

NN31545.0698

... TA 698

oktober 1972

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

BIBLIOTHEEK DE HAAFT

Droevendaalsesteeg 3a
Postbus 241
6700 AE Wageningen

**WATERHUISHOUDINGSONDERZOEK
DOOR MIDDEL VAN COMPUTERMODELLEN**

W.C. Visser

**BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW**

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

1788870



CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS

0000 0672 7909

INHOUD

	blz.
OVERZICHT	1
DOEL VAN HET ONDERZOEK	2
BOUW EN AANPASSINGSVERMOGEN VAN EEN MODEL	5
DE WISKUNDIGE BEHANDELING VAN HET WATER- HUISHOUDINGSMODEL	7
DE HYDROLOGISCHE GRONDSLAGEN VAN HET WATERBALANSMODEL	9
DE WATERBALANS VOLGENS DE LYSIMETER- VERGELIJKING	11
DE KWANTITATIEVE WEERGAVE VAN DE WATERBALANS	14
DE INFILTRATIEFORMULE VOOR PRAKTISCHE TOEPASSING	14
DE OPPERVLAKTE-AFVOER	17
DE AFVOERFORMULE	18
DE VERDAMPINGSFORMULE	23
DE WATERBERGING	31
HET BEPALEN VAN DE PARAMETERS	36
PRINCIPE VAN DE BEREKENING	37
ASYMMETRIE VAN DE FOUTENCURVE	46
DE SAMENHANG TUSSEN DE PARAMETERS	48
DE BEPERKINGEN VOORAL OP NUMERISCH GEBIED	52

Overzicht

Het drink- en proceswater van hoge kwaliteit wordt in Nederland aan het grondwater onttrokken. Dit water is zeer betrouwbaar en in grote hoeveelheden aanwezig. Het is tevens het goedkoopste productieproces. Dit is deels het gevolg van het niet behoeven vergoeden van schade door verdroging aan de landbouw en de natuurlijke vegetatie. Nu van deze schade-ondervindende groepen steeds sterker bezwaren tegen de grondwaterwinning worden geuit, wordt het noodzakelijk de voor- en nadelen van de grondwaterwinning goed te onderzoeken, een onderzoek dat tot dusverre nog niet werd uitgevoerd, omdat de gedachten wellicht wat eenzijdig uitgingen naar het zuiveren van Rijnwater.

Het onderzoek moet zich richten op een waterwinningsproces waarbij de belangen van landbouw en waterwinning parallel lopen en niet tegenover elkaar staan. Dit vereist een winningssysteem waarbij met infiltratie de afname van het water in de grond wordt teniet gedaan door aanvoer van rivierwater in de tijd dat dit het minste vervuild is. Dit water wordt door infiltratie aan het grondwater toegevoegd op een tijd en in een hoeveelheid dat de vegetatie met deze voorraad een droge periode kan overbruggen.

Deze regeling van afvoer, aanvoer en waterberging als toekomstige taak van de waterschappen gedacht, dient met computermodellen te worden opgelost. Dit model, een samenstel van formules die de afzonderlijke posten van de waterbalans weergeven, werd opgesteld en wordt in de volgende bladzijden in detail besproken. De drainage-afvoer is tot in onderdelen bekend, maar over infiltratie is in Nederland de kennis gering. Verdamping is eveneens goed bekend, maar blijkt bij berekening nogal wat moeilijkheden op te leveren. Over de berging is de bestaande kennis te gering en hier moesten onderdelen van de formule voor een groot deel eerst worden ontworpen.

De berekeningstechnieken voor de waarden van de parameters, die de formules uit het model voor de waterbalanstermen de juiste kwantitatieve waarde geven, moesten ontworpen worden. Het blijkt dat deze numerische techniek op vele moeilijkheden stuit, als asymmetrie van de foutencurven en onderlinge samenhang tussen de parameters. Het gaat hier om het ontwerpen van een rekentechniek die het verschil tussen een berekende waterbalansterm en de waargenomen term zo klein mogelijk maakt. Voor deze toetsingswaarde wordt de grondwaterstand of de beekafvoer genomen. De nadruk werd bij het hier beschreven onderzoek gelegd op het ontwerpen van rekentechnieken die de variatie van parameters kon aantonen, zoals de variatie in de drainagebasis S en de verdampingsreductiefactor g , die per 2 maanden of per maand konden worden vastgesteld. De numerische problemen vormen het moeilijkste onderdeel van het onderzoek.

Doel van het onderzoek

De doelstelling voor het model voor de landbouw zowel als voor de waterwinning zal zorgvuldig moeten worden doordacht. Een model waarin de tegengestelde belangen van waterwinning en landbouw in de strijd om het water centraal staan is weinig aantrekkelijk door de consequenties van onenigheid waarvan zo'n model uitgaat. Een meer gemeenschappelijk belang ontstaat indien men het model instelt op een waterconservatiesysteem of een systeem van wateraanvoer voor landbouw en waterwinning beide. Men denke aan een systeem, waarmee het water tegen de landbouwstuwtjes opgepompt wordt. Via het slotenstelsel dat thans voor de waterafvoer gebruikt wordt, wordt door omkering van de stroomrichting water naar de afzuigtrechter van de waterwinningsstations gepompt en daar tot infiltratie gebracht.

Dit opmalen van water zou moeten plaatsvinden in de tijd dat het rivierwater dat ingemalen wordt van goede kwaliteit is. Men moet uit het model afleiden tot welke tijd in het voorjaar men een maximale voorraad water in de grond in stand moet houden om met deze voorraad de droge zomerperiode en de periode van meest vervuild water voor de gewassen en de waterwinning te kunnen overbruggen. Een zomer met verdrogingsschade treedt in Nederland alleen op, indien de voorafgaande winter ook droog is geweest en de in de grond opgeslagen watervoorraad dus klein is.

Verder ligt het voor waterwinning en landbouw beide voor de hand grote oppervlakten van water te voorzien, zodat voor de waterwinning het opgepompte water voor een groter deel uit het goede regenwater en voor een kleiner deel uit het rivierwater van geringere kwaliteit bestaat.

De verblijfstijd van het rivierwater in de grond moet zo lang mogelijk worden gekozen. De belangen van de landbouw zijn minder gebonden aan de waterkwaliteit en meer aan de grootte van het geïnfiltreerde areaal. Het model dient aan te tonen dat de landbouw het voordeel heeft van een grotere produktiviteit door een zorgvuldig waterbeheer, minder overigens naarmate de grond vochthoudender en de zomerregenval groter is. De waterwinning heeft het voordeel, minder vaak tegenover waterschaarste te komen staan en aan elk waterwingebied dus in hogere mate water te kunnen onttrekken. Het waterwinningsbedrijf staat, gezien de grote voorraad grondwater, vrijer tegenover plotselinge ernstige vervuiling van het rivierwater en kan zich beter aanpassen aan de tijden met de geringste vervuiling van het open water.

Een derde punt waarop het model zich moet richten is het verschaffen van een richtlijn aan het waterbeheersbeleid van de waterschappen. Bij de waterschappen is het al gebruikelijk om een zomer- en winterpeil te onderscheiden. Het wat hogere zomerpeil heeft de betekenis van een waterconservatie. In vele gevallen is dit conservatiesysteem echter minder gericht op een grotere grondwatervoorraad als op de invloed op veedrenking en veescheiding die de met water gevulde slooten mogelijk maken of uitoefenen. Verder heeft een zekere waterdiepte in de sloot in de zomer een remmende invloed op de groei van waterplanten in de sloot waardoor de noodzaak van herhaald slootonderhoud vermindert.

Zou het model zich beperken tot een passieve waterconservatie, gebruikmakende van de gevallen regen door tegenhouden van beekafvoeren, dan zal de afstromingsweerstand van de onkruidgroei in de leidingen een positieve functie krijgen zoals het die in de kleine waterschappen met beperkte onderhoudsuitgaven en afwezigheid van landbouwstuwen altijd reeds had. Het zal op grond van deze beschouwing duidelijk worden, dat het intensief onderhouden van leidingen in moderne waterschappen met de noodzaak om stuwen te construeren om te grote afvoer tegen te gaan, als een kostbare politiek moet

worden gezien. Gaat men echter actief aan waterconservatie doen door water het gebied binnen te pompen, dan zal het model aan andere eisen moeten voldoen.

Zou inderdaad in de toekomst de optimale regeling van de watervoorraad een duidelijke taak voor het waterschap worden, dan zal het waterschap ten aanzien van deze uitbreiding van de huidige afvoertaak goed georiënteerd moeten zijn. De eisen die landbouw en waterwinning aan de watervoorraad stellen zijn verschillend.

De plant neemt met zijn wortel het water op, gebruik makende van de capillaire opstijging. Maar het is wegens het luchtgebruik van de wortel niet gewenst dat de watervoorraad te groot wordt. Een te kleine voorraad water is echter wegens de droogteschade al evenmin gewenst.

Voor de waterwinning is het vraagstuk van de watervoorraad eenvoudiger. De pomp kan grote variaties in waterdiepte gemakkelijk overbruggen. Wel zal de waterwinning de verplichting moeten krijgen om het water zo economisch mogelijk te onttrekken, mogelijk daartoe aangespoord door de verplichting ten aanzien van te maken wateraanvoerkosten het waterschap financieel bij te staan. De waterwinning zal zijn onttrekking nauwkeurig op de fysische eigenschappen van de grond en de fysiologische eigenschappen van de vegetatie moeten afstellen en steeds met dat pompstation water moeten produceren, waarvoor de schade het kleinste is.

Voor het model ten behoeve van de waterschapstaak is de drainage reeds voldoende bekend en kan in het model worden ingebouwd. Ten aanzien van de aanvoer van water en de infiltratie in de grond door opstuwen van beken en sloten is veel minder bekend. Ten aanzien van de infiltratie en speciaal de aanpassing aan de terreinstopografie zal nog veel nagedacht en onderzocht moeten worden. De aanwezigheid van stuwen waar boven de stuw water uit de sloot in de grond indringt en beneden de stuw het water weer uit de grond in de sloot uittreedt, levert de mogelijkheid op dat het dichtslaan van de slootwand zonder moeite bepaald kan worden. De waterschappen beschikken in hun stuwen in veel gevallen reeds over de onderzoekopstelling. Tegelijk geeft dergelijk onderzoek een inzicht in het waterverlies dat onder en om de stuw plaatsvindt. Dit is een waterverlies dat de taak van het oppompen van infiltratiewater zal verzwaren.

De grondwatervoorraadsbeheersing ten behoeve van landbouw en

waterwinning beide, die uitgaat van het regelen van het beek- en slootpeil en de afvoer en aanvoer van water door de beek, vormt een toekomstige waterconservatietaak voor de waterschappen die deze oude instelling voor een belangrijke nieuwe opgave zal stellen naast de kwaliteitsconservatie, die de waterschappen reeds ten dele toevalt. Er ligt hier voor het waterschapsbeheer een belangrijk object van nadere studie en waardevolle toepassing weggelegd.

Bouw en aanpassingsvermogen van een model

Het stelsel van formules dat de waterhuishoudkundige toestand en de optredende processen beschrijft, noemt men het model. Welke processen met het model worden weergegeven hangt af van wat men voor doel zich gesteld heeft en welke ingreep men in gedachten heeft. Het model is een weergave van het praktische doel dat men zich stelt en van de neveneffecten die, gewild of ongewild, het gevolg zijn van de overwogen maatregelen ter wijziging van de waterhuishoudkundige toestand.

De ingreep kan zijn het introduceren van waterwinningswerken in een gebied van landbouwcultuur of in wat deels een natuurgebied is. Men kan nu als doel stellen te voorspellen, welke daling van de grondwaterspiegel zal optreden, welke verdrogingsschade daardoor zal ontstaan of welke schade nationaal-economisch als kosten voor de waterwinning dienen te worden beschouwd. Verder kan men een model construeren dat aangeeft, welke grootte van de waterstands daling en de daarmee samenhangende verdroging bij bepaalde profieleigenschappen zal optreden. Dit geeft een beeld in welke gedeelten van het gebied de schade het kleinste is. Hieruit kan de plaatsbepaling voor pompstations volgen, de plaats die het minst schadelijk voor de landbouw en het gunstigste voor de waterwinning is. Ook in welke volgorde deze plekken voor realisatie van de winning aldaar in aanmerking komen, volgt uit het model.

Behalve de bepaling van de optimale plaats voor een nieuw pompstation kan men zich afvragen of men met een weloverwogen winningsstrategie mogelijk meer water kan onttrekken zonder dat de verdrogingsschade toeneemt. Het is mogelijk om zowel bij hoge als bij diepe grondwaterstanden water te onttrekken, zonder dat een aanmerkelijke toename van de schade optreedt. Het is in het grondwater-

dieptentraject tussen 0,60 m en 1,80 m dat waterwinning een extra opbrengstschade doet ontstaan. Wanneer de winningsplaatsen, die in dit traject van grondwaterdiepten voorkomen, tijdelijk niet gepompt worden, zou water in de andere gedeelten van het traject kunnen worden onttrokken zonder een onaanvaardbare toename van de gezamenlijke schade. Ook het kiezen van winningsplekken, waar de capillaire opstijging hoog en snel is, zou schade-verminderend kunnen werken.

Dit zijn echter gecompliceerde problemen waarbij de maatregelen in de periode dat weinig schade ontstaat medebepalend zijn voor de grootte van de schade op dezelfde plek maar in de gevoelige periode. Men zal hier de gecompliceerde geoptimaliseerde oplossingen, die het beschikken over een goed model mogelijk maakt, moeten te hulp roepen. Deze oplossing stelt een goed evenwicht in tussen de onttrekking en schade in de ongevoelige periode en de daaruit eventueel ook zonder onttrekking voortspruitende schade in de gevoelige periode.

De berekening van de waterbalans heeft ten doel, een zo volledig mogelijk overzicht van de waterhuishouding te verkrijgen. De waterhuishouding is opgebouwd uit getalwaarden voor de millimeters water in de grond, verdeeld naar de termen van de waterbalans, die ten dele hoeveelheden in mm aangeven en ten dele stromingssnelheden in mm/dag. Deze beide grootheden worden onderscheiden naar plaats en tijd.

Ten aanzien van deze hoeveelheden en stroomsnelheden beschikt men over algemeen bekende formules, die de grootheden beschrijven als functie van bodemconstanten en waterspanningen. Deze formules stammen ten dele uit het bodemfysische onderzoek, ten dele uit hydrologische overwegingen. Het is zaak, de beschrijving van de waterhuishouding zo veel mogelijk uit te laten gaan van deze bekende formules en zo weinig mogelijk van voor deze berekening speciaal ontworpen formules gebruik te maken. Hierbij wordt ook vereenvoudiging als het ontwerpen van een nieuwe formule opgevat.

Wanneer men van bekende formules uitgaat, blijft het nog altijd nodig goede constanten en parameters vast te stellen, die de formules de juiste uitkomst geven bij de vergelijking van berekende waterbalans-termen met te velde bepaalde termen. De berekeningen ten behoeve van het waterhuishoudkundige onderzoek komen dus erop neer dat een aantal onbekenden bepaald moet worden uit een stelsel van formules, die voor een deel niet lineair zijn, terwijl de onbekenden voor een deel onderling afhankelijk zijn. De grootte van een onbekende is bij onderlinge afhanke-

lijkheid medebepalend voor wat voor een andere onbekende gevonden wordt.

Als onbekenden treden dan verder naast grootheden, die voor de gehele duur van het onderzoek constant zijn, zoals bodemeigenschappen en hydrologische constanten, grootheden op die met de tijd van het jaar variëren, zoals klimatologische en gewasconstanten.

Voor een aantal parameters zal men moeten overwegen, de waarde te laten afhangen van een andere variabele. Zo zal men de doorlatendheid van de grond ten dele bepaald kunnen achten door de mate van vorst in de voorafgaande winter. Het bergend vermogen zou men afhankelijk kunnen stellen van de mate van uitdroging of wateroverlast in de voorafgaande maanden. Op deze wijze kan de structuurvormende werking van de waterhuishoudkundige toestand op de bovenste lagen van het bodemprofiel worden onderzocht. Het doel van het onderzoek is, vast te stellen hoe men reeds bestaande kennis in een alle effecten omvattende theorie kan samenbundelen en nieuwe kennis kan ontwikkelen.

