EEN ORIËNTEREND ONDERZOEK NAAR DE NAUWKEURIGHEID VAN DE OPSTANDSMASSABEPALING VOLGENS DE METHODE VAN HOHENADL

[524.1 : 524.34]

door

A. VAN LAAR

VOORWOORD VAN DE REDACTIE.

Bij het verzamelen van statistische gegevens, ongeacht het gebied waarop men zich daarbij beweegt, moet men steeds de nauwkeurigheid van de uitkomsten en de omvang van het werk tegen elkaar afwegen. Met de kennis van de waarschijnlijkheidsleer kan men het verband tussen nauwkeurigheid en de omvang van het waarnemingsmateriaal bepalen. Aldus komt men tot het bij ieder onderzoek gebruikelijke compromis tussen de graad van verfijning en de hiervoor benodigde inspanning. Elke onderzoeker maakt zo voor zichzelf de ligging van het punt uit, waarbij een verdere perfectie niet meer opweegt tegen het meerdere werk, dat deze verfijning met zich mee zou brengen.

Is het mogelijk de gewenste inlichtingen op verschillende wijzen te verkrijgen, dan kan men door een vergelijkend onderzoek nagaan, volgens welke methode het beoogde doel met de minste inspanning kan worden bereikt. Of, anders te werk gaande, kan men de bestede arbeid gelijk houden en zien, welke werkwijze dan de nauwkeurigste uitkomsten oplevert.

De houtmeetkunde kent een welhaast onbeperkt aantal methodes om de inhoud van een opstand te benaderen. Dat hier een zo ruime keuze mogelijk is, vindt zijn oorzaak in de omstandigheid, dat bij deze inhoudsbepaling drie grootheden een belangrijke rol spelen: de dikte, de hoogte en de vorm. Bij de meer nauwkeurige werkwijzen betrekt men van alle bomen de dikte in de berekening, doch bepaalt de hoogte gewoonlijk slechts van een beperkt aantal. Hetzelfde geldt, veelal in nog sterker mate, voor de vorm.

De in de literatuur bekende werkwijzen voor de bepaling van de inhoud van een opstand verschillen hoofdzakelijk in de keuze van de bomen, waaraan men hoogtemetingen verricht en die, waarvan men vormgetallen bepaalt. Onder deze neemt de werkwijze van Hohenadl een bijzondere plaats in. Hohenadl gebruikt zijn diktemetingen niet om daaruit het gezamenlijke en het gemiddelde grondvlak te berekenen, doch bepaalt eenvoudig het rekenkundige gemiddelde van alle diameters, alsmede de middelbare fout (standaardafwijking) van die rekenkundig gemiddelde diameter (d). Vervolgens berekent hij zijn zogenaamde d_-boom door de gevonden waarde voor $\bar{d}$ te verminderen met de standaardafwijking, en zijn d_+-boom door de standaardafwijking bij de gemiddelde diameter op te tellen. Deze beide bomen, bekend als de „Hohenadl'schen Mittelstämme" vormen het uitgangspunt voor de hoogtemetingen, de bepaling van vormgetallen en de berekening van de inhoud van de gehele opstand.

Het is een goede gedachte geweest van Ir A. van Laar om deze werkwijze, welke vooral in Zuid-Duitsland in korte tijd een hoge vlucht heeft genomen, aan enkele Nederlandse opstanden te toetsen en het verband tussen nauwkeurigheid en omvang van het cijfermateriaal bij de methode-Hohenadl te berekenen. Hiermede is de weg geopend, die leidt tot een vergelijkende beoordeling van de belangrijkste werkwijzen, die de houtmeetkunde tegenwoordig kent. De Nederlandse bosbouw zal ongetwijfeld met belangstelling hiernaar uitzien.

Inleiding.

Bij het opbrengst- en dunningsonderzoek streeft men naar een zo nauwkeurig mogelijke bepaling van de massa van de opstand en haar aanwas in een bepaalde periode. De bij dit onderzoek toe te passen methoden zijn te splitsen in twee principiëel van elkaar verschillende groepen:

I. Gebruik van massatafels, die op vereffende vormgetallen zijn gebaseerd.

II. Methoden, waarbij het vormgetal wordt ontleend aan modelbomen, die in de opstand geveld worden.

Hier te lande gebruikt men bij het onderzoek massatabellen, omdat de spreiding in de individuele vormgetallen een belangrijke foutenbron vormt, die een zuivere bepaling van de massa-aanwas sterk bemoeilijkt. In Duitsland hebben Hohenadl (1) en Krenn (2) een methode van massabepaling ontwikkeld, welke een belangrijke verbetering is van de bestaande modelstam-methoden. Reeds in 1947 heeft Stoffels (4) de rekenkundige grondslagen van deze methode belicht. Zijn in een opstand de diameters van de bomen $d_1, d_2, \ldots\ldots d_x$, de stamtallen per diametertrap $n_1, n_2, \ldots\ldots n_x$, dan is de rekenkundig gemiddelde diameter $\bar{d} = \frac{[n.d]}{N}$. De standaardafwijking van dit gemiddelde is $\Sigma = \sqrt{\frac{[n(d-\bar{d})^2]}{N}}$, waarbij $N = n_1 + n_2 + \ldots n_x$. Aan de twee bomen, die een bedrag, gelijk aan de standaardafwijking van het rekenkundige gemiddelde verschillen, worden de meetfactoren ontleend. De totale massa van de opstand is $V = \frac{v_- + v_+}{2} . N$. De massa van de twee middenstammen is $v = \frac{1}{4}\ \pi\, d^2_{1,3} . h . f$, waarbij f = borsthoogtevormgetal.

