

het optimale plan van toedeling uit het oogpunt
van kavelafstand

C. van Gelderen

BIBLIOTHEEK DE HAANF

Droevendaalsesteeg 3a

Postbus 241

6700 AE Wageningen

§ 1. Inleiding

In deze nota zal een methode worden ontwikkeld voor het opstellen van een toedelingsplan, waarbij de gemiddelde kavelafstand zo klein mogelijk wordt.

De gemiddelde kavelafstand, die hierna nog nader zal worden gedefinieerd, is het enige criterium waarmee rekening zal worden gehouden bij het opstellen van dit toedelingsplan. Hierdoor is het niet geschikt om in de praktijk te worden verwezenlijkt. In de praktijk zal men bij de toedeling namelijk ook rekening moeten houden met onder andere de volgende punten:

- a. ieder bedrijf moet, voor zover mogelijk, grond terugkrijgen van dezelfde kwaliteit als het inbracht
- b. een kavel van een bepaalde oppervlakte kan niet op iedere willekeurige plaats worden gesitueerd: bij voorkeur zal men grote kavels ontwerpen op plaatsen waar het net van wegen en waterlopen een grote kaveldiepte mogelijk of noodzakelijk maakt, en kleine kavels op plaatsen waar het net van wegen en waterlopen een kleine kaveldiepte mogelijk of noodzakelijk maakt, ten einde een gunstige diepte-breedte verhouding te bereiken
- c. bij de toedeling zal men het principe van de verdelende rechtvaardigheid toepassen door rekening te houden met de plaats waar de ingebrachte grond lag.

Bovenstaande drie punten vormen even zovele belemmeringen voor een toedeling die uitsluitend erop is gericht de gemiddelde kavelafstand zo laag mogelijk te doen zijn.

Toch kan het nuttig zijn zo'n fictieve toedeling te ontwerpen om de volgende redenen:

1. De uit het oogpunt van kavelafstand optimale toedeling kan waardevolle steun bieden bij het opstellen van het in feite uit te voeren toedelingsplan
2. Nadat het in feite uit te voeren toedelingsplan is opgesteld kan men toetsen in hoeverre de hierbij behorende gemiddelde kavelafstand de optimaal bereikbare te boven gaat.

Verdere mogelijkheden van toepassing komen ter sprake aan het slot van paragraaf 6.



1785294

2. Het begrip "gemiddelde kavelafstand"

De gemiddelde kavelafstand wordt als volgt gedefinieerd:

$$\bar{s}_i = \frac{\sum_{i=1}^n s_i O_i}{\sum_{i=1}^n O_i} = \frac{[sO]}{[O]}$$

Hierin is:

- $\bar{s}_i$ = de gemiddelde kavelafstand van de kavels 1 t/m n
- O_i = de oppervlakte van kavel i
- s_i = de afstand van het midden van kavel i tot het bedrijf dat deze kavel exploiteert

Bovenstaande definitie is eenvoudig, gemakkelijk te hanteren en wordt algemeen gebruikt. Een nadeel is, dat deze definitie niet altijd voldoet.

In feite is het ons namelijk niet te doen om de gemiddelde kavelafstand op zichzelf. We gebruiken deze gemiddelde kavelafstand als een maat voor het bezwaar, dat de kavelafstanden als geheel opleveren. En op dit punt faalt de definitie, indien het bezwaar van de kavelafstand s_i niet evenredig toeneemt met de lengte van s_i .

Een eenvoudig getallenvoorbeeld toont dit aan.

Stel dat bij een bedrijf twee even grote kavels behoren, één op een afstand van 500 en één op een afstand van 1500 meter. Indien het bezwaar van s_i recht evenredig toeneemt met de lengte van s_i kan men dit bezwaar voor beide kavels weergeven door respectievelijk a en 3a. De gemiddelde kavelafstand is 1000 meter en het gemiddeld bezwaar 2a, het gemiddelde van a en 3a. Hier doen zich geen problemen voor.

Neemt het bezwaar van de kavelafstand echter toe met bijvoorbeeld de wortel van deze afstand, dan kan men dit bezwaar voor beide kavels weergeven door respectievelijk a en $a\sqrt{3}$, en het gemiddelde bezwaar is dus $0,5 a (1+\sqrt{3}) = 1,365a$. Maar indien men eerst de gemiddelde afstand uitrekent (1000 meter) vindt men als gemiddeld bezwaar $a\sqrt{2} = 1,43a \neq 1,365a$.

In het kort komt het er op neer dat een niet evenredige toename met de afstand van het afstandsbezwaar leidt tot een foute interpretatie van de uitgerekende gemiddelde kavelafstand. De gewijzigde normen van het Meerjarenplan veronderstellen inderdaad een niet evenredige toename; het bezwaar is evenredig met $s_i^{0,75}$. Desondanks zal bovenvermelde definitie worden aangehouden om de reeds genoemde voordelen als eenvoud en gebruikelijkheid. Het is echter goed om in het oog te houden dat de interpretatie van de verkregen afstand moeilijkheden kan opleveren.

De afstand van de boerderij naar de bijbehorende grond kan worden gesplitst in twee delen:

- a. de afstand die over de openbare weg afgelegd moet worden om de kavel te bereiken
- b. de afstand die over eigen of andermans kavel afgelegd moet worden om het midden van de kavel te bereiken. In het midden (het zwaartepunt) denken we ons namelijk alle grond van de kavel geconcentreerd.

De verkorting van beide afstanden heeft voordeel voor de uitoefening van het bedrijf. Ze dienen gescheiden te worden bekeken, daar het rijden over de kavel in de regel met een geringere snelheid en met grotere moeilijkheden gepaard gaat. Het verdient tevens aanbeveling de over de weg af te leggen afstand te splitsen in afstand over verharde, semi-verharde en onverharde wegen op deze splitsing komen we later terug (paragraaf 7).

Denken we ons de totale afstand gesplitst in een afstand s , die over de openbare weg, en een afstand s' , die over de kavel moet worden afgelegd, dan is de gemiddelde afstand gelijk aan

$$\frac{[s0]}{[0]} + \frac{[s'0]}{[0]}.$$

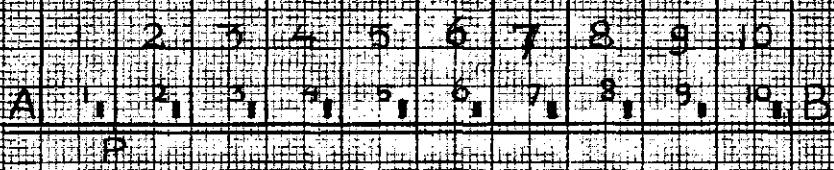
Het verdient aanbeveling om de veronderstelling te maken dat de openbare weg gevolgd wordt tot het midden van de frontbreedte van de kavel. Om op het midden van de kavel te komen moet dan nog een afstand s' afgelegd worden die gelijk is aan de halve kaveldiepte ($=\frac{1}{2}D$). De gemiddelde afstand wordt dan

$$\frac{[s0]}{[0]} + \frac{[\frac{1}{2}D0]}{[0]}$$

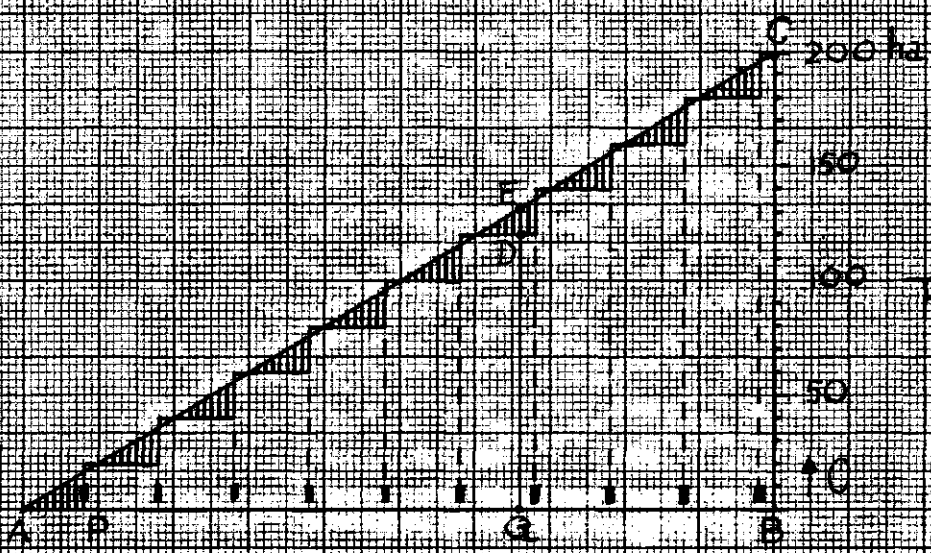
§ 2. De grafische weergave van de grootheid $[s0]$

Eerst zullen we uitgaan van een eenvoudig en veel voorkomend geval, namelijk dat alle bij een boerderij behorende grond door middel van een huiskavel kan worden toegedeeld. De boerderijen liggen aan een verharde weg, die tevens hun gronden ontsluit. Deze gronden denken we ons gesplitst in een zeer groot aantal zeer smalle kaveltjes, die alle in het midden van hun frontbreedte vanaf de weg toegankelijk zijn. Anders gezegd: ieder stukje van de weg ontsluit de gronden die zich van daaruit opstrekken.

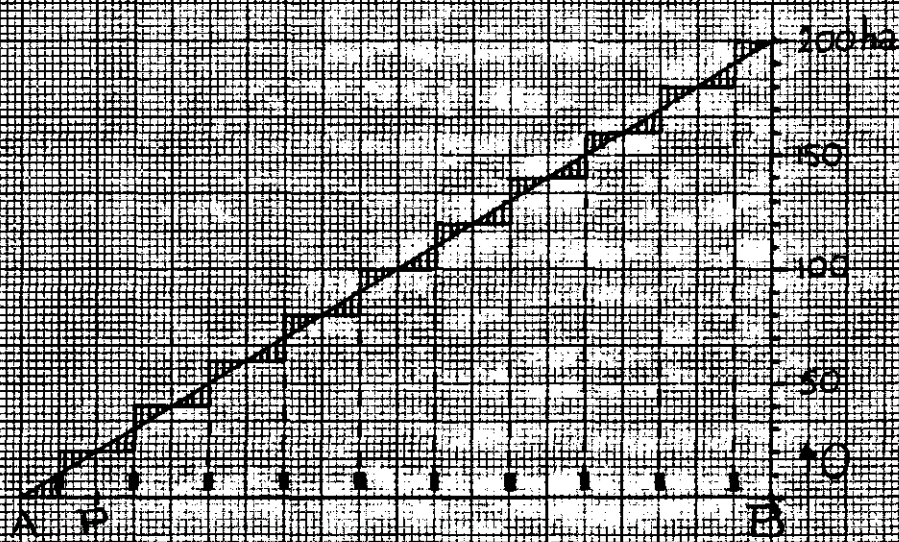
In werkelijkheid zullen de kavels een niet onaanzienlijke breedte hebben en slechts op één plaats vanaf de openbare weg toegankelijk zijn, namelijk in het midden van de frontbreedte of aan één van beide hoeken. Om de gronden van de kavel te bereiken zal dus gemiddeld een afstand over het perceel moeten worden afgelegd van $\frac{1}{2}D + \frac{1}{4}B$, respectievelijk $\frac{1}{2}D + \frac{1}{2}B$, waarbij D de diepte en B de breedte van de kavel is.



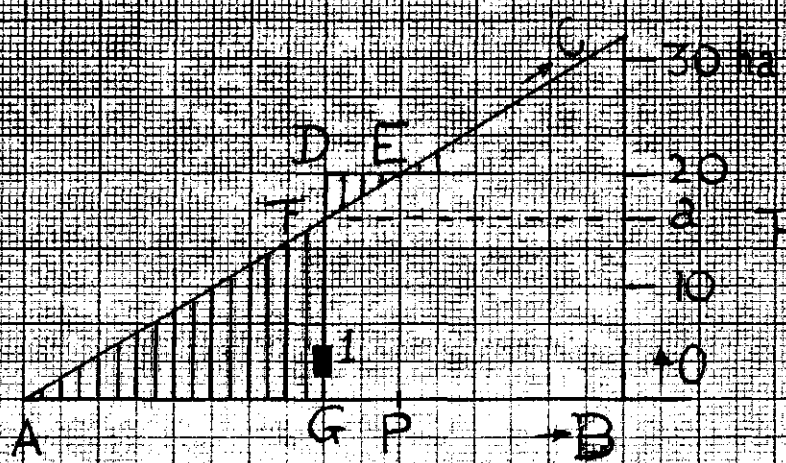
FIGUUR 1



FIGUUR 1B



FIGUUR 1C



FIGUUR 1D

Bovengenoemde veronderstelling houdt in dat de afstand $\frac{1}{2}B$ of $\frac{1}{2}B$ niet over de kavel, doch over de openbare weg wordt afgelegd, zodat over de kavel gemiddeld slechts een afstand $\frac{1}{2}D$ afgelegd behoeft te worden. De werkelijke toestand is dus iets ongunstiger, maar van veel betekenis is dat niet.

