een veranderde inzet van produktiemiddelen. Stel de produktiefunctie heeft de volgende eenvoudige vorm:

$$q_t = a_t f(x_t) \qquad (2.16)$$

waarbij: a = stand van de techniek
t = tijdstip

$$\frac{a_t}{a_o} = \frac{q_t}{q_o} \Big/ \frac{f(x_t)}{f(x_o)} \qquad (2.17)$$

De omvang van de technische ontwikkeling over periode t is nu gelijk aan de index verminderd met één. Veelal is men geinteresseerd in de groei per jaar g. Voor a_t wordt dan aangenomen dat deze gelijk is aan $(1 + g)^t$ of e^{gt}. Beide leiden tot ongeveer dezelfde jaarlijkse groeivoet. De tweede vorm sluit aan bij het rechtstreeks meten van de omvang van de technische ontwikkeling op basis van een produktiefunctie:

$$q_t = e^{gt} f(x_t) \qquad (2.18)$$

De omvang van de technische ontwikkeling volgt nu uit:

$$\frac{\partial \log q}{\partial t} = g \qquad (2.19)$$

Richting van de technische ontwikkeling

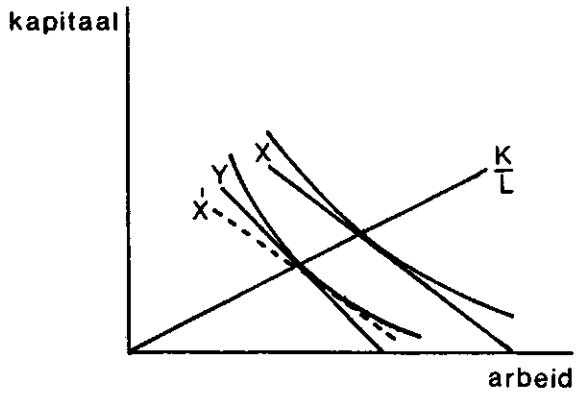
De richting (bias) van de technische ontwikkeling heeft te maken met de verhouding waarin twee produktiemiddelen, bijvoorbeeld arbeid (l) en kapitaal-

goederen (k) ter verkrijging van een bepaalde produktie factorbesparend is. De definitie van Hicks luidt:

$$B = \frac{\partial \frac{f_l}{f_k}}{\partial t} \Big/ \frac{f_l}{f_k} \Big|_{\bar{l}}^{k} \quad \begin{cases} > 0 & \text{kapitaal-besparend} \\ = 0 & \text{neutraal} \\ < 0 & \text{arbeids-besparend} \end{cases} \qquad (2.20)$$

Met behulp van figuur 2.4 kan deze definitie worden verduidelijkt. Als gevolg van technische ontwikkeling verschuift de isoquant naar de oorsprong. De raaklijn op de kapitaal-arbeid verhoudingslijn verschuift van X naar Y. De richtingscoëfficiënt van deze raaklijn is de verhouding van de marginale produkten van arbeid en kapitaal. Als gevolg van de technische ontwikkeling neemt de richtingscoëfficiënt van de raaklijn toe en dus is er op grond van de definitie van Hicks sprake van kapitaalbesparende technische ontwikkeling. Immers bij gelijkblijvende verhouding van de marginale produkten, bij optimale inzet dus gelijkblijvende prijsverhouding van de produktiefactoren (lijn X'), daalt de kapitaal-arbeid verhouding.

Figuur 2.4. Kapitaalbesparende technische ontwikkeling.



2.2 Vraag- en aanbodfunctie

Uitgangspunt is het streven naar inkomensmaximalisatie op korte termijn door het agrarisch gezin gegeven een aantal technische restricties. De technische restricties worden samengevat in een concave produktiefunctie. Op basis van deze axioma's worden een drietal restricties afgeleid voor de aanbodfunctie en de vraagfunctie van het variabel produktiemiddel. De drie restricties zijn: homogeniteit van de nulde graad in prijzen, negativiteits/ positiviteitsrestrictie en de symmetrie-restrictie.

Het inkomensmaximalisatiemodel, gegeven de hoeveelheid kapitaalgoederen, grond, arbeid en techniek, luidt:

$$y = y(p,r) = \max_{q,x} p\,q - r\,x \qquad (2.21)$$

met: $q = f(x,z)$ (2.22)

waarbij: y = inkomen
p = prijs produkt
q = produkt
r = prijs variabele input
x = variabele input
z = gegeven produktiefactoren en technische ontwikkeling
f = produktiefunctie, gekenmerkt door afnemende meeropbrengsten in de variabele input

Op basis van dit model kan een vraagfunctie van de variabele input worden afgeleid. Deze heeft de volgende vorm:

$$x = x(p,r,z) \qquad (2.23)$$

Substitutie van de vraagfunctie in de produktiefunctie geeft de aanbodfunctie:

$$q = f(x(p,r,z),z) = h(p,r,z) \qquad (2.24)$$

De neoklassieke theorie geeft dus aan welke variabelen in deze functies moeten worden opgenomen. Daarnaast moeten deze functies op grond van de theoretische uitgangspunten aan een drietal beperkingen voldoen. In deze studie worden deze beperkingen met behulp van observaties van beslissingen van agrariërs onderzocht. Ook kan op basis van deze beperkingen het gedrag van

het agrarisch gezin worden voorspeld, uitgaande van de juistheid van de gehanteerde axioma's. Als derde mogelijkheid kunnen deze beperkingen, uitgaande van de juistheid, gebruikt worden bij empirisch onderzoek.

De beperkingen waaraan de vraag- en aanbodfuncties moeten voldoen volgen uit de eerste en tweede orde voorwaarden waaraan moet zijn voldaan opdat het inkomen maximaal is. De eerste orde- voorwaarde is:

$$p \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} = r \qquad (2.25)$$

Ofwel de opbrengsten van een extra eenheid variabele input, de marginale opbrengsten, zijn gelijk aan de kosten van een extra eenheid, de marginale kosten. De tweede orde-voorwaarde van het inkomensmaximalisatieprobleem is:

$$\frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} < 0 \qquad (2.26)$$

Deze voorwaarde volgt ook uit de concaviteit van de produktiefunctie.

Het linkerlid van vergelijking (2.25) is de waarde marginaal produkt curve, de vraagfunctie van de variabele input. Deze curve wordt beïnvloed door de prijs van het produkt, de stand van de techniek en de aanwezige hoeveelheid gegeven produktiefactoren. De marginaliteitsconditie kan ook grafisch worden weergegeven, zie figuur 2.5.

De vergelijking van de iso-inkomenslijn volgt uit de inkomensdefinitie:

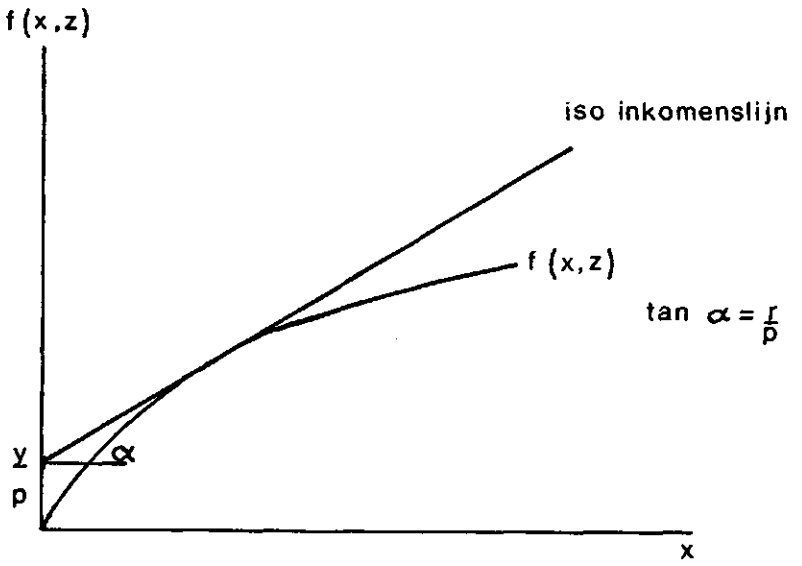
$$q = \frac{y}{p} + \frac{r}{p} x \qquad (2.27)$$

Het inkomen is maximaal in het punt waar de iso-inkomenslijn raakt aan de produktiefunctie, dus waar geldt:

$$\frac{\partial f(x,z)}{\partial x} = \frac{r}{p} \qquad (2.28)$$

Dit is gelijk aan de eerste orde voorwaarde. Met behulp van figuur 2.5 en vergelijking (2.28) wordt de eerste beperking geïllustreerd waaraan de vraag naar de variabele input moet voldoen.

Figuur 2.5. Inkomensmaximalisatie; eerste ordevoorwaarde.



Uit beide blijkt dat prijsstijging van de variabele input en de output met hetzelfde percentage niet leidt tot een verandering van de gevraagde hoeveelheid van de variabele input. Dit staat bekend als homogeniteit van de nulde graad van de vraagfunctie. Als echter de vraag naar de variabele input niet verandert als de input- en outprijs met een gelijk percentage veranderen, zal ook de produktieomvang niet veranderen. Dus ook de aanbodfunctie is homogeen van de nulde graad in prijzen. Dus als de agrariër streeft naar inkomensmaximalisatie en er wordt geproduceerd onder een situatie van afnemende meeropbrengsten, dan leidt een evenredige prijsverandering van input en output niet tot een verandering van het aanbod van het produkt en de vraag naar de variabele input.

Uit de tweede orde-voorwaarde volgt de tweede beperking waaraan de vraag- en aanbodfuncties moeten voldoen. Substitutie van de vraagvergelijking, vergelijking (2.23), in de marginaliteitsconditie, vergelijking (2.25), geeft:

$$p \frac{\partial f(x(p,r,z),z)}{\partial x} - r = 0 \qquad (2.29)$$

Het differentiëren van deze vergelijking naar de prijs van de variabele input geeft met de kettingregel:

$$p \frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} \frac{\partial x}{\partial r} - 1 = 0 \qquad (2.30)$$

$$\text{ofwel:} \quad \frac{\partial x}{\partial r} = 1 \Big/ \left[p \frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} \right] \qquad (2.31)$$

Uit de tweede orde voorwaarde, vergelijking (2.26), volgt dat de eerste afgeleide van de vraagfunctie naar de prijs van de variabele input negatief is. Differentiëren van (2.29) naar de produktprijs geeft:

$$\frac{\partial f(x,z)}{\partial x} + p \frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} \frac{\partial x}{\partial p} = 0 \qquad (2.32)$$

$$\text{Dus:} \quad \frac{\partial x}{\partial p} = - \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \Big/ \left[p \frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} \right] \qquad (2.33)$$

Omdat de produktiefunctie toenemend is in de variabele input, is de afgeleide van de vraagfunctie naar de produktprijs positief.

Differentiëren van de aanbodfunctie naar de produktprijs geeft, met (2.33):

$$\frac{\partial h}{\partial p} = \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p} = - \left[\frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \right]^2 \Big/ \left[p \frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} \right] \qquad (2.34)$$

Teller en noemer zijn negatief en dus de afgeleide van de aanbodfunctie naar de produktprijs is positief.

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \Big/ \left[p \frac{\partial^2 f(x,z)}{\partial x^2} \right] \qquad (2.35)$$

De afgeleide van de aanbodfunctie naar de prijs van de variabele input is negatief.

Samenvattend luiden de negativiteits-positiviteitsrestricties:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial p} \\ \frac{\partial h}{\partial r} & \frac{\partial h}{\partial p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \Big/ p\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & -\frac{\partial f}{\partial x} \Big/ p\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \Big/ p\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & -\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]^2 \Big/ p\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} < 0 & > 0 \\ < 0 & > 0 \end{bmatrix} \qquad (2.36)$$

De derde en laatste beperking waaraan de vraag- en aanbodfunctie moeten voldoen op grond van de gemaakte axioma's van inkomensmaximaliserend gedrag en de concave produktiefunctie is de symmetrierestrictie. Deze volgt uit vergelijking (2.36).

$$\frac{\partial x}{\partial p} = -\frac{\partial h}{\partial r} \qquad (2.37)$$

Dus op grond van het gepostuleerde model moet gelden dat de vraagverandering van de variabele input bij een prijsverandering van de output gelijk is aan de aanbodverandering bij een prijsverandering van de variable input. In het geval van meerdere inputs geldt (2.37) voor elke input en ook tussen inputs, zie Russell en Wilkinson (1979: 134-136). Uitgaande van inkomensmaximalisatie en een concave produktiefunctie moet de vraag naar de variable input en ook het aanbod voldoen aan de drie beperkingen:

1. homogeniteit van de nulde graad
2. negativiteitsrestrictie
3. symmetrierestrictie.

Met behulp van deze drie beperkingen kan men ook de uitgangspunten van de theorie toetsen. Op grond van waarnemingen worden vraag- en aanbodfuncties bepaald. Als deze voldoen aan de drie beperkingen dan kan worden gesteld dat het agrarisch gezin inkomensmaximalisatie als doelstelling kan hebben en produceert onder afnemende meeropbrengsten (Deaton and Muellbauer, 1980: 50). Deze werkwijze wordt in deze studie gevolgd.

3 PRODUKTIEFUNCTIE

In de agrarische economie worden veelvuldig expliciet dan wel impliciet produktiefuncties gehanteerd. Het expliciet schatten van produktiefuncties (Filius, 1977; Elhorst, 1986a) heeft als doel het bepalen van produktie- en substitutie-elasticiteiten. Essentiële veronderstellingen hierbij zijn concaviteit van de produktiefunctie en het streven naar inkomensmaximalisatie door agrariers. Het impliciet gebruik van produktiefuncties ligt ten grondslag aan het meten van de omvang van de technische ontwikkeling op basis van produktiviteitsindices (Ball, 1986). Hierbij wordt naast de reeds genoemde veronderstellingen uitgegaan van: constante schaalopbrengsten, Hicks neutrale technische ontwikkeling en optimale allocatie van alle produktiemiddelen.

In 3.1 worden met behulp van op microdata geschatte produktiefuncties een aantal veronderstellingen van de neoklassieke theorie getoetst: concaviteit van de produktiefunctie, streven naar inkomensmaximalisatie en de substitueerbaarheid van produktiemiddelen. Omdat de theorie wel voorwaarden oplegt aan de functievorm maar deze niet expliciet aangeeft, is het onderzoek uitgevoerd aan de hand van een drietal functiespecificaties: de Cobb Douglas, de kwadratische en de translogvorm.

De relatie tussen de technische produktiviteitsindices en de produktiefunctie wordt uitgezet in 3.2. Voor een drietal indices, die van Kendrick, Solow en Törnqvist. Ter illustatie worden deze indices berekend voor de Nederlandse melkveehouderij over de periode 1970 tot 1982. Met behulp van geschatte produktiefuncties van de Cobb Douglas en translogvorm worden in 3.3 de bij het berekenen van de indices gemaakte veronderstellingen aan een nadere analyse onderworpen.

De produktiefuncties in dit hoofdstuk zijn geschat met regressieanalyse. De regressieanalyse is uitgevoerd met gegevens van individuele melkveehouderijbedrijven. Dit zijn LEI-steekproefgegevens van ongeveer 230 bedrijven per jaar over de periode 1970- 1982. Het totaal aantal waarnemingen is 3075. Als output is de totale produktie in prijzen van 1980 opgenomen. De inputs zijn opgedeeld in vijf categorieën:

- variabele input in prijzen van 1980 (veevoer, werk door derden, bestrijdingsmiddelen, brandstoffen, meststoffen, zaaizaad en pootgoed);
- kapitaalgoederen in prijzen van 1980 (balanswaarde gebouwen en pachtersinvesteringen[5] en nieuwwaarde werktuigen);
- rundveestapel in prijzen van 1980;
- areaal cultuurgrond in are.

De gehanteerde prijsindexcijfers zijn Törnqvist prijsindices die alleen over de jaren verschillen. In hoofdstuk 4 wordt nader op deze indices ingegaan. De stand van de techniek wordt weergegeven door een trendvariabele (1970 = 1, 1971 = 2, etc.).

De produktie in de landbouw is niet aleen de resultante van de inzet aan inputs en de stand van de techniek maar ook van weersomstandigheden in het betreffende jaar. Daarom is in de produktiefunctie een weerindex als variabele opgenomen. Deze weerindex is bepaald met een meteorologisch model. Hierin zijn een aantal klimatologische factoren opgenomen: hoeveelheid neerslag, gemiddelde temperatuur en uren zonneschijn (Oskam, 1973: 16-20).

3.1 Functievormen: toets op concaviteit en inkomensmaximalisatie

Voor achtereenvolgens de Cobb Douglas, de kwadratische en de translogvorm worden de in hoofdstuk 2 behandelde karakteristieken afgeleid en veronderstellingen van de neoklassieke produktietheorie getoetst.

Cobb Douglas

De Cobb Douglas produktiefunctie is van de vorm:

$$\log q = a_o + \sum_{i=1}^{s} a_i \log x_i + a_t\, t + a_w\, w \qquad (3.1)$$

waarbij: q = produktie
x_i = inputs
i = v (variabele input), l (arbeid), s (vee), k (kapitaalgoederen), g (grond)
t = stand van de techniek
w = weersindex

Volgens de neoklassieke theorie moet deze functie concaaf zijn in de variabele input. Aan deze voorwaarde kan worden voldaan door het opleggen van restricties aan de coëfficiënten a_i voordat de functie geschat wordt. Hierdoor wordt bij het schattingsproces gebruik gemaakt van additionele informatie.[6] Een andere mogelijkheid is om de functie zonder voorwaarden vooraf te schatten en achteraf te kijken of aan de door de theorie gestelde voorwaarden voldaan is. Deze weg wordt hier bewandeld.

De Cobb Douglas produktiefunctie is toenemend en concaaf in de variabele input als:

$$0 \leq a_v \leq 1 \qquad (3.2)$$

want dan geldt dat:

$$\frac{\partial q}{\partial x_v} = a_v \frac{q}{x_v} \geq 0 \qquad \text{en}$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x_v^2} = a_v (a_v - 1) \frac{q}{x_v^2} \leq 0$$

Uitgaande van inkomensmaximaliserend gedrag van de agrariërs geldt:

$$\frac{\partial q}{\partial x_v} = \frac{r}{p} \qquad (3.3)$$

waarbij: p = prijs output
r = prijs variabele input

Dit leidt tot de vraagfunctie van de variabele input:

$$\log x_v = \log q - \log a_v + \log (p/r) \qquad (3.4)$$

Alvorens de functies (3.1) en (3.4) te schatten worden de karakteristieken van de produktiefunctie afgeleid. Deze zijn:

- produktie-elasticiteiten:

$$\frac{\partial q}{\partial x_i} \frac{x_i}{q} = f_i \frac{x_i}{q} = a_i$$

De produktie-elasticiteiten zijn onafhankelijk van de tijd, de produktieomvang en de verhouding waarin de produktiefactoren worden aangewend.

- schaalparameter:

$$\mu = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^{5} f_i x_i = \sum_{i=1}^{5} a_i$$

- substitutie-elasticiteiten: $\sigma_{ij} = -1$
  De waarden van de substitutie-elasticiteiten zijn geen onderwerp van schatting maar zijn a priori gelijk gesteld aan -1.

- richting van de technische ontwikkeling: Hicks neutraal, want

$$\frac{\partial(f_i/f_j)}{\partial t} / (f_i/f_j) = 0$$

De produktiefunctie (3.1) en bijbehorende vraagfunctie (3.4) vormen een simultaan model (Wallis, 1979: 51-52). Het gebruik, van Ordinary Least Squares leidt dan tot onzuivere en inconsistente schatters. Een schattingsmethode die aan deze bezwaren tegemoet komt en tevens rekening met samenhangen tussen de storingstermen van beide vergelijkingen is 3SLS (Judge et al., 1982: 337-381).

Tabel 3.1. Schattingsresultaten. Cobb Douglas produktiefunctie en bijbehorende vraagfunctie.

Parameter	Coëfficiënt	Standaardafwijking
a_0	0.25	0.08
a_v	0.39	0.002
a_1	0.07	0.01
a_m	0.37	0.01
a_k	0.13	0.01
a_g	0.10	0.01
a_c	0.012	0.001
a_w	0.02	0.05

R^2 produktiefunctie: 0.96
R^2 vraagfunctie: 0.90

De geschatte Cobb Douglas produktiefunctie is toenemend en concaaf in de variabele input, want de coëfficiënt is groter dan nul en kleiner dan een. De

Cobb Douglas vorm is echter niet erg flexibel en het is vrijwel onmogelijk dat deze functie niet concaaf is in de variabele input.