Hohenadl kubeert de gevelde modelstammen door meting in 5 secties van gelijke lengte, waarvan de middenvlakken dus op onderscheidenlijk 0,1 h, 0,3 h, 0,5 h, 0,7 h, en 0,9 h van de top af liggen, en splitst daarbij het borsthoogtevormgetal in twee componenten:

I. Het echte vormgetal $\lambda_{0,9}$, betrokken op $d_{0,9\,h}$ (0,9 h van boven af, of wel 0,1 h van onderen) als basisdiameter.

II. Het vormquotient[1]) $q = \frac{d_{1,3}}{d_{0,9}}$

Voor de inhoud van de stam leidt hij dan de volgende formule af:

$$v = \frac{1}{4}\pi d^2_{0,1} \cdot \frac{h}{5} + \frac{1}{4}\pi d^2_{0,3} \cdot \frac{h}{5} + \frac{1}{4}\pi d^2_{0,5} \cdot \frac{h}{5} + \frac{1}{4}\pi d^2_{0,7} \cdot \frac{h}{5} + \frac{1}{4}\pi d^2_{0,9} \cdot \frac{h}{5} =$$

$$\frac{1}{4}\pi\, d^2_{0,9} \cdot \frac{h}{5} \left(\frac{d^2_{0,1} + d^2_{0,3} + d^2_{0,5} + d^2_{0,7} + d^2_{0,9}}{d^2_{0,9}} \right)$$

De factor $\frac{1}{5}\left(\frac{d^2_{0,1} + d^2_{0,3} + d^2_{0,5} + d^2_{0,7} + d^2_{0,9}}{d^2_{0,9}} \right)$ is dan het echte vormgetal.

Dus: $v = \frac{1}{4}\pi\, d^2_{0,9} . h . \lambda_{0,9} = \frac{1}{4}\pi\, d^2_{1,3} . h . \frac{\lambda_{0,9}}{q^2} = g . h\ \frac{\lambda_{0,9}}{q^2}$

[1]) Ter onderscheiding van andere vormquotiënten ook wel genoemd: „vormquotient van de wortelaanloop".

In het door de afdeling Houtmeetkunde van het Instituut voor Bosbouwkundig Onderzoek ingestelde onderzoek naar de nauwkeurigheid van de massabepaling volgens de methode van Hohenadl zijn in totaal 16 grovedennenopstanden en 1 Douglasopstand betrokken. De grovedennenopstanden waren ten dele proefperken voor het dunningsonderzoek van het voormalige Rijksbosbouwproefstation. Ter oriëntatie volgt hier een overzicht van het basismateriaal:

Opstand	ligging	leeftijd	bon.	Opstand	ligging	leeftijd	bon.
1	Epe	16	2	10	Chaam	18	3
2	N. Soerel	25	2	11	Ede	55	3
3	Ede	30	3	12	Ede	35	3
4	Ede	30	3	13	Ede	17	
5	Uchelen	31	3	14	Ede	46	4
6	Breda	80	2	15	N. Soerel	35	2
7	Wageningen	95	5	16	Chaam	25	3
8	Ede	100	3	17	Esbeek	26	2
9	Chaam	105	3			(Douglas)	

In dit onderzoek zijn in beschouwing genomen:

A. De bepaling van het grondvlak.
B. De hoogtemeting.
C. De bepaling van het echte vormgetal.
D. De bepaling van het vormquotient.
E. De foutenvoortplanting.

A. DE BEPALING VAN HET GRONDVLAK.

De fout, welke hierbij ontstaat is te verwaarlozen.

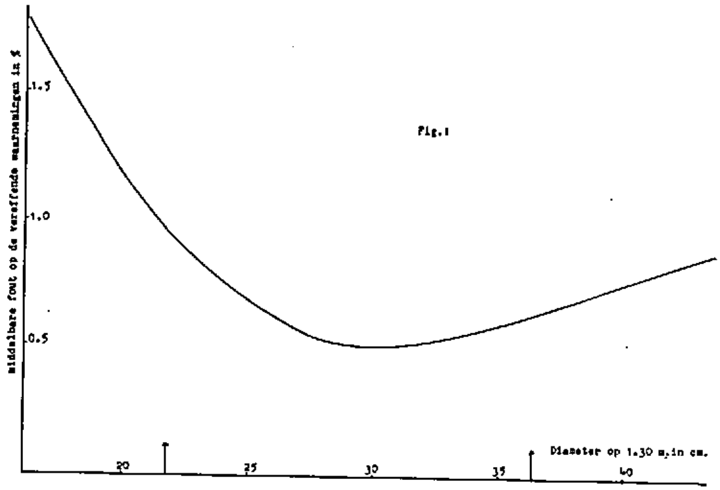
B. DE HOOGTEMETING.