In figuur 1 is een denkbeeldige verkaveling weergegeven van een gebied van 200 ha, waarin 10 boerderijen liggen, elk 20 ha groot. De boerderijen en de gronden zijn gelegen aan het wegvak AB; de kavels zijn overal even diep. De boerderijen staan op de bijbehorende kavels, en wel in de rechthoek; kavels en boerderijen zijn genummers van 1 tot en met 10.

In overeenstemming met bovengenoemde veronderstelling ontsluit ieder gedeelte van wegvak AB evenveel grond. Dit is in figuur 1 B grafisch weergegeven door middel van de rechte lijn AC: deze lijn geeft cumulatief weer hoeveel hectare grond er vanaf punt A ontsloten is en wordt daarom "aanbodlijn" genoemd: de lijn geeft het aanbod van grond weer.

De behoefte aan grond is weergegeven door middel van de traplijn AC: bij iedere boerderij neemt de behoefte sprongsgewijs toe met telkens 20 hectare. De traplijn AC noemen we "vraaglijn": hij geeft de vraag naar grond weer.

In het ideale geval vallen vraag- en aanbodlijn zoveel mogelijk samen. Dit is het geval, wanneer iedere boerderij op het midden van zijn eigen kavel staat; figuur 1 C geeft weer hoe de grafiek in dat geval wordt. Daar de vraaglijn altijd een traplijn is, en de aanbodlijn altijd een min of meer vloeiend verloop zal hebben, is volledig samenvallen onmogelijk. Steeds zal er een verschil zijn, dat in de figuren 1 B en 1 C is gearceerd. Hoe kleiner de gearceerde oppervlakte is, des te gunstiger. De gearceerde oppervlakte noemen we p. Bekijken we nu een onderdeel van figuur 1 B wat nauwkeuriger (figuur 1 D).

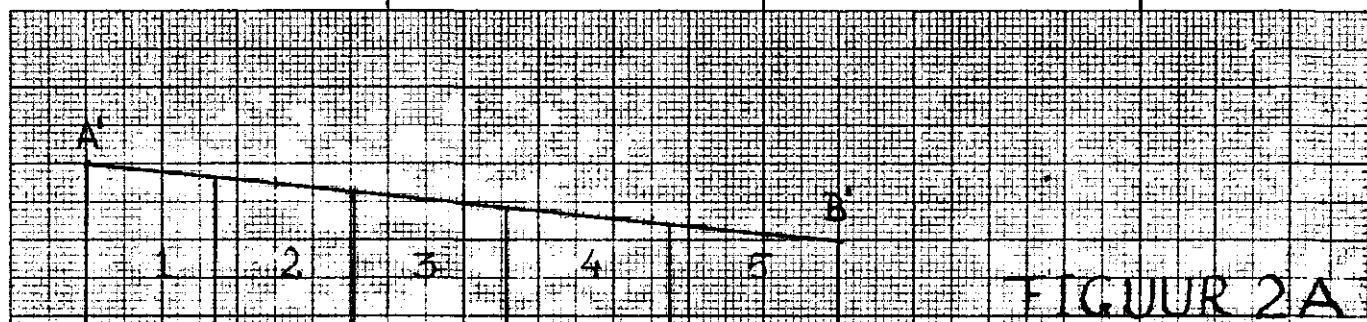
Vanuit boerderij 1 (bij punt G) gezien ligt van de 20 bijbehorende hectares grond a hectare (het grootste gedeelte) links van de boerderij op een gemiddelde afstand $\frac{1}{2}AG$, en $(20 - a)$ hectare rechts op een gemiddelde afstand $\frac{1}{2}DE$.

Krachtens de definitie van "gemiddelde afstand" die we in paragraaf 2 gegeven hebben is de gemiddelde afstand van boerderij 1 tot de daarbij behorende grond gelijk aan

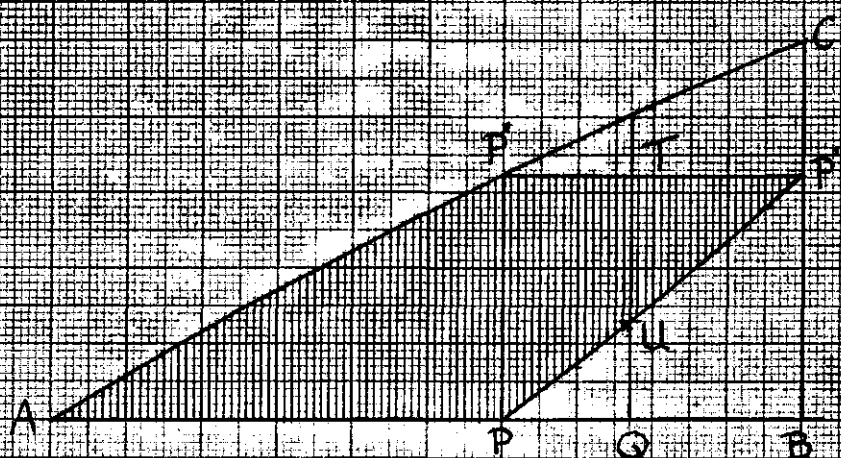
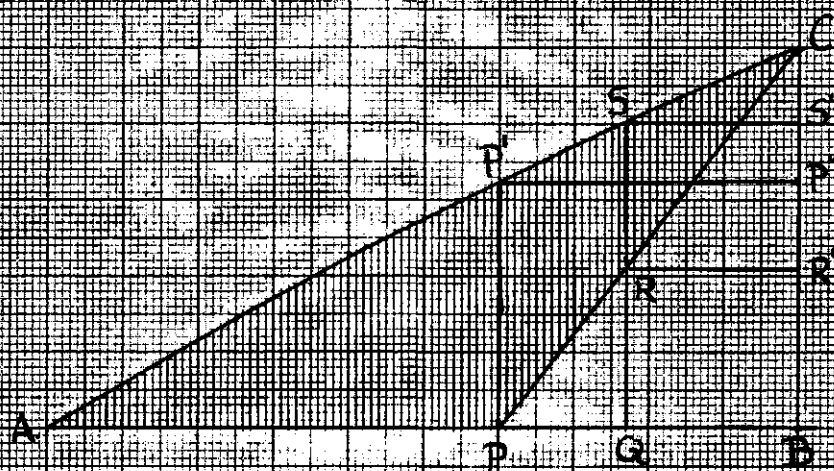
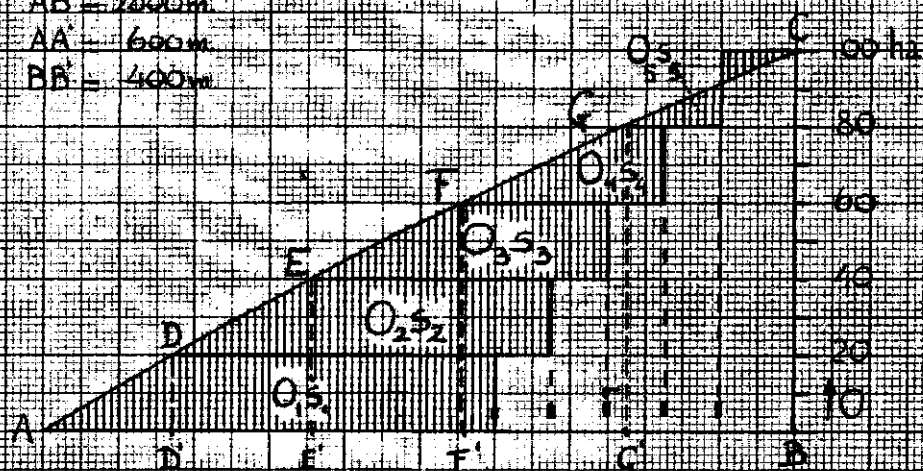
$$\frac{(\frac{1}{2} AG) a + (\frac{1}{2} DE)(20 - a)}{20} = \frac{s_{10}^0}{o_1^1}$$

De oppervlakte van de in figuur 1 D gearceerde vlakken is juist gelijk aan $(\frac{1}{2} AG) a + (\frac{1}{2} DE)(20 - a)$, zodat de gemiddelde afstand voor boerderij 1 gelijk is aan

$$\frac{\text{gearceerde oppervlakte}}{20}$$



$AB = 2000m$
 $AA' = 600m$
 $BB' = 400m$



De totale gearceerde oppervlakte over het gehele blok genomen, zoals die in figuur 1 B is weergegeven, is gelijk aan $[s_0]$; door dit bedrag te delen door de oppervlakte cultuurgrond van het gehele blok ($=[O]$), vindt men de gemiddelde kavelafstand voor het gehele blok, voorzover die over de openbare weg wordt afgelegd. De grootheid $[s_0]$ zou men kunnen omschrijven als een "hoeveelheid transport". In de figuren 1 B, 1C en 1 D (en evenzo in hierna volgende dergelijke figuren) is de hoogte van de gearceerde band een maat voor de intensiteit van het transport op een bepaald weggedeelte. Zo is in figuur 1 B de lengte van het lijnstuk DE een maat voor de transportintensiteit op punt Q van weg AB.

Opmerking: Men lette er op dat het in wezen drie-dimensionale begrip $[s_0]$ (= afstand maal oppervlakte) wordt weergegeven door een gearceerde twee-dimensionale oppervlakte.

Om van de gearceerde oppervlakte p te komen tot $[s_0]$ zal daarom een omrekening moeten plaatsvinden; hierbij moeten twee schaalfactoren in acht genomen worden, namelijk de schaal waarop de lengte AB is afgebeeld en de schaal waarin de hectares zijn weergegeven.

§ 4. De weergave van de grootheid $[s_0]$ bij meer ingewikkelde gevallen

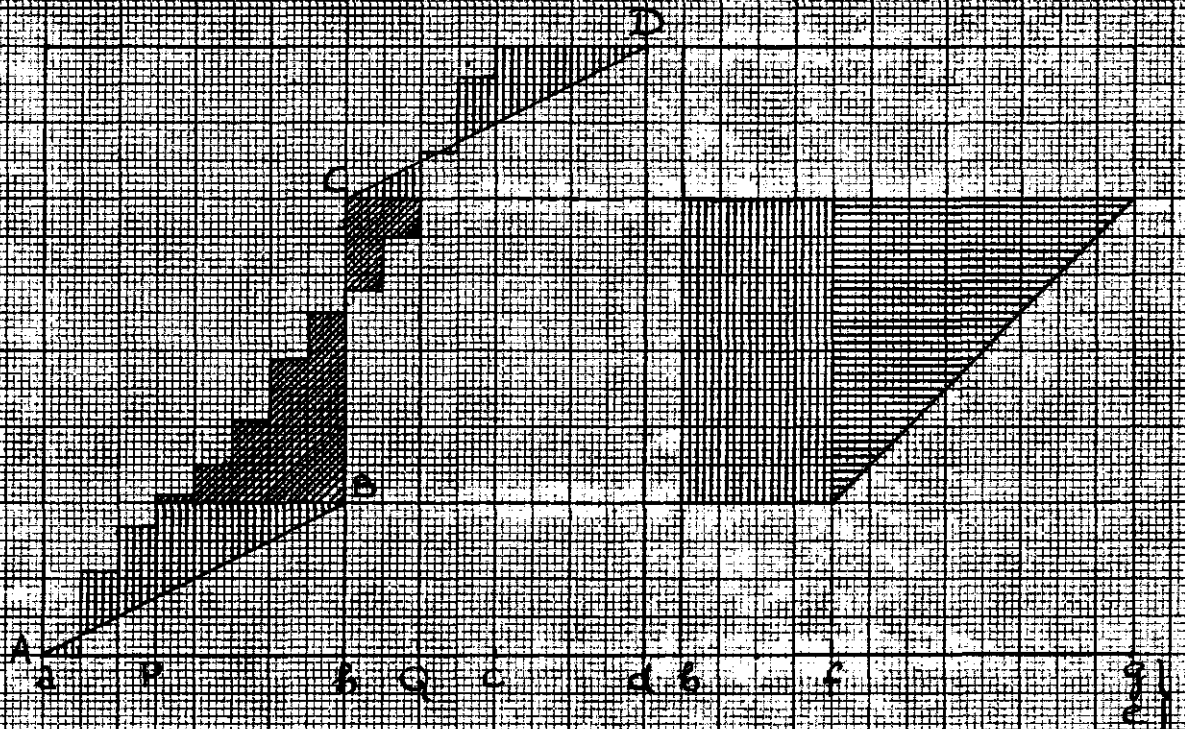
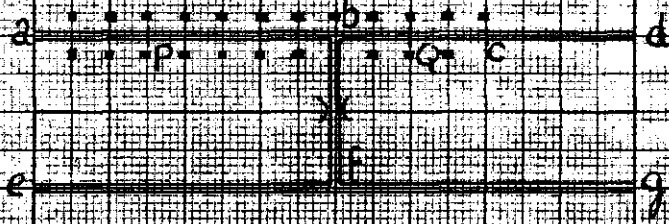
Meestal zijn de boerderijen zo gelegen dat niet al de bijbehorende grond als huiskavel kan worden toegedeeld. In figuur 2 A is zo'n situatie weergegeven. Uitgegaan is van vijf boerderijen 1 tot en met 5 met bijbehorende kavels 1 tot en met 5. Iedere boerderij heeft 20 hectare; de totale oppervlakte die door weg AB wordt ontsloten is gelijk aan 100 ha.

