NOTA 599 I

2 februari 1971

ltuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

NN31545.0599

WATERBEHEERSING, WATERTOEDELING EN REKENTECHNIEKEN ALS GRONDSLAG DAARTOE

A) DE TOEPASSING VAN WISKUNDIGE MODELLEN BIJ HET GRONDWATERBEHEER

ir. W.C. Visser

BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

JSN 222675-02

DE TOEPASSING VAN WISKUNDIGE MODELLEN BIJ HET GROND-WATERBEHEER

De betekenis van de wiskunde

Het toepassen van wiskunde in het onderzoek is al oud. De wiskunde heeft het voordeel dat de opbouw van het wiskundig model langs lijnen van onbestrijdbare logica verloopt en dat men evenveel variabelen en evenveel dimensies kan toepassen als men wil. Verder zijn de oplossingen voor wie er op getraind is overzichtelijk. Tenslotte is er wat de behandeling betreft weinig verschil tussen de ene of de andere factor of de tijd, met als gevolg dat men wat het numerische deel betreft met weinig extra moeite stationaire zowel als niet-stationaire problemen kan weergeven, oplossen of aftasten. Wel moet men bedenken dat de niet-stationaire formules veelal heel wat ingewikkelder zijn en de berekening kostbaarder zullen maken. We onderscheiden hier even tussen de techniek van de numerische wiskunde en het voorwerp van deze techniek, het model. Bij het opstellen van een model zijn de tijdsfactoren in het niet-stationaire model veelal veel ingewikkelder dan bij de stationaire oplossingen.

De wiskunde heeft na 1937, toen de eerste computer geconstrueerd werd, een geheel andere toepassingsmogelijkheid gekregen. Niet zozeer de omstandigheid dat de computer snel werkt is hiervan de oorzaak geweest. Maar toen men methoden, die men vroeger niet durfde toepassen met de computer tot normale toepassingswijzen had omgebouwd, werd een nieuwe techniek mogelijk gemaakt die zich onderscheidde door de geringe bezwaren tegen omvangrijke berekeningen.

Eens is Adriaan Vlacq uit Gouda beroemd geworden omdat hij omstreeks 1625 de logarithmen van 1 - 20 000 en 80 000 - 100 000 uitrekende, een enorm stuk werk. Thans zoekt een meisje van de rekenkamer de logarithme niet meer in de tafel op, maar rekent hem met de tafelcomputer opnieuw uit. De computer brengt topprestaties van destijds op de begane grond van het toepassende onderzoek. De computer moet hiervoor ook vooral gebruikt worden. Technieken waarover men vroeger niet droomde ze toe te passen, kunnen nu met de computer

de aangewezen weg voor de berekening vormen. Deze gedachte heeft geleid tot het opstellen van rekenmodellen, voorschriften voor uitgebreide berekeningen, weergegeven in een vorm die voor de rekenautomaat geschikt is.

Wat is een rekenmodel

Men kan wat er in de natuur kwantitatief gebeurt ten aanzien van stroming, verplaatsing, groei enz. in een formule weergeven. Wat er in de natuur onveranderd bestaat, valt indien het om gecompliceerde structuren gaat, veel moeilijker voor te stellen. Een kaart van een gebied is te geven, wanneer het maar gaat om wat in een enkel vlak aanwezig is. Wil men de verandering van de toestand met de diepte of de tijd of de grondwaterdiepte weergeven, dan is het model van zulke structuren veel minder bruikbaar.

Onder een rekenmodel zal men in het algemeen een formule verstaan, maar een drainageformule:

$$A = B_1 (S - W) + B_2 (S - W)^2$$

zal men meestal geen model noemen. Bij een model neemt men aan, dat een ingewikkelder proces wordt weergegeven en dat dit weergeven op zodanige wijze plaatsvindt, dat wat in de natuur plaatsvindt, ook uit het model volgt.

Deze eigenschap heeft de bovenstaande formule niet.

Stel:

$$A = 0.03 \times 30 + 0.0001 \times 30^2 = 0.99 \text{ cm, } t^{-1}$$
$$B_1 = 0.03\ t^{-1}$$
$$B_2 = 0.0001\ t^{-1}\ cm^{-1}$$
$$S = 100 \text{ cm}$$
$$W = 70 \text{ cm}$$

Gaat men nu, bijvoorbeeld door een pompput, het water 3 tot 4 m verlagen, dan krijgt men voor A:

$$A = 0.03 \times (-300) + 0.0001 \times (-300)^2 = -9 + 9 = 0$$
$$A = 0.03 \times (-400) + 0.0001 \times (-400)^2 = -12 + 16 = +4$$

Men ziet dat de drainageformule, op de normale wijze geschreven, bij grote waterdiepten plotseling weer grote hoeveelheden water gaat

afvoeren. De machine zal dit ongerijmde gedrag van het model niet opmerken. De formule is in deze schrijfwijze als model ongeschikt.

Verder kan men zich voorstellen, dat bij de berekening de constanten B of S niet goed gekozen zijn en dat te weinig water afstroomt. Dit kan aanleiding zijn dat de waterstand boven het maaiveld komt te staan en men grote afvoeren van A berekent, die echter niet voor kunnen komen omdat bij zo hoge waterstanden er het heel andere proces met oppervlakteafvoer gaat optreden en water in werkelijkheid in de drains of sloten even hoog als op het land gaat voorkomen. Daarmee verdwijnt het verhang en komt de afstroming stil te staan. Een afvoer met een hogere waterstand dan $W = 0$ zal meestal zinloos zijn. Het model moet dus zo opgebouwd worden dat deze toestanden met extremen in W niet kunnen optreden. Dit is niet moeilijk. Men schrijft de machine voor dat bij

$$A = B_1(S - W) + B_2(S - W_2)$$

hoort indien $S - W < 0$ stel $S - W = 0$

indien $S - W > S$ stel $S - W = S$

Met deze twee toevoegingen zal de machine steeds de goede oplossing geven, tenzij er nog weer verdere, hier niet veronderstelde invloeden in het spel zijn.

Toch zal men een dergelijke formule met zijn beperkingen ook na correcties die automatische berekening mogelijk maken geen model noemen, omdat die uitdrukking aan een ingewikkelder probleem doet denken. Een model zou men zo willen noemen, indien een bepaald praktisch geheel, bijvoorbeeld de invloed van willekeurige waterstanden op willekeurige tijden van het jaar op de opbrengst van gewassen bij verschillende verdampingen, wordt weergegeven.

In een dergelijk model zal een formule voor de verdamping en voor de groei van de gewassen voorkomen, terwijl bij opeenvolgende tijden van het jaar deze effecten zo gemodificeerd worden, dat er in voorjaar en winter geen gewas groeit en dus geen effect kan ontstaan, terwijl bij een sterke verdamping een hogere waterstand nodig is om voldoende capillaire toevoer te verzekeren dan bij een geringe verdamping. Zo'n praktische doelstelling krijgt de gecompliceerdheid waaraan men, indien het rekenvoorschrift een model wordt genoemd, zal denken.

Indien een model goed is opgezet, zal men door het toepassen van mathematische technieken er tot dusverre onbekende verhoudingen, indien aanwezig, mee kunnen afleiden. Deze onbekende reacties hadden met een meer of minder ingewikkeld proefveldsysteem ook kunnen worden gevonden. Zo bleek door berekening dat in de zomer een regenbui tot verlaging van de grondwaterstand kan leiden tengevolge van capillaire opstijging die de droge laag onder de door regen bevochtigde zone opvult.

Een goed model is niet alleen een afbeelding van de werkelijkheid of een rekenregel om situaties te kwantificeren, het is ook een zodanige representatie van de werkelijkheid, dat er studies aan verricht kunnen worden.

Het waterbalansmodel

Een goed voorbeeld van een model is dat van de waterbalans, omdat hierbij een aantal verschijningsvormen van het water afzonderlijk worden weergegeven en elk aspect centraal gesteld kan worden. Het is een grondwaterdieptemodel, maar evenzeer een verdampings- ofwel een beregeningsbehoeftemodel. Verder is het een afvoermodel, maar evenzeer een luchtgehalte- of drainagebehoeftemodel.

Deze aanduiding van de verschillende facetten, die aan het model gegeven kan worden, komt uit het gebied van onderzoek. Men kan het echter ook in praktischer termen uitdrukken en bijvoorbeeld als ingewikkelder probleem stellen:

Hoeveel water zal er minder verdampen en de waterwinning ten goede komen, indien men x miljoen m^3 per jaar per km^2 onttrekt met een put die het water in de bovenste etage zonder slecht doorlatende deklaag wegpompt. Ofwel men kan het probleem stellen, welke invloed het in orde maken van de schouwleidingen heeft vergeleken met het in orde brengen van de niet geschouwde leidingen.

Men kan vele praktische vragen formuleren die, door hetzelfde waterbalansmodel op een bepaalde wijze te gebruiken, kunnen worden opgelost. Men komt tot de conclusie dat met kleine omzettingen van het model voor praktische vragen een kwantitatieve oplossing kan worden verkregen, terwijl van afwijkingen die men zich op grond van niet-economische redenen permitteert, men kan vaststellen welke baten en kosten dit voor de ingelanden met zich brengt, vergeleken bij een zuiver technische optimale oplossing.