De belangrijkste foutenbron bij de hoogtemeting is de van nature aanwezige spreiding van de hoogten om de hoogtelijn. De waarnemingsfout en de instrumentfout zijn, onder normale omstandigheden en bij gebruik van een goed instrument (Blume-Leiss) van ondergeschikt belang.

Teneinde de correlatie tussen de natuurlijke spreiding in de hoogtelijn enerzijds en de boniteit resp. de leeftijd anderzijds te bepalen, zijn van twaalf grovedennenopstanden van uiteenlopende leeftijd en boniteit de hoogtelijnen berekend. Het aantal waarnemingen, waaruit iedere hoogtelijn is opgebouwd, loopt uiteen van 70—175. Alle stammen zijn liggend gemeten, zodat verdere foutenbronnen zijn uitgeschakeld. Bij de rekenkundige bewerking is de vereffeningsfunctie van Näslund (3) toegepast:

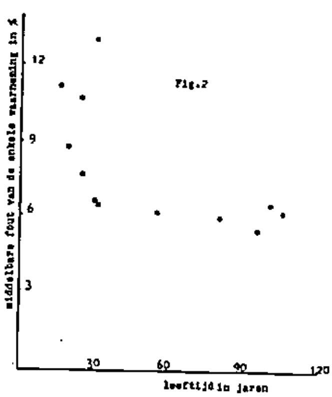
$y - 1{,}3 = \frac{x^2}{(a + b\,x)^2}$ waarin y = boomhoogte en x = diameter op borsthoogte. De middelbare fout van de vereffende waarnemingen is echter niet over de gehele hoogtelijn gelijk, maar vertoont een minimum voor het rekenkundige gemiddelde van de x-waarden. Zo krijgt men voor een 100-jarige opstand, waar 171 waarnemingen in de hoogtelijn zijn verwerkt, het volgende verband tussen de % middelbare fout en de borsthoogtediameter.

Teneinde de % middelbare fout te correleren met de leeftijd en de boniteit, zullen wij onze gedachte nog even bepalen op de fout in de



Verband tussen de % middelbare fout van de vereffende waarnemingen en de borsthoogtediameter. De pijlen geven de diameters van de middenstammen van Hohenadl aan. (Beziehung zwischen dem mittleren Fehler in % der ausgeglichenen Höhenwerte und dem Durchmesser der Hohenadl'schen Mittelstämme).

hoogte van de grondvlakmiddenstam. We krijgen dan het volgende verband tussen de % middelbare fout van de enkele waarneming en de leeftijd :



Verband tussen de % middelbare fout van gewicht 1 van de hoogte der grondvlakmiddenstam en de leeftijd.
(Beziehung zwischen dem % mittleren Fehler von Gewicht 1 der Höhe des Grundflächenmittelstammes und dem Alter).

Het aantal hoogtemetingen, vereist om een bepaalde nauwkeurigheid van de hoogtelijn te bereiken, is dus, voor opstanden, ouder dan 30 jaar, onafhankelijk van de leeftijd. Voor opstanden, jonger dan 30 jaar is het foutenbeeld onduidelijk, maar vaak is hier het aantal vereiste hoogtemetingen veel groter. Tussen de middelbare fout en de boniteit is geen enkel verband geconstateerd.

Voor 9 opstanden is voor de beide middenstammen van Hohenadl het aantal te verrichten waarnemingen berekend om aan een nauwkeurigheidseis van 1% te voldoen, en wel op twee manieren :

1) uitgaande van de middelbare fout in de berekende hoogtelijn,

2) uitgaande van de spreiding in de hoogten van 40 bomen, die een diameter hebben, welke gelijk is aan de diameter van de beide middenstammen, dus zonder berekening van de hoogtelijn.

In het eerste geval zijn verspreide hoogtemetingen verricht, in het tweede geval zijn van de diameter van de d_- stam en van de diameter van de d_+ stam ieder 20 hoogten gemeten. Het resultaat is in onderstaande tabel weergegeven.

Aantal te verrichten hoogtemetingen bij middelbare fout van 1 %.

Perk	leeftijd	met hoogtelijn			zonder hoogtelijn		
		d_-	d_+	tot.	d_-	d_+	tot.
1	16	511	175	686	90	139	229
2	25	196	84	280	66	38	104
3	30	153	62	215	77	43	120
4	30	484	292	776	225	156	381
5	31	202	76	278	29	69	98
6	80	142	66	208	48	35	83
7	95	229	94	323	59	66	125
8	100	159	70	229	20	41	61
9	105	123	57	180	56	30	86
				$\bar{n}=353$			$\bar{n}=143$

Conclusies :