De verkaveling is optimaal, als de grond wordt toegedeeld in kavels die in dezelfde volgorde liggen als de boerderijen, dus kavel 1 geheel links en kavel 5 geheel rechts.

De grafische voorstelling van de aanwezigheid van en de behoefte aan grond is weergegeven in figuur 2 B. Aanbodlijn AC loopt gebogen, omdat de kaveldiepte van A naar B afneemt. De gearceerde oppervlakte is ook hier weer een maat voor $[s_0]$.

DD', EE', FF', en GG' zijn loodlijnen op AB neergelaten; de stukken AD', D'E', E'F', F'G' en G'B geven nu de frontbreedtes weer van de kavels 1 tot en met 5.

In de praktijk zal altijd zoveel mogelijk grond achter de boerderij als huiskavel worden toegedeeld en de rest als veldkavels. Te bewijzen valt echter dat ook deze toedeling uit het oogpunt van de kavelafstand optimaal is, mits men er maar voor zorgt dat de boeren op weg naar hun grond elkaar niet tegenkomen.



Om dit aannemelijk te maken schematiseren we figuur 2 B tot figuur 2 C: het stuk PB denken we ons regelmatig bedekt met een zeer groot aantal zeer kleine bedrijfjes, zodat de traplijn verandert in een rechte lijn PC. [so] wordt nu weergegeven door de gearceerde figuur APCP'A.

We zullen nu proberen een soortgelijke figuur te maken voor de situatie dat iedere boer zoveel mogelijk grond als huiskavel krijgt toegedeeld (figuur 2 D). De gronden die door wegvak PB worden ontsloten (met oppervlakte P'C) worden dan als huiskavels toegedeeld; om deze gronden te bereiken heeft dus geen afstand over de openbare weg te worden afgelegd.

Ieder bedrijf krijgt verder een veldkavel tussen P en A. De gezamenlijke oppervlakte der veldkavels is gelijk aan P'B.

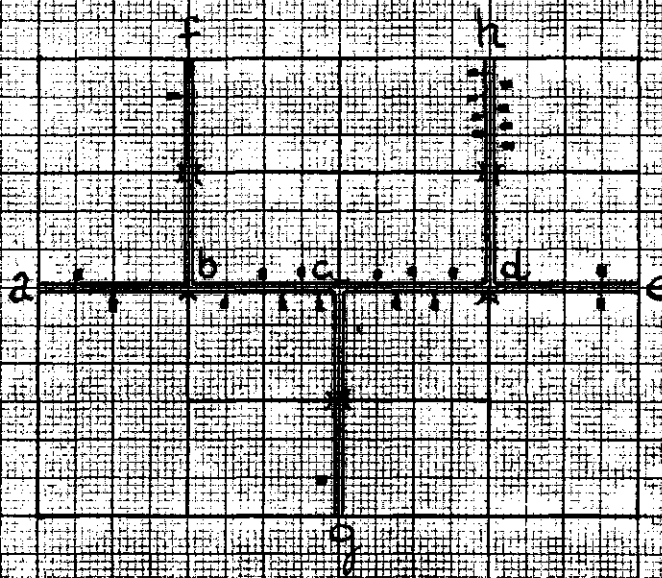
Nadat de huiskavels zijn toegedeeld is er tussen A en P nog dezelfde hoeveelheid grond beschikbaar als eerst, doch tussen P en B helemaal niets meer: dit is weergegeven in figuur 2 D door de aanbodlijn AP'P' : P'P' // AB. De behoefte aan grond na toedeling van de huiskavels is weergegeven door de vraaglijn APP': tussen A en P is de behoefte nihil en tussen P en B oplopend tot BP', de oppervlakte, die niet als huiskavels toegedeeld kon worden. De oppervlakte AP'P'PA moet in figuur 2 D dus gearceerd worden.

Als Q een willekeurig punt is tussen P en B, dan stelt QU de oppervlakte voor die aan de boeren tussen P en Q als veldkavels toegedeeld moet worden. TU is dan de oppervlakte die aan de boeren tussen Q en B als veldkavels moet worden toegedeeld. Deze oppervlakte is gelijk aan de totale behoefte aan grond van deze boeren (= R'C in figuur 2 C) verminderd met de oppervlakte grond die tussen Q en B beschikbaar is (= S'C in figuur 2 C). Daarom is $TU = R'C - S'C = RS$.

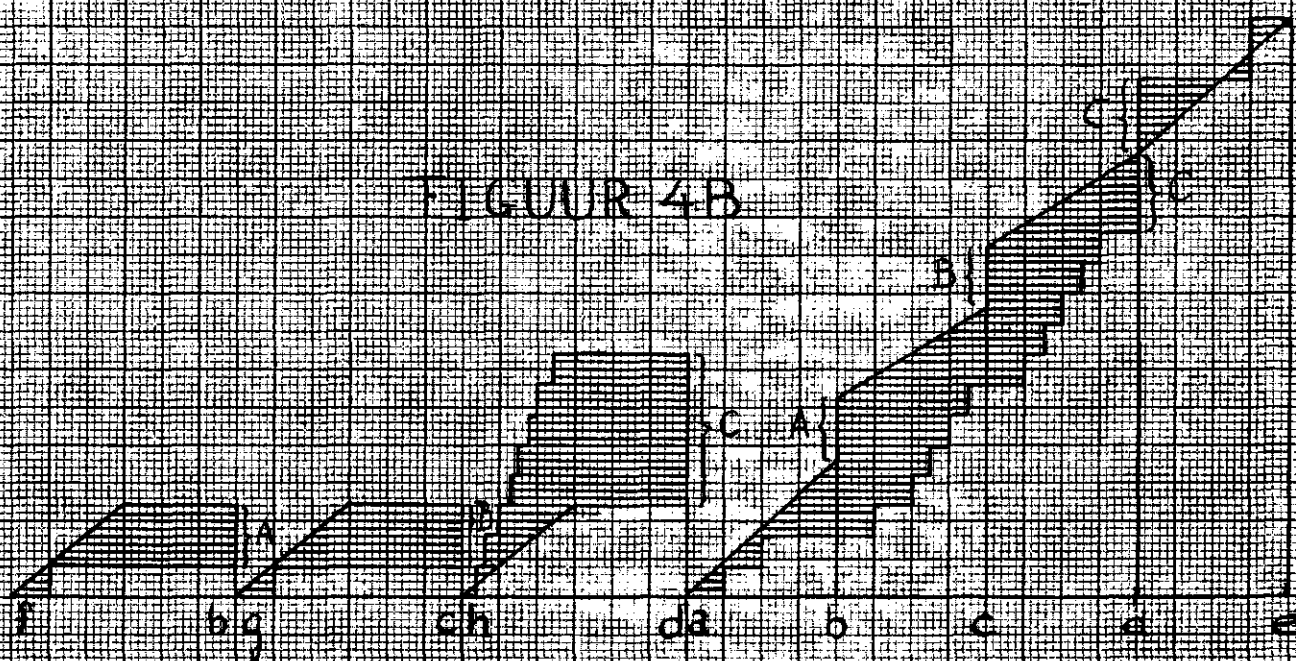
Daar dit geldt voor ieder punt Q is de oppervlakte PP'CP uit figuur 2 C gelijk aan de oppervlakte PP'P'P uit figuur 2 D, waaruit volgt dat de oppervlakte APCP'A (figuur 2 C) gelijk is aan de oppervlakte APP'P'A (fig. 2 D).

Hiermede is aangetoond dat de toedelingen met en zonder huiskavels gelijkwaardig zijn uit het oogpunt van kavelafstand.

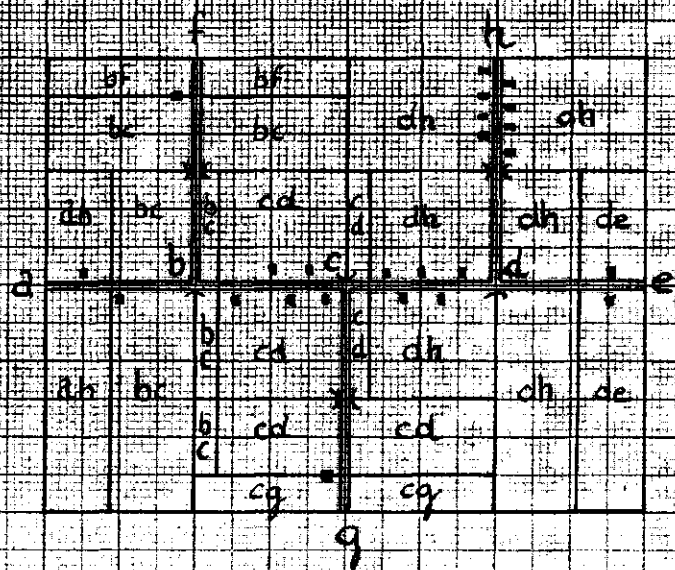
Indien aan beide kanten van de weg boerderijen staan en de weg aan weerszijden grond ontsluit, tekent men zowel de "vraag" als het "aanbod" van beide kanten tegelijk in één figuur. Een voorbeeld hiervan is figuur 3 B linkerhelft: iedere "trap" van de vraaglijn AD geeft de behoefte weer van twee tegenover elkaar gelegen boerderijen, zoals ze weergegeven zijn in figuur 3 A.



FIGUUR 4A



FIGUUR 4B



FIGUUR 4C

In een ruilverkavelingsblok is in de regel niet sprake van één weg met boerderijen en grond, maar van een samenstel van wegen. Een wat ingewikkelder toestand is weergegeven in figuur 3 A. De boerderijen zijn gelegen tussen a en c langs de weg ad; weg bf geeft toegang tot de weg eg, die de helft van alle gronden ontsluit. De grafische weergave van wegvak abcd vindt men in het linkerstuk van figuur 3 B; in het rechterstuk vindt men de afbeelding van de wegvakken bf-eg, waarbij de stukken fe en fg over elkaar heen zijn getekend.

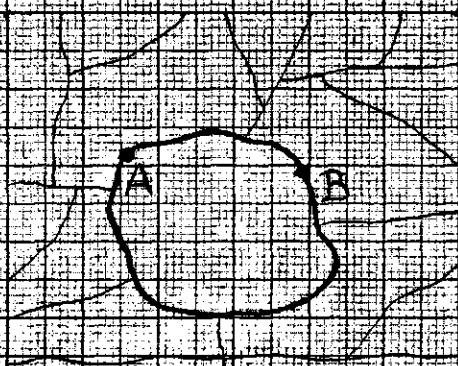
Bekijken we de grafiek van wegvak abcd, dan zien wij de traplijn, die de grondbehoefte weergeeft, (de vraaglijn) tussen a en c oplopen tot bovenaan de figuur, geheel zoals bij figuur 2 B. De lijn ABCD geeft de aanwezigheid van grond aan (de aanbodlijn): wegvak ab ontsluit een kwart van alle grond; in punt b komt de zijweg uit die de helft van alle grond ontsluit; en wegvak bd ontsluit de resterende grond.

De boeren tussen a en P krijgen gronden toegedeeld die door wegvak ab worden ontsloten, en zij die tussen Q en c wonen de gronden die door wegvak bd worden ontsloten. De overige boeren, dat zijn zij die het dichtst bij punt b wonen, krijgen de gronden die door de weg efg worden ontsloten. Om daar te komen moeten zij allen via punt b; de afstand die zij tot dit punt afleggen is in figuur 3 B linkerhelft met een schuine arcering weergegeven. Dit is echter slechts een deel van de afstand tot hun grond; allen moeten zij rijden langs wegvak bf (rechttop gearceerd in figuur 3 B rechterhelft) en vervolgens langs een gedeelte van de wegen fg of fe (liggend gearceerd in figuur 3 B rechterhelft).

De totale gearceerde oppervlakte stelt de grootheid [sO] voor.

Ook is mogelijk dat aan alle wegvakken boerderijen liggen. Figuur 4 A stelt zo'n geval voor. Het blok telt 24 boerderijen, die voor het gemak verondersteld worden alle 24 evenveel grond te hebben.