Het doel is daarnaast alle hoofd- en neveneffecten van een ingreep in de waterhuishouding te leren voorspellen en de aard van de ingreep vast te stellen die een gewenst nauwkeurig omschreven doel, dat men bij de ingreep voor ogen had, zo dicht mogelijk laat benaderen.

De wiskundige behandeling van het waterhuishoudingsmodel

Het model is opgebouwd uit een aantal formules, waarin een gelijk aantal onbekenden optreedt. Deze onbekenden moeten nu opgelost worden maar omdat de vergelijkingen voor een deel niet-lineair zijn is dit oplossen niet met de gebruikelijke technieken van de lagere algebra uit te voeren.

Men kan de oplossing in twee richtingen zoeken. Er bestaan oplossingen waarbij men eerst de formules vereenvoudigt door ze lineair te maken. Een andere mogelijkheid bestaat uit het aanvaarden van de complicaties van het kromlijng zijn van de formules en methoden te ontwerpen om de ingewikkelde oplossing toch uit te voeren.

Het vereenvoudigen van de formules om tot een oplossing te komen heeft bezwaren. Allereerst ontstaan formules die men in het

hydrologisch en bodemfysisch onderzoek niet kent. Men herkent in de vereenvoudigde formules de processen niet meer, waarvan men hoopt dat ze door de vergelijkingen met voldoende nauwkeurigheid worden weergegeven. Verder kan men niet meer onderscheiden of een onbetrouwbaar lijkende uitkomst het gevolg is van een onjuiste beoordeling van de aard van het proces of een gevolg is van de toegepaste vereenvoudiging.

Tenslotte bepaalt men een aantal parameters die geen fysische betekenis hebben en die men voor aansluitende berekeningen met dezelfde constanten maar andere processen betreffende, niet gebruiken kan.

Houdt men de uit vroeger onderzoek algemeen bekende procesbeschrijving aan, dan vervalt het eerste argument. De formules zijn bekend en kunnen herkend worden. Een slecht resultaat van de berekening kan echter nog wel op tekortkomingen in de rekentechniek of in de te eenvoudige vorm van de gebruikte, hoe zeer ook bekende, formule berusten.

De fysische betekenis is alleen aanwezig indien in de beoordeling van het proces en in de berekening geen onjuistheden zijn ingeslopen. Het voordeel is echter dat men door vergelijking tussen de berekende en de in het laboratorium bepaalde constante een toetsingsmogelijkheid heeft omdat geen systematisch verschil mag optreden. Gebruikt men de erkende formules dan heeft men meer vastheid voor de beoordeling van de parameters. Dat de bedragen voor de balanst termen kloppen is echter geen bewijs voor juistheid van het model, vooral wanneer men vereffend heeft. Ook empirische vereenvoudigde formules kunnen na vereffening ten aanzien van de voor toetsing van de uitkomst gebruikte balanst term goed kloppen. Maar dan kunnen andere eigenschappen, waarin dezelfde constante voorkomt, zich op grond van de uitkomsten voor deze constanten, berekend uit de vereenvoudigde formules, niet steeds goed laten berekenen.

Niet alleen de vraag of men bij de wiskundige behandeling van vereenvoudiging gebruik mag maken is van belang. Ook het oplossen van de vele vergelijkingen met vele onbekenden vergt veel aandacht. Men ziet bij elke zinvolle berekening de aanpassing verbeteren. Door hiermede steeds maar door te gaan is het mogelijk om met de eenvoudigste oplossingsmethoden een goede uitkomst te verkrijgen. Maar het aantal malen dat men dezelfde formules dan door moet rekenen, wordt dan onaanvaardbaar groot. Het gaat dan ook niet om het krijgen van een goede

oplossing, maar om het krijgen van de oplossing met een redelijk klein aantal herhaalde berekeningen. Er zijn methoden als praktische oplossingsstechniek in de literatuur uitgewerkt, waarbij de berekening 600 tot 1000 maal herhaald moet worden. Dergelijke aantallen herhalingen van de berekening worden nog redelijk klein genoemd. Bij de bespreking van de vereffeningstechniek zal worden aangegeven welke maatregelen worden genomen, om de omvang van het rekenwerk zo klein mogelijk te houden.

Reeds bij voorbaat moet echter worden opgemerkt, dat nog niet alle moeilijkheden van rekentechnische aard zijn opgelost. Op zichzelf is het onderling samenhangen van parameters nog geen punt waar de berekening op vastloopt. Ook het bepalen bij hogere machtsfuncties van de juiste wortel uit de vele die kunnen optreden is nog wel te doen. De combinatie van beide moeilijkheden levert veelal echter resultaten die maar moeilijk te verklaren en te verbeteren zijn.

De hydrologische grondslagen van het waterbalansmodel

De waterbalans wordt op twee manieren weergegeven. In het lysimeteronderzoek is het gebruikelijk de waterbalans te schrijven als:

$$\text{Neerslag} = \text{Afvoer} + \text{Verdamping} + \text{Bergingsverandering}$$

$$N = A + E_w + \Delta B$$

Omdat men bij dit type onderzoek van hoeveelheidsbepalingen uitgaat ligt het voor de hand, de oplossing op grond van hoeveelheden weer te geven in plaats van als stroomsnelheden. Ook omdat meestal de tijdseenheid lang is, doen zich de balanstermen meer voor als een som van afvoeren of verdampingen per week of maand, dan als een som van stroomsnelheden per minuut of per uur.

Het mathematisch fysisch onderzoek gaat wel van de stroomsnelheden uit en is bereid, de waterbalans uit vele kleine tijdsintervallen en wat daarbij zich wijzigt in stroming en berging op te bouwen.

Men gaat daarbij uit van de continuïteitsvergelijking:

$$\frac{d}{ds} \left(kD \frac{d\psi}{ds} \right) = \mu \frac{d\psi}{dt} \quad (1)$$

De term $kD \frac{d\psi}{ds}$ stelt de stroming q van water voor volgens de formule van Darcy met doorlatendheid k , doorstroomd oppervlak D en verhang langs de stromingsweg s gelijk $d\psi/ds$. De verandering in deze stroom, weergegeven door de afgeleide dq/ds moet nu gelijk zijn aan de verandering in de berging $\mu d\psi/dt$. Hierin is μ de bergingsfactor dN/dW met N de regenval en W de grondwaterdiepte.

De toepassing van de grondslag van de waterhuishouding volgens formule 1 werd door De Ridder bij het ICW geïntroduceerd en wordt thans in de onderzoeksgroep Gelderland met zorg uitgewerkt. Tot dusverre is in het Salland-onderzoek van deze bewerking geen gebruik gemaakt.

Wat bij deze rekentechniek vooral wordt nagestreefd is het beschrijven van de diepe horizontale stromingen. Aan de waterbewegingen die in de bovenste profiellagen optreden als infiltratie, capillaire opstijging, drainage en verdamping is het moeilijker de juiste formulering binnen deze continuïteitsvergelijking te geven.

De diepe laterale stromingen zijn vooral van belang in gebieden met diepe waterstand, waarin elke vereffening van hoeveelheidsverschillen en waterdrukken door de ondergrond moet lopen. In gebieden waar het grondwater dicht onder het maaiveld staat en drainage en verdamping de onevenwichtige vocht- en spanningsverdeling voor een groot deel herstellen, is de laterale diepe stroming van minder belang. Dit was reden om in het Sallandonderzoek deze horizontale stroming op een andere wijze, meer samenhangende met de weergave van de drainageprocessen te beschrijven.

Om echter het waterbalansmodel een vorm te geven, die ook bij diepe grondwaterstanden bruikbaar zal zijn, werd besloten ook deze continuïteitsformule in het model op te nemen, tezamen met de op een pleksgewijze beschrijving ingestelde waterbalansvergelijking uit het lysimeteronderzoek. Op deze wijze kan ook de gedachte gecontroleerd worden dat de oplossing via de continuïteitsvergelijking meer ingesteld is op bestudering van de waterhuishouding in diep ontwaterde gebieden als Zuid-Limburg en vele gebieden in het buitenland. De oplossing met deze continuïteitsvergelijking werd geacht minder te zijn ingesteld op ondiep ontwaterde deltagebieden als in Nederland meestal wordt aangetroffen. In dit verband was in de lysimetervergelijking meer aandacht aan de drainage gegeven en waren de verliezen door horizontale

stromingen wel in het model opgenomen, zij het minder gedetailleerd als met de continuïteitsvergelijking wordt nagestreefd.

Wat nu als doelstelling van belang lijkt te zijn, is de berekening van het model volgens de continuïteitsvergelijking zowel als volgens de lysimetervergelijking uit te voeren en de beide technieken op elkaar af te stellen en tot een geheel te verenigen. Dit is echter nog niet gerealiseerd, maar zal worden aangevat.

De waterbalans volgens de lysimetervergelijking

Bij het waterbalansonderzoek volgens de lysimetervergelijking is het gebruikelijk met een vergelijking te werken, die voor een ondiep ontwaterd gebied als Salland zou kunnen luiden:

Neerslag = Afvoer + Verdamping + Bergingsverandering + Opp. afvoer

$$N = A + E_w + \Delta B + A_{opp} \quad (2)$$

Voor het gestelde doel is deze formule, die slechts een enkel laag profiel beschrijft, echter te eenvoudig. Men moet minstens twee lagen onderscheiden. Daartoe zijn twee extra termen in de waterbalans noodzakelijk die het opwaartse en neerwaartse transport tussen de beide lagen weergeven. De extra termen zijn de infiltratie I en de capillaire opstijging V_c . De afvoer A op de sloten valt, met uitzondering van de oppervlakte-afvoer A_{opp} , voor de bovenste laag weg en komt alleen bij de onderste laag voor. De verdamping E_w treedt alleen in de bovenste laag op.

De waterbalans voor twee lagen wordt weergegeven door:

$$1e \text{ laag} \quad N + V_c - I - E_w - \Delta B_z - A_{opp} = 0 \quad (3)$$

$$2e \text{ laag} \quad I - V_c - \sum A - \Delta B_h = 0$$

Onderscheiden wordt de zakwaterberging B_z , het water dat niet door de capillairen in de grond wordt vastgehouden maar sneller of langzamer naar het grondwater wegzakt. B_h geeft de berging van hangwater aan, water dat onder gelijkblijvende omstandigheden van grondwaterdiepte en capillaire opstijging niet naar het grondwater afzakt, maar blijvend door de capillaire krachten wordt vastgehouden. Onder $\sum A$ wordt de drainage-afvoer naar verschillende drainage-bases verstaan. A_{drain} is de afvoer naar greppels, perceelssloten

of drains, met ondiepe drainagebasis. A_{diep} stelt de afvoer naar diepe leidingen voor, de grotere beken die meestal op grotere afstand liggen. Deze grote afstand maakt de invloed van de radiale weerstand klein, zodat de tweedegraadsterm van de drainageformule wel verwaarloosd mag worden. Tenslotte wordt A_{ver} onderscheiden, de afvoer door de diepe grondlagen over grote afstand naar zee of naar een grote rivier. Dit is de laterale stroming die met de continuïteitsvergelijking langs zijn weg gevolgd wordt, terwijl bij de lysimetervergelijking men alleen weet, hoeveel de bestudeerde plek aan deze stroom bijdraagt of daaruit aan water opneemt.

De balansformule 3 voor twee lagen is reeds enigszins vereenvoudigd maar is toch nog ten dele principeformule. Indien er zakwater in de bovenste laag aanwezig is, zal de grond vochtig zijn en de vochtspanning ψ kleiner zijn dan de diepte van het grondwater beneden het punt waar de spanning ψ optreedt. De vochtspanning ($\psi - W$) in een diepere zone van het onverzadigde profiel zal dan vrijwel nooit nog sterker negatief zijn dan de bovenste laag. Daardoor zal na een regenbui het verhang onvoldoende zijn om een capillaire opstijging V_c mogelijk te maken.

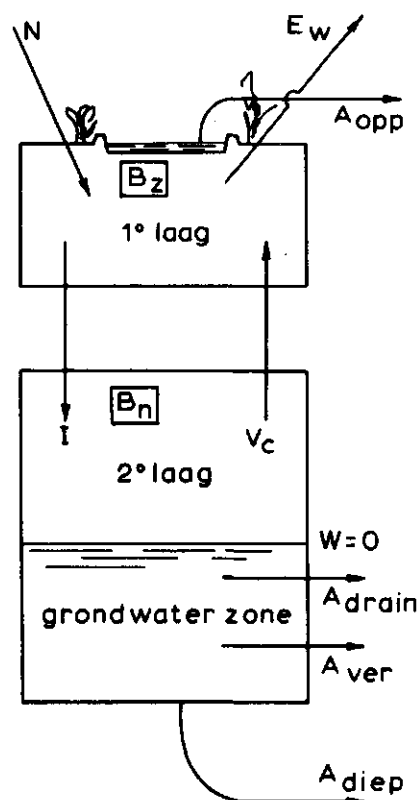


Fig. 1.

Regen plus werkelijke verdamping bepalen hoeveel water uit de 1e laag naar diepere lagen infiltreert, hoeveel capillair opstijgt en wat als zakwater tijdelijk in de bovenlaag blijft hangen.

In de 2e laag wordt de waterhuishouding grotendeels door infiltratie en afvoer bepaald

Men mag wel aannemen dat een positieve waarde van B_z samen-
gaat met een capillaire opstijging $V_c = 0$ en een positieve waarde
van V_c een gevolg is van $B_z = 0$.

Men kan daarom de twee vergelijkingen onder 3 beter op de vol-
gende wijze weergeven:

$$B_{z1} - B_{z0} = N - I - E_w - A_{opp} \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} \text{1e laag} \\ - B_{z0} = N - I - E_w + V_c \end{array} \quad (5)$$

$$\begin{array}{l} \text{2e laag} \\ B_{h1} - B_{h0} = I - A - V_c \end{array} \quad (6)$$

In formule 6 treft men, ongeacht of formule 4 dan wel 5 geldt, een
term V_c aan. Hiermee wordt verantwoord dat bij plotselinge regen,
waarbij de bovenste zone van de eerste laag nat wordt, door gebrek
aan verhang de capillaire opstijging tot in die bovenste zone tot staan
komt. In een diepere zone van de eerste laag is de capillaire spanning
nog niet afgenomen omdat het regenwater nog niet tot daar is doorge-
drongen. De formule laat de capillaire opstijging naar deze diepere
zone wel doorgaan.

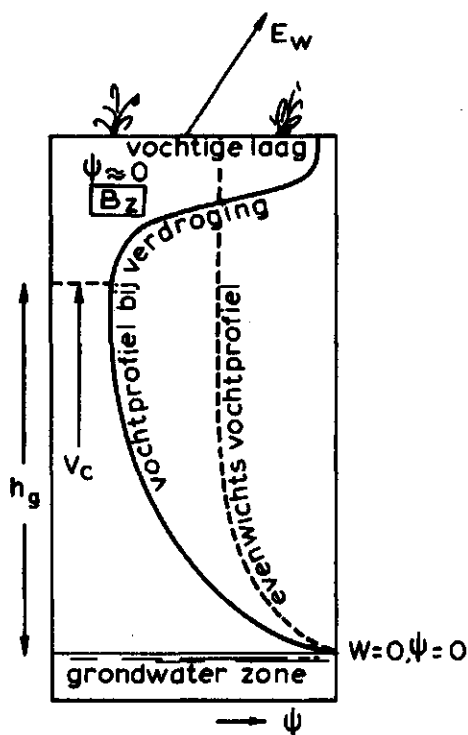


Fig. 2.

In het wat uitgedroogde vochtprofiel zal na een regenbui die de bovenlaag
vochtig maakt de capillaire opstijging
blijven voortgaan tot de grens h_g tus-
sen het diepere, nog droge deel^g van
het profiel en het door de regen be-
vochtigde deel. De verdamping gaat
ten koste van de berging B_z en heeft
geen samenhang meer met de capil-
laire opstijging V_c

Wanneer de gehele eerste laag met water verzadigd is tot het punt waar de zakwaterbergings juist begint op te treden en $B_z = 0$ is, mag men aannemen dat ook in de tweede laag zich wegens de in Nederland meestal geringe waterdiepte en het daaruit voortspruitende capillaire contact een evenwichtsvochtprofiel heeft ingesteld. Ook in de tweede laag zal dan de capillaire opstijging tot stilstand komen.

Dit volgt echter uit de berekening en vereist geen speciale wijziging in de formules 4, 5 en 6.

