

Hoogwatervoorspellingen voor de Rijn bij Lobith met hybride methoden

De hydrologische Muskingum methode uitgebreid met lineaire
en niet-lineaire updatingstechnieken

"...a truly deterministic situation is only idealistic..."

Ven te Chow, 1978

M.F.A. van den Akker en B.J.H. van de Wiel

RAPPORT 66

Maart 1996

Vakgroep Waterhuishouding
Nieuwe Kanaal 11, 6709 PA Wageningen

ISSN 0926-230X

927006

Voorwoord

"You never random walk alone..."

Deze scriptie is het resultaat van een studie in het kader van een afstudeervak hydrologie bij de vakgroep Waterhuishouding aan de Landbouwniversiteit Wageningen. We hebben ervoor gekozen om met z'n tweeën aan één project te werken en achteraf beschouwen we dit als een groot voordeel. Dikwijls motiveer je elkaar en word je gedwongen in een open discussie te gaan, waarbij de één of de ander vaak optreedt als criticus. Verder was vooral van belang het plezier dat we in het uitvoeren van het afstudeervak hebben gehad.

Tijdens deze studie hebben we veel support gehad. We willen daarom van deze gelegenheid gebruik maken om een aantal mensen te bedanken. In de eerste plaats willen we onze directe begeleider Paul Torfs bedanken. Mede door zijn enthousiasme ontstonden uitgebreide discussies waaruit nieuwe ideeën voortkwamen. Daarbij liet hij niet na om hier en daar een smeulige anekdote of een extreem voorbeeld aan te halen om bepaalde zaken te verduidelijken. De bron van nieuwe ideeën leidde vervolgens wel tot de nodige werkverschaffing,...

We bedanken het RIZA voor de data die zij ons ter beschikking hebben gesteld en bedanken met name Bart Parmet voor de begeleiding vanuit het RIZA.

Verder bedanken we:

- Rob Nieuwenhuis voor het beschikbaar stellen van zijn computer
- Joostje, Morris en dhr. Kusters, voor het gebruik van hun 286, als dank een breed scala aan hongerige virussen...
- F-bauke voor de anonieme virusverspreiding...
- McAfee voor de rigoreuze virusbestrijding (format *.*...)...
- Afdeling Asserpark-3A en 11B voor de afleiding...
- Sandra en Heleen voor de verleiding...
- De LUW voor de opleiding...
- De NS voor de bovenleiding....
- Fam. van den Akker en Fam. van de Wiel voor de sponsoring...
- Fotogenieke Erik voor de toevalstreffer...
- Margreet voor de "open your eyes" koffie, waarmee zelfs de slechtste hoogwatervoor-spellers nog helderziend worden...
- En tenslotte: de weergoden voor het vele schaatsplezier en de laagwatergolf van 1996.

Samenvatting

In deze studie is getracht inzicht te verkrijgen in hybride voorspellingsmethoden voor de Rijn bij Lobith. Hybride voorspellingsmethoden bestaan uit een in meer of mindere mate fysisch voorspellingsmodel uitgebreid met een statistische updatingstechniek. De updatingstechniek corrigeert de voorspelling voor het ontbreken van data en/of voor structurele model- en meetfouten.

In deze studie is als basis van het hybride model gekozen voor de hydrologische Muskingum methode. Deze flood-routing methode is gebaseerd op een lineaire relatie tussen de berging en de afvoer binnen een riviertraject. Een voordeel van de Muskingum methode is dat zij eenvoudig is toe te passen. Als updatingstechnieken zijn respectievelijk ARMA methoden, een Kalman Filter en het neurale netwerk GRNN onderzocht. Alle genoemde methoden zijn voor 3 Rijntrajecten: Worms-Andernach, Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith, onderzocht op eenvoud, robuustheid en absolute prestatie.

Gemeten waterstanden zijn middels een gemiddelde Q-h relatie omgezet in afvoeren. Een mogelijke correctie voor het verwaarlozen van het hysteresis-effect bij hoogwatergolven, de Jones-correctie, is wegens de hoge gevoeligheid voor fouten en de matige prestatie in deze studie niet toegepast. De fout die bij verwaarlozing van het hysteresis-effect gemaakt wordt bij omzetting van waterstand naar debiet wordt grotendeels teniet gedaan door terug-omzetting van afvoer naar waterstand na een voorspelling.

Verwaarlozing van de afvoer van zijrivieren leidt tot aanzienlijke fouten in de Muskingum voorspelling. Tussen deze voorspelfouten bestaat een hoge mate van correlatie, wat mogelijkheden biedt voor updatingstechnieken. Het eenvoudigweg superponeren van de afvoer van kleine zijrivieren op de Muskingum voorspelling levert in het algemeen vrij redelijke resultaten.

Uit studie naar looptijden van hoogwatergolven op de Rijn blijkt dat de looptijd (K) van hoogwatergolven mogelijk afhankelijk is van het debiet. Toepassing van de Muskingum methode met een gesegmenteerde modelparameter K, levert echter nauwelijks een verbetering van de resultaten ten opzichte van de conventionele Muskingum methode.

Auto Regressive Moving Average (ARMA) modellen zijn bruikbaar om toekomstige voorspelfouten te voorspellen op basis van eerder opgetreden voorspelfouten. ARMA modellen zijn relatief eenvoudig toe te passen. Aan de hand van een modelidentificatie is het eenvoudige AR(1) model geïdentificeerd als zijnde het beste ARMA(p,q) model dat kan dienen als updatingstechniek voor de Muskingum voorspelling in deze studie.

De resultaten van het Muskingum model worden in deze studie aanzienlijk verbeterd door updating met het AR(1) model. Het AR(1) model is in staat alle autocorrelatie uit de voorspellingsresiduen te halen. Het AR(1)model blijkt vooral goed te werken wanneer er structurele fouten gemaakt worden bij de Muskingum voorspelling, met andere woorden wanneer residuen niet sterk fluctueren. Wanneer de voorspellingsresiduen sterk fluctueren corrigeert het AR(1) model telkens één dag te laat, wat als gevolg van lineaire extrapolatie kan leiden tot sterke over- of onderschattingen.

Het Kalman Filter is een lineaire recursieve techniek die in staat is schattingen te doen over variabelen binnen een systeem aan de hand van metingen en informatie over de

dynamica van het systeem. Het is bij toepassing van het Kalman Filter in de hydrologie noodzakelijk na te gaan of de doelfunctie die men met het Kalman Filter minimaliseert, dezelfde doelfunctie is als de functie die men wil minimaliseren.

Bij de toepassing van het Kalman Filter in deze studie werd één parameter van het Muskingum model na iedere tijdstap bijgesteld. Updating met het Kalman Filter leverde een aanzienlijke verbetering van de resultaten van de Muskingum voorspelling. Evenals bij het AR(1) model werkt het Kalman Filter goed wanneer de voorspellingsresiduen niet te sterk fluctueren. Ook hier resulteert sterke fluctuatie van de residuen in "uitschieters".

Het General Regression Neural Network (GRNN) kan beschouwd worden als een niet-lineaire regressietechniek. De statistische achtergrond van het GRNN volgt uit de Maximum Likelihood methode. Het neurale netwerk geeft geen enkel inzicht in fysische processen en is als gevolg daarvan een echt "Black Box" model. Het GRNN beschikt niet over extrapolatiekracht, hecht daarentegen veel waarde aan de gemiddelde waarde van de trainingsset.

Het neurale netwerk GRNN is geschikt als updatingstechniek van het Muskingum model en levert iets betere resultaten dan de lineaire updatingstechnieken AR(1) en Kalman Filter. Het GRNN kan ook ingezet worden als neerslag-afvoermodeel en levert redelijke resultaten. Bij beschikking over nauwkeurige, gebiedsgemiddelde neerslagdata zouden deze resultaten sterk verbeterd kunnen worden.

De één-daagse waterstandsvoorspelling voor Lobith met een Muskingum-AR(1) model voor de hoogwatergolf van 1995 levert goede resultaten. Meerdaagse voorspellingen zijn in deze studie niet gemaakt. De kwaliteit van de meerdaagse voorspellingen voor de Rijn hangt in eerste instantie af van de kwaliteit van de afvoervoorspelling van de zijrivieren en niet zozeer van de gebruikte flood-routing methode. De kwaliteit van de afvoer van de zijrivieren hangt op haar beurt in eerste instantie af van de kwaliteit van de neerslagdata en/of neerslagvoorspellingen en niet zozeer van de gebruikte neerslag-afvoervoorspellingsmethode.

Inhoudsopgave

Voorwoord

Samenvatting

1	Inleiding	
1.1	Probleemstelling	1
1.2	Doelstellingen	1
1.3	Opzet van het onderzoek	1
1.4	Opzet van het verslag	2
2	Mogelijke Modelleringsmethoden	3
2.1	Inleiding	3
2.1.1	De deterministische methode	3
2.1.2	De statistische methode	6
2.1.3	De hybride methode	7
2.2	Keuze uit de mogelijk flood-routing methoden	8
2.2.1	Keuze uit de drie hoofdmethoden: het hybride model	8
2.2.2	De hydrologische component van het hybride model	9
2.2.3	De statistische component van het hybride model	10
3	Algemene informatie bij de modellen	11
3.1	Het stroomgebied van de Rijn	11
3.1.1	Inleiding	11
3.1.2	Het stroomgebied van de Rijn	11
3.2	Hoogwater op de Rijn	13
3.2.1	Definitie	13
3.2.2	Oorzaken van hoogwater	13
3.2.3	Gevolgen van hoogwater	14
3.3	Gebruikte data	14
3.3.1	Afvoerdata en trajectkeuze	14
3.3.2	De geselecteerde hoogwatergolven	16
3.4	De Q-h relatie	18
3.4.1	Inleiding	18
3.4.2	Discussie omtrent het gebruik van de gemiddelde Q-h relatie	19
	3.4.2.1 Inleiding	19
	3.4.2.2 De formule van Jones	19
	3.4.2.3 Invloed van toepassing van de gemiddelde Q-h relatie op de waterstandsvoorspelling	21
3.5	Optimalisatie van de voorspelling	21
3.5.1	Voorspellingscriteria	21
3.5.2	Begrippen uit de optimalisatietheorie	24
	3.5.2.1 Inleiding	24
	3.5.2.1 Optima	24
	3.5.2.3 Gevoeligheid	26
	3.5.2.4 Afhankelijkheid	28

4	De Muskingum methode	31
4.1	Beschrijving van de hydrologische Muskingum methode	31
4.1.1	Inleiding	31
4.1.2	De Muskingum methode	31
4.1.3	Fysische interpretatie van de Muskingum methode	33
4.1.4	Cunge's interpretatie van de Muskingum methode	36
4.1.5	Voorwaarden bij de toepassing van de Muskingum methode	36
4.2	Niet-lineaire Muskingum methoden	38
4.2.1	Inleiding	38
4.2.2	De niet-lineaire Muskingum methode	38
4.2.3	Gesegmenteerde modelparameter K	39
4.3	Parameter schatting bij de Muskingum methode	41
4.3.1	Inleiding	41
4.3.2	Parameter schatting	41
4.4	Modelleren van zijrivieren	42
4.4.1	Inleiding	42
4.4.2	Modellering van zijrivieren zonder afvoerdata van zijrivieren	42
4.4.3	Modellering van zijrivieren met beschikbare afvoerdata van de zijrivieren	43
4.5	Toepassing en resultaten	45
4.5.1	Inleiding	45
4.5.2	Resultaten van de lineaire Muskingum methode	45
4.5.3	Resultaten van de niet-lineaire Muskingum methode: gesegmenteerde K	53
4.6	Samenvatting en conclusies	55
5	Het Muskingum-ARMA model	57
5.1	Inleiding	57
5.2	ARMA Processen	57
5.2.1	AR Processen	58
5.2.2	MA Processen	59
5.2.3	Model-identificatietechnieken	61
5.2.3.1	Inleiding	61
5.2.3.2	Statistische hulpmiddelen bij modelidentificatie	62
5.3	Toepassing en resultaten	67
5.3.1	Inleiding	67
5.3.2	Modelidentificatie	67
5.3.3	Resultaten Muskingum-AR(1) model	69
5.3.4	Resultaten Muskingum-ARMA(1,1) model	74
5.4	Samenvatting en conclusies	75

6	Het Muskingum model gecombineerd met een Kalman Filter	77
6.1	Inleiding	77
6.2	Het Kalman Filter	77
6.2.1	Inleiding	77
6.2.2	De theorie van het Kalman Filter	78
6.3	Discussie over de toepassing van het Kalman Filter	89
6.3.1	Inleiding	89
6.3.2	Minimalisatiecriteria	90
6.3.3	Conclusie	93
6.4	Toepassing en resultaten van de Muskingum-KF methode	94
6.4.1	Inleiding	94
6.4.2	Formulering van de vergelijkingen	94
6.4.3	Toepassing en resultaten van de Muskingum-KF methode	96
6.5	Samenvatting en conclusies	101
7	Muskingum model gecombineerd met een neurale netwerk	103
7.1	Inleiding	103
7.2	Het General Regression Neural Network (GRNN)	104
7.2.1	De "Maximum Likelihood" methode	104
7.2.2	Het neurale netwerk	109
7.3	Toepassing en resultaten van het Muskingum-GRNN model	111
7.3.1	Inleiding	111
7.3.2	Eén-daagse voorspelling met het GRNN	112
7.3.3	Toepassing en resultaten van het Muskingum-GRNN model	113
7.3.4	Neerslag-afvoervoorspelling van zijrivieren	120
7.4	Samenvatting en conclusies	125
8	Eén-daagse voorspelling met het Muskingum model	127
8.1	Inleiding	127
8.2	Randvoorwaarden van het model	127
8.3	Modelkeuze	130
8.4	Parameterkeuze	131
8.4	Eén-daagse voorspelling voor Lobith voor de golf van 1995	132
9	Conclusies en Aanbevelingen	137
9.1	Conclusies	137
9.2	Aanbevelingen	140
	Literatuur	142

Appendix A: Controle van de massabalansen	145
Appendix B: Gevoeligheid van de formule van Jones	147
Appendix C: Voorspelling met en zonder Jones-correctie	148
Appendix D: Afgelegde weg bij Jones-correctie	150
Appendix E: Literatuur over het "translatie-effect" bij $x=0,5$	153
Appendix F: Modelleren zijrivieren tweede traject	154
Appendix G: Afleiding van de partiële autocorrelatie-vergelijking	156
Appendix H: Identificatietabel ARMA model	158
Appendix I: Hydrologisch voorbeeld gebruik Kalman Filter	159
Appendix J: Mogelijke variaties op de toepassing van Kalman Filter met betrekking tot de zijrivieren	160

1 Inleiding

1.1 Probleemstelling

Na een relatief rustige periode staat de hoogwaterproblematiek van de Rijn en Maas de laatste jaren weer sterk in de belangstelling. Dit is vooral te wijten aan de overstromingen en de gevaren voor dijkdoorbraak die bij de hoogwatergolven van 1993 en 1995 zijn opgetreden. Met de komst van de recente hoogwaterproblematiek is ook het belang van goede kwaliteit van hoogwatervoorspelling naar voren gekomen.

De dienst binnenwateren van Rijkswaterstaat is belast met de waterhoogteberichtgeving voor de Hollandse binnenwateren. Onder deze berichtgeving valt ook de voorspelling van de waterstand van de Rijn te Lobith. De waterhoogtevoorspelling te Lobith wordt gemaakt met behulp van het multi-lineair regressiemodel "Lobith". Tijdens het hoogwater in 1993 en 1995 is gebleken dat het met behulp van het model de waterhoogte bij Lobith één en twee dagen vooruit goed voorspeld kan worden. De drie- en vierdaagse voorspellingen vallen nog niet binnen de gestelde normen.

Daar het model "Lobith" een puur statistisch model is geeft het geen inzicht in de processen die zich afspelen op de Rijn. Een puur fysisch model leent zich wel voor een goede interpretatie, maar is onherroepelijk gebonden aan een groot aantal nauwkeurige gegevens, een hoge mate van complexiteit en een lange rekentijd. Een combinatie van een fysisch en statistisch model kan wellicht leiden tot een relatief eenvoudig en nauwkeurig model dat bovendien meer inzicht vertoont dan een puur statistisch model.

1.2 Doelstellingen

Tijdens deze studie is getracht inzicht te verwerven in de mogelijkheden en beperkingen van voorspellingsmethoden bestaande uit een deterministische component als basis, uitgebreid met een statistische component. Hierbij wordt in eerste instantie gezocht naar methoden die eenvoudig, doorzichtig en robuust zijn. Er wordt naar methoden gezocht die kunnen corrigeren voor het gedeeltelijk ontbreken van afvoer- en neerslagdata en structurele modelfouten. Op de tweede plaats speelt het leeraspect in deze studie een belangrijke rol. De doelstelling is kennis op te doen van verschillende flood-routings- en updatingstechnieken.

1.3 Opzet van het onderzoek

In deze studie is gekozen voor een werkwijze, die zich van stap tot stap laat leiden door steeds opnieuw verkregen resultaten en de discussies die hieruit ontstaan. Bij aanvang van deze studie was wel globaal bekend welke methoden achtereenvolgens onderzocht zouden worden, maar er is ook tijd genomen om ons te verdiepen in nieuwe ideeën die gedurende de studie naar voren zijn gekomen.

Na een uitgebreid literatuuronderzoek, waarbij vooral gezocht is naar recente literatuur over flood-routing methoden, is een discussie gestart over welke flood routing methode in deze studie het best bruikbaar was. Na een keuze gemaakt en data verzameld te hebben is enige tijd gewerkt aan het opstellen van het deterministische model. Met dit model zijn enkele hoogwatergolven gerout, om onder andere de gevoeligheid van de modelparameters te onderzoeken.

Vervolgens is getracht het deterministische model succesvol te combineren met enkele statistische methoden. Achtereenvolgens zijn als statistische component een ARMA model, een Kalman filter en een neurale netwerk toegepast. Met de meest praktische methode is uiteindelijk een één-daagse voorspelling gemaakt.

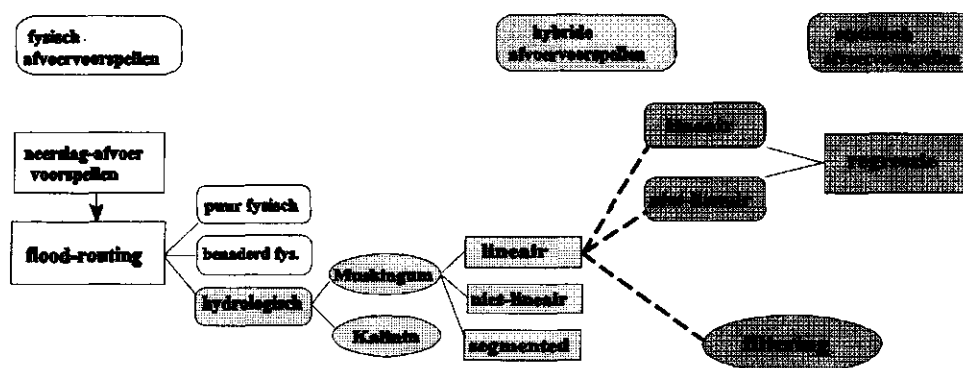
1.4 Opzet van het verslag

Het verslag is opgebouwd uit 9 hoofdstukken. In hoofdstuk 2 wordt beschreven welke opties voor het deterministisch model zijn bekeken en tot welke keuze is gekomen. In hoofdstuk 3 komen algemene zaken aan de orde die van belang zijn voor de rest van het verslag zoals data. De achterliggende theorie van de gekozen Muskingum methode, de fysische betekenis van de modelparameters en enkele resultaten ten aanzien van deze methode worden gepresenteerd in hoofdstuk 4. In hoofdstuk 5 wordt de combinatie van enkele ARMA-modellen met het Muskingum model en de daaruit volgende resultaten behandeld. De toepassing van het Kalman filter en de daaruit volgende resultaten worden behandeld in hoofdstuk 6. Hoofdstuk 7 behandelt de combinatie van de Muskingum methode met een niet-lineaire regressietechniek in de vorm van een neurale netwerk. In hoofdstuk 8 wordt uiteindelijk een één-daagse voorspelling voor Lobith gemaakt. Conclusies en aanbevelingen worden gegeven in hoofdstuk 9.

2 Mogelijke modelleringsmethoden

2.1 Inleiding

Met betrekking tot "flood-routing"-methoden werd reeds in hoofdstuk 1 een onderscheid gemaakt tussen deterministische en statistische "flood-routing" methoden. Deterministische "flood-routing" methoden zijn gebaseerd op de St.-Venant vergelijkingen, die de niet-stationaire stroming in open waterlopen fysisch beschrijven. Bij statistische methoden worden metingen van debieten of waterstanden als pure getallenreeks beschouwd waartussen mathematische verbanden gezocht worden. Daarnaast bestaat er een mogelijkheid om de twee genoemde aanpakmethoden te combineren. Dit wil zeggen dat men een deterministisch model uitbreidt met een statistische component. Deze methode zal in dit verslag worden aangeduid als de hybride methode. In dit hoofdstuk zullen de achtergronden en voor- en nadelen van een aantal voorspellingsmethoden kort worden toegelicht. De voorspellingsmethoden zijn weergegeven in een schema in figuur 2.1-1.



Figuur 2.1-1: Mogelijke voorspellingsmethoden in flood-routing studies.

2.1.1 De deterministische methode

Zoals reeds in het vorige hoofdstuk uitgelegd werd wordt het berekenen van het verloop van een hoogwatergolf door een bepaald traject wordt aangeduid met de term "flood-routing". Flood-routing methoden met een fysische achtergrond kunnen worden onderverdeeld in verschillende klassen. Bij compleet dynamische of volledig hydraulische methoden worden de volledige St.-Venant vergelijkingen numeriek uitgewerkt. De St.-Venant vergelijkingen zijn niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen die de niet-stationaire stroming in open waterlopen beschrijven en zijn afgeleid uit de algemene vergelijkingen van vloeistofstroming (of beter fluïda) volgens Navier-Stokes.

Een voorbeeld van een hydraulisch model is het model Slats (Slat, 1985). In dit model zijn de Rijn en Rijntakken geschematiseerd tot een hydraulisch netwerk van meer dan honderd takken. Voor verschillende riviersecties zijn uiterwaarden gemodelleerd met behulp van reservoirs met overlaten. Het model Slats vereist een grote data-input. Zo moeten voor elke sectie fysische parameters bekend zijn zoals gegevens over: de vorm van het dwarsprofiel,

bodemverhang en Chézy-waarde (of een andere ruwheidsparameter). Daarnaast stelt de toepassing van de hydraulische methode vaak hoge eisen aan computerfaciliteiten, aangezien de rekentijd met dergelijk complexe modellen vaak aanzienlijk is. Het grote voordeel van de hydraulische methode is dat deze de optredende fysische processen goed kan modelleren en dus in staat is redelijk tot goede voorspel lingen te doen (mits voldaan is aan de eis van goede input-data en voldoende computerfaciliteit).

Echter ook deze methode is slechts een model van de werkelijkheid en dientengevolge zullen er inherent voorspellingsfouten gemaakt worden. Ook zullen de (fysische) parameters geschat zijn (en dus niet exact!) en zal er nooit exact voldaan zijn aan de (onvermijdelijke) aannames die in het model gemaakt zijn. Hiermee komt een belangrijk nadeel van de hydraulische methoden aan het licht. De hydraulische methoden kunnen hun voorspellingen namelijk niet expliciet bijstellen (ook wel aangeduid met Anglicaanse term "updating") wanneer een tussentijdse meting (onvermijdelijk) laat zien dat er een afwijking optreedt tussen de gemeten en de voorspelde afvoer. Dit is te wijten aan de complexe structuur van hydraulische modellen waardoor als het ware niet meer terug te vinden is hoe bepaalde (kleine) fouten doorwerken in de eindvoorspelling. Later zal blijken dat dit met "eenvoudige" modellen wel mogelijk is (zie hoofdstuk 6) over parameteraanpassing met behulp van Kalman Filtering). Een ander nadeel van hydraulische modellen, dat nauw samenhangt met het zojuist genoemde nadeel, is dat ze vaak geen *maat* voor de voorspellingsfout kunnen geven die ontstaat ten gevolge van een bepaalde modelleringsfout of fouten in voorspellingen van afvoeren van zijtakken (zie eveneens hoofdstuk 6) (O' Connell, 1979).

Naast de compleet dynamische modellen bestaan ook benaderende dynamische modellen. Zoals de naam reeds zegt vormen zij een benadering van de volledige St-Venant vergelijkingen. De benaderende modellen maken evenals de compleet dynamische modellen gebruik van een massabalans. In de impulsbalans worden bij de benaderende modellen enkele termen verwaarloosd. De indeling naar de verschillende soorten benaderende modellen wordt dan ook gemaakt op basis van de impulstermen die bij de betreffende methode verwaarloosd worden. Worden alleen de versnellings termen in de St-Venant vergelijkingen verwaarloosd dan spreekt men van diffusie-analogie modellen. Deze modellen ontleen hun naam aan de vorm van de partiële differentiaalvergelijking welke analoog is aan die van de convectie-diffusie vergelijking voor het transport van opgeloste stof. Wanneer naast de versnellings termen ook de druktermen in de St-Venant vergelijkingen worden verwaarloosd spreekt men van kinematische golfvergelijkingen. Een goede beschrijving van de achtergronden en aannames bij dergelijke benaderende modellen wordt gegeven in een review-artikel van Weinmann en Laurenson (1979).

Een voordeel van de benaderende methoden is dat zij eenvoudiger zijn, minder parameters gebruiken en minder eisen aan computerfaciliteit stellen dan de volledige hydraulische methoden. Zij leiden tot redelijke voorspellingen mits de gemaakte verwaarlozingen reëel zijn voor de situatie waarop het model wordt toegepast. Een nadeel van de methoden is dat

er wederom hoge eisen gesteld worden aan de input data. Dat wil zeggen dat vele fysische grootheden bekend moeten zijn en dat het wederom erg lastig kan zijn om voorspellingen te corrigeren aan de hand van tussentijdse metingen.

Een andere vorm van deterministische modellen vormen de zogenaamde hydrologische modellen. Zij worden zo genoemd omdat zij van oudsher gebruikt zijn door de operationele hydrologen. In plaats van de poging om de gewenste afvoer te voorspellen door fysische wetten toe te passen, wordt bij hydrologische modellen gebruik gemaakt van een (gedeeltelijk) empirische relatie tussen de afvoer op een punt bovenstrooms (ook wel de input genoemd) en de voorspellen afvoer benedenstrooms (ook wel de output genoemd). Met andere woorden: de impulsvergelijking wordt vervangen door een empirische relatie en de continuïteitsvergelijking wordt vervangen door een massabalans (Kacoo, 1991; Dooge, 1986).

Er bestaan twee verschillende methoden om de genoemde empirische relatie te vinden:

- de "systeemanalyse" of "Black-Box" benadering. Deze methode maakt gebruik van een flexibele empirische relatie waarvan de exacte uitdrukking wordt gevonden door systeem-analytische methoden. (een voorbeeld hiervan is de zogenaamde Kalinin-Milyokov-methode).

- de conceptuele benadering. Deze methode probeert de empirische relatie te beschrijven aan de hand van een aantal parameters die ieder op zich in meer of mindere mate een representatie vormen van fysische processen. De invoerdata worden op hun beurt gesimplificeerd door ruimtelijk variabele data te vervangen door hun gebiedsgemiddelden, een proces dat in de literatuur bekend staat als "lumping" (samenvoeging). Een voorbeeld van een conceptueel hydrologisch model is de zogenaamde Muskingum methode. Deze methode zal verder worden uitgewerkt in hoofdstuk 4.

Omdat de parameters van dergelijke modellen "gelumped" zijn, kunnen ze niet "gemeten" worden en moeten ze dus gecalibreerd (geijkt) worden. Dat wil zeggen dat de parameters van een model op basis van kennis over eerder opgetreden afvoeren zodanig gekozen worden dat de afvoervoor spelling van het model zo goed mogelijk lijkt op de opgetreden afvoerwaarden (ook wel "fitten" genoemd). De toekomstige golven kunnen dan met behulp van dit model met deze parameters voorspeld worden. De op de genoemde wijze gevonden parameters bevatten echter steeds naast informatie over fysische grootheden ook aspecten van een puur statistisch en gevals specifiek karakter. Zo is een dergelijk model vaak zeer plaats specifiek. Dit wil zeggen dat het model dat gecalibreerd is slechts geldig is voor dat traject en alleen voor dat traject optimaal is. Het kan ook zo zijn dat een model tijds specifiek is en dat het model bijvoorbeeld alleen voor een bepaald jaargetijde mag worden toegepast. Daarnaast worden er in flood-routing studies vaak gevals specifieke modellen gebruikt met betrekking tot de debietsgrootte. Een voorbeeld hiervan zijn afzonderlijke modellen voor hoog en laag water. In deze studie zal ook een dergelijk model aan de orde komen.

Samenvattend kan men stellen dat hydrologische modellen geenszins algemeen zijn in de zin dat zij, wanneer ze gecalibreerd zijn, op iedere situatie kunnen worden toegepast. Gelukkig zijn de hydrologische modellen vaak tamelijk robuust en kan het model vaak zonder problemen worden toegepast op situaties die lichtelijk verschillen van die situaties waarvoor het model gecalibreerd is, mits het model wordt toegepast op hetzelfde traject als waarvoor zij is gecalibreerd.

Een groot voordeel van de hydrologische methoden is dat zij zeer eenvoudig toepasbaar zijn en dat zij zeer lage eisen aan computerfaciliteiten stellen. Ook hun prestatie is meestal heel redelijk (alhoewel natuurlijk minder als die van de genoemde hydraulische methoden), vooral wanneer men de prestatie afzet tegen de geringe moeite die nodig is om een voorspelling met een dergelijk model te maken. Daarnaast maakt de veelal eenvoudige vorm van hydrologische flood-routing modellen het gemakkelijker om eerder gedane voorspellingen te "updaten" op het moment dat er metingen binnenkomen, dit in tegenstelling tot de eerder genoemde hydraulische methoden. Ook blijkt het bij hydrologische modellen vaak mogelijk uitspraken te doen omtrent de invloed van de verschillende modelleringsfouten en parameterschattingfouten op de uiteindelijke voorspellingsfouten.