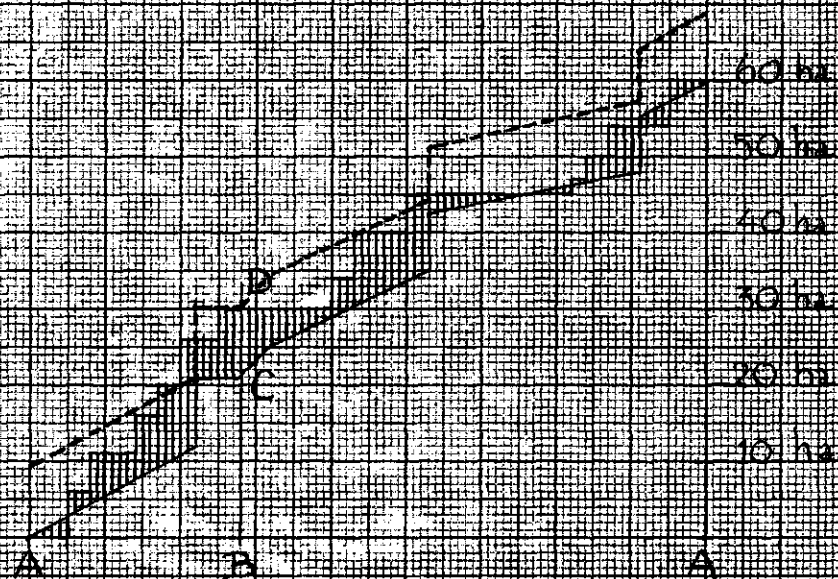
De werkwijze wordt nu iets ingewikkelder. Het is logisch dat zij die aan de zijwegen bf, cg en dh wonen zoveel mogelijk grond krijgen die door deze zijwegen wordt ontsloten; dit komt zowel henzelf als de bewoners van de weg abcde ten goede. Daarom zullen eerst deze zijwegen worden bekeken (figuur 4 B linkerhelft). Na de toedeling van de bij deze zijwegen beschikbare gronden aan de bewoners van deze zijwegen zal iedere zijweg blijken nog een overmaat aan grond, óf een overmaat aan boerderijen te bezitten, een overmaat die in de punten b, c en d in de weg abcde wordt ingebracht, zie figuur 4 B rechterhelft. De overmaat van de zijwegen bf, cg en dh noemen we respectievelijk A, B en C; deze grootheden zijn door accoladen in de grafiek weergegeven.



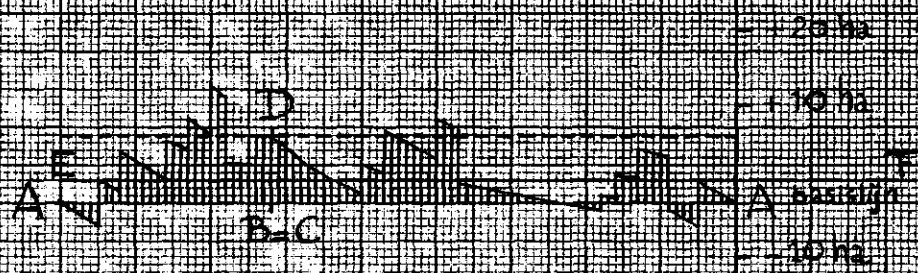
FIGUUR 5A

— hoofdroute
— zijroute

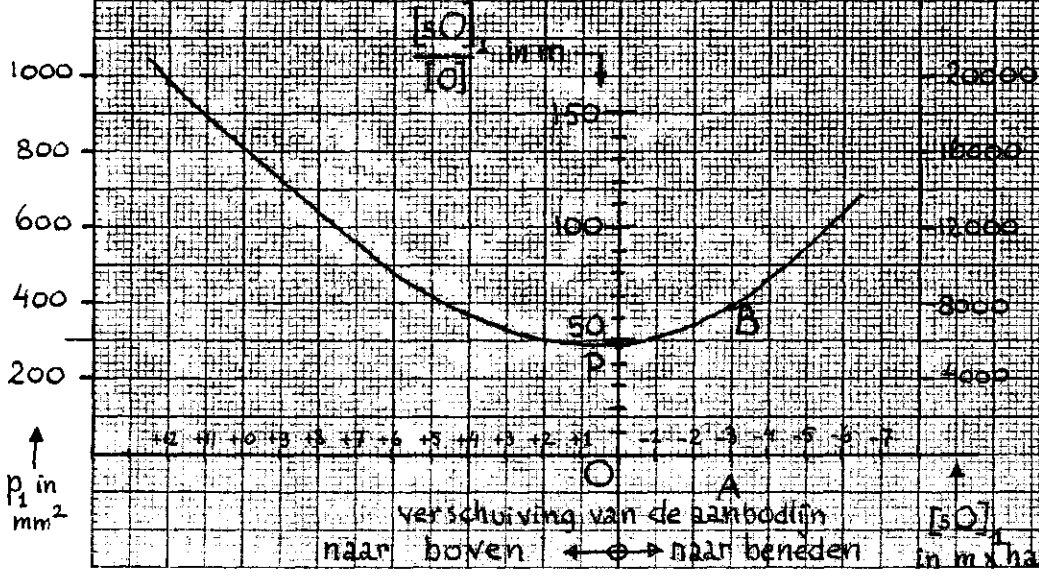
SCHAAL 1:20.000



FIGUUR 5B



FIGUUR 5C



FIGUUR 5D

De grafiek spreekt verder voor zichzelf; de totale gearceerde oppervlakte stelt $[s0]$ voor.

Figuur 4 C toont tenslotte hoe de toedeling volgens bovenstaande grafiek er uit ziet. De aanduiding "ab" betekent: grond die is toegewezen aan boeren die tussen a en b wonen.

Men ziet dat lang niet iedereen huiskavels heeft gekregen, maar we hebben reeds bewezen dat dit voor een uit het oogpunt van kavelafstand optimale toedeling niet nodig is.

§ 5. De bepaling van de grootheid $[s0]$ bij een kringvormige weg

In de tot nu toe behandelde voorbeelden van de grafische weergave van de grootheid $[s0]$ zijn wegens stelsels gebruikt die uitsluitend uit wegen bestaan die doodlopen op de rand van het blok (zie figuur 3 en 4). Met name was er geen mogelijkheid om op méér dan één wijze via wegen te komen van een (willekeurige) plaats in het blok naar een andere (willekeurige) plaats. Met andere woorden: geen enkel blokdeel was geheel door wegen omsloten. Beperking tot deze gevallen betekende een grote vereenvoudiging.

Zodra sprake is van een wegnnet — en dit is bij vrijwel iedere ruilverkaveling het geval — zijn er vele mogelijkheden om toe te delen, ook indien men de toedeling schematiseert op de in § 3 en § 4 besproken wijze. Welke van deze mogelijkheden de optimale is, kan niet zonder meer worden gezegd.

Ter illustratie van het probleem geeft figuur 5 A een (nog zeer simpel) wegnnet weer, waar inderdaad sprake is van een blokdeel dat geheel door wegen is omsloten. De totale blokkoppervlakte is $[0]$, die in dit geval gesteld wordt op 120 ha. De doodlopende wegen en de wegen die doodlopen op de rand van het blok kunnen apart worden bekeken op de manier van figuur 4 B linkzijdig; zij lozen ieder een overmaat aan grond of boerderijen (resp. aanbod en vraag) op de dikgetekende kringvormige weg. De door deze kringvormige weg ontsloten gronden, vermeerderd met de overmaten die de zijroutes inbrengen op deze weg, noemen we $[0]_1$. $[0]_1$ is in dit geval gesteld op 60 ha. De op de kringvormige weg betrekking hebbende $[s0]$ noemen we $[s0]_1$, dit is de "hoeveelheid transport" over de kringvormige weg. De op de overige (doodlopende) wegen betrekking hebbende $[s0]$ noemen we $[s0]_2$, dit is de "hoeveelheid transport" over de doodlopende wegen.

$$\text{Nu geldt : } [s0] = [s0]_1 + [s0]_2 \quad \text{en} \quad \frac{[s0]}{[0]} = \frac{[s0]_1}{[0]} + \frac{[s0]_2}{[0]}$$

(In het vervolg zullen doodlopende wegen zijroutes worden genoemd en dun worden getekend; de andere wegen zijn hoofdroutes, die dik zullen worden getekend. In de gevallen van figuur 3 en 4 is alleen sprake geweest van zij-

routes).

Op de kringvormige hoofdroute kiezen we een willekeurig punt A. Het rechthoekig doorlopen traject ABA (de hoofdroute) wordt vervolgens in figuur 5 B weergegeven op een rechte lijn ABA, waarna figuur 5 B wordt samengesteld op analoge wijze als figuur 4 B rechterzijde.

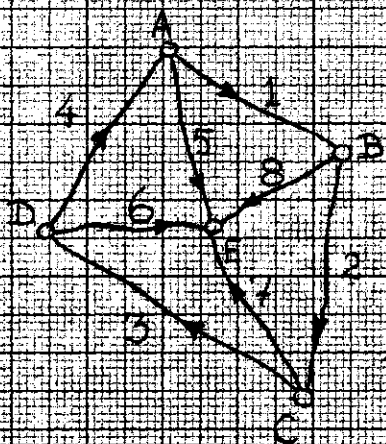
De grootheid $[sO]_1$ wordt nu weergegeven door de totale gearceerde oppervlakte p_1 , juist zoals in het geval van figuur 4.

De moeilijkheid is dat men bij een andere keuze van punt A een andere gearceerde oppervlakte krijgt die wellicht groter of kleiner is. We zullen dus een methode moeten ontwikkelen die voorziet in een optimale keuze van punt A.

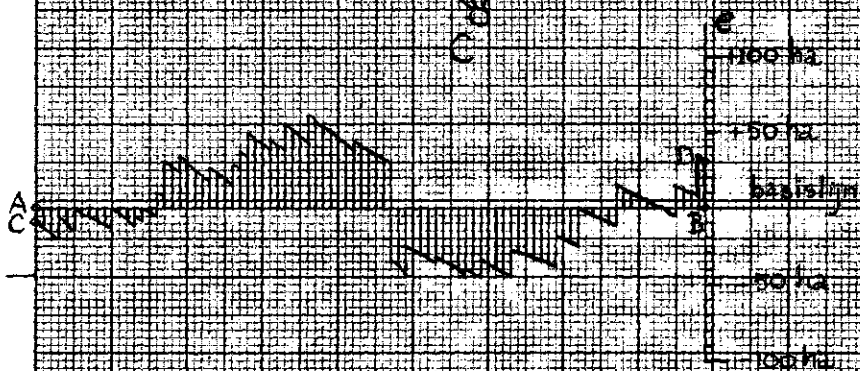
Voor dit doel hertekenen we figuur 5 B in figuur 5 C. De aanbodlijn is hierin horizontaal getrokken; de vraaglijn bevindt zich evenver boven of onder de aanbodlijn als in figuur 5 B. Indien de vraaglijn zich boven de aanbodlijn bevindt is er sprake van transport naar rechts; indien de vraaglijn zich onder de aanbodlijn bevindt is er sprake van transport naar links. De intensiteit van dit transport op een willekeurige plaats van traject ABA is op te maken uit de verticale afstand tussen vraag- en aanbodlijn. Het zal duidelijk zijn dat de gearceerde oppervlakte in figuur 5 C gelijk is aan die in figuur 5 B.

Stel nu dat we niet punt A, maar punt B als beginpunt nemen. Zie figuur 5 B: Vraag- en aanbodlijn houden dezelfde vorm, maar verschuiven ten opzichte van elkaar. De vraaglijn begint nu bij punt D, en de aanbodlijn begint daar ook, zodat deze over de gehele lengte stijgt over een afstand CD. Hetzelfde vindt plaats in figuur 5 C. De gestegen aanbodlijnen zijn in figuur 5 B en 5 C dik gestippeld weergegeven. Doordat de aanbodlijn stijgt vermeerderd het verkeer naar links en vermindert het verkeer naar rechts.

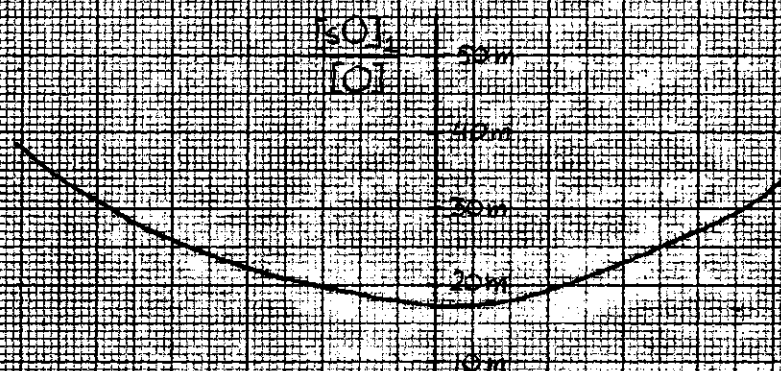
We stellen nu het probleem zo: hoe ver moet de aanbodlijn stijgen of dalen, opdat de gearceerde oppervlakte zo klein mogelijk is. Het is niet moeilijk om in te zien dat dit het geval is indien het gedeelte van het traject ABA waar de vraaglijn zich boven de aanbodlijn bevindt even lang is als het gedeelte van het traject ABA waar de vraaglijn zich onder de aanbodlijn bevindt. Iedere verschuiving van de aanbodlijn uit deze evenwichtstoestand heeft tot gevolg dat er meer gearceerd bij komt dan er af gaat. Men lette er wel op dat deze evenwichtstoestand niet inhoudt dat de oppervlakte gearceerd boven en onder de aanbodlijn gelijk is. Dit kan, maar hoeft niet het geval te zijn. In figuur 5 C is de gunstigste ligging van de aanbodlijn weergegeven door de lijn EF, die we in het vervolg basislijn zullen noemen.