De kwantitatieve weergave van de waterbalans

In de formules 4, 5 en 6 worden de termen van de waterbalans I , E_w , A , V_c , B_z en B_h elk als een enkel getal weergegeven. Deze getallen kunnen laag of hoog zijn. Niet echter kan ermee worden uitgedrukt, wat het proces is dat de hoge of lage waarden veroorzaakt. Daartoe moeten deze balansposten worden uitgedrukt in de procesformules die de hoogte van het getal verklaren uit spanningen, doorlatendheden en bergingsconstanten.

Om deze balansposten kwantitatief en naar oorzaak weer te geven worden de in de bodemfysica gebruikelijke formules gekozen, die aannemen dat deze hydrologische constanten niet alleen gebruikt kunnen worden om de toetsingsgrootte te berekenen, met behulp waarvan men de juiste waarde van constanten in de balans termen afleidt. Ook andere formules moeten met de zo afgeleide constanten berekend kunnen worden.

Het is zaak steeds de originele formules te gebruiken. Men kan dan aan het model de opbouw van het proces zonder moeite herkennen. De door vereffening verkregen uitkomsten blijven dan steeds nauw verband houden met de algemeen aanvaarde resultaten van het bodemfysisch onderzoek. Als voorbeeld zullen de opeenvolgende termen van de waterbalans worden behandeld.

De infiltratieformule voor praktische toepassing

De infiltratie I wordt, omdat cijfers voor de regen meestal per 24 uur beschikbaar zijn, eveneens per dag berekend. De tijdsfactor treedt dus steeds met de waarde 1 in de formule op. Zou men kortheidshalve de berekeningen eerst per weektijdvak berekenen, dan

blijven de parameters per dag uitgedrukt maar wordt de tijdvaklengte met het getal 7 verantwoord.

Het infiltratieproces kan men zich op twee manieren voorstellen. Men kan aannemen dat het regenwater snel naar het grondwater afzakt door scheuren, door worm- of wortelgangen onder invloed van de drukhoogte van vrij water. Een andere veronderstelling gaat er vanuit dat het regenwater onder invloed van capillaire krachten door de fijnste poriën naar het grondwater afzakt. De eerste veronderstelling geldt voor een grond met een duidelijke structuur, in de tweede veronderstelling wordt de grond als dicht en zonder niet-capillaire gangen beschouwd.

Zou men het waterhuishoudingsonderzoek willen gebruiken om een inzicht in de bodemstructuur van de lagen in de capillaire zone te verkrijgen, dan ligt het voor de hand de berekening uit te voeren met p maal de infiltratie volgens veronderstelling 1, en $1-p$ maal de infiltratie volgens veronderstelling 2. De waarde van p moet dan uit een vereffening volgen en wordt een maat voor de bodemstructuur.

De formule voor het profiel met niet-capillaire gangen gaat er vanuit dat de infiltratiesnelheid V_i groter zal zijn naarmate het voor infiltratie in aanmerking komende zakwater B_z in groter hoeveelheid aanwezig is. Verder zal bij dieper grondwaterstand W door het langer worden van de infiltratieweg, V_i afnemen. Na een vaste tijd t zal echter de infiltratiesnelheid kleiner zijn naarmate W groter wordt.

Op grond van deze overwegingen kan men de vergelijking, die de infiltratie weergeeft, afleiden uit:

$$V_i = \frac{dB_z}{dt} = -\beta W B_z \quad (7)$$

$$\frac{dB_z}{B_z} = -\beta W dt$$

$$\log \frac{B_z}{B_{z0}} = -\beta W (t-t_0) \quad (8)$$

$$B_z = B_{z0} e^{-\beta W t} \quad \text{indien } t_0 = 0 \text{ is} \quad (9)$$

De formule geeft weer, hoeveel infiltrerend water als tijdelijk geborgen zakwater nog in het profiel boven het grondwater na t dagen

is achtergebleven in een grond met een duidelijke macrostructuur.

De wijze waarop W in de formule is opgenomen, is wat onzeker. Nader onderzoek zou gewenst zijn, maar daartoe zullen regenwaarnemingen over kleinere tijdsintervallen dan 1 dag beschikbaar moeten zijn. Omdat nagestreefd werd, de regenwaarnemingen van het KNMI te gebruiken, is deze opzet met te lange tijdsintervallen uit geheel praktische overwegingen echter aangehouden. De lange tijdsintervallen maken de juistheid of onjuistheid van de infiltratieformule echter onbewijsbaar omdat het proces veel minder dan een dag duurt. De juiste formule is bij deze opzet en deze weinig dichte gronden echter niet van veel belang. De invloed op de waterbalans is daartoe te klein en duurt te kort.

Voor de infiltratie in dichte gronden zal voor een deel formule 9 beter voldoen. Maar het proces is door het ontbreken van grovere capillairen van een andere aard. Het water stroomt onder invloed van de vochtspanning van de grond door de capillaire poriën. De capillaire stroomsnelheid V_c hangt nu samen met de capillaire doorlatendheid k_c en het verhang in de vochtspanning ten opzichte van de evenwichtsspanning $\psi - z$. Hierin is z de hoogte van het meetpunt boven het grondwaterniveau.

De formule waaruit de infiltratie in dichte gronden wordt afgeleid luidt:

$$V_c = k_c \left(\frac{d\psi}{dz} - 1 \right) \quad (10a) \quad k_c = k_o e^{-\alpha\psi} \quad (10b)$$

$$V_c = k_o \left(\frac{e^{-\alpha\psi} - e^{-\alpha z}}{e^{-\alpha z} - 1} \right) \quad Z = W - M \quad (11)$$

De hoogte z boven de grondwaterspiegel wordt dan nog via de grondwaterdiepte W min de diepte M van het waarnemingspunt in de gebruikelijke weergave van de grondwaterstand omgerekend, die ten opzichte van maaiveld wordt weergegeven.

Drukt men nu V_c uit in mm toestroming per dag en B_z in formule 9 in mm, dan kan de hoeveelheid bij het grondwater aangekomen infiltratiewater per dag worden weergegeven door:

$$I = p (B_{z0} + N) e^{-\beta W} + (1-p) \left(\frac{e^{-\alpha\psi} - e^{-\alpha W}}{e^{-\alpha W} - 1} \right) k_o \quad (12)$$

Wat er aan zakwater aan het einde van de dag bij infiltratie in de grond achterblijft is dan:

$$B_{z1} = (B_{z0} + N)(1 - e^{-\beta W}) - (1-p) k_o \left(\frac{e^{-\alpha \psi} - e^{-\alpha W}}{e^{-\alpha W} - 1} \right) \quad (13)$$

Deze waterhoeveelheid is gelijk aan het voor afzakken naar het grondwater gedurende de volgende dag in aanmerking komende water. Wel moeten de oppervlakte-afvoer en de verdamping nog in aanmerking genomen worden.

Neemt men aan dat de oppervlakte-afvoer en de verdamping in de zakwaterberging reeds zijn opgenomen, en verder de grond een goede structuur heeft, dan kan voor elke volgende dag het na infiltratie overblijvende zakwater voor de t^{de} dag gesteld worden op:

$$B_{zi+1} = (B_{zi} + N)(1 - e^{-\beta W}) \quad (14)$$

De infiltratiehoeveelheid bedraagt per dag:

$$I_i = (B_{zi} + N_i) e^{-\beta W} \quad (15)$$

De oppervlakte-afvoer

Het water dat op de grond regent en nog niet tot infiltratie is gekomen, zal plassen vormen. Indien deze plassen zo groot worden dat ze elkaar raken, zal het water van de ene plas naar de andere, en tenslotte naar de sloot afvloeien.

Er werd reeds opgemerkt, dat met dagwaarnemingen voor de regenval de waterovermaat in plassen op een perceel zelden van veel belang is. Zou men met kortere tijdvakken werken, dan zou het optreden van plasvorming en oppervlakte-afvoer vaker worden gesignaleerd, hoewel het dan om kleinere hoeveelheden zal gaan.

Er is een plasinhoud B_0 waarbij de plassen elkaar gaan raken en de afvoer op de sloot mogelijk wordt. Men mag nu aannemen, dat dan de snelheid van afvoer even groot is als de aanvoer van het regenwater indien deze berekend worden op basis van 24-uurs waarnemingsintervallen. Zou men met kortere intervallen werken, dan zal een afstromingsfactor moeten worden ingevoerd, die afhankelijk is van de hoeveelheid voor afstroming in aanmerking komend water, dus het zakwater aan het begin van de regenperiode plus de

neerslag, wat verminderd moet worden met de verdamping en de oppervlakte-afvoer.

In geval men met 24-uurs waarnemingen werkt, kan als formule worden toegepast:

$$A_{\text{opp}} = (B_{z0} - B_0) \quad (16)$$

Zou men met kortere tijdsintervallen werken, dan zouden formules van het type van formule 18 gaan optreden.

$$A_{\text{opp}} = k_{\text{opp}} B_z dt \quad (17)$$

$$B_{z1} = B_{z0} e^{k_{\text{opp}}(t-t_0)} \quad (18)$$

In formule 18 is de afname van de oppervlakte-afvoer met de tijd weergegeven, uitgaande van de veronderstelling dat de neerslag in korte tijd de plassen vult en dat de afvoer plaatsvindt gedurende een tijd waarin het niet regent. Deze formule dient wegens zijn grote gelijkenis met formule 15 nog op zijn toepasbaarheid getoetst te worden. Gelijkvormige formules werken veelal nogal storend op elkaars vereffening.

De afvoerformule

Wat de afvoer betreft werd reeds gewezen op de oppervlakte-afvoer die al het water doet afstromen dat boven een minimumhoeveelheid B_0 via plassen op de perceelssloten en beken afstroomt. De minimum tegen afstroming vastgehouden watervoorraad is de hoeveelheid die in ingesloten lage plekken en hoefindrukken van het vee kan worden opgezameld, zonder dat zijdelingse afstroming naar de sloten optreedt. Het is de inhoud van de niet onderling en met de sloot samenhangende plassen. Vullen de plassen zich zo zeer, dat een onderlinge samenhang van de plassen tot de sloot toe ontstaat, dan zal alle regen die van dat moment valt als oppervlakte-afvoer verdwijnen. In gebieden zonder een dicht slotennet kan die afvoer zo zeer vertraagd optreden, dat men er bij de beekafvoer rekening mee moet houden. In Nederland als nat deltagebied met zijn dichte slotenstelsel zal deze complicatie wel verwaarloosd mogen worden.

De afvoer wordt weergegeven met de bekende drainageformule van Hooghoudt:

$$A_{\text{drain}} = B_1 (S_1 - W) + B_2 (S_1 - W)^2 \quad (19)$$

$$B_1 = \frac{8k_o D}{l^2} \quad B_2 = \frac{4k_b}{l^2}$$

l = drainafstand

k_o = doorlatendheid onderste laag

D = dikte doorstroomd pakket k_b = doorlatendheid bovenste laag

S_1 = drainagebasis

De tweedegraads term $(S-W)^2$ beschrijft de convergerende waterstroom bij de drainbuis of de greppel. Wanneer echter de stroming zich op een ver verwijderde beek richt, vervalt tegenover een hoge waarde voor $\frac{8k_o D}{l^2}$ de waarde voor $\frac{4k_b}{l^2}$.

Voor deze ver verwijderde beek kan men de afvoer weergeven met:

$$A_{\text{diep}} = B_3 (S_2 - W) \quad \text{met } B_3 = \frac{8k_{2o} D}{l^2} \quad (20)$$

Voor de zeer diepe en zeer ver weg gelegen afstromingsbasis, zoals bijvoorbeeld de zee of een grote rivier, vervalt ook de invloed van veranderingen in het verhang. Dit verhang wordt bepaald door de terreinshelling. De grondwaterdiepte varieert te weinig om op het verhang meer dan een verwaarloosbare invloed uit te oefenen.

De afstromingsformule voor deze diepe stroming kan men beschrijven met:

$$A_{\text{ver}} = k \frac{W_m - W}{l} (D - W)$$

Hierin is k de doorlatendheid, $\frac{W_m - W}{l}$ het verhang en $(D-W)$ het doorstroomde oppervlak.

W_m is het peil in het veraf gelegen meer of de rivier, W de grondwaterdiepte op het punt van onderzoek, l de afstand tot de verre rivier, D de dikte van de doorlatende laag en $(D-W)$ de dikte van het doorstroomde deel van die laag. Soms kan men de variatie in $(W_m - W)/l$ verwaarlozen en het verhang constant en gelijk aan het terreinverhang houden. Soms ook kan $(D-W)$ constant genomen worden terwijl ook gevallen zullen worden aangetroffen waarin men A_{ver} constant kan stellen. Voor de verre en diepe stromingen zijn dus drie vergelijkingen met toenemende vereenvoudiging beschikbaar en wel:

$$A_{\text{ver}} = B_4 (D - W) \quad (21a)$$

$$= B_5 (W_m - W) \quad (21b)$$

$$= B_6 \quad (21c)$$

Hiernaast komen nog de vergelijkingen 19 en 20 met minder vergaande vereenvoudiging voor.

Deze verschillende mate van vereenvoudiging is bij het vereffenen, waarbij men ervan uitgaat dat alle gevallen tegelijk kunnen voorkomen van belang. Gelijkvormige formules vereffenen vaak moeilijk.

Men kan gevallen ontmoeten, waarbij het water van een enkel punt tezelfdertijd naar meer drainerende leidingen stroomt. Zou men op hetzelfde perceel drainbuizen op verschillende diepte hebben, dan zal bij voldoende hoge waterstand water uit buizen op elke diepte afstromen. Daalt het grondwatervlak, dan valt de afvoer van drainniveau na drainniveau weg. Wordt de grootste draindiepte door de grondwater-spiegel niet meer gehaald, dan zal de afvoer geheel tot stilstand komen (zie fig. 3).

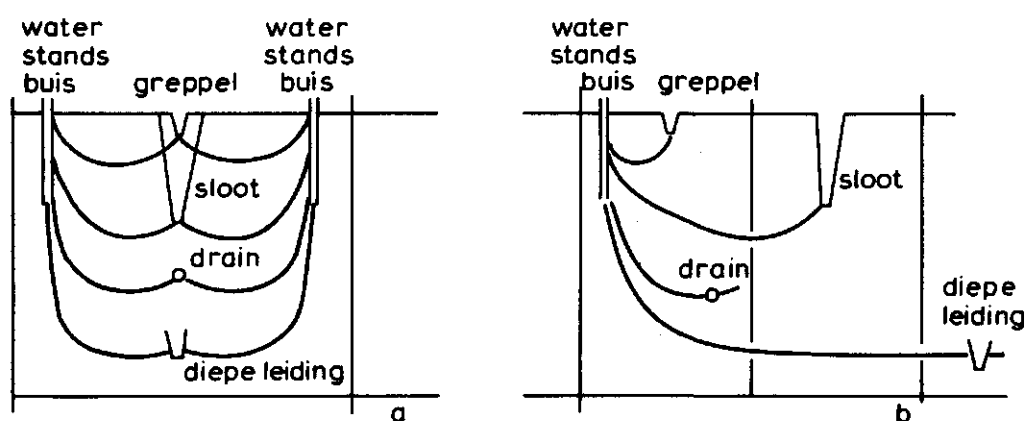


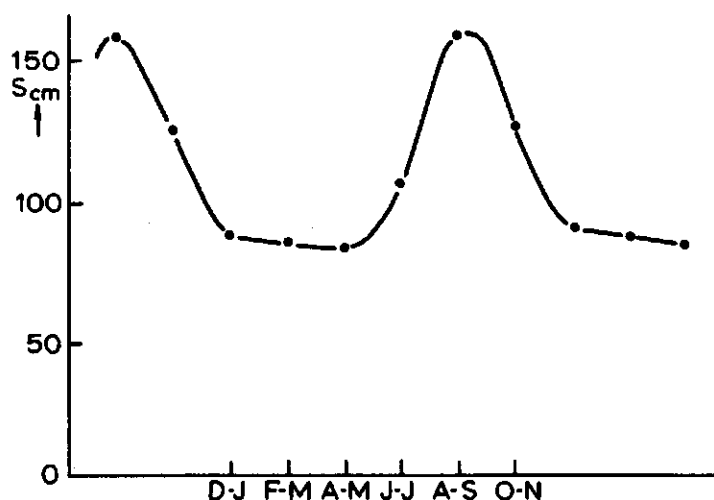
Fig. 3. Wanneer de verschillende drainagemiddelen alle boven elkaar zouden liggen, dan zou het water van het midden van de akker, waar de waterstandsbuis is verondersteld, naar de greppel, sloot, drainbuis en diepe leiding afstromen, zolang het water niet beneden de greppelbodem daalt. Liggen de drainagemiddelen verspreid, dan stroomt het water onder gelijke omstandigheden evenzeer naar alle drains tegelijk af. De gedachte dat alleen de dichtstbijzijnde drain telt en men de anderen wel kan verwaarlozen, is niet juist en miskent vooral de betekenis van de stromingsconstanten voor de diepe kwel en wegzijgingsstromingen die kunnen worden toegepast in formule 1

Nu zal de stroming naar elke drainagebasis blijven bestaan zolang het verhang positief blijft, ongeacht op welke afstand dit drainniveau optreedt of in welke richting de drains lopen, welke diameter de buizen hebben dan wel of het buizen, greppels of sloten zijn. Al deze afvoeren kunnen samengeteld worden en vormen met de oppervlakte-afvoer de afvoerterm in de waterbalans.