2.1.2 De statistische methode

Bij een statistische methode worden met behulp van statistische technieken verbanden tussen fysische grootheden gezocht, puur door te kijken welk verband het beste met de waarnemingen overeen komt. Er wordt met andere woorden getracht de invoer naar het systeem dusdanig te transformeren dat de daarmee voorspelde uitvoer zo goed mogelijk lijkt op de opgetreden uitvoer. Er wordt daarbij puur gekeken naar de getalsmatige relaties van grootheden zonder dat men zich zorgen maakt om de werkelijke fysische relaties (of niet bestaande fysische relaties!) tussen de betreffende grootheden. Omdat er niet gekeken wordt naar de relaties binnen het systeem wordt deze methode ook wel met de term "Black Box"-methode aangeduid.

Een voorbeeld van een statistisch model is het meervoudig lineair regressiemodel (MLR-model), dat door Rijkswaterstaat gebruikt wordt ten behoeve van de dagelijkse waterhoogteberichtgeving voor de Rijn bij Lobith (De Ronde, 1986; Promes, 1987; van den Eertwegh, 1991). Zo wordt bijvoorbeeld de afvoer te Lobith op tijdstip t berekend uit een aantal gewogen afvoeren gemeten op plaatsen bovenstrooms van Lobith op tijdstippen $t-1$, $t-2$.. $t-n$ en uit een lineaire combinatie van neerslagbijdragen van een aantal plaatsen op een aantal tijdstippen binnen het gebied.

De statistische methode heeft als voordeel dat ze vrij eenvoudig is toe te passen en dat de resultaten in het algemeen redelijk zijn. Dit laatste geldt voornamelijk wanneer er sprake is van situaties die in het verleden al vaker min of meer zijn opgetreden. Het model is namelijk voor dit soort situaties geïjkt. Een nadeel van de statistische methode dat hiermee samenhangt, is het feit dat statistische methoden vaak geringe "extrapolatie-kracht" bezitten. Dit

wil zeggen dat statistische methoden vaak niet in staat zijn om zich aan te passen bij veranderende fysische omstandigheden en soms hun geldigheid verliezen bij buitengewone situaties. Dit houdt verband met het feit dat statistische methoden causale verbanden tussen fysische parameters kunnen leggen, zonder dat die in werkelijkheid bestaan (of in die mate). Andersom kan het zo zijn dat er een latent verband tussen twee fysische parameters aanwezig is zonder dat statistische methoden dit hebben kunnen aantonen, wegens het feit dat het verband zich maar zeer zelden voordoet.

Wanneer er, om een eenvoudig voorbeeld te geven, een statistisch verband wordt gelegd tussen de neerslag in het Ruhrgebied en de afvoer van de rivier de Ruhr dan zou er bijvoorbeeld gevonden kunnen worden: $\text{dagelijkse afvoer}_{\text{Ruhr}} = \text{oppervlakte stroomgebied} * \text{dag-neerslag} * \text{factor}$. Deze afvoerfactor kan statistisch bepaald worden en zal een gemiddelde waarde hebben, geldend bij een bepaalde verzadigingstoestand van de bodem. Wanneer er nu toevalligerwijs in de periode voorafgaande aan de betreffende bui sprake is geweest van veelvuldige neerslaggebeurtenissen, dan zal de grond dientengevolge reeds sterk met water verzadigd zijn. Hierdoor zal de infiltratiecapaciteit van de grond flink zijn afgenomen en dus zal de genoemde afvoerfactor sterk afwijken van de gemiddelde factor die statistisch bepaald was. Een zorgvuldig fysisch neerslag-afvoermodel had in dit geval uitkomst kunnen bieden door bijvoorbeeld een functioneel verband te zoeken tussen de afvoerfactor en de regenval op een paar aan de gebeurtenis voorafgaande dagen (bijvoorbeeld gebruik makende van de zogenaamde API, antecedent precipitation index).

Het mag echter niet onvermeld blijven dat bij het ontwerp van statistische methoden vaak veelvuldig gebruik gemaakt wordt van hydrologische en fysische expertise en worden de voorspellingen door statistische modellen vaak nauwkeurig geïnterpreteerd en gecheckt op eventuele fouten tegen de "hydrologische logica" waardoor grove fouten ten gevolge van onjuiste extrapolatie vaak vermeden kunnen worden.

2.1.3 De hybride methode

We hebben in deze paragraaf reeds gesproken over (zuiver) statistische en over (zuiver) deterministische methode. Soms is het mogelijk beide methoden te combineren waardoor er sprake is van een zogenaamde hybride methode. Het in de vorige paragrafen besproken proces van updaten van eerder gedane deterministische voorspellingen na een meting is zo'n hybride proces. Er zijn daarbij verschillende updatingsmethoden mogelijk. Zo kan eerst een deterministische voorspelling gedaan worden en kunnen daarna de residuen (residu = de werkelijk opgetreden afvoerwaarde min de waarde van de voorspelling) met behulp van een statistisch model voorspeld worden. Datgene wat dus niet verklaard kan worden met het deterministisch model, maar waarin nog wel enige regelmaat valt te ontdekken wordt verklaard door het statistische model. Een voorbeeld van een statistische methode die uitermate geschikt is voor het voorspellen van de residuen is de zogenaamde ARMA methode (Box & Jenkins, 1970). De voorspelling van de de residuen kan uiteraard ook met een niet-lineaire regressietechniek geschieden zoals bijvoorbeeld met een neurale netwerk.

Een andere, wezenlijk verschillende mogelijkheid is om het deterministische model en het statistische model *geïntegreerd* toe te passen. Bij iedere nieuwe meting kan de deterministisch voorspelde grootheid worden bijgesteld, ook wanneer in de metingen zelf fouten zitten. Een bepaalde vorm van zo'n geïntegreerde manier van updaten, waarbij de fout in de meting als het ware wordt weggefilterd, wordt in de literatuur met de term Kalman Filtering (Kalman, 1960) aangeduid. Men kan het deterministische model ook updaten door niet de voorspelde grootheid bij te stellen met een statistische methode, maar door het deterministische model zelf bij te stellen aan de hand van tussentijdse informatie van metingen van de te voorspellen grootheid. Dit heeft tot gevolg dat de voorspelling van de te voorspellen grootheid automatisch (in goede zin) meeverandert. Deze laatstgenoemde methode waarbij de deterministische methode zelf (of eigenlijk beter: haar parameters) wordt bijgesteld staat bekend als *recursieve* parameterschatting (Young, 1984). Ook deze methode kan worden toegepast door het gebruik van Kalman Filtering, waarbij in dit geval de gemaakte model fouten van het deterministische model zo goed mogelijk worden "weggefilterd".

2.2 Keuze uit de mogelijke flood-routing methoden

2.2.1 Keuze uit de drie hoofdmethoden: het hybride model

Daar het onmogelijk is alle mogelijke "flood-routing"-methoden te onderzoeken moet er in deze studie een keuze gemaakt worden, of in ieder geval moet de keuzemogelijkheid worden ingeperkt. In deze paragraaf zal daarom gepoogd worden een verantwoorde keuze te maken uit één van de drie hoofdmethoden welke in de vorige paragrafen beschreven zijn (te weten: de statistische-, de deterministische- en de hybride methode). Bij de discussie omtrent de keuze van methode zal ook aandacht besteed worden aan de doelstellingen die omschreven waren bij de aanvang van het afstudeervak en zullen naast rationele ook gevoelsmatige en praktische argumenten een rol spelen.

Er is in deze studie bewust niet gekozen voor een volledig statistische aanpak. Er zijn hiervoor een aantal redenen aan te geven. De hoofdrede hiervoor is dat de auteurs deze methode als minder logisch en als minder interessant ervaren. Een hydroloog streeft er namelijk naar hydrologische processen te *begrijpen* en niet slechts te beschrijven. En wat voor zin heeft het om processen die we reeds begrijpen, zoals bijvoorbeeld de massabalans, op statistische wijze te "ontdekken". De hydrologie maakt daarom net als tal van andere natuurwetenschappelijke vakgebieden telkens de ontwikkeling door van beschrijvend (empirisch) naar verklarend (Nash, 1970). Uit bovenstaande paragraaf 2.1.2 mag blijken dat de statistische methode niet de aangewezen manier is om de achterliggende processen en de sturende mechanismen in de afvoerhydrologie te begrijpen.

Daarnaast is er het praktische argument dat er reeds een statistisch voorspellingsmodel voor de Rijn bestaat in de vorm van een multi-lineair regressiemodel ontwikkeld door De Ronde (1986) en verbeterd door Promes (1987) en dat het daarom wellicht minder nuttig is nogmaals dezelfde weg in te slaan. Omdat het model echter onnauwkeurig is voor de derde en

de vierde dag (Van den Eertwegh, 1991) zou de toepassing van niet-lineaire statistische technieken misschien uitkomst kunnen bieden. Er wordt daarom op dit moment door RWS (Rijkswaterstaat) onderzocht of verbeteringen mogelijk zijn met behulp van niet-lineaire statistische technieken (Parmet, 1995).

In deze studie is ook niet gekozen voor een volledig deterministische aanpak, maar gekozen voor een combinatie van een statistisch en deterministisch model in de vorm van een hybride model. Een belangrijk argument hierbij is dat gestreefd werd naar een zo eenvoudig mogelijk model met een relatief goede prestatie. Het model zou zonder al te veel moeite moeten kunnen toegepast worden op andere rivieren dan de Rijn, dat wil zeggen ook wanneer weinig (of onnauwkeurige!) data beschikbaar zijn.

De keuze voor een hybride model lijkt wellicht in strijd met bovengenoemd streven naar het begrijpen van de achterliggende processen die zich in de natuur afspelen. Toch hoeft dit niet noodzakelijkerwijs zo te zijn. Het is namelijk de persoonlijke mening van de auteurs is dat een volledig deterministische beschrijving van de werkelijkheid niet mogelijk is. In wezen bestaan alle hydrologische processen uit een min of meer deterministische en een min of meer statistische component. Een voorbeeld kan gegeven worden door te kijken naar het karakter van het weer, een zeer belangrijke component in de hydrologische kringloop. Het weer wordt namelijk gekenmerkt door een zeer hoge mate van onvoorspelbaarheid door zijn inherent chaotisch karakter ("in de zin van de chaos theorie"). Uiteraard liggen vele hydrologische processen dusdanig dicht aan de deterministische danwel statistische kant dat zij met respectievelijk deterministische en statistische modellen afdoende beschreven kunnen worden. Volgens de auteurs zou de waarheid bij dit soort flood-routing problemen best in het midden kunnen liggen en is het dan ook zeker de moeite waard dit nader te onderzoeken.

Een derde argument om niet voor een compleet fysisch model te kiezen is dat een volledige en nauwkeurige deterministische aanpak te veel werk vergt om binnen een afstudeerperiode af te ronden. Bovendien is door RWS zelf het plan is opgevat om in samenwerking met het Waterloopkundig Laboratorium (WL) een compleet fysisch model te ontwikkelen.

Als laatste is ook het leeraspect van dit afstudeerproject van belang. Juist het hybride model leent zich ervoor om vele verschillende methoden te combineren. Zo krijgt men de mogelijkheid om zich meerdere methoden eigen te maken en verschillende methoden onderling te vergelijken.

2.2.2 De hydrologische component van het hybride model

De meest bekende hydrologische methoden zijn wellicht de Kalinin-Milyokov en de Muskingum-Cunge methode. De Kalinin-Milyokov methode maakt gebruik van een lineaire relatie tussen de inhoud (berging) van het systeem en de afvoer. Er wordt daarbij een link gelegd naar de theorie van lineaire reservoirs ontwikkeld in de neerslag-afvoerhydrologie

door Nash (Nash, 1960, in O'Donnel). Bij deze methode worden afvoergolven "gerout" door een cascade van lineaire reservoirs. De Muskingum methode, in zijn oorspronkelijke vorm, gaat uit van een lineair verband tussen de berging en de gewogen in- en uitvoer van één enkel lineair reservoir (het reservoir dat overeenkomt met het traject). Een vergelijkingsstudie van enkele hydrologische methoden wordt gegeven in Dooge (1986) en in Weinmann en Laurenson (1979). Hoewel de Muskingum methode theoretisch gezien niet de beste hydrologische flood-routing methode vormt (zie ook: Apollov, Kalinin et al. pp. 53, 1964) is toch deze methode gekozen als hydrologische component van het hybride model. De hoofdreden hiervoor is dat de Muskingum methode als voordeel boven de Kalinin-Milyokov methode heeft, dat de parameters erg gemakkelijk te calibreren zijn. Verder maakt de eenvoud van deze methode het uiteindelijke model tamelijk doorzichtig, waardoor het effect van de invloed van de verschillende deelcomponenten beter zichtbaar wordt. Uiteraard blijft het mogelijk om, wanneer deze effecten bestudeerd zijn, in de toekomst over te schakelen op een hybride model met een hydrologische component die ingewikkelder maar theoretisch meer gefundamenteerd is.

2.2.3 De statistische component van het hybride model

Voor de keuze van de statistische component bestaan ook verschillende mogelijkheden. Daarbij kan gedacht worden aan een statistische term in de vorm van een eenvoudig ARMA (auto regressive moving average) model, of een uitbreiding met een Kalman filter. Ook combinatie van de Muskingum methode met een niet-lineaire statistische techniek zoals een neuraal netwerk kan onderzocht worden. In deze studie zal de combinatie van de Muskingum methode met een aantal statistische methoden (waaronder bovengenoemden) worden onderzocht en zullen de resultaten van deze combinaties vergeleken worden om daarna te komen tot één beste combinatie of meerdere goede combinaties. Deze combinaties zullen vervolgens gebruikt worden om afvoervoorspellingen te maken aan de hand van historische gegevens.

3 Algemene informatie bij de modellen

3.1 Het stroomgebied van de Rijn

3.1.1 Inleiding

De beschrijving van het stroomgebied van de Rijn en het hoogwater op de Rijn in deze paragraaf is beknopt en derhalve onvolledig. Voor een meer uitvoerige beschrijving wordt verwezen naar de RIZA-nota van Van der Made (1982) over de hydrologie van het stroomgebied van de Rijn en naar een voorlichtingsbrochure van Rijkswaterstaat "De Rijn" (1993) en "Een zee van rivieren" (1995). Onderstaande tekst is afkomstig uit deze bronnen tenzij anders is vermeld.

3.1.2 Het stroomgebied van de Rijn

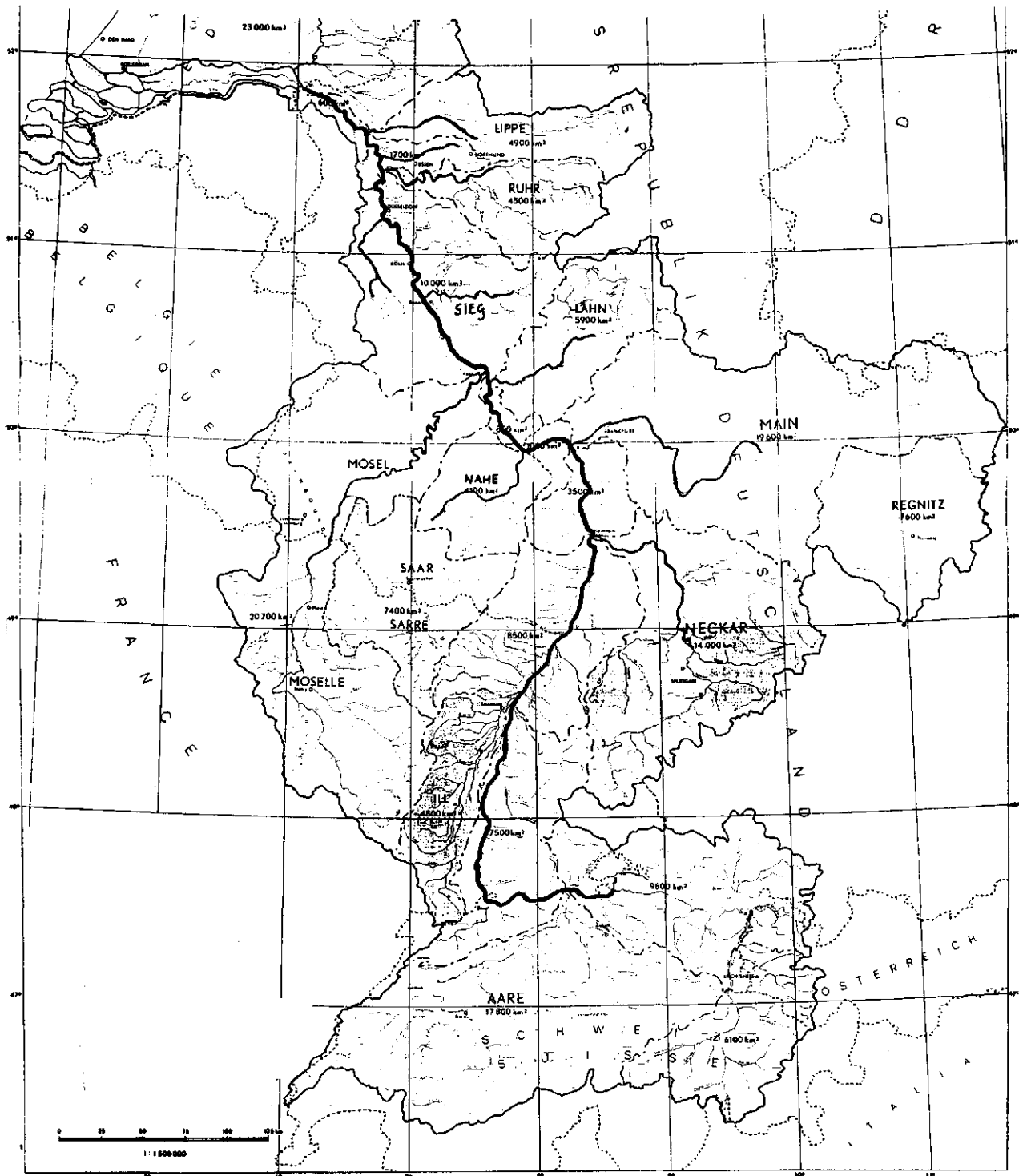
Het stroomgebied van de Rijn is met een oppervlakte van zo'n 185.000 km², relatief klein vergeleken met die van de Wolga en de Donau. Desondanks is de Rijn door zijn functie als scheepvaart route één van de belangrijkste rivieren in Europa. Het stroomgebied van de Rijn dat in zijn geheel zichtbaar is in figuur 3.1-1 omvat naast veruit het grootste deel in Duitsland ook delen in Zwitserland, Oostenrijk, Frankrijk, Nederland, Italië en België.

Het stroomgebied van de Rijn is globaal in te delen het Alpengebied en de bovenrijnse en benedenrijnse laagvlakte. Vooral in het voorjaar en de zomer speelt sneeuws melt in het Alpengebied een grote rol in het hydrologisch regime van de Rijn. Dit regime resulteert in het Alpengebied in het feit dat de hoogste afvoer 68 maal groter is dan de laagste afvoer. Bij Lobith is de hoogste afvoer nog maar 21 maal groter dan de laagste afvoer. Gemiddeld is 50% van de jaarlijkse afvoer van de Rijn afkomstig van sneeuws melt. In de zomer bedraagt de sneeuws melt gemiddeld 70% van de afvoer van de Rijn.

Vanaf Basel stroomt de Rijn door de bovenrijnse laagvlakte in Duitsland. Hier voegen enkele grote zijrivieren, afkomstig uit de Vogezen en het Zwarte Woud zich bij de Rijn. Het verhang van de Rijn neemt in deze laagvlakte geleidelijk af. In Koblenz mondt de belangrijkste zijrivier van de Rijn, de Moezel, uit in de Rijn. De moezel ontspringt in de Vogezen in Frankrijk en heeft met een oppervlakte van $\pm 20\,700\text{ km}^2$ ook het grootste stroomgebied van de zijrivieren van de Rijn. Daarnaast zijn ook de Main en de Neckar zijrivieren met een aanzienlijk stroomgebied (respectievelijk $19\,600\text{ km}^2$ en $14\,000\text{ km}^2$). In de benedenrijnse laagvlakte monden een groot aantal zijrivieren uit in de Rijn. Ondanks hun relatief geringe omvang qua afvoer zijn zij van groot belang voor de hoogwatervoorspelling bij Lobith omdat zij relatief dicht in de buurt van Lobith liggen en als gevolg daarvan de waterstand bij Lobith op korte termijn kunnen beïnvloeden.

In tegenstelling tot de Maas, die zich kenmerkt door grote fluctuaties gedurende het jaar, is de Rijn een rivier die gedurende het gehele jaar een aanzienlijke afvoer kent (gemiddeld $2300\text{ m}^3/\text{s}$). Dit toe te schrijven aan het feit dat de sneeuws melt in het voorjaar en 's zomers, en de neerslag in de herfst en winter een belangrijke rol speelt. De Maas (gemiddelde afvoer = $320\text{ m}^3/\text{s}$) daarentegen is een echte regenrivier die, als gevolg van haar relatief kleine en snel reagerende hydrologische systeem, bij hevige neerslag slechts 12 uur vooruit voorspeld kan worden. De Rijn is dankzij haar relatief grote en relatief traag reagerende hydrologische systeem langer vooruit te voorspellen.

De gemiddelde afvoer van de Rijn is sinds het midden van de vorige eeuw niet veel veranderd. De verdeling van de afvoer over het jaar wel. Deze verandering is naast de aanleg van stuwmuren in het Alpengebied ook in ruime mate toe te schrijven aan verstedelijking, ontbossing en kanalisatie en normalisatie van de Rijn en zijn takken.



Figuur 3.1-1: Stroomgebied van de Rijn

3.2 Hoogwater op de Rijn

3.2.1 Definitie

Van hoogwater op de Rijn wordt in het algemeen gesproken wanneer de waterstand van de Rijn te Lobith hoger is dan +14 meter NAP en een verdere stijging naar +15 meter NAP verwacht wordt. Deze situatie heeft zich in de afgelopen drie jaar al twee keer voorgedaan (namelijk in 1993 en 1995).

3.2.2 Oorzaken van hoogwater

Hoogwater kan veroorzaakt worden door verschillende factoren. Ten eerste speelt directe neerslag een belangrijke rol. Hoogwatergolven worden namelijk als regel veroorzaakt door fronten van depressies, afkomstig van het noordelijke deel van de Atlantische oceaan. Zonder aanhoudende depressies boven het stroomgebied van de Rijn, zou nauwelijks hoogwatergolf kunnen ontstaan. Wanneer neerslag in de vorm van sneeuw accumuleert kan dit natuurlijk een tijdens een latere dooiperiode een grote rol gaan spelen. De dooiperiode dient dan wel streng te zijn en enkele dagen aan te houden. Daar aanhoudende, vanuit het westen afkomstige depressies voornamelijk voorkomen in de winter en deze vaak gepaard gaan met een temperatuurstijging treden de meeste hoogwatergolven ook op in de winter of het voorjaar. Als derde factor speelt de verzadigingsgraad van de bodem dikwijls een cruciale rol bij het ontstaan van afvoergolven. De mate van verzadiging van de bodem is immers bepalend voor de infiltratiecapaciteit van de bodem. Zo zal de infiltratiecapaciteit van een geheel verzadigde bodem zeer gering zijn, waardoor de bodem als een "pseudo-verhard oppervlak" gaat fungeren en de reactiesnelheid van het hydrologische systeem toeneemt.

Dat de meeste hoogwatergolven optreden in de winter en het voorjaar is ook duidelijk zichtbaar in tabel 3.2-1, waarin de 10 hoogste afvoeren gemeten te Lobith van deze eeuw zijn weergegeven.

Tabel 3.2-1: Ranglijst piekafvoeren van de Rijn bij Lobith (Bron: RWS/RIKZ, 1990; 1995)

Rangnummer	Datum van de piek	Jaar	Debiet [m ³ /s]
1	3/4 januari	1926	12 600
2	2 februari	1995	12 060
3	18 januari	1920	11 370
4	25 december	1993	11 100
5	30 maart	1988	10 300
6	2 januari	1920	10 000
7	3/4 januari	1948	9 890
8	27 februari	1970	9 850
9	31 mei	1983	9 780
10	21 januari	1955	9 550

3.2.3 Gevolgen van hoogwater

De gevolgen van hoogwater kunnen aanzienlijk zijn. De grootste schade ontstaat uiteraard bij overstroming van een winterdijk, of nog erger, wanneer er sprake is van een dijkbreuk. Het mag duidelijk zijn dat in dat geval de materiële schade (maar soms ook de immateriële schade) erg groot kan zijn. Daarnaast bestaat er een kans op waterschade die ontstaat ten gevolge van een verhoogde kwelstroom achter de dijk bij hoogwater. Ook kan er indirecte economische schade zijn, bijvoorbeeld als gevolg van evacuatie bij dreigend overstromingsgevaar.

Duidelijke voorbeelden van dergelijke gevolgen van hoogwater hebben zich aangediend in 1993 en 1995. Het is logisch dat in veel gevallen de schade van hoogwater voorkomen of beperkt kan worden door de situatie in Nederland en in de bovenstrooms gelegen gebieden goed in de gaten te houden en tijdig maatregelen te nemen. Een belangrijk hulpmiddel hierbij vormen de zogenaamde hoogwatervoorspellingsmodellen. In deze studie wordt gepoogd bij te dragen aan een verbeterd inzicht in deze modellen.

3.3 Gebruikte data

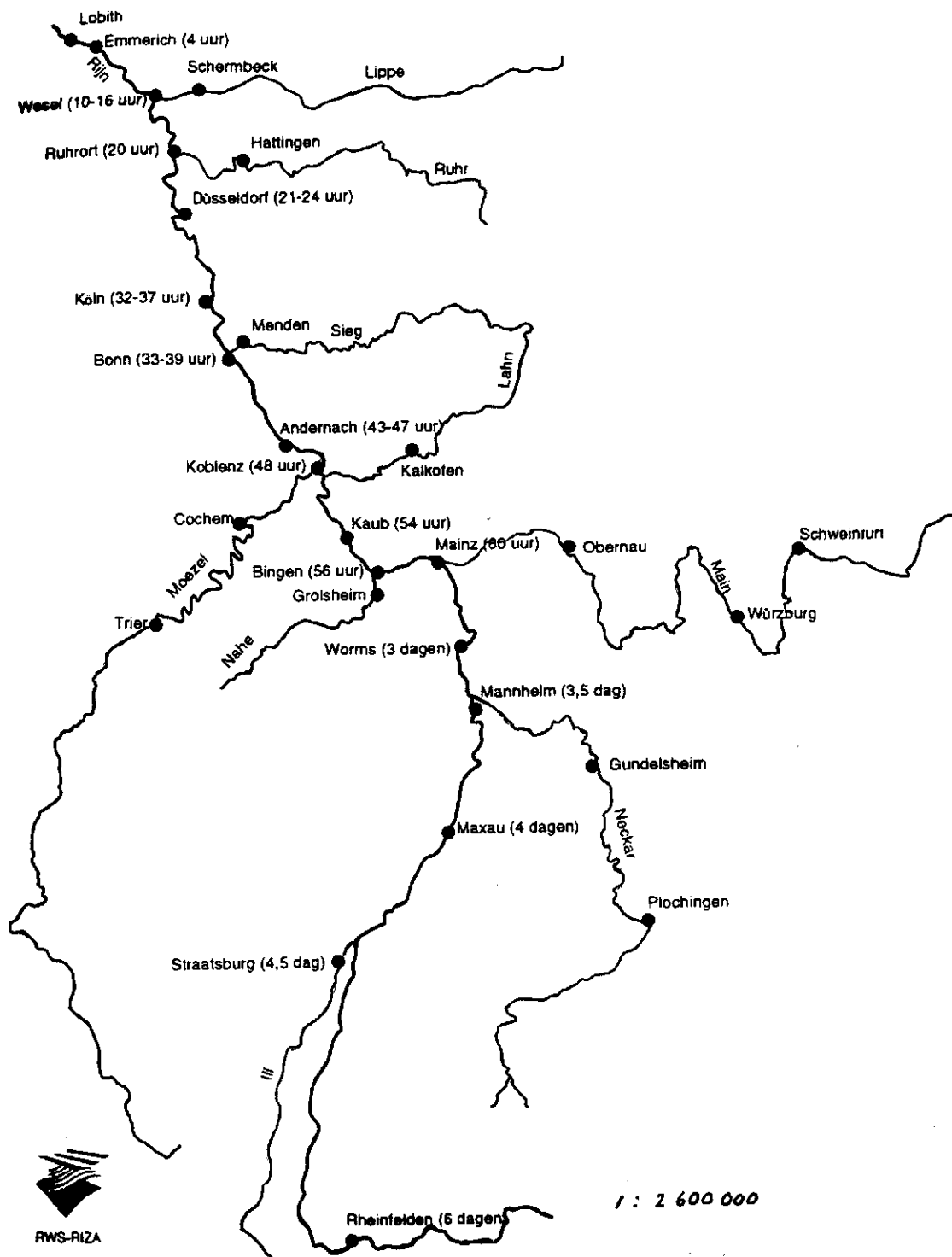
3.3.1 Afvoerdata en trajectkeuze

Aangezien in deze studie gebruik is gemaakt van een hydrologische methode welke gebaseerd is op een massabalans, was het wenselijk om te beschikken over afvoerdata in plaats van over waterstanden. Er is gebruik dan ook gebruik gemaakt van een door het RIZA geleverde dataset waarin waterstanden reeds zijn omgezet in afvoeren middels een gemiddelde Q-h relaties afkomstig van het RIZA en Duitse instellingen.

Een groot gedeelte van de Duitse Rijn is in deze studie onderverdeeld in drie trajecten: Worms-Andernach, Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith. In figuur 3.3-1 is zichtbaar dat de grenzen van de trajecten ongeveer samenvallen met looptijdsgrenzen van een hoogwatergolf, van respectievelijk 0, 1, 2 en 3 dagen tot aan Lobith. De indeling van de trajecten was naast de voorkeur om de grenzen van elk traject samen te laten vallen met de zojuist genoemde looptijdsgrenzen, ook sterk afhankelijk van de voorwaarden van de gebruikte Muskingum methode. Deze voorwaarden zullen nader worden toegelicht in hoofdstuk 3. In eerste instantie is getracht voor elk van de drie trajecten een gewenste 1-daagse "voorspelling" te maken. Naar aanleiding van de gestelde voorwaarden zou het wenselijk zijn in plaats van meetpunt Andernach, meetpunt Koblenz te gebruiken. Helaas zijn metingen afkomstig van Koblenz niet bruikbaar wegens stuwingsinvloeden van de rivier de Moezel.