De tweede veronderstelling die onderwerp is van onderzoek is het inkomensmaximaliserend gedrag van agrariërs. Vanwege de (on)mogelijkheden van het statistisch pakket SAS is hiertoe de vraagfunctie (3.4) herschreven tot een aandeelvergelijking:

$$\frac{r\ v}{p\ q} = b_v \qquad (3.5)$$

Tabel 3.2. Schattingsresultaten Cobb Douglas produktiefunctie en bijbehorende vraagfunctie: toets op het axioma van inkomensmaximalisatie.

Parameter	Coëfficiënt	Standaardafwijking
a_0	0.49	0.07
a_v	0.64	0.01
a_1	0.05	0.01
a_m	0.17	0.01
a_k	0.07	0.01
a_g	0.13	0.01
a_c	0.006	0.001
a_w	0.19	0.05
b_v	0.40	0.002

F-waarde: 1408.9

R^2 produktiefunctie: 0.96

R^2 vraagfunctie: 0.90

Vergelijking (3.1) en (3.5) zijn geschat met 3SLS. De schattingsresultaten staan in tabel 3.2. Het loslaten van de restrictie dat de parameter in de produktie- en vraagfunctie gelijk moeten zijn, leidt tot aanzienlijke verschuivingen in de coëfficiënten van de variabele input en van rundvee. De F waarde van de nulhypothese dat a_v gelijk is aan b_v is aanzienlijk hoger dan de kritieke waarde 3.84. Waarmee de nulhypothese wordt verworpen. Het axioma van de inkomensmaximalisatie vindt binnen het aangegeven model geen ondersteuning in de empirie.

In tabel 3.3 worden de resultaten van tabel 3.1 en 3.2 vergeleken met studies van Filius (1977) en Elhorst (1986a). Ook zij hebben Cobb Douglas produktiefuncties geschat met gegevens van Nederlandse melkveehouderijbedrijven. De verschillen tussen beide studies en de resultaten van tabel 3.2 zijn gering. Echter uitgaande van inkomensmaximalisatie (tabel 3.1) leiden ook de studies van Filius en Elhorst tot een overschatting van de produktie-elasticiteit van de variabele input.

Tabel 3.3. Produktie-elasticiteiten van de Cobb Douglas produktiefunctie, melkveehouderij, een vergelijking met andere studies (tussen haakjes standaardafwijkingen).

	Schatt. periode	Schatt. techniek	variabele input	arbeid	rundvee	kap. goed.	grond	schaal-param.
Filius	1968-1973	OLS	0.57	0.10	0.23		0.14	1.04
Elhorst	1975-1982	OLS	0.55	0.06	0.18	0.09	0.18	1.06
			(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	
Tabel 3.1	1970-1982	3SLS	0.39	0.07	0.37	0.13	0.10	1.06
			(0.002)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	
Tabel 3.2	1970-1982	3SLS	0.64	0.05	0.17	0.07	0.13	1.06
			(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	

Kwadratische produktiefunctie

De kwadratische functie is veelvuldig voor experimentele situaties in de landbouw geschat door Heady (1983). De functie heeft een flexibele vorm als gevolg van het groot aantal parameters:

$$q = a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i x_i + \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{5} a_{ij} x_i x_j + a_t t + a_w w \qquad (3.6)$$

waarbij: $a_{ij} = a_{ji}$

Omdat de produktiefunctie volgens de theorie monotoon toenemend en concaaf is, moet gelden:

$$\frac{\partial q}{\partial x_v} = a_v + \sum_{j=1}^{s} a_{vj}x_j \geq 0 \qquad (3.7)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x_v^2} = a_{vv} \leq 0 \qquad (3.8)$$

De restrictie (3.8) is dus onafhankelijk van de plaats op de produktiefunctie.

Een voordeel van de kwadratische produktiefunctie is de eenvoudige vorm van de afgeleide vraagfunctie naar variabele inputs. Uitgaande van inkomensmaximaliserend gedrag is de marginaliteitsconditie voor de variabele inputs:

$$x_v = \frac{1}{a_{vv}} \left[\frac{r}{p} - a_v - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq v}}^{n} a_{vj}x_j \right] \qquad (3.9)$$

Karakteristieken van de kwadratische produktiefunctie zijn:

- schaalparameter:

$$\mu = \frac{1}{q} \left[\sum_{i=1}^{s} (x_i a_i + x_i \sum_{j=1}^{s} a_{ij}x_j) \right]$$

- produktie-elasticiteiten:

$$E_{x_i}^{q} = \frac{x_i}{q} \left[a_i + \sum_{j=1}^{s} a_{ij}x_j \right]$$

Schaalparameter, produktie-elasticiteiten en ook de substitutie- elasticiteiten worden in tegenstelling tot de Cobb Douglas functievorm gekenmerkt door een grote mate van flexibiliteit, ze zijn afhankelijk van produktieomvang en de inzet van andere produktiefactoren.

De kwadratische produktiefunctie (3.6) en de bijbehorende vraagfunctie (3.9) vormen een recursief model. Daarom is als schattingstechniek OLS gehanteerd. De resultaten staan in tabel 3.4.

Tabel 3.4. Schattingsresultaten kwadratische produktiefunctie en bijbehorende vraagfunctie.

Parameter	Coëfficiënt	Standaard-afwijking	Parameter	Coëfficiënt	Standaard-afwijking
a_0	-81749	12026	a_{ln}	3.6×10^{-6}	1.0×10^{-5}
a_v	0.91	0.01	a_{lk}	-6.7×10^{-7}	3.6×10^{-6}
a_l	6.92	1.64	a_{lg}	-4.9×10^{-5}	5.9×10^{-4}
a_n	0.48	0.04	a_{nn}	2.2×10^{-7}	3.6×10^{-7}
a_k	0.09	0.01	a_{nk}	1.4×10^{-6}	1.1×10^{-7}
a_g	11.50	2.38	a_{ng}	3.2×10^{-5}	1.5×10^{-5}
a_{vv}	8.6×10^{-6}	4.1×10^{-7}	a_{kk}	-3.9×10^{-7}	4.9×10^{-8}
a_{vl}	5.6×10^{-6}	3.7×10^{-6}	a_{kg}	-4.0×10^{-6}	5.6×10^{-6}
a_{vn}	-6.1×10^{-6}	3.3×10^{-7}	a_{gg}	-0.005	8.6×10^{-4}
a_{vk}	-6.5×10^{-7}	5.1×10^{-8}	a_t	1492	146.9
a_{vg}	1.1×10^{-4}	8.6×10^{-6}	a_w	50492	11390
a_{ll}	-0.001	4.7×10^{-4}			
			R^2 produktiefunctie: 0.97		
			R^2 vraagfunctie: 0.82		

Opvallend in tabel 3.4 zijn de geringe waarden van de geschatte coëfficiënten van de kwadratische termen. Dit wordt veroorzaakt door de grote waarden die deze variabelen aannemen. Om het inzicht in de geschatte functie te vergroten zijn in tabel 3.5 een aantal karakteristieken van de functie gegeven voor het gemiddelde bedrijf.

Tabel 3.5. Karakteristieken van de kwadratische produktiefunctie, voor het gemiddelde bedrijf (tussen haakjes t-waarden).

	variabele input	arbeid	rundvee	kap. goed.	grond	techn. ontw.	schaal-param.
produktie-elasticiteit	0.41	0.07	0.36	0.09	0.15	0.007	1.08
tweede afgeleide	7.9×10^{-6} (2.06)	-0.001 (-3.0)	-3.2×10^{-8} (-0.1)	-3.9×10^{-7} (-7.9)	-0.005 (-5.8)		

De gevonden produktie-elasticiteiten wijken niet veel af van de geschatte Cobb Douglas produktiefunctie (tabel 3.1). Echter de tweede afgeleide van de variabele input is significant positief voor elk bedrijf. Dus de produktiefunctie heeft, in tegenstelling tot de theoretische uitgangspunten, geen concaaf verloop ten aanzien van de variabele input.

Dit resultaat kan op een tweetal wijzen worden geinterpreteerd:

- de geschatte produktiefunctie geeft een juist beeld van de werkelijkheid en de neoklassieke theorie voldoet dus niet. De agrariërs maximaliseren niet hun inkomen, de inzet van de toegeleverde goederen en diensten is geringer dan volgens inkomensmaximaliserend gedrag verwacht mag worden. Als het tweede axioma actueel is, zal de agrariër zijn inzet van toegeleverde goederen tot het oneindige uitbreiden. Er is binnen de kaders van de neoklassiek theorie geen vraagfunctie naar toegeleverde goederen en diensten af te leiden. Het bepalen van een vraagfunctie zal op grond van een andere theorie of op grond van een uitbreiding van de neoklassieke theorie moeten plaatsvinden.
- de kwadratische functievorm is te beperkt en geeft daarom een onjuist beeld van de werkelijkheid. De neoklassiek theorie kan nog niet worden verworpen.
- het gepostuleerde model voldoet niet, het onderscheid tussen vaste en variabele inputs is niet correct.

De eerste interpretatie is nader onderzocht. Als agrariërs niet naar inkomensmaximalisatie streven op korte termijn dan hoeven de parameters van de produktiefunctie (3.6) en de bijbehorende vraagfunctie niet overeen te stemmen. Het loslaten van deze gelijkheidsrestricties leidt tot de produktie-elasticiteiten en tweede afgeleiden zoals vermeld staan in tabel 3.6. De tweede afgeleide van de variabele input is wederom significant positief. Dus ook bij het loslaten van het axioma van inkomensmaximalisatie is de kwadratische produktiefunctie niet concaaf.

De tweede interpretatie is nader onderzocht met behulp van de translog vorm.

Tabel 3.6. Karakteristieken van de kwadratische produktiefunctie, zonder gelijkheidsrestricties, voor het gemiddelde bedrijf (tussen haakjes t-waarden).

	variabele input	arbeid	rundvee	kap. goed.	grond	techn. ontw.	schaal-param.
produktie-elasticiteit	0.45	0.07	0.34	0.09	0.15	0.006	1.10
tweede afgeleide	2.0×10^{-6} (3.8)	-8.8×10^{-4} (-1.9)	-3.9×10^{-6} (-8.2)	-3.9×10^{-7} (-6.8)	-0.005 (-6.2)		

Translog produktiefunctie

De specificatie van de translogfunctie is (Christensen, Jorgenson and Lau, 1973):

$$\log q = a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i \log x_i + \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{5} a_{ij} \log x_i \log x_j + a_t t + a_w w \qquad (3.10)$$

waarbij $a_{ij} = a_{ji}$

Evenals de kwadratische functievorm bevat deze functie een groot aantal coëfficiënten. Dit vergroot de flexibiliteit, de functie kan daarom worden beschouwd als een benadering van de werkelijke doch onbekende produktiefunctie.[7]

De condities volgend uit de theoretische eisen van monotoniciteit en van concaviteit houden in:

$$\frac{\partial f}{\partial f_v} = q \frac{t_v}{x_v} \geq 0 \qquad (3.11)$$

waarbij: $t_v = a_v + \sum_{j=1}^{5} a_{vj} \log x_j$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_v^2} = q \frac{t_v^2 - t_v + a_{vv}}{x_v^2} \leq 0 \qquad (3.12)$$

Deze voorwaarden leggen niet rechtstreeks restricties op aan de coëfficiënten zoals bij de kwadratische functievorm wel het geval is. De flexibilitiet uit zich ook in de schaalparameter, de produktie-elasticiteiten en de substitutie-elasticiteiten:

- schaalparameter:

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} t_i$$

- produktie-elasticiteit:

$$E_{x_i}^{q} = t_i = a_i + \sum_{j=1}^{s} a_{ij} \log x_j$$

- substitutie-elasticiteit (afgeleid met behulp van (2.15)):

$$\sigma_{ij} = \frac{t_i^2 t_j + t_i t_j^2}{(a_{ii} - t_i)t_j^2 + (a_{jj} - t_j)t_i^2 - 2a_{ij}t_i t_j}$$

Vraagfuncties zijn moeilijk af te leiden. Daarentegen kunnen de zogenaamde aandelen functies, op grond van (2.12) wel eenvoudig worden bepaald:

$$\frac{rx_v}{pq} = a_v + \sum_{j=1}^{s} a_{vj} \log x_j \qquad (3.13)$$

De translog produktiefunctie (3.10) en de aandelenfunctie (3.13) zijn geschat met 3SLS.[8] De endogene variabele x_v komt namelijk in beide vergeljkingen voor aan de rechterkant.

De verklaarde varianties van de produktie en de vraag naar de variabele input zijn, evenals bij de kwadratische produktiefunctie, hoog.

Tabel 3.7. Schattingsresultaten translog produktiefunctie en bijbehorende vraagfunctie.

Parameter	Coëfficiënt	Standaard-afwijking	Parameter	Coëfficiënt	Standaard-afwijking
a_0	-0.77	0.62	a_{ls}	0.002	0.02
a_v	0.50	0.03	a_{lk}	0.002	0.01
a_l	0.49	0.14	a_{lg}	0.06	0.02
a_s	0.16	0.13	a_{ss}	0.11	0.01
a_k	0.19	0.09	a_{sk}	-0.01	0.01
a_g	0.04	0.13	a_{sg}	-0.05	0.02
a_{vv}	0.17	0.01	a_{kk}	0.01	0.01
a_{vl}	-0.03	0.01	a_{kg}	0.04	0.01
a_{vs}	-0.05	0.01	a_{gg}	0.09	0.02
a_{vk}	-0.04	0.01	a_t	0.007	0.001
a_{vg}	-0.09	0.01	a_w	-0.19	0.03
a_{ll}	-0.07	0.02			
			R^2 produktiefunctie: 0.96		
			R^2 vraagfunctie: 0.61		

De invloed van de technische ontwikkeling en de weerindex is significant. De interpretatie van de overige coëfficiënten is moeilijker, het valt echter op dat slechts zes van deze coëfficiënten niet significant verschillen van nul. Alvorens de karakteristieken van de produktiefunctie te bespreken wordt de marginaliteits-conditie behandeld.

De marginaliteitsconditie is opgesteld volgens vergelijking (3.13), links van het gelijkteken staat het aandeel van de waarde van de ingezette toegeleverde goederen en diensten in de totale produktiewaarde. De geschatte coëfficiënten uit tabel 3.7 laten zich nu als volgt interpreteren. Een toename van de hoeveelheid arbeid, rundvee, kapitaalgoederen en of grond leidt tot een afname van het aandeel van de waarde van de ingezette toegeleverde goederen en diensten in de totale produktiewaarde. Er bestaan dus substitutiemogelijkheden tussen toegeleverde goederen en diensten en de andere produktiefactoren. In tabel 3.9 wordt dit nader uitgewerkt.

Het inzicht in de geschatte translog produktiefunctie kan worden vergroot door het berekenen van de karakteristieken van deze functie. De eerste en tweede afgeleiden, de schaalparameter en de produktie- en substitutie-elasti-

citeiten zijn echter afhankelijk van de plaats op de produktiefunctie. Daarom zijn deze karakteristieken voor het gemiddeld bedrijf berekend (de gemiddelde waarde van de produktieomvang is 211896).

Tabel 3.8. Karakteristieken van de translog produktiefunctie, voor het gemiddelde bedrijf (tussen haakjes standaardafwijkingen).

	variabele input	arbeid	rundvee	kap. goed.	grond	techn. ontw.	schaal-param.
gemiddelde	91085 (65657)	4415 (1411)	138218 (82448)	278337 (188015)	2419 (1223)	7.84 (3.67)	
produktie-elasticiteit	0.41 (0.001)	0.07 (0.01)	0.35 (0.01)	0.10 (0.01)	0.15 (0.01)	0.007 (0.001)	1.08 (0.01)
eerste afgeleide	0.96	0.07	0.02	0.15	0.45		

De gevonden produktie-elasticiteiten voor het gemiddelde bedrijf wijken niet af van de resultaten bij de Cobb Douglas produktiefunctie (tabel 3.1) en de kwadratische produktiefunctie (tabel 3.5). Deze produktie-elasticiteiten zijn dus niet gevoelig voor de gekozen produktievorm.

De translog produktiefunctie is concaaf in de variabele inputs, zoals blijkt uit tabel 3.9. De tweede afgeleide is negatief. De standaardafwijking van deze afgeleide is moeilijk te bepalen omdat deze afhankelijk is van de produktieomvang, zie vergelijking (3.12). De tweede afgeleide is negatief als $t_{\bar{v}} - t_v + a_v$ v kleiner is dan nul. Van deze term is de standaardafwijking wel te bepalen aan de hand van de in appendix C uiteengezette theorie. Voor het gemiddelde bedrijf is $t_{\bar{v}} - t_v + a_v$ v gelijk aan -0.07 met als standaardafwijking 0.007. Concaviteit van de translog produktiefunctie in de variabele inputs voor het gemiddelde bedrijf wordt dus niet verworpen.

Tabel 3.9. Tweede afgeleide (beneden driehoek) en substitutie- elasticiteiten (boven driehoek) van de translog produktiefunctie voor het gemiddelde bedrijf (tussen haakjes standaardafwijkingen).

	Variabele input	Arbeid	Rundvee	Kapitaal-goederen	Grond
Variabele input	-1.9×10^{-6}	-0.57 (0.11)	-1.94 (0.09)	-1.46 (0.21)	-7.75 (7.20)
Arbeid	3.6×10^{-7}	-0.001	-0.54 (0.10)	-0.62 (0.11)	-0.48 (0.09)
Rundvee	1.6×10^{-6}	9.1×10^{-6}	-1.3×10^{-6}	-1.22 (0.20)	-3.86 (2.53)
Kapitaal-goederen	1.1×10^{-8}	1.4×10^{-6}	1.5×10^{-7}	-2.1×10^{-7}	-0.99 (0.16)
Grond	-2.3×10^{-5}	0.001	-3.3×10^{-7}	1.7×10^{-5}	-0.001

Zoals blijkt uit tabel 3.9 is de translog produktiefunctie concaaf in elk paar inputs, want de tweede afgeleide van elke input is negatief en de bijbehorende determinant is positief (bijvoorbeeld variabele input en arbeid: $-1.9\times10^{-6} \times 0.001 - (3.6\times10^{-7})^2 > 0$). Daarom is het zinvol om substitutie-elasticiteiten te berekenen. De standaardafwijkingen zijn bepaald op basis van de in appendix B uiteengezette methode. De produktiemiddelen blijken onderling substitueerbaar te zijn. De substitutie-elasticiteiten wijken significant af van -1, de a priori vastgestelde waarden bij de Cobb Douglas produktiefunctie. De Cobb Douglas vorm is te beperkt om het produktieproces op melkveehouderijbedrijven weer te geven. Er bestaan echter grote verschillen. Veevoer en rundvee en veevoer en grond zijn sterk substitueerbaar: een bekend technisch verschijnsel. Arbeid blijkt een moeilijk substitueerbare produktiefactor te zijn.

Tot nu toe is uitgegaan van het streven naar inkomensmaximalisatie door agrariërs. De coëfficiënten van de produktiefunctie (3.10) en de aandelenfunctie (3.13) komen overeen. In tabel 3.10 zijn deze restricties losgelaten. De vergelijkingen (3.10) en (3.13) zijn zonder restricties op de coëfficiënten niet te schatten met 3SLS. In de tweede ronde ontstaat een multicollineair stelsel.

Daarom zijn deze vergelijkingen geschat met Seemingly Unrelated Regression, de storingstermen van de twee vergelijkingen zijn gecorreleerd (Judge 1982: 243-247). De test op de gelijkheid van de coëfficiënten geeft een F-waarde van 30.65.

Tabel 3.10. Karakteristieken van de translog produktiefunctie zonder gelijkheidsrestrictie, voor het gemiddelde bedrijf.

	Variabele input	Arbeid	Rundvee	Kapitaal-goederen	Grond	Techn. ontw.	Schaal-param.
Produktie-elast.	0.49	0.05	0.26	0.09	0.17	0.004	1.06
Eerste afgeleide	1.16	0.05	0.01	0.14	0.53		
Tweede afgeleide	-7.3×10^{-7}	-8.7×10^{-4}	-1.4×10^{-6}	-2.7×10^{-7}	-0.004		

De kritische F waarde is 3.84. De hypothese dat agrariërs streven naar inkomensmaximalisatie, binnen het aangegeven model, vindt geen ondersteuning in de empirie. Evenals bij de Cobb Douglas en de kwadratische produktiefunctie leidt het loslaten van de gelijkheidsrestrictie tot een stijging van de produktie-elasticiteit van de variable inputs en een daling van deze elasticiteit van rundvee. De produktiefunctie blijft concaaf ten aanzien van de variabele inputs.