De ondiepe afvoer zal zich het beste uit de winterperiode laten bepalen. De diepe afvoer daarentegen laat zich beter berekenen voor de zomer wanneer de ondiepe afvoer niet meer plaatsvindt. De overweging dat hogere waterstanden niet alleen de afvoer naar eenzelfde drainagemiddel doet toenemen, zoals de Hooghoudt formule weergeeft, maar tevens andere afvoermiddelen aan de afvoer doet deelnemen die bij lagere waterstand nog niet meespeelden, is van principieel belang. Tevens is het reden, om als onderdeel van het drainage-advies een studie van de drainagemiddelen die voorkomen en hun capaciteit, gedifferentieerd naar tijd en waterstand, uit te voeren. Wanneer men dan nog de formules een zeker verschil in vorm geeft, zoals bij formules 19, 20 en 21 werd aangegeven, is de kans het grootste dat men bij vereffening de processen uit elkaar houdt op grond van een aan elke afvoer aangepaste formule. De vereffening laat deze opdeling in bepaalde tijds- of grondwater-diepte-intervallen zonder meer toe.

Men kan de bodemconstanten over de tijd gelijk houden, maar de drainage-parameters B en S per maand of elk ander tijdvak een afzonderlijke waarde geven. Deze maandwaarden voor S of B worden weer door vereffening verkregen.

In fig. 4 (blz. 22) vindt men naast een tabel voor de S-waarden voor tijdvakken van 2 maanden voor 6 buizen een overzicht van de gemiddelde waarde van de drainagebasis voor deze 6 meetpunten. In de maanden december tot mei wordt de drainage overwegend bepaald door een drainagebasis op omstreeks 90 cm diepte, hetgeen wel drainbuizen of perceelssloten zullen zijn.



	$S_{D.J}$	$S_{F.M}$	$S_{A.M}$	$S_{J.J}$	$S_{A.S}$	$S_{O.N}$
A	86	80	72	98	225	155
B	75	68	62	106	145	84
C	57	58	58	78	100	53
D	76	80	78	95	118	88
E	101	109	107	115	165	145
F	150	124	123	136	202	230
Gemidd.	91	87	83	105	158	126

Fig. 4. De drainagebasis, die men per tijdvak van 2 maanden over het gehele jaar uitrekt, blijkt in de winter op omstreeks 90 cm te liggen en zal dan wel met de diepte van drainbuizen of perceelssloten overeenkomen. In de zomer ligt de drainagebasis lager en stroomt het water alleen nog naar diepere tochtsloten of beken af

In de nazomer is de grondwaterstand laag maar nog steeds vindt men aanwijzingen voor een afvoerproces, dat zijn basis gemiddeld op 150 cm diepte heeft en met grotere leidingen overeen zal komen. De zomerafvoer is echter moeilijker te bepalen zoals wel uit de grotere variatie in de diepte van de drainagebasis in september tegenover januari blijkt. Bij meetpunt D is van een diepe drainage het minste te merken en wordt de afvoer beheerst door een drainagebasis omtrent 80 cm diepte.

Nu is een opsplitsen per kleinere tijdseenheid niet alleen van belang voor de S, waar verschillen wijzen op het afstromen van het drainage-middel op een beek met variërende waterstand. Ook de reductiefactor g

die de potentiële in een werkelijke verdamping omrekent, varieert met de tijd van het jaar (zie fig. 5, blz.25). Men kan echter ook opdelen naar de tijd verlopen sinds vorst of regen en voor deze tijdvakken nagaan of de doorlatendheid ook varieerde, ten bewijze van een invloed van regen, droogte en vorst op de structuur van de grond. Door een vermeende oorzaak van een verschijnsel op te delen in intensiteitsklassen of in tijdsintervallen, kan men voor die factor nagaan of de veronderstelde invloed op een gewas- of een hydrologische factor aanwezig is en hoe sterk dit effect is.

Het vereffenen is niet alleen van belang ten aanzien van het inpassen van een in de praktijk optredende toestand in het raam van een theorie. Het vereffenen kan eveneens gebruikt worden om nieuwe veronderstellingen te toetsen en nog onvoldoende bekende effecten met de werkelijkheid te confronteren. Zonder vereffening vervalt het kwantitatieve inzicht en mist men de controle op de toegepaste procesbeschrijvingen zowel als de mogelijkheid, het inzicht in de invloed van nog onvoldoende bestudeerde relaties te vergroten. Het vereffenen koppelt toepassend onderzoek aan de mogelijkheid van fundamenteel speurwerk.

De verdampingsformule

Onder Nederlandse omstandigheden is de verdamping een post in de waterbalans die meer water omvat dan een van de andere termen, de neerslag uitgezonderd. Aan de afvoer wordt steeds zeer veel aandacht gegeven. Toch omvat de afvoer veelal minder dan de helft van de waterhoeveelheid die verdampt.

Om de verdamping te kunnen voorspellen moet men naast de verdampende capaciteit E_0 van de atmosfeer de vochtspanning in de wortelzone kennen. De verdamping, die bij deze vochtspanning voor het gewas bereikbaar is, dient te worden vergeleken met de verdamping die gezien het klimaat mogelijk is. De laagste van beide verdampingsintensiteiten geldt, omdat slechts voor de laagste verdamping voldoende energie beschikbaar is. Bij een droge grond, zelfs op een dag met veel straling, zal niet de klimatologische verdamping maatgevend zijn. Bij een natte grond, ook op een koude dag met weinig straling, zal daarentegen de vochttoestand van de grond de intensiteit van de verdamping niet beheersen.

Wanneer de door het klimaat beheerste verdamping eerst wordt besproken, dan moet men van de veronderstelling uitgaan, dat het verdampende water weer door de capillaire opstijging zal moeten worden aangevuld wil de grond niet uitdrogen en de verdamping in intensiteit afnemen.

De watertoevoer naar de wortelzone, die de verdamping op peil houdt, wordt weergegeven door:

$$V_c = E_w + I - N - B_{zo} \quad (5)$$

De spanning in de wortelzone volgt uit de capillaire opstijging, waarvan de intensiteit door V_c wordt weergegeven en die van de grondwaterdiepte W en de capillaire doorlatendheid k_o afhangt volgens:

$$\psi = \frac{-1}{\alpha} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-\alpha W}) \left(1 + \frac{V_c}{k_o} \right) \right\} \quad (22)$$

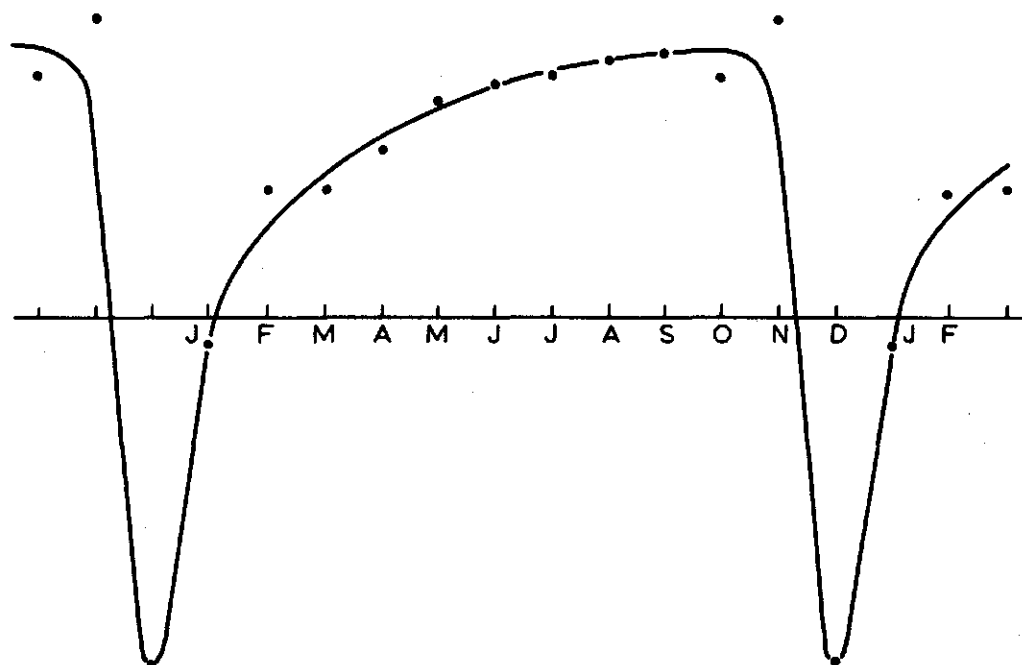
Formule 22 komt overeen met formule 11 voor de capillaire infiltratie waarbij dan wel het teken van V_c veranderd moet worden van negatief naar positief, weergevende dat de stroomrichting van inzijging naar opstijging omkeert.

Nu is de verdamping van de plant bij voldoende capillaire opstijging recht evenredig met de potentiële verdamping en kan worden weergegeven door:

$$E_w = g E_o \quad (23)$$

De grootte van g hangt af van de ontwikkeling van het gewas, een grootte waaromtrent veelal waarnemingen zullen ontbreken. Het is in die gevallen alleen mogelijk de variatie in g per maand door vereffening vast te stellen. Evenals bij de S -waarde bij drainage worden alle andere parameters per geheel tijdvak van studie - dus één of meer jaren - vastgesteld, maar wordt de g per tijdvak van een maand berekend. Hierdoor loopt het aantal op te lossen onbekenden met 11 stuks op. De g moet men als een met de tijd variabele grootte beschouwen.

Voor de g werden gemiddeld over een groot aantal berekeningen de waarden gevonden, die in de tabel bij fig. 5 worden vermeld.



g_1	-0.096	g_7	0.856
g_2	0.453	g_8	0.907
g_3	0.460	g_9	0.921
g_4	0.597	g_{10}	0.849
g_5	0.768	g_{11}	1.060
g_6	0.822	g_{12}	-1.212

Fig. 5. Wanneer voor alle opeenvolgende maanden de voor die maand berekende waarde van g tegen de tijd wordt uitgezet, dan ziet men dat de g toeneemt naarmate men later in de zomer komt. In december vindt men een negatieve g , wat erop zou kunnen wijzen dat er in de winter nogal wat dauwvorming optreedt. Dit doet de vraag stellen of de lage g -waarden in februari-april laag zijn op grond van de gewasontwikkeling of op grond van condensatie van water

Het valt op, dat in december en januari een negatieve g -waarde wordt gevonden. Dit kan het gevolg zijn van condensatie van water die als negatieve verdamping in de berekening verschijnt. Het kan ook zijn dat in de afvoer een onjuistheid steekt. Nog geen pogingen werden aangewend om dit resultaat een goede verklaring te geven. De E_0 is in deze maanden laag en een eventuele fout in de waterbalans kan dus vrij klein zijn en toch in de g een opvallende afwijking veroorzaken.

Deze uitbreiding van de onbekenden vraagt meer rekenwerk en een uitgebreider waarnemingsmateriaal. Men kan dan kiezen tussen het constant houden met de tijd van S en g of een vaste betrekking aan-

nemen tussen S en g en de tijd t . Het is echter nog niet bekend of de variatie in S en g voor een zo groot deel toevallig is, dat de werkelijk optredende g -waarde voor een bepaalde maand van jaar tot jaar in zodanige mate varieert, dat een gemiddelde voor die maand weinig betekenis heeft. In dat geval zou aan een onafhankelijke bepaling van g voor elke maand afzonderlijk de voorkeur gegeven moeten worden.

Ten aanzien van de verdamping dient nog aangegeven te worden, hoe de berekening moet worden uitgevoerd indien de vochttoestand van de grond de verdamping beheerst.

De berekening steunt op de beschouwing van de wortel als een put in een zone met capillair water. Hier kan gebruik gemaakt worden van een betere betrekking tussen de vochtspanning ψ en de capillaire doorlatendheid k_c , die in formule 10 werd weergegeven door:

$$k_c = k_o e^{-\alpha(\psi - \psi_o)} \quad (10)$$

In dit geval dient een formule

$$k_c = \left(\frac{\psi_e}{\psi} \right)^n k_o \quad (24)$$

te worden toegepast, die over een breder traject geldig is, zie fig. 6 (blz. 27).

In formule 11 waren met formule 24 als uitgangspunt de mathematische moeilijkheden echter te groot om deze weergave van de capillaire doorlatendheid doelmatig te doen zijn. De vereenvoudiging was mogelijk omdat de vochtspanning in de grond voor het gemiddelde profiel zelden hoog oploopt. Bij het laagje grond om de wortel is dit wel het geval en is formule 24 gewenst wegens zijn geldigheid over een groter traject van ψ .

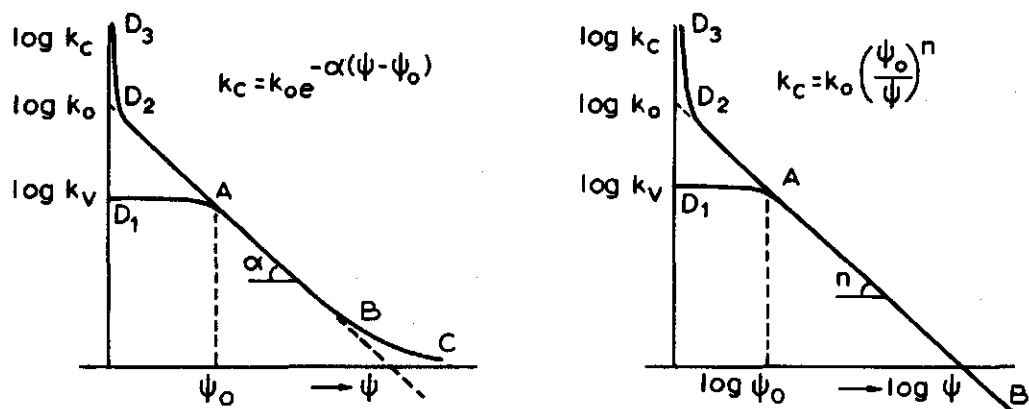


Fig. 6. Bij de voorstellingen van de betrekking tussen de capillaire doorlatendheid k_c en de vochtspanning ψ veronderstelt WESSELING, dat met dubbel logarithmische schalen de curve het beste een rechte benadert. Deze veronderstelling is vermoedelijk juist, maar de formule geeft bij integratie zeer omslachtige uitkomsten. RIJTEMA veronderstelde een voldoende lange rechte lijn op enkel logarithmisch papier. Dit klopt vermoedelijk alleen over een korter ψ -traject A-B, maar de formules zijn veel eenvoudiger in de toepassing. De invloed van het al dan niet aanwezig zijn van grove poriën, en de ligging van het luchtindringingspunt A bepalen het meest doorlatende deel van de curve voor k_c . Hieraan wordt nog weinig aandacht gegeven.