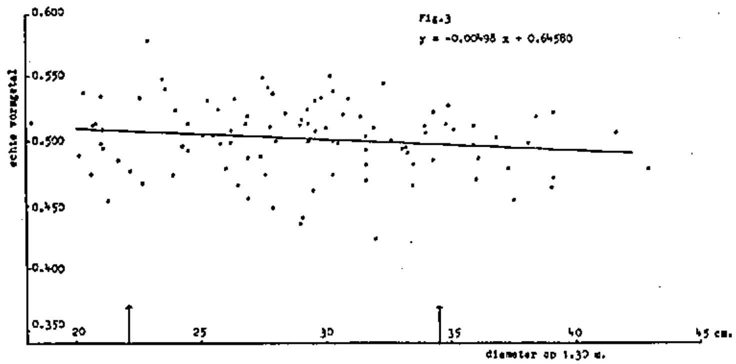
1) Bij de massabepaling volgens de methode van Hohenadl moet worden afgezien van het verrichten van hoogtemetingen verspreid over alle diametertrappen. De hoogtemetingen moeten worden beperkt tot de diametertrappen in de omgeving van de beide middenstammen. De hoogte van deze middenstammen wordt dan berekend door bepaling van de rekenkundige gemiddelden.

2) Bij een middelbare fout van 1% bedraagt het totaal aantal hoogtemetingen voor opstanden ouder dan 30 jaar ongeveer 100, voor jongere opstanden is dit aantal groter.

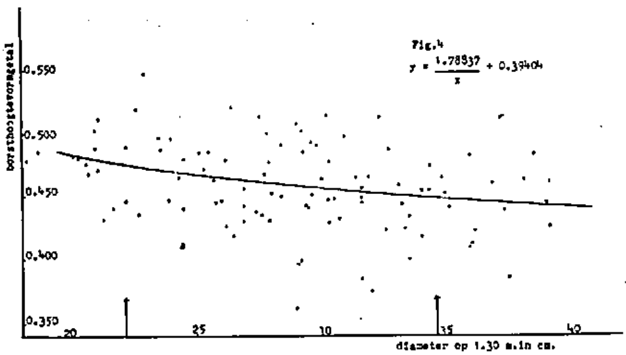
3) Daar bij gelijke procentuele fout in de massa de absolute waarde van die fout bij de d_+-stam groter is dan bij de d_--stam, moet het aantal hoogtemetingen verdeeld worden in evenredigheid met de massa van de beide middenstammen.

C. DE BEPALING VAN HET ECHTE VORMGETAL.

Het verband tussen de diameter en het borsthoogtevormgetal kan door een hyperbool worden weergegeven; tussen het echte vormgetal en de diameter bestaat wel is waar een rechtlijnig verband, maar deze correlatie is te verwaarlozen. Dit wordt nader toegelicht door onderstaande grafieken.



Opstand nr 6
Verband tussen het echte vormgetal en de diameter. De correlatiecoëfficiënt voor 72 f-waarden tussen d_- en d_+ bedraagt 0.128.
(Beziehung zwischen echter Formzahl und Durchmesser. Der Korrelationskoeffizient für 72 f-Werte zwischen d_- und d_+ beträgt 0.128).



Opstand nr 6
Verband tussen het borsthoogtevormgetal en de diameter. De correlatiecoëfficiënt voor 72 f-waarden tussen d_- en d_+ bedraagt 0.302.
(Beziehung zwischen Brusthöhenformzahl und Durchmesser. Der Korrelationskoeffizient für 72 f-Werte zwischen d_- und d_+ beträgt 0.302).

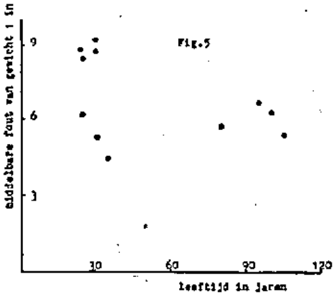
Het voordeel van het echte vormgetal is daarom, dat men bij de sectiemeting niet gebonden is aan bepaalde diametertrappen. Alle dunningsbomen met diameters tussen d_- en d_+ komen voor meting in aanmerking. Het belangrijkste argument echter, dat Krenn en Hohenadl aanvoeren voor de berekening van het echte vormgetal, is de veronderstelling, dat dit in de loop van een korte periode niet aan wijzigingen onderhevig is. Teneinde deze veronderstelling nader te onderzoeken, zijn van een 25-jarige Douglasopstand (nr 17), waarbij zowel in 1947 als in 1949 sectiemetingen zijn verricht, de echte en de onechte vormgetallen berekend met hun middelbare fouten. Dit heeft het volgende resultaat opgeleverd :

	1947		1949
f echt	= 0.470 ± 0.035	f echt	= 0.514 ± 0.038
f onecht	= 0.530 ± 0.032	f onecht	= 0.554 ± 0.026

Aangenomen is, dat de fout, welke bij de berekening van het onechte vormgetal gemaakt wordt, waarbij dus geen rekening is gehouden met het hyperbolisch karakter van de vormgetalcurve, te verwaarlozen is, op grond van de geringe correlatie met de diameter. Uit bovenstaande berekening blijkt bij beide soorten vormgetallen tussen de gemiddelden in 1947 en in 1949 geen betrouwbaar verschil te bestaan. De veronderstelling, dat men in de loop van een korte periode niet hetzelfde borsthoogte vormgetal, maar wel hetzelfde echte vormgetal kan aannemen, wordt door deze gegevens niet gerechtvaardigd. In het hier onderzochte geval althans bestaat tussen beide soorten vormgetal geen verschil.