Aan het begin van deze studie is getracht de éénjarige massabalans van de verschillende trajecten te controleren. Dit was echter niet goed mogelijk daar er niet de beschikking was over de afvoeren van alle zijrivieren. Tegen het eind van deze studie kwam er beschikking over enkele afvoerperioden van de rivier de Lippe, waardoor er voor het traject Düsseldorf-Lobith de mogelijkheid ontstond de massabalans te controleren (zie appendix A). Uit deze controle bleek dat het éénjarige massabalansverschil tussen Lobith en Düsseldorf aanzienlijk kleiner is dan de som van de afvoeren van de zijrivier te Hattingen (Ruhr) en Schermbeck (Lippe). Het is waarschijnlijk dat in één van de Q-h relaties (voor het begrip Q-h relatie zie

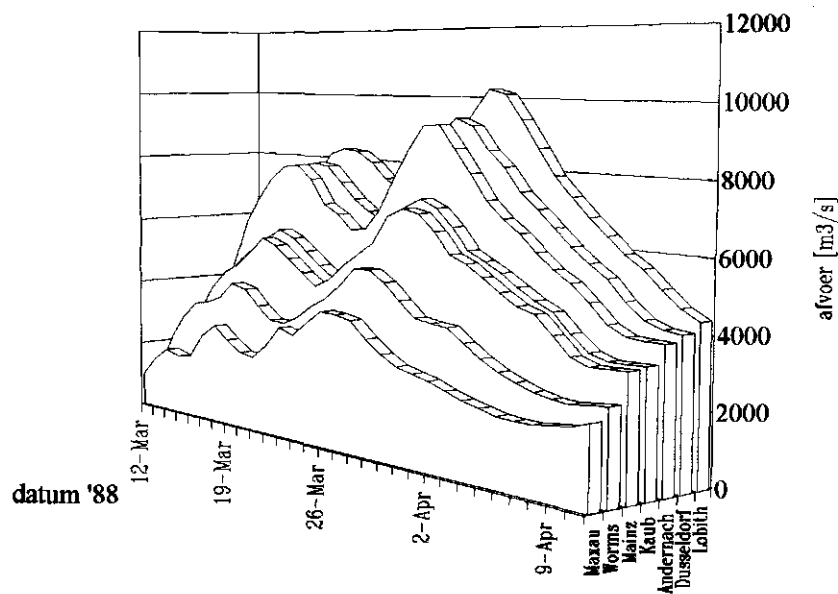
paragraaf 3.4) van de bovengenoemde meetpunten een onzuiverheid zit. Een mogelijke verklaring voor deze onzuiverheid volgt uit het feit dat ter bepaling van de Q-h relaties verschillende meetmethoden worden gebruikt.



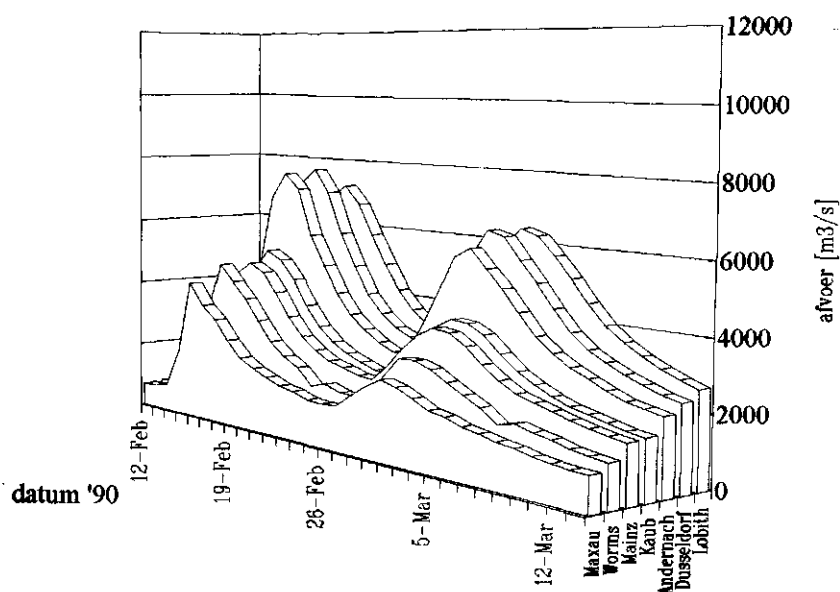
Figuur 3.3-1: Meetpunten op de Rijn en zijrivieren

3.3.2 De geselecteerde hoogwatergolven

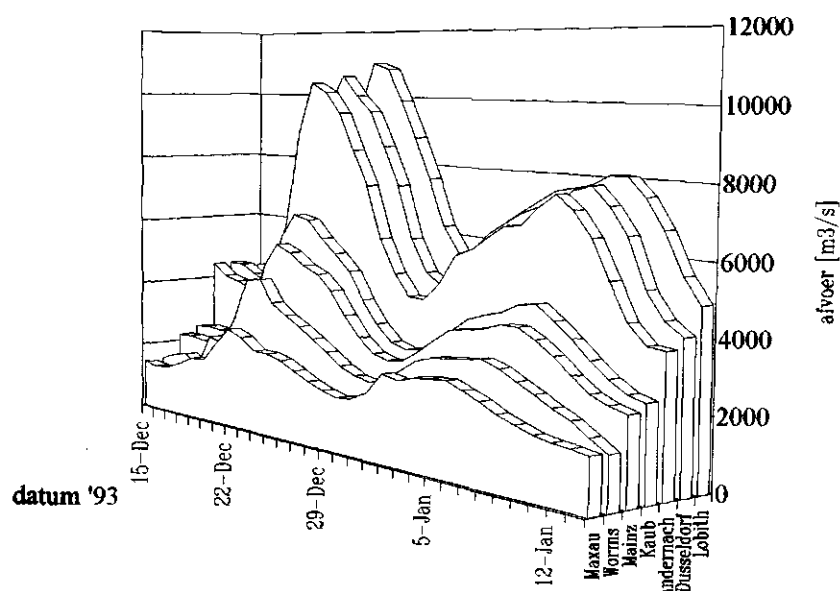
Bij het onderzoeken van de verschillende modellen in deze studie, zijn afvoerdata van verschillende hoogwatergolven toegepast om inzicht te krijgen in de variatie van de parameters en de robuustheid van de onderzochte modellen. Uit de periode van januari 1988 tot mei 1995 zijn vier hoogwatergolven geselecteerd. Er is gekozen voor recent opgetreden golven, aangezien voor een dergelijk korte periode verwacht wordt dat de hydrologisch systeem van de Rijn onveranderd is. Om een idee te geven van de grootte en het ontstaan van de hoogwatergolven, is de globale opbouw van de vier golven weergegeven in figuren 3.3-2 t/m 3.3-5.



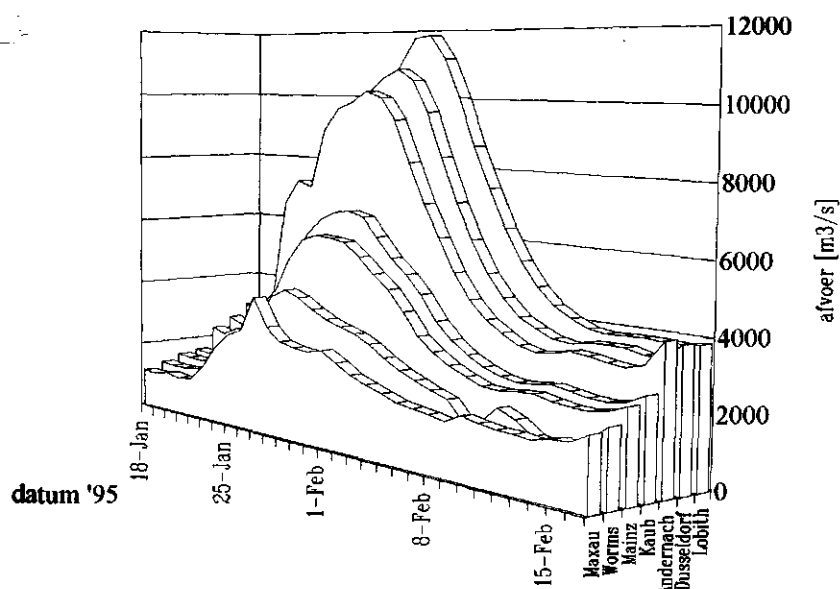
Figuur 3.3-2 Opbouw hoogwatergolf maart 1988.



Figuur 3.3-3: Opbouw hoogwatergolf februari 1990.



Figuur 3.3-4: Opbouw hoogwatergolf december 1993.



Figuur 3.3-5: Opbouw hoogwatergolf januari 1995.

Uit de figuren blijkt dat er een aantal duidelijke verschillen tussen de golven op te merken zijn. Ten eerste is de golf van 1990 vergeleken bij de andere golven nauwelijks een hoogwatergolf te noemen. Wij achten het echter van belang dat het uiteindelijk gezochte model ook geijkt is voor minder hoge golven. Zichtbaar is dat de afvoer van de zijrivieren tussen Düsseldorf en Lobith (Ruhr en de Lippe) bij de eerste piek nauwelijks een rol heeft gespeeld en dat deze golftop vanaf Düsseldorf zelfs afgevlakt is.

De brede golf van 1995 valt op vergeleken bij de relatief kortstondige pieken van de andere hoogwatergolven. Ondanks het feit dat de top van de hoogwatergolf op de Rijn slechts

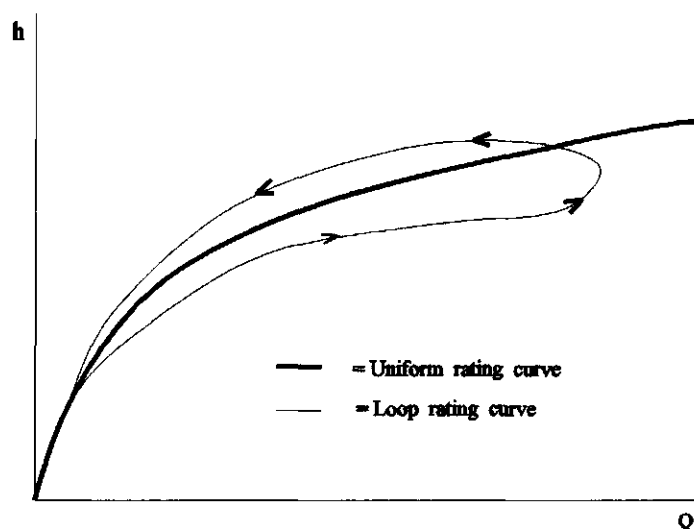
samenviel met de hoogwatergolven op de Ruhr en de Lippe, was de piekafvoer te Lobith na de recordafvoer in 1926 de hoogste afvoer ooit gemeten. Dit was grotendeels toe te schrijven aan de langdurig hoge afvoer van de zijrivieren van de Rijn, die ontstond door de extreme neerslag in het reeds verzadigde stroomgebied van de Rijn eind januari. Ook de golf van 1993 werd grotendeels veroorzaakt door grote bijdragen van de zijrivieren. Met name de Moezel (mondt uit tussen Kaub en Andernach) leverde een enorme bijdrage aan de golf.

De hoogwatergolf van 1988 dankt zijn eerste afvoerpiek aan enige sneeuwsmelt en aan de langdurige neerslag eind februari en begin maart '88. Na een korte daling van de afvoer ontstond door een nieuwe depressie, door verdere sneeuwsmelt en doordat de bodem reeds verzadigd was, eind maart een tweede afvoerpiek. Ten opzichte van de golven uit de andere jaren speelde de golf komend uit het Alpengebied al een relatief grote rol.

3.4 De Q-h relatie

3.4.1 Inleiding

Aangezien de gebruikte Muskingum methode gerelateerd is aan de massabalans (zie paragraaf 4.1.2) wordt er bij deze methode gerekend in afvoeren en dienen de gemeten waterstanden (h) omgezet te worden in afvoeren (Q). Bij stationaire stroming is de omzetting eenvoudig, aangezien er dan een eenduidige relatie tussen de waterstand en de afvoer bestaat. Bij hoogwatergolven is echter sprake van niet-stationaire stroming wat resulteert in een niet-eenduidig verband tussen Q en h (hysteresis-effect). Het eenduidige verband wordt onder andere verstoord door het verhang van de waterspiegel welke aan de voorkant van de hoogwatergolf een negatieve en aan de achterkant van de golf een positieve waarde heeft. Het negatieve verhang van de waterspiegel levert een extra drukterm die de oorzaak is van het feit dat bij eenzelfde waterstand de afvoer in de stijgende tak van de golf groter is dan in de dalende tak (zie figuur 3.4-1). Omdat de resulterende Q-h relatie (rating curve) voor iedere golf verschillend is, is het exact berekenen van afvoeren uit waterstanden bij hoogwatergolven een moeilijke opgave (zie ook paragraaf 3.4.2.3).



Figuur 3.4-1: Verband tussen de waterhoogte h en de afvoer Q voor één golf ("loop rating curve") en de gemiddelde Q-h relatie ("uniform rating curve").

In praktijk wordt veelvuldig gebruik gemaakt van een gemiddelde (eenduidige) Q-h relatie. Deze curve wordt voor ieder meetpunt bepaald aan de hand van een aantal in het verleden gemeten afvoeren en waterstanden tijdens hoogwatergolven (pers. comm. Sprokkereef). Tussen deze waarden wordt een gemiddelde relatie gefit.

3.4.2 Discussie omtrent het gebruik van de gemiddelde Q-h relatie

3.4.2.1 Inleiding

De systematische fout die gemaakt wordt bij toepassing van de gemiddelde Q-h relatie is vooral in de stijgende tak van een hoogwatergolf aanzienlijk (zie figuur 4.3-1). Hier komt bij dat de toepassing van de Q-h relatie bij hoge afvoeren ook erg gevoelig is voor fouten, daar het verloop van de rating curve bij hoge afvoeren erg vlak is. Een kleine variatie in de waterstand kan immers een grote verandering in de afvoer opleveren.

Zoals al eerder vermeld wordt in het algemeen een gemiddelde Q-h relatie gebruikt om relatief eenvoudig te meten waterstanden om te zetten in afvoeren, waarmee weer eenvoudiger gerekend kan worden. Aangezien hoogwatervoorspellingen altijd in waterstanden gegeven worden (dijkhoogte!) dienen de afvoeren na berekening met behulp van een rating curve weer omgezet te worden in waterstanden. Uit de theorie en uit metingen is echter bekend dat de werkelijke Q-h relatie tijdens een golfpassage een hysteresis-lus kent waarvan de vorm afhankelijk is van de vorm van de afvoergolf (zie vorige paragraaf). In de volgende paragraaf zal daarom worden ingegaan op de vraag of het gebruik van een dergelijke gemiddelde Q-h relatie bij afvoervoorspellingen gerechtvaardigd is. Allereerst zal worden bekeken *hoe* men kan corrigeren voor de hysteresis-lus in de Q-h relatie. Vervolgens wordt bekeken in welke *ordegrootte* deze correctie ligt en wordt aandacht besteed aan de gevoeligheid van een mogelijke correctie van het hysteresis-effect in de Q-h relatie. Daarna zal een korte *vergelijking* plaatsvinden tussen een voorspelling met en een voorspelling zonder hysteresis-correctie. Als laatste wordt bekeken wat de invloed is van het achterwege laten van een correctie door na te gaan welke weg gevolgd wordt tijdens een voorspelling.

3.4.2.2 De formule van Jones

Een manier om te corrigeren voor het hysteresis-effect in de Q-h relatie is de zogenaamde Jones-correctie. In deze paragraaf wordt getracht inzicht te krijgen in de ordegrootte van een eventuele Jones-correctie. Daarnaast wordt geprobeerd om inzicht te krijgen in de grootte van de *schattingsfout* die in de praktijk bij een dergelijke correctie kan optreden. Aan de hand van de ordegrootteschattingen en een gevoeligheidsanalyse zal getracht worden een uitspraak te doen over het feit of het voor deze studie zinvol is om een Jones-correctie toe te passen.

Zoals gezegd is het mogelijk om op de afvoer, verkregen met de gemiddelde Q-h relatie, een correctie toe te passen voor het hysteresis effect. Deze correctie kan gemaakt worden met behulp van de formule van Jones (Henderson, 1966 in: Weinmann et al., 1979):

$$Q_c = Q_u \cdot \sqrt{1 + \frac{dh/dt}{S_0 \cdot c}} \quad (1)$$

- Q_c = gecorrigeerde afvoer [$m^3 s^{-1}$];
 Q_u = afvoer bepaald uit de gemiddelde Q-h relatie [$m^3 s^{-1}$];
 dh/dt = waterspiegelverhang [md^{-1}];
 S_0 = bodemverhang [$m m^{-1}$];
 c = golfvoortplantingssnelheid [md^{-1}].

De afleiding van deze formule zal hier niet worden behandeld, maar kan gevonden worden in bijna ieder inleidend flood-routing boek.

Uit de formule van Jones volgt dat voor toepassing van de afvoercorrectie naast het bodemverhang ter plaatse van het betreffende meetpunt, ook kennis van de momentane golfsnelheid en het verloop van de waterstand in de tijd moet zijn. De twee laatst genoemde variabelen, die naast de vorm van de golf mede afhangen van de afvoer van de zijrivieren en de geometrie van de waterloop zou men kunnen schatten. Het waterstandsverloop op dag t is te schatten aan de hand van de waterstand op dag t en dag $t-1$ (terugwaartse differentie) of aan de hand van de waterstand op dag $t-1$ en een relatief nauwkeurige schatting van de waterstand op $t+1$ (centrale differentie). De golfsnelheid kan geschat worden aan de hand van looptijden van in het verleden opgetreden hoogwatergolven.

Om een indruk te krijgen van de ordegrootte en de gevoeligheid van de Jones-correctie worden in appendix B op twee manieren correcties gemaakt voor de rijzende tak van de hoogwatergolf van 1993 te Lobith. Bij de eerste manier is dh/dt geschat door middel van een voorwaartse differentiemethode. Bij de tweede manier wordt dh/dt geschat door middel van een centrale differentiemethode. Dit is gedaan om een indruk te geven van de invloed die de onnauwkeurigheid van de schatting van dh/dt heeft op de uiteindelijke Jones-correctie.

Naast de verschillende methoden om dh/dt te schatten wordt nu ook nog eens aangenomen dat de onnauwkeurigheid in de schatting van golfsnelheid zo'n 20% bedraagt. Voor elk van de twee onderzochte manieren wordt daarom een verschillende golfsnelheid aangehouden. De berekeningen en de resultaten zijn weergegeven in appendix B.

Uit de berekeningen in het voorbeeld volgt dat de ordegrootte van de correctie maximaal zo'n $300 m^3 s^{-1}$ bedraagt. De schattingsfout die gemaakt wordt bij deze correctie bedraagt maximaal zo'n $100 m^3 s^{-1}$. Op basis hiervan zou men kunnen zeggen dat een correctie wellicht niet zinvol is aangezien de fout maximaal 30% van de correctie bedraagt. Daarnaast wordt verwacht dat de fout die gemaakt wordt bij de verwaarlozing van de Jones-correctie bij het omzetten van waterstanden naar debieten grotendeels teniet wordt gedaan bij de latere omzetting van debieten naar waterstanden (zie hiervoor: paragraaf 3.4.2.3 en appendix D).

Een argument tegen het eerstgenoemde argument kan echter zijn, dat de Jones-correctie

bijna altijd het goede teken zal hebben (met uitzondering van de waarden rond de top). Ten tweede geldt dat men met correctie altijd dichterbij de werkelijkheid zit dan zonder correctie (eveneens met uitzondering van de top). Omdat verwaarlozing of toepassing van de Jones-correctie, volgens de auteurs, op basis van deze argumenten nog niet gerechtvaardigd is, is in Appendix C zowel een (Muskingum) voorspelling met als een voorspelling zonder Jones-correctie gedaan voor de golf van '95.

Uit de resultaten van een voorspelling van de golf van 1995 met en zonder Jones-correctie bleek dat de voorspelling met Jones-correctie in die situatie zelfs iets slechtere resultaten oplevert dan de voorspelling zonder Jones-correctie. Aangezien de volledige Jones-correctie slechts voor één golf is toegepast, is hiermee nog niet bewezen dat de Jones-correctie in deze studie weinig zin heeft. Wanneer naast dit resultaat echter de eerder genoemde argumenten ook worden meegenomen, dan kan geconcludeerd worden dat het hoogstwaarschijnlijk weinig zinvol is om een Jones-correctie toe te passen.

3.4.2.3 Invloed van toepassing van de gemiddelde Q-h relatie op de waterstandsvoorspelling

In deze paragraaf worden de resultaten weergegeven uit appendix D. In appendix D is getracht te verklaren waarom de fout die gemaakt wordt bij het omzetten van waterstand in afvoer vóór de berekening gedeeltelijk vereffend wordt door de fout die gemaakt wordt door het omzetten van afvoer in waterstand ná de berekening. Dit is gedaan door te kijken naar de weg die tijdens het maken van de waterstandsvoorspelling gevolgd wordt.

Uit de resultaten van appendix D blijkt dat de vereffening van de fouten geldt vooral voor de Rijntrajecten waarbinnen een dag relatief weinig aan de vorm en afvoer van de golf verandert. Daarnaast moet gelden dat de vormen van de "lussen" in de Q-h relaties van beide meetstations niet te sterk van elkaar verschillen. Voor de (relatief vlakke) trajecten Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith wordt redelijk voldaan aan deze eisen. Voor trajecten met een voor de hoogwatergolf cruciale zijdelingse invoer (bv. Moezel en Main) geldt deze redenatie minder goed, omdat de afvoer van het in- en uitvoerpunt van het traject binnen een dag sterk kunnen variëren.

3.5 Optimalisatie van de voorspelling

3.5.1 Voorspellingscriteria

Het doel van afvoervoorspellen in het algemeen is het voorkomen of minimaliseren van schade of het maximaliseren van mogelijke winst. De beste voorspelling is natuurlijk degene die identiek is aan het werkelijk optredende proces in de toekomst. De voorspelling is echter gebaseerd op een model van de werkelijkheid en dientengevolge worden er altijd fouten in de voorspelling gemaakt. Door middel van zogenaamde optimalisatie van het model kan geprobeerd worden deze fout in de voorspelling te minimaliseren. Het minimaliseren van de fout in één bepaald opzicht kan echter leiden tot de vergroting van de fout in een ander opzicht. Zo kan bijvoorbeeld minimalisatie van de fout rond de top van de golf leiden tot een vergroting van de standaardafwijking van de voorspelresiduen van de gehele golf. Bij ieder optimalisatieproces is het daarom noodzakelijk een optimalisatiedoel te formuleren met de bijbehorende *criteria* (eisen), waaraan het model moet voldoen. Mogelijke criteria zijn (Moll, 1984):

- het minimaliseren van de kwadratische afwijking van de voorspellingsresiduen (kleinste kwadraten criterium);
- het minimaliseren van de kwadratische afwijkingen van de residuen rondom de golftop. Dit criterium is vooral van belang in verband met het gevaar voor dijkdoorbraak of overstroming, waarbij alleen de hoogste waterstanden van belang zijn;
- minimaliseren van de fout met betrekking tot de looptijd van de golftop;
- minimaliseren van de autocorrelatie in de voorspellingsfouten (voor het begrip autocorrelatie zie paragraaf 5.2.3);
- maximaliseren van de kans dat een bepaalde waterstand is opgetreden bij bepaalde waarden van de modelparameters, in het geval dat de processen stochastisch zijn (maximum likelihood criterium; Gelb, 1974).

Het genoemde *kleinste kwadraten* (KK) criterium is een maat voor de kwaliteit van het totale afvoerverloop en wordt vaak toegepast. Dit criterium maakt het relatief eenvoudig verschillende methoden met elkaar te vergelijken en is intuïtief aantrekkelijk vanwege het feit dat zij in direct verband staat met een algemeen bekend begrip als de standaardafwijking. Er geldt namelijk dat:

$$S_d = \sqrt{\frac{KK}{n-1}} \quad (2)$$

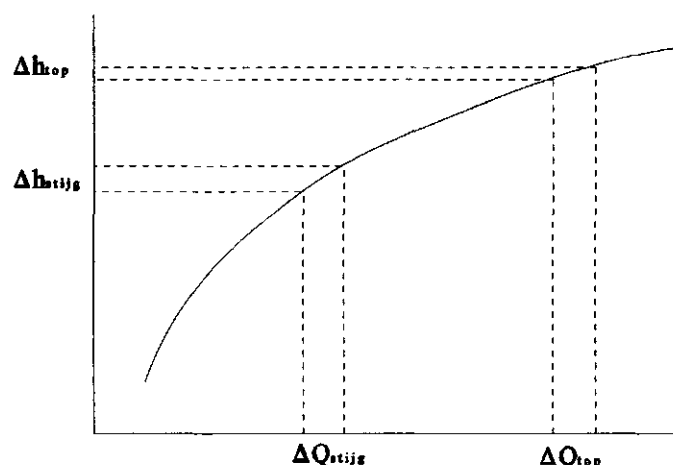
S_d = de standaardafwijking van de fouten

KK = de som van de kwadratische afwijking van de fouten

n = het aantal waarnemingen

In deze studie is daarom gekozen voor het minimaliseren van de kwadratische afwijkingen (en dus de standaardafwijking) van de voorspelfouten over het gehele afvoerperiode van een hoogwatergolf. Het begin en eind deze periode worden daarbij gekarakteriseerd door een min of meer stationaire situatie.

Een opmerking die van belang is, is dat het KK criterium in deze studie betrekking heeft op *afvoeren* en niet op *waterstanden*. In de praktijk echter, is men primair geïnteresseerd in waterstanden in verband met overschrijding van dijkhoogten. Dat in deze studie toch gekozen is voor een criterium met betrekking tot afvoeren komt deels voort uit praktische deels uit pragmatische overwegingen. Het praktische deel bestaat uit het feit dat bij de berekening afvoeren nodig zijn bij toepassing van de massabehoudsvergelijking. Een kleinste kwadraten criterium voor debieten sluit bovendien aan bij de hydrologische praktijk dat eerst de massabalans moet kloppen. De pragmatische overweging heeft betrekking op het feit dat het KK optimum voor afvoeren verschilt van het KK optimum voor waterstanden. De auteurs zijn van mening dat het debietoptimum geschikter is dan het waterstandsoptimum. Het verschil in debiets- en waterstandsoptimum is toe te schrijven aan de niet-lineaire relatie tussen de waterstanden en de afvoeren. Dit zal toegelicht worden aan de hand van een voorbeeld.

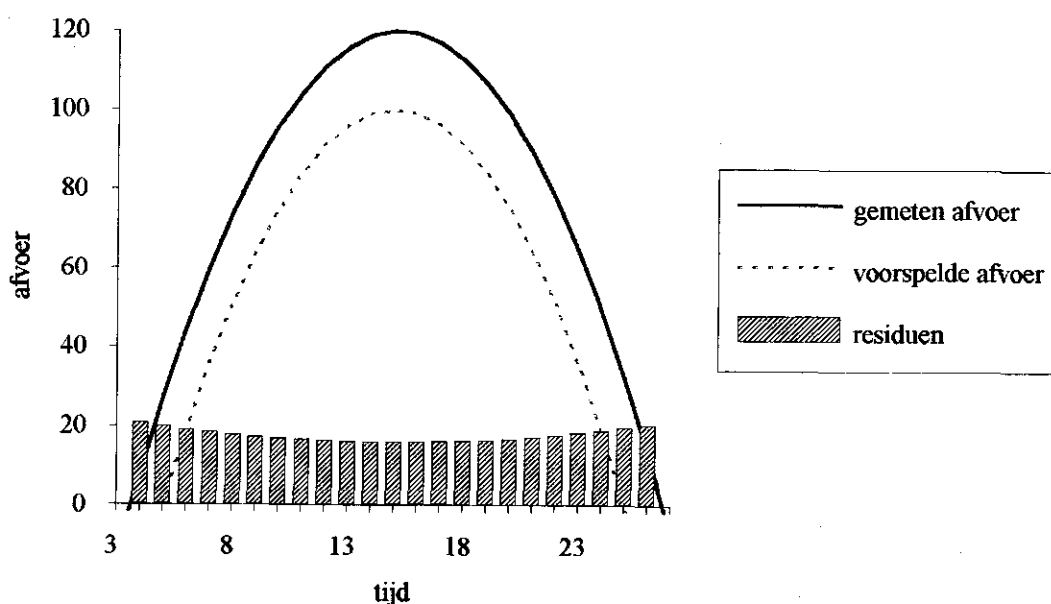


Figuur 3.5-1: Gemiddelde Q-h relatie voor een willekeurig meetpunt.

Stel dat een bepaald KK optimum met betrekking tot debieten gevonden is en men wil het KK optimum met betrekking tot de waterstanden vinden. Men kan daartoe een grotere fout van bijvoorbeeld $\Delta Q_{top} [m^3s^{-1}]^2$ nabij de top toelaten zonder daarbij de fout in de waterstandshoogte (Δh_{top}) dramatisch te vergroten op die plaats. Op een andere plaats, bijvoorbeeld in de stijgende tak van de golf kan men als gevolg van bovenstaand compromis de fout met bv. $\Delta Q_{stijg} [m^3s^{-1}]^2$ verkleinen. Vanwege het feit dat de Q-h relatie een andere vorm heeft bij lage afvoeren zou deze verkleining van de fout met $\Delta Q_{stijg} [m^3s^{-1}]^2$ kunnen leiden tot een aanzienlijke reductie van de fout in de waterstanden (Δh_{stijg}). Er kan bewezen worden dat de minimalisatie van de KK met betrekking tot het debiet leidt tot een exactere topvoorspelling in termen van waterstand en als gevolg daarvan een wat minder exacte stijgende tak/staart voorspelling in termen van waterstand. Met andere woorden: in deze studie is ervoor gekozen om vooral de top van de golf goed te modelleren als het gaat om waterstanden.

Bij vergelijking van resultaten uit deze studie met resultaten uit andere studies is het belangrijk hetzelfde criterium te gebruiken ofwel rekening te houden met het feit dat verschillende criteria zijn gebruikt.

Vaak wordt overigens niet het KK criterium gehanteerd maar wordt de fout of de prestatie van een golfvoorspelling "op het oog" beoordeeld. Daarbij wordt simpelweg gekeken hoe dicht de voorspelde afvoerlijn bij de werkelijke afvoerlijn ligt. Hoewel deze methode vaak erg praktisch is moet men toch waken voor het optisch bedrog dat in dergelijke situaties kan optreden. Dit zal aan de hand van figuur 3.5-2 worden verduidelijkt.