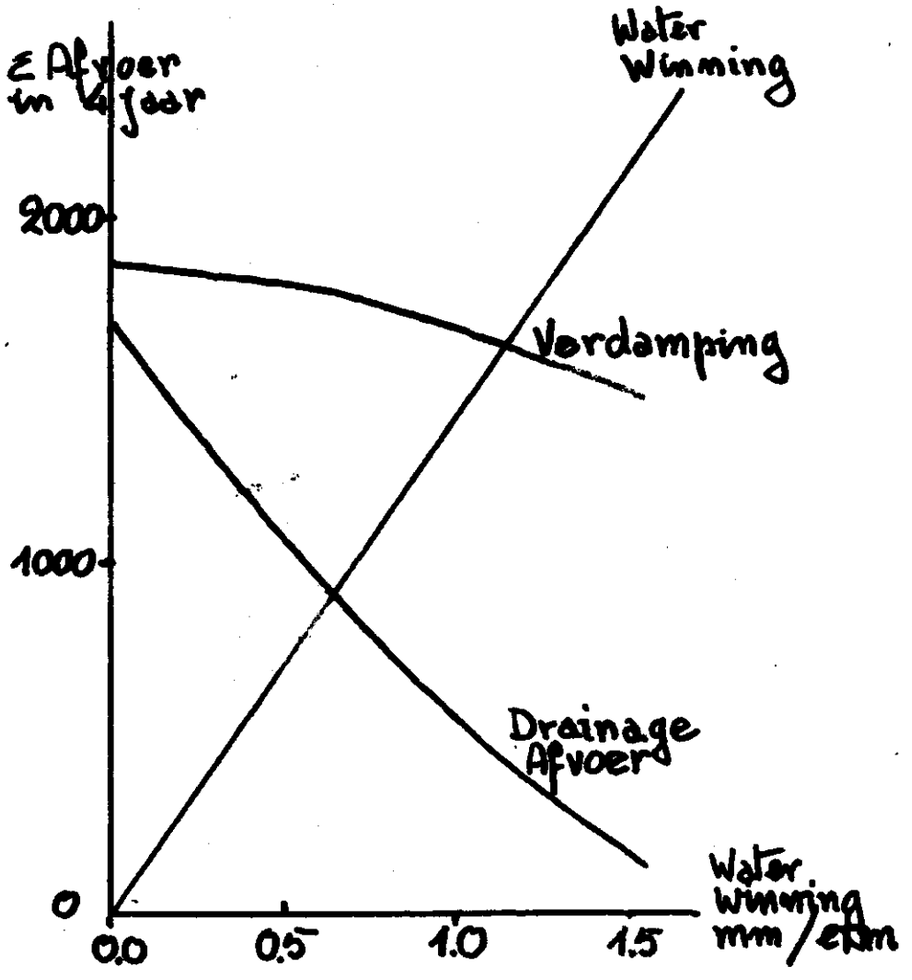


Fig. 1. Een berekening van de daling van de grondwaterstand bij verschillende intensiteiten van waterwinning, zie Nota 601 fig. 1, leverde als nieuw inzicht de verhouding op, volgens welke bij opklimmende gemiddelde grondwaterdiepte het gewonnen water wordt ontleend aan het deel van de neerslag dat naar de drainage-afvoer, en het deel dat anders naar het verdampingsaandeel zou gaan.
Grofweg geschat wordt 20% van het regenwater - bij matige ontwatering indien geen water wordt gewonnen - aan het verdampingsgedeelte van de waterbalans ontleend.

Het werken met modellen

Het toepassen van een model bestaat uit drie fasen, die in belangrijke mate van elkaar afwijken.

Als eerste fase zal men het construeren van het model moeten aanvatten. Bij het waterhuishoudingsmodel is dit vooral het werk van hydrologen, zowel van deskundigen op het gebied van de stroming van het vrije water in de grond en in open waterleidingen als van deskundigen op het gebied van de onverzadigde stroming van het capillaire water.

Als tweede fase volgt de vereffening, wat bestaat uit het aanpassen van het model aan de werkelijke situatie. Wanneer men over een reeks waarnemingen beschikt, die in het model passen, bijvoorbeeld de grondwaterdiepte, dan kan men met het model de grondwaterdiepte berekenen en vergelijken met de bepaling zoals die in de juist genoemde reeks zijn samengevat. Men moet dan de constanten in de formules proberenderwijze een zodanige waarde geven, dat de berekende en de waargenomen grondwaterstanden zo goed mogelijk overeenkomen. Deze fase is die van de vereffening.

Daarna volgt de derde fase, het gebruiken van het model om een praktisch probleem op te lossen. Dit deel heeft de naam gekregen van simulatie en komt neer op het zo vervolledigen van het model of stellen van de gegevens, dat de deelformules die het model samenstellen dezelfde eigenschappen en toestanden vertonen als het werkelijke project zou hebben bezeten, als men de ingreep had gedaan die men met de vervollediging en het stellen van de constanten mathematisch weergaf.

Deze drie fasen zijn in combinatie van veel belang en de neiging om de vereffening weg te laten of volgens een primitieve methode uit te voeren, brengt het werken met modellen voor praktijktoepassing in gevaar. Het weglaten van de nauwkeurigheidsanalyse en het nalaten van door zorgvuldig door middel van vereffening aanpassen van de formules aan de werkelijkheid is vrij gebruikelijk, maar verdient een sterke kritiek omdat van al het werk van het samenstellen van het model en simuleren van oplossingen niet veel overblijft als een deel van de bewerking een grote rekbaarheid krijgt en alle moeite die men zich in de beide andere fasen gaf door het optreden van vereffeningsfouten zijn betekenis verliest.

Het instellen van het model op de grote lijnen van massabehoud

Het model moet aan verschillende eigenschappen voldoen, sommige van principieel belang, andere van gradueel belang. Nu is het niet moeilijk om een model zo ingewikkeld te maken, dat een berekening ook voor de computer te veel wordt en in elk geval te kostbaar. Daarom doet men goed te onderscheiden tussen wat noodzakelijk en wat alleen maar gewenst is om in het model te worden ingebouwd.

Allereerst moet men zorgen voor het behoud van de materie. Geen water mag uit het systeem verdwijnen of er uit het niet bij komen buiten de bekende waterhuishoudingstermen om. Het model wordt dus opgebouwd op grond van de waterbalans:

$$\text{Regen} = \text{Afvoer} + \text{Verdamping} + \text{Berging} + \text{Waterwinning} \qquad (1)$$

Soms worden de termen nog onderverdeeld en wordt bij regen nog gelet op condensatiewater als mist of op regen die de grond niet raakt als interceptie van het bladerdek.

Bij afvoer splitst men in 1) afvoer door de diepe ondergrond, 2) door de ondiepere ondergrond naar drains en sloten, 3) over het oppervlak naar de sloten of 4) door sloten en door de grond naar het gebied als tegenhanger van de afvoer uit het gebied. De beekafvoer uit het gebied is dan gelijk aan de drainageafvoer plus de oppervlakteafvoer en behoeft dus niet afzonderlijk te worden ingevoerd.

De verdamping wordt naar die door het gewas en die vanuit de grond onderscheiden, of naar verdamping - het oase-effect - die mogelijk wordt in lucht die over een zeer droog gebied strijkende een capaciteit van wateropname heeft gekregen los van de straling op de plaats waar het oase-effect werd geconstateerd. Hier treedt transport van verdampingsvermogen op.

Tenslotte wordt het bergend vermogen van de grond naast de open waterberging en de plasvorming onderscheiden. In dit deel van het model zal men vermoedelijk de grootste tekortkomingen in de mathematische weergave ontmoeten. Men dient te bedenken dat naast berging door vervanging van lucht door water, nog berging door samendrukking van de grond kan bestaan, een vorm van berging die speciaal bij pompproeven zich voordoet en die maar ten dele reversibel is en daarom in de waterbalansformule van beperkt belang.

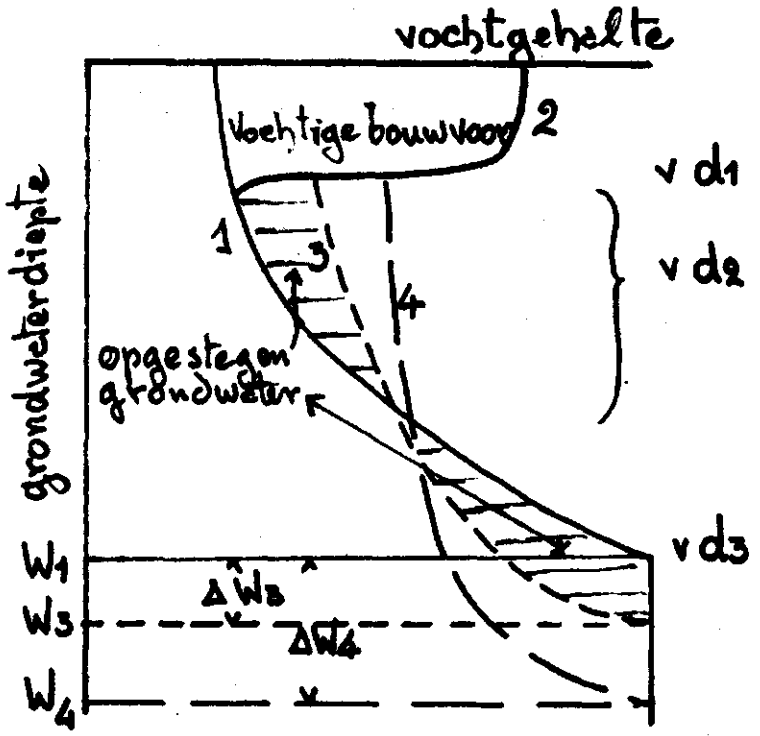


Fig. 2. In geval na een droge periode met vochtprofiel 1 een regenbui de bouwvoor bevochtigt en vochtprofiel 2 doet ontstaan, dan zal de capillaire opstijging in de diepere lagen doorgaan, maar de vochtige bouwvoor niet kunnen passeren wegens gebrek aan potentiaal verval. Het opgestegen water zal de zone d_2 vochtiger maken. Deze opstijging zal vochtprofiel 3 doen ontstaan en de grondwaterdiepte met ΔW_3 doen toenemen. Regen veroorzaakt via de hergroepering van het water een verlaging van de grondwaterspiegel

Het opsplitsen van het profiel in lagen

Het is bij modelbouw niet ongebruikelijk voorbeelden van numerische integratie op te nemen. Men krijgt de indruk, dat dit vooral om redenen van beschikbaarheid van deze technieken wordt gedaan en niet zozeer uit overwegingen van nauwkeurigheid of volledigheid. De nadruk wordt dan gelegd op het geleidelijk van laag naar laag afzakken van het regenwater en het bij toenemende diepte afnemen van de onttrekking van vocht door de plant of via de capillaire opstijging door het bodemoppervlak. Men dient deze punten als van gradueel belang te zien.