De tak D_1 geeft de curve weer voor een grond met een hoge ψ bij het luchtindringingspunt, de tak D_3 geeft de verhouding tussen k_c en ψ weer voor een grond met niet-capillaire gangen

Het gemiddelde vlak waaraan de wortel het water onttrekt, wordt op πd^2 gesteld. Buiten deze cirkel wordt het water door andere wortels onttrokken. Onttrekt de wortel per eenheid van tijd E mm water, dan stroomt door elke cirkel met straal x om de wortel binnen de afstand d een hoeveelheid water q .

$$q = \pi(d^2 - x^2) E \quad (25)$$

Deze hoeveelheid water is nu gelijk aan wat de wortel - als put beschouwd - opneemt. Dit is:

$$q = \left(\frac{\psi_e}{\psi} \right)^n k_o \quad 2\pi x L \frac{d\psi}{dx} \quad (26)$$

Hierin is $\left(\frac{\psi_e}{\psi}\right)^n k_o$ het capillair geleidingsvermogen bij vochtspanning ψ . Met $2\pi \times L$ wordt de inhoud van de door de wortel ontwaterde zone weergegeven. $d\psi/dx$ geeft het verhang weer.

Integreert men nu de formule die uit de gelijkstelling van formules 25 en 26 wordt verkregen, of

$$(d^2 - x^2)E dx = \left(\frac{\psi_e}{\psi}\right)^n k_o 2\pi \times L d\psi \quad (27)$$

dan ontstaat:

$$\frac{E}{4 L k_s \psi_e^n} \left\{ \ln \frac{d^2}{r^2} - 1 - \frac{r^2}{d^2} \right\} = \frac{1}{(n-1)d^2} \left(\frac{1}{\psi_r^{n-1}} - \frac{1}{\psi_d^{n-1}} \right) \quad (28)$$

Voor E volgt hieruit:

$$E = \left[\frac{1}{(n-1)d^2} \frac{4 L k_o \psi_e^n}{\left\{ \ln \frac{d^2}{r^2} - 1 - \frac{r^2}{d^2} \right\}} \right] \left(\frac{1}{\psi_r^{n-1}} - \frac{1}{\psi_d^{n-1}} \right) \quad (29)$$

Hierin is L de dikte van de laag waaruit water door de wortel wordt onttrokken. k_o is de capillaire doorlatendheid bij vochtspanning $\psi = \psi_e$. ψ_e is de vochtspanning waarbij de poriën beginnen vocht af te geven, dus de zogenaamde air entry value. De r is de halve diameter van de wortel, d de straal van het door eenzelfde wortel ontwaterde gebiedje. Verder is ψ_r de vochtspanning aan het worteloppervlak en ψ_d de vochtspanning op de grens tussen het onttrekkingsgebied van twee wortels. De term tussen de rechte haken bestaat alleen uit constanten en bekende grootheden. De n , de hellings-tangens van de $\log k_c$ tegen $\log \psi$ lijn, heeft een waarde die veelal op 1.5 gesteld wordt. Verder mag men in vele gevallen $1/\psi_r^{n-1}$ wegens de hoge waarde van ψ_r wel verwaarlozen. In dat geval kan men gebruik maken van de formule

$$E = d_1 \psi^{-d_2} \quad (30)$$

Een eerste schatting voor $d_2 = n-1$ is daarbij $d_2 = 0.5$.

Indien het gehalte aan bodemvocht groot genoeg is, om de plant al het water ter beschikking te stellen, dat op grond van de klimatologische omstandigheden verdampt kan worden, dan houdt de capillaire stromingsweerstand in de grond op van belang te zijn.

De verdamping die volgens formule 30 mogelijk zou zijn, gaat de verdamping op grond van de klimatologische mogelijkheden, weergegeven in formule 23, te boven, maar voor een zo grote verdamping ontbreekt de energie. Er zal zich ten aanzien van vochtspanning en verdamping een evenwicht instellen tussen de spanningen op de grensvlakken wortel - grond en die bij het grensvlak blad - atmosfeer, in de veronderstelling dat de stromingsweerstand door de plant te verwaarlozen is ten opzichte van die door de grond en die door de atmosfeer. Het grensvlak tussen plant en atmosfeer wordt daarbij gevormd door de huidmondjes en de weerstand in dit grensvlak wordt hier bij die in de atmosfeer gerekend.

Men kan nu de weerstanden in de plant en de atmosfeer samentellen en krijgt dan de beschrijving van de verdampingsstroming q :

$$q = \frac{g}{\sum \frac{l}{KF}} (\psi_A - \psi_r) = a(\psi_A - \psi_r) \quad (31)$$

Hierin stelt g de invloed van de omvang van de plant voor, l is de stromingslengte in het gewas en de atmosfeer. Verder zijn K en F de doorlatendheid en het stromingsoppervlak langs deze weg. ψ_A is de vochtspanning in de atmosfeer, ψ_r die op het scheidingsvlak tussen de grond en het gewas. De stromingsweerstand, die optelbaar is, wordt door $\sum l/kD$ weergegeven. Deze grootheden behoeft men niet afzonderlijk te kennen, maar men kan ze samenvoegen tot een verzamelconstante a .

Bij een natte grond kan ψ_r wel verwaarloosd worden. De bij deze natte toestand behorende maximale vochtstroom q_0 is dan gelijk

$$q_0 = a \psi_A = gE_0 \quad (32)$$

Hieruit volgt volgens formule 31 voor minder natte gronden:

$$q = q_0 - a \psi_r \quad (33)$$

of

$$\frac{q_0 - q}{a} = \psi_r \quad (34)$$

Vermenigvuldigt men de vochtstroom q met het aantal wortels n per eenheid van oppervlak of

$$\frac{nq_0 - nq}{na} = \psi_r \quad (35)$$

dan volgt, omdat nq gelijk is aan E :

$$\psi_r = \frac{gE_0 - E}{na} \quad (36)$$

Voor het geval ψ_r nul gesteld kan worden vindt men dus de reeds genoemde formule 23 voor gE_0 :

$$E = gE_0 \quad (23)$$

Men beschikt nu dus over twee formules voor de verdamping en wel formules 23 en 30 voor omstandigheden waarin het klimaat dan wel het bodemvochtgehalte bepalend is voor de verdamping (zie fig. 7).

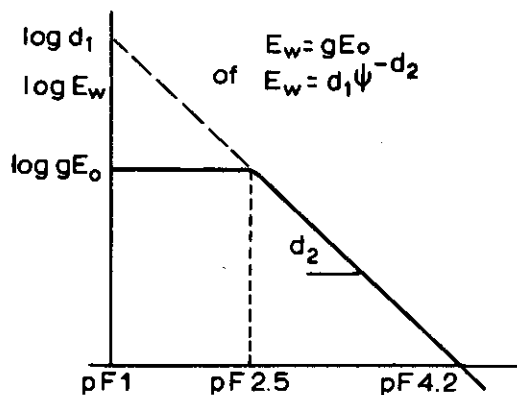


Fig. 7.

De verdamping volgt alternatieve regels. Van lage pF tot veldcapaciteit geldt formule 23, tussen veldcapaciteit en verwelkingspunt geldt formule 30. De kritische punten veldcapaciteit en verwelkingspunt zijn hier grootheden die wat kunnen variëren en door vereffening berekend moeten worden

Wanneer men zich daartoe de moeite wil geven zou men in formule 30 nog een kleine aftrekpost voor de vochtspanning in de grond ψ_d aan de grens tussen de invloedssferen van twee aan elkaar grenzende wortels opnemen of

$$E = d_1 (\psi_r^{1-n} - \psi_d^{1-n}) \quad (37)$$

Het lijkt echter de vraag of omstandigheden, waarin deze correctie van belang is voldoende vaak voorkomen om het extra werk te aanvaarden tegenover de weinige plekken en klimaatstoestanden waarin deze verbetering zich in een betere aanpassing zal manifesteren.

De vraag doet zich nu nog voor wanneer men de ene en wanneer de andere formule zal moeten toepassen. Zoals reeds werd opgemerkt geldt de formule met de laagste verdamping. Maar dan moet tegelijker-

tijd de andere formule een duidelijk onmogelijke uitkomst geven. Deze eenvoudige regel is echter niet te gebruiken, omdat men te gelijkertijd E_w en ψ bepaalt en zonder kennis van ψ formule 30 niet toe te passen is.

De berekening van ψ volgt nu uit de formules 5, 22, 23 en 30:

$$V_c - E_w - I + N + B_{zo} = 0 \quad (5)$$

$$\psi = \frac{-1}{\alpha} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-\alpha W}) \left(1 + \frac{V_c}{k_o} \right) \right\} \quad (22)$$

$$E_w = gE_o \quad \text{of} \quad E_w = d_1 \psi^{-d_2} \quad (23) \text{ of } (30)$$

Past men formules 23 of 30 in formule 5 toe en substitueert men dit resultaat in formule 22 dan ontstaan de volgende formules:

$$\psi = \frac{-1}{\alpha} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-\alpha W}) \left(1 + \frac{gE_o + I - N + B_{zo}}{k_o} \right) \right\} \quad (38)$$

$$\psi = \frac{-1}{\alpha} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-\alpha W}) \left(1 + \frac{d_1 \psi^{-d_2} + I - N + B_{zo}}{k_o} \right) \right\} \quad (39)$$

Formule 38 met ψ slechts aan een kant van het gelijkteken is zonder moeite op te lossen. Is gE_o echter te groot en had men formule 30 moeten nemen dan blijkt dat uit het resultaat van de berekening van formule 38 waarbij de term tussen de buitenste haken negatief wordt en de logaritmie imaginair. Men moet dan de ψ volgens formule 39 oplossen, hetgeen iteratief plaatsvindt. Is ψ bekend, dan volgt E_w zonder moeite.

Dit berekenen van onbekenden uit niet expliciet te schrijven formules treedt bij dit rekenwerk herhaaldelijk op en levert niet zo veel moeite op, dat men aan een linearisering van de formules zou moeten gaan denken.

De waterberging

Het is gebruikelijk het waterbergend vermogen te definiëren als het aantal toegevoegde mm vocht gedeeld door het aantal mm stijging van de grondwaterstand. Een gebruikelijke schatting voor het bergend

vermogen is 0.10. Hiernaast staat een indeling in de hangwaterberging en de zakwaterberging. De hangwaterberging B_h omvat het water dat boven het grondwatervlak in het onverzadigde deel van het profiel tegen de zwaartekracht in wordt vastgehouden en bij gelijkblijvende omstandigheden ook in de loop van de tijd niet zal afstromen.

De zakwaterberging B_z omvat het water in het onverzadigde deel van het profiel, dat niet tegen de zwaartekracht in wordt vastgehouden. Het zal in de loop van de tijden en eventueel over zeer lange tijd wel naar het grondwater afzakken.

Het hangwater is naar hoeveelheid berekenbaar, het zakwater vormt de rest. De hoeveelheid hangwater wordt weergegeven door de vochtgehalten, die men bij het vaststellen van de pF-curve bepaalt, wanneer men de pF-curve op een evenwichtstoestand toepast, waarin de hoogte boven de grondwaterspiegel h van de plek in het profiel die men wil beoordelen gelijk gesteld wordt aan de vochtspanning ψ .

De hangwaterhoeveelheid volgt nu uit de overwegingen ten aanzien van de pF-curve. Verandert de grondwaterspiegel dan verandert de hangwaterhoeveelheid. Maar treedt een hogere grondwaterspanning ψ op bij een onveranderde diepte van de grondwaterspiegel W , dan wordt daardoor het evenwicht verbroken en zal een opwaartse capillaire stroming optreden. De hogere vochtspanning ψ zal tevens tot uiting komen in een lager vochtgehalte $v\%$, weergegeven in volume-percenten of vochthoeveelheid v , in mm uitgedrukt.

Voor de samenhang tussen de vier grootheden W , V_c , ψ en $v\%$ zijn de formules bekend. De samenhang tussen W , V_c en ψ wordt weergegeven door

$$(1 - e^{-\alpha W})(1 + \frac{V_c}{k_o}) = (1 - e^{-\alpha \psi}) \quad (40)$$

De samenhang tussen ψ en $v\%$ is:

$$\psi = \frac{A v\%}{(P - v\%)^n} \quad (41)$$

A , m en n zijn constanten

P = poriënvolume

$v\%$ wordt verder met v weergegeven en in mm uitgedrukt

Voor het bergend vermogen per laag geldt dus:

$$(1 - e^{-\alpha W}) \left(1 + \frac{V_c}{k_0}\right) = (1 - e^{-\frac{\alpha A v^m}{(P-v)^n}}) \quad (42)$$

De vochtinhoud van een profiel is nu $\int_0^W v dW$, de integraal van de vochtgehalten per laag van het profiel over alle lagen van $W = 0$ tot $W =$ grondwaterdiepte beneden maaiveld. Het evenwichtsprofiel ontstaat voor $V_c = 0$ en $W = W_1$ respectievelijk W_2 volgens

$$\mu = \frac{\int_0^{W_2} v dW - \int_0^{W_1} v dW}{W_2 - W_1} \quad (43)$$

Ook is het echter mogelijk dat de grondwaterdiepte constant blijft maar V_c verandert. Onder deze omstandigheden verliest het bergend vermogen indien gedefinieerd als

$$\mu = \frac{dB}{dW} \quad (44)$$

echter zijn betekenis omdat dan $dW = 0$ is. Het praktisch gehanteerde begrip van het bergend vermogen is voor mathematische gebiedsbeschrijvingen niet goed bruikbaar. Een betere weergave zou zijn:

$$\Delta B = \frac{dB}{dW} \Delta W + \frac{dB}{dV_c} \Delta V_c = \mu (W_2 - W_1) + v (V_{c2} - V_{c1}) \quad (45)$$

De moeilijkheid bij de berging is gelegen in de integratie van formule 43.

Een benadering die aan deze moeilijkheid tracht te ontkomen is de volgende:

Men neemt aan dat aanvaardbaar is $d\psi$ weer te geven door

$$d\psi = \gamma dW \quad (46)$$

γ wordt geacht niet afhankelijk te zijn van W mits het interval voldoende klein wordt gehouden.

Uit formule 22 leidt men voor $\frac{d\psi}{dW}$ af:

$$\frac{d\psi}{dW} = \frac{\left(1 + \frac{V_c}{k_o}\right) e^{-\alpha W}}{1 - \left(1 + \frac{V_c}{k_o}\right) (1 - e^{-\alpha W})} = \frac{e^{-\alpha W}}{e^{-\alpha W} - \frac{V_c}{V_c + k_o}} = \gamma \quad (47)$$

Het bergend vermogen bij $V_c = 0$ wordt nu, door vereenvoudiging van formule 41, weergegeven door:

$$\frac{dB}{dW} = C_1 \psi^{C_2} = C_1 (\gamma W)^{C_2} \quad (48)$$

Deze vereenvoudiging van formule 41 tot formule 48 is aanvaardbaar bij hoge vochtgehalten $v\%$. Bij sterke uitdroging van het profiel zal men met alleen de noemer van formule 41 niet kunnen volstaan. Integratie levert nu:

$$B_h = \frac{C_1}{1+C_2} \left(\gamma_o^{C_2} W_o^{C_2+1} - \gamma_1^{C_2} W_1^{C_2+1} \right) \quad (49)$$

De o en 1 stellen de voorafgaande en de daaropvolgende dag voor.

$$B_h = \frac{C_1}{1+C_2} \left\{ \left[\frac{e^{-\alpha W_o}}{e^{-\alpha W_o} - \frac{V_{co}}{V_{co} + k_o}} \right]^{C_2} W_o^{C_2+1} - \left[\frac{e^{-\alpha W_1}}{e^{-\alpha W_1} - \frac{V_{c1}}{V_{c1} + k_o}} \right]^{C_2} W_1^{C_2+1} \right\} \quad (50)$$

Formule 50 laat zich ook schrijven als:

$$B_h = \frac{C_1}{1+C_2} \left\{ \gamma_o^{C_2} \left(W_o^{C_2+1} - W_1^{C_2+1} \right) + W_1^{C_2+1} \left(\gamma_o^{C_2} - \gamma_1^{C_2} \right) \right\} \quad (51)$$

Vergelijkt men dit resultaat met formule 45 dan ziet men dat een zekere overeenkomst ontstaat wanneer men ΔW vervangt door ΔW^{C_2+1} en ΔV_c door $\Delta \gamma^{C_2}$.

Een zorgvuldige studie omtrent het verband tussen V_c en ΔB_h is niet bekend en de hier weergegeven formule voor het bergend vermogen zal nog nader bestudeerd dienen te worden voordat deze weergave een voldoende vertrouwenswaardigheid kan worden toegeschreven.

Tot dusverre is van formule 50 nog geen gebruik gemaakt, overigens niet alleen om de te geringe controle op de juistheid, maar evenzeer om de bewerkelijkheid van formules 49, 50 of 51 en daardoor

hoge rekenkosten van de ingewikkelder berekening van W_1 .