Figuur 3.5-2: Optisch bedrog bij voorspellingsevaluatie.

In deze figuur zijn een gemeten en een voorspelde afvoer te zien. Hoewel het *lijkt* dat de golf rondom de top het minst goed voorspeld is, blijkt uit residuen-analyse dat het snel stijgende begin en het snel dalende einde van de golf het slechtst voorspeld zijn. Het fenomeen optisch bedrog is in deze studie regelmatig waargenomen. Het KK criterium vormt dus een objectief alternatief voor de subjectieve visuele interpretatie.

De optimale modelparameters, die volgen uit het KK criterium, zijn voor alle toegepaste voorspellingsmethoden bepaald met behulp van een optimalisatiefunctie in de gebruikte spreadsheetprogramma's Quattro Pro en Microsoft Excel.

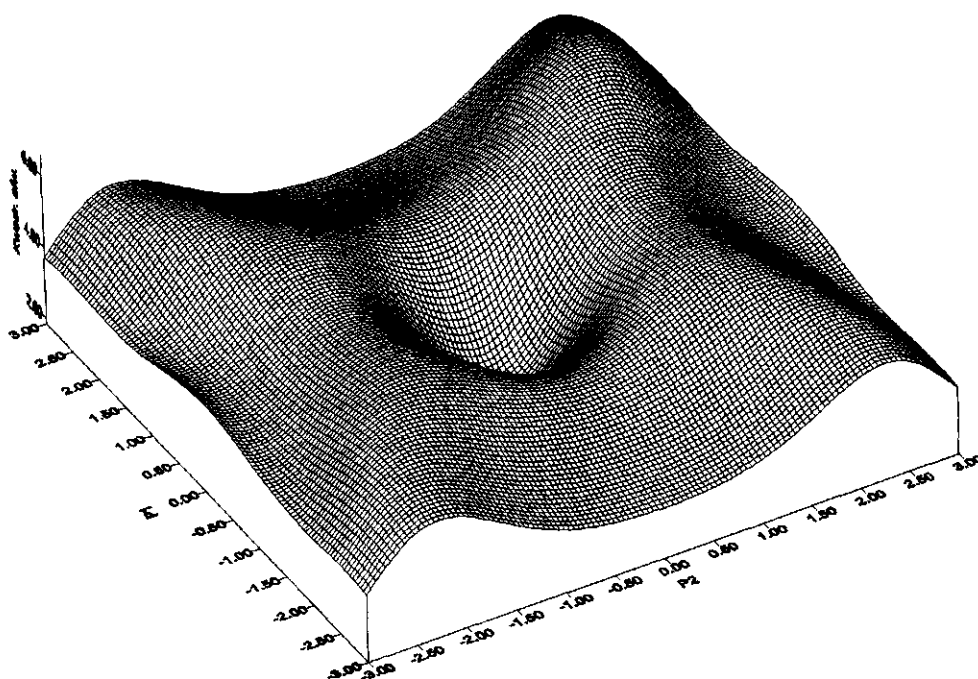
3.5.2 Begrippen uit de optimalisatietheorie

3.5.2.1 Inleiding

In deze paragraaf zullen aan de hand van een voorbeeld een aantal belangrijke begrippen uit optimalisatietechniek besproken worden. Het gaat er hierbij niet om om een uitvoerige uiteenzetting over optimalisatie te geven als wel om enige begrippen die in dit verslag aan de orde zullen komen toe te lichten.

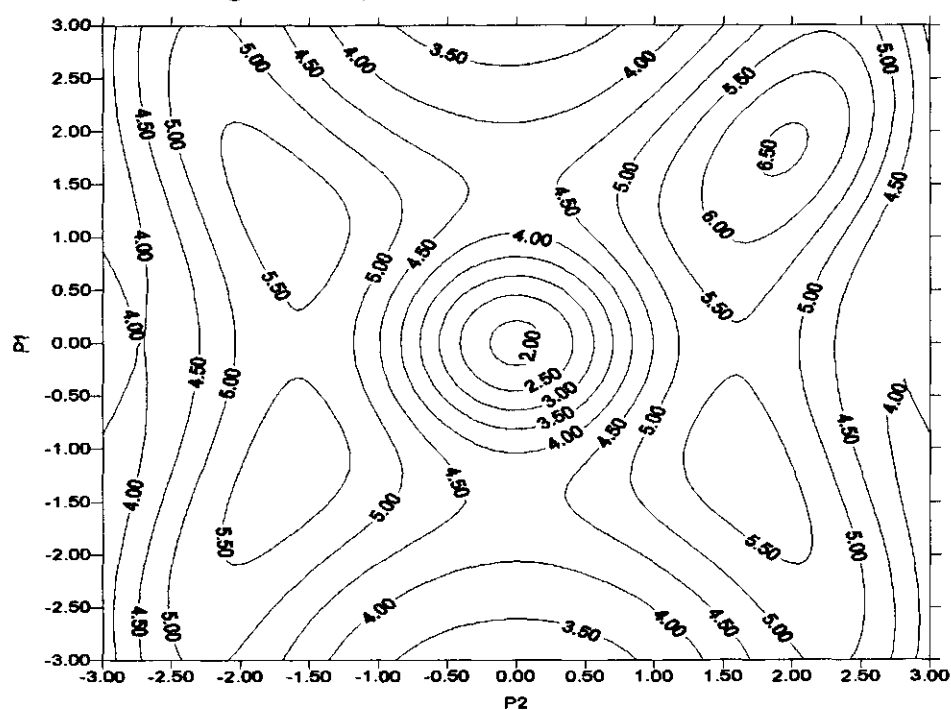
3.5.2.2 Optima

Men kan zich een figuur voorstellen waarbij op de z-as de kwadraten van de voorspellingsfouten zijn uitgezet, als functie van modelparameters (in dit voorbeeld 2) waarbij de ene op de x-as (P_1) en de ander op de y-as (P_2) is uitgezet. Een voorbeeld van een dergelijke weergave van de voorspelfouten wordt gegeven in onderstaande figuur (zie ook als voorbeeld figuur 4.4-1):



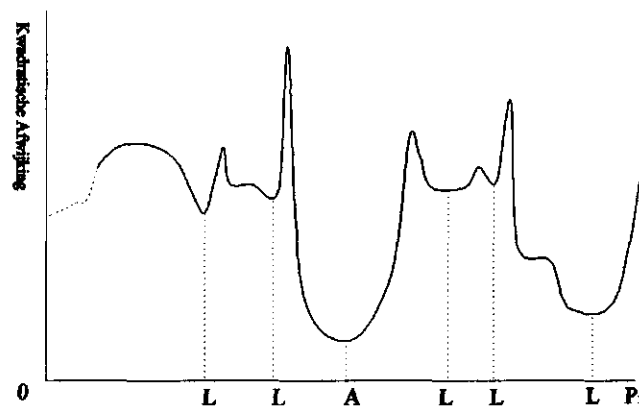
Figuur 3.5-3: Kwadratische afwijking van de residuen als functie van parameters P_1 en P_2 .

Vaak wordt een dergelijke figuur weergegeven in de vorm van een zogenaamde contourplot (zie ook als voorbeeld figuur 4.4-2):



Figuur 3.5-4: Contourplot van figuur 3.5-3.

Dergelijke figuren vormen een belangrijk hulpmiddel bij het zoeken naar het zogenaamde optimum: die modelparameters waarvoor geldt dat de kwadratische modelfout minimaal is (latijn: optimus=beste). Nemen we nu een éénparameter-model dan veranderd de zojuist getoonde 3-dimensionale figuur 3.5-3 in een 2-dimensionale figuur:



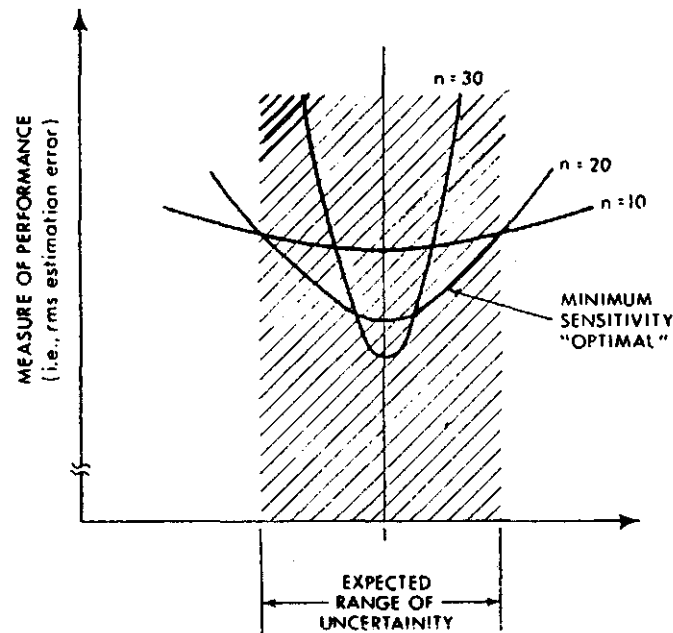
Figuur 3.3-5: Kwadratische afwijking als functie van parameter P_1 .

We zien dat er verschillende punten zijn aan te wijzen die de kleinste kwadratische afwijking hebben in hun omgeving. Deze punten zijn dus optimaal in hun omgeving en daarom wordt zo'n punt aangeduid met de term *lokaal optimum* (L). Aangezien er maar één punt de kleinste kwadratische afwijking heeft van alle mogelijke punten, wordt dit punt aangeduid als het *globaal optimum* (A). Uiteraard probeert men tijdens de modeloptimalisatie het globale optimum te vinden. Dit wil zeggen dat men die parameters probeert te vinden waarvoor de kwadratische afwijking het allerkleinst is. Soms (vooral bij een model met veel parameters) is dit echter geen gemakkelijke opgave. Vaak "zakt men namelijk de helling af" op zoek naar een globaal optimum en belandt dan in een lokaal optimum. In dat lokale optimum kan men de fout niet verder verkleinen door de parameter in welke richting dan ook marginaal te veranderen. Het is in dat soort situaties erg lastig een algoritme te vinden dat ervoor kan zorgen dat het balletje uit het dal kan springen en op zoek naar een nieuw lokaal optimum kan gaan. Het is dan vooral lastig aan te geven wanneer nu een globaal optimum bereikt is en niet een lokaal optimum, zodat het optimalisatieproces gestopt kan worden.

3.5.2.3 Gevoeligheid

In dit verslag wordt de gevoeligheid van een model als volgt gedefinieerd: de mate waarin de voorspelling reageert op een variatie van de modelparameters. Kwalitatief gezien legt men de contourplots voor verschillende situaties over elkaar bij toepassing van een gevoeligheidsanalyse en kijkt vervolgens of de optima in de verschillende situaties min of meer overeenkomen qua ligging en diepte. In deze paragraaf zal het begrip gevoeligheid verder worden toegelicht aan de hand van een voorbeeld.

Om terug te komen op figuur 3.5-5: naast de "diepte van het dal" bij het (lokale) optimum is ook de vorm rondom het (lokale) optimum zeer belangrijk. We beschouwen als het ware een deel van figuur 3.5-5 (naar : Gelb, 1974). In de figuur zijn drie optima te zien voor respectievelijk een 10-, 20- en 30 parameter model. De x-as moet daarbij eigenlijk beschouwd worden als een meer-dimensionale as.



Figuur 3.5-6: Kwadratische afwijking als functie van respectievelijk 10, 20 en 30 parameters.

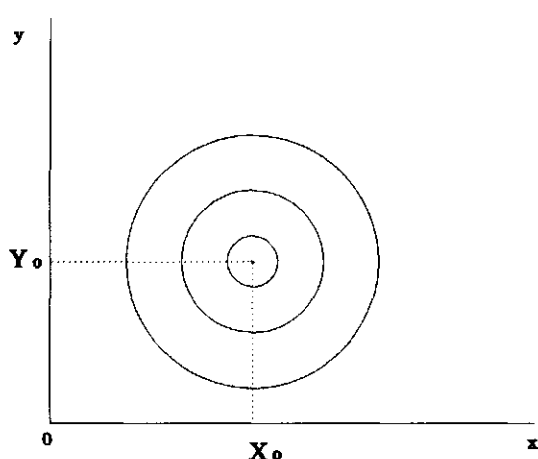
Twee zaken zijn van belang bij deze figuur. Ten eerste geldt in het algemeen: hoe sterker de kromming van het dal hoe gevoeliger het model is. Bij geringe variatie van de parameters neemt de kwadratische afwijking in dat geval al snel toe. Ten tweede is het aantal parameters van belang. Hoe meer parameters gebruikt worden, hoe slechter ze geschat worden, maar hoe "dieper" het optimum.

In de figuur is het "diepste" optimum afkomstig van een model met 30 parameters en levert bij een juiste parameterkeuze de beste prestatie van de drie modellen. Wanneer echter een parameterkeuze gedaan wordt die net afwijkt van de juiste parameterkeuze (hetgeen mogelijk is binnen de natuurlijke variatie van een parameter), dan wordt de prestatie van het 30-parameter model in het voorbeeld een stuk slechter. Op dat moment was het parameterdal zeer typisch voor de situatie waarbij de parameter geoptimaliseerd werd en had dus een weinig universeel karakter. Een wat minder geavanceerd model kent 20 parameters en heeft een iets minder diep optimum, maar de curve rondom optimum is in dat geval minder krom en dus is het optimum minder gevoelig voor parameterverandering. Het derde model met 10 parameters is dan wel zeer ongevoelig voor parametervariatie, maar dit model presteert heeft sowieso een matige prestatie.

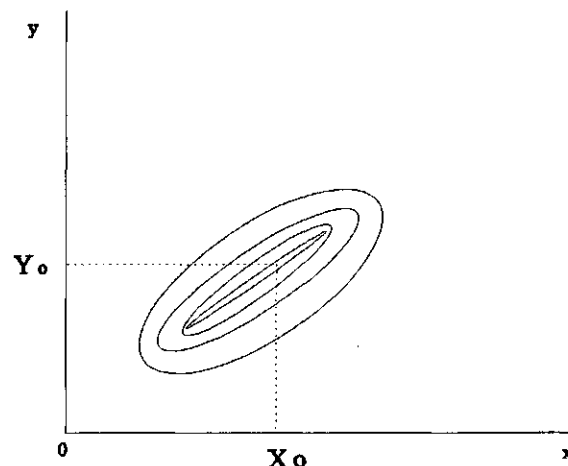
In dit voorbeeld zou waarschijnlijk de keuze voor een 20 parametermodel het beste zijn. Het is overigens altijd zo dat de introductie van een extra parameter leidt tot een even diep dal of een dieper dal bij de optimalisatie van een golf. Aan een nieuwe parameter kan immers bij nieuwe optimalisatie ook geen waarde worden gehecht. Of de extra parameter echt een verbetering oplevert bij de beschrijving van het systeem hangt af van de voorspellende prestatie van het model in situaties waar hij niet op geoptimaliseerd is. Een duidelijk voorbeeld van een dergelijk model met een overbodige parameter wordt gegeven in paragraaf 5.3.4.

3.5.2.4 Afhankelijkheid

Vaak is het gebruikelijk om een "berglandschap" zoals beschreven in de vorige paragraaf weer te geven met behulp van een zogenaamde contourplot. In een dergelijke figuur verbinden de contourlijnen (te vergelijken met hoogtelijnen) punten met een gelijke kwadratische fout. In onderstaande figuren worden twee contourplots getoond:



Figuur 3.5-7: Contourplot punt-optimum



Figuur 3.5-8: Contourplot lijn-optimum

In de linker figuur wordt een voorbeeld gegeven van een punt-optimum in een dal en in de rechter figuur wordt een lijnoptimum weergegeven in een dal. De vorm van dit dal is dus verschillend voor de twee figuren. In figuur 3.5-7 zijn de contourlijnen perfecte cirkels. Dit wil zeggen dat wanneer men zich in het optimum bevindt, de verandering van één van de parameters onherroepelijk leidt tot het verlaten van het optimum. Men zegt dat er in dat geval sprake is van *onafhankelijkheid* van parameter x en y . In figuur 3.5-8 liggen de contourlijnen als ellipsen rondom het optimum, welke op zijn beurt voorgesteld wordt als een lijn. In dit geval kan uitgaande vanuit het optimum een verandering van de ene parameter goedge maakt worden een verandering van de andere parameter in de juiste richting (voor de randen van de ellipsen geldt dit overigens slechts ten dele). Omdat het optimum in dit geval wordt weergegeven door een *rechte* lijn spreekt men van een zogenaamde lineaire afhankelijkheid tussen parameter x en y .

In deze studie zal niet telkens opnieuw bij iedere aanpassing aan het model een kwalitatieve analyse op bovenstaande wijze worden uitgevoerd. Ten eerste is een dergelijke analyse vaak onmogelijk omdat er vaak meer dan twee parameters worden gebruikt, waardoor geen driedimensionale figuur op dezelfde wijze als figuur 3.5-3 gemaakt kan worden. Ten tweede zou dit tot een grote hoeveelheid werk leiden met al te vaak triviale resultaten. Aangezien uit enkele 3-D plots en uit overige resultaten zal blijken dat er in deze studie vaak sprake is van één globaal optimum, is volstaan met het "prikken" rondom het optimum om een indruk te krijgen van de gevoeligheid van het model. Dit "prikken" geschiedt door de "optimale" modelparameters in de een situatie in te vullen in de oorspronkelijke situatie en de resulterende standaardafwijking van de fout te vergelijken met de waarde van de

standaardafwijking van het optimum in de oorspronkelijke situatie. Dit proces wordt weergegeven in de zogenaamde *resultatentabellen*. Deze tabellen worden uitvoerig besproken in hoofdstuk 4.

4 De Muskingum methode

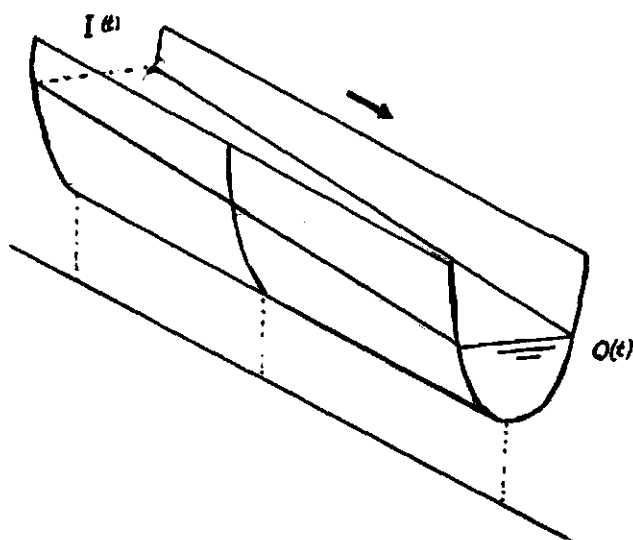
4.1 Beschrijving van de hydrologische Muskingum methode

4.1.1 Inleiding

Ter beschrijving van de hydrologische processen binnen het systeem is in deze studie gekozen voor het gebruik van een hydrologisch model in de vorm van een zogenaamd Muskingum model. De overwegingen die bij deze keuze gemaakt zijn werden beschreven in de vorige paragraaf. In deze paragraaf zal een beschrijving gegeven worden van het gehanteerde Muskingum model. Er zal daarbij aandacht besteed worden aan de achterliggende principes en aannames bij dit model, alsmede aan de mogelijkheden en beperkingen die dit model kent.

4.1.2 De Muskingum methode

De Muskingum methode werd reeds in de tweede helft van de dertiger jaren ontwikkeld door Mc Carthy et al. in verband met een "Flood-Control Project" van de Muskingum rivier. De methode is nog steeds tamelijk populair in de hydrologie vanwege zijn eenvoud en zijn goede prestatie. Één van de uitgangspunten van dit model is dat het betreffende riviertraject als één reservoir gemodelleerd wordt. Daarbij wordt alleen een massabalans voor het traject opgesteld, géén impulsbalans. De impulsbalans wordt namelijk vervangen door een empirische vergelijking. Bij het opstellen van deze empirische vergelijking zijn een aantal aannames gedaan. De eerste aanname wordt aangeduid met het zogenaamde "wig-concept". Door uit te gaan van een *lineair* verloop van de waterspiegel over het betreffende traject kan het volume van de watermassa binnen een waterloop (in deze tekst ook wel met het woord "reservoir" aangeduid) opgedeeld worden in een prismatisch gedeelte en een wigvormig gedeelte (zie figuur 4.1-1) (Chow, 1964).



Figuur 4.1-1: Prismatisch en wigvormige gedeelte van de reservoir-inhoud in een waterloop (Chow, 1964).

Wanneer, uitgaande van een stationaire situatie, een hoogwatergolf het traject binnen komt dan zal er in eerste instantie sprake zijn van een invoer die de uitvoer overschrijdt. Het gevolg hiervan is dat er een wigvormig reservoir ontstaat binnen het beschouwde gedeelte van de waterloop (zie figuur 4.1-1). Evenzo zal er tijdens de recessie, dat wil zeggen op het moment dat de golf zojuist gepasseerd is, een wig ontstaan die ditmaal "achterover" helt.

Omdat er, in verband met de later op te stellen massabalans, gezocht wordt naar een empirische relatie tussen debieten in plaats van waterstanden moet er nog een tweede aanname gedaan worden. Bij de Muskingum methode bestaat deze tweede aanname uit de veronderstelling van een *lineaire* Q-h relatie. Deze aanname is vrijwel equivalent met de aanname dat bij toepassing van deze methode het debiet niet al te sterk varieert rondom een bepaald referentieniveau. Dit laatste komt voort uit het feit dat de Q-h relatie over een klein traject benaderd kan worden met een lineaire functie (denk aan de Taylor-benadering).

Juist door de laatstgenoemde lineairiteitsaanname kan het traject gemodelleerd worden als een lineair reservoir. Het prismatisch gedeelte van de inhoud van het reservoir kan (geometrisch gezien) voor kleine waterstandsvarianties lineair gerelateerd worden aan de waterstand in het prismatische gedeelte en dus (wegens het lineaire verband tussen Q en h!) aan de uitstroom (O) van het reservoir door middel van een lineair verband: $K \cdot O$ (zie vergelijking 4-1). Evenzo is het wigvormige gedeelte van de reservoirinhoud een lineaire functie van de waterstand ter plaatse van de invoer en de waterstand ter plaatse van de uitvoer. Wegens het gestelde lineaire verband tussen Q en h voor beide reservoirreinden is het wigvormige gedeelte van de reservoirinhoud dus een lineaire functie van zowel de instroming als de uitstroming: $KX \cdot (I - O)$. Wanneer men nu beide gedeeltes van de reservoirinhoud optelt, dan geldt voor de totale reservoirinhoud (Chow, 1964):

$$S = KO + K \cdot x \cdot (I - O) \quad (1)$$

S(t) = berging [m³]
 I(t) = instroming [m³/s]
 O(t) = uitstroming [m³/s]
 x = modelparameter [-]
 K = reservoirconstante [s]

hetgeen geschreven kan worden als:

$$S = K[I \cdot x + O \cdot (1 - x)] \quad (2)$$

Deze laatste formule kan uitgelegd worden als zijnde een lineair verband tussen de inhoud van het reservoir en de gewogen in- en uitstroom en zij staat bekend als de zogenaamde (lineaire) Muskingum-vergelijking.

Daarnaast kan er een massabalans voor het beschouwde traject van de waterloop worden opgesteld (bij afwezigheid van zijrivieren):

$$\frac{dS}{dt} = I - O \quad (3)$$

ofwel, geschreven m.b.v. voorwaartse differenties:

$$\frac{I_n + I_{n+1}}{2} + \frac{O_n + O_{n+1}}{2} = \frac{S_{n+1} - S_n}{\Delta t} \quad (4)$$

Δt = tijdstap tussen twee metingen [s].

Ook de Muskingum vergelijking kan worden gediscretiseerd:

$$S_{n+1} - S_n = K(I_{n+1} - I_n)x + (O_{n+1} - O_n)(1-x) \quad (5)$$

Door combinatie van vergelijking (4-4) en (4-5) (d.w.z. door eliminatie van S) kan de uitstroom op dag n+1 geschreven worden als functie van de uitstroom op de voorafgaande dag alsmede als functie van de instroom op beide tijdstippen:

$$O_{n+1} = C_1 I_{n+1} + C_2 I_n + C_3 O_n \quad (6)$$

C_1, C_2, C_3 = constanten.
met:

$$C_1 = \frac{\Delta t - 2Kx}{2K(1-x) + \Delta t} \quad (7)$$

en:

$$C_3 = \frac{2K(1-x) - \Delta t}{2K(1-x) + \Delta t} \quad (9)$$

$$C_2 = \frac{\Delta t + 2Kx}{2K(1-x) + \Delta t} \quad (8)$$

Uit formule 4-6 (de Muskingum vergelijking) blijkt dat deze formule niet direct gebruikt kan worden voor voorspelling van afvoeren op basis van eerder opgetreden afvoeren. Om namelijk $O (=Q_{\text{uit}})$ op tijdstip $(t + \Delta t)$ te berekenen heeft men in deze formule de randvoorwaarde $I (=Q_{\text{in}})$ op tijdstip $(t + \Delta t)$ nodig. In hoofdstuk 8 zal omschreven worden hoe dit "randprobleem" opgelost kan worden. In de volgende paragrafen zullen kort enige fysische aspecten van de Muskingum methode besproken worden.

4.1.3 Fysische interpretatie van de Muskingum methode

Inleiding

De Muskingum methode wordt vaak als een "Black-Box" model beschouwd. Bij een

"Black-Box model worden in- en output op een unieke manier aan elkaar gerelateerd, zonder dat de interne werking van het systeem beschouwd wordt (O'Donnell, 1986). De werkelijk optredende fysische processen worden "gelumped" (een Engelse term voor "bij elkaar gooien" of "samennemen") in enkele systeempparameters. In het geval van een lineair Muskingum model, zoals boven beschreven, zijn x en K de systeempparameters. Hoewel zowel x als K eigenlijk parameters zijn die een verzameling van processen beschrijven, blijkt het toch mogelijk enige uitspraken te doen over de relatie van deze parameters tot de fysische werkelijkheid. In deze paragraaf zal daarom aandacht besteed worden aan de fysische achtergronden van de genoemde parameters, te beginnen met die van de parameter K .

Fysische interpretatie van de Muskingumparameters x en K

Om inzicht te verkrijgen in de betekenis van de parameter K kan vergelijking 4-2 het best omgeschreven worden tot:

$$K = \frac{S}{[x \cdot I + (1-x) \cdot O]} \quad (10)$$

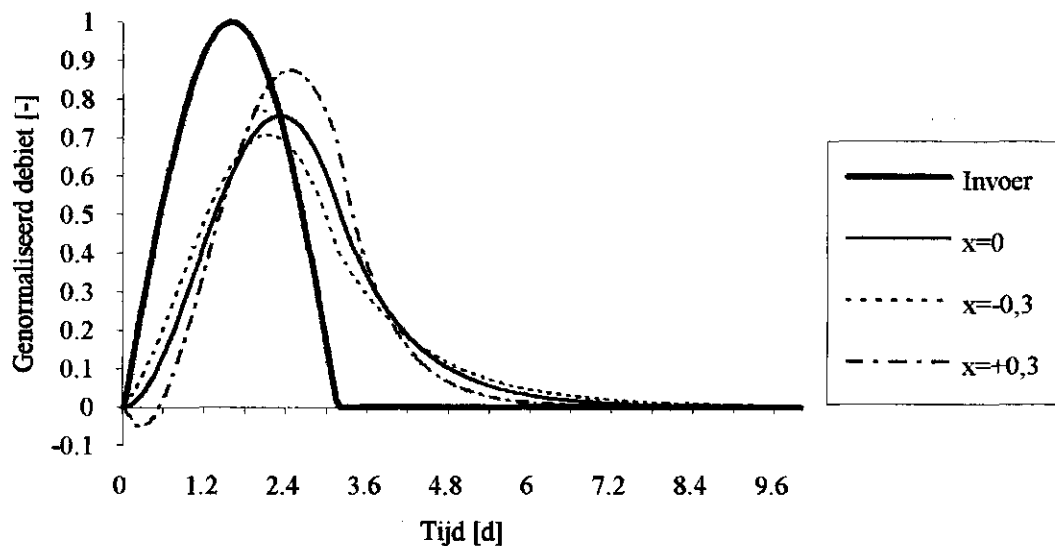
hetgeen geïnterpreteerd kan worden als de ratio van de inhoud van het systeem en de gewogen in- en uitvoer. Daar de verhouding tussen de inhoud van een systeem en het debiet door een dergelijk systeem een maat is voor de verblijftijd van het water in een systeem, zal K dus ook een maat zijn voor de verblijftijd van de golf in het systeem, met andere woorden de reistijd (looptijd) van de golf (Apollonov, 1960; Kalinin et al., 1960; Overton, 1966; Weinmann en Laurenson, 1979).

De fysische interpretatie van parameter x van het Muskingum model is een stuk lastiger te vinden. Door studie van "driehoekige" golven vond Overton (1966) dat x samenhangt met de vorm van de bovenstroomse afvoerfunctie (inflow hydrograph) en de afvlakking van de golf alsmede samenhangt met de gekozen K . Het afvlakkende effect van de parameter x wordt algemeen erkend (o.a. Weinmann en Laurenson, 1979). Daarbij geldt tevens dat hoe kleiner x wordt, des te sterker wordt de afvlakking (met x tussen 0 en 0,5, zie ook par. 4.1.5).