Van principieel belang is, dat men bij het invoegen van de infiltratie als transportproces tussen regenval en drainage in of over de bovengrond een vochtvoorraad moet veronderstellen, die het verschil tussen de gevallen regen en de hoeveelheid weggezakt water kan opvangen.

Bestaat er een dergelijk bergend vermogen voor water, dat wel met regen aangevoerd werd maar niet direct door de bouwvoor of ploegzool naar diepere lagen wegstroomt, dan is het denkbaar dat dit water als ongeveer vrij water in die bovenlaag - de eerste laag - aanwezig is. Dergelijk niet-capillair gespannen water verdampt gemakkelijk en de verdamping zal potentieel zijn en weergegeven kunnen worden door gE_o.

In dezelfde tijd zal het capillair eveneens ongespannen water uit de grondwaterzone in de ondergrond - de derde laag dus - opstijgen naar de tweede laag, die door de regen niet bevochtigd is en nog zo droog is als de waterbalans van voor de regen de grond heeft achtergelaten. Verdampen zal dit capillair opstijgende water echter niet, omdat er tussen de eerste en de tweede laag een verval in grondwaterspanning bestaat dat opstijging niet mogelijk maakt. De spanning in de bovenlaag is nul en trekt dus geen water aan. Na regen ontstaat er dus een nulspanning in de bovenlaag, die op enige diepte overgaat in een capillaire spanning ψ . Naar grotere diepte neemt deze spanning ψ weer af en wordt ter hoogte van het grondwater weer nul.

Wanneer deze spanningsverdeling optreedt zal er water van de lage spanning ter hoogte van het grondwater opstijgen, maar ter hoogte van de onderkant van de bovenlaag loopt het verhang terug, waardoor het uit het grondwater opstijgende water even onder de bovenlaag de drogere tweede laag opvult.

Er is dus water dat van een diepte $d_3 = W_1$ (zie fig. 2) opstijgt tot

een diepte d_2 zodat het de onderkant d_1 van de bovenlaag niet geheel bereikt. Na de regenval zal er water afkomstig van het vrije grondwater uit de laag tussen W_1 en W_2 zich afzetten tussen d_1 en d_2. Dit betekent dat er na regenval een daling van het grondwater optreedt. Maar zodra de regen naar diepere lagen afzakt, zal de daling overgaan in een grondwaterstandsstijging.

Niet alleen het verschil tussen de hoeveelheid gevallen regen en de hoeveelheid door infiltratie afgevoerd water wordt door het bergend vermogen van de eerste laag opgevangen. Ook het verschil tussen de verdamping en de capillaire opstijging wordt in deze laag opgeslagen of afgegeven. Bovendien kan wat aan regen valt en wat niet infiltreert als plasvorming een bovengrondse berging doen ontstaan en kan men na bereiken van een maximale plasinhoud een bovengrondse afvoer verwachten.

Het valt herhaaldelijk op dat de grondwaterdiepte een beloop vertoont, waarbij dalingen en pieken elkaar afwisselen zonder dat men in regenval, afvoer of verdamping daarvoor een aanleiding kan vinden. In de invloed van de berging bij trage infiltratie in de eerste laag vindt men in elk geval een verklaringsmogelijkheid voor daling van de grondwaterstand na regen en stijging van de grondwaterstand na opvolgende verdamping, dus het tegengestelde van het gedrag dat men van de grondwaterstand normaal zou verwachten. Dit effect geeft een mogelijkheid, deze pieken te verklaren.

Het onderscheiden van een bovenlaag en een diepere laag maakt het weergeven van een aantal omstandigheden in het model mogelijk, die voor het gebruik van het model voor verschillende doelstellingen van veel waarde kunnen zijn.

We onderscheiden in het model hangwater B_H en zakwater B_Z als vochtvoorraad, waarbij onder zakwater wordt verstaan het water dat uit zichzelf als capillair water naar diepere lagen afstroomt, al mag die afvoer soms lang duren. Onder hangwater wordt verstaan het water dat onder invloed van het krachtenspel niet naar diepere lagen wegzakt en hoogstens capillair opstijgt en verdampt, om dan vanuit het grondwater door capillaire krachten door ander water te worden aangevuld.

Men kan nu voor de waterbalans van de bovenlaag aangeven dat

$$N = B_{Z1} - B_{Z0} + I + E_w - V_c \qquad (2)$$

I = infiltratie
N = neerslag
E_w = werkelijke verdamping
V_c = capillaire opstijging
ΣA = som van de afvoeren (zie formule 3)

De vochtberging in de bovenlaag wordt weergegeven als het verschil in vocht $B_{Z1} - B_{Z0}$ voor en na de regenbui, dus de B_Z op dag 1 en dag 0. De waterbalans van de diepere laag wordt weergegeven door:

$$B_H = I - V_c - \Sigma A \qquad (3)$$

In de tweede laag wordt de berging van het water weergegeven ten op zichte van het profiel met vochttransportsnelheid nul, dat dus door een $B_H = 0$ gekenmerkt wordt. De afvoer wordt hier nog niet in verschillende vormen onderscheiden maar zal later als oppervlakteafvoer in de eerste laag en als afvoer naar verder gelegen drains, greppels of kavelsloten, naar diepere beken of tochten en als afvoer door de diepe ondergrond naar verweg gelegen kwelgebieden, naar zee of naar diepe rivieren worden onderscheiden.

De termen van de waterbalans werden hiervoor naar hun aard weergegeven. In de volgende uiteenzetting zullen ze naar hoeveelheid worden gekenmerkt, door ze als functie van gemakkelijk meetbare of berekenbare eigenschappen als grondwaterdiepte, potentiele verdamping en regenval weer te geven.

1. De regenval N

Hoewel deze balansterm weinig moeite lijkt te geven is de belangrijke positie van de regen in de waterbalans aanleiding om zich veel zorgen over de bepalingsnauwkeurigheid te maken. Deze kan wat aflezing betreft tekort schieten of de regenmeter kan als meetinstrument ten gevolge van wind en beschutting niet geheel voldoen, dan wel als meter van een punt regenval onvoldoende in staat zijn een gebiedsregenval weer te geven.

De neerslagterm is bij de gebruikelijke bewerking de enige die als absolute waarde, dus zonder vermenigvuldigsconstante, in de water-

balansformule komt. De constanten kunnen alle aangepast worden. De neerslag is het enige absolute getal, dat dus voor alle andere balanstermen de schaal van weergave bepaalt. Men kan in dit opzicht de neerslag met de basis van een driehoeksnet vergelijken. Is die te groot, dan zal alles met dezelfde factor te groot uitvallen.

Acht men de neerslag als enige basis een te zwak fundament voor de waterbalans, dan is de beste remedie, ook de afvoer in absolute maat te bepalen. Met twee bases heeft men een toets en een vergelijk.

2. De infiltratie I

Aan het onderzoeken van de infiltratie is in Nederland weinig gedaan. Men weet zelfs niet met zekerheid of infiltratie voornamelijk bestaat uit een capillair naar diepere lagen diffunderen van een regenoverschot, dan wel dat het regenwater door de grovere worm- en wortelgangen en scheuren naar de diepere lagen als vrij, ongespannen water afstroomt alsof het in een zinkput terecht was gekomen. In het eerste geval moet men formules voor de capillaire stroming gebruiken, welke gekenmerkt zijn door een doorlatendheid die van de vochtspanning afhangt. In het tweede geval zal de doorlatendheid constant zijn en wordt de stroomsnelheid door het drukhoogteverschil bepaald, dat steeds meer afneemt naarmate meer water afgestroomd is. Formules voor beide stromingsvormen zijn bekend, maar door het ontbreken van een degelijke studie kan men alleen een willekeurige greep doen.

Gekozen is de formule:

$$I = (N + B_Z) e^{\frac{-\beta W}{t}} \qquad (4)$$

in welke formule wegens het per dag werken t in het vervolg gelijk 1 genomen zal worden.