Gebruikt werd tot dusverre de formule:

$$\mu = \frac{\Delta B_n}{\Delta W} = C_1 \psi^{C_2}$$

$$\Delta B_h = \mu \Delta W = C_1 \psi^{C_2} \Delta W \quad (52)$$

Omdat ΔB_h bekend is en volgens formule 3 gelijk aan $I - V_c - \sum A$ rekent men op deze wijze $W_1 - W_0$ uit. Omdat W_0 uit vorige berekeningen bekend is, kan men zo W_1 vaststellen en op die wijze dag voor dag de diepte van het grondwater bepalen.

Het resultaat van de eenvoudige formule

$$W_1 = W_0 + \Delta W \quad (53)$$

is van belang omdat het duidelijk maakt, dat de berekening die werd uitgevoerd een ingewikkelde numerische integratie weergeeft, waarbij men dag voor dag de hoeveelheid water in de grond volgt en via de hangwaterberging vaststelt hoeveel water door neerslag en verdamping aan de vochtvoorraad in de grond is toegevoegd of is onttrokken.

Wanneer de berekende waarden goed met de waargenomen waterstanden overeenkomen, mag men aannemen dat niet alleen voor de waterstanden een goed rekenmodel is verkregen, maar eveneens de andere berekende balanst termen een goede schatting voor de werkelijke waarde van die termen vormen. Indien van enkele andere balans termen of hydrologische variabelen, zoals de vochtspanning ψ of een van de afvoertermen A waarnemingen beschikbaar zijn, is het mogelijk ook deze termen als toetsing te nemen, afzonderlijk zowel als gezamenlijk en daarmee de betrouwbaarheid van de beschrijving van de waterbalans te vergroten.

Hier komt men tot de vraag of de gevonden constanten betrouwbaar zijn. Dit is een vraagstuk van vereffening. Tot dusverre ging het alleen om de fysisch-mathematisch meest bruikbare beschrijving van de processen die zich in de waterhuishouding van een bepaalde plek afspelen. Het ging daarbij echter niet alleen om dat wat fysisch het meest juist is. Met evenveel nadruk werd gezocht naar een model dat zich mathematisch zonder te omvangrijk computerwerk liet uitrekenen. Het doel moet zijn de praktische bruikbaarheid.

Dit vraagt een uitkomst met voldoende nauwkeurigheid, ook in gevallen die wegens de beschikbare gegevens in hun samenspel met de eigenschappen van de formules als moeilijke gevallen moeten worden gekenschetst. De zorg voor een oplossing ook bij moeilijke gevallen mag echter voor de gemakkelijke gevallen geen te tijdrovende en te kostbare berekening tot gevolg hebben. Het gaat om een zorgvuldig afwegen van voor- en nadelen.

Het bepalen van de parameters

Bij het bewerken van het vraagstuk van de waterbalans werd gekozen voor het berekenen van de waarden van de parameters in plaats van het vaststellen van deze waarden door laboratoriumanalyse of waarnemingen te velde.

De formules moet men beschouwen als een benadering van de werkelijkheid. Maar het door analyse vaststellen van de parameters is ongetwijfeld ook een benadering van de werkelijkheid, zij het volgens een ander systeem dan door de formules wordt gerepresenteerd. Het berekenen van de parameters is een benadering van de werkelijkheid, maar het belangrijke verschil is dat in dit geval volgens hetzelfde systeem als dat van de formules wordt gewerkt.

Vergelijkt men twee stellen resultaten volgens verschillend systeem verkregen met elkaar dan onderscheidt de uitkomst met gelijk systeem zich door een betere overeenkomst dan ingeval de systemen in de twee gevallen verschillen. Waar men nu verder soms opmerkt dat een kleine correctie aan een parameter soms de fout in bijzondere mate doet toenemen lijkt het een punt van voorzichtigheid de bewerking met gegevens uit een gelijk systeem, dus met vaststellen van het model via vereffening, uit te voeren.

Vele literatuurvoorbeelden zijn uitgewerkt zonder dat een redelijke vereffeningstechniek de garantie geeft dat de berekening met de werkelijkheid overeenkomt. Dit nalaten van een controle op de mate van overeenkomst is niet alleen een bezwaar omdat men niet weet of de uitkomsten praktisch bruikbaar zijn. Onder deze omstandigheden krijgt een methode meer de nadruk omdat hij de eenvoudigste, dan omdat hij de meest bruikbare is. Ook mist men de mogelijkheid om door het via vereffening tegen elkaar afwegen van verschillende methoden een indruk te krijgen of men de hydro-

logische situatie goed heeft getaxeerd, of men de juiste formules kent en of een andere theoretische grondslag voor het model voordelen heeft.

Het bepalen van de waarden van de parameters volgt op het vaststellen van de functies die de processen weergeven. Het eenvoudige stel functies dat tot dusverre werd gebruikt mag hier als voorbeeld worden genomen.

De berekening wordt gekenmerkt door onafhankelijke gegevens, te onderscheiden in beginwaarden voor W_0 en B_{z0} en lopende variabelen N en E_0 . Daarnaast staan formules, parameters en variabelen. Wat met deze formules wordt nagestreefd is het berekenbaar maken van de waterhuishouding op grond van de gegevens voor N en E_0 . Het gaat er om hun invloed op de waterhuishouding op een bepaalde dag en op zodanige wijze te bepalen dat de waterstand voor de volgende dag er uit volgt. Deze waterstand, weer gecombineerd met de N en E_0 voor de tweede dag levert de waterstand voor de derde dag, enz.

Niet alleen de W_1 wordt berekend, maar tevens worden nog 9 andere variabelen bepaald. Wanneer men in aanmerking neemt dat de g verder nog per maand en de S per twee maanden wordt berekend, worden er nog 5 drainafvoeruitkomsten en 11 verdampingswaarden meer opgelost. Hiertoe moeten de waarden van een 10 of zo men wil 26 parameters vastgesteld worden. Bij deze bewerking worden de variabelen direct nadat ze bepaald werden ook in het model toegepast.

Principe van de berekening

De berekening wordt nu uitgevoerd door voor alle te berekenen parameters beginschattingen te geven. Hoe beter de schattingen zijn hoe gemakkelijker de berekening verloopt. Heeft men echter geen idee van de grootte van de parameters, dan wordt dat door wat meer computertijd wel goed gemaakt.

Omdat onder alle omstandigheden de schattingen van de parameters niet juist zullen zijn, zullen de zes balansposten en vier hydrologische grootheden (zie tabel 1, blz. 38) niet nauwkeurig uit de berekening tevoorschijn komen.

formule Nº	procesfunctie	parameters	balansposten en variabelen
⑮	$I = (B_{z0} + N)e^{-\beta W}$	β	I
⑲	$A_{\text{drain}} = B_1(S_1 - W) + B_2(S_1 - W)$	B_1, B_2, S_1	A_{drain}
⑤	$-B_{z0} = V_c - E_w - I + N$		B_z
④	$B_{z1} - B_{z0} = -A_{\text{opp}} - E_w - I + N$		
⑰	$A_{\text{opp}} = 10(B_z - B_0)$	B_0	A_{opp}
②②	$\psi = \frac{-1}{\alpha} \ln \left[1 - (1 - e^{-\alpha W}) \left(1 + \frac{V_c}{k_0} \right) \right]$	α, k_0	V_c, ψ
②③ ③①	$E_w = gE_0 \text{ of } d_1 \psi^{-d_2}$	$g_i \text{ of } d_1, d_2$	E_w
⑥	$B_{h1} - B_{h0} = I - V_c - A_{\text{drain}}$		$B_{h1} - B_{h0}$
⑤②	$B_{h1} - B_{h0} = C_1 \psi^{-C_2} \Delta W$	C_1, C_2	μ
⑤③	$W_1 = W_0 + \Delta W$		W_1
gegeven : N, E_0		beginwaarden B_{z0}, W_0	toetsingsgegevens W of A

De schattingen moeten dus gecorrigeerd worden. Voor een dergelijke correctie dient een criterium beschikbaar te zijn, dat duidelijk maakt of de correctie de goede kant uit gaat en de juiste grootte heeft. Als criterium ligt in Nederland de overeenkomst tussen de waargenomen en de berekende grondwaterstand voor de hand, dus de $W_{\text{ber}} - W_{\text{obs}}$, omdat in Nederland de grondwaterdiepte belangrijk is en voor vele punten, over het gehele land verdeeld, over soms tot 20 jaar aanwezig zijn. Men zou echter even goed een van de andere variabelen of balanstermen hebben kunnen nemen.

De correctie wordt aangebracht en de dagwaterstanden opnieuw berekend. De overeenkomst tussen berekende en gemeten grondwaterdiepten wordt met de som van de kwadraten van de niet verklaarde verschillen, de $\sum r^2$, weergegeven. Door een andere schatting voor een parameter te kiezen kan de fout groter of kleiner worden. De correctie die een kleinere fout geeft werd in de goede richting gekozen.

De fout geldt echter voor de 12 toegepaste beginschattingen tezamen. Men moet voor alle 12 parameters dus de richting en grootte van de correctie vaststellen. De richting geeft geen moeite. Ten aanzien van de grootte van de correctie kan men voor elke parameter afzonderlijk nagaan hoe groot de correctie moet zijn om de fout zo klein mogelijk te maken. Toch is met een dergelijke correctie de juiste parameterwaarde niet direct te bepalen, omdat het tengevolge van de niet-lineaire samenhang in het geheel niet zeker is, dat wanneer men aan twee parameters tegelijk de voor elk berekende correctie geeft, men opnieuw op de lijn met minimale fout terecht zal komen. Men zal de samengestelde fout met een vermenigvuldigconstante moeten uitrekenen. Maar daar staat tegenover dat wanneer de correcties afzonderlijk worden toegepast, de aanpassing beter zal worden en de correcties voor later in de reeks te bewerken parameters kleiner en nauwkeuriger zullen uitvallen (zie fig. 8, blz. 40).

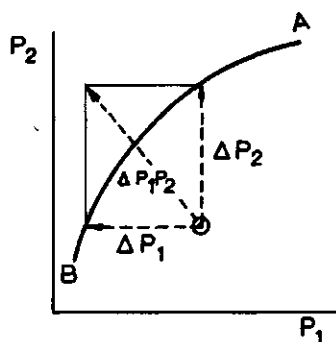


Fig. 8.

De afstanden van het punt p_1, p_2 tot de meetkundige plaats AB van de combinaties $p_1 p_2$ met minimale fout zijn niet moeilijk te bepalen. De samenhang tussen Δp_1 en Δp_2 tot $\Delta p_1, p_2$ is bij curvilineaire fouten echter niet eenvoudig, zolang de afstand van p_1 en p_2 tot de lijn niet zo klein is, dat de lijn als rechte mag worden opgevat

Een volgende mogelijke rekentechniek houdt in dat men niet de grootte van de correctie bepaalt, maar de meetkundige plaats van de kleinste fouten. Men kiest voor de parameter p_1 enkele waarden en berekent bij die waarden het minimum voor de andere parameter p_2 . Men krijgt zo een meer of minder gebogen lijn. Wanneer de lijn voor de meetkundige plaats redelijk recht is of recht gemaakt is door de schaal voor de parameter doelmatig te kiezen, kan men de correctie voor alle parameters tezamen tot een vector samenstellen en langs de meetkundige plaats het punt opzoeken waar de $\sum r^2$, die in een vlak evenwijdig aan de assen reeds zo klein mogelijk was gemaakt, nu ook nog in de richting van de lijn voor de meetkundige plaats op de ligging van het minimum wordt onderzocht. Meestal zijn de meetkundige plaatsen echter te zeer gekromd om op deze wijze sneller op te schieten.

Bestudeert men twee parameters p_1 en p_2 , dan kan men het vlak van de parameters (zie fig. 9) voor een aantal p_1 - p_2 combinaties overdekken met de berekende $\sum r^2$ -waarden. Men kan in dit vlak het minimum visueel vaststellen of zoals reeds genoemd de meetkundige plaats bepalen, die de eigenschappen van regressielijnen blijkt te bezitten.

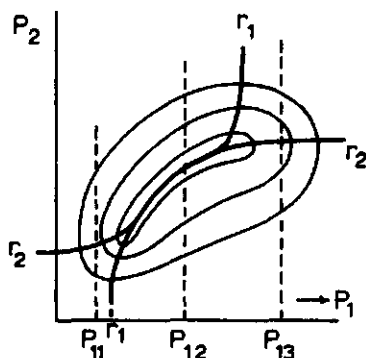


Fig. 9.

Indien de meetkundige plaats voor de kleinste fout als r_1 in de p_1 richting bepaald wordt krijgt men een andere lijn dan wanneer die als r_2 in de p_2 richting bepaald wordt. Wanneer tussen p_1 en p_2 een sterke samenhang bestaat, blijkt dit uit het over grote afstand vrijwel samenvallen van de r_1 - en r_2 lijn en het lang en smal zijn van de fouten-ellips

Neemt men een beginschatting p_{11} dan kan men daarbij voor p_2 de waarde van het minimum bij p_{21} berekenen. Berekent men echter het minimum voor $\sum r^2$ voor p_1 bij de waarde $p_2 = p_{21}$ dan vindt men niet de uitgangswaarde p_{11} terug maar p_{12} . Men stapt bij dit heen en weer rekenen van de ene regressielijn over op de andere, dus van r_1 op r_2 en weer terug.

Zou men het minimum voor p_2 bij $p_1 = p_{12}$ bepalen dan zou men bij punt 3 weer op de regressielijn r_1 terecht komen en zou volgens een zig-zag lijn steeds dichterbij het snijpunt van de regressielijnen S naderen in de volgorde van de punten, in fig. 10 aangeduid met 1, 2, 3, 4 enz.

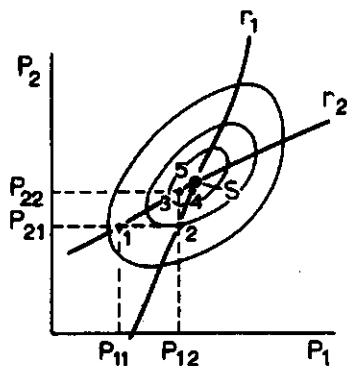


Fig. 10.

Bij zwakke samenhang maken de lijnen r_1 en r_2 een duidelijker hoek met elkaar en blijken de lijnen elkaar te snijden bij het punt S waar tegelijk de $\sum r^2$ het kleinste is

De minimale $\sum r^2$ vindt men bij punt S en dit is de oplossing. Vanuit het punt S vindt men in alle richtingen in het vlak dat de grootte van de afwijking toeneemt. Met deze zig-zag benadering van S worden de stapjes echter steeds kleiner en men zal zo nooit het punt S zelf bereiken. Is de correlatie laag en snijden de regressielijnen elkaar onder een grote hoek, dan kan men S wel goed benaderen.

Is de correlatie sterk, dan vallen de regressielijnen - zie fig. 9 - in de buurt van het punt S over een zeker traject vrijwel samen. De stapjes worden dan zeer klein, de zig-zag benadering schiet weinig op. De moeilijkheden bij de zig-zag bewerking spruiten voort uit de geringe breedte van de trog van lage $\sum r^2$ -waarden rondom het minimum. Een voorbeeld hiervan wordt in fig. 11 (blz. 42) gegeven.