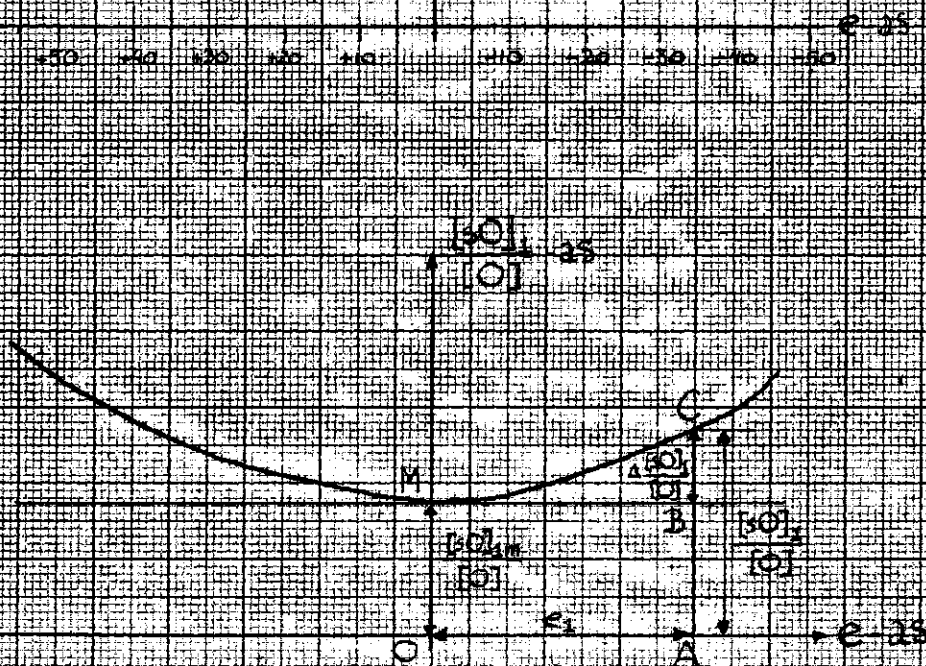
FIGUUR 6A



FIGUUR 6B



FIGUUR 6C



FIGUUR 6D

Het principe van de schematische toedeling (namelijk dat de kavels in dezelfde volgorde liggen als de boerderijen, en dat alle grond per bedrijf in één kavel wordt toegedeeld zonder rekening te houden met de vorming van huiskavels, zie figuur 2 A) is ook hier van kracht. Daling van de aanbodlijn wil zeggen dat de kavels ten opzichte van de bijbehorende boerderijen alle naar rechts worden verschoven, en stijging van de aanbodlijn dat de kavels ten opzichte van de boerderijen alle naar links worden verschoven. Hierdoor vermeerdert respectievelijk het transport naar rechts en naar links.

Figuur 5 D brengt tenslotte het verloop van de gearceerde oppervlakte p_1 in beeld bij verschuiving van de aanbodlijn. OP geeft de minimum p_1 weer, die wordt bereikt als de aanbodlijn samenvalt met de basislijn. AB geeft de oppervlakte p_1 weer zoals die gearceerd is in figuur 5 B en 5 C. De kromme lijn door B en P noemen we oppervlakteverloopkromme. Hij heeft altijd een min of meer parabolisch verloop. Op de horizontale as is de verschuiving naar boven of naar beneden van de aanbodlijn ten opzichte van de basislijn afgezet; de op deze as afgezette eenheid is de hectare. Het nulpunt kiezen we ter plaatse van het minimum (in O). Op de verticale as geven we weer:

- a. de gearceerde oppervlakte p_1 in vierkante millimeters
- b. de hiermee corresponderende grootheid $[sO]_1$ in m x ha
- c. de grootheid $\frac{[sO]_1}{[O]} = \frac{[sO]_1}{120}$ in meters

Deze grootheden bereiken een minimum indien de aanbodlijn met de basislijn samenvalt. De minima noemen we respectievelijk p_{1m} , $[sO]_{1m}$ en $\frac{[sO]_{1m}}{[O]}$. Hun waarde is respectievelijk 290 mm², 5800 m x ha en 48 meter.

c is het meest bruikbaar. Zij geeft direct in meters het aandeel weer dat het transport op de hoofdroute heeft in de gemiddelde kavelafstand in het blok.

Immers geldt:

$$\text{Gemiddelde kavelafstand (optimaal)} = \frac{[sO]}{[O]} = \frac{[sO]_z}{[O]} + \frac{[sO]_{1m}}{[O]} = \frac{[sO]_z}{[O]} + 48 \text{ m}$$

6. De bepaling van de optimale gemiddelde kavelafstand bij wegnetten

Nadat hiervoor in de vorige paragraaf de basis is gelegd zullen we nu overgaan tot de afleiding van de methode ter bepaling van de optimale gemiddelde kavelafstand en het daarbij behorende toedelingsplan bij willekeurige wegnetten.

In figuur 6 A is een wegnnet getekend bestaande uit acht hoofdroutes, die genummerd zijn van 1 tot en met 8. De zijroutes zijn duidelijkheidshalve niet getekend. De hoofdroutes beginnen en eindigen in een knooppunt. In totaal zijn er vijf knooppunten, die A, B, C, D en E worden genoemd.

Van elk van deze routes maken we een figuur als figuur 5 C en 5 D. Zie respectievelijk figuur 6 B en 6 C, die betrekking hebben op hoofdroute 1. Om een minimale hoeveelheid transport op hoofdroute 1 te krijgen is het nodig dat (zoals in figuur 6 B is getekend) de aanbodlijn samenvalt met de basislijn. Dit houdt in dat via punt A een aantal aan hoofdroute 1 wonende boeren deze hoofdroute moet verlaten om AC ha = 10 ha niet door hoofdroute 1 ontsloten grond elders in het blok te bewerken. Evenzo moeten via punt B een aantal aan hoofdroute 1 wonende boeren deze route verlaten om BD ha = 30 ha grond elders in het blok te bewerken.

De grootheid AC noemen we A₁ en de grootheid BD noemen we B₁, waarin "A" en "B" slaan op het knooppunt en "1" op de route. Indien sprake is van verkeer naar het knooppunt toe veronderstellen we deze grootheden positief; indien sprake is van verkeer van het knooppunt af veronderstellen we deze grootheden negatief. Volgens deze definitie is dus A₁ = +10 ha en B₁ = +30 ha.

We bepalen nu voor iedere route welke van beide knooppunten, die de route afsluiten, we als beginpunt van de route zullen nemen. De keus is willekeurig. In figuur 6 A is deze keus voor iedere route aangegeven met een pijl, die van begin- naar eindpunt wijst.

Nadat we alle routes hebben getekend op de wijze van figuur 6 B vinden we voor iedere route het transport dat de route aan één van beide zijden moet binnenkomen of verlaten, teneinde het transport op de desbetreffende route zo gering mogelijk te doen zijn. Op deze wijze vinden we dus A₁, B₁, B₂, C₂, C₃, D₃, D₄, A₄, A₅, E₅, D₆, E₆, C₇, E₇, B₈ en E₈. De som van deze grootheden moet gelijk zijn aan nul.

Voor ieder knooppunt geldt dat het er naar toe gerichte transport gelijk moet zijn aan het transport dat er vandaan gaat. Dit geeft de volgende voorwaarden:

$$A_1 + A_4 + A_5 = 0$$

$$B_1 + B_2 + B_8 = 0$$

$$C_2 + C_3 + C_7 = 0$$

$$D_3 + D_4 + D_6 = 0$$

$$E_5 + E_6 + E_7 + E_8 = 0$$

Aan deze voorwaarden zal vrijwel nooit worden voldaan. Dat wil dus zeggen dat we de aanbodlijnen van de routes niet kunnen handhaven op de beste plaats, namelijk samenvallend met de basislijnen, maar dat we deze zullen moeten verschuiven over een hoogte $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7$, en e_8 ha. Een verschuiving naar boven geeft een positieve e , een verschuiving naar beneden een negatieve e . Na toepassing van deze verschuiving vinden we een nieuwe

A 1, E 1,, E 8, die we weergeven met $\overline{A 1}$, $\overline{E 1}$,, $\overline{E 8}$. Nu geldt inderdaad:

$$\begin{aligned}\overline{A 1} + \overline{A 4} + \overline{A 5} &= 0 \\ \overline{B 1} + \overline{B 2} + \overline{B 8} &= 0 \\ \overline{C 2} + \overline{C 3} + \overline{C 7} &= 0 \\ \overline{D 3} + \overline{D 4} + \overline{D 6} &= 0 \\ \overline{E 5} + \overline{E 6} + \overline{E 7} + \overline{E 8} &= 0\end{aligned}$$

Verder geldt:

$$\begin{aligned}A 1 + e_1 &= \overline{A 1}; & A 5 + e_5 &= \overline{A 5}; & B 1 - e_1 &= \overline{B 1}; & E 5 - e_5 &= \overline{E 5}; \\ B 2 + e_2 &= \overline{B 2}; & D 6 + e_6 &= \overline{D 6}; & C 2 - e_2 &= \overline{C 2}; & E 6 - e_6 &= \overline{E 6}; \\ C 3 + e_3 &= \overline{C 3}; & C 7 + e_7 &= \overline{C 7}; & D 3 - e_3 &= \overline{D 3}; & E 7 - e_7 &= \overline{E 7}; \\ D 4 + e_4 &= \overline{D 4}; & B 8 + e_8 &= \overline{B 8}; & A 4 - e_4 &= \overline{A 4}; & E 8 - e_8 &= \overline{E 8}.\end{aligned}$$

Substitutie levert:

$$\begin{aligned}+ e_1 & & - e_4 + e_5 & & + A 1 + A 4 + A 5 & & = 0 \\ - e_1 + e_2 & & & & + e_8 + B 1 + B 2 + B 8 & & = 0 \\ & - e_2 + e_3 & & + e_7 & + C 2 + C 3 + C 7 & & = 0 \\ & & - e_3 + e_4 & + e_6 & + D 3 + D 4 + D 6 & & = 0 \\ & & & - e_5 - e_6 - e_7 - e_8 + E 5 + E 6 + E 7 + E 8 & & = 0\end{aligned}$$

Optellen van deze vijf vergelijkingen levert een identiteit op : nul = nul. Het stelsel is dus niet lineair onafhankelijk. Eén van deze vergelijkingen kan daarom worden gemist; welke doet er in dit geval niet toe, reden waarom we de ingewikkeldste, d.i. de laatste, laten vervallen. Het resultaat is het volgende stelsel van vier lineair onafhankelijke vergelijkingen:

$$\begin{aligned}+ e_1 & & - e_4 + e_5 & & + A 1 + A 4 + A 5 & = 0 \\ - e_1 + e_2 & & & & + e_8 + B 1 + B 2 + B 8 & = 0 \\ & - e_2 + e_3 & & + e_7 & + C 2 + C 3 + C 7 & = 0 \\ & & - e_3 + e_4 & + e_6 & + D 3 + D 4 + D 6 & = 0\end{aligned}$$

Hierin zijn de e-grootheden de onbekenden. Het zijn er acht in totaal, zodat ze niet zonder meer uit het stelsel kunnen worden opgelost. Er zullen nog vier andere vergelijkingen gevonden moeten worden, lineair onafhankelijk van elkaar en lineair onafhankelijk van bovenstaand viertal.

Deze vier vergelijkingen laten we voortvloeien uit de volgende voorwaarde: de e-grootheden (verschuivingen van de aanbodlijnen) moeten zo gekozen worden dat de gemiddelde kavelafstand zo klein mogelijk wordt. Dit was namelijk van meet af aan de opzet.