Er is echter wel een ander belangrijk argument, dat pleit voor de bepaling van het echte vormgetal. Het borsthoogtevormgetal is afhankelijk van de boomhoogte. Men mag dit vormgetal derhalve slechts ontlenen aan bomen, die de — bij de betreffende diametertrap — meest waarschijnlijke hoogte bezitten. Dit betekent, dat bomen, die geheel buiten de hoogtelijn vallen, voor de sectiemeting moeten worden uitgeschakeld. Het echte vormgetal is evenwel onafhankelijk van de boomhoogte. Voor opstand nr 6, bestaande uit 101 bomen is zowel de correlatie tussen het echte vormgetal als het onechte vormgetal met de boomhoogte berekend. Voor de eerste correlatiecoëfficiënt is een waarde gevonden van 0.149, voor de tweede 0.332. De correlatie tussen het echte vormgetal en de boomhoogte is dus onbetrouwbaar. Samenvattend kunnen wij dus concluderen, dat elke boom tussen d_- en d_+ voor sectiemeting in aanmerking komt, terwijl bij elke opname opnieuw het vormgetal bepaald moet worden. Tenslotte noemt Krenn als voordeel van de meting in 5 secties de overweging, dat de nauwkeurigheid van de meting van elke boom dezelfde is, zulks in tegenstelling tot de meting in secties van 1 of 2 meter, waarbij de nauwkeurigheid van de meting immers evenredig is met de lengte der boom. Deze overweging verliest echter veel van haar waarde, indien men bedenkt, dat juist de zwaardere bomen het belangrijkste deel van de massa vormen. Een relatief meer nauwkeurige bepaling van de vormgetallen van deze stammen, welke automatisch plaats vindt bij meting in secties van 1 of 2 meter, kan daarom alleen van voordeel zijn.

Bij het onderzoek naar het aantal te meten modelbomen, ter bepaling van het vormgetal, is weer uitgegaan van een nauwkeurigheidseis van 1%. Tussen de % standaardafwijking van het rekenkundige gemiddelde en de leeftijd bestaat weer hetzelfde verband als bij de hoogtemeting.



Verband tussen de middelbare fout van gewicht 1 van het echte vormgetal en de leeftijd.
(Beziehung zwischen dem mittleren Fehler von Gewicht 1 der echten Formzahl und dem Alter).

Voor opstanden ouder dan 30 jaar is het vereiste aantal sectiemetingen ± 36, voor jongere opstanden is dit aantal 50—60.

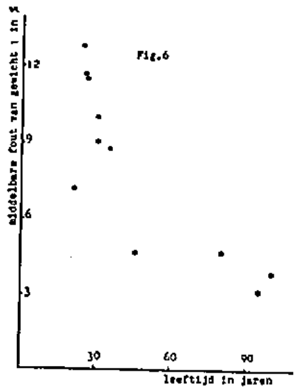
Dit aantal vindt men, door uit te gaan van de algemene formule

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

D. DE BEPALING VAN HET VORMQUOTIENT.

In de inleiding hebben wij gezien dat Hohenadl het vormquotiënt formuleert als $q = \dfrac{\text{diameter op 1,3 m.}}{\text{diameter op } {}^1/_{10} \text{ van de boomhoogte.}}$

Het verband tussen de factor q^2 en de diameter kan door een rechte lijn worden benaderd. Evenals bij de hoogtemeting is de % middelbare fout aan de uiteinden van de regressielijn groter dan in het midden. Het vormquotiënt moet daarom, evenals bij de hoogtemeting, voor de d_- en de d_+ stam gescheiden, aan een aantal staande modelbomen worden ontleend, zonder berekening van de regressielijn. De middelbare fout van het vormquotiënt is weer afhankelijk van de leeftijd.



Verband tussen de middelbare fout van gewicht 1 van het vormquotiënt en de leeftijd.
(Beziehung zwischen dem mittleren Fehler von Gewicht 1 des Formquotienten und dem Alter).

Op dezelfde wijze als bij het vormgetal, kan men berekenen, dat voor opstanden, ouder dan 30 jaar 50—60, voor jongere opstanden 100—200 metingen moeten worden verricht, om aan de nauwkeurigheidseis van 1 % te voldoen.