Bij de neerslag is hier het zakwater opgeteld, omdat dat evenals de regenval op weg naar diepere lagen is. De e-functie geeft verder aan dat als de waterstand W met een bepaald bedrag ΔW afneemt, de vochthoeveelheid in de grond $N + B_Z$ met een percentage afneemt volgens:

$$\frac{d\, I / (N + B_Z)}{I / (N + B_Z)} = - \beta d W \qquad (5)$$

Dit wijst er op, dat de infiltratie afhangt van de hoogte van de neerslag in de als buizen te denken grove poriën. Er is dus van uitgegaan

dat de neerslag zoveel sneller door de grove dan door de fijne poriën afstroomt, dat men de capillaire stroming wel mag verwaarlozen, omdat deze stroming langzaam gaat. Of dit juist is, hangt van de grond en de bodemstructuur af. De capillairiteitsformule is beschikbaar en een toetsing zou kunnen worden uitgevoerd. Dit zou een interessante controle van het model kunnen vormen, die niet te moeilijk zou zijn omdat vrijwel dezelfde formule voor de capillaire opstijging wordt gebruikt die men voor de infiltratie zou willen toepassen en de constanten naar men zou denken wel aan elkander gelijk zouden moeten zijn. Alleen de tekens zouden wisselen.

Men moet de formule die werkelijk wordt toegepast zien als de van tijd afhankelijke vorm

$$I = (N + B_Z)\, e^{\frac{-\beta W}{t}} \qquad \text{met } t = 1 \qquad (4)$$

Bij het werken met langere of kortere tijdvakken dan 1 dag kan het invoeren van t van voordeel zijn, omdat men dan toch met dagwaarden voor I kan blijven werken.

3. De afvoer A_{dr}, A_{ver}, A_{diep}, A_{opp}

De afvoer van water kan op vele manieren plaatsvinden. Er stroomt water af naar drains, greppels en perceelssloten, A_{dr}. Daarnaast stroomt water naar diepe beken en tochtsloten, op gemiddeld verre afstand gelegen omdat er niet veel van deze diepe sloten zijn. Dit is A_{ver}. Daarnaast is er een ondergrondse afvoer onder invloed van de maaiveldhelling van het gebied, die als kwel in de lage stroken van het gebied of in de rivieren ophoudt, dan wel naar zee afstroomt. Deze afvoer zal A_{diep} genoemd worden. Tenslotte is er de bovengrondse afvoer onder invloed van de grootte van de zakwaterberging B_Z, weer te geven door A_{opp}.

De afvoer A_{dr} wordt met de formule van Hooghoudt weergegeven:

$$A_{dr} = B_1 (S_1 - W) + B_2 (S_1 - W)^2 \qquad (6)$$

S_1 = de diepte van de ondoorlatende laag

$B_1 = 8\, k\, D/L^2$ $\qquad$ $B_2 = 4\, k\, D/L^2$

L = drainafstand $\qquad$ S_2 = diepte van de ondoorlatende laag bij verre afstroming

De afvoer A_{ver} kan veelal worden weergegeven door:

$$A_{ver} = B_3 (S_2 - W) \qquad (7)$$

De afvoer A_{diep} wordt met een wat andere formule weergegeven:

$$A_{diep} = B_4 (W + A) \qquad (8)$$

In deze formule neemt men aan dat het verhang tengevolge van de grote afstand vrijwel onveranderlijk is en de verschillen hoofdzakelijk ontstaan door variaties in de doorstroomde profieloppervlakte die met een diepte tot (W + A) meter onder het maaiveld in het model wordt opgenomen. Dit zijn de gevallen waarbij men, omdat W veel kleiner zal zijn dan A, ongeacht de grondwaterdiepte een vrijwel constante afvoer van water via het grondwater vaststelt, hetgeen voert tot de veronderstelling van een constante kwel. De invloed van de grondwaterdiepte dient men echter als regelingsmechanisme van deze diepe stroming wel een plaats in het model te geven, omdat de constante B_4 in het model dan onafhankelijk wordt van het groot of klein zijn van de dikte A van de doorlatende laag.

De oppervlakkige afvoer is het gevolg van het voortgezet toenemen van de zakwatervoorraad B_Z tengevolge van een belemmerde infiltratie. Men kan nu de oppervlakkige afvoer laten aanvangen wanneer de zakwatervoorraad een zeker bedrag C teboven gaat ofwel

$$A_{opp} = B_Z - C \qquad (9)$$

met als voorwaarde dat indien $B_Z - C < 0$, men $B_Z - C = 0$ stelt.
C is hier de hoeveelheid water die als plas op het land zich kan opzamelen voor de afvoer een aanvang neemt. In deze formule is de dikte van de bovenlaag niet opgenomen, omdat dit vele complicaties van berekening zou geven. Bij bodemprofielen met een goede structuur zal het grondwater tot het maaiveld zijn gestegen voor oppervlakteafvoer begint op te treden. Heeft men echter met een slecht doorlatende bovenlaag of een ploegzool te maken, dan zal door het klein zijn van I door deze geringe doorlatendheid, volgende uit een hoge waarde van β de B_Z een zekere waarde kunnen aannemen, ook indien de grondwaterspiegel nog diep staat. De omstandigheid dat B_Z geen verhoudingsgetal is maar een absolute waarde aanneemt, terwijl de verandering van de

hangwaterberging wordt gevonden als verschil tussen B_{Z1} en B_{Z2} heeft als gevolg dat de vochtvoorraad voor de gehele bovenlaag door B_Z wordt voorgesteld. Bij welke waarde de afvoer begint, kan de vereffening leren. Wel dient bedacht te worden, dat bovengrondse afvoer maar zelden optreddt en de vereffening dus veelal niet erg nauwkeurig zal zijn wegens een onvoldoende veelvuldige waarneming van de omstandigheden met bovengrondse afvoer.

4. De werkelijke verdamping E_w

De verdamping is door velen bestudeerd en een weergave van de bestaande kennis in zijn volle omvang zou een omvangrijk rekenvoorschrift betekenen, zonder dat deze verfijningen een belangrijke verlaging van de sluitfout van de waterbalans zouden opleveren.

Door het onderscheiden van twee lagen in het profiel is het wel nodig om de verdamping uit de bovenste laag te completeren met een capillaire opstijging in de tweede laag. Deze capillaire opstijging voert een hoeveelheid water aan die gelijk is aan de verdamping indien in de bovenlaag geen hangwater aanwezig is of de aanwezige hoeveelheid gelijk blijft. Is hangwater wel aanwezig, dan wordt het verdampende water ontleend aan de door B_Z weergegeven vochthoeveelheid totdat B_Z nul wordt.

Als formule voor de capillaire opstijging V_c wordt gebruik gemaakt van de formule:

$$\psi = \frac{-1}{\alpha} \ln \; 1 - (1 - e^{-\alpha w})(1 + \frac{V_c}{k_o}) \qquad (10)$$

of

$$(1 - e^{-\alpha \psi}) = (1 - c^{-\alpha w})(1 + \frac{V_c}{k_o}) \qquad (11)$$

α = capillaire doorlatendheidsconstante
k_o = capillaire doorlatendheid voor $\psi = 0$
ψ = vochtspanning

De verdamping wordt begrensd door de vochtspanning ψ van de bovenlaag of het verdampend vermogen van de atmosfeer E_o. Als formules voor de werkelijke verdamping E_w worden gebruikt:

$$E_w = g\, E_o \qquad (12)$$

of

$$E_w = d_1 / \psi^{d_2} \qquad (13)$$

Welke van beide formules men zal toepassen hangt af van de uitkomst in de formule (10) voor ψ. Wordt de logarithme imaginair wanneer men gE_o toepast, dan dient men over te gaan op $d_1 \psi^{-d_2}$ en berekent, gebruik makende van formule (13) hoe hoog ψ moet zijn om het argument van de logarithme positief te laten blijven.

Er wordt veel over potentiële en reële verdamping gesproken. Men moet echter drie situaties onderscheiden en wel 1) die waarbij de stromingsweerstand bij het verdampen een vaste waarde heeft en niet belemmerd wordt. Dit komt bij verdamping van interceptiewater voor. Men kan daarvoor de verdamping E_o van open water kiezen. Dan volgt daarop de toestand, waarbij alleen de stromingsweerstand in het gewas van belang is. Dit wordt door gE_o weergegeven, waarbij g een reductiefactor is die deze stromingsweerstand in de plant weergeeft. Tenslotte kan men de invloed van de stromingsweerstand in de grond weergeven met $d_1 \psi^{-d_2}$, die dus optreedt naast de weerstand in de plant. De g moet men zich voorstellen deel uit te maken van de d_1, terwijl de ψ^{-d_2} deel uitmaakt van de beschrijving van de capillaire stroming. De uitdrukking potentiële verdamping is niet erg scherp omschreven. De potentiële verdamping kan de reële verdamping van vrij water zijn. De reële verdamping van grond en gewas kan men als potentiële verdamping onder de gegeven omstandigheden beschouwen. De lagere waarde is namelijk niet het gevolg van een grotere stromingsweerstand maar van een anders te formuleren stromingsproces. De woorden potentieel en actueel slaan op de mm verdamping en niet op het verdampingsproces. De woorden duiden geen verschil in stromingsproces en stromingsweerstand aan en geven dus niet veel inzicht in het proces, zoals men ook niet mag verwachten van termen die stromingswet, doorstroomd oppervlak en doorlatendheid zonder verder onderscheid in een enkele term samenvatten.