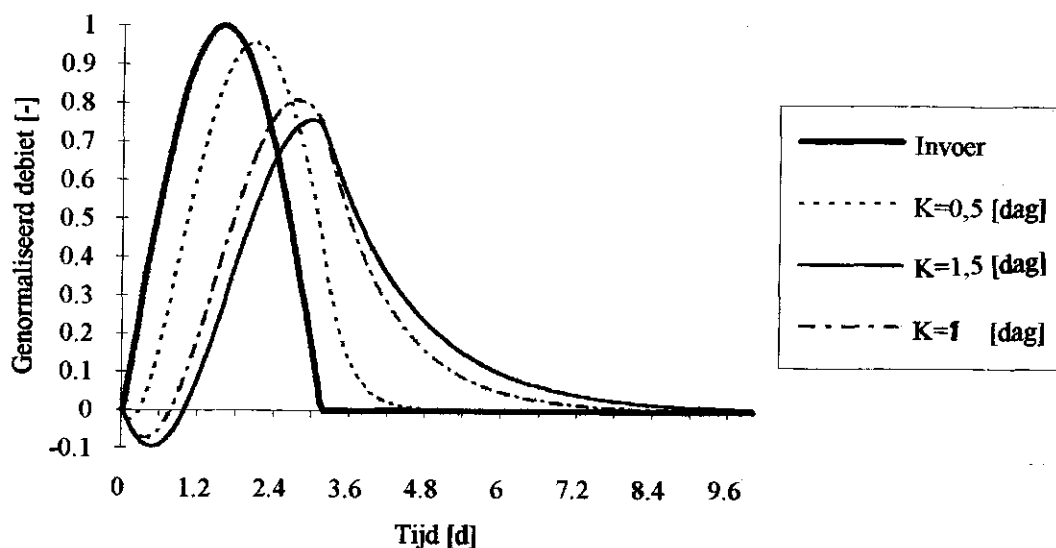
Wanneer in formule 4-2 voor x nul gesubstitueerd wordt, waardoor eenzelfde relatie gevonden wordt als die van een lineair leeglopend reservoir, wordt de inhoud puur een functie van de uitvoer. Bij een dergelijke x -waarde is er dus sprake van een zeer sterke (in dit geval maximale) afvlakking, evenals die bij routing door een lineair reservoir optreedt.

Cunge ((1969) in: Weinmann en Laurenson, 1979) liet zien dat in het andere uiterste geval, wanneer x gelijk is aan 0,5 er sprake is van een pure translatie (dat wil zeggen dat er geen sprake is van vervorming van de golf). Later bleek deze opvatting slechts gedeeltelijk juist te zijn en heeft er in de literatuur enige discussie plaatsgevonden omtrent de exacte betekenis van parameter x wanneer deze de waarde 0,5 aanneemt. Omdat deze discussie te ver voert zonder werkelijk bij te dragen aan het begrip van de Muskingum methode zal zij buiten de hoofdtekst worden gelaten en zal zij beschreven worden in

appendix E. Er kan volstaan worden door te stellen dat het translatie effect van de golf groter wordt naarmate x dichter in de buurt van de 0,5 komt. Uit het bovenstaande wordt duidelijk dat zowel afvlakking als translatie kunnen worden gemodelleerd door een goede waarde van x tussen de 0 en de 0,5 te kiezen. Om de lezer een visuele indruk te geven van de betekenis van x en K wordt in de onderstaande figuren 4.1-2 en 4.1-3 de zogenaamde transferfunctie voor de Muskingum methode gegeven voor verschillende waarden van x en K . Daarbij is als invoer gekozen voor een sinusvormige golf. Voor de transferfunctie van de Muskingum methode, zie Kraijenhoff van de Leur (1984).



Figuur 4.1-2: Transferfunctie van de Muskingum methode voor verschillende waarden van x bij een vaste waarde van $K=86400$ sec (1 dag).



Figuur 4.1-3: Transferfunctie van de Muskingum methode voor verschillende waarden van K bij een vaste waarde van $x = 0,3$.

Geconcludeerd kan worden dat K een maatstaf voor de looptijd en x een maat voor de afvlakking van de golf is, maar dat vanwege het inherente "Black-Box"-karakter van de Muskingum methode een exacte fysische interpretatie van x en K niet mogelijk is. Daarnaast bleek dat x en K niet geheel onafhankelijk van elkaar zijn. Hier zal later nog op worden teruggekomen in paragraaf 4.5.

4.1.4 Cunge's interpretatie van de Muskingum methode

In 1969 liet Cunge zien dat de Muskingum methode afgeleid kan worden uit de kinematische golfvergelijking wanneer er aan bepaalde voorwaarden voldaan is. De eerste voorwaarde is dat de golfvergelijking in eindige differentievorm wordt geschreven. De gediscretiseerde kinematische golfvergelijking wordt vervolgens mathematisch identiek aan de Muskingum vergelijking wanneer voor de Muskingum parameter K geldt dat zij gelijk is aan L/c . Hierbij is L de trajectlengte en is c de voortplantingssnelheid van de golf. Cunge liet vervolgens zien dat de Muskingum vergelijking eveneens een goede (tweede orde) benadering vormt voor de gediscretiseerde convectie-diffusievergelijking, wanneer naast de genoemde voorwaarde voor de Muskingum parameter K voor de Muskingum parameter x geldt dat:

$$x = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Q}{BS_0 c L} \right) \quad (11)$$

Q = uitvoer [m^3s^{-1}]

S_0 = bodemverhang [-],

B = watervoerende Breedte [m],

L = de trajectsafstand [m].

c = golfsnelheid [ms^{-1}]

Daarnaast kon men nu ook omgekeerd te werk gaan door, wanneer bepaalde fysische parameters als bodemverhang en golfsnelheid bekend waren, de bijbehorende Muskingum parameters berekenen (zie bijv. Koussis, 1976 in: Weinmann en Laurenson, 1979), overigens afgezien van de vraag of dit in een dergelijk geval zinvoller is dan het oplossen van de gehele St-Venant vergelijkingen.

Gezien de eisen die met betrekking tot de inputgegevens van de Muskingum-Cunge methode gesteld worden mag duidelijk zijn (zie: doelstelling in H1) dat in dit onderzoek de voorkeur gegeven is aan de Muskingum methode boven de Muskingum-Cunge methode.

4.1.5 Voorwaarden bij de toepassing van de Muskingum methode

Zoals bij vele hydrologische methoden het geval is kent de Muskingum methode een aantal voorwaarden waaraan de modelparameters moeten voldoen als men wil dat het model realistische weergave van de werkelijkheid is. Deze voorwaarden komen voort uit het feit dat er bij de Muskingum methode een aantal aannamen gedaan worden (bijvoorbeeld de lineariteits-veronderstelling, paragraaf 4.1-2) en uit het feit dat er bij de toepassing van de Muskingum methode discretisatie wordt toegepast. In deze paragraaf zullen

enkele theoretische voorwaarden bij de Muskingum methode aan de orde komen en zal tevens worden bekeken wat hiervan de praktische consequenties zijn.

Een belangrijke parameter bij het toepassen van flood-routing is het zogenaamde *routing interval* Δt , ofwel de tijdstap tussen twee metingen. Het routing interval ligt vaak vast doordat er slechts een beperkt aantal metingen in de tijd beschikbaar zijn. In deze studie ligt het routing interval "vast" op 24 uur. Uit literatuurstudie van de Muskingum methode bleek dat een voorwaarde aan K is dat zij groter is dan het routing interval (Clarck, 1945, in: Nash (1959); Singh (1979)). En aangezien K samenhangt met de looptijd van de golf en de looptijd onder andere afhankelijk is van de lengte van het traject, legt een "vaste" Δt dus beperkingen op aan de trajectkeuze.

Tegelijkertijd kan men ook een bovengrens voor K vaststellen. Bewezen kan worden (zie wederom Singh (1979)) dat moet gelden dat $K \leq \Delta t / 2x$ om ervoor te zorgen dat de uitvoer Q van het traject voor alle waarden positief (en dus realistisch) is. Chow vat de voorwaarden voor het routing interval Δt dan ook als volgt samen:

$$\Delta t \leq K \leq \frac{\Delta t}{2x} \quad (12)$$

Wanneer aan de bovenstaande rechter voorwaarde niet voldaan wordt, dat wil zeggen dat Δt niet klein is ten opzichte van K , dan kan een gemodificeerde Muskingum methode worden toegepast (Nash, 1959; Koussis 1978). Nash (1959) stelt echter dat in de praktijk hierboven gegeven voorwaarden niet te strikt gehanteerd hoeven te worden, aangezien de fouten door een foute intervalkeuze meestal niet significant zijn ten opzichte van de onnauwkeurigheden die geïntroduceerd worden door de "reservoir aanname" en de onzuiverheden in de gebruikte data. In deze studie zal daarom zoveel mogelijk getracht worden aan bovenstaande voorwaarden te voldoen, maar zal dit niet als een absolute regel gehanteerd worden.

Ook de keuze van de *gewichtsparemeter* x staat niet geheel vrij, maar is aan bepaalde voorwaarden gebonden. In het algemeen geldt voor de x de volgende voorwaarde (bv. Weinmann & Laurenson, 1979; Singh, 1979):

$$0 \leq x \leq 0,5 \quad (13)$$

Daarbij moet de voorwaarde dat $x \geq 0$ niet te stringent worden opgevat, aangezien de parameter geen strikte fysische betekenis heeft (Singh, 1979) en de voorwaarde is afgeleid uit fysische overwegingen (ondermeer uit de diffusie-analogie). In dit onderzoek zal een negatieve x daarom wederom hier en daar worden toegelaten zonder daarbij overigens te ver van realistische waarden af te wijken.

4.2 Niet-lineaire Muskingum methoden

4.2.1 Inleiding

In de vorige paragraaf werd de meest oorspronkelijke en meest eenvoudige variant van de Muskingum methode beschreven. Deze flood-routing methode gebruikt lineaire systeem modellen met tijdsinvariante parameters (d.w.z. parameters die constant in de tijd zijn en dus onafhankelijk van debietgrootte). Zij is gebaseerd op de aanname dat de debietsvariaties rondom een referentieafvoer klein zijn (zie ook aannames in paragraaf 4.1.2). Keefer and McQuivey (1974) lieten zien dat wanneer deze aanname niet gerechtvaardigd is, er aanzienlijke afwijkingen in de voorspellingen ontstaan. Zo zal een model dat gelineariseerd is rondom hoge afvoeren lage afvoeren onderschatten (te sterke afvlakking). Omgekeerd zal een op lage afvoeren "gefit" model hoge afvoeren juist overschatten. Ook de looptijd van een golf (de Muskingum parameter K, zie par. 4.1.3) zal slechts geldig zijn binnen een bepaald afvoer bereik. Het een en ander is intuïtief in te zien door te bedenken dat de stromingskarakteristieken van het systeem in werkelijkheid ook afhankelijk zijn van het debiet. Zo kan er bijvoorbeeld sprake zijn van het onderlopen van uiterwaarden bij hoge afvoeren, waardoor zowel de natte doorsnede als de ruwheid van de betreffende waterloop verandert.

Om de beperking van tijdsinvariante parameters te overwinnen zijn er (benaderende) niet-lineaire Muskingum modellen ontwikkeld (Gill, 1978) welke het mogelijk maken om de Muskingum parameters x en K te veranderen als functie van het optredende debiet. Daarnaast zijn er ook multilineaire modellen in de vorm van "multiple input linear models", "multiple linearization models" en niet-lineaire drempel modellen ontwikkeld door onder andere Keefer and McQuivey (1974), Becker (1976), Gill (1977, 1978), Kundzewicz (1984) and Becker and Kundzewicz (1987), aldus Perumal (1992).

Met deze laatstgenoemde modellen is het eveneens mogelijk om de Muskingum parameters x en K te veranderen als functie van (o.a.) het debiet. De modellen houden zo voor zover mogelijk rekening met de niet-lineaire effecten in de golfvoortplanting zonder daarbij het mathematische gemak van lineaire systemen te verliezen (Perumal, 1992).

In de volgende paragraaf zal een korte beschrijving worden gegeven van enige Muskingum methoden met variabele parameters en zal worden ingegaan op de voor- en nadelen van de methoden.

4.2.2 Niet-lineaire Muskingum methoden

Uit de inleiding van deze paragraaf bleek reeds dat de relatie tussen de berging van een waterloop (reservoirinhoud S) en de gewogen in- en uitvoer van het traject (I en O) niet altijd beschreven mag worden door de lineaire Muskingum formule (zie ook paragraaf 4.1.2):

$$S = K \cdot [xI + (1-x) \cdot O] \quad (1) \quad (14)$$

In dergelijke gevallen kan de relatie tussen S en I en O beter beschreven worden door

vergelijking 4.1-2 te vervangen door een niet-lineaire Muskingum vergelijking van de vorm (Gill, 1977):

$$S = K \cdot [xI + (1-x)O]^c \quad (15)$$

Waarbij x , K en c te fitten parameters zijn, welke relatief snel door "trial and error" gevonden kunnen worden (Gill, 1977, 1978). Een andere methode, welke door zijn eenvoud meer gebruikelijk is in de hydrologie, ontstaat door de niet-lineaire vergelijking 4-15 te vervangen door een "geknikte" lineaire relatie. Deze methode staat ook wel bekend als de "segmented curve" methode (Gill, 1977). De methode verloopt als volgt. Allereerst worden de beschikbare afvoeren verdeeld in verschillende klassen. Vervolgens wordt gesteld dat x en K vaste waarden aannemen binnen een klasse. De x - en K -waarden mogen wel per klasse verschillen. Vervolgens wordt voor iedere klasse een lineair verband tussen berging en gewogen in- en uitvoer gezocht, al of niet door directe optimalisatie (bijvoorbeeld d.m.v. de kleinste kwadratenmethode (Gill, 1977)). Een nadeel van de "segmented curve" methode is het feit dat de verdeling van de data in klassen deels op subjectieve gronden geschiedt. De klassenindeling zal nader worden toegelicht in paragraaf 4.2.3. In paragraaf 4.5.3 zal de methode worden toegepast op het Rijntraject Düsseldorf-Lobith.

Een andere eveneens multi-lineaire methode is ontwikkeld door Ponce en Yevjevich (1978) en is later verbeterd door Perumal (1992). In tegenstelling tot de zojuist genoemde "segmented curve" methode maakt deze methode gebruik van de door Cunge (1969) gevonden relatie tussen de Muskingum parameters en enkele fysische parameters uit de convectie-diffusievergelijking (zie ook paragraaf 4.1.4). De inkomende golf op een vast punt (hydrograph) wordt verdeeld in blokken van constante duur gelijk aan het routing interval (tijdstap tussen twee metingen). De Muskingum-Cunge parameters worden bij elke routing tijdstap aangepast. Deze aanpassing is afhankelijk van fysische parameters zoals bijvoorbeeld de grootte van voortplantingssnelheid van de golf of de grootte van het debiet op dat tijdstip. Het voordeel van deze methode boven de "segmented curve" methode is dat het subjectieve element bij de klassenindeling verdwenen is (zij is nl. per definitie gelijk gesteld aan het routing interval). De methode kent echter hetzelfde nadeel als de Muskingum-Cunge methode namelijk dat zij kennis veronderstelt van fysische parameters zoals bodemverhang, bodemruwheid en doorstroomoppervlak. Op grond van dezelfde tegenargumenten als bij de "Cunge" methode zal de door Ponce en Yevjevich geïntroduceerde methode eveneens niet gehanteerd worden.

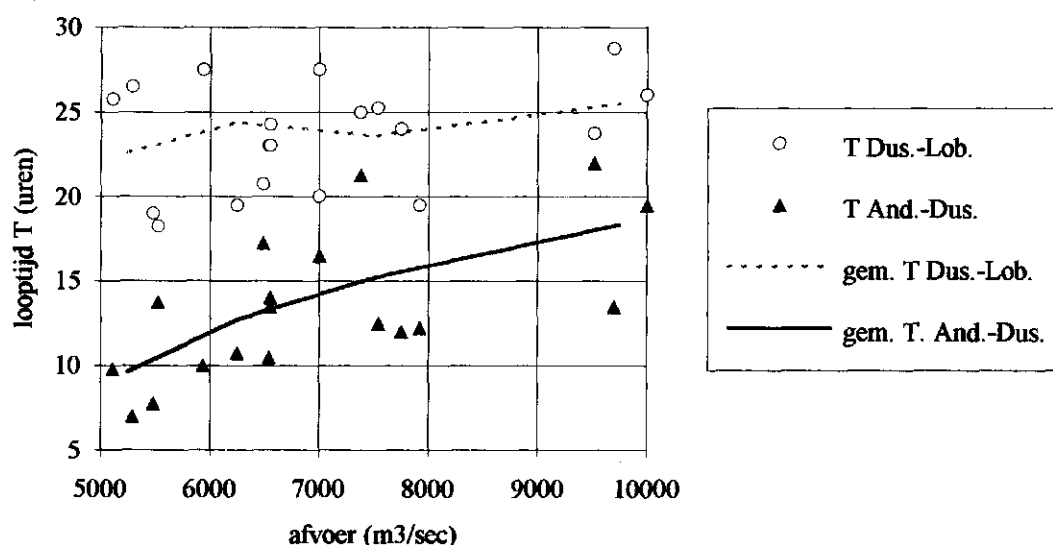
4.2.3 Gesegmenteerde modelparameter K

In paragraaf 4.1.3 werd reeds uitgelegd dat modelparameter K fysisch gezien overeen komt met de looptijd van een hoogwatergolf binnen een bepaald traject. In deze paragraaf wordt, voordat overgegaan wordt op de afvoerklassenindeling, enige aandacht besteed aan de variatie in de looptijden van verschillende golven.

Zoals al eerder vermeld is de golfsnelheid, en dus ook de looptijd, binnen een traject sterk afhankelijk van de geometrie van het traject, de afvoer van zijrivieren evenals van

de vorm van de golf. Het is dan ook niet verwonderlijk dat de variatie in de looptijd sterk trajectafhankelijk is. Met gebruik van een aantal in het verleden verzamelde gegevens over de looptijden van verschillende hoogwatergolven is getracht een beeld te scheppen over de variatie van de looptijden binnen twee verschillende trajecten. In figuur 4.2-1 zijn voor de trajecten Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith de looptijden van verschillende golven uitgezet tegen de topafvoer bij Andernach.

Ondanks het feit dat er vooral voor het traject Andernach-Düsseldorf per afvoerklasse veel variatie in de looptijden optreedt kan er toch gesteld dat de looptijden bij beide trajecten toenemen met de afvoer. Toename van de looptijd van een golf bij toenemende afvoer kan normaliter worden toegeschreven aan een toenemende "remmende" werking van de onderlopende uiterwaarden. De looptijden van de golven binnen het traject Düsseldorf-Lobith blijven echter behoorlijk constant tussen een afvoer van 6000 tot 7500 m^3/s . Een mogelijke verklaring voor het vlakke verloop is het feit dat eenmaal ondergelopen uiterwaarden minder weerstand leveren dan onderlopende uiterwaarden. De lange looptijden bij extreem hoge waterstanden kan misschien worden toegeschreven aan overstroming van gebieden die zelfs buiten de uiterwaarden vallen.



Figuur 4.2-1: Looptijd van een hoogwatergolf uitgezet tegen de topafvoer te Andernach voor de trajecten Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith (naar: RIZA).

Het is opvallend dat binnen het traject Düsseldorf-Lobith minder sprake is van een toenemende trend van de looptijd met de afvoer dan binnen het traject Andernach-Düsseldorf. Het is te verwachten dat het toepassen van een gesegmenteerde looptijd voor het eerstgenoemde traject nauwelijks verbetering op zal leveren ten opzichte van de gewone lineaire Muskingum methode. Voor het laatstgenoemde traject is wel een verbetering te verwachten. Bij het gebruik van een gesegmenteerde looptijd neemt echter met het aantal klassen het aantal modelparameters toe. Het is de vraag of dit ten koste gaat van de robuustheid van het model. Een deel van het subjectieve karakter van de klassenindeling kan verdwijnen door een globale afvoerklassenindeling af te leiden uit de bovenstaande figuren.

Voor het traject Worms-Andernach zijn de looptijden van hoogwatergolven erg afhankelijk van de afvoer van de Moezel. Het komt zelfs regelmatig voor dat een hoogwatergolf die Andernach passeert voor het overgrote deel afkomstig is van de Moezel. In deze gevallen kan er geen looptijd tussen Worms en Andernach bepaald worden. Het is voor te stellen dat het toepassen van de "segmented curve" methode geen zin heeft indien de zijdelings toevoer in het traject zo groot is, dat de hoogwatergolf afkomstig van Worms geheel van afvoer en vorm verandert.

4.3 Parameter schatting bij de Muskingum methode

4.3.1 Inleiding

Het maken van de juiste parameter schatting is één van de belangrijkste aspecten bij toepassing van de Muskingum methode. Uiteraard dient daartoe het begrip "juiste" nader gedefinieerd te worden. De juistheid van de gekozen parameter is immers afhankelijk van criterium dat ten aanzien van het uiteindelijke resultaat gehanteerd wordt (bv. kleinste kwadraten criterium; zie paragraaf 3.5). Naast deze mathematische criteria speelt ook de fysische betekenis van de gekozen parameters en de robuustheid van de parameters een rol. In het algemeen wil men namelijk een model dat zo dicht mogelijk bij de fysische werkelijkheid staat en dat zo robuust mogelijk is. Wanneer bijvoorbeeld de optimale x en K waarden constant zijn voor twee vergelijkbaar hoge golven op hetzelfde traject dan is het meer waarschijnlijk dat de parameters een fysische betekenis hebben dan wanneer ze niet constant zouden zijn geweest. Verder kan men op basis van eerdere kennis over looptijden al enig inzicht hebben in welke K 's realistische waarde zouden kunnen hebben en geldt voor x dat zij niet al te ver buiten het geldigheidsinterval mag liggen (zie paragraaf 4.1.5).

In deze paragraaf zal een kort overzicht gegeven worden van enkele parameter schattingsmethoden. Het gaat er daarbij meer om de verschillende methoden aan te stippen als om een uitvoerige uitleg. Allereerst wordt bekeken op welke wijze de parameters geschat kunnen worden ten behoeve van de toepassing van de lineaire Muskingum methode.

4.3.2 Parameter schatting

De meest bekende en meest eenvoudige schattingsmethode is de zogenaamde grafische methode. Bij deze methode kiest men een bepaalde vaste waarde van x en zet men vervolgens de berging S uit tegen de gewogen in- en uitvoer $xI + (1-x)O$. Door "trial and error" kiest men x vervolgens dusdanig dat de "loop" door de punten zo smal mogelijk wordt. De richtingscoëfficiënt van de beste rechte lijn door deze punten geeft in dat geval de beste schatting van K bij de gekozen x -waarde. Men probeert met andere woorden de correlatiecoëfficiënt tussen de berging en gewogen in- en uitvoer zo groot mogelijk te krijgen (Singh, 1979; Chow, 1964).

Een tweede methode die hier direct van is afgeleid is de welbekende kleinste kwadratenmethode. De kleinste kwadratenmethode is in feite de numerieke uitdrukking van de bovengenoemde grafische methode. Bij toepassing van deze methode wordt de som van de kwadratische afwijkingen tussen de waargenomen en de berekende berging geminima-

liseerd voor een bepaalde golf en voor een bepaald traject. Voor de uitwerking van deze methode wordt onder andere verwezen naar Singh (1979) en Gill (1977). Ook voor de eerder besproken "segmented curve" versie van de Muskingum methode is een kleinste kwadraten methode bruikbaar (Gill, 1977).

Naast deze eenvoudige methoden vermeldt Singh ook de ietwat ingewikkeldere parameterschattingmethoden zoals bijvoorbeeld de momenten methode (Nash, 1959) en de "cumulants" methode (Dooge, 1973). In het verleden is ook wel gebruik gemaakt van "linear programming" als parameterschattingstechniek (Stephenson, 1979). Een voorbeeld van een meer recentere techniek voor parameterschatting voor de Muskingum methode is de non-linear programming techniek ontwikkeld door Kshirsagar et al. (1995).

In de in dit verslag gehanteerde modellen is geen gebruik gemaakt van bovenstaande parameterschattingstechnieken, maar zijn optimalisatie-algoritmen uit de spreadsheet programma's Quattro Pro en Excel gebruikt. Deze algoritmen minimaliseerden de variantie van de voorspelfouten, conform het kleinste kwadraten (KK) criterium genoemd in paragraaf 3.5.

4.4 Modelleren van de zijrivieren

4.4.1 Inleiding

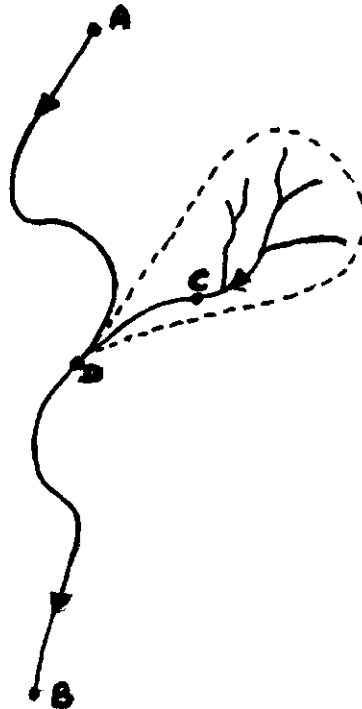
Uit de vorige paragrafen kwam al naar voren dat de Muskingum methode gebruikt kan worden om een hoogwatergolf door een gesloten traject te routen. Er wordt in principe geen rekening gehouden met de aanvoer van belangrijke zijrivieren binnen het traject. Aangezien er in werkelijkheid binnen de Rijntrajecten significante bijdragen van zijrivieren optreden zal er een kleine uitbreiding van de Muskingum methode moeten plaatsvinden om een redelijk kloppende massabalans te verkrijgen. Optimalisatie van de parameters x en K bij aanwezigheid van een groot massabalanstekort zou namelijk resulteren in sterk uiteenlopende waarden van x en K (zie resultaten hoofdstuk 4). Er bestaan verschillende methoden om de invloed van de zijrivieren op de passerende hoogwatergolf in te bouwen in het model. Benadrukt moet worden dat deze methoden allen empirisch (proefondervindelijk) van aard zijn en dus niet direct zijn afgeleid uit de fysica. Wel wordt geprobeerd rekening te houden met fysische begrippen als een sluitende massabalans en geschatte looptijden. In deze paragraaf zullen de voor- en nadelen van enkele methoden worden toegelicht. Er wordt daarbij een onderverdeling gemaakt in situaties waarin geen data van zijrivieren kunnen worden gebruikt en situaties waarin dit wel mogelijk is. Het doel is namelijk om verschillende methoden te vergelijken zodat in toekomstige flood-routingsstudies snel een modelkeuze kan worden gemaakt aan de hand van beschikbare data.

4.4.2 Modelleren van zijrivieren zonder afvoerdata van de zijrivieren

De methoden zullen worden besproken aan de hand van figuur (figuur 4.4-1). Wanneer er geen beschikking is over de afvoer van zijrivieren kunnen eenvoudige correcties aan de afvoer in het benedenstroomse punt van het traject (B) toegepast worden. Het toevoegen van een gemiddelde seizoensafvoer van een zijrivier aan de invoer of uitvoer van

het traject levert bij kleine zijrivieren zonder snelle en sterke afvoerfluctuatie geen grote fouten op. Op grote zijrivieren zoals de Main, Moezel en Ruhr kunnen echter aanzienlijke hoogwatergolven optreden die niet verwaarloosd mogen worden.

Een *grove*, maar tamelijk gebruikelijke methode om ook te corrigeren voor piekafvoeren van een zijrivier bestaat uit het koppelen van een multiplicatieve factor aan de invoer of uitvoer van het traject. Deze factor wordt bepaald uit het massabalanstekort van het traject binnen een gewenste periode. De gedachte hierachter is dat bij het optreden van een hoogwatergolf op de hoofdriever ook een hoogwatergolf op de zijrivier optreedt. In het stroomgebied van de Rijn blijkt deze situatie globaal gezien vaak voor te komen, daar de meeste zijrivieren van de Rijn regenrivieren zijn en de hoogwatergolven vrijwel altijd gedurende grootschalige, uniforme en aanhoudende regenperioden voorkomen. Wanneer een hoogwatergolf op de Rijn echter niet ontstaat als gevolg van regen, maar als gevolg van sneeuwsmelt, zal deze methode slechte resultaten opleveren. Dit geldt uiteraard wanneer de regenhoeveelheid en intensiteit lokaal sterk verschillend is. Wanneer binnen het traject de afvoer van een *andere* zijrivier wel bekend is, is het wellicht wenselijk de multiplicatieve factor te koppelen aan de gemeten afvoer van die zijrivier. Dit zal afhangen van het feit of de twee zijrivieren eenzelfde hydrologisch regime kennen en uiteraard of de neerslag in die periode vrij uniform verdeeld is. In paragraaf 4.5.2 zullen enige resultaten ten aanzien van de hier besproken "multiplicatiefactor" methode gegeven worden.



Figuur 4.4-1: Riviertraject met één zijrivier en meetpunten A, B en C.

4.4.3 Modelleren van zijrivieren met beschikbare afvoerdata van de zijrivieren

In het geval dat de afvoer van de zijrivier(en) bekend is lijkt het voor de hand liggend om alle knooppunten van de trajecten samen te laten vallen met de mondingen van de zijrivieren. De afvoeren van de zijrivieren zouden dan eenvoudigweg bij de invoer of uitvoer van het traject kunnen worden opgeteld. Vaak kan deze methode echter niet gebruikt

worden daar de afvoer van de Rijn ter plaatse van de mondingen dikwijls niet bekend is. Het zou vanwege stuwingsinvloeden ook niet aan te raden zijn meetpunten aan te leggen in de buurt van mondingen van zijrivieren. Bovendien volgt uit de in paragraaf 4.1.5 gestelde voorwaarde dat de looptijd K ongeveer even groot of groter moet zijn dan de tijdstap tussen twee metingen (Δt). De in deze studie toegepaste tijdstap van 1 dag resulteert in dusdanig grote trajecten dat niet iedere grote zijrivier op een knooppunt aangebracht kan worden.

Wanneer echter meer metingen op een dag beschikbaar zouden zijn vormt de tijdsstap geen beperking meer om de trajecten dusdanig kort te maken dat de monding van de zijrivier samenvalt met een knooppunt (begin/eindpunt traject). Toch blijft de beperking bestaan dat de afvoer van de Rijn ter plaatse van de monding van de zijrivier onbekend is. Bij het opstellen van flood-routing vergelijkingen voor alle trajecten resulteert dit in meer onbekenden dan er vergelijkingen zijn: het stelsel vergelijkingen is dus onoplosbaar. Dit probleem kan omzeild worden met het Kalman Filter waarmee de onbekende "verborgen" afvoer geschat kan worden aan de hand van de informatie die wel beschikbaar is. Dit zal worden behandeld in paragraaf 6.2.2. Helaas kon deze methode niet worden toegepast aangezien er slechts één meting per dag beschikbaar was in deze studie.