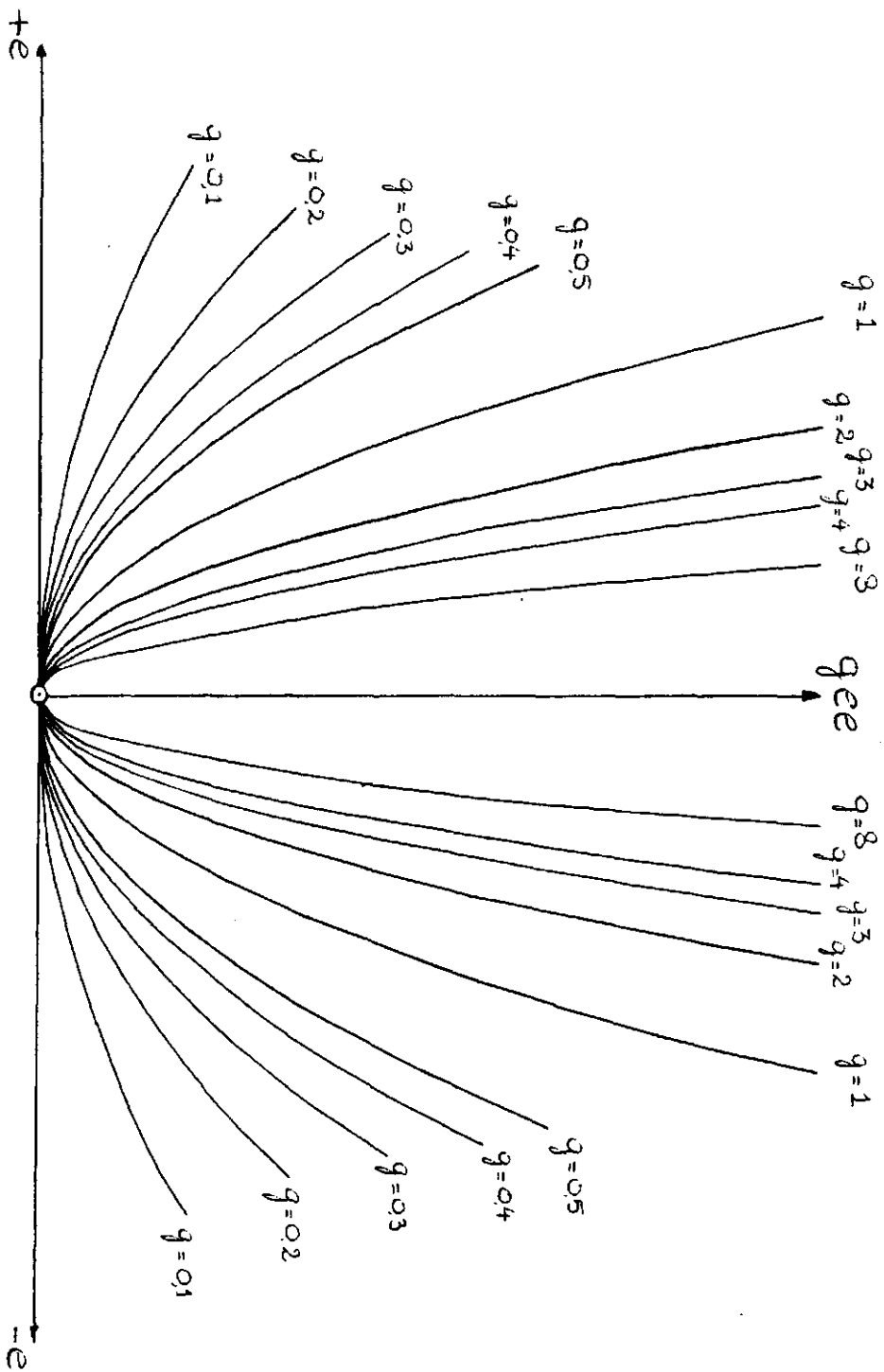


FIGURE 7

In overeenstemming met hetgeen in § 5 is afgeleid kan de gemiddelde kavelafstand als volgt worden gedefinieerd:

$$\text{Gemiddelde kavelafstand} = \frac{[s0]}{[0]} = \frac{[s0]_z}{[0]} + \frac{[s0]_1}{[0]} + \frac{[s0]_2}{[0]} + \frac{[s0]_3}{[0]} + \dots + \frac{[s0]_8}{[0]}$$

Of:

$$\frac{[s0]}{[0]} = \frac{[s0]_z}{[0]} + \frac{[s0]_{1m}}{[0]} + \Delta \frac{[s0]_1}{[0]} + \frac{[s0]_{2m}}{[0]} + \Delta \frac{[s0]_2}{[0]} + \dots + \frac{[s0]_{3m}}{[0]} + \Delta \frac{[s0]_8}{[0]}$$

waarin per definitie:

$$\Delta \frac{[s0]_i}{[0]} = \frac{[s0]_i}{[0]} - \frac{[s0]_{im}}{[0]} \quad (i = 1, 2, \dots, 8)$$

De delta-grootheden zijn altijd groter dan nul.

Om een minimale gemiddelde kavelafstand te krijgen stellen we als eis:

$$\Delta \frac{[s0]_1}{[0]} + \Delta \frac{[s0]_2}{[0]} + \Delta \frac{[s0]_3}{[0]} + \Delta \frac{[s0]_4}{[0]} + \dots + \Delta \frac{[s0]_8}{[0]} \text{ moet minimaal zijn.}$$

Deze eis zullen we nu gaan weergeven in e-grootheden.

Zie daartoe figuur 6 D, die in feite precies dezelfde is als figuur 6 C. Bij een bepaalde keuze van de grootheid e_1 vindt men een zekere

$$\frac{[s0]_1}{[0]} \text{ en } \Delta \frac{[s0]_1}{[0]}.$$

We hebben reeds opgemerkt dat de vorm van de oppervlakteverloopkromme steeds min of meer parabolisch is. Daarom wordt nu bij benadering gesteld:

$$\Delta \frac{[s0]_1}{[0]} = g_1 e_1^2,$$

waarin g_1 een maat is voor de wijde van de parabool, die het meest met de oppervlakteverloopkromme samenvalt. De minimum eis wordt nu in e-grootheden als volgt:

$$g_1 e_1^2 + g_2 e_2^2 + g_3 e_3^2 + \dots + g_8 e_8^2 \text{ moet minimaal zijn.}$$

Uit deze voorwaarde blijkt dat niet de absolute grootten van de g's belangrijk zijn, maar wel hun onderlinge verhouding. Men kan ze vinden door op transparentpapier een stelsel parabolen te tekenen met bijbehorende coëfficiënten g, waarna men dit transparent legt over de oppervlakteverloopkromme (zie figuur 7).

In principe is nu de oplossing van het probleem bekend.

De ϵ 's moeten voldoen aan de volgende vijf voorwaarden:

$$\begin{array}{rcll} + \epsilon_1 & - \epsilon_4 + \epsilon_5 & + A_1 + A_4 + A_5 & = 0 \\ - \epsilon_1 + \epsilon_2 & & + \epsilon_8 + B_1 + B_2 + B_8 & = 0 \\ & - \epsilon_2 + \epsilon_3 & + \epsilon_7 & + C_2 + C_3 + C_7 = 0 \\ & - \epsilon_3 + \epsilon_4 & + \epsilon_6 & + D_3 + D_4 + D_6 = 0 \end{array}$$

$$[\epsilon_i \epsilon_i \epsilon_i] \text{ moet minimaal zijn (i = 1, 2, \dots, 8)}$$

De oplossing verloopt verder als volgt.

We hebben vier lineair onafhankelijke vergelijkingen met acht onbekenden; daarom kunnen we van de acht ϵ -grootheden willekeurig vier ϵ -grootheden kiezen die we lineair onafhankelijk stellen, de andere vier ϵ -grootheden zijn dan lineair afhankelijk van de eerste vier.

Stel nu bij voorbeeld de $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5$, en ϵ_6 lineair onafhankelijk. We schrijven dan de eerste vier vergelijkingen als volgt:

$$\epsilon_3 = f_1(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5, \epsilon_6) \dots \dots \dots (1)$$

$$\epsilon_4 = f_2(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5, \epsilon_6) \dots \dots \dots (2)$$

$$\epsilon_7 = f_3(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5, \epsilon_6) \dots \dots \dots (3)$$

$$\epsilon_8 = f_4(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5, \epsilon_6) \dots \dots \dots (4)$$

Aan de minimum-voorwaarde is voldaan als de partiële afgeleiden van $[\epsilon_i \epsilon_i \epsilon_i]$ naar $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5$ en ϵ_6 gelijk zijn aan nul, of

$$\frac{\partial [\epsilon_i \epsilon_i \epsilon_i]}{\partial \epsilon_1} = 0 \dots (5)$$

$$\frac{\partial [\epsilon_i \epsilon_i \epsilon_i]}{\partial \epsilon_2} = 0 \dots (6)$$

$$\frac{\partial [\epsilon_i \epsilon_i \epsilon_i]}{\partial \epsilon_5} = 0 \dots (7)$$

$$\frac{\partial [\epsilon_i \epsilon_i \epsilon_i]}{\partial \epsilon_6} = 0 \dots (8)$$

$$\text{Of: } \epsilon_1 \epsilon_1 \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \epsilon_1} + \epsilon_2 \epsilon_2 \frac{\partial \epsilon_2}{\partial \epsilon_1} + \epsilon_3 \epsilon_3 \frac{\partial \epsilon_3}{\partial \epsilon_1} + \dots + \epsilon_8 \epsilon_8 \frac{\partial \epsilon_8}{\partial \epsilon_1} = 0 \dots (5)$$

$$\epsilon_1 \epsilon_1 \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \epsilon_2} + \epsilon_2 \epsilon_2 \frac{\partial \epsilon_2}{\partial \epsilon_2} + \epsilon_3 \epsilon_3 \frac{\partial \epsilon_3}{\partial \epsilon_2} + \dots + \epsilon_8 \epsilon_8 \frac{\partial \epsilon_8}{\partial \epsilon_2} = 0 \dots (6)$$

$$\epsilon_1 \epsilon_1 \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \epsilon_5} + \epsilon_2 \epsilon_2 \frac{\partial \epsilon_2}{\partial \epsilon_5} + \epsilon_3 \epsilon_3 \frac{\partial \epsilon_3}{\partial \epsilon_5} + \dots + \epsilon_8 \epsilon_8 \frac{\partial \epsilon_8}{\partial \epsilon_5} = 0 \dots (7)$$

$$\epsilon_1 \epsilon_1 \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \epsilon_6} + \epsilon_2 \epsilon_2 \frac{\partial \epsilon_2}{\partial \epsilon_6} + \epsilon_3 \epsilon_3 \frac{\partial \epsilon_3}{\partial \epsilon_6} + \dots + \epsilon_8 \epsilon_8 \frac{\partial \epsilon_8}{\partial \epsilon_6} = 0 \dots (8)$$

$$\text{Of: } \varepsilon_1 e_1 + \varepsilon_3 e_3 \frac{\partial e_3}{\partial e_1} + \varepsilon_4 e_4 \frac{\partial e_4}{\partial e_1} + \varepsilon_7 e_7 \frac{\partial e_7}{\partial e_1} + \varepsilon_8 e_8 \frac{\partial e_8}{\partial e_1} = 0 \dots (5)$$

$$\varepsilon_2 e_2 + \varepsilon_3 e_3 \frac{\partial e_3}{\partial e_2} + \varepsilon_4 e_4 \frac{\partial e_4}{\partial e_2} + \varepsilon_7 e_7 \frac{\partial e_7}{\partial e_2} + \varepsilon_8 e_8 \frac{\partial e_8}{\partial e_2} = 0 \dots (6)$$

$$\varepsilon_5 e_5 + \varepsilon_3 e_3 \frac{\partial e_3}{\partial e_5} + \varepsilon_4 e_4 \frac{\partial e_4}{\partial e_5} + \varepsilon_7 e_7 \frac{\partial e_7}{\partial e_5} + \varepsilon_8 e_8 \frac{\partial e_8}{\partial e_5} = 0 \dots (7)$$

$$\varepsilon_6 e_6 + \varepsilon_3 e_3 \frac{\partial e_3}{\partial e_6} + \varepsilon_4 e_4 \frac{\partial e_4}{\partial e_6} + \varepsilon_7 e_7 \frac{\partial e_7}{\partial e_6} + \varepsilon_8 e_8 \frac{\partial e_8}{\partial e_6} = 0 \dots (8)$$

Bovenstaand stelsel is oplosbaar. De ε 's zijn bekend; de partiële afgeleiden zijn bekend uit de vergelijkingen 1 tot en met 4; en voor e_3 , e_4 , e_7 en e_8 kan men f_1 , f_2 , f_3 en f_4 substitueren volgens de vergelijkingen 1 tot en met 4.