5. De berging B_H, B_Z, B_{cap}, B_{tijd}

De berging is een belangrijke bodemeigenschap die de laatste tijd veel aandacht krijgt. De waarde voor de berging, die veelal wordt verondersteld constant te zijn, zal onder de hier te lande optredende ondiepe waterstanden vrijwel steeds variabel zijn. Ook is de berging behalve van de grondwaterdiepte ook afhankelijk van de verdamping. En nu de vochthuishouding niet alleen bij waterovermaat en geringe ver-

damping de aandacht vraagt maar ook bij watertekort, bij afpompen of bij ondergrondse afvoer en bij verdamping, kan de theorie van de berging het droge gebied van de bergingsvariatie niet buiten beschouwing laten.

Noemt men de berging onder invloed van capillaire krachten weer B_H, dan kan men de principevergelijking opschrijven:

$$B_H = \frac{dB}{dW} \Delta W + \frac{dB}{dV_c} \Delta V_c \qquad (14)$$

De formule geeft aan, dat de berging afhangt van de verandering van de waterstand ΔW maal een factor die het verband tussen de grondwaterdiepte dW en de berging ΔB_H legt. Verder hangt de berging op dezelfde wijze van de capillaire stroomsnelheid, zowel bij opstijging als bij inzijging, af. De berging B_H stelt daarbij een vochtvoorraad $P-\mu$, of zo men wil een luchtvoorraad μ voor.
P = poriënvolume, μ = luchtvolume.

Nu zijn voor de relatie tussen de luchtvoorraad, de capillaire opstijging en de vochtspanning formules bekend. Deze luiden:

$$\psi = \frac{G \mu^n}{(P - \mu)^m} \qquad (15)$$

en

$$(1 - e^{-\alpha \psi}) = (1 - e^{-\alpha w})(1 + \frac{V_c}{k_o}) \qquad (16)$$

De beide laatste formules stellen in staat de berging ΔB_H, hier weergegeven als μ, uit te drukken als functie van ψ en V_c. Het zal echter duidelijk zijn dat het substitueren van formule (15) in (16) een oplossing is waarmee men niet veel kan. Noch lukt het μ op te lossen, noch kan men door integratie van μ tot de hoeveelheid geborgen water B_H komen. De integratie gelukt niet langs eenvoudige weg. Er zijn dus vereenvoudigingen nodig.

De vereenvoudiging wordt verkregen door $(P-\mu)^m$ tegenover μ^n constant te veronderstellen, waardoor ontstaat:

$$\mu = C_1 \psi^{c2} = \frac{dB}{dW} \qquad (17)$$

Verder wordt via: $\Delta\psi = \gamma \Delta W$ en

$$\frac{d\psi}{dW} = \frac{(1 + \frac{V_c}{k_o})\, e^{-\alpha w}}{1 - (1 + \frac{V_c}{k_o})(1 - e^{-\alpha w})} = \frac{e^{-\alpha w}}{e^{-\alpha w} - \frac{V_c}{V_c + k_o}} = \gamma \qquad (18)$$

ter vereenvoudiging verondersteld dat de integratie van

$$\int \mu = C_1 \int \psi^{c_2} \Delta\psi \quad \text{volgens} \quad B = \int C_1 (\gamma W)^{c_2} \ldots dW$$

kan worden uitgevoerd met γ constant over het traject dW waarover de variatie in W optreedt.

Als uitkomst krijgt men nu:

$$B_H = \frac{C_1}{1 + C_2} \left(\gamma_o^{c_2} W_o^{c_2+1} - \gamma_1^{c_2} W_1^{c_2+1} \right) \qquad (19)$$

Schrijft men de formule volledig uit dan ontstaat:

$$B_H = \frac{C_1}{1 + C_2} \left[\left(\frac{e^{-\alpha w_o}}{e^{-\alpha w_o} - \frac{V_{co}}{k_o + V_{co}}} \right)^{c_2} W_o^{1+c_2} - \left(\frac{e^{-\alpha w_1}}{e^{-\alpha w_1} - \frac{V_{c1}}{k_o + V_{c1}}} \right)^{c_2} W_1^{1+c_2} \right] \qquad (20)$$

De eerste voor de hand liggende vereenvoudiging tot

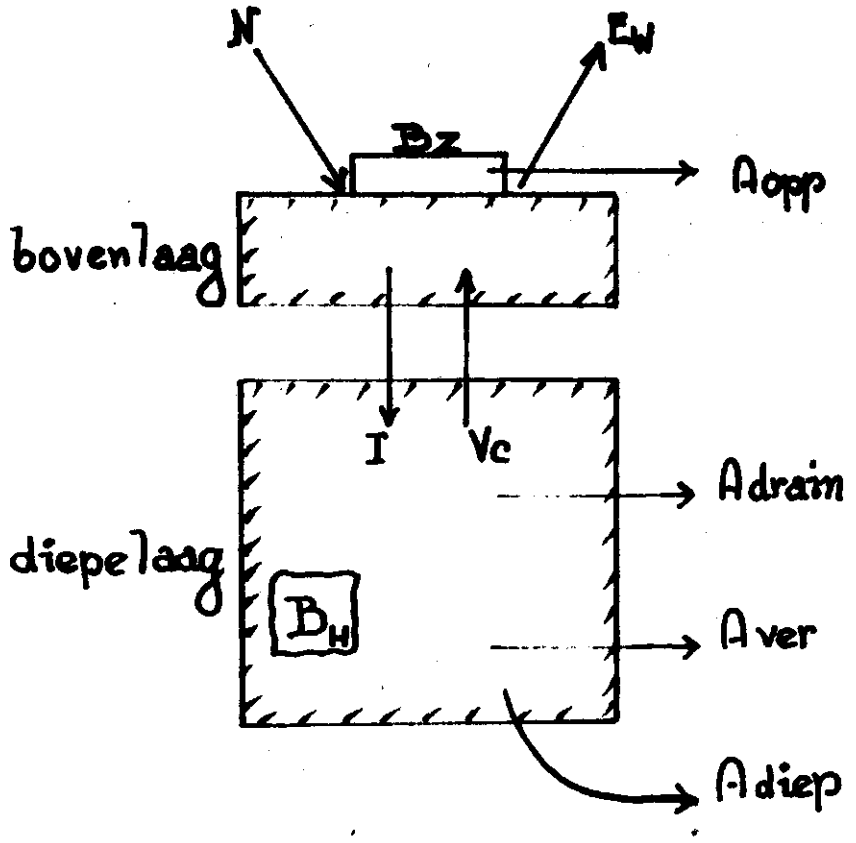
$$B_H = \frac{C_1}{1 + C_2} \left(W_o^{1+c_2} - W_1^{1+c_2} \right) \qquad (21)$$

ontstaat door de capillaire opstijging V_c gelijk nul te stellen. Stelt men dan ook nog C_2 gelijk nul, dan wordt de berging μ constant en krijgt men met

$$B_H = C_1 (W_o - W_1) \qquad \text{of}$$

$$B_H = C \Delta W \qquad (22)$$

de eenvoudigste oplossing die bij de pompputhydrologie een gebruikelijke veronderstelling is.



$$\underline{B_{z1} - B_{z0} = N - I - E_W + V_c}$$

bovenlaag

$$I = (N + B_{z0})\, e^{-\beta W}$$

$$E_W = \begin{cases} gE_0 \\ \text{of} \\ d_1 \varphi^{-d_2} \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{-1}{\alpha} \ln\left\{1 - \left(1 - e^{-\alpha W}\right)\left(1 + \frac{V_c}{k_0}\right)\right\}$$

$$\underline{\Delta B_H = I - V_c - \varepsilon A}$$

diepelaag

$$A = B_1\left(\frac{S_1}{-} - W\right) + B_2\left(\frac{S_1}{-} - W\right)\left|\frac{S_1}{-} - W\right| + B_3\left(\frac{S_2}{-} - W\right) + B_4$$

$$\Delta B_H = \frac{c_1}{c_2+1}\left\{\frac{e^{-\alpha W_0}}{e^{-\alpha W_0} - \frac{V_{c0}}{V_{c0}+k_0}}\right\}^{c_2} W_0^{c_2+1} - \left\{\frac{e^{-\alpha W_1}}{e^{-\alpha W_1} - \frac{V_{c1}}{V_{c1}+k_0}}\right\}^{c_2} W_1^{c_2+1}$$

Fig. 3

Aangezien men door vereffening de waarden voor V_c en C_2 met voldoende nauwkeurigheid kan vaststellen, kan men nagaan of de vereenvoudigingen aanvaardbaar zijn. Voor de computerberekening heeft de vereenvoudiging overigens nauwelijks betekenis en is niet aan te bevelen. (Zie samenvatting fig. 3)

Of de vereenvoudiging voor de relatie vochtspanning - vochtgehalte van formule (15) tot de vorm (17) toelaatbaar is, kan eveneens uit de vereffening volgen. Door vereffenen kan men aantonen dat constanten te laag of te hoog zijn en door de waarde stap voor stap te veranderen kan men de waarde van de constante met de kleinste fout vinden.

Gaat men zijn veronderstellingen een gecompliceerdere vorm geven en dus andere formules gebruiken, dan moeten hier voor elke formule opnieuw de constanten met de kleinste fouten worden gezocht, maar daarna dient men deze minimale fouten voor de verschillende formules te vergelijken. De kleinste fout wijst bij deze vergelijking dan op de nauwkeurigste formule.