Enkele methoden die in deze studie wel toepasbaar zijn, zullen nu worden behandeld. Hoogwatergolven die geregistreerd worden op de meetpunten van de belangrijkste zijrivieren, die meestal een stuk stroomopwaarts van de riviermonding liggen, kunnen mogelijk getransleerd worden naar een benedenstrooms meetpunt op de Rijn. Het probleem waar men hierbij direct op stuit is het feit dat de looptijd van een hoogwatergolf op een zijrivier vanaf het meetpunt tot aan de monding (T_{CD}) niet exact bekend is. Bovendien is de looptijd van de hoogwatergolf op de hoofdrivier vanaf de monding tot het uitvoerpunt (T_{DB}) niet exact bekend. Vaak zijn de looptijden wel redelijk nauwkeurig te schatten door te kijken naar de lengte, afvoer en vorm van de rivier. Ook kan men soms gebruik maken van looptijdmetingen aan eerder opgetreden hoogwatergolven.

Wanneer de looptijdschatting van een hoogwatergolf vanaf een meetpunt op de zijrivier (C) tot aan het uitvoerpunt van het traject (B), K_{CB} ongeveer even groot is als Δt (bijv. looptijd Hattingen-Lobith), dan kan de afvoer van de zijrivier direct opgeteld worden bij de invoer of uitvoervoorspelling van het traject. Een mogelijk probleem waar men op stuit wanneer de afvoer Q_C bij de invoer Q_A wordt opgeteld is het feit dat sterke dagelijkse fluctuaties op de zijrivier te sterk afgevlakt worden. Bovendien dient men voor de voorspelling van Q_B op dag t ook te beschikken over Q_C op dag t , voorspellen dus. Anderzijds wordt bij sommatie van Q_C en de voorspelling van Q_B de fluctuatie van de zijrivier weer te weinig afgevlakt. Het verdelen van Q_C over Q_A en de voorspelling van Q_B is hiervoor een mogelijke oplossing.

Wanneer de looptijd van C tot aan B echter niet ongeveer gelijk is aan Δt , dan kan men de afvoer aanpassen aan de looptijd T_{CB} . Hierbij wordt interpolatie tussen twee gemeten afvoerwaarden toegepast indien de looptijd K_{CB} groter is dan Δt . Wanneer de looptijd K_{CB} kleiner is dan Δt kan of extrapolatie van de reeds gemeten Q_C of interpolatie tussen een gemeten en een voorspelde afvoer van de zijrivier worden toegepast.

Gezien het empirische karakter van bovenstaande methoden is er onzekerheid over de mate van afvlakking van de golf van de zijrivier en over de invloed van de golf van de zijrivier op de golf van de hoofdstroom (vaak worden de golven simpelweg gesuperponeerd). Daarnaast moet bij een meerdaagse voorspelling de afvoer van de zijrivier zelf voorspeld worden hetgeen extra onzekerheid oplevert. Dit zal, naargelang er verder vooruit moet worden voorspeld, moeten gebeuren aan de hand van de bovenstroomse afvoer van de zijrivier, neerslag-afvoer-voorspelling en zelfs neerslagvoorspelling. Voorspellingen van de afvoeren van zijrivieren zullen aan bod komen in hoofdstuk 8.

In dit verslag zullen afhankelijk van de situatie bovenstaande methoden worden gebruikt om zijrivieren te modelleren. Daarbij wordt telkens een tweedeling gemaakt in situaties waarin wel data van zijrivieren bekend zijn en situaties waarin dit niet het geval is.

4.5 Toepassing en resultaten

4.5.1 Inleiding

In dit hoofdstuk en de daarop volgende zullen resultaten grotendeels worden weergegeven in de vorm van tabel 4.5-1. Deze tabel zal in het vervolg worden aangeduid met de term "resultatentabel". In de tabel worden voor elke geselecteerde hoogwatergolf de optimale waarden voor de modelparameters (in dit geval x en K) weergegeven. De resulterende standaardafwijkingen tussen de opgetreden en de berekende afvoerwaarden zijn weergegeven op de diagonaal aan de rechterzijde van de tabel (dik gedrukt). Voor een definitie van het begrip optimale waarden en de procedure voor de bepaling ervan wordt verwezen naar paragraaf 3.5. Ten overvloede wordt hier nog eens vermeld dat de waarden in de tabellen resultaten zijn van een *berekening* van de uitvoer van een traject, niet direct een voorspelling.

Om de gevoeligheid van de gebruikte methode te analyseren zijn de optimale waarden van de modelparameters van iedere golf (bijv. '88) toegepast op de berekening van de andere golven (in dit voorbeeld '90, '93 en '95). De resulterende standaardafwijkingen hiervan zijn weergegeven buiten de diagonaal van de resultatentabel. Naast deze tabelvorm zullen regelmatig afvoergrafieken gebruikt worden om bepaalde situaties te verduidelijken. Ook zullen 3-dimensionale figuren gebruikt worden om de gevoeligheid van de onderzochte methoden te illustreren.

4.5.2 Resultaten van de lineaire Muskingum methode

Verwaarlozing van afvoer van zijrivieren

Er zullen in deze paragraaf geen resultaten worden weergegeven ten aanzien van de Muskingum methode zonder koppeling aan de eerder genoemde multiplicatiefactor. Tijdens deze studie bleek al spoedig dat bij het weglaten van de multiplicatiefactor, waarbij de afvoeren van de zijrivieren verwaarloosd worden, de massabalans dusdanig verstoord wordt dat de optimale waarden van x en K nauwelijks meer fysische betekenis hebben. De gevonden waarden voor x en K zullen slechts het resultaat zijn van een poging van het model om de massabalans kloppend te maken. Er is dan geen sprake van een robuust model.

Voor het traject Düsseldorf-Lobith en het traject Andernach-Düsseldorf is de multiplicatieve factor bepaald aan de hand van het massabalanstekort van het traject over de jaren 1988, 1989, 1993 en 1994. De factor is steeds vermenigvuldigd met de invoeren van de trajecten. Voor de trajecten werden de volgende multiplicatiefactoren gevonden:

Düsseldorf-Lobith 1.03
Andernach-Düsseldorf 1.05

Voor de trajecten Düsseldorf-Lobith en Andernach-Düsseldorf zijn de resultaten weergegeven in de tabellen 4.5-1 en 4.5-2.

Tabel 4.5-1: Resultatentabel voor de Muskingum methode met multiplicatiefactor (1,03) voor het traject Düsseldorf-Lobith.

datum	modelparamet. Musk.		standaardafwijking [m ³ /sec.]			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,23	106000	128	152	144	153
febr '90	-0,04	93000	161	100	107	106
dec. '93	0,08	94000	270	256	225	254
jan. '95	0,07	83000	260	233	232	230

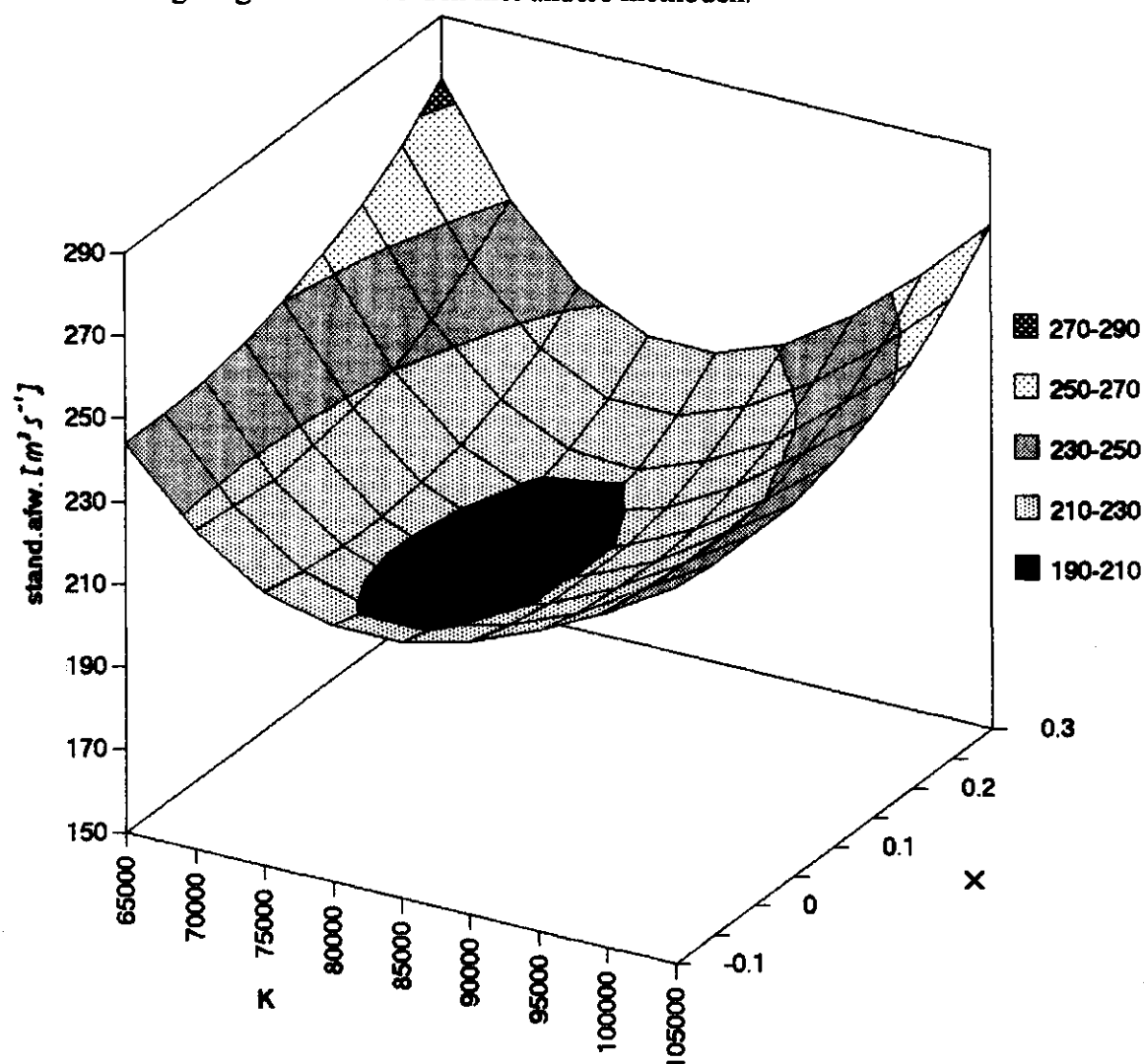
Tabel 4.5-2: Resultatentabel voor de Muskingum methode met multiplicatiefactor (1,05) voor het traject Andernach-Düsseldorf.

datum	modelparamet. Musk.		standaardafwijking [m ³ /sec.]			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	-0,45	48000	103	120	125	136
febr '90	-0,02	54000	170	155	158	159
dec. '93	-0,07	58000	190	165	161	177
jan. '95	0,16	54000	190	143	151	134

Door toepassing van de multiplicatiefactor komt de massabalans dichterbij de werkelijke situatie dan zonder factor (niet weergegeven). Dit resulteert in een kleinere variatie in de waarden van x en K voor de verschillende golven. Mede hierdoor krijgen de waarden van de modelparameters een grotere fysische betekenis. Opvallend is de afwijking van de x-waarde voor de golf van 1988 in het traject Andernach-Düsseldorf. Deze afwijking kan niet op fysische gronden verklaard worden.

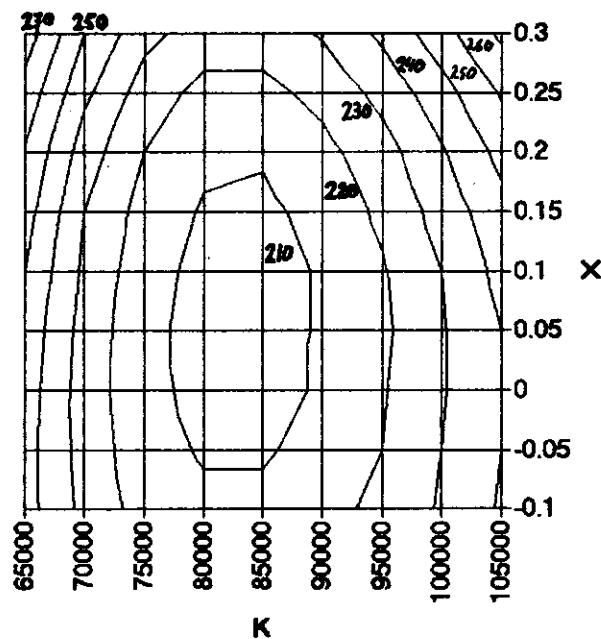
De standaardafwijkingen die ontstaan bij toepassing van de modelparameters uit een "andere" golf zijn maximaal een factor 1,6 groter dan de waarden op de diagonaal. Om meer

te kunnen zeggen over de gevoeligheid van het model kan een uitgebreidere gevoeligheidsanalyse gedaan worden. Dit zal worden toegelicht met behulp van figuur 4.5-1 en 4.5-2. In figuur 4.5-1 is de standaardafwijking van de residuen van de Muskingum voorspelling voor '88 uitgezet is tegen x en K . Ten tweede dient de "kale" Muskingum methode nog vergeleken te worden met andere methoden.



Figuur 4.5-1: Gevoeligheidsanalyse van de Muskingum-"multiplicatiefactor" methode voor de hoogwatergolf van 1988 op het traject Düsseldorf-Lobith ($m = 1,03$).

Uit de figuur blijkt dat de standaardafwijking geleidelijk toeneemt bij het veranderen van de parameters startend vanuit het optimale punt. Het is duidelijk dat er maar één globaal optimum is en dat er geen lokale optima zijn. De contourlijnen van de 3-dimensionale figuur 4.5-1 zijn weergegeven in figuur 4.5-2. Het vergelijken van contourlijnplots van verschillende methoden en voor verschillende golven kan een duidelijk inzicht geven in de robuustheid van de methoden. Aangezien het maken van contourplots voor iedere golf, iedere methode en ieder traject een omslachtig werk is zal er in de volgende hoofdstukken meestal worden volstaan met de weergave van de resultatentabel. Dit geeft in principe al een goede indruk van de gevoeligheid van het model.

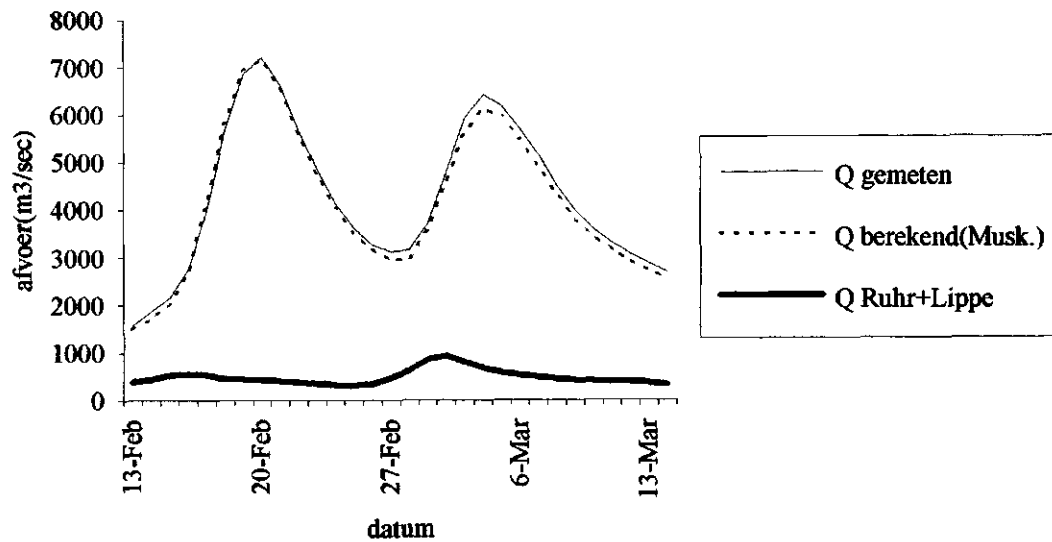


Figuur 4.5-2: Contourlijnen van de gevoeligheidsanalyse grafiek 4.5-1.

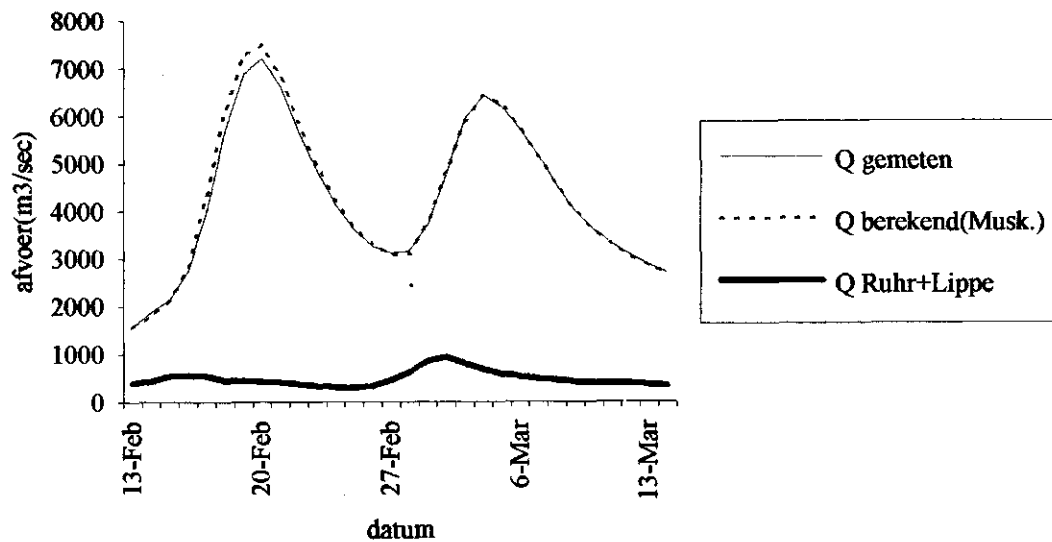
Hoewel het gebruik van de multiplicatiefactor een duidelijke verbetering geeft ten opzichte van de "droge" Muskingum methode, kleven er ook nadelen aan het gebruik ervan. Dit nadeel vloeit voort uit het eerder genoemde feit dat een vaste multiplicatiefactor een gelijktijdige en gelijkvormige hoogwatergolf op de zijtakken en de Rijn zelf suggereert.

Dat deze veronderstelling niet altijd opgaat blijkt uit figuren 4.5-3 en 4.5-4. In de figuren is de hoogwatergolf van 1990 weergegeven die bestond uit twee pieken. Bij de eerste top speelt de afvoer van de zijrivieren (Ruhr en Lippe) nauwelijks een rol van betekenis terwijl de afvoer van de zijrivieren bij de tweede top aanzienlijk is (zie ook figuur 3.3-3). Om de invloed van de correctie aan te geven is in dit voorbeeld de waarde van de multiplicatiefactor m voor de twee toppen afzonderlijk geoptimaliseerd.

Figuur 4.5-3 en 4.5-4 illustreren duidelijk dat het gebruik van een *vaste* multiplicatiefactor niet genoeg is om op ieder tijdstip de massabalans op juiste wijze te corrigeren. Uit de grafieken volgt dat bij toepassing van een m -waarde van 1,00 de tweede top onderschat wordt. Bij het toepassen van een m -waarde van 1,04 wordt juist de eerste top overschat. Een kloppende massabalans blijkt dus een belangrijke voorwaarde voor het vinden van een ongevoelig model.

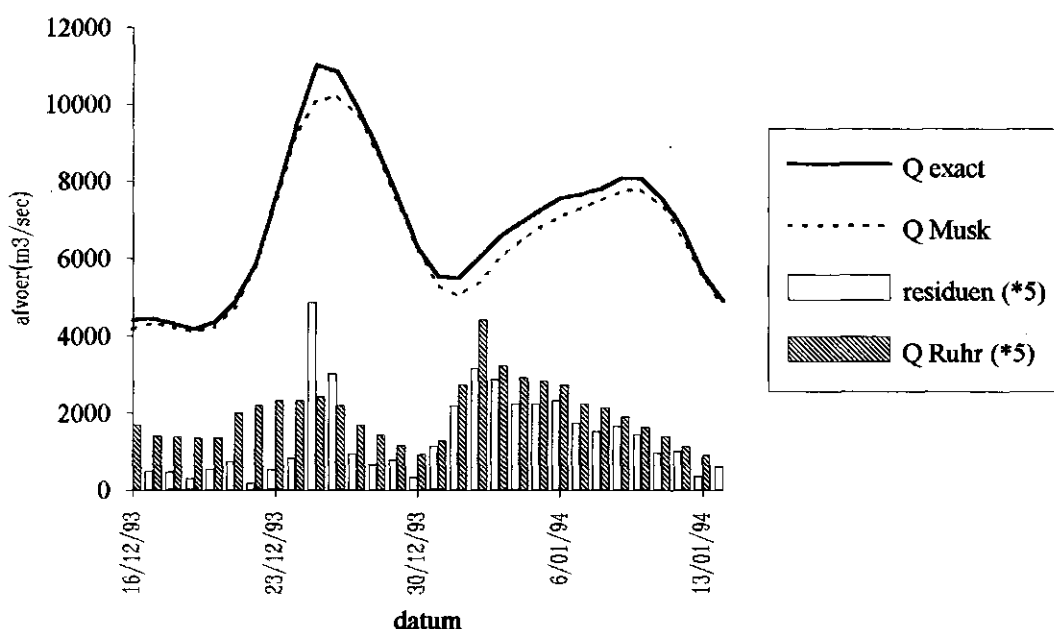


Figuur 4.5-3: Hoogwatergolf van feb. 1990 op de Rijn en de Ruhr voor het traject Düsseldorf-Lobith, waarbij m geoptimaliseerd is voor de eerste piek ($m = 1,00$).



Figuur 4.5-4: Hoogwatergolf van feb. 1990 op de Rijn en de Ruhr voor het traject Düsseldorf-Lobith, waarbij m geoptimaliseerd is voor de tweede piek ($m = 1,04$).

Wanneer we de residuen van de Muskingum voorspelling (zonder multiplicatiefactor) voor Lobith voor de golf van 1993 analyseren (zie figuur 4.5-5), blijkt dat deze qua vorm redelijk veel overeenkomst vertoont met de afvoer van de Ruhr (Hattingen) van de dag ervoor. Dit blijkt voor alle vier de geselecteerde golven te gelden. Het toevoegen van de afvoer te Hattingen op dag t aan de voorspelling voor Lobith voor dag $t+1$ zou mogelijk een aanzienlijke verbetering op kunnen leveren. Dit zal worden onderzocht in de volgende paragraaf.



Figuur 4.5-5 Residuen van de Muskingum methode op het traject Düsseldorf-Lobith en de afvoer te Hattingen voor de golf van '93.

Wat verder opvalt aan de residuen is dat deze vooral in de stijgende tak van de golf veel verschillen van de Ruhr. Dit blijkt ook bij de andere golven in meer of mindere mate voor te komen. Een mogelijke verklaring voor dit feit is dat de reservoirs die tussen Hattingen en de monding van de Ruhr liggen, bij een begin van een hoogwatergolf vol worden laten gelopen. Een tweede mogelijkheid is uiteraard dat er sprake is van een tekortkoming van het Muskingum model. Aan deze systematische fout zal nog enige aandacht worden besteed in hoofdstuk 7. Ten derde is in figuur 4.5-5 zichtbaar dat de residuen vrij geleidelijk fluctueren in de tijd. Dit biedt wellicht perspectieven voor de in hoofdstuk 5 behandelde ARMA updatingsmethoden, die de residuen op dag t voorspellen aan de hand van de residuen op dag $t-1$.

Gebruik van afvoeren van zijrivieren

In de onderstaande tabel worden de resultaten gegeven van toepassing van de Muskingum methode voor het traject Düsseldorf-Lobith waarbij, in plaats van toepassing van de multiplicatiefactor, de afvoer van de Ruhr (op dag t) grofweg is opgeteld bij de voorspelling ($t+1$) van de afvoer te Lobith (zie ook paragraaf 4.4). Dit is gedaan om inzicht te verkrijgen in de potentiële verbetering van het model bij gebruik van data van de zijrivieren. Van de afvoer van de zijrivier de Lippe kon bij gebrek aan data helaas niet gebruik gemaakt worden.

Voor het traject Andernach-Düsseldorf is op getracht op dezelfde manier gebruik te maken van de afvoeren van de zijrivieren. Het probleem hierbij is echter dat de afvoerdata van de (relatief kleine) zijrivieren ontbreken. In de rest van het verslag zal de methode van koppeling van de afvoer van zijrivieren aan de Muskingum voorspelling, voor het

traject Andernach-Düsseldorf niet aan de orde komen. In appendix F is gepoogd de afvoer van de zijrivieren binnen het traject Andernach-Düsseldorf te relateren aan de afvoer van de Ruhr en de Lahn.

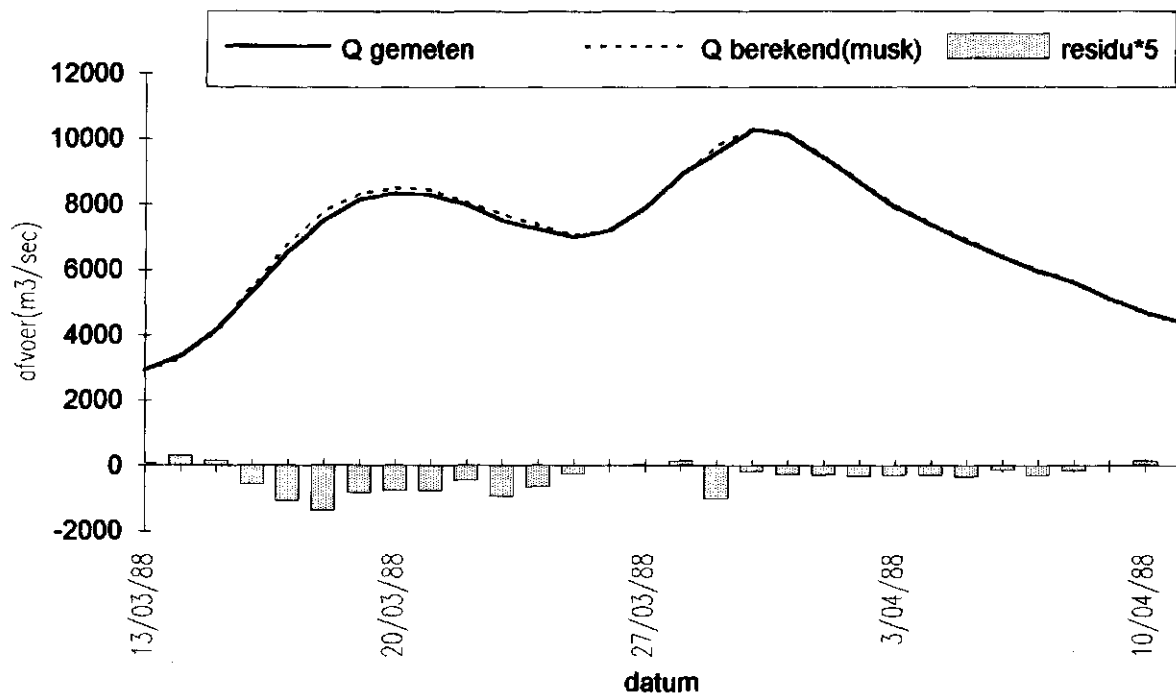
Tabel 4.5-3: Resultatentabel voor de Muskingum methode met gebruik van de afvoer van de Ruhr voor het traject Düsseldorf-Lobith.

datum	modelparamet. Musk.		standaardafwijking [m ³ /sec.]			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,43	120 000	111	189	157	171
febr '90	0,09	97 000	204	130	168	149
dec. '93	0,33	100 000	214	192	148	154
jan. '95	0,27	97 000	221	148	131	126

Uit bovenstaande tabel volgt dat de waarde van K redelijk constant is met uitzondering van de golf van 1988. De behoorlijk hoge waarden van x en K van de golf van 1988 zijn er de oorzaak van dat de standaard afwijkingen van de andere golven erg groot worden bij substitutie van x en K waarden van de golf van 1988. Wanneer de resultaten in de bovenstaande tabel vergeleken worden met de resultaten van de "kale" Muskingum methode (dus zonder Ruhr) dan blijkt dat de resultaten enigszins tegenvallen. In paragraaf 4.5.2.1 werd immers op basis van een studie naar de correlatie tussen de residuen en de afvoer bij Hattingen (meetpunt Ruhr) een flinke verbetering van de resultaten verwacht bij gebruik van de afvoer van de Ruhr in de voorspelling. Voor de twee golven met de in eerste instantie hoogste residuen (1993 en 1995), treedt een aanzienlijke verbetering van de voorspelling op. Bij de golven van 1988 en 1990 treedt echter een onverwachte verslechtering van de resultaten op. Voor dit opmerkelijk feit zal een verklaring gegeven worden aan de hand van figuur 4.5-6.

In figuur 4.5-6 is duidelijk te zien hoe de voorspelling continu de werkelijke golf overschat. Dit duidt op een structureel massaoverschot. Wel dient de opmerking gemaakt te worden dat in de Muskingum voorspelling voor dag t+1 al gebruik gemaakt wordt van C3 ($\pm 0,2$) maal de afvoer te Lobith op dag t (zie verg. 4-6). Hierin zit al een stukje van de afvoer van de Ruhr, dat overigens ongeveer even groot is als de gemiddelde afvoer van de zijrivier de Lippe tijdens de hoogwatergolf van 1988.

Na controle bleek dat het zojuist genoemde massabalans overschot toch werkelijk bestaat en dat dus enige onzuiverheid in de data van de afvoer te Düsseldorf, Lobith of Hattingen zit. Dit is verder onderzocht in appendix A. Deze onzuiverheid van de data werkt dus door in de voorspellingen. Bovendien bestaat er onzekerheid omtrent het werkelijke verloop van de afvoer van de Ruhr rondom de monding. Tussen het meetpunt Hattingen en de monding liggen immers drie reservoirs die bij hoogwater vol kunnen worden laten gelopen.



Figuur 4.5-6 Muskingum(+ Q_{Hm}) voorspelling voor de golf van 1988 voor het traject Düsseldorf-Lobith.

Toch kan er gesteld worden dat gezien de resultaten van 1995 en 1993 er verwacht kan worden dat bij gebruik van data waarbij de massabalans in orde is, er een (aanzienlijke) verbetering van de voorspelling mogelijk moet zijn bij gebruik van afvoeren van de zijrivieren. Bij aanwezigheid van een massabalansoverschot is het misschien wenselijk de afvoer van de zijrivieren van dag tot dag aan te passen (zie hoofdstuk 6). Hierbij wordt er vanuit gegaan dat de onzuiverheid zit in de data van de zijrivieren.