Conclusie

In deze paragraaf zijn een aantal veronderstellingen van de neoklassieke theorie onderzocht: concaviteit van de produktiefunctie, streven naar inkomensmaximalisatie en de substitueerbaarheid van produktiemiddelen. Uit de geschatte Cobb Douglas en translog produktiefunctie blijkt de veronderstelling dat de produktiefunctie een concaaf verloop heeft niet te worden gefalsifieerd. De geschatte kwadratische produktiefunctie heeft daarentegen geen concaaf verloop ten aanzien van de variabel produktiefactor toegeleverde goederen en diensten. Een optimum in het kader van het inkomensmaximaliserend gedrag van agrariërs is niet mogelijk, tenzij de producent invloed heeft op prijzen van inputs en/of

outputs. Dit is in de landbouw een irreële situatie. Aan de bruikbaarheid van deze functievorm kan daarom worden getwijfeld.

De resultaten van de translog produktiefunctie wijzen op substitutiemogelijkheden tussen de produktiemiddelen. De gevonden substitutie-elasticiteiten wijken significant af van -1, de a priori vastgestelde waarden bij de Cobb Douglas produktiefunctie. De Cobb Douglas vorm is te beperkt om het produktieproces op melkveehouderijbedrijven weer te geven. De hypothese dat agrariërs streven naar inkomensmaximalisatie binnen het aangegeven model vindt geen ondersteuning in de empirie. Hierbij moet echter worden aangetekend dat vanwege de (on)mogelijkheden van het statistische pakket SAS de Cobb Douglas is geschat in samenhang met een herschreven vraagfunctie, en de translog produktiefunctie kan vanwege multicollineariteitsproblemen niet meer worden geschat met 3SLS na het loslaten van de restricties.

3.2 Technische produktiviteitsindices

Centraal in deze paragraaf staat de relatie tussen produktiviteitsindices om technische ontwikkeling te meten en de produktiefunctie. Om op basis van een produktiefunctie de produktiviteitsindex af te leiden wordt veelal uitgegaan van een lineair homogene produktiefunctie (er treden dus geen schaalvoordelen op), een Hicks neutrale technische ontwikkeling, de agrariërs streven naar winstmaximalisatie en alle produktiefactoren zijn variabel.[9] Van een aantal veel gebruikte indices zal de bijbehorende produktiefunctie worden behandeld. Afsluitend zullen op basis van cijfers van de Nederlandse melkveehouderij deze indices worden berekend en met elkaar worden vergeleken.

Produktiefunctie en produktiviteitsindex

De produktiefunctie wordt veelal lineair homogeen verondersteld. Ten aanzien van de technische ontwikkeling wordt aangenomen dat deze een Hicks neutraal karakter vertoont. De produktiefunctie met de produktiefactoren arbeid en kapitaal, verschuift op een zodanige wijze dat bij vergelijking van punten met dezelfde kapitaalintensiteit deze ook dezelfde grensproduktiviteitsverhouding tussen kapitaal en arbeid hebben. De produktiefunctie luidt in het geval van één produkt:

$$q_t = a_t \, f(l_t, k_t) \qquad (3.14)$$

waarbij: q = produktie
a = stand van de techniek
l = arbeid
k = kapitaal (werktuigen, gebouwen, grond)

De produktiviteitsindex volgt direct uit (3.14):

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{q_1}{q_0} \Big/ \frac{f(l_1, k_1)}{f(l_0, k_0)} \qquad (3.15)$$

De produktiviteitsindex geeft dus de verhouding aan tussen de feitelijke toename van de produktie en de toename van de produktie die kan worden verwacht op basis van een veranderde inzet van de produktiemiddelen. Op basis van een expliciet geformuleerde produktiefunctie kan een vergelijking voor de produktiveitsindex, met behulp van vergelijking (3.15), worden afgeleid. Deze index kan in een aantal gevallen worden bepaald zonder dat de coëfficiënten van de produktiefunctie bekend zijn. Bij deze afleiding wordt uitgegaan van het streven naar winstmaximalisatie door agrariërs en het volledig variabel zijn van alle produktiefactoren. Op grond hiervan gelden de marginaliteitscondities:

$$\frac{\partial q}{\partial l} = \frac{w}{p} \quad \text{en} \quad \frac{\partial q}{\partial k} = \frac{r}{p} \qquad (3.16)$$

waarbij: w = marginale kosten van arbeid
r = marginale kosten van kapitaal
p = prijs produkt

De marginale kosten van de door het agrarisch gezin ingezette produktiefactoren zijn niet direct te achterhalen. Met behulp van een expliciet geschatte produktiefunctie kunnen schaduwprijzen van deze produktiefactoren worden bepaald. Hiermee vervalt echter het voordeel van het gebruik van het indexcijfer. Daarom worden in de praktijk veelal prijzen van gelijksoortige produktiefactoren in een andere aanwending als proxy's voor de marginale kosten genomen.

Produktiviteitsindex van Kendrick

De door Kendrick ontwikkelde rekenkundige index is impliciet gebaseerd op de volgende produktiefunctie (Yotopoulos and Nugent, 1976: 154):

$$q_t = a_t \, (wol_t + rok_t) \qquad (3.17)$$

De vooronderstelde produktiefunctie is dus een lineaire combinatie van de produktiefactoren, met marginale kosten uit het basisjaar als gewichten. De bij deze produktiefunctie behorende isoquanten zijn rechte lijnen. Dit volgt uit het constant zijn van de marginale substitutievoet. Immers, het quotiënt van de marginale produkten van de twee inputs is gelijk aan het quotiënt van de marginale kosten in het basisjaar. Het is onwaarschijnlijk dat deze produktiefunctie een juiste afspiegeling is van de werkelijke technische relaties.

Op basis van de lineaire produktiefunctie kan de rekenkundige index worden afgeleid:

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{q_1}{q_0} \Bigg/ \frac{wol_1 + rok_1}{wol_0 + rok_0} \qquad (3.18)$$

Uiteraard kan deze index worden uitgebreid tot meer dan twee produktiefactoren. Het probleem doet zich hierbij voor of de produktiefactor toegeleverde goederen en diensten moet worden opgenomen in de noemer of als correctie moet worden aangebracht op de teller. In het laatste geval wordt in de teller de netto produktie in plaats van de bruto produktie opgenomen. Van den Noort (1968: 7) wijst er op dat bij het bepalen van de produktiviteitsstijging, die veroorzaakt wordt door de sector landbouw, de netto produktie in de teller moet worden opgenomen. Deze aanpak is geoorloofd als de prijzen van de output en de toegeleverde goederen en diensten variëren in een vaste verhouding (Diewert, 1978: 35-36). Een andere mogelijkheid is dat additieve seperabiliteit wordt verondersteld ten aanzien van de produktiefunctie:

$$q_t = a_t \, f \, (l_t, k_t) + v_t \qquad (3.19)$$

waarbij: v = toegeleverde goederen en diensten

Bij deze produktiefunctie zijn de substitutiemogelijkheden tussen toegeleverde goederen en diensten enerzijds en een combinatie van arbeid en kapitaal anderzijds oneindig. De isoquanten behorende bij deze opdeling van produktiefactoren zijn rechte lijnen.

De rekenkundige produktiviteitsindex is dus gebaseerd op een onwaarschijnlijke vorm van de produktiefunctie. Hieronder zal echter worden aangetoond dat voor kleine veranderingen deze rekenkundige index gelijk is aan de geometrische produktiviteitsindex.

Produktiviteitsindex van Solow

De door Solow ontwikkelde index is gebaseerd op een produktiefunctie met de Cobb Douglas vorm (Nadiri, 1970: 1139-1140). De produktiefunctie:

$$q_t = a_t \, l_t^{\alpha} \, k_t^{\beta} \qquad (3.20)$$

Ook deze functievorm kent een aantal elementen: de produktie- elasticiteiten zijn vast, de substitutie-elasticiteiten zijn gelijk aan -1 en de waardeaandelen van de inputs in de totale produktiewaarde zijn constant. Op basis van deze produktiefunctie luidt de produktiviteitsindex:

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{q_1}{q_0} \Bigg/ \frac{l_1^{\alpha} \, k_1^{\beta}}{l_0^{\alpha} \, k_0^{\beta}} \qquad (3.21)$$

Dit is te herschrijven tot:

$$\log a_1 - \log a_0 = \log q_1 - \log q_0 - \alpha \, (\log l_1 - \log l_0)$$

$$- \beta \, (\log k_1 - \log k_0) \qquad (3.22)$$

Omdat geldt $\Delta x/x \approx \Delta \log x$, waarbij Δ duidt op verandering, kan vergelijking (3.22) worden herschreven tot:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta q}{q} - \left(\alpha \frac{\Delta l}{l} + \beta \frac{\Delta k}{k}\right) \qquad (3.23)$$

Produktiviteitsverandering is dus te beschouwen als een restterm, als het verschil tussen de feitelijke produktiegroei en de produktiegroei die kan worden verwacht op basis van een veranderde inzet van de produktiefactoren. Met vergelijking (3.23) kan de geometrische produktiviteitsindex worden bepaald als α en β bekend zijn. Deze parameters worden bepaald met behulp van de voor de Cobb Douglas produktiefunctie geldende marginaliteitscondities:

$$\alpha = \frac{wl}{pq} \qquad \text{en} \qquad \beta = \frac{rk}{pq} \qquad (3.24)$$

De index kan dus worden bepaald zonder dat de produktiefunctie expliciet wordt geschat, wanneer de waarde van de aandelen van de produktiefactoren in de produktiewaarde bekend zijn.

De rekenkundige index is een benadering van de geometrische index. Dit volgt na een aantal herschrijvingen; de rekenkundige index (vergelijking (3.18)):

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{q_1}{q_0} \Big/ \frac{w_0 l_1 + r_0 k_1}{w_0 l_0 + r_0 k_0} \qquad (3.25)$$

Als de produktiefunctie lineair homogeen is geldt de stelling van Euler. Voor het basisjaar geldt dan met vergelijking (3.16):

$$q_0 = \frac{\partial q}{\partial l} \cdot l_0 + \frac{\partial q}{\partial k} k_0 = \frac{w_0}{p_0} l_0 + \frac{r_0}{p_0} k_0$$

Deze vergelijking substitueren in (3.25) geeft dan:

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{q_1}{\frac{w_0}{p_0} l_1 + \frac{r_0}{p_0} k_1} = \frac{q_1 / q_0}{\frac{w_0}{p_0} \cdot \frac{l_0}{q_0} \cdot \frac{l_1}{l_0} + \frac{r_0}{p_0} \cdot \frac{k_0}{q_0} \cdot \frac{k_1}{k_0}} \qquad (3.26)$$

Uitgaande van een Cobb Douglas produktiefunctie geldt vergelijking (3.24), substitutie in (3.26):

$$\frac{a_1 - a_0}{a_0} = \frac{q_1 / q_0}{\alpha_0 \frac{l_1}{l_0} + \beta_0 \frac{k_1}{k_0}} - 1 \qquad (3.27)$$

Definieer:

$$(a_1 - a_0)/a_0 = \bar{a} \quad \text{etc.},$$

dan gaat vergelijking (3.27) over in:

$$\bar{a} = \frac{\bar{I} + \bar{q}}{\alpha_0 (1+\bar{I}) + \beta_0 (1+\bar{k})} - 1 = \frac{\bar{I} + \bar{q}}{\alpha_0 \bar{I} + \beta_0 \bar{k} + 1} - 1 \qquad (3.28)$$

De laatste gelijkheid geldt omdat de produktiefunctie lineair homogeen is, dus $\alpha_0 + \beta_0 = 1$.

De geometrische index luidt (vergelijking (3.23)):

$$\bar{a} = \bar{q} - \alpha_o \bar{l} - \beta_o \bar{k} \qquad (3.29)$$

Beide indices zijn aan elkaar gelijk als:

$$\alpha_o \overline{lq} - \alpha_o^2 \bar{l}^2 - 2\,\alpha_o \bar{l}\,\beta_o \bar{k} + \beta_o \overline{kq} - \beta_o^2 \bar{k}^2 = 0 \qquad (3.30)$$

Voor kleine veranderingen in produktie en produktiefactoren zullen deze produkten van de groeivoeten klein zijn en is vergelijking (3.30) een redelijke aanname.

Törnqvist produktiviteitsindex

Bij de Solow produktiviteitsindex werd uitgegaan van een Cobb Douglas produktiefunctie. Deze functievorm heeft een aantal nadelen waar aan de translogvorm tegemoet komt. (Elhorst, 1987; en zie 3.1). De translog produktiefunctie voor twee produktiefactoren, zonder technische ontwikkeling:

$$\log f_t = a_o + a_1 \log l_t + a_2 \log k_t + \tfrac{1}{2} a_{11} (\log l_t)^2 + a_{12} \log l_t \log k_t + \tfrac{1}{2} a_{22} (\log k_t)^2 \qquad (3.31)$$

Deze kwadratische functie is te herschrijven tot (Diewert, 1976: 119-120):

$$\log f_1 - \log f_o = \tfrac{1}{2}\left[\frac{\partial \log f_1}{\partial \log l_1} + \frac{\partial \log f_o}{\partial \log l_o}\right]\left[\frac{\partial \log f_1}{\partial \log k_1} + \frac{\partial \log f_o}{\partial \log k_o}\right] \times \begin{bmatrix} \log l_1 - \log l_o \\ \log k_1 - \log k_o \end{bmatrix} \qquad (3.32)$$

Aangenomen wordt dat de translog produktiefunctie lineair homogeen is, dus geldt de stelling van Euler:

$$f_t = \frac{\partial f_t}{\partial l_t} l_t + \frac{\partial f_t}{\partial k_t} k_t = \frac{w_t}{p_t} l_t + \frac{r_t}{p_t} k_t \qquad (3.33)$$

De tweede gelijkheid volgt uit de marginaliteitscondities, vergelijking (3.16). Uit (3.33) en (3.16) volgt:

$$\frac{\partial \log f_t}{\partial \log l_t} = \frac{\partial f_t}{\partial l_t}\,\frac{l_t}{f_t} = \frac{w_t l_t}{w_t l_t + r_t k_t} \qquad (3.34)$$

Substitutie van (3.34) en een gelijksoortige vergelijking voor kapitaal in (3.32) geeft de Törnqvist index:

$$\log \frac{f_1}{f_0} = \tfrac{1}{2}\left[\frac{w_1 l_1}{w_1 l_1 + r_1 k_1} + \frac{w_0 l_0}{w_0 l_0 + r_0 k_0}\right] x \left[\log \frac{l_1}{l_0}\right]$$

$$\tfrac{1}{2}\left[\frac{r_1 l_1}{w_1 l_1 + r_1 k_1} + \frac{r_0 l_0}{w_0 l_0 + r_0 k_0}\right] x \left[\log \frac{k_1}{k_0}\right] \qquad (3.35)$$

Zoals volgt uit de algemene vergelijking voor de produktiviteitsindex, vergelijking (3.15) is de Törnqvist index de logaritme voor de noemer van deze index. De teller is in het geval van één produkt het quotiënt van de produktieomvang in de nieuwe en de oorspronkelijke situatie. In het geval van meer produkten kan een soortgelijke weg bewandeld worden als bij de inputs, zie Diewert (1976: 125-127).

De op de translog produktiefunctie gebaseerde index kan dus worden bepaald zonder dat de produktiefunctie expliciet wordt geschat. Een aantal veronderstellingen zijn wel noodzakelijk: de produktiefunctie is lineair homogeen, de technische ontwikkeling is Hicks neutraal en alle produktiefactoren worden optimaal ingezet. Produktiefactoren worden optimaal ingezet als de marginale opbrengsten gelijk zijn aan de marginale kosten. Deze kosten moeten in de nieuwe en de oorspronkelijke situatie bekend zijn.

Produktiviteitsindices van de Nederlandse melkveehouderij

De door Kendrick en Solow ontwikkelde indices en de Törnqvist index worden berekend voor de Nederlandse melkveehouderij. De indices zijn berekend op basis van de bruto produktiewaarde. Indices op basis van de netto toegevoegde waarde worden minder relevant geacht. Uit empirische studies, weliswaar voor de Verenigde Staten en Canada, blijkt dat een index, gebaseerd op de netto toegevoegde waarde, door de empirie wordt verworpen (Capalbo and May, 1986:

623; Denny and May, 1978: 70). De ontwikkeling in de produktiviteit tussen de jaren 1970 en 1982 wordt bepaald. De gebruikte cijfers staan in tabel 3.11.

Tabel 3.11. Waarde van produktie en produktiemiddelen van de Nederlandse melkveehouderij en beloningsaanspraken van de produktiefactoren in een bestemming buiten de landbouw.

	1970	1982	jaarlijkse groei
Bruto produktiewaarde (mln gld)*	3985	6276	0.039
Toegeleverde goederen en diensten (mln gld)*	2069	3034	0.032
Prijs toeg. goed. en diensten (index)	100	171	0.046
Arbeid (1000 manjaren)	145	105	-0.027
Prijs arbeid (gld)	13089	48018	0.114
Grond (1000 ha)	1330	1180	-0.010
Netto pacht (gld/ha)	106	234	0.068
Kapitaalgoederen (mln gld)*	6396	9707	0.035
Rundvee (mln gld)*	4442	5631	0.019
Interest (procenten)	8.01	8.75	0.007

* in prijzen van 1970.

Bron: Oskam et al. (1988). Beloningsaanspraken zijn ontleend aan Oskam (1984).

Met behulp van de berekende produktiviteitsindices kan de jaarlijkse technische ontwikkeling worden bepaald. Er is verondersteld dat deze technische ontwikkeling een Hicks neutraal karakter heeft. In tabel 3.12 staat in kolom 1 deze jaarlijkse bruto produktiviteitsstijging op basis van de prijzen in tabel 3.11.

Tabel 3.12. Hicks neutrale technische ontwikkeling per jaar, periode 1970-1982 (%)

Produktiviteitsindex	(1)	(2)
Kendrick	2.6	2.0
Solow	2.8	2.0
Törnqvist	3.1	2.2

In kolom 2 zijn andere prijzen en andere gewichten in de indices gehanteerd (zie tabel 3.17).[10] Voor arbeid en kapitaal zijn lagere prijzen genomen. De gehanteerde prijzen moeten immers een afspiegeling vormen van de door de agrariërs gehanteerde omvang van de marginale kosten. Voor arbeid is in 1970 als marginale kosten 2875 gulden gekozen en in 1982 11.500 gulden. Voor kapitaal is in 1970 3 % en in 1982 10 % als interestvoet genomen.

Opvallend is de stabiliteit van de index van Kendrick en de convergentie van beide andere indices naar deze eenvoudige index. Zoals blijkt uit kolom (1) is het waarschijnlijk dat de Solow index leidt tot een overschatting van de omvang van de technische ontwikkeling. Kleiman e.a. (1966: 345-347) tonen dit aan, zie ook appendix A. De uitkomsten moeten met grote terughoudendheid worden geïnterpreteerd omdat de berekeningen gebaseerd zijn op:

- lineaire homogene produktiefunctie of zelfs een lineaire produktiefunctie;
- het variabel zijn van alle produktiefactoren;
- gelijkheid van marginale opbrengsten van alle produktiefactoren aan marginale kosten;
- proxy's voor de marginale kosten;
- indices die alleen toepasbaar zijn als de veranderingen in produktie en produktiefactoren klein zijn;
- geaggreerde produktiefunctie;
- Hicks neutrale technische ontwikkeling.

Het geeft echter een indicatie omtrent de huidige stand van zaken met betrekking tot de produktiviteitsmeting.

Conclusie

Produktiviteitsindices zijn gebaseerd op een bepaalde vorm van de produktiefunctie en een aantal veronderstellingen. Veelal gemaakte veronderstellingen zijn: constante schaalopbrengsten, Hicks neutrale technische ontwikkeling en optimale allocatie van alle produktiefactoren. Het grote voordeel van indices is dat ze eenvoudig te berekenen zijn. Het belangrijkste nadeel is dat voor de benodigde gewichten veelal proxy's moeten worden vastgesteld.

Voor een drietal indices, die van Kendrick, Solow en Törnqvist, zijn bijbehorende produktiefuncties en gemaakte veronderstellingen behandeld. De op een lineaire produktiefunctie gebaseerde index van Kendrick is onder een aantal veronderstellingen gelijk aan de op de Cobb Douglas produktiefunctie gebaseerde index van Solow. De index van Törnqvist is gebaseerd op een translog produktiefunctie. De indices worden berekend voor de Nederlandse melkveehouderij over de jaren 1970 en 1982. Opvallend daarbij is dat de index van Kendrick

tot ongeveer dezelfde resultaten leidt als de index van Törnqvist en de index van Solow.