Wel valt op, wanneer men dergelijke berekeningen voor verschillende waterstandsbuizen uitvoert, dat niet steeds dezelfde formule als de beste er uit komt. Bij de ene buis is de afwijking tussen de gebruikte formule - die natuurlijk steeds een schematisering van het proces inhoudt - en de werkelijkheid groter dan bij de andere buis, maar ook is de ene schematisering in het ene geval gelukkiger dan de andere schematisering in een ander geval. Men zal nu niet bij de vereffening van een bepaald aspect van de waterbalans een reeks verschillende formules na elkaar proberen, al zou dat in theorie het beste, maar in werkelijkheid een wat onbegonnen werk zijn. Liever zal men op een aantal buizen de verschillende waterbalansformules toepassen om te zien welke het veelvuldigste de beste resultaten geeft en hoe het met de bewerkelijkheid staat. Uit deze gegevens leidt men af, welk model de grootste voordelen heeft en dit model wordt dan verder zonder nadere controle steeds toegepast.

Bij de berging is een formule als (18) echter ook dan nog geen zekere grondslag. De schrijfwijze van de noemer in formule (15) verzekert dat een $\psi = \infty$ zal optreden bij $\mu = P$ of een berging μ gelijk aan het poriënvolume P, maar reeds bij veel lagere waarden van ψ zal bij formule (17) en ook (18) een beperking in de toename van μ optreden. Bij de gebruikte formule (17) zal men bij diepe

waterstanden te grote bergingscoëfficiënten vinden. Nu zijn de exponenten m en n in formule (15) gemiddeld van de orde van 1 en 3. Maar bij deze exponenten wordt de oplossing van μ uit formule (15) als derdemachtswortel en de daaropvolgende integratie niet eenvoudig.

Integrabel zijn de volgende wat minder benaderende formules:

$$\psi = \frac{G_1 \mu}{P_1 - \mu} \qquad \mu = \frac{P_1 \psi}{G_1 + \psi} \qquad B = P\left\{(W_1 - W_o) - \frac{G}{\gamma} \ln\left(\frac{\frac{G}{\gamma} + W_1}{\frac{G}{\gamma} + W_o}\right)\right\} \tag{23}$$

$$\psi = \frac{G_1 \mu^{c_1}}{(P_1 - \mu)^{c_1}} \qquad \mu = \frac{P_1 \psi^{c_2}}{G_2 + \psi^{c_2}} \tag{24}$$

$$\psi = \frac{G_1 \mu^2}{P_1 - \mu} \qquad \mu = -\psi \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4P_1 \frac{G_1}{\psi}}}{2\, G_1} \tag{25}$$

Formule (24) heeft het nadeel, dat het voor verschillende waarden van c oplossingen met verschillende exponenten geeft, welke bij vereffening bijzonder lastig zijn.

Een andere vermindering van het benaderende karakter kan men nog met numerische integratie bereiken, maar ook dit geeft aanleiding tot omvangrijke vereffeningsberekeningen. Tenslotte kan men nog naar een prettiger hanteerbare vergelijking voor de desorptiecurve zoeken, die voldoende flexibel en nauwkeurig is, maar het bewerkelijke karakter van formule (15) mist. Aan deze verfijningen van de formule voor het bergend vermogen dient nog verdere aandacht te worden geschonken.

Mathematische modellen als bepalingsmethode en bron van gespecialiseerde kennis

Het rekenen met modellen brengt mee, dat op indirecte wijze een aantal constanten worden bepaald, die bij het waterbalansmodel vrijwel alle de betekenis van stromingsparameters en vochthoudendheidsconstanten hebben. Bij het waterbalansmodel zijn het 9 tot 11 constanten, zonder de parameters voor de aanvullende modellen in aanmerking te nemen.

Deze constanten passen alle in een op een praktijk gericht rekensysteem en zijn dus van een orde van belangrijkheid die verband houdt met de belangrijkheid van het praktisch probleem. Het model mag dus

genoemd worden als een methode om bepaalde waterhuishoudkundige eigenschappen te bepalen.

Interessant was het onderzoek van Stol in 'Hydrologisch onderzoek in het Leerinkbeekgebied'* naar de betrouwbaarheid van de regenwaarnemingen, een door velen aangepakt maar door weinigen overtuigend opgelost probleem.

De regenmeter geeft ten gevolge van turbulente windstromingen een minder betrouwbaar resultaat naarmate de regenmeter hoger wordt opgesteld. Of echter grondregenmeters de oplossing vormen, is alleen na te gaan indien men een vergelijkingsmeting kan doen, zonder daartoe een regenmeter met dezelfde turbulentiebezwaren te gebruiken.

Nu werd in het betreffende onderzoek niet alleen met de regenmeter een absolute waarde voor de watertoevoer bepaald, maar bovendien werden afvoermetingen voor het debiet van de beken als absolute hoeveelheid bepaald en ontstond een kans om de afvoer van het 5200 ha grote gebied, uit directe meting verkregen, te vergelijken met de afvoer die via de regenmeting werd berekend. Stol toont aan, dat de gebruikelijke correctie van de regencijfers op grond van de resultaten van grondregenmeters een goede overeenkomst tussen de op twee wijzen verkregen waterbalansen leverde. Met het model kan men blijkbaar directe metingen op hun nauwkeurigheid onderzoeken en hier dus een regenmeter van enkele dm^2 vergelijken met een opvangoppervlak van 5200 ha.

Men ziet nu een mogelijkheid om via een model tot een oplossing te komen voor de waterbalans in geval men de regenmeter wantrouwt.

De waterbalans: Neerslag = Afvoer + Berging + Verdamping wordt nu vereffend met als formule voor de regenval per maand i:

$$\bar{N}_i = A + BN_i$$

waarin $\bar{N}_i$ staat voor de werkelijke neerslag in de 7e maand. Deze wordt berekend uit de gemeten neerslag N_i en twee constanten die door vereffening worden verkregen. Verder wordt de afvoer weergegeven als de gemeten afvoer, gelijk aan $A_{dr} + A_{opp}$ plus het deel van A_{diep} dat boven het afvoermeetpunt op de beek afstroomt.

*STOL, Ph. Th.: Hydrologisch Onderzoek in het Leerinkbeekgebied. Commissie Bestudering Waterbehoefte Gelderse Landbouwgronden, Deelrapport 12

Men gebruikt dan de gemeten afvoer zowel als de gemeten neerslag als grondgegevens, maar berekent via A en B welke correctie aan de gemeten neerslagcijfers moet worden aangebracht. Deze correctie is van voldoende grootte om vrij wat moeite te doen om deze fout in de regenmeting te herstellen.

De indirecte methoden verschaffen een toetsingsmogelijkheid voor directe bepalingen. Veelal merkt men dat de directe metingen veel meer vertrouwd worden dan de indirecte. Het is de vraag of dit juist is. Maar wanneer men geen directe meting ter controle heeft, dan blijken indirecte methoden soms van meer waarde te zijn dan men veelal meent.

Een ander voorbeeld van de betekenis van indirecte bepaling zijn de door Bloemen berekende kD-waarden voor diepe en verre afvoer, die vergeleken werden met de langs geologische weg bepaalde kD-waarden. Het bleek daarbij dat men goed vergelijkbare waarden krijgt. Wel is het een moeilijkheid, dat men veelal niet voldoende nauwkeurig weet hoe de stroombaan door de grond gevormd is en/of de stroming de volledige dikte van de doorlatende laag gebruikt. Zou de stroming minder diep reiken, dan zal de kD-waarde maar voor een deel van de doorlatende laag gelden en lager uitvallen dan de op grond van geologische kenmerken berekende waarde.

Van belang is, dat de stromingsmodellen de mogelijkheid in zich dragen om constanten die moeilijk zijn vast te stellen of op eenzijdige bepalingsmethoden berusten, langs een geheel andere weg te bepalen. Dit geeft een belangrijke bijdrage tot het vaststellen van bodemconstanten en levert de mogelijkheid, de geologisch bepaalde constanten op hun principiële juistheid te beoordelen.

Enkele conclusies op grond van de bergingsformule

Wat tot dusverre als formule voor het bergend vermogen is aangeduid, is in werkelijkheid een relatie tussen berging, grondwaterdiepte capillaire opstijging en verdamping zoals formule (14) weergeeft.

Het eerste wat bij deze formule opvalt is, dat het bergend vermogen, gedefinieerd als de verhouding tussen de verandering in vochtinhoud en de verandering in de grondwaterstand dB/dW, zo eigenlijk door een onvolledige en onnauwkeurige definitie wordt beschreven, omdat de aanvoer zowel als de afvoer van water niet kan plaatsvinden

zonder de capillaire stroming te veranderen, zodat een definitie van berging als dB/dW niet mogelijk is als geen rekening wordt gehouden met dB/dV_c. Stelt men de laatste afgeleide nul, dan neemt men iets aan wat in werkelijkheid het afvoerproces onmogelijk maakt.

Neemt men daarentegen aan dat dB/dV_c een bepaalde waarde heeft, dan moet men niet alleen een voorwaarde aan dB/dW stellen - normaal stelt men $dW = 1$ - maar moet men de bijbehorende waarde voor dB/dV_c eveneens geven. Dit zal men in het algemeen niet kunnen, zodat elk getal voor de berging in principe een schatting op zwakke grondslag is. Men neemt bij de gebruikelijke veronderstelling een constant bergend vermogen aan, dat de som van regen en verdamping ongeveer nul is en daarbij dat bij de gegeven hoogte boven het grondwater de berging vrijwel niet meer afhangt van de grondwaterdiepte. Voor Nederland geldt dat meer op enkele plaatsen.