Bij de modellering van het traject *Worms-Andernach* is ervoor gekozen de afvoer van de Main te Obernau direct op te tellen bij de afvoer te Worms. Dit is gedaan aangezien de afstand vanaf het meetpunt op de Main tot aan de monding ongeveer even groot is als de afstand tussen Worms en de monding. Hierdoor is de kans dat de looptijden tot aan de monding ongeveer gelijk zijn vrij groot. Daarnaast is bekend dat de looptijd van een hoogwatergolf op de Moezel van meetpunt Trier tot aan de monding rond de 17 uur ligt. Daarom is onderzocht of het simpelweg optellen van de afvoer te Trier (op dag t) bij de voorspelling ($t+1$) voor Andernach of bij de invoer (Worms) een redelijk resultaat opleverde. Ook de afvoer van de rivier de Lahn is hierbij toegepast.

Uit de resultaten bleek al vrij spoedig dat het toepassen van de Muskingum methode niet voldoende is om een behoorlijke voorspelling te maken voor de afvoer te Andernach.

Hiervoor kan een aantal redenen worden aangedragen:

- door de enorme bijdrage van de Moezel kan geen fysische x en K waarde gevonden worden voor het gehele traject Worms-Andernach;
- doordat de looptijd Trier tot Andernach net iets minder dan een dag is, blijkt men bij sterke stijging van de afvoer te Trier gegevens te missen;
- het afvoerdynamiek van de Moezel is te gecompliceerd om de afvoer simpelweg te superponeren op de voorspelling;

- verwaarlozing van de zijrivier de Nahe levert een behoorlijk massabalanstekort op dat niet eenvoudigweg vereffend kan worden door een multiplicatiefactor.

Het superponeren van de (eventueel aangepaste) afvoer van zijrivieren op de voorspelling gaat erg ver in de richting van multi-lineaire regressie, zoals toegepast bij het model Lobith. Verder onderzoek in deze richting is ons in deze studie niet ten doel gesteld. In hoofdstuk 5 zal wel onderzocht worden of koppeling van het Muskingum model aan een statistische ARMA methode gewenst resultaat oplevert.

4.5.3 Resultaten van de niet-lineaire Muskingum methode: gesegmenteerde K

Verwaarlozing van afvoer van zijrivieren

Onderzocht is de toepassing van een methode waarbij de looptijd van de golf een step-functie is van de grootte van het debiet. Aanleiding hiertoe is de uiteenzetting over looptijden gegeven in paragraaf 4.2.3. Voor het traject Düsseldorf-Lobith en het traject Andernach-Düsseldorf is in eerste instantie onderzocht of een indeling van de looptijd in twee afvoerklassen een verbetering oplevert ten opzicht van de Muskingum-"multiplicatiefactor" methode beschreven in de vorige paragraaf. Overigens is ook bij deze methode een multiplicatiefactor toegepast. Daarnaast is ook een indeling van de looptijd in drie klassen onderzocht. Toepassing van drie afvoerklassen leverde echter geen verbeteringen op ten opzichte van het tweeklassenmodel.

Daarnaast is onderzocht of een segmentering van de parameter x enige verbetering in de resultaten oplevert. Al snel genoeg bleek dat toepassing van een gesegmenteerde x geen verbetering opleverde. Dit is vooral te wijten aan het feit dat x fysisch gezien weinig afhankelijk is van de grootte van de afvoer. Versturende invloeden zoals een niet kloppende massabalans zullen de relatie tussen de afvoer en de parameter x vertroebelen. Dit blijkt ook uit het feit dat iedere golf zijn eigen optimale x heeft, terwijl K constanter is voor de verschillende golven. De resultaten van deze methode zullen dan ook niet worden weergegeven.

Ter bepaling van de klassenindeling voor de toepassing van een de gesegmenteerde looptijd methode is gebruik gemaakt van figuur 4.2-1. Hoewel de afvoerklassenindeling nog steeds een subjectief karakter heeft, is na veelvuldig schuiven met de klassen, gekozen voor een twee klassenmodel bestaande uit een K voor de afvoeren kleiner en groter dan $6000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. Het drieklassenmodel, dat hier niet behandeld wordt, maakte een onderverdeling in afvoeren beneden de $6000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, tussen de 6000 en de $8000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ en hoger dan $8000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

De resultaten voor het tweeklassenmodel voor het traject Düsseldorf-Lobith en het traject Andernach-Düsseldorf zijn gegeven in tabellen 4.5-4 en 4.5-5.

Tabel 4.5-4: Resultatentabel voor de gesegmenteerde Muskingum methode met multiplicatiefactor (1,03) voor het traject Düsseldorf-Lobith (K in sec.).

datum	modelparameters Musk.			standaardafwijking [m ³ /sec.]			
	x	K<6000	K>6000	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,21	114000	101000	125	157	141	154
febr. '90	0,02	87000	102000	177	93	113	104
dec. '93	0,08	97000	93000	266	260	252	254
jan. '95	0,06	89000	91000	262	237	233	231

Tabel 4.5-5: Resultatentabel voor de gesegmenteerde Muskingum methode met multiplicatiefactor (1,05) voor het traject Andernach-Düsseldorf (K in sec.).

datum	modelparameters Musk.			standaardafwijking [m ³ /sec.]			
	x	K<6000	K>6000	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	-0,37	43000	50000	101	136	118	147
febr. '90	0,07	51000	65000	174	147	153	166
dec. '93	-0,07	46000	62000	179	158	150	190
jan. '95	0,31	45000	62000	187	138	151	114

Net als bij de lineaire Muskingum methode met multiplicatiefactor zijn de x-waarden voor beide trajecten zeer variabel per golf. Dit maakt het onwaarschijnlijk dat het model robuust is. Voor het uiteindelijke model zal namelijk een enkele x-waarde gekozen moeten worden, welke voor elke golf toepasbaar moet zijn. Daarentegen zijn de K-waarden voor het traject Andernach-Düsseldorf wel redelijk consistent per afvoerklasse.

Wanneer de standaardafwijkingen in de tabellen vergeleken worden met die van de resultatentabellen uit paragraaf 4.5.2 blijkt dat het toepassen van een gesegmenteerde looptijd geen verbetering levert voor het traject Düsseldorf-Lobith en een geringe verbetering voor het traject Andernach-Düsseldorf. Voor het laatstgenoemde traject is vooral een verkleining van de standaardafwijkingen op de diagonaal zichtbaar.

Het is waarschijnlijk dat de potentiële verbetering ten gevolge van de segmentatie deels teniet wordt gedaan door het nog steeds aanwezige massabalanstekort of overschot, waardoor de berekende x-waarden nog sterk fluctueren. Toepassing van de "gesegmenteerde K methode" in een situatie waarbij de zijrivieren meegenomen worden in de voorspelling zou daarom kunnen leiden tot een grotere potentiële verbetering ten gevolge van segmentatie. In de volgende paragraaf zal dit dan ook daadwerkelijk worden onderzocht.

Gebruik van afvoer van zijrivieren

De toepassing van de "gesegmenteerde K" methode waarbij de zijrivieren in de modellering worden meegenomen zal alleen voor het traject Düsseldorf-Lobith plaatsvinden. Voor het traject Andernach-Düsseldorf kan deze methode niet worden toegepast aangezien voor dit traject geen gegevens over de zijrivieren bekend zijn. De resultaten voor het traject Düsseldorf-Lobith worden gegeven in onderstaande tabel (tabel 4.5-6). Evenals in paragraaf 4.5.2.2 is de afvoer van de Ruhr bij de voorspelling opgeteld en is de afvoer van de Lippe om de in paragraaf 4.5.2.2 genoemde redenen niet meegenomen.

Tabel 4.5-6: Resultatentabel voor de gesegmenteerde Muskingum methode met zijrivieren voor het traject Düsseldorf-Lobith (K in sec.).

datum	modelparameters Musk			standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K<6000	K>6000	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,21	114000	101000	125	157	141	154
febr. '90	0,02	87000	102000	177	93	113	104
dec. '93	0,08	97000	93000	266	260	252	254
jan. '95	0,06	89000	91000	262	237	233	231

Vergelijking met de in paragraaf 4.5.2.2 gepresenteerde resultaten van de niet-gesegmenteerde Muskingum methode (eveneens met gebruik zijrivieren) voor hetzelfde traject leert dat segmentatie van de K niet leidt tot betere resultaten. De verklaring hiervoor zou kunnen liggen in het feit dat de in praktijk optredende debietsafhankelijke looptijden te weinig van elkaar verschillen (zie ook figuur 4.2-1) en dus te weinig significant zijn in het eenvoudige Muskingum model. Een tweede verklaring zou kunnen liggen in het feit dat de massabalans nog steeds niet sluitend na toepassing van de Muskingum methode (met zijrivieren), aangezien wel de Ruhr, maar niet de Lippe is meegenomen en dat daarnaast van de data bekend is dat zij niet geheel zuiver zijn.

4.5 Samenvatting en conclusies

Hoofdstuk 4 behandelt het hydrologische deel van het hybride model: het Muskingum model. Bij de methode die aan dit model ten grondslag ligt wordt een massabalans gecombineerd met een empirische relatie. De aannames die bij deze lineaire relatie gedaan worden zijn: 1) Het waterspiegelverloop op het betreffende traject is lineair. 2) De relatie tussen de waterstand en het debiet is lineair voor kleine debietsveranderingen. Het Muskingum model kent twee parameters, x en K, waarvan de x nauwelijks een fysische betekenis heeft en de K bij benadering overeen komt met de looptijd van de hoogwatergolf voor een bepaald traject.

Een voordeel van de Muskingum methode is dat zij zeer eenvoudig is toe te passen. Bij toepassing van het Muskingum model bleek dat verwaarlozing van zijrivieren soms leidde tot grote fouten in de voorspelling. Wanneer echter de afvoeren van de zijrivieren

op eenvoudige wijze werden gesuperponeerd bij de Muskingum voorspelling, leidde dit over het algemeen tot redelijke resultaten. Uit de grote hoeveelheid samenhang tussen de residuen van deze voorspellingen kwam naar voren dat updating van de residuen (en dus een verbetering van de voorspellingen) zeker tot te mogelijkheden behoort.

Uit studie naar looptijden van hoogwatergolven kwam naar voren dat de looptijd K mogelijk een functie is van het debiet. Toepassing van de Muskingum methode met een gesegmenteerde K leverde echter nauwelijks een verbetering van de resultaten ten opzichte van de conventionele Muskingum methode.

Een ander fysisch fenomeen dat van belang kan zijn bij hoogwatervoorspellingen, is de zogenaamde hysteresis-lus in de Q - h relatie. Een manier om te corrigeren voor dit soort effecten vormt de zogenaamde Jones-correctie. De Jones-correctie toegepast op het Muskingum model bracht in deze studie echter geen verbetering van de resultaten. Een deel van de verklaring hiervoor moet gezocht worden in het feit dat de Jones-correctie tamelijk gevoelig is voor schattingsfouten.

Een tweede verklaring voor het feit dat de Jones-correctie geen verbetering van de resultaten oplevert ligt in het feit dat de fout die bij verwaarlozing van de Jones-correctie gemaakt wordt als gevolg van de verwaarlozing van de hysteresis-effecten bij de omzetting van de waterstand naar een debiet, voor een groot deel teniet wordt gedaan door de terug-omzetting van afvoer naar waterstand.

5 Het Muskingum model gecombineerd met een ARMA model

5.1 Inleiding

Een afvoervoorspellingsmodel, hoe geavanceerd het ook mag zijn, is slechts een model van de werkelijkheid. Als gevolg hiervan zullen de voorspelde afvoerwaarden nooit exact overeenkomen met de werkelijk opgetreden waarden. De voorspellingsfout die zodoende ontstaat wordt wel modelfout of residu genoemd. Het residu kan positief zijn (onderschatting door het model) of negatief (overschatting door het model). Wanneer de waarden van de residuen van opeenvolgende voorspellingen volledig willekeurig zijn spreekt men van zogenaamde "witte ruis". In dat geval is het onmogelijk om op basis van residuen uit het verleden enige uitspraak te doen omtrent toekomstige waarden van residuen.

Vaak is er echter systematiek te vinden in de opeenvolgende waarden van de residuen. De systematiek kan te wijten zijn aan systematische onder- of overschattingen van het model ten gevolge van bijvoorbeeld een massatekort of massa-overschot. Wanneer er sprake is van enige systematiek in de residuen, dan wordt het wél mogelijk uitspraken te doen over de waarden van toekomstige residuen op basis van eerder opgetreden waarden van residuen. Wanneer men deze voorspellingen van de toekomstige residuen optelt bij de toekomstige modelvoorspellingen, dan leidt dat meestal tot een betere voorspelling dan op basis van enkel het hydrologische model mogelijk was. Deze manier van verbeterd voorspellen wordt in de literatuur vaak aangeduid met de Engelse term "updating" en wordt veelvuldig toegepast in de hydrologie (Moll, 1986; O' Connell, 1979; Kachroo, 1991).

Een methode om toekomstigen residuen te voorspellen op basis van eerder opgetreden residuen is de zogenaamde ARMA methode (Box & Jenkins, 1970). ARMA is een afkorting voor de Engelse term "Auto Regressive Moving Average". De genoemde methode is een techniek afkomstig uit de tijdreeksanalyse en wordt dikwijls toegepast in de hydrologie. De techniek is puur statistisch van aard en kijkt dus niet naar de werkelijke fysische achtergrond waarmee de verbanden in de opeenvolgende residuen verklaard zouden kunnen worden, maar legt die verbanden puur op grond van statistische analyse. In dit hoofdstuk zullen kort de basisprincipes van ARMA processen besproken worden waarna een combinatie van een Muskingum model en een ARMA model zal worden toegepast.

5.2 ARMA Processen

De ARMA methode bestaat in feite uit twee delen, te weten: een "Auto Regressive" (AR) deel en een "Moving Average" (MA) deel. Eerst zullen enkele kenmerken van AR- en MA-processen beschreven, voordat de algemene theorie van ARMA processen wordt besproken. De beschrijving zal echter tamelijk beknopt zijn, aangezien er meer dan voldoende literatuur over deze stof voorhanden is. Voor een uitgebreide en heldere uiteenzetting over de theorie achter ARMA-processen wordt er onder andere verwezen

naar naar Box en Jenkins, (1970).

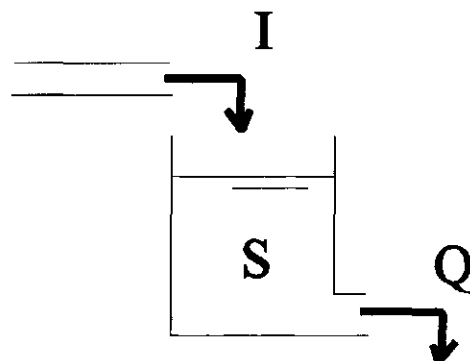
5.2.1 AR processen

Een stochastisch model dat zeer bruikbaar is om bepaalde in de praktijk optredende series te modelleren is het zogenaamde "autoregressieve" model. In dit model worden de huidige waarden van een proces weergegeven als een eindige lineaire verzameling van eerder opgetreden waarden van het proces plus daarbij een onvoorspelbare "shock" $\beta_0 \epsilon(t)$. Een "shock" is een willekeurige trekking uit een vaste verdeling (meestal een Normale verdeling). De toestanden van het te modelleren proces op de gelijkmatig verdeelde tijdstippen $t, t-1, t-2, \dots$ worden weergegeven door $X(t), X(t-1), X(t-2), \dots$. Een dergelijk proces is een AR proces van de orde p wanneer er parameters $\theta, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_0$ bestaan zodanig dat:

$$X(t) = \theta + \alpha_1 X(t-1) + \dots + \alpha_p X(t-p) + \beta_0 \epsilon(t) \quad (1)$$

Hierbij staat ϵ voor genormaliseerde witte ruis. Dat wil zeggen ruis met verwachtingswaarde nul en een standaardafwijking van één. De naam auto regressive stamt van het feit dat de bovenstaande vergelijking een regressievergelijking is waarbij de variabele $X(t)$ door regressie verklaard wordt uit eerder opgetreden waarden van de variabele zelf. Er zal hier worden volstaan met een voorbeeld van het meest eenvoudige AR(p) model, namelijk het AR(1) model. Dit voorbeeld wordt vrij uitvoerig beschreven aangezien deze vorm van het AR(p) model ook daadwerkelijk onderzocht is als updating techniek in deze studie.

We beschouwen een lineair reservoir als een voorbeeld van een hydrologisch mechanisme dat AR processen kan genereren (zie: figuur 5.2-1):



Figuur 5.2-1: Voorbeeld lineair reservoir.

De toestand van een lineair reservoir kan worden beschreven met behulp van de massabalans:

$$S(t+1) = S(t) + \Delta t \cdot [I(t+1) - Q(t+1)] \quad (2)$$

en de reservoirvergelijking:

$$S(t) = K \cdot Q(t) \quad (3)$$

I = invoer naar het reservoir [m^3/s]

Q = uitvoer van het reservoir [m^3/s]

S = inhoud/berging van het reservoir [m^3]

K = reservoirconstante (s)

Δt = tijdstap (s)

In feite is vergelijking 5-3 een vereenvoudiging van de Muskingum vergelijking, namelijk voor $x=0$ (zie ook paragraaf 4.2). Na eliminatie van S gaan de vergelijkingen over in:

$$Q(t+1) = \frac{K}{K + \Delta t} \cdot Q(t) + \frac{\Delta t}{K + \Delta t} \cdot I(t+1) \quad (4)$$

Stel nu dat de toevoer naar het reservoir beschreven kan worden als een gemiddelde toevoer plus een onverklaard willekeurige gedeelte:

$$I(t+1) = a + b \cdot \epsilon(t+1) \quad (5)$$

Waarbij a en b vaste coëfficiënten zijn. Vergelijking 5-4 gaat dan over in:

$$Q(t+1) = \frac{a \cdot \Delta t}{K + \Delta t} + \frac{K}{K + \Delta t} \cdot Q(t) + \frac{b \cdot \Delta t}{K + \Delta t} \cdot \epsilon(t+1) \quad (6)$$

hiermee wordt Q beschreven als een AR(1) proces:

$$X(t) = \theta + \alpha X(t-1) + \beta_0 \epsilon(t) \quad (7)$$

met:

$$\theta = \frac{a \cdot \Delta t}{K + \Delta t}; \quad \alpha_1 = \frac{K}{K + \Delta t}; \quad \beta_0 = \frac{b \cdot \Delta t}{K + \Delta t} \quad (8)$$

Het is aannemelijk dat het leeglopen van een dergelijk reservoir als autoregressief proces kan worden beschouwd. Wanneer namelijk Q vandaag hoog is dan betekent dat, dat de reservoirinhoud vandaag ook hoog is. De reservoirinhoud verandert wel door toedoen van I , maar dat zal in het algemeen niet zo drastisch zijn en daarmee zal Q morgen nog steeds aan de hoge kant zijn. Er bestaat dus een hoge correlatie tussen de afvoer van vandaag en die van morgen in dit voorbeeld en dus is een AR model op zijn plaats.

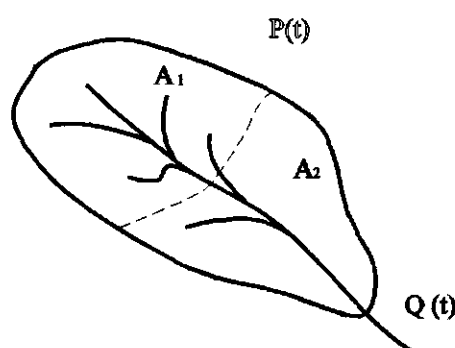
5.2.2 MA processen

Een ander belangrijk model dat de waargenomen tijdreeks op een goede manier kan beschrijven is het zogenaamde MA model. MA is een acroniem voor "Moving Average"

hetgeen in het nederlands vertaald kan worden met de term voortschrijdend gemiddelde. Bij een MA proces van de orde q wordt de betreffende tijdreeksvariabele geschreven als een eindige som van $(q+1)$ "shocks". Er geldt dat $X(1), X(2), \dots, X(t), \dots$ beschreven kunnen worden als een $MA(q)$ proces wanneer er parameters $\theta, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_q$ zijn zodanig dat:

$$X(n) = \theta + \beta_q \epsilon(t-q) + \dots + \beta_1 \epsilon(t-1) + \beta_0 \epsilon(t) \quad (9)$$

Een voorbeeld van het eenvoudigste MA proces, nl. het $MA(1)$ proces, wordt besproken aan de hand van de onderstaande figuur 5.2-2.



Figuur 5.2-2: Een hydrologisch stroomgebied.

We beschouwen een stroomgebied met daarin twee delen, namelijk deel A_1 en deel A_2 . De dagelijkse regenintensiteit $P(t)$ op een willekeurige dag t wordt verondersteld uniform verdeeld te zijn over het gebied. De afvoer bij het uitlaatpunt van het stroomgebied wordt genoteerd met $Q(t)$. De reistijd van het eerste deel van het stroomgebied naar het uitlaatpunt bedraagt één dag terwijl de regen die op het tweede deel valt het uitlaatpunt op dezelfde dag nog bereikt. Die afvoer op dag t kan daarom worden samengevat als:

$$Q(t) = A_1 P(t-1) + A_2 P(t) \quad (10)$$

Dat het proces een geheugen heeft blijkt uit het voorbeeld dat, wanneer de neerslag vandaag hoog was de afvoer vandaag hoog is en er dus morgen wederom een hoge afvoer verwacht kan worden. Wanneer er nu verondersteld wordt dat $P(t)$ samengesteld is uit een gemiddelde waarde plus daarop witte ruis:

$$P(t) = a + b \epsilon(t) \quad (11)$$

a, b = constanten

dan geldt voor de afvoer van het stroomgebied op dag n :

$$Q(t) = a \cdot (A_1 + A_2) + A_1 b \epsilon(t-1) + A_2 b \epsilon(t) \quad (12)$$

en dus kan $Q(t)$ beschreven worden met behulp van een $MA(1)$ model:

$$X(t) = \theta + \beta_1 \epsilon(t-1) + \beta_0 \epsilon(t) \quad (13)$$

met :

$$\theta = a \cdot (A_1 + A_2) \quad ; \quad \beta_1 = A_1 b \quad ; \quad \beta_0 = A_2 b \quad (14)$$

Hiermee zijn nu twee verschillende methoden besproken waarmee stationaire tijdreeksen beschreven kunnen worden namelijk de AR methode en de MA methode. Uit de theorie van de tijdreeksanalyse kan afgeleid worden dat een eindig MA proces te schrijven is als een oneindig AR proces en omgekeerd (Box en Jenkins, 1970). Toch zou het niet praktisch zijn slechts één van de twee methoden te gebruiken om een tijdreeks te beschrijven. Stel dat er ter beschrijving van een bepaalde reeks gekozen is om een AR model te gebruiken. Wanneer de reeks echter een duidelijk MA(2) karakter zou hebben, moeten er ter beschrijving van de reeks met het "verkeerd gekozen" model oneindig veel AR coëfficiënten bepaald worden. Het mag duidelijk zijn dat dit niet praktisch is. Daarom wordt er vanuit gegaan dat iedere reeks door een combinatie van een AR(p) en een MA(q) proces beschreven kan worden. Daarbij wordt de combinatie zodanig gekozen dat zo min mogelijk parameters benodigd zijn om de reeks te beschrijven. Deze zuinigheid met parameters wordt in de literatuur wel aangeduid met de Engelse term "parsimony". Het algemene ARMA(p,q) proces is dan als volgt gedefinieerd: $X(1), X(2), \dots, X(t), \dots$ is een ARMA(p,q) proces wanneer er parameters, $\theta, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_q$ bestaan zodanig dat:

$$X(t) = \theta + \alpha_1 X(t-1) + \dots + \alpha_p X(t-p) + \beta_q \epsilon(t-q) + \dots + \beta_1 \epsilon(t-1) + \beta_0 \epsilon(t) \quad (15)$$

Nu is het natuurlijk de vraag hoe het juiste ARMA(p,q) model geïdentificeerd kan worden. In de volgende paragraaf zal daarom worden ingegaan op identificatietechnieken.

5.2.3 Model-identificatietechnieken

5.2.3.1 Inleiding

Identificatietechnieken zijn procedures toegepast op een zekere dataset om te onderzoeken welk model voldoende representatief is voor de dataset. Uit een procedure volgen een aantal mogelijke modellen, die in aanmerking komen om verder onderzocht te worden. Toepassen van deze modellen op de dataset zal uitsluitend geven over het beste model. In het geval van een ARMA(p,q) model gaat het er dus om de juiste waarden van p en q te vinden.

Bij identificatietechnieken wordt er door middel van statistische analyses bekeken welke modellen statistisch gezien in aanmerking komen voor het uiteindelijke model. Twee belangrijke statistische hulpmiddelen die hierbij gebruikt worden zijn het zogenaamde

autocorrelogram en het partiële autocorrelogram. Aangezien ervoor gekozen is om de directe identificatiemethode te gebruiken in deze studie, zullen de daarbij behorende statistische hulpmiddelen achtereenvolgens besproken worden. Daarna zullen deze hulpmiddelen daadwerkelijk gebruikt worden om de te modelleren dataset te identificeren. Vervolgens zullen op basis hiervan een tweetal modellen gekozen worden, waarvan gesteld kan worden dat zij in aanmerking komen om een goede representatie van de dataset te vormen. Welke van deze modellen uiteindelijk de beste is, moet vervolgens blijken uit de toepassing van beide modellen op de datasets.

5.2.3.2 Statistische hulpmiddelen bij de modelidentificatie

Het autocorrelogram

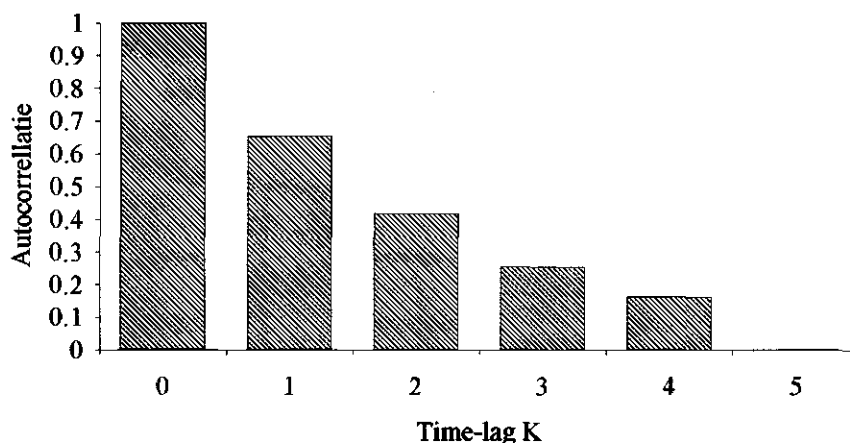
Een belangrijk hulpmiddel bij de identificatie van ARMA(p,q) modellen vormt het zogenaamde autocorrelogram. De correlatie is een maatstaf voor de *lineaire* afhankelijkheid tussen twee variabelen X en Y. Wanneer er sprake is van lineaire afhankelijkheid van een variabele met *dezelfde* variabele op een tijdstip k tijdstappen verschoven, dan spreekt men van het bestaan van een zogenaamde *autocorrelatie* van de variabele met vertraging (time-lag) k. Formeel is de autocorrelatie met vertraging k als volgt gedefinieerd:

$$\rho[k] = \text{COR}[X_t, X_{t+k}] = \frac{\text{COV}[X_t, X_{t+k}]}{\sigma[X_t] \cdot \sigma[X_{t+k}]} = \frac{c[k]}{s^2} = \frac{c[k]}{c[0]} \quad (16)$$

$\rho[k]$ = autocorrelatie van variabele X met vertraging k;
 $\sigma[X]$ = standaardafwijking van de variabele X;
 s^2 = variantie van de variabele X;
 $c[k]$ = autocovariantie van de variabele X en X met vertraging k.
 $\rho[k]$ kan geschat worden met:

$$\hat{\rho}[k] = \frac{\sum (X_t - \hat{m})(X_{t+k} - \hat{m})}{\sum (X_t - \hat{m})^2} \quad (17)$$

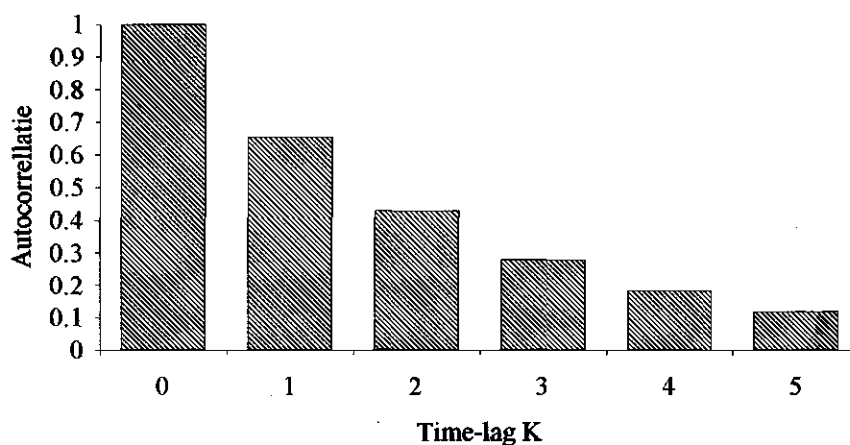
Men kan een goede indruk krijgen van de autocorrelatie van een bepaalde reeks, door de autocorrelatie $\rho[k]$ tegen de vertraging (lag) uit te zetten. De figuur die daarmee ontstaat wordt wel het "autocorrelogram" van de reeks genoemd. In de onderstaande figuur 5.2-3 wordt het autocorrelogram van een reeks residuen gegeven, die ontstond bij de voorspelling van de hoogwatergolf van 1988 met behulp van een eenvoudig Muskingum model waarbij de invloed van de zijrivieren slechts meegenomen is door middel van een constante multiplicatiefactor.



Figuur 5.2-3: Autocorrelogram voor de residuen van hoogwatervoorspelling met de Muskingum methode met multiplicatiefactor voor het traject Düsseldorf-Lobith, 1988.