3.3 Analyse van gemaakte veronderstellingen

In de vorige paragraaf is de omvang van de technische ontwikkeling gemeten met produktiviteitsindices. Het voordeel van deze, op produktiefuncties gebaseerde, indices is dat ze eenvoudig te berekenen zijn. Nadelen zijn de vergaande veronderstellingen als constante schaalopbrengsten, Hicks neutrale technische ontwikkeling en optimale allocatie van alle produktiefactoren. Met name aan deze laatste aanname is niet voldaan in de landbouwsector. Arbeid en vermogen in de landbouw blijven in gebruik ook al ligt hun beloning jaren achtereen in belangrijke mate beneden het marktprijsniveau. Dit komt omdat arbeid en vermogen grotendeels verenigd zijn in een persoon, de agrariër. Voor de agrariër zijn de totale beloning van het complex van zijn produktiefactoren en zijn preferentie voor het agrarisch beroep de criteria of hij dit complex zijn agrarische aanwending zal laten behouden (De Hoogh, 1967: 10-11). Bovenstaande veronderstellingen zijn niet noodzakelijk als de omvang van de technische ontwikkeling wordt bepaald aan de hand van een geschatte produktiefunctie. In deze paragraaf wordt het effect van de bij de indices gemaakte veronderstellingen geanalyseerd.

Specificatie

Voor de te schatten produktiefunctie is als basisvorm de translogvorm gekozen (zie 3.1). Deze vorm luidt:

$$\log q = a_0 + b_0 t + \sum_{i=1}^{s} a_i \log x_i + \sum_{i=1}^{s} b_i\, t \log x_i + \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} a_{ij} \log x_i \log x_j + ct^2 \qquad (3.36)$$

met: $a_{ij} = a_{ji}$

waarbij: q = produktie
x = input
t = stand van de techniek

De zogenaamde aandelenfunctie voor de variabele input is:

$$s_v = \frac{rx_v}{pq} = \frac{\partial \log q}{\partial \log x_v} = a_v + b_v t + \sum_{j=1}^{5} a_{vj} \log x_j \qquad (3.37)$$

waarbij: r = prijs variabele input
p = prijs produkt
s_v = aandeel variabele input

De omvang van de technische ontwikkeling is (zie 2.19):

$$\frac{\partial \log q}{\partial t} = b_o + \sum_{i=1}^{5} b_i \log x_i + 2\,ct \qquad (3.38)$$

Ook kan de bias van de technische ontwikkeling worden bepaald met behulp van de eerste en tweede afgeleiden van de translogfunctie (zie 2.20). Deze zijn gelijk aan:

$$f_i = \frac{\partial q}{\partial x_i} = \frac{q}{x_i} \; s_i \qquad (3.39)$$

$$f_{it} = \frac{\partial 2q}{\partial x_i \partial t} =$$

$$\frac{q}{x_i} \; \{ s_i \, [\, b_o + \sum_{i=1}^{5} b_i \log x_i + 2ct \,] + b_i \, \} \qquad (3.40)$$

De bias volgens de definitie van Hicks is nu eenvoudig te berekenen, immers:

$$\frac{\partial \dfrac{f_i}{f_j}}{\partial t} \Bigg/ \frac{f_i}{f_j} = \frac{f_{it}}{f_i} - \frac{f_{jt}}{f_j} \qquad (3.41)$$

Het is ook mogelijk om een gemodificeerde versie van de definitie van Hicks te gebruiken in termen van kostenaandelen. Het voordeel hiervan is dat per produktiefactor één biasmeting wordt gemaakt, terwijl het meten van de bias op basis van vergelijking (3.41) leidt tot n-1 biasmetingen voor elke produktie-

factor. Nadeel van deze methode is dat van elke produktiefactor een prijs bekend moet zijn, zie Lee (1983: 160).

Naast de translog functie zijn er vier produktiefuncties geschat om een vergelijking met de produktiviteitsindices mogelijk te maken. Deze vier functies zijn afgeleid van de translog vorm:

1. Cobb Douglas met een Hicks neutrale technische ontwikkeling. Ten aanzien van de coëfficiënten in vergelijking (3.36) geldt: $b_i = 0$, $i = 1...5$; $a_{ij} = 0$, $i = 1...5$, $j = 1...5$; $c = 0$.
2. Cobb Douglas met een Hicks neutrale technische ontwikkeling en constante schaalopbrengsten. Ten aanzien van de coëfficiënten in vergelijking (3.36) gelden de onder 1. genoemde restricties en $\Sigma\, a_i = 1$.
3. Translog vorm met een Hicks neutrale technische ontwikkeling. Ten aanzien van de coëfficiënten in vergelijking (3.36) geldt $b_i = 0$, $i = 1...5$.
4. Translog vorm met een Hicks neutrale technische ontwikkeling en constante schaalopbrengsten. Ten aanzien van de coëfficiënten in vergelijking (3.36) gelden de onder punt 3 genoemde restricties en $\Sigma\, a_i = 1$ en $\Sigma\, a_{ij} = 0$.

Empirie

De Cobb Douglas en translog produktiefuncties zijn geschat met 3SLS in samenhang met de aandelenfuncties van de variabele produktiefactor toegeleverde goederen en diensten; de coëfficiënten corresponderen, zie 3.1. De produktie-elasticiteiten en de technische ontwikkeling van de vijf onderscheiden produktiefuncties zijn berekend voor het gemiddelde bedrijf. Gemiddelden en de jaarlijkse groei staan in tabel 3.13. Interessant is om deze tabel te vergelijken met tabel 3.11, waarin cijfers zijn gegeven voor de melkveehouderijsector. Op het gemiddelde bedrijf is de jaarlijkse groei van de produktie, toegeleverde goederen en diensten, rundvee, kapitaalgoederen, arbeid en grond aanzienlijk groter dan op sectorniveau. Dit wordt veroorzaakt door het afnemend aantal melkveehouderijbedrijven. Omdat de groei in output en input groter is, is het verschil in technische ontwikkeling niet op voorhand voospelbaar, want technische ontwikkeling is het verschil tussen de feitelijke produktiegroei en de produktiegroei die kan worden verwacht op basis van een veranderde inzet van produktiemiddelen.

Tabel 3.13. Produktie en omvang van de inputs op het gemiddelde rundveehouderijbedrijf van 1970 en 1982.

Jaar	1970	1982	jaarlijkse groei
Produktie (mln gld)*	109646	291073	0.085
Toegeleverde goederen en diensten (mln gld)*	44230	133321	0.096
Arbeid (uren)	4638	4292	-0.006
Rundvee (mln gld)*	85197	170993	0.059
Kapitaalgoederen (mln gld)*	183843	372674	0.061
Grond (aren)	1989	2713	0.026

* In prijzen van 1980

Tabel 3.14. Produktie-elasticiteiten van de geschatte Cobb Douglas en translog produktiefuncties; gemiddeld bedrijf.

	Toegel. goed.en diensten	Ar-beid	Rund-vee	Kapitaal-goederen	Grond	Techn. ontwik-keling	Schaal-para-meter
Cobb Douglas							
Hicks neutraal en lineair homogeen	0.39	0.01	0.38	0.13	0.09	0.012	1.00
Hicks neutraal	0.39	0.07	0.37	0.13	0.10	0.012	1.06
Translog							
Hicks neutraal en lineair homogeen	0.42	-0.01	0.36	0.10	0.13	0.006	1.00
Hicks neutraal	0.41	0.07	0.35	0.10	0.15	0.007	1.08
Zonder restr.	0.41	0.07	0.34	0.10	0.16	0.008	1.08

De omvang van de technische ontwikkeling is bepaald op basis van vergelijking (3.38). Bijvoorbeeld de technische ontwikkeling, bepaald met de translog produktiefunctie zonder restricties, is 0.008. Dat wil zeggen dat de produktie op een gemiddeld melkveehouderijbedrijf ongeveer met 0.8% per jaar toeneemt bij een gelijkblijvende omvang van de inputs. In tabel 3.15 zijn de geschatte omvang van de produktie en de inputs op basis van de vijf produktiefuncties bepaald voor het gemiddelde bedrijf van 1970 en 1982. De omvang van de input is bepaald met de rechterkant van vergelijking (3.36), waarbij de trend voor 1970 én 1982 gelijkgesteld is aan één. Het verschil tussen de jaarlijkse produktiegroei en de jaarlijkse inputgroei is, zie vergelijking (3.23), de technische ontwikkeling. Dit geldt voor beide Cobb Douglas produktiefuncties en de translog produktiefuncties waarbij Hicks neutraliteit is verondersteld. Op basis van het bepalen van de jaarlijkse produktie- en inputgroei kunnen de verschillen in de gemeten technische ontwikkeling van de vijf geschatte functies beter worden geanalyseerd. De translog vorm zonder restricties geeft de produktieomvang van het gemiddelde melkveehouderijbedrijf het beste weer. De Cobb Douglas functies geven de jaarlijkse groei van de output echter het beste weer.

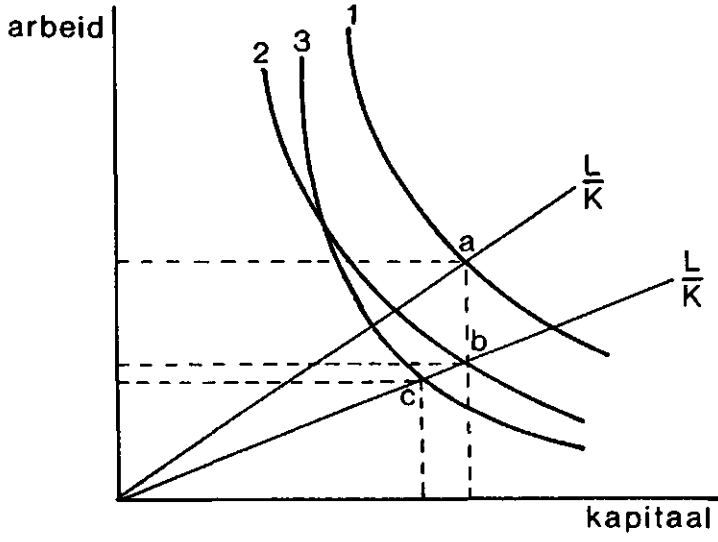
Tabel 3.15. Produktie en input op basis van de geschatte Cobb Douglas en translog produktiefuncties; gemiddeld bedrijf 1970 en 1982.

	Produktie			Input		
	1970	1982	jaarlijkse groei	1970	1982	jaarlijkse groei
Cobb Douglas						
Hicks neutraal en lineair homogeen	114303	297053	0.083	114303	258756	0.070
Hicks neutraal	114882	297799	0.083	114882	257329	0.069
Translog						
Hicks neutraal en linair homogeen	117721	286949	0.077	117721	266557	0.070
Hicks neutraal	118340	288345	0.077	118340	264609	0.069
Zonder restricties	115497	287625	0.079	115497	254732	0.068

Op basis van de tabellen 3.14 en 3.15 zijn een drietal conclusies te trekken:

1. De technische ontwikkeling wordt op basis van de Cobb Douglas functievorm hoger ingeschat dan op basis van de translogvorm. Dit wordt veroorzaakt door een hogere, maar wel betere, inschatting van de produktiegroei.
2. Het veronderstellen van constante schaalopbrengsten, ofwel het lineair homogeen zijn van de produktiegroei, leidt tot een verandering van de omvang van de technische ontwikkeling. Het resultaat is dat de technische ontwikkeling 0.1 % per jaar lager wordt ingeschat.
3. De technische ontwikkeling wordt 0.1% per jaar lager ingeschat als wordt uitgegaan van een Hicks neutrale technische ontwikkeling. Dit wordt veroorzaakt door het overschatten van de inputgroei. De oorzaak hiervan is een technische ontwikkeling die besparend is op de inputs die in omvang afnemen dan wel in geringe mate toenemen (zie tabel 3.16). Dit kan worden geïllustreerd met figuur 3.1. Als gevolg van technische ontwikkeling verschuift de isoquant van 1 naar 3, indien neutraliteit wordt verondersteld van 1 naar 2. De arbeid-kapitaal-ratio daalt (zie ook tabel 3.13). In b is de inputomvang groter dan in c.

Fig. 3.1. Arbeidsbesparende technische ontwikkeling.



Op basis van de geschatte translogfunctie zonder restricties is de bias van de technische ontwikkeling bepaald. Dit gebeurt aan de hand van vergelijking (3.41). De interpretatie van de gevonden waarden grijpt terug naar vergelijking (2.20). Bijvoorbeeld de grond-toegeleverde goederen en diensten verhouding ter verkrijging van een bepaalde produktie daalt; er is sprake van een grondbesparende technische ontwikkeling.

Er is sprake van een grondbesparende en kapitaalverbruikende technische ontwikkeling. Tussen rundvee en grond enerzijds en toegeleverde goederen en diensten anderzijds treedt een verschuiving op in de richting van toegeleverde goederen en diensten.

Tabel 3.16. Bias in de technische ontwikkeling.

	Toegeleverde goederen en diensten	Arbeid	Rundvee	Kapitaal-goederen	Grond
Toegel. goederen en diensten	-	-0.006	0.006	-0.068	0.008
Arbeid	0.006	-	0.012	-0.062	0.014
Rundvee	-0.006	-0.012	-	-0.074	0.001
Kapitaalgoederen	0.068	0.062	0.074	-	0.075
Grond	-0.008	-0.014	-0.001	-0.075	-

Vergelijking van produktiviteitsindices en geschatte produktiefuncties

De omvang van de technische ontwikkeling kan ook worden bepaald met de in paragraaf 3.2 behandelde produktiviteitsindices. De indices worden bepaald met behulp van prijzen van de produktiemiddelen. Voor de produktiefactoren is het vaststellen van de juiste prijzen, die een weerspiegeling moeten zijn

van de waarde van het marginaal produkt van de produktiefactoren, een moeilijke zaak. Een tweetal mogelijkheden zijn onderzocht:

- prijzen van gelijksoortige produktiefactoren in een andere aan- wending. Deze prijzen zijn gelijk aan de marginale opbrengsten van de produktiefactoren in de melkveehouderij, als de produktiefactoren volledig mobiel zijn;
- prijzen die berekend zijn op basis van de marginale afgeleiden van de geschatte translog produktiefunctie zonder restricties.

Op basis van de prijzen uit tabel 3.17 en de omvang van de output en inputs op het gemiddelde melkveehouderijbedrijf in 1970 en 1982 (tabel 3.13) zijn de indices van Kendrick, Solow en Törnqvist berekend. Naast het onderscheid in prijzen is er een onderscheid gemaakt in produktieniveaus. De indices zijn naast de werkelijke produktie ook bepaald met de geschatte produktie om zodoende het effect van de keuze van de jaren te verminderen. Het blijkt (zie tabel 3.18) dat de keuze van de prijzen en het produktieniveau de uitkomsten

Tabel 3.17. Prijzen van produktie en produktiemiddelen.

	1970	1982
Produktie (index, 1980 = 1.00)	0.65	1.15
Toegeleverde goederen en diensten (index, 1980 = 1.00)	0.57	1.12
Prijzen van gelijksoortige produktiemiddelen[1]		
Arbeid (gld/uur)	5.82	24.0
Vee (interest)	0.0801	0.0875
Kapitaalgoederen (interest)	0.0801	0.0875
Grond (netto pacht/are)	1.06	2.34
Berekende prijzen van produktiemiddelen[2]		
Arbeid (gld/uur)	1.27	5.75
Vee (gld/gld)	0.30	0.62
Kapitaalgoederen (gld/gld)	0.03	0.10
Grond (gld/are)	7.69	15.89

1 Op basis van tabel 3.11 (aantal arbeidsuren 1970 2250 en 1982 2000 per jaar).

2 Op basis van marginale opbrengsten van de produktiefactoren in de translog produktiefunctie.

in belangrijke mate beïnvloedt. De index van Solow is veel hoger dan de beide andere indices. Dit wordt veroorzaakt door het grote gewicht van arbeid in deze index; hierdoor wordt de inputgroei veel lager ingeschat. Opvallend is de overeenkomst met de gevonden cijfers op sectorniveau (tabel 3.12).

De in tabel 3.18 berekende indices duiden op een veel hogere technische ontwikkeling dan de gemeten omvang van de technische ontwikkeling op basis van produktiefuncties. Dit wordt met name veroorzaakt door een onjuiste vaststelling van de prijzen, de marginale opbrengsten van de produktiefactoren. Want op basis van de berekende prijzen zijn de indices aanzienlijk lager. De indices zijn nog hoger dan de gemeten omvang van de technische ontwikkeling op basis van de produktiefuncties omdat de prijzen en de produktieomvang zijn berekend op basis van de translog produktiefunctie zonder restricties.

Tabel 3.18. Jaarlijkse technische ontwikkeling op basis van produktiviteitsindex voor gemiddeld melkveehouderijbedrijf over de jaren 1970 tot 1982.

	Kendrick	Solow	Törnqvist
Werkelijke produktie			
Gelijksoortige prijzen	2.6	3.3	3.3
Berekende prijzen	1.9	1.9	2.1
Geschatte produktie[1]			
Gelijksoortige prijzen	2.1	3.0	2.8
Berekende prijzen	1.3	1.6	1.5

[1] Produktie geschat met de translogfunctie zonder restricties.

Tabel 3.19. Produktiviteitsindices op basis van de met de produktiefuncties geschatte omvang van de input- en outputgroei.

	Solow (op basis van Cobb Douglas)	Törnqvist (op basis van translog)
Hicks neutraal en lineair homogeen	1.2	0.6
Hicks neutraal	1.2	0.7
Zonder restricties		1.0

In tabel 3.19 worden de indices berekend op basis van de met de bijbehorende produktiefuncties geschatte omvang van de input- en de outputgroei (tabel 3.15). De indices van Solow en Törnqvist tot dezelfde omvang van de technische ontwikkeling als de geschatte produktiefuncties (tabel 3.14 en tabel 3.19). Dit geldt alleen als de technische ontwikkeling Hicks neutraal is; een basisveronderstelling van de produktiviteitsindex.

Conclusie

In deze paragraaf is de technische ontwikkeling niet gemeten op basis van indices maar op basis van een expliciet geschatte produktiefunctie. Op basis van microdata zijn de Cobb Douglas en translog produktiefuncties geschat over de periode 1970-1982 in de melkveehouderij. De gemeten omvang van de technische ontwikkeling blijkt sterk af te hangen van de gekozen functievorm en veronderstellingen als constante schaalopbrengsten en Hicks neutraliteit. Het veronderstellen van constante schaalopbrengsten en een Hicks technische ontwikkeling leiden beide tot een hogere inschatting van de omvang van de technische ontwikkeling. De omvang van de technische ontwikkeling op basis van de geschatte translog produktiefunctie zonder restricties wordt geschat op gemiddeld 0.8 procent per jaar. Met behulp van deze functie kan er tevens een bias in de technische ontwikkeling worden aangetoond. Er is sprake van een grondbesparende en kapitaalverbruikende technische ontwikkeling.

De berekende indices duiden op een hogere omvang van de technische ontwikkeling dan de geschatte produktiefuncties. Dit wordt veroorzaakt door een verkeerde vaststelling van de benodigde gewichten in de indices. Het bepalen van deze gewichten, die gelijk moeten zijn aan de marginale opbrengsten van de produktiefactoren, blijkt niet mogelijk zonder een produktiefunctie te schatten. Daarnaast worden de bij deze indices gemaakte veronderstellingen als constante schaalopbrengsten en Hicks neutraliteit voor de onderzochte steekproefperiode verworpen. Opvallend is de overeenkomst tussen de berekende indices voor het gemiddelde melkveehouderijbedrijf en de melkveehouderijsector.

4 VRAAG- EN AANBODFUNCTIES

In hoofdstuk 2 is een model uitgewerkt bestaande uit een vraag- en een aanbodfunctie. Dit eenvoudige model is gebaseerd op de neoklassieke theorie. In deze paragraaf worden met behulp van paneldata van de Nederlandse melkveehouderij de axioma's van dit model getoetst. De twee belangrijkste axioma's van dit eenvoudige model zijn:
- de agrariër streeft op korte termijn naar inkomensmaximalisatie;
- de produktiefunctie is concaaf.

Dit model wordt in de landbouweconomie veelvuldig toegepast, zie bijvoorbeeld het overzichtsartikel van Colman (1983). Op basis van deze axioma's zijn in 2.2 vraag- en aanbodfuncties afgeleid. Deze functies moeten op basis van de gemaakte axioma's aan een drietal restricties voldoen. De vraag naar variabele inputs en het aanbod van een produkt zijn op basis van het eenvoudige model functies van prijzen en vaste produktiefactoren. Welke prijzen zijn echter van belang voor de individuele rundveehouder? In 4.1 worden een drietal mogelijkheden besproken. De restricties worden getoetst met de in 4.2 behandelde translogvorm voor de vraag- en aanbodfuncties. De resultaten van deze toets staan in 4.3. Omdat bij de overgang van theorie naar empirie vele vereenvoudigingen gemaakt zijn, worden in de laatste paragraaf twee vereenvoudigingen nader onderzocht. Er worden twee vraagfuncties in plaats van één geschat en de aanname dat voor elk bedrijf dezelfde functievorm geldt wordt gedeeltelijk ondervangen door het 'fixed effects model'.