Wanneer de bovenlaag door regen nat wordt, zal dit de vochtspanning doen afnemen. Ook zal de capillaire opstijging bij de natte zone tot stilstand komen en zal juist beneden die laag met belemmerde opstijging het bergend vermogen zich met water opvullen. De verdamping uit de natte bovenlaag zal zo groot worden als het klimaat toelaat. De relatie tussen capillaire opstijging en verdamping wordt verbroken. De gevallen neerslag verhoogt de grondwaterstand niet, maar doet hoogstens de verdamping toenemen. De capillaire opstijging vervoert water dat echter niet verdampt, maar de berging in de bovenste zone van de tweede laag vergroot. Dit water komt uit het onderste deel van de tweede laag en uit het grondwater, waarvan de spiegel dus zal dalen, zie fig. 1. Door neerslag moet op deze wijze dus een waterstandsverlaging ontstaan, een verschijnsel waarover men bij het onderwerp berging zelden wat hoort. De moeilijk verklaarbare pieken en dalen die men veelal in de grondwaterstandswaarnemingen ziet optreden en die niet het gevolg zijn van wateraanvoer bij de pieken en waterverlies bij de dalen, kunnen wellicht ten dele uit deze tegengestelde relatie verklaard worden, dus uit een hergroeperen van het water.

In elk geval heeft de verklaring van de grote bergende vermogens in de zomer het voordeel, niet alles uit de grondwaterdiepte te behoeven verklaren. Een grote B-waarde in formule (20) bij een grote φ in formule (17) levert een te hoge waarde voor C_1 indien men niet

de uitdroging van het profiel en dus een grote V_c, zie formule (14), voor een deel als oorzaak van een grote waarde van B aanmerkt. De grote waarden van C_1 geven in natte perioden te hoge bergende vermogens, die een verdroging in aanmerking nemen die er in natte tijden niet zal zijn. Het invoeren van de capillaire opstijging als een tweede maat voor de berging kan tegelijkertijd bruikbare waarden geven voor de berging in de winter en het vochtgehalte in de zomer.

Wil men het bergend vermogen op grond van de grondwaterdiepte onderscheiden van die door uitdroging van het profiel, dan volgt dit uit de uitbreiding van formule (20):

$$B_H = \frac{dB}{dW}\Delta W + \frac{dB}{dV_c}\Delta V_c = \frac{C_1}{1+C_2}\left[\gamma_o^{c_2} W_o^{c_2+1} + \gamma_1^{c_2} W_o^{c_2+1} - \gamma_1^{c_2} W_o^{c_2+1} - \gamma_1^{c_2} W_1^{c_2+1}\right] \tag{26}$$

$$B_H = \frac{C_1}{1+C_2}\left\{\gamma_o^{c_2}(W_o^{c_2+1} - W_1^{c_2+1}) + (\gamma_o^{c_2} - \gamma_1^{c_2})\, W_1^{c_2+1}\right\} \tag{27}$$

Op deze wijze zijn de invloed van W bij constante V_c en dus constante γ en de invloed van V_c bij constante W gescheiden.

De formule voor de pompput in het model van de waterbalans

Bij de vele hydrologische formules die in gebruik zijn, past men bijna steeds een aantal vereenvoudigingen toe, die met de toestand in de praktijk niet overeenkomen. Men neemt aan, dat tussen de onttrekking volgens de formule en de vochtvoorraad in de grond een eenvoudige samenhang bestaat. De toevoer en de afvoer van water worden veelal aan elkander gelijk gesteld. Het proces wordt daarmede als een stationair of gestaag proces beschreven. Ook wel wordt de afname evenredig met de tijd gesteld, wat een niet-gestaag proces betekent. Verder neemt men de berging constant en worden afvoer door sloten en drains zowel als de verdamping buiten beschouwing gelaten of constant verondersteld. Omdat het waterbalansmodel op veel gedetailleerder beschouwingen gebaseerd is, mag men verwachten dat bij verschil in gang en getal tussen werkelijkheid en de formule - zo wordt voor de neerslag en de verdamping dag voor dag een verschillende waarde berekend - de onjuist-

heid van een facet, bij de andere facetten tot tegenspraken zal leiden. Vooral wanneer de waterbalans wordt geanalyseerd om een indruk van het effect van de waterwinning op de andere doelstellingen van watergebruik te krijgen, bereikt men meer zekerheid door de formules wat nauwkeuriger op te zetten. Het is mogelijk, dat bij het gebruik van niet geheel op elkander ingestelde formules als maat voor de watertoewijzing, de onevenwichtigheid te grote onevenredigheden in de toewijzingen doet ontstaan.

Allereerst moet de variatie die in de werkelijkheid aanwezig is, ook in de formule worden opgenomen.

De formule gaat uit van de veronderstelling, dat het gebied van onttrekking een straal R heeft en al het onttrokken water, met q mm per eenheid van oppervlak over een ring met stralen R en r, door het cirkelvormige doorstromingsvlak met straal r en hoogte D stroomt. Voorbij de afstand R stroomt het water naar andere putten.

Dit wordt weergegeven door:

$$\pi (R^2 - r^2) q = 2 \pi r kD \frac{dh}{dr} \tag{28}$$

Geïntegreerd wordt dit:

$$h_2 - h_1 = \frac{q}{2 kD} \left\{ R^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \right\} \tag{29}$$

Wanneer nu echter de voeding van het gebied met de diepte van het grondwater varieert omdat bij grotere waterdiepte de verdamping zowel als de drainafvoer afneemt en er dus van de neerslag meer overblijft, dan kan dit het eenvoudigste worden weergegeven door een eerste benadering, die men per strook kan toepassen, weer te geven door:

$$q = A - Br_i \tag{30}$$

Deze correctie wordt over een klein interval $r_2 - r_1$ met constante waarden A en B beschreven maar over grotere intervallen met variërende A en B. Er ontstaat zo een nieuwe formule voor de pompput:

$$\pi (R^2 - r^2)(A - Br) = 2 \pi r kD \frac{dh}{dr} \tag{31}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{A}{2kD}\left(R^2 \ln\frac{r_2}{r_1} - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}\right) - \frac{B}{2kD}\left(R^2(r_2 - r_1) - \frac{r_2^3 - r_1^3}{3}\right) \qquad (32)$$

Deze formule zal de werkelijke daling van de grondwaterstand over een vrij breed gebied kunnen volgen, ook wanneer men A en B constant houdt, omdat het onttrekkingsproces voor een groot deel goed wordt weergegeven. Eerst wanneer de A en B te veel gaan afwijken van wat in werkelijkheid de waarden zijn, ontstaan er afwijkingen. Doordat men de integratie exact uitvoerde, krijgt men een snellere, minder rekenwerk vragende aanpassing dan met een geheel numerische integratie.

Wat bij deze formule opvalt is, dat de exacte integraties tot formules leiden, die nogal wat ingewikkelder kunnen zijn dan de formules die men in de leerboeken vindt. De vereenvoudigingen in de uitgangsveronderstellingen in de - wetenschappelijk hoog te waarderen - formules zijn oorzaak dat ze een te beperkte overeenkomst met de werkelijkheid hebben. De formule kan namelijk worden aangepast indien men voor een aanpassing zorgt op een afstand R voor de grondwaterdiepte en op een afstand r_o voor de hoeveelheid water die door het kleinste doorstroomde cirkelvlak stroomt en welke gelijk moet zijn aan de pompcapaciteit. De eerste waarde voor de grondwaterdiepte heeft het karakter van een integratieconstante en kan men dus vrij aannemen. De pompcapaciteit q^* kan men kloppend krijgen door de berekende waarde via een verhoudingsgetal gelijk te maken aan deze werkelijke capaciteit.

Omdat deze verhouding voor dezelfde afstand r wordt weergegeven door:

$$\frac{q^*}{q}\,\frac{\pi(R^2 - r^2)}{\pi(R^2 - r^2)} = \frac{2\pi r\,kD}{2\pi r\,kD}\;\frac{\dfrac{h_2^* - h_1^*}{L}}{\dfrac{h_2 - h_1}{L}} \qquad (33)$$

of

$$\frac{q^*}{q} = \frac{h_2^* - h_1^*}{h_2 - h_1} \qquad (34)$$

$h^*\ q^*$ getallen voor juiste verhoudingen

$h\ \ q$ getallen voor de benaderende verhoudingen

komt het er op neer, dat alle berekende waterstandsverschillen ten op-

zichte van de h_2 op een afstand R, die men vrij kon stellen met de reductiefactor q^*/q moet vermenigvuldigen. Ook dit is dus eenvoudig.

Heeft men op deze wijze een indruk van de waterdiepte gekregen, dan kan via het rekenmodel worden vastgesteld, welke verdamping, afvoer en berging met die diepte overkomen. Bij toenemende waterdiepte worden deze balanstermen minder hoog en blijft er van de regen meer over. Wordt dit niet weggepompt, dan zal de waterstand stijgen en de afvoer door afpompen zal zich zo instellen, dat uit elke ring $r_i - r_{i-1}$ zoveel water wordt weggepompt dat er een grondwaterdiepte ontstaat, die zowel naar de kant van de afname van de waterbalanstermen als naar de kant van de waterwinningsformule (32) de afwijkingen minimaliseert. Dit komt er op neer dat dichtbij de put de onttrekking groter zal zijn dan volgens formule (29) en dichtbij de onttrekkingsgrens R de waterontname kleiner zal zijn. De afzuigtrechter wordt dus nauwer en dieper dan men meestal aanneemt en men zal het net van pompputten dus wel wat dichter moeten maken.