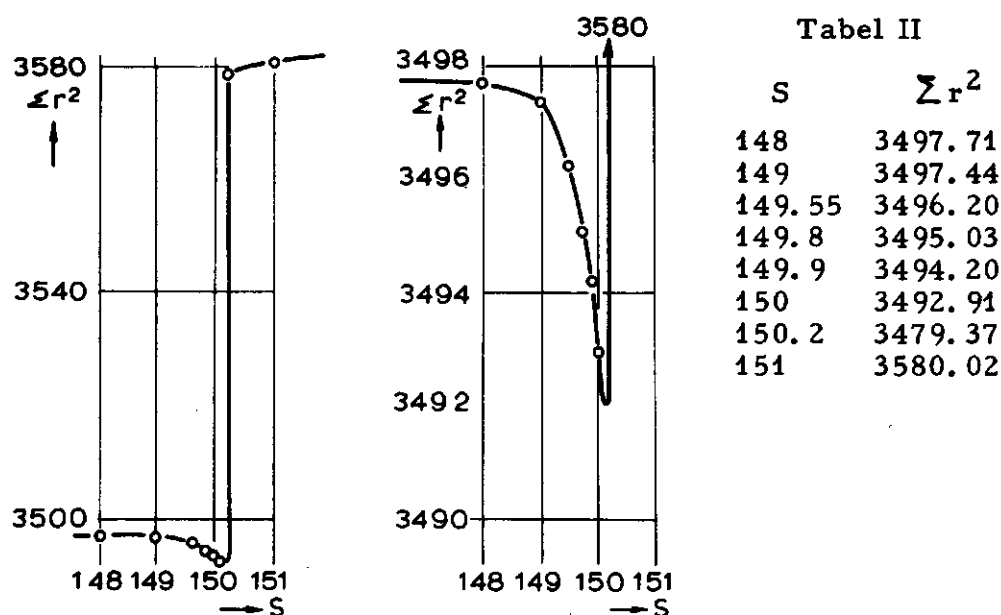


Fig. 11. De waarden voor S en Σr^2 uit tabel II werden in fig. a met een 10 maal kleinere schaal uitgezet dan in fig. b. Men ziet in fig. a hoe bij $S = 150.1$ de Σr^2 zeer snel van 3580 naar 3480 daalt, terwijl fig. b laat zien hoe nauw het minimum is. Over een zo nauw minimum springt men spoedig heen of men moet de stapgrootten zo klein nemen, dat het aantal berekeningen zeer groot wordt. Het minimum vindt men veelal aan de voet van een steile helling

Uit de S en Σr^2 cijfers in tabel II en in fig. 11 blijkt hoe gering de breedte van een trog rondom het minimum wel kan zijn. Ook blijkt hoe in de linker figuur met de meest samengedrongen Σr^2 schaal ter weerszijde naast de trog de foutencurve horizontaal gaat lopen. Niets wijst erop, dat met een enkele cm grotere of kleinere S een 100 punten lagere fout over een S -traject van niet meer dan 0,8 cm breedte een aanwijzing geeft over de ligging van de drainagebasis. Men kan nu menen dat een honderd punten verlaging van de fout op 3500 van weinig betekenis is. Maar wil men ongeveer de diepte van de drainagebasis kennen, die in dit geval voor de maand februari op 150,1 cm beneden de bovenkant van de waterstandsbuis ligt, indien gecorrigeerd wordt voor de stand ten opzichte van de slecht gedefinieerde maaiveldshoogte, dan zal men voldoende nauwkeurig moeten rekenen om het aanwezig zijn van een minimum vast te stellen. Onnauwkeurig rekenen zal weinig werk sparen, maar de kans dat men het minimum niet vindt wordt er groter door.

Het bepalen van de parameterwaarde waarbij $\sum r^2$ minimaal wordt verdient nog nadere aandacht. De berekening vindt plaats in enkele etappes en wel

1. de ligging van het minimum wordt eerst ruw bepaald;
2. een werkwijze wordt ontwikkeld om de stapgrootte rondom het minimum te verkleinen;
3. het minimum wordt uit een lineaire interpolatie tussen de verschillen $\sum r_{i+1}^2 - \sum r_i^2 = \Delta \sum r_i^2$ berekend.

Voor de grove benadering van het minimum werd voor een bepaald geval de volgende bewerking uitgevoerd:

Tabel III

α	$\Delta\alpha$	$\sum r^2$	$\Delta \sum r^2$	$\frac{\Delta \sum r^2}{\Delta\alpha}$
0.00100		41105		
0.00150	0.00050	39987	1112	2224
0.00250	0.00100	37515	2472	2472
0.00450	0.00200	22749	14766	7383
0.00850	0.00400	8538	14211	3553
0.01650	0.00800	851	7687	961
0.02450	0.00800	1514	-663	-83
0.03250	0.00800	2689	-1175	-147

Door een lage beginwaarde te kiezen krijgt men een breed overzicht omtrent waar men het minimum mag verwachten. Om de berekening toch beperkt te houden worden de stapgrootten steeds verdubbeld. Het is hier echter duidelijk dat het minimum ongeveer bij 0.020 ligt. Soms zijn de minima minder duidelijk, vooral wanneer men een S-vormige foutencurve vindt met het minimum dichtbij de overgang van het lage horizontale lijndeel op de stijgende tak. Men springt dan herhaaldelijk over het minimum heen (zie fig. 12).

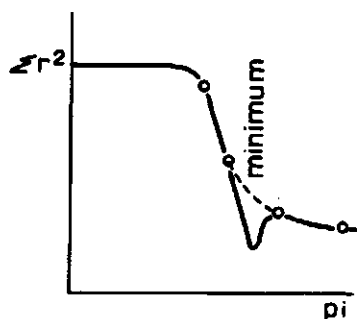


Fig. 12.

De $\sum r^2$ -berekening blijkt herhaaldelijk door te grote stappen te nemen - zie kruisjes - de plaats van het minimum niet aan te geven; men springt er over heen. Men vindt de streeplijn en berekent een triviaal minimum bij $p_i = \infty$. Het minimum blijkt herhaaldelijk dichtbij de ondergrens van het steile lijndeel te liggen

De volgende stap is het nauwkeuriger berekenen van de plaats van het minimum uit de laatste waarnemingen van de vorige tabel. De α -waarden werden telkens verdubbeld tot het minimum bij $\alpha = 0.0325$ gepasseerd werd, waarna een half interval terug werd gegaan en $\alpha = 0.0245$ werd berekend, waardoor 3 gelijke intervallen ontstaan tussen de laatste vier α -waarden. Er volgt nu in tabel IV de onderstaande berekening, waarbij de foutenverschillen $\Delta \sum r^2$ worden bepaald.

Tabel IV

nr.	α	$\Delta \alpha$	$\alpha_{\text{gemidd.}}$	$\sum r^2$	$\Delta \sum r^2$
α_1	0.0085	0.0080	0.0125	8538	7687
α_2	0.0165	0.0080	0.0205	851	-663
α_3	0.0245	0.0080	0.0285	1514	-1175
α_4	0.0325			2689	

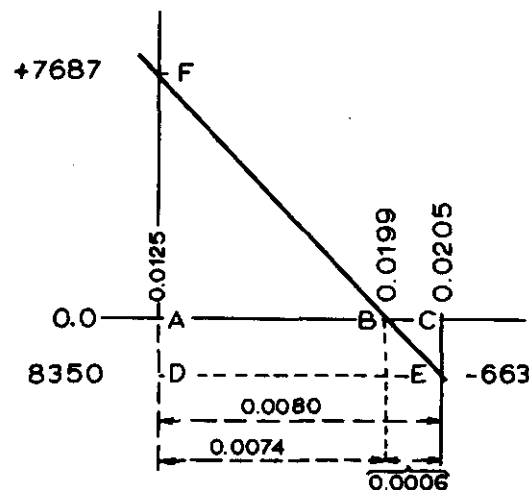


Fig. 13. Men berekent de parameterwaarde voor het punt met minimum $\sum r^2$ door te veronderstellen dat de foutencurve $\sum r^2$ met een parabool en de curve voor het foutenverschil $\Delta \sum r^2$ met een rechte kan worden weergegeven. Wanneer $\Delta \sum r^2$ bij A, groot AF en bij C, groot -CE gegeven zijn dan berekent men de parameterwaarde B voor het minimum als:

$$C + \frac{AF \times AC}{AF + CE} = B$$

De juistheid van de berekening hangt af van het rechtzijn van de lijn EF, ofwel doordat de verschilcurve recht is, dan wel omdat de afstand AC voldoende klein is

Men wenst nu, aannemende dat de $\Delta \sum r^2$ lineair met α samenhangt, de α -waarde te kennen waar $\Delta \sum r^2$ gelijk nul is. Bij $\alpha = 0.0125$ is de $\Delta \sum r^2 = 7687$. Is $\alpha = 0.0205$ dan is $\Delta \sum r^2 = -663$. De lijn tussen deze beide punten, in fig. 13 weergegeven door E en F, snijdt de nullijn bij B. De afstand AB laat zich nu berekenen als:

$$AB = \frac{7687 \times 0.0080}{7687 + 663} = 0.0074 \quad \text{Hieruit volgt voor } \alpha_{\min}:$$

$$\alpha_{\min} = 0.0125 + 0.0074 = 0.0199$$

Op dezelfde wijze vindt men voor de verschillen bij $\alpha_{\text{gemid}} = 0.0205$ en 0.0285 als uitkomst (zie tabel IV):

$$AB = \frac{663 \times 0.0080}{1175 - 663} = 0.0104 \quad \alpha_{\min} = 0.0205 - 0.0104 = 0.0101$$

De computer neemt meer decimalen mee en berekende uit α_1 , α_2 en α_3 : $\alpha_{\min} = 0.01986$. Uit α_2 , α_3 en α_4 werd gevonden $\alpha_{\min} = 0.01014$.

De afsluitende berekening wordt gevormd door tussen de twee $\alpha_{\min}$ -waarden de middenwaarde te bepalen (zie tabel V), die op 0.0150 uitkomt. Uit de drie waarden voor α wordt opnieuw $\alpha_{\min}$ berekend, maar nauwkeuriger omdat men dichter bij het minimum is en met kleinere intervallen werkt.

Tabel V

α	$\Delta\alpha$	$\bar{\alpha}$	$\sum r^2$	$\Delta \sum r^2$
0.01986	0.00486	0.01743	965	63
0.01500	0.00486	0.01257	1028	4341
0.01014			5396	

$$AB = \frac{63 \times 0.00486}{4341 - 63} = 0.00007$$

$$\alpha_{\min} = 0.01743 + 0.00007 = 0.01750$$

$$\sum r^2_{\min} = 839$$

Door het minimum van twee kanten te berekenen kan men zich vrijmaken van een onvoldoende benadering van het minimum bij sterk asymmetrische foutencurven.

Ook had men een vierde α -waarde erbij kunnen kiezen, in dit geval bij voorkeur de waarde $\alpha + \Delta\alpha = 0.01986 + 0.00486 = 0.02472$.

Het minimum was dan beter ingesloten geweest. Door de berekening met de 2de, 3de en 4de waarde zou ook de stapgrootte verder zijn verkleind en het minimum nauwkeuriger zijn benaderd.

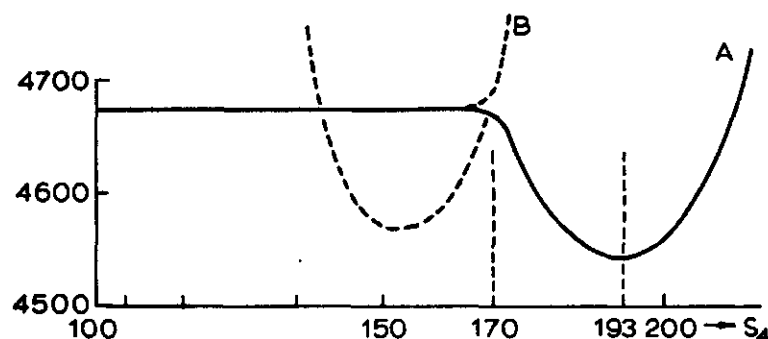
Overigens had men de afstand tussen $\alpha = 0.01986$ en $\alpha = 0.01014$ in drie of meer delen kunnen splitsen en bij de tussenwaarden de $\sum r^2$ kunnen berekenen. Ook op deze wijze is de plaats van het minimum nauwkeuriger vast te stellen. Had men de stapgrootte op 0.00296 gesteld of de helft van 0.00486, dan was voor $\alpha_{\min}$ 0.01741 gevonden en voor $\sum r^2$ 838. In de fout verandert niet veel meer, maar een correctie aan de α kan van waarde zijn voor nadere berekeningen.

Asymmetrie van de foutencurve

Soms ontmoet men $\sum r^2$ -curven waarvoor de berekening van het minimum moeilijkheden geeft. De berekening is op een lineaire samenhang voor de verschillen $\Delta \sum r^2$ met de gevarieerde parameter gebaseerd of op een tweedegraads samenhang bij $\sum r^2$ en de parameter. Soms is deze tweedegraads samenhang, zoals bij de berekening van S wel voorkomt, principieel niet aanwezig.

Bij de berekening van S volgens het model van tabel I wordt voorkomen dat het model aangeeft dat het water omhoog stroomt door een negatieve S-W - het grondwater staat daarbij dieper dan de drainbuis - gelijk nul te stellen. Wanneer echter S niet meer verandert, blijft $\sum r^2$ constant. De volgende gegevens brengen dit in beeld (zie fig. 14 en tabel VI, blz. 47).

De overgang van het horizontale door S niet beïnvloede lijndeel naar het parabolische deel ligt omtrent $S = 170$. Om het minimum te bepalen zijn alle S-waarden die lager zijn niet bruikbaar.



Tabel VI

S_4	Σr^2
100	4670
105	
115	↕
135	4670
175	4620
199	4550
201.8	4561
206.2	4588
213.4	4694

Fig. 14. Bij de berekening van de drainagebasis S vindt men geen uitkomst indien het drainageniveau beneden de laagste grondwaterstand in het tijdsinterval ligt. In het voorbeeld geven draandiepten beneden 170 cm geen afvoer meer. Tot 170 vindt men een horizontaal lopende Σr^2 lijn. Bij curve A ligt de werkelijke drainagebasis op 193 cm. Wanneer de drainagebasis hoger zou liggen, zie lijn B, dan zou het gestippelde deel zich niet kunnen realiseren en zou alleen het gestreepte deel gevonden worden. Men kan dus foutencurven van verschillende vorm vinden waarvoor de parabolische Σr^2 curve slechts over een deel van toepassing is en het vinden van het minimum met de lineaire $\Delta \Sigma r^2$ betrekking soms slecht voldoet

De diepte van de drainagebasis is in dit voorbeeld omtrent 190 cm. Dit voorbeeld werd doorgerekend met de methode voor het bepalen van het minimum die hiervoor in tabellen III en IV werd behandeld en toen voor $S_{\min}$ de waarde 201.8 opleverde, dus omtrent 10 punten te hoog, terwijl deze waarde uit twee andere grover berekende minima ten bedrage van $S_4 = 199$ en 213.4 werd gevonden, die beide eveneens te hoog zijn. Dit vindt zijn oorzaak in het voorkomen van een van de drie punten op het lijndeel waar de parabool niet geldt. De minimumberekening berust daardoor op α en Σr^2 waarden waaruit geen redelijke parabool te construeren valt.

Van belang kan overigens deze berekening zijn indien meer dan een enkel drainagesysteem aanwezig is en men in de zomer alleen de effecten van het diepste systeem kan vinden (zie fig. 4). Naarmate men meer de natte winterperiode nadert zullen systeem na systeem aan de afvoer gaan deelnemen en zal de diepte van de drainagebasis afnemen.

De samenhang tussen de parameters

Wanneer men de waarde van een parameter berekent voor opklimmende waarden van p_1 en een aantal gefixeerde waarden van p_2 en men doet deze berekening over waarbij p_1 en p_2 verwisseld worden, dan verkrijgt men twee lijnen voor de meetkundige plaats waar de $\sum r^2$ minimaal wordt. Dit werd door fig. 9 en fig. 10 weergegeven. Bij de bespreking van de figuren werd aangeduid dat hoe minder intensief de parameters p_1 en p_2 samenhangen hoe meer de snijding van de lijnen onder een loodrechte hoek plaatsvindt. Wanneer de lijnen praktisch samenvallen is de samenhang sterk.

Het bezwaar dat bij sterke samenhang aan de berekening kleeft is dat wanneer men in fig. 15 de α berekent, men het resultaat zo moeilijk los kan maken van de invloed van de k_0 . Men berekent niet de α en de k_0 afzonderlijk, maar een onbekende combinatie van de twee parameterwaarden.