4.1 Prijzen

De vraag- en aanbodfunctie worden geschat met paneldata van rundveehouderijbedrijven over de periode 1969-1982. In de te schatten functies staan prijzen als verklarende variabelen centraal. Echter, welke prijzen zijn van belang voor de individuele ondernemer?

Op basis van paneldata kunnen input- en outputprijzen worden vastgesteld die per jaar of per bedrijf verschillen. In deze studie worden deze prijzen gebaseerd op de neoklassieke theorie waardoor de gemaakte veronderstellingen kunnen worden aangegeven. Vervolgens zal van drie mogelijkheden de voor- en nadelen worden aangegeven. Alvorens de theorie te behandelen wordt ingegaan op het belang van prijsindexcijfers en reële, nominale en relatieve prijzen.

Prijsindexcijfers worden gebruikt omdat de verschillende componenten waaruit de variable input en de output bestaan, gewogen worden met de prijzen van

een bepaald jaar. Dit leidt tot een herziening van de inkomensdefinitie met t is jaar en 80 is het basisjaar:

$$y^t = p^t q^t - r^t x^t = \frac{p^t}{p^{80}} p^{80} q^t - \frac{r^t}{r^{80}} r^{80} x^t \qquad (4.1)$$

De relevante prijzen in de vraag- en aanbodfuncties zijn dus prijsindexcijfers met 1980 als basisjaar. Stel bijvoorbeeld, de input bestaat uit twee componenten: voer en kunstmest. Daar kilogrammen voer niet zinvol bij kilogrammen kunstmest kunnen worden opgeteld, wordt de omvang van de variable input toegeleverde goederen en diensten uitgedrukt in prijzen van een bepaald jaar, in deze studie, 1980.

Een andere mogelijkheid is om de prijsveranderingen van voer en kunstmest te wegen met de respectievelijke aandelen om zo een prijsverandering van toegeleverde goederen en diensten te genereren, zie Oskam en Osinga (1982: 378-379).

Het is gebruikelijk om met reële prijzen in plaats van nominale prijzen te werken. Dit is gebaseerd op de veronderstelde afwezigheid van 'money illusion' bij de agrariërs, ofwel de functies zijn lineair homogeen van de nulde graad in prijzen. Als alle prijzen in 1980 50% hoger zijn dan in 1970, terwijl de overige omstandigheden constant zijn gebleven dan zal het gedrag van agrariërs in 1980 hetzelfde zijn als in 1970. Het probleem van de keuze van de geschikte deflator wordt ontlopen door het gebruik van de relatieve prijs, het quotiënt van de output- en inputprijs. Dit is geoorloofd als vraag- en aanbodfunctie homogeen van de nulde graad in prijzen zijn. Dit is aannemelijk omdat anders bij overgang van de rekeneenheid (bijvoorbeeld van guldens naar dubbeltjes) het gedrag zou veranderen. Desondanks wordt deze restrictie in deze studie onderzocht.

Theorie van het prijsindexcijfer

Per bedrijf kunnen prijsindices worden berekend omdat de variabele input en de output uit meerdere componenten bestaan. De variabele input bestaat bijvoorbeeld uit voer en kunstmest. Omdat in de produktiefunctie met één variabele input wordt gewerkt is aangenomen dat deze functie separabel is in de twee groepen: vaste inputs en de variabele input. Het begrip seperabiliteit wordt nader toegelicht in appendix B. De separabele produktiefunctie:

$$q = f(z,v,k) = g(z,x) \tag{4.2}$$

met: $x = h(v,k)$ (4.3)

waarbij: q = produktie
z = vaste inputs
v = voer
k = kunstmest
x = toegeleverde goederen en diensten

De doelfunctie is:

$$\max_{q,k,v} p_q q - p_v v - p_k k = \max_{q,x} p_q q - c(x,p_v,p_k) \tag{4.4}$$

$$\text{met: } c(x, p_v, p_k) = \min_{k,v} [p_v v + p_k k;\ h(v,k) = x] \tag{4.5}$$

Stel nu dat de kostenfunctie c de volgende eenvoudige vorm heeft (Deaton en Muellbauer, 1980: 130):

$$c(x, p_v, p_k) = x\, l(p_v, p_k) \tag{4.6}$$

Het inkomensmaximalisatieprobleem wordt nu:

$$\max_{q,x} \quad p_q q - x\, l(p_v, p_k) \tag{4.7}$$

$$\text{o.v.} \quad q = g(z, x) \tag{4.8}$$

De functie $l(p_v, p_k)$ is te interpreteren als de prijs van x.

Indien l(p) in de translogvorm wordt gespecificeerd en lineair homogeen is, dan geldt (Diewert, 1976: 120-121), t is jaar en 80 is het basisjaar 1980:

$$\log l(p^t) - \log l(p^{80}) = \sum_{i=1}^{2} \tfrac{1}{2} [s_i^t + s_i^{80}] \log \left(\frac{p_i^t}{p_i^{80}} \right) \tag{4.9}$$

$$\text{met: } s_1 = \frac{p_v v}{p_v v + p_k k} \qquad s_2 = \frac{p_k k}{p_v v + p_k k}$$

Dit is de Törnqvist prijsindex. Omdat vele bedrijven niet over de hele periode in de steekproef aanwezig zijn is aangenomen dat

$$s_i^{80} = \bar{s}_i^{80}$$

s_i^{80} is het gemiddelde aandeel van produktiemiddel i in 1980 (Elhorst, 1987: 56).

Vergelijking (4.9) geeft dus de logaritme van de prijsindex van de variabele input toegeleverde goederen en diensten. Analoog is een prijsindex voor de output af te leiden. Gemaakte veronderstellingen zijn separabiliteit van de produktiefunctie (of transformatiecurve) en de eenvoudige vorm van de kostenfunctie.

Drie mogelijke prijsindexcijfers

De Törnqvist prijsindex kan op een drietal wijzen worden bepaald:

1. bedrijfindex: een prijsindex die varieert over de bedrijven waarbij de prijzen van de componenten variëren per bedrijf. Per bedrijf wordt voor zover mogelijk een prijs voor de afzonderlijke componenten bepaald. In termen van vergelijking (4.9) is deze prijsindex voor bedrijf h:

$$\log \frac{1(p_h^t)}{1(p_h^{80})} = \sum_{i=1}^{2} \tfrac{1}{2} [s_{ih}^t + \bar{s}_i^{80}] \log \frac{p_{ih}^t}{\bar{p}_i^{80}}$$

2. bedrijfjaarindex: een prijsindex die varieert over de bedrijven waarbij de prijzen van de componenten variëren over de jaren. Per jaar wordt voor elke component een prijs bepaald, deze is het gemiddelde van de prijs per component per bedrijf. In termen van vergelijking (4.9) luidt de bedrijfjaarindex voor bedrijf h:

$$\log \frac{1(p_h^t)}{1(p_h^{80})} = \sum_{i=1}^{2} \tfrac{1}{2} [s_{ih}^t + \bar{s}_i^{80}] \log \frac{\bar{p}_i^t}{\bar{p}_i^{80}}$$

3. jaarindex: een prijsindex die alleen varieert over de jaren. Deze index wordt per jaar bepaald en is het gemiddelde van de bedrijfsindices van één jaar.

De bedrijfindex heeft als voordeel dat per bedrijf de prijs wordt bepaald van de variabele input en de output waarmee de betreffende boer wordt geconfronteerd. Verschillen in prijzen tussen bedrijven kunnen worden veroorzaakt door (Higgins, 1986: 484):

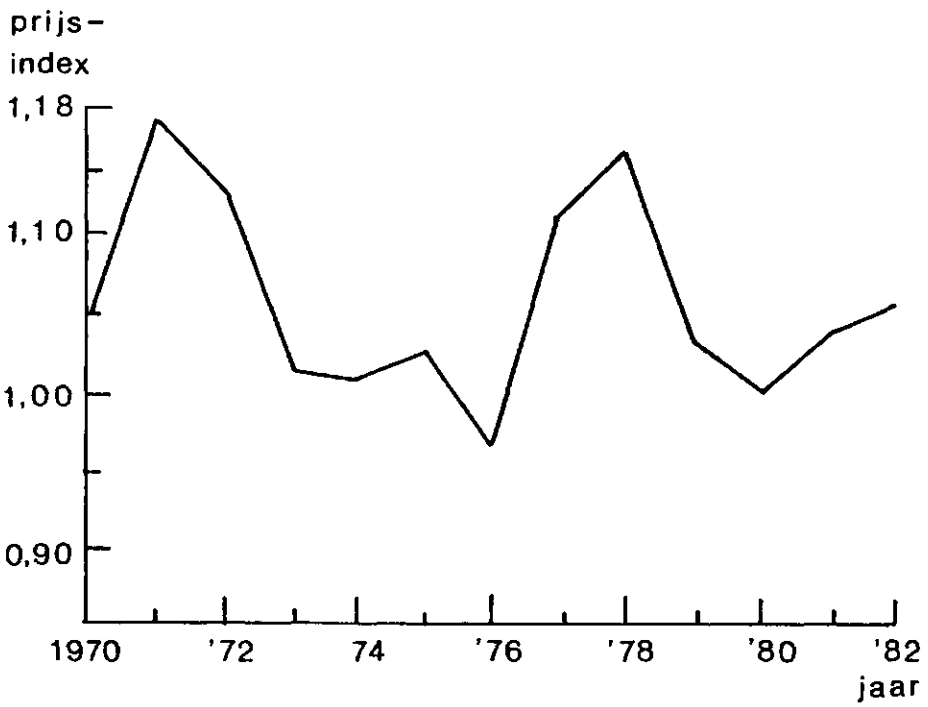
a. verschillen in afstand tot markten, toeleverende en verwerkende industrieën;
b. regionale prijsverschillen als gevolg van marktmacht van de toeleverende en/of de verwerkende industrie;
c. kwantumvoordelen;
d. verschillen in de kwaliteit van input en output tussen de bedrijven;
e. verschillen in de compositie van input en output. Bij het ene bedrijf is bijvoorbeeld de voer-kunstmest verhouding hoger dan bij het andere bedrijf;
f. verschil in timing tussen agrariërs om produkten aan- dan wel te verkopen.

Met name de verschillen in kwaliteit geven een vertekend beeld. De prijsindex geeft niet langer alleen prijsverschillen weer waarmee agrariërs worden geconfronteerd, maar wordt gedeeltelijk ook een kwaliteitsindex (Quiggin en Bui-Lan, 1984: 45). Bij de bedrijfindex wordt aangenomen dat een prijsverandering, zonder kwaliteitsverandering, eenzelfde reactie in het aanbod- en vraaggedrag van een agrariër uitlokt als een prijsverandering als gevolg van een kwaliteitsverandering.

De bedrijfjaarindex komt tegemoet aan dit probleem. Nadeel van deze index is dat ook prijsverschillen tussen bedrijven die veroorzaakt worden door a, b, c en f hiermee wegvallen. Prijsverschillen tussen bedrijven worden bij deze index veroorzaakt door verschillen in compositie van input en output. Een bedrijf met veel kunstmest en weinig voer heeft dus een andere bedrijfjaarindex dan een bedrijf met weinig kunstmest en veel voer. Deze prijsindex is dus afhankelijk van de omvang en de opbouw van de variable input en is daarom een endogene variabele; dit geldt eveneens voor de bedrijfindex. Een en ander kan leiden tot onzuivere schattingen van de coëfficiënten.

De jaarindex komt ook aan dit laatste bezwaar tegemoet. Nadeel van de jaarindex is dat er geen prijsverschillen meer tussen bedrijven worden waargenomen binnen een jaar. Reactiepatronen van bedrijven als gevolg van prijsverschillen worden niet meer volledig onderkend. Een statistisch nadeel is het geringe aantal waarnemingen van deze jaarindices. In figuur 4.1 wordt het verloop van de prijsverhouding van het produkt en de toegeleverde goederen en diensten weergegeven.

Figuur 4.1. Jaarindex, prijs produkt / prijs toegeleverde goederen en diensten.



Van de drie besproken indices verdient de jaarindex de voorkeur omdat deze index geen endogene variabele is. Omdat deze index slechts een benadering is van de prijs waarop de agrariër zijn beslissingen baseert, wordt in de empirische analyse in paragraaf 4.3 het effect van de indexkeuze op de elasticiteiten van prijzen en vaste inputs geanalyseerd.

Aan het feit dat het gaat om prijsverwachtingen van de agrarische ondernemer is nog geen aandacht besteed. In deze studie worden echter data gebruikt van Nederlandse rundveehouderijbedrijven; de prijsonzekerheden zijn in deze sector beperkt. Desalniettemin zal het duidelijk zijn dat het gemeten prijsindexcijfer wordt gekenmerkt door meetfouten. Daarom is de empirische analyse meestal uitgevoerd met additionele informatie: aanbod- en vraagfuncties worden verondersteld homogeen van de nulde graad in prijzen te zijn. De veronderstelling is

acceptabel omdat afwezigheid van de reeds genoemde 'money illusion' bij rationele producenten plausibel is. In de literatuur wordt deze aanname ook veelal gemaakt (Higgins, 1986; Kuroda, 1987).

4.2 Functiespecificatie

De neoklassieke theorie van het producentengedrag leidt tot een drietal restricties voor de vraag- en aanbodfunctie: homogeniteit van de nulde graad in prijzen, negativiteits-positiviteitsrestrictie en de symmetrierestrictie. De theorie doet geen verdere uitspraak omtrent deze functies. In dit hoofdstuk worden voor een flexibele functievorm de restricties afgeleid.

Voor de te schatten functies is als basisvorm de translogvorm gekozen, de voordelen van deze functievorm staan in hoofdstuk 2.1. Deze vorm is niet translog in de prijzen en de trend, omdat de correlatie tussen prijzen en de trend hoog is (zie tabel 4.1).

Tabel 4.1. Correlatie prijzen en trend.

	Prijs produkt	Prijs toegeleverde goederen van diensten	Prijs produkt / Prijs tgd
Jaarindex			
Prijs produkt		0.95	-0.13
Trend	0.98	0.96	-0.22
Bedrijfjaarindex			
Prijs produkt		0.95	-0.12
Trend	0.98	0.96	-0.21
Bedrijfindex			
Prijs produkt		0.91	0.05
Trend	0.96	0.95	-0.14

Deze hoge correlaties en de reeds gesignaleerde problemen bij het op een juiste wijze meten van de prijsindices kunnen tot onbetrouwbare schattingsresultaten leiden. In paragraaf 4.3 wordt hier nader op ingegaan.

De aangepaste translogvorm in termen van de aanbod- en vraagfunctie luidt:

$$\log q = a_0 + b_0 t + b_1 \log p + b_2 \log r + \sum_{i=1}^{n} a_i \log z_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log z_i \log z_j \qquad (4.10)$$

met: $a_{ij} = a_{ji}$

$$\log x = c_0 + d_0 t + d_1 \log p + d_2 \log r + \sum_{i=1}^{n} c_i \log z_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \log z_i \log z_j \qquad (4.11)$$

met: $c_{ij} = c_{ji}$

waarbij: q = produkt
t = stand van de techniek
p = prijs produkt
r = prijs toegeleverde goederen en diensten
z = gegeven produktiefactoren
x = toegeleverde goederen en diensten

De consequentie van het gebruik van deze aangepaste translogvorm is dat voor alle bedrijven de prijselasticiteiten gelijk zijn verondersteld. De elasticiteiten van de gegeven produktiefactoren verschillen tussen de bedrijven.

Homogeniteit

De aanbodfunctie, maar ook de vraagfunctie, zijn homogeen van de nulde graad in prijzen als voor elke willekeurige μ geldt:

$$\log q = a_0 + b_0 t + b_1 \log \mu p + b_2 \log \mu r + \sum_{i=1}^{n} a_i \log z_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log z_i \log z_j$$

$$= a_0 + b_0 t + b_1 \log p + b_2 \log r + \sum_{i=1}^{n} a_i \log z_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log z_i \log z_j + (b_1 + b_2) \log \mu \qquad (4.12)$$

De aanbodfunctie is homogeen van de nulde graad als $b_1 + b_2 = 0$.
De vraagfunctie is homogeen van de nulde graad als $d_1 + d_2 = 0$.

Negativiteit/positiviteit

De negativiteit/positiviteitsrestricties voor de aanbodfunctie zijn:

$$\frac{\partial q}{\partial p} > 0 \quad , \quad \frac{\partial q}{\partial r} < 0 \qquad (4.13)$$

Omdat produktie en prijzen positief zijn geldt:

$$\frac{\partial q}{\partial p} \frac{p}{q} = \frac{\partial \log q}{\partial \log p} = b_1 > 0 \qquad (4.14)$$

$$\frac{\partial q}{\partial r} \frac{r}{q} = \frac{\partial \log q}{\partial \log r} = b_2 < 0 \qquad (4.15)$$

Voor de vraagfunctie zijn soortgelijke condities af te leiden.

Symmetrie

De symmetrieconditie luidt:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = - \frac{\partial x}{\partial p} \qquad (4.16)$$

Voor de aanbod- en vraagfunctie geldt:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = \frac{\partial \log q}{\partial \log r} \frac{q}{r} = b_2 \frac{q}{r} \qquad (4.17)$$

$$\frac{\partial x}{\partial p} = \frac{\partial \log x}{\partial \log p} \frac{x}{p} = d_1 \frac{x}{p} \qquad (4.18)$$

Substitutie van (4.17) en (4.18) in (4.16) geeft:

$$b_2 \frac{q}{r} = - d_1 \frac{x}{p} \qquad (4.19)$$

$$\text{Dus:} \qquad -b_2 = d_1 \frac{x\ r}{q\ p} = d_1 \ \ sh \qquad (4.20)$$

waarbij sh de verhouding is van de waarde van toegeleverde goederen en diensten en de produktiewaarde.

Het nemen van logaritmen geeft:

$$\log(-b_2) = \log d_1 + \log r + \log x - \log p - \log q \qquad (4.21)$$

Substitutie van (4.10 en (4.11) in (4.21) geeft de symmetrierestrictie:

$$\log(-b_2) + \log d_1 - \log r + \log p + a_0 + b_0 t + b_1 \log p +$$

$$b_2 \log r + \sum_{i=1}^{n} a_i \log z_i + \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log z_i \log z_j -$$

$$c_0 - d_0 t - d_1 \log p - d_2 \log r - \sum_{i=1}^{n} c_i \log z_i -$$

$$\tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \log z_i \log z_j = 0 \qquad (4.22)$$

De variantie van het linkerlid kan met behulp van de geschatte vergelijkingen worden bepaald. In de volgende paragraaf wordt nader op het bepalen van de varianties ingegaan.

4.3 Toetsen van de theorie

In het vorige hoofdstuk zijn de vraag- en aanbodfunctie gespecificeerd. Gekozen is voor de flexibele translogvorm. Deze vraag- en aanbodfuncties worden geschat met regressieanalyse. De regressieanalyse is uitgevoerd met gegevens van individuele rundveehouderijbedrijven. Dit zijn LEI-steekproefgegevens van ongeveer 230 bedrijven per jaar over de periode 1970-1982. Het totaal aantal waarnemingen is 3075. De aangeboden hoeveelheid is de totale produktie in prijzen van 1980. De vraag is de omvang van de toegeleverde goederen en diensten (tgd) in prijzen van 1980. Deze post omvat werk door

derden, bestrijdingsmiddelen, grondstoffen, meststoffen, zaaizaad en pootgoed, krachtvoer, aangekocht ruwvoer, melkprodukten. De aandelen voor 1980 staan in tabel 4.2. Deze aandelen zijn gebruikt om de prijsindexcijfers te berekenen. De verklarende variabelen zijn:

- prijsindexcijfers van het produkt en toegeleverde goederen en diensten. De gebruikte indexcijfers zijn (zie paragraaf 4.1): jaarindex, bedrijfjaarindex en bedrijfindex;
- arbeid in arbeidsuren (gezins- en vreemde arbeid);
- kapitaalgoederen in prijzen van 1980 (balanswaarde gebouwen en pachtersinvesteringen en nieuwwaarde werktuigen);
- rundveestapel in prijzen van 1980;
- areaal cultuurgrond in are;
- trendvariabele (1970 = 1, 1972 = 2, etc.).

Tabel 4.2. Toegeleverde goederen en diensten, gemiddelde aandelen in 1980.