Op grond van deze overwegingen kan men nu de waarden van A en B berekenen. Stel

$$R^2 \ln r_i - \frac{r_i^2}{2} = \alpha \qquad (35)$$

$$R^2 r_i - \frac{r_i^3}{3} = \beta \qquad (36)$$

$$(h_i - C)\, 2\, kD = \gamma \qquad (37)$$

met C de waterdiepte ter plaatse R en h_i de waterdiepte op een willekeurige afstand r_i, dan berekent men A en B volgens:

$$A = \frac{\frac{\gamma_2}{\beta_2} - \frac{\gamma_1}{\beta_1}}{\frac{\alpha_2}{\beta_2} - \frac{\alpha_1}{\beta_1}} \qquad (38) \qquad\qquad B = \frac{\frac{\gamma_2}{\alpha_2} - \frac{\gamma_1}{\alpha_1}}{\frac{\beta_2}{\alpha_2} - \frac{\beta_1}{\alpha_1}} \qquad (39)$$

In de γ is daarbij het effect van de afname van enkele balanstermen bij toenemende waterdiepte opgenomen. De berekening van A en B wordt per ring met grenzen r_2 en r_1 berekend met de α, β en γ, geldend voor de beide grenzen van de ring. Op de raaklijn voor twee opeenvolgende stroken zijn de waarden van α, β en γ

gelijk en daar gelden dezelfde A en B. De als curve uitgezette waarden van A en B vormen dus een polygoon. Ook deze berekening is niet gecompliceerd en omdat men de curve een vorm heeft gegeven die al dicht aan de werkelijke curve aansluit, behoeft men ook niet het afgepompte oppervlak in te veel ringen op te delen. Gedacht wordt aan 4 of 5 ringen.

Enkele verdere verbeteringen van de berekening zullen later kunnen volgen. Zo werd voor q in formule (31) gesteld:

$$q = A - Br \tag{40}$$

Ook zou kunnen

$$q = A - B \ln r \tag{41}$$

$$q = A + B/r \tag{42}$$

$$q = A + Br + cr^2 \tag{43}$$

of elke andere formule die een betere aansluiting aan de waterdiepte-veranderingen door verdamping en afvoer verzorgt.

Met dergelijke formules kan men ook de eerste aansluiting trachten te vereenvoudigen. Thans wordt van formule (28) en (29) uitgegaan, dus van de veronderstelling, dat B gelijk nul is en A gelijk q. De eerste aanpassing vergt wat werk en het kan een voordeel zijn te beginnen met formule (32) en een paar geschikte schattingen voor A en B.

Het inbouwen van het beekpeil in de afvoerterm van het waterbalansmodel

In het model voor de waterbalans komt de afvoerterm voor met een constante diepte van de drainagebasis S. Terwijl dat bij drainbuizen soms wel kan kloppen en bij de gebruikelijke drainageformules in elk geval het geen gebruik is om de drukhoogteverschillen als functie van de afvoer te schrijven - in $A_{dr} = B_1(S - W) + B_2(S - W)^2$ is S gewoonlijk geen grootheid die met A op en neer gaat - is dit bij beekafvoeren een ongewenste onvolkomenheid.

Wanneer de afvoer van de neerslag op het slotenstelsel groot is, zal de beek een hoog peil hebben en zal de afvoer door dit hoge peil beperkt worden. Wanneer men meer in het bijzonder de beekafvoer wil bestuderen, zal een dergelijke aanvulling vooral waardevol zijn, omdat men anders te grote afvoeren zal berekenen en geen projecten betrouwbaar zal kunnen doorrekenen, die beekverbetering nastreven.

Het peil in de beek kan men het beste met de formule van Manning weergeven, eventueel met de mogelijkheid om de exponenten nog door vereffening vast te stellen, waarbij de exponent 0,67 van de natte straal R dichter bij 0,75 zal kunnen uitvallen en de exponent 0,5 van het verhang I dichter in de buurt van 0,55 kan blijken te liggen. In de volgende beschouwing worden deze verfijningen niet in de beschouwing betrokken.

De formule van Manning luidt:

$$Q = K_M \frac{F^{1,67}}{O^{0,67}} I^{0,5} \tag{44}$$

$$= K_M \frac{\{(b + ah)h\}^{1,67}}{\{b + 2h\sqrt{1 + a^2}\}^{0,67}} I^{0,50} \tag{45}$$

$$= K_M \frac{h^{3,33}}{h^{0,67}} \frac{(b/h + a)^{1,67}}{(b/h + 2\sqrt{1 + a^2})^{0,67}} I^{0,50} \tag{46}$$

Stel de taludhelling a = 1

$$Q = K_M h^{2,67} \frac{(b/h + 1)^{1,67}}{(b/h + 2\sqrt{2})^{0,67}} I^{0,5} \tag{47}$$

Rekent men nu de functie van b/h voor een aantal waarden tussen b/h = 0 en b/h = 1 uit, dan vindt men het volgende resultaat:

Tabel 1. Vereenvoudigde beekdiepte karakteristiek

b/h =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
f(b/h) =	0,57	0,65	0,72	0,80	0,88	0,96	1,04	1,13	1,21	1,29
Δ f(b/h) =		8	7	8	8	8	8	9	8	8

Men ziet dat de verschillen Δ f(b/h) vrijwel constant zijn en de functie dus door een rechte lijn met de formule

$$f(b/h) = 0,49 + 0,08\ b/h \tag{48}$$

wordt benaderd. Hierdoor gaat de formule van Manning over in:

$$Q = K_M (0,49 + 0,08\ b/h)\, h^{2,67}\, I^{0,5} \tag{49}$$

Wanneer men nu de afvoer, die men voor een punt binnen het stroomgebied berekende, met de oppervlakte van het stroomgebied vermenigvuldigt, krijgt men een schatting voor Q en kan bij een door vereffening berekende K_M en een gemeten b en I de h berekenen en die in plaats van S in het waterbalansmodel invoeren. Desgewenst kunnen ook b en I door vereffening gevonden worden.

Het lijkt niet direct nodig, hier niet-stationaire formules te kiezen. Wel zal het op niet-stationaire formules overgaan voor het gehele model een punt van verfijnend onderzoek zijn dat te gelegener tijd zal moeten worden aangevat. Het lijkt echter thans urgenter om eenvoudige aanvullende formules de voorrang te geven, zodat men kan zien met welke nauwkeurigheid allerlei secundaire facetten kunnen worden bepaald. Is deze nauwkeurigheid niet groot, dan is de niet-stationaire weergave mogelijk niet zo urgent.

De techniek van het aanvullen van een model

In het voorgaande is met enige uitgebreidheid het inpassen van een nieuw aspect in het model uitgewerkt. Deze uitbreidingen kunnen zeer belangrijk zijn omdat een model nog altijd de tendentie heeft om te eenvoudig te worden gehouden om de rekenkosten aanvaardbaar te houden.

Het vormgeven aan een aanvullend model wordt beheerst door de wens de hoeveelheid rekenwerk te reduceren. De theoretische behandeling van het invoegen met numerische vereffening doet dit in een te geringe mate. Men kan meer vertrouwen op de nauwkeurigheid bij de toepassing van vereenvoudigde uitgangspunten, omdat de vereffening er voor kan zorgen dat de resultaten nauwkeurig kloppen, al zullen de parameters dan wel eens minder goed met de directe bepaling overeenkomen. De berekende parameters compenseren met hun fout de tekortkomingen van het gebruikte, te eenvoudige model. En omdat alle goed opgezette formules, ongeacht het verschil in uitgangspunten numerisch gezien veel op elkaar lijken, kunnen de fouten van de parameters veel van de tekortkomingen van het model goedmaken.

Een exacte integratie als voor de pompputformule gebruikt, heeft het voordeel dat men bij het inbouwen in het model niet een numerische integratie binnen de vereffening behoeft uit te voeren, maar kan volstaan met het berekenen van een aantal constanten, zoals bij de pompputformule

de berekening van A en B.

Het lijkt van belang, dat wie de modellen voor de waterbalans wil gebruiken zich zorgvuldig in het opzetten van een aanvullend model en het inpassen daarvan in het kernmodel inwerkt. Het is door deze aanpassing, dat men voor elke vraag die men wenst op te lossen een zorgvuldig - bij wijze van spreken aangemeten - model kan construeren. Men krijgt dan een oplossing die bij het inzicht dat men in het probleem heeft past. Een model moet men niet als een recept zien, maar als een techniek die men een persoonlijk karakter kan geven om een oplossing te krijgen die de persoonlijke stand van kennis en inzicht weergeeft.

Niettemin zal het van belang zijn, dat de uitgewerkte aanvullingsmodellen worden vastgelegd en voor een ieder beschikbaar staan. Op deze wijze is het denkbaar dat de meest vooruitstrevende denkbeelden over de theorie en de oplossing in verband worden gebracht met de verst voortgeschreden denkbeelden over de praktische opzet en toepassing. Het model schept de mogelijkheden om de kloof tussen wetenschap en toepassing in sterke mate te verkleinen en verdient in bijzondere mate dat een groepsgewijze bestudering wordt nagestreefd door het vormen van een werkgroep toepassing van het waterbalans-kernmodel met zijn aanvullingen.