E. DE FOUTENVOORTPLANTING.

De massa van de opstand is $V = \frac{N}{2}(v_1 + v_2) = \frac{N}{2} \cdot f \cdot \left\{ \frac{g_{1,3-} \cdot h_-}{q_-^2} + \frac{g_{1,3+} \cdot h_+}{q_+^2} \right\}$

Stel $\frac{g_{1,3-} \cdot h_-}{q_-^2} = P_1$ en $\frac{g_{1,3+} \cdot h_+}{q_+^2} = P_2$ en $P = P_1 + P_2$

De totale fout in de massa is de resultante van 5 foutenbronnen, n.l. de onzekerheid van de factoren f, h_-, h_+, q_-^2 en q_+^2. Teneinde een indruk te krijgen van de fout in de massa, is deze fout, uitgaande van een foutenpercentage in alle foutenbronnen van 1 %, afgeleid uit de algemene formule voor de foutenvoortplanting. Daarbij is voor de correlatiecoëfficiënt resp. tussen h_- en q_-^2 en tussen h_+ en q_+^2 een waarde berekend van $\gamma = 0.665$. De correlatiecoëfficiënt γ' tussen P_1 en P_2 bedraagt 0.995, terwijl de correlatie tussen de factoren f en P te verwaarlozen is. Volgens de foutenvoortplanting krijgen wij dan :

$$\sigma^2{}_v = v^2 \left\{ \frac{\sigma^2{}_f}{f^2} + \frac{\sigma^2{}_P}{P^2} \right\}$$

$$\sigma^2{}_P = \sigma^2{}_{P_1} + 2\gamma' \sigma_{P_1} \sigma_{P_2} + \sigma^2{}_{P_2}$$

$$\sigma^2{}_{P_1} = P_1{}^2 \left\{ \frac{\sigma^2{}_{h_-}}{h_-^2} - \frac{2\gamma \cdot \sigma_{h_-} \cdot \sigma_{q^2_-}}{h_- \cdot q_-^2} + \frac{\sigma^2{}_{q^2_-}}{q_-^4} \right\}$$

$$\sigma^2{}_{P_2} = P_2{}^2 \left\{ \frac{\sigma^2{}_{h_+}}{h_+^2} - \frac{2\gamma \cdot \sigma_{h_+} \cdot \sigma_{q^2_+}}{h_+ \cdot q_+^2} + \frac{\sigma^2{}_{q^2_+}}{q_+^4} \right\}$$

Deze formules echter kunnen, indien men steeds uitgaat van een fout van 1 % aanmerkelijk vereenvoudigd worden. Men krijgt dan :

$$\sigma^2{}_{P_1} = P_1{}^2 \cdot \frac{2}{10^4}(1-\gamma)$$

$$\sigma^2{}_{P_2} = P_2{}^2 \cdot \frac{2}{10^4}(1-\gamma)$$

$$\sigma^2{}_P = P_1{}^2 \cdot \frac{2}{10^4}(1-\gamma) + 2\gamma' P_1 P_2 \cdot \frac{2}{10^4}(1-\gamma) + P_2{}^2 \cdot \frac{2}{10^4}(1-\gamma)$$

$$= \frac{2}{10^4}(1-\gamma) \left\{ P_1{}^2 + 2\gamma' P_1 P_2 + P_2{}^2 \right\}$$

$$\sigma^2{}_v = v^2 \left\{ \frac{1}{10^4} + \frac{2}{10^4}(1-\gamma) \; (P_1{}^2 + 2\gamma' P_1 P_2 + P_2{}^2) \right\}$$

Indien wij nu nog een verdere vereenvoudiging toepassen en de correlatiecoëfficiënt γ' van 0.995 gelijk 1.000 stellen, wordt de procentische fout in de massa $P_v = 100 \times \sqrt{\frac{\sigma^2{}_v}{v^2}} = \sqrt{\frac{1}{10^4} + \frac{2}{10^4}(1-\gamma)}$

Deze procentische fout is dus slechts afhankelijk van de correlatie tussen hoogte en vormquotiënt. Bij de berekende correlatiecoëfficiënt van 0.665 bedraagt de eindfout in de massa 1.3%. Indien men in aanmerking neemt, dat hier 5 foutenbronnen in het spel zijn, is dit resultaat als zeer bevredigend te beschouwen.

Vergelijking tussen de methode van Hohenadl en de massatafelmethode.

Bij het onderzoek naar de nauwkeurigheid van de methode Hohenadl zijn wij tot de conclusie gekomen, dat deze werkwijze een belangrijke verbetering betekent van de bestaande modelstammethoden. Indien wij echter een vergelijking maken met de nauwkeurigheid van de berekening met behulp van massatabellen, wordt de keuze moeilijker. Bij het opbrengst- en dunningsonderzoek is immers niet alleen de nauwkeurigheid van de opstandsmassa van belang, maar ook de nauwkeurigheid van de aanwasbepaling. Vooral bij het dunningsonderzoek, waarbij het effect van verschillende dunningsgraden in beschouwing wordt genomen, staat de bepaling van de aanwas op de voorgrond. Hierbij treedt het verschil tussen modelstammethoden enerzijds, massatafel- en tariefmethoden anderzijds, het duidelijkst aan het daglicht. Men kan dit het best duidelijk maken met een practisch voorbeeld, waarbij uitgegaan wordt van een opstand met een inhoud van 100 m^3 per ha, terwijl de massa na 3 jaar 130 m^3 per ha is. Bij de methode van Hohenadl is, uitgaande van een middelbare fout van 1.3%, de absolute waarde van deze fout bij de eerste opname 1.3 m^3, bij de tweede opname 1.7 m^3. De middelbare fout in de aanwas is dus $\sqrt{1.3^2 + 1.7^2}$ m^3 = 2.14 m^3 = 7.1%. De procentische fout in de aanwas is dus veel groter dan de procentische fout in de massa.