	Gemiddeld aandeel	Standaardafwijking
Krachtvoer	0.53	0.12
Meststoffen	0.13	0.06
Ruwvoer	0.12	0.09
Werk door derden	0.07	0.05
Veevoer, niet voor rundvee	0.07	0.14
Melkprodukten	0.04	0.02
Brandstoffen	0.02	0.02
Zaaizaad en pootgoed	0.01	0.02
Bestrijdingsmiddelen	0.01	0.01

Aangenomen is dat de aanbod- en vraagfunctie niet exact opgaan:

- als gevolg van onzekerheden in prijzen, weersomstandigheden, etc. zullen er afwijkingen bestaan tussen de vanuit het oogpunt van inkomensmaximalisatie optimale waarden van produktieomvang en de omvang van de toegeleverde goederen en diensten en de feitelijke waarden.
- de translogvorm is een benadering van de 'ware' vraag- en aanbodfunctie.

Daarom zijn aan de vraag- en aanbodfunctie storingen toegevoegd. Aangenomen is dat per bedrijf correlaties tussen de storingstermen van de aanbod en de vraagfunctie mogelijk zijn. Tussen bedrijven en in de tijd is verondersteld dat de storingen ongecorreleerd zijn. Op grond hiervan zijn de vergelijkingen

geschat met de schatter van Zellner, Seemingly Unrelated Regression (SUR) (Judge, 1980: 245-247).

Per prijsindexcijfer zijn de vraag- en aanbodfuncties geschat. De elasticiteiten van de prijsverhouding van produktie en toegeleverde goederen en diensten en van de vaste inputs staan in tabel 4.3.

Tabel 4.3. Elasticiteiten van de prijsverhouding en vaste inputs van de geschatte vraag- en aanbodfuncties: drie mogelijke prijsindex-cijfers; uitgaande van homogeniteit van de mulde graad; voor het gemiddelde bedrijf (standaardafwijkingen tussen haakjes).

	Prijsverhouding produkt en tgd	Arbeid	Rundvee	Kapitaalgoederen	Grond	Techn. ontw.[1)]	R^2
Aanbodfunctie							
Jaar-	0.39	0.10	0.81	0.16	0.03	0.019	0.93
index	(0.06)	(0.01)	(0.02)	(0.01)	(0.01)	(0.001)	
Bedrijf-	0.30	0.10	0.81	0.16	0.02	0.018	0.93
jaarindex	(0.06)	(0.01)	(0.02)	(0.01)	(0.01)	(0.001)	
Bedrijf-	0.27	0.07	0.83	0.15	-0.01	0.017	0.93
index	(0.04)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.001)	
Vraagfunctie							
Jaar-	0.34	0.07	1.05	0.18	-0.27	0.025	0.86
index	(0.09)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.002)	
Bedrijf-	0.21	0.07	1.05	0.18	-0.27	0.025	0.86
jaarindex	(0.09)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.002)	
Bedrijf-	0.32	0.05	1.07	0.19	-0.29	0.024	0.86
index	(0.07)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.002)	

1) Eerste afgeleide

Voor het gemiddelde bedrijf zijn de verschillen in de gevonden elasticiteiten tussen de drie onderscheiden prijsindexcijfers over het algemeen niet significant. Het verdient dus aanbeveling om de jaarindex te hanteren omdat dit prijsindexcijfer geen endogene variabele is. Tussen de elasticiteiten van de vraag- en aan-

bodfunctie dient op grond van de theorie een relatie te bestaan. De aanbodfunctie resulteert immers na substitutie van de vraagfunctie in de produktiefunctie, zie vergelijking (2.20):

$$q = f\,(x(p,r,z),z)$$

waarbij: q = produkt
f = produktiefunctie
x = toegeleverde goederen en diensten
p = prijs produkt
r = prijs tgd
z = vaste input (arbeid, vee, kapitaalgoederen, grond, technische ontwikkeling)

Dus geldt:

$$\frac{\partial \log q}{\partial \log z} = \frac{\partial \log q}{\partial \log z} + \frac{\partial \log q}{\partial \log x}\,\frac{\partial \log x}{\partial \log z}$$

Het effect van een vaste input op het aanbod bestaat dus uit twee effecten:
- direct effect via de produktiefunctie;
- indirect effect via de verandering in de omvang van de toegeleverde goederen en diensten die het resultaat is van een verandering van de vaste inputs. De relatie tussen de omvang van de toegeleverde goederen en diensten en de vaste inputs komt tot uiting in de vraagfunctie.

Met behulp van de geschatte produktiefunctie op hetzelfde datamateriaal (hoofdstuk 2, tabel 3.8) kunnen het directe effect en de relatie tussen toegeleverde goederen en diensten en de produktieomvang worden bepaald.

In tabel 4.4 wordt de optelsom van het directe en het indirecte effect van een verandering van de vaste input op de produktieomvang vergeleken met de resultaten uit tabel 4.3. De wijze waarop de standaardafwijking van het indirecte effect is bepaald staat in appendix C. Bij de optelsom van het directe en het indirecte effect is verondersteld dat beide effecten onafhankelijk van elkaar zijn.

De verschillen tussen de optelsom van het directe en indirecte effect en de elasticiteiten van de geschatte aanbodfunctie zijn voor de vaste input klein, dit is in overeenstemming met de theorie. Voor de prijsverhouding is het verschil echter groot. Het aanbod reageert sterker op prijsveranderingen dan op grond van de vraagfunctie van toegeleverde goederen en diensten wordt verwacht. Dit

verschil is onderwerp van onderzoek bij het toetsen van de symmetrierestrictie, omdat de produktie-elasticiteiten van toegeleverde goederen en diensten gelijk is aan het waardeaandeel (zie hoofdstuk 3).

Tabel 4.4. Vergelijking van elasticiteiten van de aanbodfunctie met de elasticiteiten op basis van de vraag- en produktie-functie en op basis van de jaarindex voor het gemiddelde bedrijf (standaardafwijkingen tussen haakjes).

	Direct effect 1)	Indirect effect 2)	Direct + indirect effect	Elasticiteiten aanbodfunctie
Arbeid	0.07	0.03	0.10	0.10
	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)
Rundvee	0.35	0.43	0.78	0.81
	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.02)
Kapitaal-goederen	0.10	0.07	0.17	0.16
	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)
Grond	0.15	-0.11	0.04	0.03
	(0.01)	(0.01)	(0.01)	(0.01)
Technische[3] ontwikkeling	0.007	0.010	0.017	0.019
	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)
Prijsverhouding produkt en tijd		0.14	0.14	0.39
		(0.04)	(0.04)	(0.06)

1) Produktie-elasticiteit op basis van een translogproduktie-functie.

2) Produkt van de elasticiteiten in de vraagfunctie en de produktie-elasticiteit van toegeleverde goederen en diensten. Deze produktie-elasticiteit is 0.41 (0.001).

3) Eerste afgeleide.

Het toetsen van de theorie vindt plaats door de in paragraaf 4.2 afgeleide restricties te onderzoeken. De restricties zijn als volgt geformuleerd:

- homogeniteit: de som van de coëfficiënten van de prijsindices moeten voor de vraag- en aanbodfunctie gelijk aan nul zijn
  ($b_1 + b_2 = 0$ en $d_1 + d_2 = 0$);
- negativiteit/positiviteit: voor beide functies dienen de prijselasticiteiten positief dan wel negatief te zijn
  ($b_1 > 0$, $b_2 < 0$, $d_1 > 0$, $d_2 < 0$);
- symmetrie: $b_2 + d_1 sh = 0$, met sh is het waardeaandeel van toegeleverde goederen en diensten in de produktiewaarde.

Omdat de aanbod- en vraagfunctie niet exact gelden moeten deze (on)gelijkheden worden getoetst. Uitgaande van storingstermen die identiek verdeeld en onafhankelijk zijn tussen de bedrijven zal bij een groot aantal waarnemingen de schatter van de coëfficiënten normaal verdeeld zijn. Een t-toets ligt daarom voor de hand (Judge, 1980: 29-30). In tabel 4.5 staan de t-waarden die bij de drie restricties horen. De t-waarde is het quotiënt van de waarde van de restrictie en de bijbehorende standaardafwijking. De standaardafwijkingen zijn bij de homogeniteitsrestrictie en de negativiteit/positiviteitsrestrictie eenvoudig te bepalen. Voor de symmetrierestrictie is dit moeilijker; de afleiding staat in appendix C.

Tabel 4.5. De t-waarden, behorende bij de restricties van aanbod- en vraagfunctie voor drie prijsindexcijfers. De t-waarde bij de negativiteit/positiviteitsrestrictie en de symmetrierestrictie is bepaald onder de aanname van homogeniteit.

	Jaarindex	Bedrijfjaarindex	Bedrijfindex
Homogeniteit			
aanbodfunctie	7.51	7.01	4.31
vraagfunctie	5.25	5.71	2.47
Positiviteit			
aanbodfunctie	6.50	5.00	6.75
vraagfunctie	3.78	2.33	4.57
Symmetrie[1)]	5.51	4.02	5.20

1) Voor het gemiddelde bedrijf

De toets op homogeniteit wordt bemoeilijkt door de reeds genoemde meetfouten waardoor de prijsindexcijfers worden gekenmerkt. Hierdoor zijn de coëfficiënten van de afzonderlijke prijzen onbetrouwbaar. Het feit dat de prijs van het produkt, prijs toegeleverde goederen en diensten en de trendvariabele een hoge correlatie vertonen (zie tabel 4.1) versterkt dit probleem (Bekker, 1987). Daarom zijn de negativiteit/positiviteitsrestrictie en de symmetrierestrictie onderzocht onder de aanname van homogeniteit. Deze veronderstelling is acceptabel omdat afwezigheid van 'money illusion' bij rationele producenten plausibel is.

Bij een onbetrouwbaarheidsdrempel van 0.025 is de kritische t-waarde 1.96. Op grond hiervan worden de homogeniteitsrestrictie en de symmetrierestrictie verworpen. De positiviteitsrestrictie wordt niet verworpen.

Op grond van tabel 4.5 zijn twee conclusies mogelijk:

1. het uitgangspunt van het streven naar inkomensmaximalisatie, gegeven een concave produktiefunctie en één variabele input, wordt verworpen.
2. de transitie van de theorie naar de empirische toepassing is niet correct verlopen (Deaton, Muellbauer, 1980: 80). Bij deze overgang worden in deze studie vele vereenvoudigingen gemaakt:
   - aggregatie, de inputs en de outputs zijn aggregaten van meerdere elementen;
   - meting van inputs en outputs, met kwaliteitsverschillen wordt slechts in beperkte mate rekening gehouden;
   - prijsverwachtingen, de gehanteerde prijzen zijn de prijzen van het lopende jaar;
   - functievorm, er is verondersteld dat voor alle bedrijven dezelfde functie geldt;
   - variabele en vaste inputs, een aantal vaste inputs kunnen ook op korte termijn variëren (bijvoorbeeld de veestapel).

In de volgende paragraaf worden een tweetal vereenvoudigingen nader onderzocht:

a. de variabele input wordt opgesplitst in twee inputs: krachtvoer en overige variabele inputs;
b. per bedrijf wordt aan de vraag- en aanbodfunctie een dummy toegevoegd waardoor de functies niet langer voor alle bedrijven hetzelfde zijn.

4.4 Twee onderzochte vereenvoudigingen

In 4.3 zijn vraag- en aanbodfuncties geschat, waarbij bleek dat deze functies niet voldoen aan de door de neoklassieke theorie gestelde restricties. Een

mogelijke oorzaak hiervoor is dat bij de overgang van theorie naar empirie onjuiste vereenvoudigingen zijn gemaakt. In deze paragraaf worden een tweetal vereenvoudigingen onderzocht. Eerst wordt de variabele input opgesplitst in twee inputs, vervolgens worden de functies geschat met een zogenaamd 'fixed effects model'.

Twee variabele inputs

Om de aggregatievereenvoudiging enigszins te verzachten wordt de variabele input opgesplitst in twee inputs: krachtvoer en overige. De reden hiervoor is dat het aandeel van krachtvoer in de toegeleverde goederen en diensten veruit het grootste is: 53% (zie tabel 4.2). Dit aandeel is sinds 1970 met 7% toegenomen. De resultaten van de geschatte aanbod- en de twee vraagfuncties staan in tabel 4.6. De functies zijn geschat met SUR en als prijsindexcijfer is de jaarindex gehanteerd.

Tabel 4.6. Elasticiteiten van de prijzen en de vaste inputs van de geschatte vraag- en aanbodfuncties, uitgaande van homogeniteit en het prijsindexcijfer op jaarbasis voor het gemiddelde bedrijf (tussen haakjes standaardafwijkingen).

	Prijzen			Ar-	Rund-	Kapitaal-	Grond	Techn.	R^2
	Pro- dukt	Overige tgd	Kracht- voer	beid	vee	goederen		ontw.	
Aanbod-	0.43	-0.25	-0.18	0.09	0.81	0.16	0.03	0.018	0.93
functie	(0.07)	(0.09)	(0.07)	(0.01)	(0.02)	(0.01)	(0.01)	(0.003)	
Vraagfunctie									
Overige	0.68	-1.21	0.53	0.07	1.02	0.21	-0.37	0.039	0.70
tgd	(0.15)	(0.23)	(0.15)	(0.03)	(0.04)	(0.02)	(0.03)	(0.01)	
Kracht-	0.07	0.93	-1.00	0.04	1.14	0.16	-0.19	0.009	0.84
voer	(0.14)	(0.20)	(0.14)	(0.03)	(0.03)	(0.02)	(0.03)	(0.005)	

De gevonden elasticiteit van grond en de coëfficiënt ten aanzien van de technische ontwikkeling zijn op het eerste gezicht verrassend. Technische ontwikkeling blijkt van grotere invloed te zijn op de overige tgd dan op krachtvoer. Dit is misschien te verklaren door een combinatie van meetfouten en de hoge correlatie tussen de quotiënten van de produktprijs en de prijs van overige toegeleverde goederen en diensten en de prijs van krachtvoer enerzijds en de trend, zie tabel 4.7. Dit kan leiden tot een overschatting van de coëfficiënt bij technische ontwikkeling in de vraagvergelijking van toegeleverde goederen en diensten en een omgekeerd effect in de vraagvergelijking van krachtvoer. Echter, als voor het prijsindexcijfer de bedrijfindex wordt gekozen, resulteren ongeveer dezelfde coëfficiënten voor de technische ontwikkeling.

Tabel 4.7. Correlatie prijsverhoudingen en trend.

	Prijs produkt	Prijs overige tgd	Prijs produkt/ prijs overige tgd	Trend
Prijs produkt				0.98
Prijs overige tgd	0.97			0.99
Prijs krachtvoer	0.85	0.92		0.86
Prijs produkt/prijs overige tgd				-0.75
Prijs produkt/prijs krachtvoer			-0.15	0.67

De correlaties tussen de prijsverhoudingen en de trend zijn bij deze bedrijfindex kleiner, respectievelijk -0.63 en 0.51. Desondanks moet het interpreteren van de schattingsresultaten voorzichtig gebeuren. Echter, uitgaande van de juistheid van de resultaten is de redenatie als volgt. Het krachtvoer verbruik is tussen 1970 en 1982 sterk toegenomen omdat met name de rundveestapel is gegroeid en de prijs van een substituut (ruwvoer, meststoffen, etc.) sterk in prijs is gestegen, terwijl de prijs van krachtvoer slechts in geringe mate toenam. Het verbruik van de overige tgd is gestegen als gevolg van met name de toename van de snijmaisteelt en de teelt van meer kunstmestverbruikende grassoorten, waarbij dit met name het geval is bij bedrijven met weinig grond.

Centraal in deze studie staat echter het toetsen van de axioma's van de theorie. Zoals blijkt uit tabel 8 leidt de opsplitsing van de variabele input in twee inputs niet tot een acceptatie van de homogeniteitsrestrictie. De symmetrie- en de negativiteitsrestricties zijn getoetst onder de aanname van homogeniteit. Alleen de symmetrieconditie ten aanzien van de verandering van het aanbod bij een prijsverandering van krachtvoer enerzijds en de verandering van de vraag naar krachtvoer bij een produktprijsverandering anderzijds wordt, vanwege een hoge variantie, niet verworpen. De beide andere symmetrierestricties worden verworpen. Ook de negativiteitsrestricties zijn onderzocht. De prijselasticiteiten hebben het juiste teken.

Tabel 4.8. T-waarden, behorende bij de restricties van aanbod- en twee vraagfuncties. De t-waarde bij de negativiteit/positiviteits-restrictie en de symmetrierestrictie is bepaald onder de aanname van homogeniteit.

	Aanbodfunctie	Vraagfunctie	
Homogeniteit	6.89	0.53	9.67
Negativiteit/ positiviteit			
produkt	4.53	4.53	0.50
overige tgd	-2.78	-5.26	4.65
krachtvoer	-2.57	3.53	-7.14
Symmetrie[1)]			
produkt			
overige tgd	2.07		
krachtvoer	1.23	-3.74	

1) Voor het gemiddelde bedrijf

Voor het toetsen van negativiteit dienen ook de determinanten van de totale matrix en de submatrices van de prijselasticiteiten aan bepaalde tekens te voldoen (Varian, 1984: 48-49). De determinant van de totale matrix is nul en de submatrices hebben alle een determinant groter dan nul. De negativiteitsrestrictie wordt dus niet verworpen.

Concluderend kan worden gesteld dat, gegeven enige onzekerheid met betrekking tot de resultaten, de opsplitsing van de variabele input in krachtvoer en overige toegeleverde goederen en diensten niet heeft geleid tot een acceptatie van de axioma's.

Fixed effects model

In paragraaf 4.3 zijn een aanbod- en een vraagfunctie geschat. Hierbij is aangenomen dat voor alle bedrijven dezelfde functies gelden. Dit is een vergaande aanname die in deze paragraaf gedeeltelijk zal worden ondervangen. Er wordt verondersteld dat voor alle bedrijven weliswaar dezelfde functievorm geldt, echter het niveau kan verschillen. Dit wordt gerealiseerd door per bedrijf een dummy in de aanbod- en vraagfunctie op te nemen. In deze dymmy komen nu bedrijfsspecifieke variabelen tot uiting die moeilijk meetbaar zijn, bijvoorbeeld

Tabel 4.9. Elasticiteiten van de prijsverhouding en vaste inputs van de geschatte vraag- en aanbodfunctie, zonder en met een 'fixed effect' per bedrijf, uitgaande van homogeniteit en het prijsindexcijfer op jaarbasis voor het gemiddelde bedrijf.

	Prijsverhouding produkt en tgd	Arbeid	Rund-vee	Kapitaal-goederen	Grond	Techn. ontw.	R^2
Aanbodfunctie							
zonder dummy	0.37	0.09	0.80	0.15	0.04	0.018	0.93
	(0.06)	(0.01)	(0.02)	(0.01)	(0.01)	(0.001)	
met dummy	0.33	0.14	0.41	0.12	0.24	0.027	0.98
	(0.03)	(0.02)	(0.02)	(0.01)	(0.02)	(0.001)	
Vraagfunctie							
zonder dummy	0.33	0.06	1.05	0.18	-0.26	0.025	0.86
	(0.09)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.02)	(0.002)	
met dummy	0.19	0.13	0.43	0.15	0.01	0.034	0.97
	(0.04)	(0.03)	(0.03)	(0.01)	(0.03)	(0.002)	

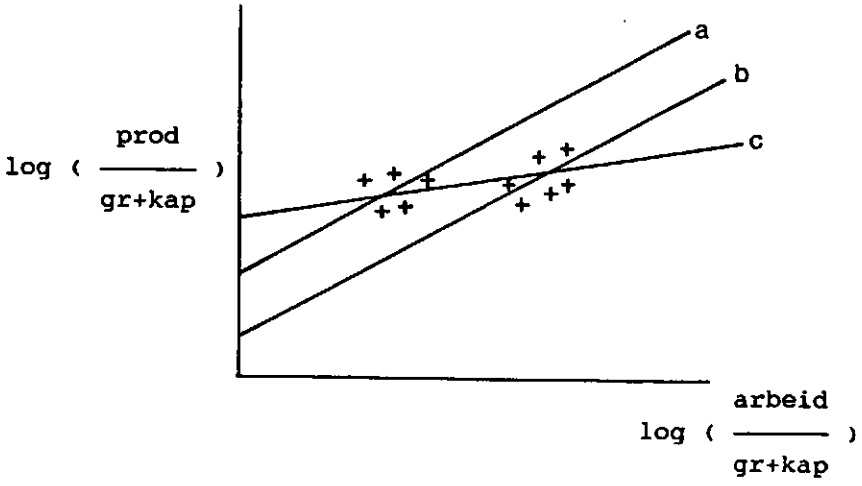
kwaliteit van arbeid en grond (Kapteyn en Wansbeek, 1978). Uiteraard kan een aanbodfunctie niet expliciet geschat worden waarbij per bedrijf een dummy is opgenomen, omdat in de hier gehanteerde steekproef 745 verschillende bedrijven voorkomen. De wijze waarop dit probleem is opgelost, wordt beschreven in appendix D.