Tabel VII

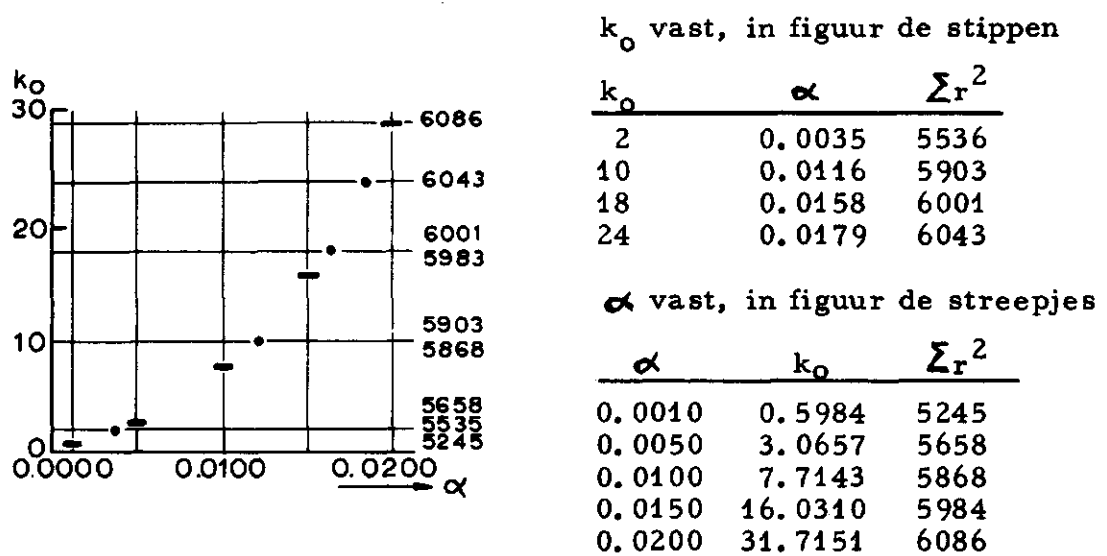


Fig. 15. Men kan de snijding van de beide meetkundige plaatsen voor het minimum voor $\sum r^2$ bepalen door k_0 vast te kiezen, hier op 2, 10, 18 en 24 gesteld, en daarbij $\alpha_{\min}$ te berekenen. De stippen in de figuur geven deze uitkomst weer. Daarnaast kan men α vast nemen, hierop 0.0010 tot 0.0200 en $k_{\min}$ er bij berekenen. Dit wordt door streepjes weergegeven. De punten vallen praktisch op één lijn ten bewijze dat de samenhang sterk is

Een snijpunt van de beide meetkundige plaatsen is niet te geven. In fig. 15 blijkt nog een andere moeilijkheid en wel dat de grootte van de $\sum r^2$ ook geen uitslag geeft, omdat in de $k_0 - \sum r^2$ lijn geen minimum optreedt. Aan het niet optreden van een minimum kan men soms ontkomen door de berekening te beperken tot de zomerwaarnemingen, waarmee men mag hopen een duidelijker samenhang zonder de concentratie bij lage waarden van α te verkrijgen. Opgemerkt werd, dat de lijnen, die men krijgt door bij verschillende waarden voor k_0 een waarde voor α te bepalen, waarbij de fout een minimum doorloopt. Dit werd voor hetzelfde cijfermateriaal dat in fig. 15 werd gebruikt nagerekend, maar nu voor de zomermaanden alleen, waarin de afvoer nauwelijks als storing kan optreden, terwijl de capillariteitsconstanten een sterke invloed uitoefenen en zich goed zouden moeten laten bepalen. Het resultaat van de berekening was het volgende:

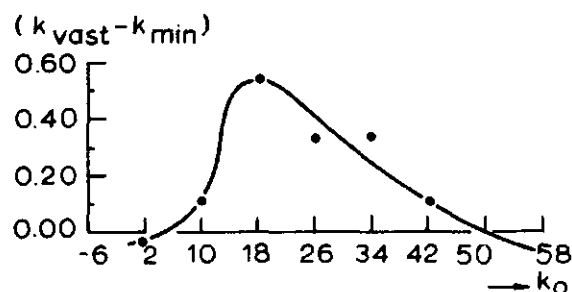


Fig. 16. De horizontale of verticale afstand tussen de twee regressieve lijnen weergegeven door $k_{\text{vast}} - k_{\text{min}}$, is een maat voor de correlatie en kan aangeven waar de beide lijnen elkaar snijden en de kleinste $\sum r^2$ zou moeten optreden. Door $k_{\text{vast}} - k_{\text{min}}$ tegen k_0 uit te zetten, ziet men dat bij k_0 iets boven 2 een snijpunt voorkomt, maar de bijbehorende $\alpha = 0.0035$ is te laag om vertrouwen te wekken. Ook bij $k_0 = 50$ lijkt een snijpunt op te treden. Een $\alpha = 0.0024$ lijkt meer aanvaardbaar. Het lijkt echter waarschijnlijker dat men hier met afrondingsfouten te doen heeft. De α en k_0 zijn door de sterke correlatie zeer moeilijk te bepalen

(bijbehorende tabel VIII op blz. 50)

Tabel VIII

k_0 vast	$\alpha_{\min}$	$\sum r^2$	$\Delta \sum r^2$
2	.00357	1074.34	339.49
10	.01201	1413.83	92.52
18	.01622	1506.35	53.65
26	.01899	1560.00	40.15
34	.03096	1600.15	33.82
42	.02261	1633.97	

$\alpha_{\min}$ vast	k_0 min	$\sum r^2$	$k_{\text{vast}} - k_{\min}$
.00357	2.00863	1076.61	+ .00863
.01201	9.94788	1413.05	- .05212
.01622	17.73341	1504.66	- .26659
.01899	25.83580	1559.90	- .16420
.02096	33.84065	1599.94	- .15935
.02261	41.94856	1632.71	- .05144

Op de plaats waar de $k_{\text{vast}} - k_{\min}$ gelijk nul worden snijden de regressielijnen elkaar en moet men aannemen dat de $\sum r^2$ minimaal zal zijn.

Dit nul worden lijkt op te zullen treden bij α tussen 0.003 en 0.012, maar eveneens bij α groter dan 0.022. Wel ziet men dat $\sum r^2$ bij hoge waarden van α groter wordt en op een korte buiging van de lijn naar lagere $\sum r^2$ -waarden niet veel kans lijkt te bestaan. Eerder ziet men een lus naar lagere $\sum r^2$ optreden tussen $\alpha = 0.0120$ en 0.0035.

Het meest waarschijnlijk is echter dat de punten in fig. 16 hun ligging hebben gekregen tengevolge van afrondingsfouten. De sterke correlatie is alleen maar te onderzoeken met gebruik van zo hoog mogelijke nauwkeurigheid van de rekentechnieken.

De samenhang - in dit geval tussen α en k_0 (zie fig. 15) - moet men zich voorstellen zoals in fig. 17.1 weergegeven. In het grondvlak bevindt zich de lijn III, die de betrekking tussen α en k_0 weergeeft bij minimale $\sum r^2$. De $\sum r^2$ langs deze gekromde lijn doorloopt bij D een minimum - zie lijn II. De projectie van dit minimum op de k_0 -as in D' - zie lijn I - geeft de waarde van k_0 weer waarbij $\sum r^2$ in alle richtingen een minimum representeert en de fout door elke correctie groter waarde aanneemt.

In fig. 17.3 wordt weergegeven hoe men de $\sum r^2$ -curve langs lijn III, de meetkundige plaats A'B'C', voor de minimale $\sum r^2$ vaststelt. Voor de vaste waarden k_{01} , k_{02} en k_{03} wordt met de lijnen IV de invloed

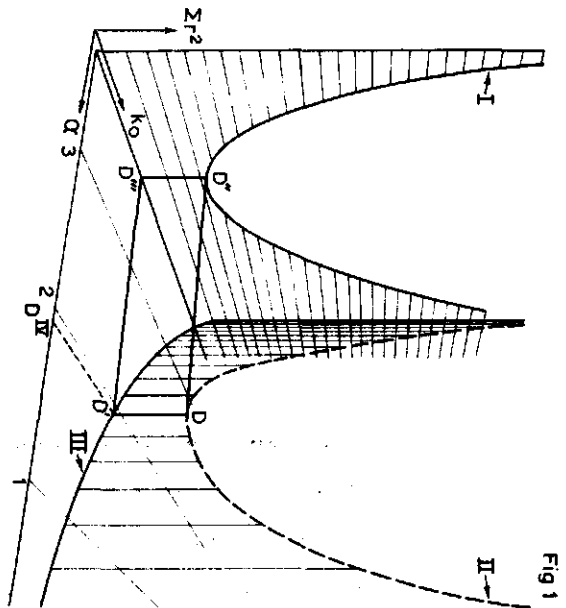


Fig 1

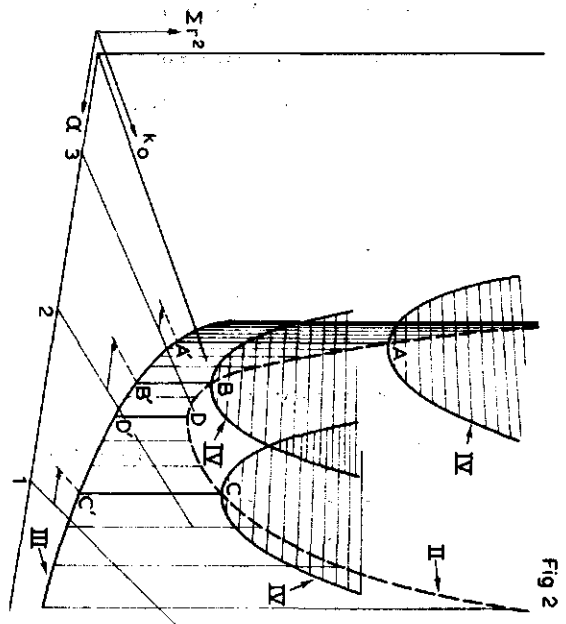


Fig 2

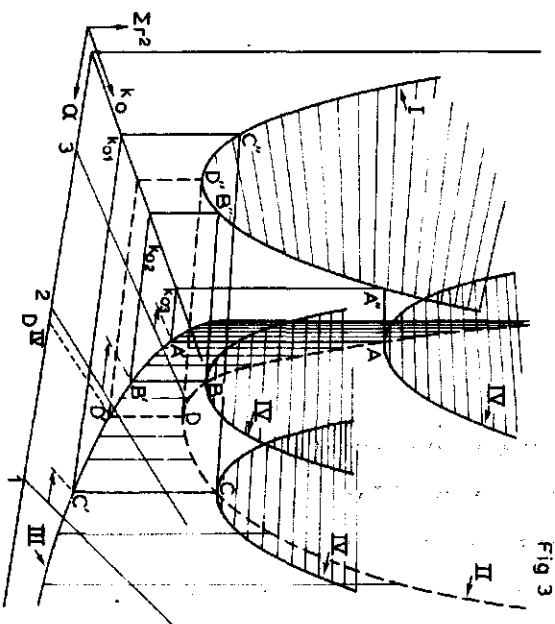


Fig 3

Fig. 17.

Een sterke samenhang uit zich ruimtelijk als in fig. 17.1 weergegeven. In de ruimte bevindt zich een foutenvlak (niet weergegeven) waarin een trog met de lage fouten voorkomt. De laagste waarde van Σr^2 wordt weergegeven door lijn II. In fig. 17.2 wordt aangetoond hoe in vlakken evenwijdig aan de α -as de fout paraboolvormig verandert en zijn laagste waarde doorloopt bij de α -waarde, die zowel deel uitmaakt van lijn II als van de curven IV. De invloed van k_0 op de fout vindt men door de laagste punten van de lijnen IV, die tezamen lijn II vormen, op het k_0 - Σr^2 vlak te projecteren. De fouteninvloed van k_0 wordt door curve I weergegeven. De minimale fout treedt op bij punt D". De bijbehorende minimale waarde vindt men voor α bij het punt D'IV op de α -as

van α op de grootte van $\sum r^2$ vastgesteld. De minima van de lijnen IV vormen de punten, waardoor lijn II loopt en waarvan de projecties op het $\sum r^2 - k_0$ vlak de foutencurve voor k_0 in de vorm van lijn I geeft. Door voor een van de parameters een aantal vaste waarden te nemen en voor de andere parameter de waarde voor de minimale $\sum r^2$ te berekenen, is men in staat vast te stellen wat elke parameter aan verhoging van de $\sum r^2$ ter plaatse van zijn minimale invloed toevoegt. Dit bepalen van de afzonderlijke invloeden komt overeen met het te niet doen van de correlatie tussen de twee parameters.

Men kan nu in plaats van enkele vaste waarden voor een enkele parameter te nemen ook voor twee of meer parameters vaste waarden voor combinaties van parameters kiezen. Wanneer dan voor een niet tot deze combinatie behorende parameter de waarde voor het minimum wordt berekend voor elke combinatie, die men meent te moeten onderscheiden dan zou men de correlaties van hogere orde eveneens kunnen ontrafelen.

Het is echter gewoonte om aan te nemen dat de interacties van hogere orde nul zijn. In dat geval zijn de correlaties van hogere orde dus niet van belang. In hoeverre dit bij het waterbalansmodel een redelijke veronderstelling is zou moeten worden nagegaan. Aangezien de termen van de waterbalans samen moeten hangen omdat de som van de termen gelijk nul is, is er aanleiding aan de verwaarloosbaarheid van correlaties van hogere orde te twijfelen en zou men in elk geval steeds correlaties twee aan twee willen veronderstellen. Zou een dergelijke berekening nodig zijn, dan zal men dit moeten afwegen tegen het aantal parameters dat men wil oplossen. Zowel een 20 parameter oplossing als voor elke combinatie van twee parameters een correlatie te veronderstellen zal een berekening van praktisch redelijk te achten omvang te boven gaan. Nader onderzoek zal hier moeten aantonen tot welke verfijning men zal gaan.

De beperkingen vooral op numerisch gebied

Overziet men de drie probleemgroepen

1. het opstellen van een meest doelmatige oplossingsrichting voor het nagestreefde project;
2. het opstellen van het model dat dit project weergeeft;

3. het ontwerpen van de numerische methoden, waarmee de onbekenden in het model worden opgelost

dan kan men zich niet aan de indruk onttrekken, dat het derde punt – de numerische oplossingstechniek – het meeste moeite geeft. Gaat men van het standpunt uit dat de bewerker van het probleem in alle drie richtingen een vrij duidelijk inzicht moet hebben, dan zal de numerische kennis van de leider van de projectstudie het meest en het veelvuldigst in het minimum zijn.

De statisticus zal vermoedelijk de formules, als in tabel I weergegeven, gebruiken voor het ontwerpen van een correctieformule ten opzichte van de met het dozijn formules als $f_{xyz} = 0$ weergegeven opgestelde model. Deze correctieformule kan de vorm gegeven worden van

$$\frac{df_{xyz}}{dx} \Delta x + \frac{df_{xyz}}{dy} \Delta y + \frac{df_{xyz}}{dz} \Delta z + \dots = 0$$

Door hier enkele combinaties van getalwaarden voor x , y enz. in te vullen kan men de vergelijkingen krijgen, die de correcties Δx , Δy enz. oplosbaar maken. Het lijkt een voordeel bij deze werkwijze dat de moeilijkheden met de samenhang tussen de parameters minder naar voren zullen komen.

Het nadeel is dat een aanzienlijke hoeveelheid werk ter afleiding van de correctieformule moet worden verzet waarin gemakkelijk een fout insluipt. Ook het rekenwerk dat nodig is om de afgeleiden naar elke parameter te berekenen lijkt een grote omvang te krijgen. Dit maakt het onzeker of het doen van de moeite om volgens de in eerdere paragrafen weergegeven werkwijze de samenhang tussen de parameters onschadelijk te maken, wel zo veel achterstaat bij het gebruik van de mathematisch wellicht elegantere berekening via de correctieformule.

Bij het opzetten van de hiervoor besproken berekeningswijze van de parameters is van de veronderstelling uitgegaan dat gezien de begrensde tijd die voor het Salland-onderzoek ter beschikking stond, de berekening op grond van een enkel stel formules als in tabel I weergegeven vermoedelijk eenvoudiger en niet meer tijdrovend zou zijn dan de berekening volgens de correctieformule. Dit vermoeden lijkt meer kans op juistheid te hebben naarmate de samenhang tussen

de parameters zwakker is en het aantal op te lossen parameters groter. Hierbij is het de vraag of de hoge correlatie tussen α en k_0 mogelijk de doorslag moet geven naar de toepassing van de berekening via de correctieformule. Er bestaan dus nog inzichten in de mogelijkheid ook in moeilijke gevallen gemakkelijker tot een oplossing te komen. In het Salland-onderzoek ontbreekt de tijd echter om aan deze mathematisch hogerstaande oplossingstechniek voldoende aandacht te besteden. Een onderzoek in deze richting verdient wel een nadere aandacht.