Bij toepassing van massatabellen moet men twee foutenbronnen onderscheiden:

1) de fout in de tabel. Bij de samenstelling van massatabellen worden de vormgetallen of vormquotiënten volgens een bepaalde werkwijze vereffend. Het vormgetal van een opstand kan in meerdere of mindere mate van deze gemiddelde waarde afwijken, afhankelijk o.m. van de groeiplaats en bosbehandeling. Een positieve, resp. negatieve fout in de massa zal dan echter bij de volgende opname weer positief, resp. negatief zijn en ongeveer dezelfde procentische waarde hebben. Immers, voor een bepaalde diametertrap wordt bij beide opnamen hetzelfde vormgetal aangenomen. Deze fout, die zich dus niet voortplant, maar constant blijft, bedraagt gemiddeld 5 % en heeft dezelfde waarde voor de opstandsmassa als voor de aanwas.

2) de fout, ontstaan door de hoogtemeting. Teneinde een indruk te krijgen van de fout in de massa, ontstaan door het foutencomplex in de hoogtemeting, is een benaderingsmethode gevolgd. De opstanden nr. 4 en 9, waarin resp. 275 en 150 hoogtemetingen waren verricht, zijn daartoe als basismateriaal gekozen. Deze waarnemingen zijn, voor iedere opstand afzonderlijk, ingedeeld in groepen van 25 bomen, waarna de puntenzwerm van iedere groep grafisch vereffend is. Op deze wijze verkrijgt men resp. 11 en 6 hoogtelijnen, die gebruikt kunnen worden voor de massaberekening, waardoor dus verschillende waarden voor de opstandsmassa worden gevonden.

De middelbare fout van de enkele waarneming bedraagt voor genoemde opstanden resp. 1,6 % en 2,4 %, gemiddeld 2 %. Indien men uitgaat van een groep van 50 bomen kan deze middelbare fout derhalve berekend worden op 1.4 %. Deze waarde is echter te hoog, omdat een vereffening van 50 waarnemingen relatief betere resultaten geeft dan in feite is berekend. Een fout van 1 % zal meer met de werkelijkheid overeenkomen. In ons practische voorbeeld is de absolute waarde van deze fout voor beide opnamen resp. 1 m^3 en 1.3 m^3. De middelbare fout in de aanwas is dus 7.3 %. Ten opzichte van de nauwkeurigheid van de aanwasbepaling bestaat dus tussen de methode van Hohenadl en de massatafel geen belangrijk verschil. Bij het dunningsonderzoek zal men derhalve van massatafels gebruik kunnen maken.

Geheel anders liggen de verhoudingen bij die objecten van onderzoek, waarbij grote waarde moet worden toegekend aan de nauwkeurigheid van de massa. In dit geval is het mogelijk om bij de methode van Hohenadl een fout van 1.3 % niet te overschrijden, in tegenstelling met de massatafel die een fout geeft van $\sqrt{5^2 + 1^2}$ = 5.1 %. Hierbij is dus de nauwkeurigheid van de methode van Hohenadl het viervoudige van de nauwkeurigheid van de massatafel.

CONCLUSIES.

1) Bij de methode van Hohenadl worden de metingen geconcentreerd op de twee middenstammen, die de standaardafwijking verschillen van het rekenkundige gemiddelde van de diameters. Vergeleken met andere modelstammethoden kan daarom in hetzelfde tijdsbestek een grotere nauwkeurigheid bereikt worden.
2) Bij een middelbare fout in de resp. hoogten en vormquotiënten der middenstammen en in het echte vormgetal van 1 %, is de middelbare fout in de massa 1.3 %. Deze nauwkeurigheid kan voor opstanden, ouder dan 30 jaar worden bereikt door in totaal 100 hoogtemetingen te verrichten, 36 sectiemetingen en 50—60 metingen voor het vormquotiënt.
3) In verband met de tijdrovende werkzaamheden, die aan deze methode verbonden zijn, verdient zij geen aanbeveling voor het dunningsonderzoek.
4) Bij objecten van onderzoek, waarbij de nauwkeurigheid van de massabepaling op de voorgrond treedt, geeft deze methode betere resultaten dan andere modelstammethoden en massatafels.

ZUSAMMENFASSUNG.

Uber die Genauigkeit der Bestandesmassenberechnung nach dem Verfahren von Hohenadl.

Die Bestandesmassenermittlung mit Hilfe der Mittelstämme von Hohenadl hat sich ergeben als eine bedeutende Verbesserung der bestehenden Probestammverfahren. Zweck der vorliegenden Untersuchung, ausgeführt vornehmlich in Föhrenbeständen, ist eine Berechnung der notwendigen Anzahl von Messungen um eine befriedigende Genauigkeit zu erreichen.