In tabel 4.9 worden de schattingsresultaten van de aanbod- en vraagfunctie zonder en met een dummy (fixed effect) per bedrijf met elkaar vergeleken.

Het effect van het opnemen van een fixed effect per bedrijf heeft een overeenkomstig effect op de aanbod- en de vraagfunctie.

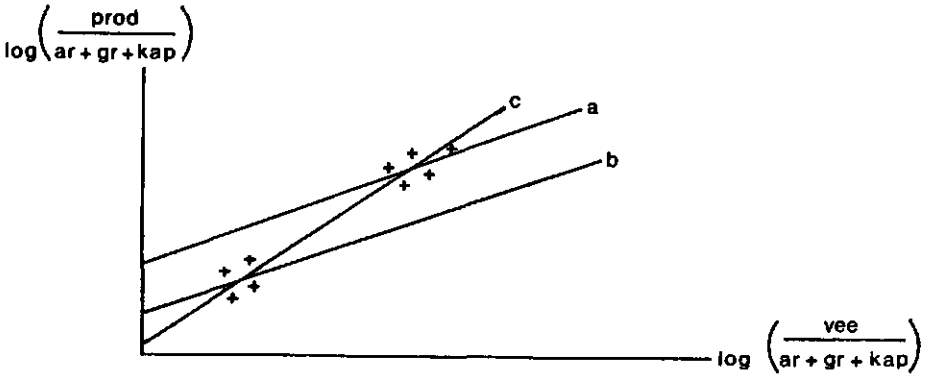
De effecten op de elasticiteiten laten zich als volgt verklaren. De elasticiteit van arbeid neemt toe omdat het waarschijnlijk is dat een 'goede' boer een met geringere hoeveelheid arbeid per grond en kapitaaleenheid (lijn a in figuur 4.2) bijna evenveel produktie per grond en kapitaaleenheid weet te realiseren dan een 'slechte' boer (b in figuur 4.2). De kruisjes geven waarnemingen aan. Lijn c resulteert wanneer geen fixed effect per bedrijf is opgenomen. Voor de toename van elasticiteit van grond kan eenzelfde verklaring worden gegeven.

Figuur 4.2. Effect van de kwaliteit van de bedrijfsleiding op de aanbodelasticiteit van arbeid.



De elasticiteit van rundvee neemt af. Dit kan worden verklaard door een toename van de hoeveelheid vee per arbeid + grond + kapitaaleenheid bij een bedrijf met een betere kwaliteit arbeid en grond, zie figuur 4.3. Lijn a geeft het 'goede' bedrijf weer en lijn b het 'slechte'. Lijn c resulteert wanneer geen fixed effect per bedrijf is opgenomen. Het 'goede' bedrijf wordt gekenmerkt door een hogere intensiteit dan het 'slechte' bedrijf.

Figuur 4.3. Effect van kwaliteitsverschillen in arbeid en grond op de elasticiteit van vee.

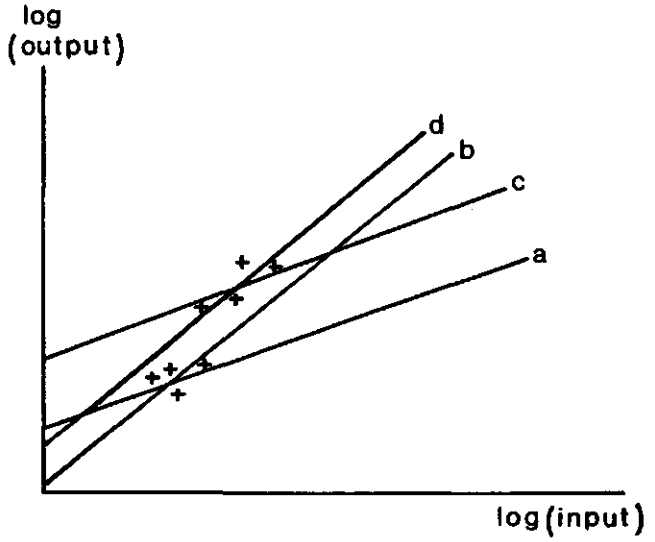


Het belang van de technische ontwikkeling neemt toe, zie figuur 4.4. Dit wordt veroorzaakt door het vlakker verlopen van de functies en de toename van de input in de loop van de tijd. De functies verlopen vlakker bij het fixed effect model omdat het bedrijf met een goede kwaliteit arbeid en grond meer input inzet (zie ook appendix D).

Bij het fixed effect model verschuift de functie van a naar c in de loop van de tijd. Deze verschuiving is groter dan die van het oorspronkelijk model, van b naar d. Als gevolg van het toegenomen belang van de technische ontwikkeling neemt het effect van de andere variabele die slechts varieert over de jaren, de prijsverhouding, af.

Centraal in deze studie staat echter het onderzoek naar het toetsen van de gemaakte vereenvoudigingen, zie tabel 4.10. De verrijking van het model met moeilijke meetbare variabelen als kwaliteit van arbeid en grond heeft niet geleid tot een empirische ondersteuning van de gemaakte vereenvoudigingen. Homogeniteit en symmetrie wordt wederom verworpen. Alleen aan de positiviteits- en negativiteitsrestricties is weer voldaan.

Figuur 4.4. Effect van kwaliteitsverschillen in arbeid en grond op de omvang van de technische ontwikkeling.



Tabel 4.10. De t-waarden, behorende bij de restricties van aanbod- en vraagfunctie, geschat met een fixed effect per bedrijf. De t-waarde bij de negativiteit/positiviteitsrestrictie is bepaald onder de aanname van homogeniteit.

	Aanbodfunctie	Vraagfunctie
Homogeniteit	11.89	8.13
Positiviteit	11.82	4.51
Symmetrie[1)]	5.64	

1) De gebruikte produktie-elasticiteit van toegeleverde goederen en diensten geldt voor het gemiddelde bedrijf

5. Conclusies

De neoklassieke produktietheorie ligt ten grondslag aan veel empirisch onderzoek, ook in de landbouw. In dit onderzoek kan het accent liggen op:
- het achterhalen van de technische restricties waarmee producenten worden geconfronteerd:
- het meten van de omvang van de technische ontwikkeling;
- het bepalen van prijselasticiteiten van het aanbod van produkten en de vraag naar inputs.

Zoals blijkt uit deze studie biedt de neoklassieke theorie voor dergelijke analyses een bruikbaar raamwerk. In deze studie worden echter ook de axioma's van de neoklassieke theorie, veelal gemaakte veronderstellingen bij het meten van de technische ontwikkelingen en gemaakte vereenvoudigingen bij de transitie van de theorie naar de empirische toepassing nader onderzocht.

De axioma's van de neoklassieke theorie zijn: quasi-concaviteit van de produktiefunctie, streven naar inkomensmaximalisatie en de substitueerbaarheid van produktiemiddelen. Uit de geschatte Cobb Douglas- en translog produktiefunctie blijkt de veronderstelling dat de produktiefunctie een concaaf verloop heeft niet te worden gefalsifieerd. De geschatte kwadratische produktiefunctie heeft daarentegen géén concaaf verloop ten aanzien van het variabele produktiemiddel toegeleverde goederen en diensten. Een optimum in het kader van het inkomensmaximaliserend gedrag van agrariërs is niet mogelijk, tenzij de producent invloed heeft op de prijzen van inputs en/of outputs. Dit is in de landbouw een irreële situatie. Aan de bruikbaarheid van deze functievorm kan daarom worden getwijfeld.

De resultaten van de translog produktiefunctie wijzen op substitutiemogelijkheden tussen de produktiemiddelen. De gevonden substitutie-elasticiteiten wijken significant af van -1, de a priori vastgestelde waarden bij de Cobb Douglas produktiefunctie. De Cobb Douglasvorm is te beperkt om het produktieproces op melkveehouderijbedrijven weer te geven. De hypothese dat agrariërs streven naar inkomensmaximalisatie binnen het aangegeven model vindt geen ondersteuning in de empirie. Hierbij moet echter worden aangetekend dat vanwege de (on)mogelijkheden van het statistische pakket SAS de Cobb Douglas is geschat in samenhang met een herschreven vraagfunctie en de translog produktiefunctie kan vanwege multicollineariteitsproblemen niet meer worden geschat met 3SLS na het loslaten van de restricties.

De tweede benaderingswijze, waarop de axioma's van de neoklassieke theorie zijn getoetst, is met behulp van geschatte vraag- en aanbodfuncties. Op grond

van de bovengenoemde axioma's wordt afgeleid dat de vraagfunctie van de variabele input en de aanbodfunctie van het produkt aan een drietal restricties moeten voldoen. Deze zijn: homogeniteit van de nulde graad in prijzen, negativiteits-positiviteitsrestrictie en de symmetrierestrictie. De homogeniteits- en de symmetrierestrictie worden verworpen. Deze verwerping van de uitgangspunten van de neoklassieke theorie kunnen echter veroorzaakt zijn door een onjuiste transitie van de theorie naar de empirische toepassing. Daarom zijn een aantal gemaakte vereenvoudigingen nader onderzocht. Verschillende mogelijkheden om de prijzen te bepalen die voor een individuele melkveehouder gelden worden behandeld, er worden twee vraagfuncties in plaats van één geschat en de aanname dat voor elk bedrijf dezelfde functievorm geldt wordt gedeeltelijk ondervangen door het 'fixed effects model'. Geen van deze aanpassingen leidt echter tot een empirische ondersteuning van de gemaakte axioma's.

De neoklassieke produktietheorie ligt ook ten grondslag aan vele studies waarbij de omvang van de technische ontwikkeling wordt gemeten op basis van produktiviteitsindices. Deze indices zijn gebaseerd op een bepaalde vorm va n de produktiefunctie en een aantal veronderstellingen. Veelal gemaakte veronderstellingen zijn: constante schaalopbrengsten, Hicks neutrale technische ontwikkeling en optimale allocatie van alle produktiefactoren. Het grote voordeel van indices is dat ze eenvoudig te berekenen zijn. Het belangrijkste nadeel is dat voor de benodigde gewichten veelal proxy's moeten worden vastgesteld. Deze veronderstellingen zijn nader onderzocht door de omvang van de technische ontwikkeling te meten met produktiviteitsindices en met expliciet geschatte produktiefuncties.

De berekende indices duiden op een hogere omvang van de technische ontwikkeling dan de geschatte produktiefuncties. Dit wordt veroorzaakt door een verkeerde vaststelling van de benodigde gewichten in de indices. Het bepalen van deze gewichten, die gelijk moeten zijn aan de marginale opbrengsten van de produktiefactoren, blijkt niet mogelijk zonder een produktiefunctie te schatten. Daarnaast worden de bij deze indices gemaakte veronderstellingen als constante schaalopbrengsten en Hicks neutraliteit voor de onderzochte steekproefperiode verworpen. Opvallend is de overeenkomst tussen de berekende indices voor het gemiddelde melkveehouderijbedrijf en de melkveehouderijsector.

Op grond van deze resultaten is de meest aannemelijke omvang van de technische ontwikkeling in de melkveehouderij 0.8 procent per jaar gegeven de juistheid van het gehanteerde model. Dit resulteert als de omvang van de technische ontwikkeling wordt geschat met een translog produktiefunctie zonder restricties.

Kortom, de eenvoudige produktietheorie die in deze situatie is gepresenteerd, levert bruikbare resultaten op. Echter de empirie geeft geen ondersteuning

van de gemaakte axioma's. Om tot acceptabele resultaten te komen dient er daarom nog veel werk te worden verzet. Men kan kiezen voor verwerping van de axioma's van de theorie, maar blijft dan met lege handen achter. De meeste economen kiezen voor een nadere uitwerking van de theorie en/of een correcter verloop van de transitie van de theorie naar empirische toepassing. Mogelijke uitwerkingen van de theorie zijn:

- dynamisering van het model: de producent streeft naar inkomensmaximalisatie over een zekere tijdshorizon;
- rekening houden met verwachtingen en onzekerheden ten aanzien van prijzen;
- verbreden van de doelstelling van inkomensmaximalisatie naar nuts- of vermogensmaximalisatie.

NOTEN

1. Een alternatief voor de specificatie van de produktiefunctie is het concept van de winstfunctie (Elhorst, 1986b).
2. De bestaande technische kennis is veelal niet bruikbaar voor het vastleggen van technologie, er zijn studies waar het wel gebeurd is (Van den Heuvel, 1984). Meestal is de technische kennis te beperkt en/of heeft ze alleen betrekking op experimentele situaties (Heady, 1983). Daardoor geeft deze technische kennis niet de werkelijke stand van zaken op de agrarische bedrijven weer.
3. De Hessiaan H van f is de matrix met de tweede afgeleiden van f. Deze matrix is symmetrisch. Deze matrix H is negatief semidefiniet als voor iedere $x \neq 0$ geldt: $x'Hx \leq 0$. Deze conditie kan vertaald worden in eisen waaraan determinanten van submatrices van H moeten voldoen (Takayama, 1974: 117- 122).
4. Er is uitgegaan van één variabele input omdat in het empirische deel ook gewerkt wordt met één variabele input. Voor een uitbreiding van de theorie naar meerdere variabele inputs, zie Russell en Wilkinson (1979).
5. Voor pachters is de balanswaarde gebouwen onbekend. Bedrijven waarvan de verhouding output/pachtersinvesteringen groter is dan drie zijn daarom uit de steekproef verwijderd. Het getal drie is gebaseerd op het feit dat genoemde verhouding voor eigenaarsbedrijven altijd kleiner blijkt te zijn dan drie.
6. Dit is een belangrijke manier om het gebrek aan informatie bij empirisch onderzoek in de economie te ondervangen (Kapteyn, 1985: 6).
7. De translogproduktiefunctie is te beschouwen als een tweede orde benadering van de produktiefunctie uitgedrukt in logaritmen (Zweifel, 1978).
8. In de kwadratische en translogproduktiefuncties kan de samenhang tussen de vele verschillende variabelen groot zijn. Dit kan leiden tot onbetrouwbare schattingen van de coëfficiënten en/of grote standaardafwijkingen. Door het opleggen van een restrictie in de vorm van een marginaliteitsconditie wordt dit multicollineariteitsprobleem verkleind.
9. Veronderstellingen ten aanzien van de 'returns to scale', bias in de technische ontwikkeling en meting van kapitaalgoederen zijn noodzakelijk om technische ontwikkeling te kunnen meten op basis van een produktiviteitsindex (Dogramaci, 1983: 6-9; Belinfante, 1978: 152-157).
10. Deze prijzen zijn gebaseerd op een studie met bedrijfsgegevens. Het is de vraag of deze zonder meer getransformeerd kunnen worden naar het sectorniveau.

LITERATUUR

Anderson, R. en J. Thursby, 1986. Confidence intervals for elasticity estimators in translog models. *The Review of Economics and Statistics* 6: 647-656.

Anker, P. en P. Schmitz, 1987. *Environmental effects of price policies in Agriculture.* Paper presented at the 5th EAAE Congress, Hungary.

Ball, V., 1985. Output, input and productivity measurement in US agriculture 1948-79. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 475-486.

Belinfante, A., 1978. The Identification of Technical Change in the Electricity Generating Industry. In: M. Fuss and D. McFadden (ed.), *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications.* North Holland, Amsterdam.

Capallo, M. & M. Denny, 1986. Testing Long-Run Productivity Models for the Canadian and U.S. Agricultural Sector. *American Journal of Agricultural Economics*: 615-625.

Colman, D., 1983. A Review of the Arts of Supply Response Analysis. *Review of Marketing and Agricultural Economics* 51: 201-230.

Christensen, L. et al., 1973. Transcendental logarithmic production frontiers. *The Review of Economics and Statistics* 55: 28-45.

Cramer, J., 1969. *Empirical Econometrics.* North Holland, Amsterdam.

Deaton, A. and J. Muellbauer, 1980. *Economics and Consumer Behavior.* Cambridge University Press, Cambridge.

Denny, M. & J. May, 1978. Homotheticity and Real Value-Added in Canadian Manufacturing. In: M. Fuss and D. McFadden (ed.). *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications.* Volume 2: 53-70, North Holland, Amsterdam.

Diewert, W., 1976. Exact and Superlative Index Numbers. *Journal of Econometrics*, 4: 115-145.

Diewert, W., 1978. Hicks' Aggregation Theorem and the Existence of a Real Value-Added Function. In: M. Fuss and D. McFadden (ed.). *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications.* Volume 2: 17-52, North Holland, Amsterdam.

Dogramaci, A. (ed.), 1983. *Developments in Econometric Analysis of Productivity: Measurement and Modeling Issues.* Kluwer- Nijhoff, Boston.

Elhorst, J., 1986a. *Een schatting van de produktiefunctie en de winstfunctie voor de landbouw in Nederland.* Landbouw-Economisch Instituut, onderzoekverslag 25, Den Haag.

Elhorst, J., 1986b. De winstfunctie als alternatief voor de produktiefunctie. *Tijdschrift voor sociaal wetenschappelijk onderzoek van de landbouw* 3: 273-284.

Elhorst, J., 1987. *De investeringen in kapitaalgoederen en het financieringsvraagstuk in de Nederlandse landbouw.* LEI Onderzoekverslag 31, Den Haag.

Filius, A., 1977. *Enkele specificaties van de produktiefunctie voor de landbouw.* Instituut voor cultuurtechniek en waterhuishouding, nota 970, Wageningen.

Genugten, B. van der, 1976. *Waarschijnlijkheidsrekening en Mathematische Statistiek.* Collegedictaten, Tilburg.

Heady, E., 1983. *Livestock Resonse Functions.* Ames, Iowa.

Heertje, A., 1973. *Economie en technische ontwikkeling.* Stenfert Kroese, Leiden.

Heuvel, P. van den, 1984. Produktiefuncties met een technische grondslag. In: Verheyen, P. e.a. *De praktijk van de econometrie.* Stenfert Kroese, Leiden.

Higgins, J., 1986. Input demand and output supply on Irish Farms - A micro-economic approach. *European Review of Agricultural Economics* 13: 477-493.

Hoogh, J. de, 1967. *Enkele beschouwingen over de economische organisatie van de landbouwproduktie.* Openbare les, Amsterdam.

Huisman, S., 1983. *Conjunctuur- en structuurtheorie, deel 2: De dynamische aspecten van het produktieproces.* Wolters-Noordhoff, Groningen.

Judge, G. et al., 1980. *The theory and practice of econometrics.* John Wiley, New York.

Judge, G. et al., 1982. *The introduction to the theory and practice of econometrics.* John Wiley, New York.

Kapteyn, A., 1985. *Onzekerheden in prognoses van werkloosheid.* Studies Staathuishoudkunde, Wageningen.

Kapteyn, A. en T. Wansbeek, 1978. Beter meten en voorspellen met behulp van panelgegevens. *Economisch Statistische Berichten*: 43-47.

Kapteyn, A. and T. Wansbeek, 1984. Estimation of the error components model with incomplete panels. *Journal of Econometrics* (forthcoming).

Kleiman, E., N. Halevi & D. Levhari, 1966. The Relationship between two Measures of Total Productivity. *The Review of Economics and Statistics* 48: 345-347.

Kuroda, Y., 1987. The production structure and demand for labor in postwar Japanese agriculture, 1952-82. *American Journal of Agricultural Economics* 69: 328-337.

Lee, J., 1983. The Measurement and Sources of Technological Change Biases, with an Application to Postwar Japanese Agriculture. *Economica* 50: 159-173.

McKay, L. et al., 1982. Production flexibility and technical change in Australia's wheat-sheep zone. *Review of Marketing and Agricultural Economics* 50: 9-26.

Nadiri, M., 1970. Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity: A Survey. *Journal of Economic Literature*: 1137-1177.

Nadiri, M., 1982. Producers Theory. In: Arrow, K. and Intrilligator, M. (ed.). *Handbook of Mathematical Economics.* North Holland, Amsterdam.

Noort, P. van den, 1968. *Position, Shift and Shape of the Production Function of U.S. Agriculture, 1910-1965.* Michigan State University.

Odink, J. en J. Schoorl, 1984. *Inleiding tot de micro-economie.* Wolters-Noordhoff, Groningen.

Oskam, A., 1973. *Weerindices voor econometrische modellen.* Wageningen (niet gepubliceerd).

Oskam, A. and E. Osinga, 1982. Analysis of Demand and Supply in the Dairy Sector of the Netherlands. *European Review of Agricultural Economics* 9: 365-413.

Oskam, A., 1984. *Macro-economische gegevens van de Nederlandse landbouw.* Wageningen (niet gepubliceerd).

Oskam, A., 1986. *WAS model.* Wageningse economische studies 1, Wageningen.