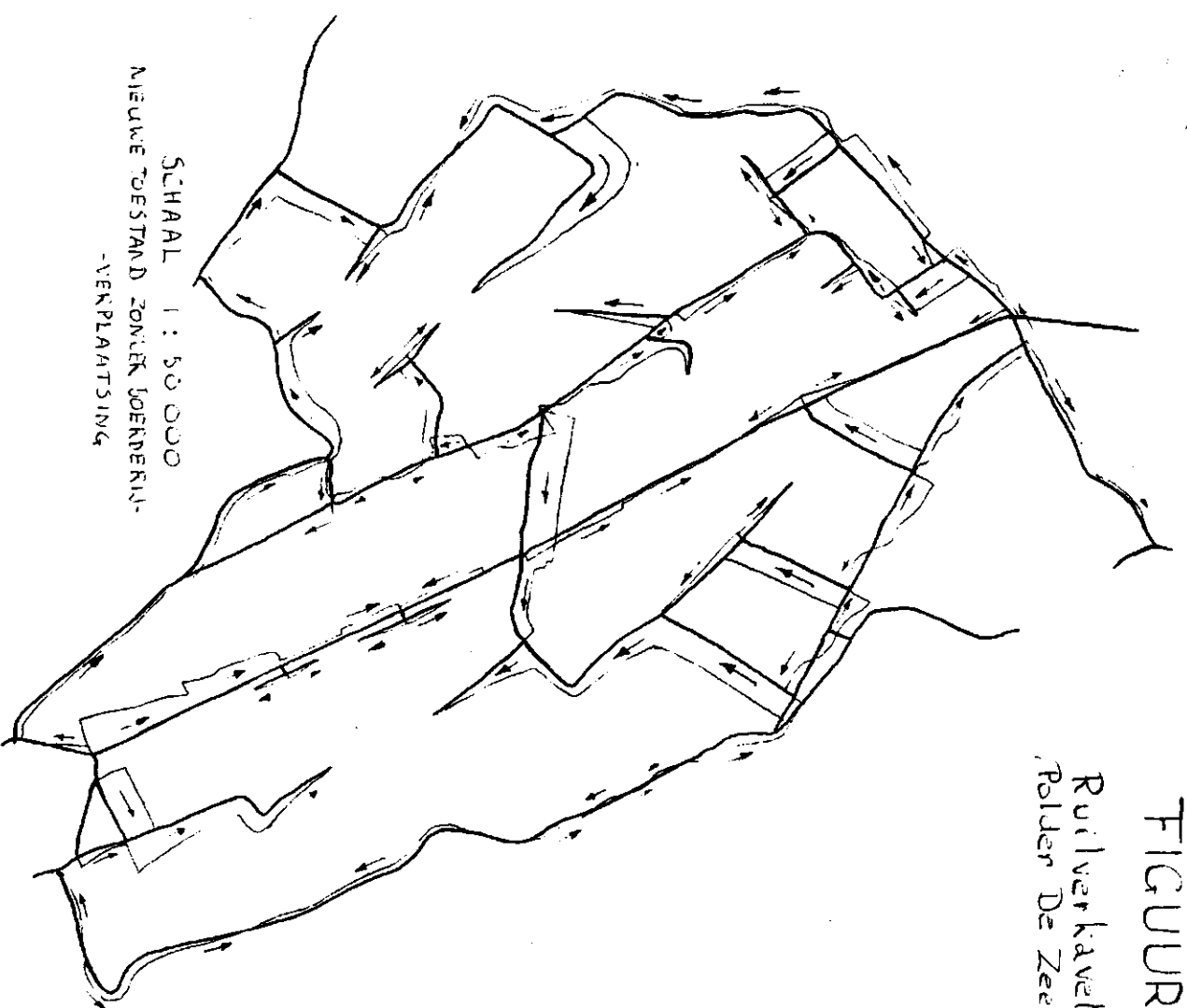
De vergelijkingen 5 tot en met 8 stellen dus vier vergelijkingen voor met vier onbekenden, namelijk e_1 , e_2 , e_5 en e_6 . Nadat we het stelsel hebben opgelost vinden we de andere e 's uit de vergelijkingen 1 tot en met 4.

Via de e_1 , e_2 , ..., e_8 vindt men de $\frac{[s0]_1}{[0]}$ tot en met $\frac{[s0]_8}{[0]}$, en hieruit vindt men de $\frac{[s0]}{[0]}$.

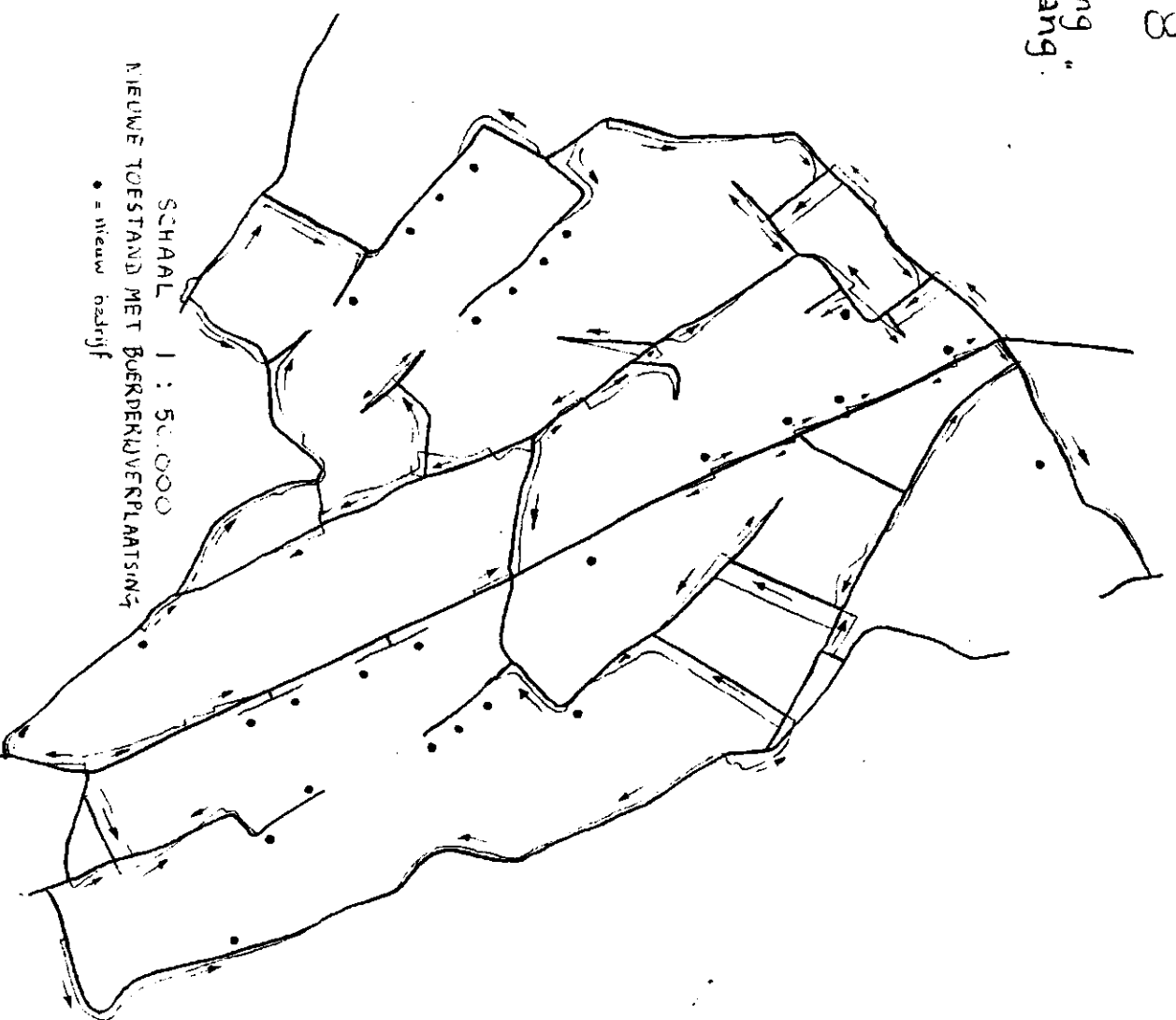
Bij deze oplossing is één ding nog onbevredigend: de schematisering van de oppervlakteverloopkromme tot parabool. Nadat men de e 's heeft bepaald kan men echter nieuwe (betere) g 's invoeren door die parabool te kiezen welke zijn minimum heeft in punt M en bovendien gaat door C (zie figuur 6 D). Men vindt dan nieuwe e 's, waarna men weer nieuwe g 's kan invoeren. Het vermoeden bestaat dat deze iteratiemethode vrij snel tot het gevraagde resultaat voert.

Nadat men de definitieve e 's heeft gevonden is het mogelijk in de grafieken de vereffende aanbodlijnen te tekenen. De verticale afstand tussen vraaglijn en vereffende aanbodlijn geeft nu de intensiteit weer van het intern transport (transport boerderij - kavel vice versa) op ieder weggedeelte, zoals dat zich zal ontwikkelen nadat de uit het oogpunt van kavelafstand optimale toedeling heeft plaatsgevonden. Het kan nuttig zijn deze intensiteiten weer te geven op een wegenkaart van de ruilverkaveling: de intensiteit van het transport geeft men weer door een meer of minder brede band, de richting van het transport door een pijl.

FIGUUR 3
 Ruilverkaveling
 "Polder De Zeevang".



SCHAAL 1 : 50.000
 NIEUWE TOESTAND ZONDER BOERDERIJ-
 VERPLAATSING



SCHAAL 1 : 50.000
 NIEUWE TOESTAND MET BOERDERIJVERPLAATSING
 • = nieuw bedrijf

Intensiteit en richting van het intern transport zonder en met boerderijverplaatsing.

Toelichting: de pijlen geven de richting aan van het transport van boerderij naar kavel.

Een band van 1 mm dikte langs een weggedeelte komt overeen met het passeren langs dat weggedeelte van een hoeveelheid transport, nodig ter bediening van 20 ha.

Figuur 8 geeft een voorbeeld van zo'n transportintensiteitenkaart. De linker en rechter figuur geven de transportintensiteiten weer in éénzelfde ruilverkaveling bij twee verschillende toestanden, namelijk respectievelijk:

- een toestand waarbij in het kader van de ruilverkaveling alleen uitruil en aanleg van nieuwe wegen heeft plaatsgevonden
- een toestand waarbij in het kader van de ruilverkaveling behalve uitruil en aanleg van nieuwe wegen ook boerderijverplaatsing heeft plaatsgevonden.

Duidelijk is te zien dat de boerderijverplaatsing een transportvermindering heeft teweeg gebracht, en daarom ook een vermindering van de gemiddelde kavelafstand.

Een dergelijke kaart van de oude toestand van een ruilverkaveling kan een hulp zijn bij het ontwerpen van een nieuw wegennet en/of boerderijverplaatsingsproject voor deze ruilverkaveling.

§ 7. Wegen van verschillende kwaliteitsklassen

Indien er sprake is van wegen van verschillende kwaliteitsklassen (bijvoorbeeld verhard en onverhard) is het noodzakelijk hiermee bij de toepassing van het hiervoor besprokene rekening te houden. Daar een bepaalde afstand over een verharde weg sneller en met geringer bezwaar afgelegd kan worden dan dezelfde afstand over een onverharde weg zal de boer bij keuzemogelijkheid eerder besluiten te rijden over de verharde weg, ook al betekent dit een kleine omweg.

Hierdoor zullen de verkeersstromen en de gemiddelde kavelafstand anders worden dan in het geval dat alle wegen van dezelfde kwaliteit waren.

Deze moeilijkheid kan als volgt worden opgelost.

Men tekent eerst van iedere weg de grafieken zoals in § 4 is uiteengezet, doch vermeldt bij iedere route de kwaliteitscoëfficiënt k , waarbij k voor een goede verharde weg gelijk is aan 1, en bij slechtere wegen > 1 tot een maximum van bijvoorbeeld 3. De in § 6 omschreven berekening verloopt geheel analoog, alleen dient men de minimum voorwaarde als volgt te wijzigen:

$$[k_i \ g_i \ e_i \ e_i] \text{ moet minimaal zijn.}$$

Men vermenigvuldigt dus de g van iedere hoofdroute met de kwaliteitscoëfficiënt k die bij die hoofdroute behoort. Slechte wegen verkrijgen hierdoor een grote g , wat resulteert in een geringere afwijking van de vereffende aanbodlijn uit de optimale stand (basislijn).

In plaats van één $\frac{[sO]}{[O]}$ vindt men een aantal $\frac{[sO]}{[O]}$ dat gelijk is aan het aantal verschillende kwaliteitsklassen dat men heeft ingevoerd. Zo kan men bijvoorbeeld vinden dat de gemiddelde kavelafstand gelijk is aan 800 meter, waarvan 300 meter afgelegd moet worden via een weg met een kwaliteitscoëfficiënt 1, 200 meter via een weg met kwaliteitscoëfficiënt 2 en 300 meter via een weg met kwaliteitscoëfficiënt 3.