Die Aufnahmeergebnisse der Höhenmessungen von elf Beständen sind ausgeführt nach der Ausgleichungsfunktion von Näslund: $y-1{,}3 = \frac{x^2}{(a+bx)^2}$
Die mittleren Fehler der Höhen der beiden Mittelstämme sind aber bedeutend gröszer als derjenige des Bestandesmittelstammes, wegen des hyperbolischen Charakters der Fehlerkurve. Deshalb muss verzichtet werden auf Höhenmessungen, zerstreut über alle Durchmesserstufen. Die Messungen sollen konzentriert werden auf die Durchmesser der d_- und d_+ Stämme, und die Höhen der Mittelstämme sollen getrennt berechnet werden. Der mittlere Fehler der Höhe ist abhängig vom Alter. Für Bestände älter als 30 Jahre sind im ganzen 100 Messungen notwendig um einen mittleren Fehler von 1 % nicht zu überschreiten. Für Bestände, jünger als 30 Jahre ist diese Anzahl häufig gröser.

Die Berechnung der echten Formzahl bietet einige Vorteile über eine Bestimmung der Brusthöhenformzahl:
1) Die echte Formzahl ist unabhängig vom Brusthöhendurchmesser.
2) Sie ist unabhängig von der Baumhöhe.

Jeder Baum zwischen d_- und d_+ ist für sektionsweise Kubierung brauchbar. Die Mitteilung von Krenn, dass die echte Formzahl wohl, die unechte Formzahl nicht während einer kurzen Periode dieselbe bleibe, hat sich in einem untersuchten Fall nicht bestätigt. Bei der Aufnahme eines Douglasienbestandes in 1947 und in 1949 hat sich die

Dispersion in den beiden Arten Formzahlen so gross erwiesen, das eine Veränderung der echten und unechten Formzahl im Laufe dieser Periode nicht festgestellt werden konnte.

Die Anzahl der zu vermessenden Probestämme ist wieder abhängig vom Bestandesalter. Für Bestände, älter als 30 Jahre sollen ± 36, für jüngere Bestände 50—60 Stämme sektionsweise kubiert werden, um der Genauigkeits-anforderung von 1 % zu entsprechen. Auch der Formquotient soll für den d_- un d_+ Stamm getrennt berechnet werden. Um einen mittleren Fehler von 1 % nicht zu überschreiten, genügen für Bestände, älter als 30 Jahre im ganzen 50 Messungen, für jüngere Bestände 100—200 Messungen.

Um die Fehlerfortpflanzung zu berechnen, setzen wir $P_1 = \frac{g_{1,3-} \cdot h_-}{q_-^2}$, $P_2 = \frac{g_{1,3+} \cdot h_+}{q_+^2}$ und $P = P_1 + P_2$.

γ', der Korrelationskoeffizient zwischen P_1 und P_2, beträgt 0.995; γ der Korrelationskoeffizient zwischen h_- und q^2_-, und zwischen h_+ und q^2_+, beträgt 0.665.

Man kann dann folgende Formeln ableiten:

$$\sigma^2_{\,v} = v^2 \left\{ \frac{\sigma^2_{\,f}}{f^2} + \frac{\sigma^2_{\,p}}{p^2} \right\}$$

$$\sigma^2_{\,p} = \sigma^2_{\,p_1} + 2\gamma' \sigma_{p_1} \sigma_{p_2} + \sigma^2_{\,p_2}$$

$$\sigma^2_{\,p_1} = P_1^2 \left\{ \frac{\sigma^2_{\,h_-}}{h_-^2} - \frac{2\gamma\, \sigma_{h_-} \cdot \sigma_{q_-^2}}{h_- \cdot q_-^2} + \frac{\sigma^2_{\,q_-^2}}{q_-^4} \right\}$$

$$\sigma^2_{\,p_2} = P_2^2 \left\{ \frac{\sigma^2_{\,h_+}}{h_+^2} - \frac{2\gamma\, \sigma_{h_+} \cdot \sigma_{q_+^2}}{h_+ \cdot q_+^2} + \frac{\sigma^2_{\,q_+^2}}{q_+^4} \right\}$$

Werden in diesen Formeln die prozentischen Fehler von 1 % eingesetzt, und wird weiter für γ' der Wert 1.000 angenommen, so ergibt sich: $\frac{\sigma^2_{\,v}}{v^2} = \frac{1}{10^4} + \frac{2}{10^4}(1-\gamma)$. Der prozentische Fehler in der Bestandesmasse ist deshalb 1.3 %, bei einem mittleren Fehler in f, h_-, q^2_-, h_+ und q^2_+ von 1 %.

Literatuur.

1. Hohenadl, W. Einführung in die Bestandesberechnung mit Hilfe von zwei Mittelstämmen. Forstw. Cbl. 61 (9), 1939 (261—280).
2. Krenn, K. Die Bestandesmassenermittlung mit Hilfe stehender Probestämme. Schriftenr. der Akad. d. D. Forstw. 8, 1944.
3. Stoffels, A. Inhoudsbepaling van de opstanden door meting van twee modelbomen. N.B.T. 19 (8), 1947 (228—235).
4. Uven, M. J. van. Mathematical treatment of the results of agricultural and other experiments. 2e druk 1946.
5. Näslund, M. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. (met Duitse samenvatting). Medd. f. St. Skogsf. 29 (1), 1936.