Oskam, A., S.Reinhard en G. Thijssen, 1988. *Wageningen Agricultural Sector model-2.* Research Papers 4, Wageningen.

Oskam, A. en G. Thijssen, 1985. *Kapitaal in de landbouw.* Wageningen.

Philips, L, 1974. *Applied Consumption Analysis.* North Holland, Amsterdam.

Quiggin, J. and A. Bui-Lan, 1984. The use of cross-sectional estimates of profit functions for tests of relative efficiency: a critical review. *Australian Journal of Agricultural Economics* 28: 44-55.

Rao, C., 1973. *Linear statistical inference and its applications.* Wiley, New York.

Russel, R. and M. Wilkinson, 1978. *Microeconomics, a synthesis of modern and neoclassical theory.* John Wiley, New York.

Schäfer, A., 1985. Frontier functions and efficiency measurement of dairy farms. *European Review of Agricultural Economics* 12: 135.

Takayama, A., 1974. *Mathematical Economics.* The Dryden Press, Illinois.

Tangermann, S., 1974. Ein ökonomisches Modell für den Agrarsector der Bundesrepublik Deutschland. *Agrarwirtschaft* 22: 285-295.

Thijssen, G., 1986. *Produktiefunctie: theorie en empirie.* Wageningen.

Thijssen, G., 1987a. *Meten van technische ontwikkeling.* Research papers 5, Wageningen.

Thijssen, G., 1987b. Produktie- en investeringsgedrag in de rundveehouderij. *Tijdschrift voor sociaal wetenschappelijk onderzoek van de landbouw* 2: 27-47.

Thijssen, G., 1988. Labour use and production decisions on family farms. *European Review of Agricultural Economics* 15: 67-78.

Thomson, K., 1977. *A general description of the Newcastle micro economic supply model.*

Varian, H., 1984. *Microeconomic Analysis.* Norton, New York.

Yotopoulos, P. and J. Nugent, 1976. *Economics of Development.* Harper, New York.

Wallis, K., 1079. *Topics in Applied Econometrics.* Basil Blackwell, Oxford.

Zweifel, P., 1978. Die Translog Näherung einer beleibigen Transformationskurve. *Jahrbuch fur Nationalökonomie und Statistik* 193: 450-472.

Appendix A

Vergelijking van de indices van Solow en Kendrick

Uitgaande van een Cobb Douglas produktiefunctie geeft bij kleine veranderingen de index van Solow de juiste technische ontwikkeling aan en geeft de index van Kendrick een goede benadering. Bij wat grotere veranderingen van de produktieomvang en produktiefactoren geeft de index van Kendrick waarschijnlijk een betere omvang van de technische ontwikkeling aan (Kleiman et al., 1966).

$$\text{Index van Solow:} \quad \frac{\Delta a}{a_o} = \frac{\Delta q - \left(\frac{\partial q_o}{\partial l_o}\Delta l + \frac{\partial q_o}{\partial k_o}\Delta k\right)}{q_o}$$

De produktiviteitsstijging is het verschil tussen feitelijke produktiestijging en de te verwachten produktiestijging op grond van een veranderde inzet van de produktiefactoren, (de tweede term in de teller en gebruikmakend van de stelling van Euler), gerelateerd aan de oorspronkelijke produktieomvang.

$$\text{Index van Kendrick:} \quad \frac{\Delta a}{a_o} = \frac{q_1 / q_o}{\alpha_o \frac{l_1}{l_o} + \beta_o \frac{k_1}{k_o}} - 1$$

$$= \frac{\frac{q_1 - q_o}{q_o} - \left(\alpha_o \frac{l_1 - l_o}{l_o} + \beta_o \frac{k_1 - k_o}{k_o}\right)}{\alpha_o \frac{l_1}{l_o} + \beta_o \frac{k_1}{k_o}}$$

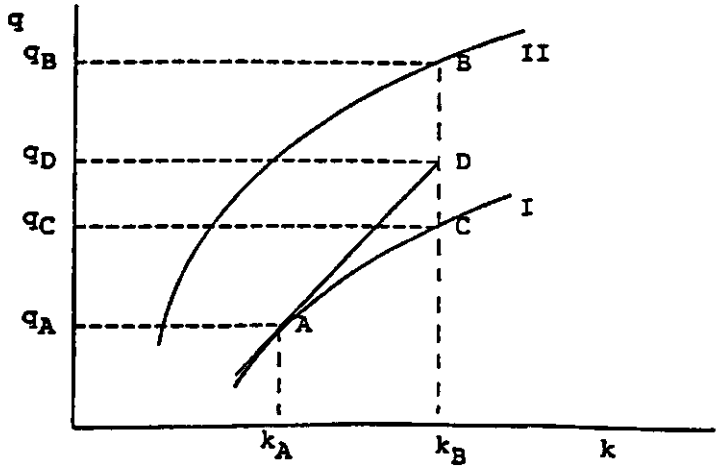
$$= \frac{\Delta q - \left(\frac{\partial q_o}{\partial l_o}\Delta l + \frac{\partial q_o}{\partial k_o}\Delta k\right)}{\frac{\partial q_o}{\partial l_o} l_1 + \frac{\partial q_o}{\partial k_o} k_1}$$

De eerste gelijkheid volgt uit het lineair homogeen zijn van de produktiefunctie en de tweede gelijkheid uit:

$$\frac{\partial q}{\partial l} = \alpha \frac{q}{l} \quad \text{en} \quad \frac{\partial q}{\partial k} = \beta \frac{q}{k}$$

De produktiviteitsindex is qua teller hetzelfde als de index van Solow. Dit residu is nu echter gerelateerd aan de te verwachten stijging van de output als gevolg van de inputs in de nieuwe situatie. De index van Kendrick is een betere benadering van de werkelijke produktiviteitsstijging dan de index van Solow; de laatste geeft een overschatting. Uitgaande van een produktiefunctie met één input kan dit met een figuur worden geïllustreerd.

Figuur Verschuiving van produktiefunctie met één input.



Als gevolg van Hicks neutrale technische ontwikkeling verschuift de produktiefunctie van I naar II. De juiste index voor de produktiviteitsstijging is:

$$\frac{q_B - q_C}{q_C}$$

Omdat geldt: $\Delta q = q_B - q_A$ en $\frac{q_A}{k_A} = \frac{q_D - q_A}{k_B - k_A}$

zijn de indices te herschrijven tot:

$$\text{Solow:} \quad \frac{\Delta q - \frac{\partial q_A}{\partial k_A}\Delta k}{q_A} = \frac{q_B - q_A - \frac{q_D - q_A}{k_B - k_A}(k_B - k_A)}{q_A} = \frac{q_B - q_D}{q_A}$$

$$\text{Kendrick:} \quad \frac{\Delta q - \frac{\partial q_A}{\partial k_A}\Delta k}{\frac{\partial q_A}{\partial k_A} k_B} = \frac{q_B - q_D}{\frac{\partial q_C}{\partial k_B} k_B} = \frac{q_B - q_D}{q_C}$$

Bij de index van Kendrick is bij de eerste gelijkheid aangenomen dat:

$$\frac{\partial q_A}{\partial k_A} = \frac{q_C}{k_B}$$

en de tweede gelijkheid volgt uit de stelling van Euler.

Een vergelijking van beide indices met de juiste index toont aan dat de index van Solow de noemer onderschat en daarmee de technische ontwikkeling overschat.

Appendix B

Seperabiliteit

Veelal worden de vele inputs in het produktieproces geaggregeerd in groepen van inputs. De produktiefunctie wordt herschreven. Dit is toegestaan als de produktiefunctie seperabel is. Een produktiefunctie is seperabel dan en slechts dan als de marginale substitutievoet tussen twee variabelen van een groep onafhankelijk is van de waarde van een variabele in een andere groep (Philips, 1974: 67-69), dus als:

$$\frac{\partial \frac{f_k}{f_v}}{\partial g} = 0$$

Een voorbeeld:

$q = f(g, k, v) = f_1(g, f_2(k, v))$

waarbij: q = produktie
g = grond
k = kunstmest
v = voer

De produktiefunctie is seperabel in twee groepen: grond en toegeleverde goederen en diensten. Stel de volgende cijfers zijn gegeven:

I Uitgangssituatie	Grond	Kunstmest	Voer	Produktie
	10	20	30	1000
	10	10	40	1000
II Grond verdubbelt				
	20	20	30	1500
	20	10	40	1500
III Grond verdubbelt				
	20	20	30	1800
	20	10	40	1500

In geval II is de produktiefunctie seperabel, er geldt $f_2(20, 30) = f_2(10, 40)$. In geval III geldt niet dat de produktiefunctie seperabel is. Een produktiefunctie is seperabel als de twee kunstmest-voercombinaties dezelfde bijdrage aan de

produktie leveren onafhankelijk van de omvang van de hoeveelheid grond, ofwel de substitutie van kunstmest (20 - 10) voor voer (40 - 30) is onafhankelijk van de hoeveelheid grond.

Voor de functie f_2 wordt veelal een lineaire functie gekozen met de prijzen als gewichten. Door het gebruik van prijzen bij het bepalen van de inputomvang heeft de produktiefunctie niet langer een puur technisch karakter. (Heertje, 1973: 160).

Appendix C

Bepalen van varianties

Algemeen[1)]

Stel $\quad \underline{y}_t = \beta' x_t + \underline{e}_t \ , \ t=1...n$

waarbij: $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \ldots$ onafhankelijk en identiek verdeeld zijn,

$x_t \in R_k \ , \quad E\{\underline{e}_t\} = 0 \ , \ Cov\{\underline{e}_t, \underline{e}_s\} = \delta_{ts}\sigma^2$

Mits x_t aan bepaalde voorwaarden voldoet geldt dat:

(1) $\underline{b}_n \xrightarrow{P} \beta \ , \quad n \longrightarrow \infty \quad$ (waarbij $\underline{b}_n = (X_n' X_n)^{-1} X'_n \underline{y}_n$)

(2) $\hat{\underline{\sigma}}^2_n \xrightarrow{P} \sigma^2 \ , \ n \longrightarrow \infty \quad$ (waarbij $\hat{\underline{\sigma}}^2_n$ is het gecorrigeerde residu)

Beide schatters zijn dus consistent (asymptotisch raak).

Tevens geldt dat:

(3) $\quad (\underline{b}_n - \beta) \xrightarrow{L} N_k(0, \sigma^2 (X'X)^{-1}), \quad n \longrightarrow \infty$

Als f in β continue partiële afgeleiden bezit, dan geldt:

(4) $\quad (f(\underline{b}_n) - f(\beta)) \xrightarrow{L} N_m(0, f'(\beta)[\sigma^2 (X'X)^{-1}](f'-(\beta))')$

---

1) Van der Genugten (1976), Rao (1973: 382-398)

Variantie produktie-elasticiteit

De produktie-elasticiteit is de som van variabelen die convergeren naar de normale verdeling en convergeert daarom ook naar de normale verdeling. De variantie van de produktie-elasticiteit is op grond van (4):

$$(\partial e/\partial c)\ \Sigma\ (\partial e/\partial c)'$$

waarbij c een vector is van de coëfficiënten van de produktiefunctie en Σ is de covariantiematrix van deze coëfficiënten. Deze standaardafwijking is gebaseerd op de asymptotische verdeling van de schatter van de elasticiteit. De eindige verdeling van deze schatter is veel moeilijker te bepalen (Anderson en Thursby, 1986).

De variantie van de substitutie-elasticiteit wordt op dezelfde wijze bepaald.

Variantie indirect effect

Het indirect effect is het produkt van de produktie-elasticiteit van toegeleverde goederen en diensten en de elasticiteiten van de variabelen in de vraagfunctie. De produktie-elasticiteit is de som van variabelen die convergeren naar de normale verdeling en convergeert daarom ook zelf naar de normale verdeling. Dit geldt ook voor de elasticiteiten van de vraagfunctie. Stel dat beide onafhankelijk zijn dan geldt, waarbij $\underline{v}$ een elasticiteit is van de vraagfunctie en $\underline{t}$ de produktie-elasticiteit:

$$\begin{bmatrix}\underline{v}\\ \underline{t}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}v\\ t\end{bmatrix} \xrightarrow{L} N_2\left[\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\sigma^2_{\underline{v}} & 0\\ 0 & \sigma^2_{\underline{t}}\end{bmatrix}\right], \quad n \longrightarrow \infty$$

Voor het produkt $\underline{v}\,\underline{t}$ geldt op grond van (4):

$$(\underline{vt} - vt) \xrightarrow{L} N\ (0,\ t^2\sigma^2_{\underline{v}} + v^2\sigma^2_{\underline{t}}), \quad n \longrightarrow \infty$$

Op basis hiervan en (1) en (2) is $\underline{t}^2\,\hat{\underline{\sigma}}^2_{\underline{v}} + \underline{v}^2\,\hat{\underline{\sigma}}^2_{\underline{t}}$ een consistente schatter voor de variantie van $\underline{v}\,\underline{t}$, en $\underline{v}\,\underline{t}$ is een consistente schatter voor vt.

Symmetrie

Omdat de vraag- en aanbodfunctie zijn geschat met Seemingly Unrelated Regression geldt op grond van (3):

$$\begin{bmatrix} \underline{a}_0 \\ \underline{b}_0 \\ \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \\ \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_{nn} \\ \underline{c}_0 \\ \underline{d}_0 \\ \underline{d}_1 \\ \underline{d}_2 \\ \underline{c}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{c}_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{nn} \\ c_0 \\ d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ c_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{nn} \end{bmatrix} \xrightarrow{L} N_m (0, \Sigma) \quad n \longrightarrow \infty$$

De functie f bij (4) is nu de symmetrierestrictie. De symmetrierestrictie luidt:

$$f(\beta) = \log (-b_2) + \log d_1 - \log r + \log p + a_0 + b_0 t +$$

$$b_1 \log p + b_2 \log r + \sum_{i=1}^{n} a_i \log z_i +$$

$$\tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log z_i \log z_j - c_0 - d_0 t - d_1 \log p -$$

$$d_2 \log r - \sum_{i=1}^{n} c_i \log z_i - \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \log z_i \log z_j$$

De afgeleide van de functie f is:

$$f'(\beta) = \left(1,\ t,\ \log p,\ \frac{1}{b_2} + \log r,\ \log z_i,\ \log z_i \log z_j,\right.$$
$$\left. -1,\ t,\ \frac{1}{d_1} - \log p,\ -\log r,\ -\log z_i,\ -\log z_i \log z_j \right)$$

Met behulp van de afgeleide van f en met Σ kan op grond van (4) de variantie van de waarde van f worden bepaald; deze is:

$$f'(\beta)\ \Sigma\ (f'(\beta))'$$

Een consistente schatter voor deze variantie is:

$$f'(\underline{b})\ \ \hat{\underline{\Sigma}}\ (f'(\underline{b}))'$$

Een consistente schatter voor $f(\beta)$ is $f(\underline{b})$.

De functie f en ook de afgeleide van f zijn berekend voor het gemiddelde bedrijf.

Appendix D

Fixed effects model met incomplete panels

Bij vele onderzoeksvragen in de agrarische economie wordt gebruik gemaakt van de gegevens van de LEI steekproefbedrijven (Elhorst, 1987; Thijssen, 1987). Deze gegevens vormen een incompleet panel omdat de bedrijven meerdere jaren, maar niet alle jaren, in de steekproef zijn opgenomen. Met behulp van deze paneldata zijn al vele regressie-analyses uitgevoerd. Hierbij is aangenomen dat voor alle bedrijven dezelfde functie opgaat. Bij schattingen met een fixed effects model wordt deze aanname verzacht. Er wordt aangenomen dat de constante varieert over de bedrijven (Judge, 1980: 328-332).

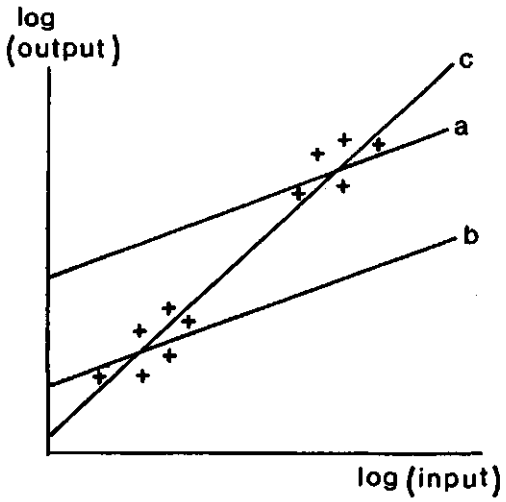
Een voorbeeld kan dit verduidelijken (ontleend aan Kapteyn en Wansbeek, 1978). Stel voor de melkveehouderij wordt met paneldata de volgende produktiefunctie geschat:

$$y_{ht} = \tau_h + \alpha\, a_{ht} + \beta\, k_{ht} + u_{ht} \qquad (1)$$

waarbij: y = log produktie
a = log arbeid
k = log kapitaal
α,β,τ = parameters
h = bedrijf h
t = jaar t
u = storingsterm (ongecorreleerd)

De parameters α en β worden constant verondersteld over alle bedrijven en de tijd. De constante τ kan variëren over de bedrijven en geeft uitdrukking aan verschillen tussen bedrijven die niet voortkomen uit verschillen in arbeid en kapitaal. De constante kan bijvoorbeeld verschillen in kwaliteit van arbeid en grond vertegenwoordigen. Als wordt verondersteld, zoals gebruikelijk, dat de constante τ niet variëert over de bedrijven wordt het effect van de bedrijfsgrootte op de produktieomvang overschat, omdat naar alle waarschijnlijkheid de 'goede' bedrijfsleider geneigd is relatief veel kapitaal en arbeid in te zetten. Figuur 1 kan dit illustreren (Yotopoulos, Nugent, 1976: 78-79). Lijn c resulteert als de produktiefunctie wordt geschat met één constante term. a en b resulteren bij een functie waarbij de constante variëert over de bedrijven. De bovenste lijn geeft de functie voor een 'goede' melkveehouder, de onderste voor een 'slechte'. De hellingshoek van lijn c (de parameters α en β) is hoger dan van lijn a.

Figuur Management bias



De functievorm waarbij de constante verschilt per bedrijf (bijvoorbeeld vergelijking 1) kan met OLS worden geschat. Deze procedure levert consistente en zuivere schatters voor de coëfficiënten, uitgaande van ongecorreleerdheid van de storingen. Hierbij wordt uitgegaan dat de constante per bedrijf een vaste parameter is. Een andere mogelijkheid is om de constante te zien als een kansgrootte en dus als onderdeel van de storingsterm. Deze methode staat bekend als het 'error-components' model. Deze methode is in deze studie minder relevant omdat deze methode alleen is toegestaan als de verklarende variabelen en de niet-meetbare variabelen ongecorreleerd zijn.

Een functievorm waarbij per bedrijf een constante is opgenomen kan niet expliciet geschat worden, omdat het aantal verschillende bedrijven in de hier gehanteerde steekproef groot is. Echter OLS op een getransformeerd model leidt tot dezelfde schattingen voor de parameters. Stel de modelspecificatie is:

$$y_{ht} = \tau_h + \sum_{k=2}^{k} \alpha_k x_{kht} + u_{ht} \qquad (2)$$

waarbij: h = bedrijf (1 ..... H)
t = jaar (1 ..... T)
τ = fixed effect
u = storingsterm, ongecorreleerd
k = aantal verklarende variabelen

Het getransformeerde model luidt:

$$y_{ht} - y_{h.} = \sum_{k=2}^{k} \alpha_k (x_{kht} - x_{kh.}) + u_{ht} \qquad (3)$$

waarbij: $y_{h.}$ = gemiddelde y_{ht} voor bedrijf h
$X_{kh.}$ = gemiddelde X_{kht} voor bedrijf h.

OLS op dit getransformeerde model leidt bij een compleet panel (Judge, 1980: 330) maar ook bij een incompleet panel (Kapteyn en Wansbeek, 1984) tot dezelfde schattingen voor α_k als bij vergelijking (2). De standaardafwijkingen moeten echter worden gecorrigeerd voor het aantal vrijheidsgraden.

N is het aantal waarnemingen en sd de standaardafwijking, 'corr' is gecorrigeerd:

$$\text{waarbij: } sd_{corr} = \left[\frac{N-K}{N-H-K} \right]^{0.5} sd$$

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

De error sum of squares (SSE) is bij het getransformeerde model (3) hetzelfde als bij (2). De total sum of squares is bij (3) uiteraard verschillend van (2). Om R^2 te bepalen moet de SST van de niet-getransformeerde te verklaren variabele worden gebruikt. Daarnaast is het mogelijk om te werken met de adjusted R^2. Dan moet uiteraard rekening worden gehouden met het verlies aan vrijheidsgraden.