In het bovenstaande is verondersteld dat elke hoofdroute van homogene kwaliteit is, zodat bij iedere hoofdroute slechts één k behoort. De mogelijkheid bestaat dat dit in een bepaald geval een te ruwe benadering van de werkelijkheid zou zijn. Stel in zo'n geval dat stuk a van de desbetreffende route (route i) kwaliteit k_a heeft en stuk b kwaliteit k_b . Men moet dan de grafiek van deze route zó tekenen, dat de stukken a en b van de route worden afgebeeld in twee verschillende schalen die zich verhouden als k_a en k_b . Een van deze schalen zal men gelijk kiezen aan de schaal waarin de overige routes van het blok zijn getekend. Stel bijvoorbeeld dat dit de schaal k_a is.

Men dient dan bij de vereffening in de minimumvoorwaarde " $[k_i \ g_i \ e_i \ e_i]$ moet minimaal zijn" voor hoofdroute i de term $k_a \ g_i \ e_i \ e_i$ in te voeren.

§ 8. De grafische weergave van de grootheid $[\frac{1}{2} DO]$

In § 2 is de gemiddelde kavelafstand als volgt gedefinieerd:

$$\text{Gemiddelde kavelafstand} = \frac{[sO]}{[O]} = \frac{[\frac{1}{2}DO]}{[O]}$$

In § 3 tot en met § 7 hebben we ons beziggehouden met de grafische weergave van de grootheid $[sO]$ en de bepaling van de grootheid $\frac{[sO]}{[O]}$.

We zullen in deze paragraaf zien hoe we ook de grootheid $[\frac{1}{2}DO]$ grafisch kunnen weergeven, zodat niet alleen de gemiddelde afstand van de boerderij tot aan het midden van de frontbreedte van de bijbehorende kavel bekend is, maar ook de gemiddelde afstand die over deze kavel zelf moet worden afgelegd.

Eerst zal worden bekeken wat $[\frac{1}{2} DO]$ eigenlijk is. Evenals in § 2 wordt verondersteld dat het blok n kavels telt; hun diepten zijn gelijk aan D_1 tot en met D_n , hun oppervlakten gelijk aan O_1 tot en met O_n . $[\frac{1}{2} DO]$ is nu een verkorte schrijfwijze voor

$$\frac{1}{2} D_1 O_1 + \frac{1}{2} D_2 O_2 + \frac{1}{2} D_3 O_3 + \dots + \frac{1}{2} D_n O_n.$$

Evenals $[sO]$ is ook $[\frac{1}{2} DO]$ een driedimensionale grootheid.

Om ons los te kunnen maken van een bepaalde kavelindeling laten we, op dezelfde wijze als in § 3, het aantal kavels n onbeperkt toenemen, zodat we een zeer groot aantal zeer smalle kavels krijgen. De grafische voorstelling



van $[\frac{1}{2} DO]$ zal worden uitteéngesetz aan de hand van het voorbeeld van figuur 2. In figuur 9 is de aanbodlijn AC uit figuur 2 B overgenomen. Op ieder punt van de lijn AB is de halve diepte van de kavels ter plaatse naar beneden uitgezet; het resultaat is de lijn NQ.

Aan de weg AB ligt een willekeurig (zeer smal) kaveltje i; dit heeft een oppervlakte $DE = O_i$. De halve diepte van dit kaveltje is $\frac{1}{2} D_i$; deze grootheid wordt rechts van de lijn BC uitgezet. De oppervlakte DEFG stelt nu de grootheid $\frac{1}{2} D_i O_i$ voor. Door dit te doen voor alle mogelijke kavels i kan men de lijn HK construeren. De oppervlakte BCHK is nu een maat voor $[\frac{1}{2} DO]$; we noemen deze oppervlakte q.

De grootheden $[sO]$ en $[\frac{1}{2} DO]$ kan men nu in één figuur tezamen voorstellen. Evenals dat het geval was met de oppervlakte p, die $[sO]$ weergeeft, moet men ook de oppervlakte q met twee schaalfactoren vermenigvuldigen om de werkelijke grootte van $[\frac{1}{2} DO]$ te weten te komen. Voor p en q zijn deze schaalfactoren dezelfde, mits $\frac{1}{2} D$ wordt afgezet in dezelfde schaal als die waarin de lijn AB is getekend.

Als een weg aan weerszijden grond ontsluit ontstaat een moeilijkheid indien we de grootheid $[\frac{1}{2} DO]$ voor beide zijden van deze weg in één figuur willen weergeven. Toch is dit wenselijk, daar we immers ook de grootheid $[sO]$ voor beide zijden van de weg in deze figuur afbeelden. Zie figuur 10.

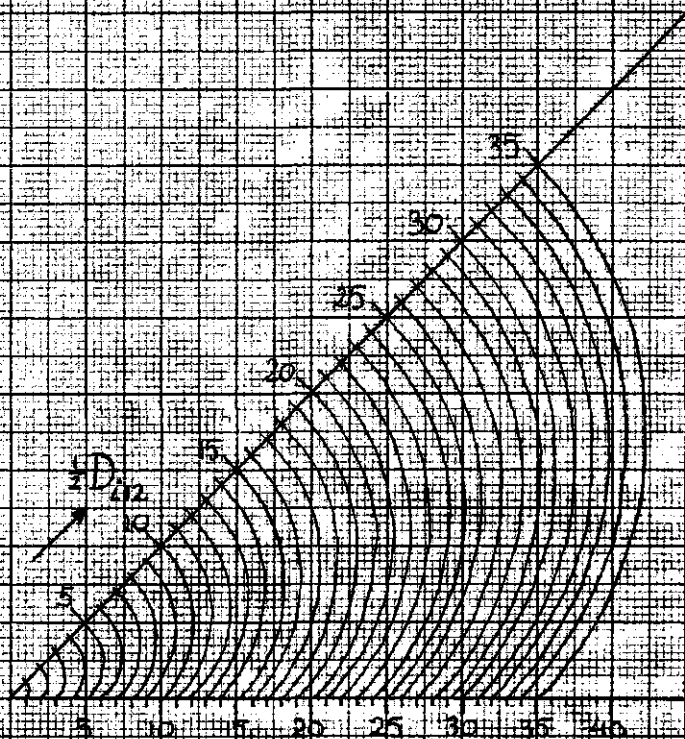
Op ieder punt van de lijn AB is de halve diepte der kavels ter plaatse naar beneden uitgezet. Het resultaat is de lijn MP voor de kavels aan de éne zijde van de weg en de lijn OR voor de kavels aan de andere zijde van de weg. Punt L is een willekeurig punt op weg AB. Tegenover elkaar liggen daar twee even brede (zeer smalle) kaveltjes i_1 en i_2 . De halve kaveldiepte van i_1 is $\frac{1}{2} D_{i1}$, die in figuur 10 is weergegeven door LS; de halve kaveldiepte van i_2 is $\frac{1}{2} D_{i2}$ (= LU in figuur 10). De oppervlakte van i_1 en i_2 is O_{i1} en O_{i2} . De oppervlakte $O_{i1} + O_{i2}$ wordt weergegeven door DE.

Evenals de oppervlakte DEFG uit figuur 9 de grootheid $\frac{1}{2} D_i O_i$ weergaf, willen we nu dat de oppervlakte DEFG in figuur 10 de grootheid $\frac{1}{2} D_{i1} O_{i1} + \frac{1}{2} D_{i2} O_{i2}$ weergeeft.

Daar $ED = O_{i1} + O_{i2}$, moet zijn

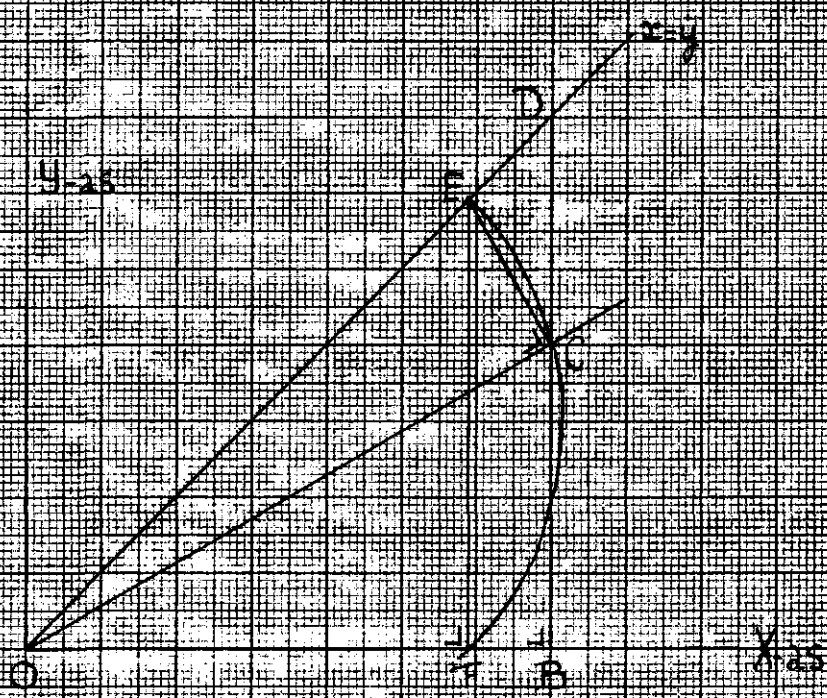
$$EF = \frac{\frac{1}{2} D_{i1} O_{i1} + \frac{1}{2} D_{i2} O_{i2}}{O_{i1} + O_{i2}} = \frac{1}{2} D_{i12}.$$

De lijn HK willen we, op dezelfde wijze als bij figuur 9, uit de lijn NQ laten volgen, zodat geldt: $EF = LT$.



NOMOGRAM TER BEPALING VAN D_{12} UIT D_{11} EN D_{12}

FIGUUR 11



FIGUUR 12

Dus:

$$LT = \frac{\frac{1}{2} D_{11} O_{11} + \frac{1}{2} D_{12} O_{12}}{O_{11} + O_{12}} = \frac{1}{2} D_{112}$$

Daar de kavelletjes i_1 en i_2 even breed zijn geldt: $\frac{O_{11}}{O_{12}} = \frac{D_{11}}{D_{12}}$, zodat

$$LT = \frac{1}{2} D_{112} = \frac{\frac{1}{2} D_{11} D_{11} + \frac{1}{2} D_{12} D_{12}}{D_{11} + D_{12}} = \frac{(\frac{1}{2} D_{11})^2 + (\frac{1}{2} D_{12})^2}{\frac{1}{2} D_{11} + \frac{1}{2} D_{12}}$$

Figuur 11 is een nomogram om $\frac{1}{2} D_{112}$ uit $\frac{1}{2} D_{11}$ en $\frac{1}{2} D_{12}$ af te leiden, (zie de sleutel). Voor de afleiding van het nomogram zie men figuur 12. Door het nomogram denkt men zich een assenstelsel, zoals in de figuur aangegeven: het beginpunt van de schalen voor $\frac{1}{2} D_{12}$ en $\frac{1}{2} D_{112}$ valt samen met O, de oorsprong, terwijl de $\frac{1}{2} D_{11}$ schaal samenvalt met de X-as. Op de lijn OD is de $\frac{1}{2} D_{112}$ afgebeeld op een schaal die $\sqrt{2}$ maal zo groot is als de schaal waarop D_{11} en D_{12} zijn afgebeeld. De vergelijking van de lijn OD is: $x = y$. De in het nomogram afgebeelde lijnen zijn cirkels, die alle door de oorsprong gaan en hun middelpunt hebben op de lijn OD.

Door vergelijking van figuur 12 met de sleutel van het nomogram is duidelijk dat :

$$\begin{aligned} OB &= ED = \frac{1}{2} D_{12} \\ BC &= \frac{1}{2} D_{11} \\ OF &= FE = \frac{1}{2} D_{112} \\ OE &= \frac{1}{2} D_{112} \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

Lijn OC gaat door (0,0) en $(\frac{1}{2} D_{12}, \frac{1}{2} D_{11})$. De vergelijking van deze lijn is dus $y = \frac{D_{11}}{D_{12}} x$.

Daar OE een middellijn is van de cirkel ECFO is $\angle ECC = 90^\circ$. De lijn EC heeft daarom een richtingscoëfficiënt $-\frac{D_{12}}{D_{11}}$.

De vergelijking van de lijn EC is dan af te leiden:

$y - \frac{1}{2} D_{11} = -\frac{D_{12}}{D_{11}} (x - \frac{1}{2} D_{12})$. Door snijden met de lijn OD ($x = y$) vindt men de x_E en y_E :

$$x_E = y_E = \frac{(\frac{1}{2} D_{11})^2 + (\frac{1}{2} D_{12})^2}{\frac{1}{2} D_{11} + \frac{1}{2} D_{12}} = \frac{1}{2} D_{112}$$

Dus: $x_E = y_E = \frac{1}{2} D_{112}$, en $OE = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot D_{112}$.

De volgorde van werken is aldus:

- a. teken de lijnen MP en OR
- b. construeer met behulp van het nomogram een voldoende aantal punten van de lijn NQ, en trek de lijn NQ
- c. construeer de lijn HK
- d. oppervlakte BCHK is dan een maat voor $[\frac{1}{2}DO]$.