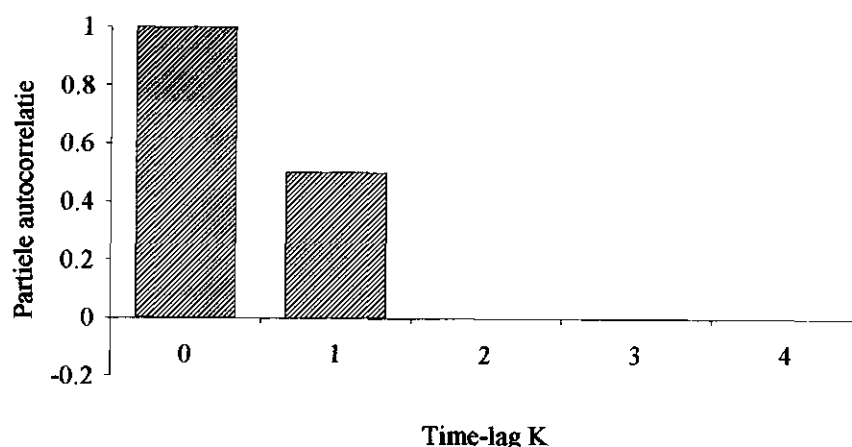
De figuur geeft een tamelijk hoge mate van autocorrelatie in de residuen te zien. Dit wordt grotendeels veroorzaakt door het massatekort/overschot dat ontstaat door de zijrivieren te modelleren met behulp van een constante multiplicatiefactor. Daarbij geldt dat de afvoer van de zijrivieren zelf ook een hoge mate van autocorrelatie vertoont. Dit komt mede doordat de tijdschaal waarin een golf optreedt op een zijrivier enkele malen groter is dan de gehanteerde tijdstap van één dag.

Omdat ieder ARMA proces gekenmerkt wordt door zijn eigen correlogram, kunnen correlogrammen goed worden gebruikt om ARMA processen te identificeren. Zo kan men het zojuist getoonde autocorrelogram vergelijken met het theoretische autocorrelogram van een AR(1) proces.



Figuur 5.2-4 Theoretisch autocorrelogram voor een AR(1) proces met $\alpha = 0,65$

Uit vergelijking van deze figuren kan men concluderen dat het zeer waarschijnlijk is dat de voorspellingsresiduen goed beschreven kunnen worden met een AR(1)-model. In figuur 5.2-5 is het autocorrelogram gegeven van een theoretisch MA(1) proces.



Figuur 5.2-5 Theoretisch autocorrelogram voor een MA(1) proces

Uit het vergelijking met het correlogram van de golf van '88 (fig. 5.2-3) blijkt duidelijk dat een MA(1) niet kan voldoen als updatingsmethoden van de residuen in dit voorbeeld.

Het partiële autocorrelogram

In het zojuist gegeven voorbeeld was de modelselectie op basis van geschatte en theoretische autocorrelogrammen vrij eenvoudig. In de praktijk zal het niet altijd zo eenvoudig zijn om met behulp van enkel een autocorrelogram een modelselectie te maken. Hoe kan men immers bepalen of een ARMA(5,3) beter past bij een bepaalde dataset dan een ARMA(6,3) model? Er is in dit geval nog een ander hulpmiddel ter identificatie van het model, namelijk het zogenaamde "partiële autocorrelogram".

Hoewel een AR(p) proces een autocorrelatiefunctie heeft die oneindig lang is, kan de autocorrelatie zelf beschreven worden door een eindige reeks van p functies van autocorrelaties. Deze functies worden aangeduid met de term partiële autocorrelatie-functie. Wanneer α_{kj} de j-de coëfficiënt in een autoregressief proces van de orde k is, zodat α_{kk} de laatste coëfficiënt is, dan kan vrij eenvoudig worden aangetoond dat voor een k-de orde AR proces het volgende verband geldt tussen de autocorrelaties (Voor de afleiding en de oplossing zie appendix G):

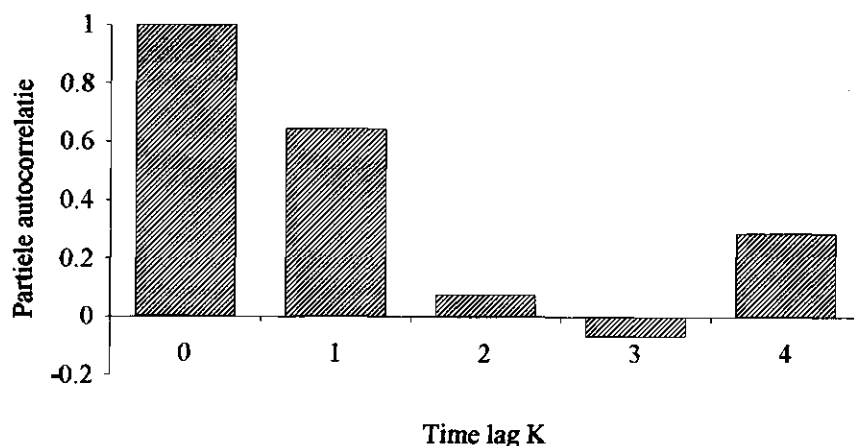
$$\rho_j = \alpha_{kj} \rho_{j-1} + \dots + \alpha_{k(k-1)} \rho_{j-k+1} + \alpha_{kk} \rho_{j-k} \quad (18)$$

α_{kj} = j-de coëfficiënt in een AR(k) proces

ρ_j = autocorrelatie met "time lag" j

j = 1, 2, ..., k

De grootte α_{kk} , als functie van de "lag" k , wordt de partiële autocorrelatiefunctie genoemd. Voor een autoregressief proces van de orde p geldt dat de functie α_{kk} ongelijk is aan nul wanneer k kleiner of gelijk is aan p en dat de functie nul is voor k waarden groter dan p . In andere woorden: een partiële autocorrelatiefunctie van een p -de orde autoregressief proces breekt af na een tijdstap p . Een voorbeeld van een partiële autocorrelatiefunctie van een AR(1) proces wordt gegeven in figuur 5.2-6. In dit voorbeeld zijn dezelfde residuen (afkomstig van de golf van 1988) gebruikt als in het eerder genoemde voorbeeld bij het autocorrelogram van een AR(1)-proces.



Figuur 5.2-6: Partiël autocorrelogram van de residuen voor de Muskingum multiplicatiefactor methode voor Düsseldorf-Lobith, 1988.

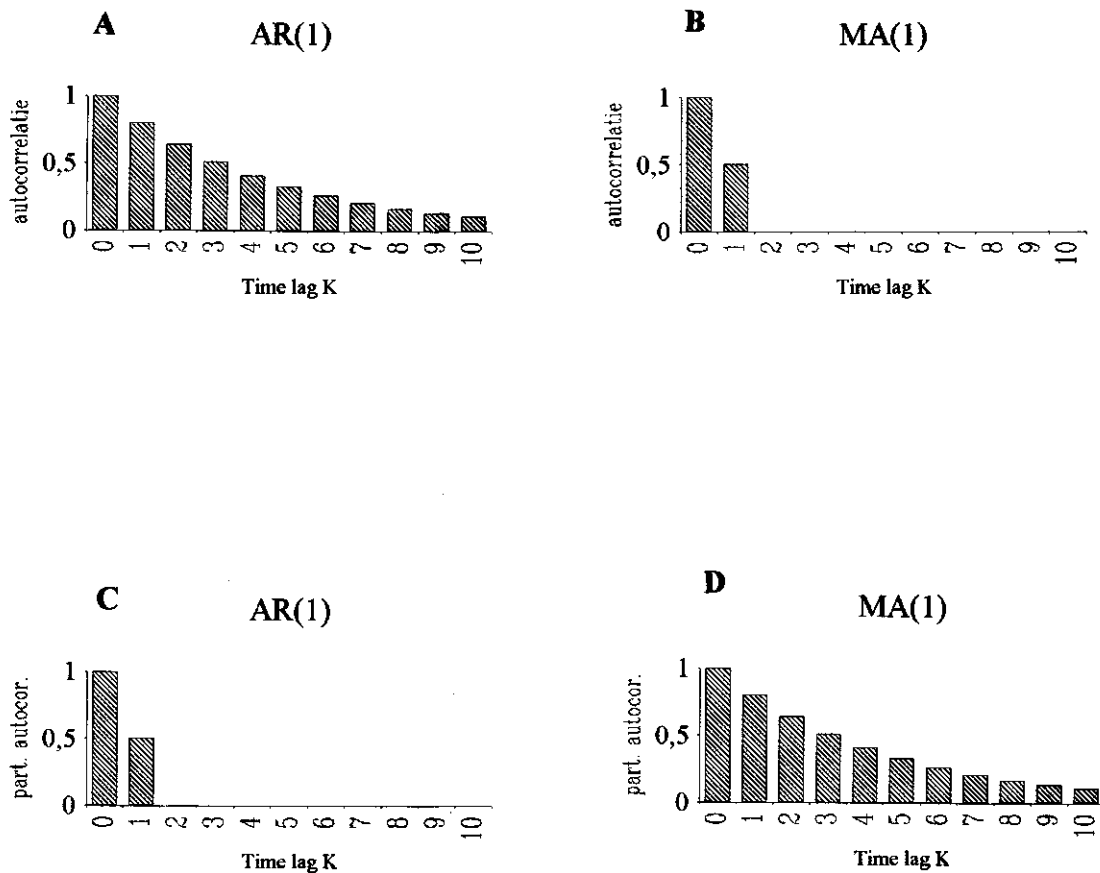
Uit deze figuur blijkt dat de residuen van de golf van 1988 beschreven kunnen worden door middel van een AR(1) proces aangezien de partiële autocorrelatiefunctie van de residuen vrij sterk overeenkomt met die van een theoretisch AR(1) proces, waarbij het partiël autocorrelogram afbreekt na lag 1 (zie ook figuur 5.2-7). Deze analyse bevestigt dus de conclusie die op basis van het eerder gebruikte autocorrelogram getrokken is.

Het gebruik van autocorrelatie functies bij modelidentificatie in de praktijk

In de vorige paragraaf heeft men reeds een indruk kunnen krijgen over het gebruik van (partiële) autocorrelogrammen bij modelidentificatie. Het doel van deze paragraaf is met een korte samenvatting aan te geven hoe men tot op een systematische manier tot een keuze van het juiste ARMA proces kan komen. Dit wil zeggen dat wordt ingegaan op de bepaling van de grootte van p en q in een ARMA(p,q) proces.

Allereerst maakt men daartoe een schatting voor de autocorrelatie functie en de partiële autocorrelatie functie van de te beschouwen reeks getallen. Deze geschatte correlogrammen worden daarna vergeleken met de theoretische correlogrammen. Vervolgens wordt dat ARMA(p,q) proces, waarvan de theoretische correlogrammen de grootste gelijkenis vertonen met de geschatte correlogrammen, gekozen als meest representatief zijnde voor de reeks.

De theorie van de correlogrammen kan als volgt kort worden samengevat (zie onderstaande figuur 5.2-7): terwijl de autocorrelatie functie van een autoregressief proces van de orde p een staartverloop kent, breekt zijn partiële autocorrelatiefunctie af na een tijdstap p . Omgekeerd breekt de autocorrelatie functie van een moving average proces van de orde q af na een tijdstap q , terwijl juist zijn partiële autocorrelatiefunctie een staartverloop kent. Als zowel de autocorrelaties als de partiële autocorrelaties afbreken, dan is er sprake van een gemengd proces, namelijk een ARMA-proces. Er geldt in dat geval voor het gemengde proces met een autoregressief deel van de orde p en een moving average deel van de orde q dat hun autocorrelatiefunctie een mix is van exponentiële functies en gedempte sinusoiden na $p-q$ tijdstappen, terwijl een partiële autocorrelatiefunctie een mix is van exponentiële functies en gedempte sinusoiden na $q-p$ tijdstappen (zie identificatietabel appendix H).



Figuur 5.2-7: Theoretische autocorrelogrammen van een AR(1) en een MA(1) proces (figuur a en b) en theoretische partiële autocor. van een AR(1) en een MA(1) proces (figuur c en d).

5.3 Toepassing en resultaten

5.3.1 Inleiding

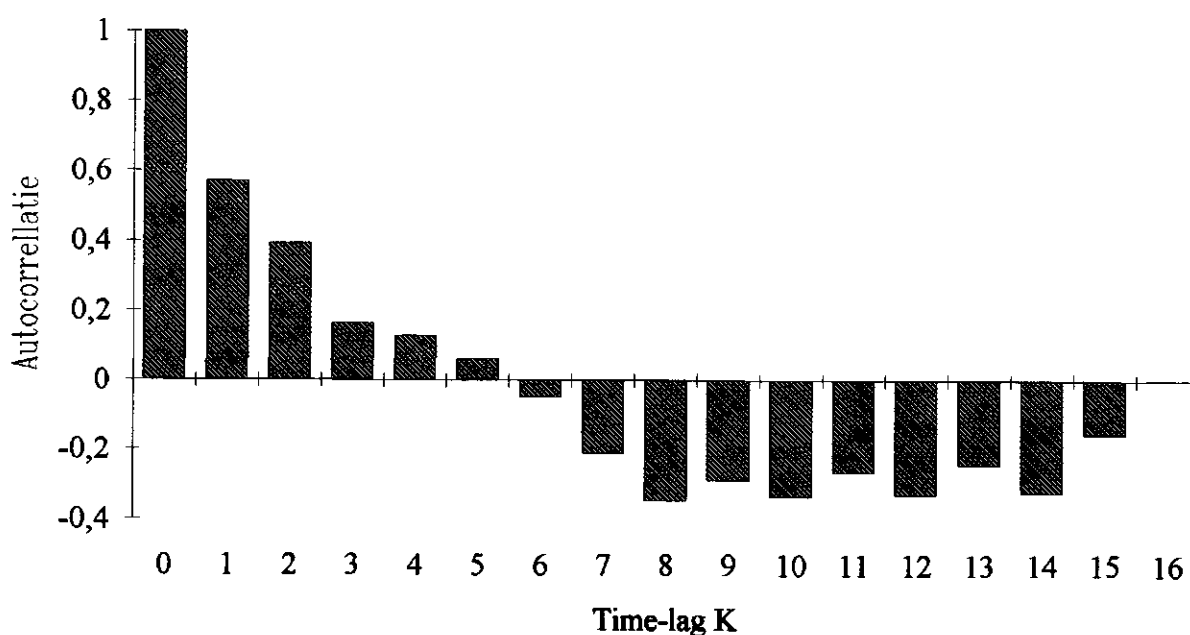
In de volgende paragrafen zullen de resultaten gegeven worden van het Muskingum-ARMA model, waarbij de voorspellingsresiduen van het Muskingum model "updated" zijn met behulp van een statistisch ARMA model. Het doel hiervan was te onderzoeken of deze gecombineerde methode een verbetering ten opzichte van het "kale" Muskingum model oplevert. Hierbij wordt niet alleen gekeken naar de diagonaal van de resultatentabel (de "fit"), maar ook naar de robuustheid van het model.

Voordat een updatingstechniek toegepast kan worden, zal in paragraaf 5.3.2 eerst een modelidentificatie plaatsvinden ter bepaling van het juiste aantal modelparameters van de updatingstechniek, in dit geval de ARMA methode. Hierbij zal gebruik worden gemaakt van de theorie over de modelidentificatie besproken in paragraaf 5.2.3. In paragraaf 5.3.3 zullen vervolgens de resultaten worden gegeven van toepassing van twee ARMA methoden, welke uit de identificatie als mogelijke updatingmethoden naar voren zijn gekomen.

5.3.2 Modelidentificatie

Zoals uitgelegd in paragraaf 5.2.3 wordt bij de modelidentificatie gebruik gemaakt van het autocorrelogram en het partiële autocorrelogram van de voorspellingsresiduen. In figuur 5.3-1 wordt het autocorrelogram van de residuen van de voorspelling voor Lobith met de Muskingum-multiplicatiefactor methode gegeven voor de golf van 1988. De hier niet getoonde autocorrelogrammen van de golven 1990, 1993 en 1995, alsmede de autocorrelogrammen voor het traject Andernach-Düsseldorf, vertoonden een overeenkomende vorm.

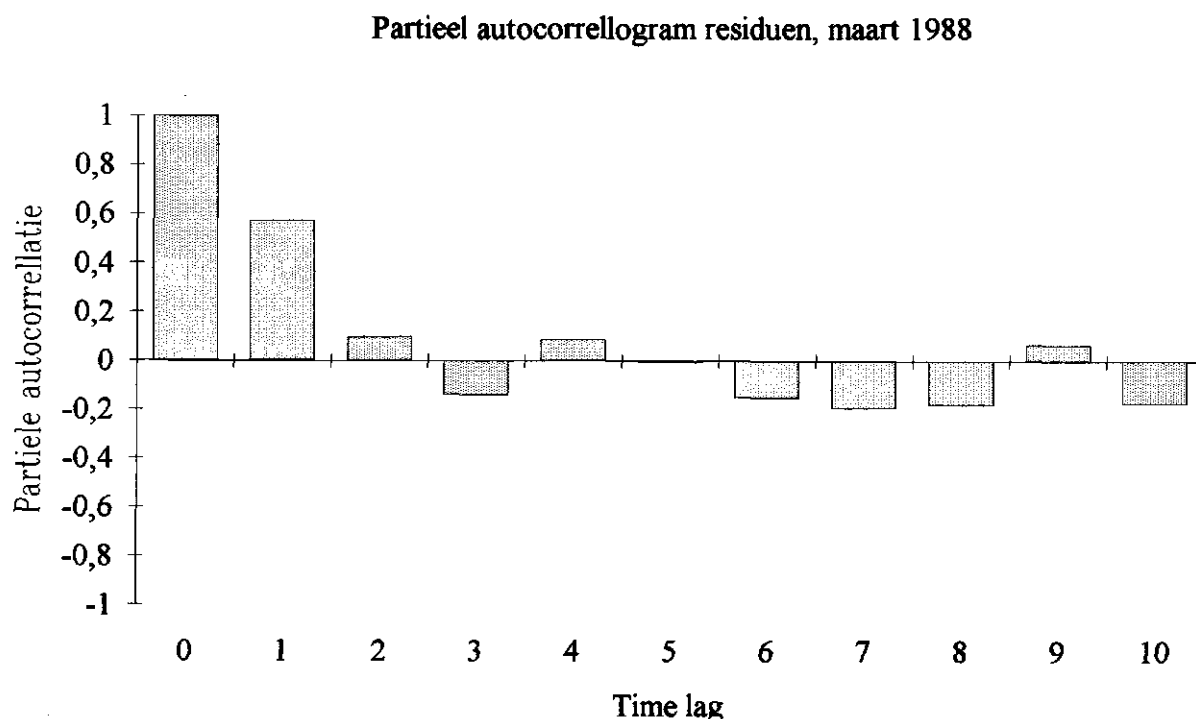
Autocorrelogram residuen, maart 1988



Figuur 5.3-1: Autocorrelogram van de voorspellingsresiduen met de MM methode voor de golf van '88 op het traject Düsseldorf-Lobith.

Voor het verkrijgen van de residuen is gebruik gemaakt van een x en K -waarde die volgens de auteurs het meest "fysische" golfverloop opleverde. Geringe variatie van x en K verandert overigens weinig aan de vorm van de autocorrelogrammen.

In bijna alle geanalyseerde autocorrelogrammen van de residuen was een duidelijke dalende exponentiële fuctie aanwezig. In dat geval zou een AR model een goede keuze kunnen zijn (zie paragraaf 5.2.3). Daarnaast is ook een globale sinus functie met demping zichtbaar. Dit zou kunnen duiden op een ARMA model als beste keuze. Om een keuze te maken tussen een AR model of een ARMA model dient gekeken te worden naar het partiële autocorrelogram van de residuen. Daarnaast helpt het partiële autocorrelogram om inzicht te verkrijgen in de juiste orde van het updating model. Het partiële autocorrelogram van de hoogwatervoorspelling voor Lobith met de Muskingum-multiplicatiefactor methode voor de golf van 1988 is weergegeven in figuur 5.3-2. Ook hier geeft het getoonde partiële autocorrelogram een goede representatie voor de partiële autocorrelogrammen van de andere golven.



Figuur 5.3-2: Partieel autocorrelogram van de voorspellingsresiduen met de MM methode voor de golf van 1988 op het traject Düsseldorf-Lobith

In de geanalyseerde figuren was duidelijk zichtbaar dat het partiële autocorrelogram in nagenoeg alle gevallen afbreekt na één "time-lag". Dit duidt erop dat de residuen het beste te beschrijven zijn met een AR(1) model. Dit model zal dan ook als eerste onderzocht worden. Aangezien de correlogrammen niet volledig uitsluitel geven over de modelkeuze, zal ook de prestatie van een ARMA(1,1) model onderzocht worden.

5.3.3 Resultaten Muskingum-AR(1) model

Verwaarlozing van afvoer van zijrivieren

De resultaten van de Muskingum-AR(1) methode (MAR) zijn voor het traject Düsseldorf-Lobith en het traject Andernach-Düsseldorf weergegeven in tabellen 5.3-1 en 5.3-2. Ter vergelijking met de resultaten zonder updating wordt verwezen naar de tabellen 4.5-1 en 4.5-2. Er is bij de berekening geen multiplicatiefactor gebruikt aangezien het AR model in staat wordt geacht om te corrigeren voor het achterwege laten van de zijrivieren. Een controleberekening in de vorm van een berekening met en een berekening zonder multiplicatiefactor wees uit dat de multiplicatiefactor in dit geval inderdaad verwaarloosd mag zonder dat de resultaten van het model slechter worden.

Tabel 5.3-1: Resultatentabel voor de Muskingum-AR(1) methode voor het traject Düsseldorf-Lobith.

datum	modelparameters				standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K [sec.]	α	θ	maart'88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
mrt. '88	0,39	108000	0,84	37	75	100	101	108
febr '90	0,14	91000	0,83	15	133	58	119	79
dec. '93	0,27	91000	0,62	124	195	187	169	186
jan. '95	0,21	80000	0,86	45	193	135	139	122

Tabel 5.3-2: Resultatentabel voor de Muskingum-AR(1) methode voor het traject Andernach-Düsseldorf.

datum					standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K [sec.]	α	θ	maart'88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
mrt. '88	0,18	50000	0,91	37	49	65	56	56
febr '90	0,25	49000	0,68	108	123	114	116	117
dec. '93	0,25	51000	0,74	96	129	125	123	128
jan. '95	0,18	46000	0,76	86	153	148	151	145

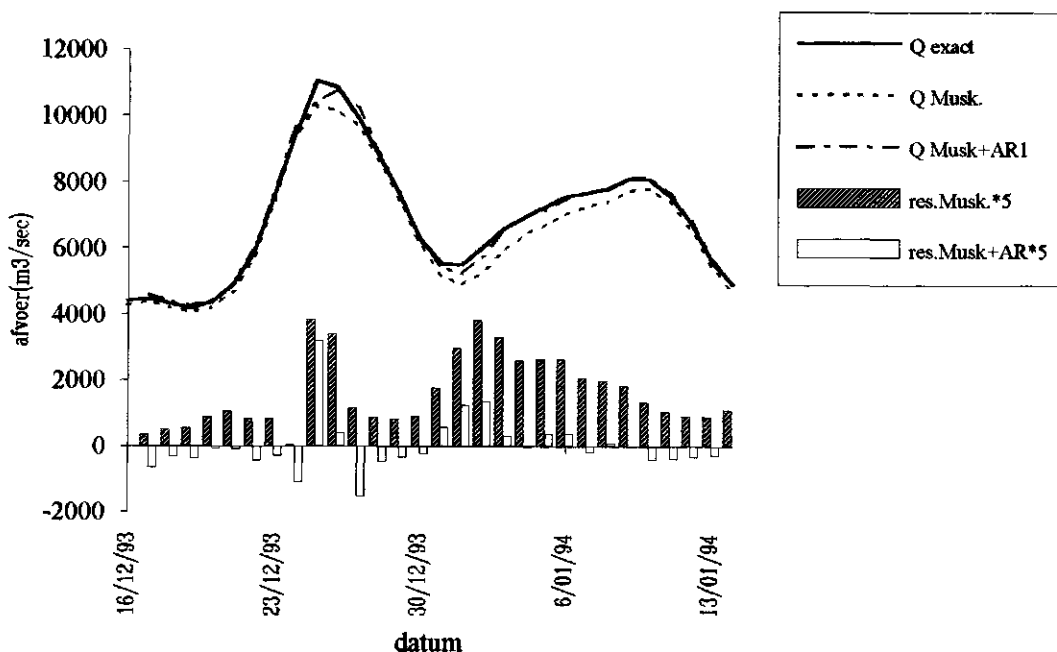
Bij de tabellen dient de opmerking gemaakt te worden dat de modelparameters van de Muskingum en de AR(1) component *tegelijkertijd* geoptimaliseerd zijn. Voor deze optie is gekozen omdat gelijktijdige optimalisatie leidt tot betere resultaten dan afzonderlijke optimalisatie van de modelcomponenten. Daarnaast is het niet ondenkbaar dat het Muskingum-gedeelte van het model bij gelijktijdige optimalisatie een betere representatie van de werkelijkheid geeft dan het Muskingum-gedeelte bij succesievelijke optimalisatie. Bij de succesievelijke optimalisatie worden de Muskingum parameters namelijk direct aangepast om al meteen een zo goed mogelijke fit te krijgen, zonder dat rekening gehouden wordt met het feit dat de nog niet sluitende massabalans een grote invloed uitoefend

op de "optimale" x en K . Beter zou het zijn om een Muskingum model te maken zodanig dat de *vorm* van de voorspelde golf zo goed mogelijk overeen komt met die van de werkelijke golf! Dit is dan ook wat er bij benadering gebeurt bij gelijktijdige optimalisatie. Daarbij wordt er vanuit gegaan dat de afvoer van de zijrivieren niet veel aan de vorm van de golf vernadert binnen het traject.

Wanneer men de resultaten uit de tabellen vergelijkt met de resultaten van de "kale" Muskingum methode met multiplicatiefactor (MM) (4.5-1 en 4.5-2) dan kunnen hieruit een aantal zaken worden afgeleid. Ten eerste zijn bijna alle "diagonaalwaarden" beter, met andere woorden: de golven zijn op beide trajecten beter te fitten. Dit is op zich vrij normaal aangezien er meer beschrijvende parameters geïntroduceerd zijn. Slechts de minimale standaardafwijking voor de golf van 1995 op het traject Andernach-Düsseldorf is groter geworden. Waarschijnlijk komen de residuen van de Muskingum voorspelling sterk overeen met de correctie door de multiplicatiefactor.

Wat opvallend is, is dat de optimale waarden van modelparameter x voor het traject Andernach-Düsseldorf dicht bij elkaar liggen dan bij de MM-methode. Naast de modelparameterwaarden van het Muskingum model (x en K) liggen ook de waarden van α en θ voor beide trajecten dicht bij elkaar. Het model is dus ook robuuster: het model houdt betere resultaten wanneer de parameters van de golven bij elkaar worden ingevuld. Bovendien zijn voor beide trajecten alle waarden van x positief, wat realistischer is dan erg negatieve waarden (zie ook paragraaf 4.1.5).

In de figuur 5.3-3 wordt door middel van een voorbeeld aangegeven hoe het AR model de Muskingum voorspelling corrigeert.



Figuur 5.3-3: Voorspelling van de golf van '93 met de MAR methode voor het traject Düsseldorf-Lobith

In dit voorbeeld laat de Muskingum voorspelling nog duidelijk te wensen over. Uit de figuur blijkt dat een correctie door middel van een AR model een aanzienlijke verbetering brengt, maar dat de correctie vaak één dag te laat is. Dit is te verklaren uit het feit dat de AR methode bij de voorspelling van de residuen gebruik maakt van de residuen van de dag ervoor. De vertraagde correctie kan ervoor zorgen dat het Muskingum-AR model flinke over- of onderschattingen maakt ("uitschieten") wanneer de residuen van dag tot dag sterk variëren. In figuur 5.3-3 is dit duidelijk te zien tussen dag 9 en 12. Op dag 10 en dag 12 komt de AR correctie te laat. Ook bij de modellering van het tweede gedeelte van de golf is te zien dat de correctie te laat komt. Omdat de residuen daarna echter tamelijk constant worden, krijgt het Muskingum-AR model de gelegenheid om naar de juiste waarde "toe te kruipen". In dit kader moet worden opgemerkt dat het "uitschieten" van de correctie vaker voorkomt bij lineaire updatingstechnieken dan bij niet-lineaire technieken. Later zal hierop worden teruggekomen bij de bespreking van niet-lineaire updatingstechnieken (hoofdstuk 7).

Één van de belangrijke zaken die tot nu toe geconcludeerd kan worden is dat het hybride model (Muskingum-AR) het best functioneert wanneer de fluctuatie van de residuen niet al te sterk is. Aangezien de grootte en de fluctuatie van de residuen sterke correlatie vertoont met de afvoer van de zijrivieren (niet meegemodelleerd), kan men stellen dat de AR methode een goede updatingstechniek is voor die trajecten waarvoor de bijdrage van de zijrivieren niet al te sterk fluctueert en niet al te groot is. Aangezien op het traject Worms-Andernach zowel de Moezel als de Main in de Rijn toestromen, met een potentieel aandeel van enkele tientallen procenten van de Rijnafvoer en bovendien een grote fluctuatie, kan gesteld worden dat de hier besproken AR methode slecht toepasbaar is op dit traject. Voor het traject Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith functioneert de AR methode vrij goed, aangezien de bijdrage van de afvoer van de zijrivieren op deze traject niet zo groot is en meestal niet te sterk fluctueert. In situaties waarbij de afvoeren van de zijrivieren op deze trajecten wel sterk fluctueren, zoals tijdens de hoogwatergolf van 1995, dan werkt AR(1) minder goed (zie ook de waarden voor de standaardafwijking van de residuen voor de golf van '95).

Gebruik van afvoer van zijrivieren

In deze paragraaf zal worden bekeken of het zin heeft een updatingmethode als het AR(1) model te gebruiken wanneer bij de voorspelling reeds gebruik gemaakt is van zijrivieren en als gevolg daarvan de massabalansfouten geringer zijn. Er wordt gekeken naar de trajecten Düsseldorf-Lobith en Worms-Andernach. Voor het traject Andernach-Düsseldorf bestond geen beschikking over afvoerdata van de zijrivieren. In tabel 5.3-3 worden de resultaten van het Muskingum-AR model met zijrivieren gepresenteerd voor het traject Düsseldorf-Lobith.

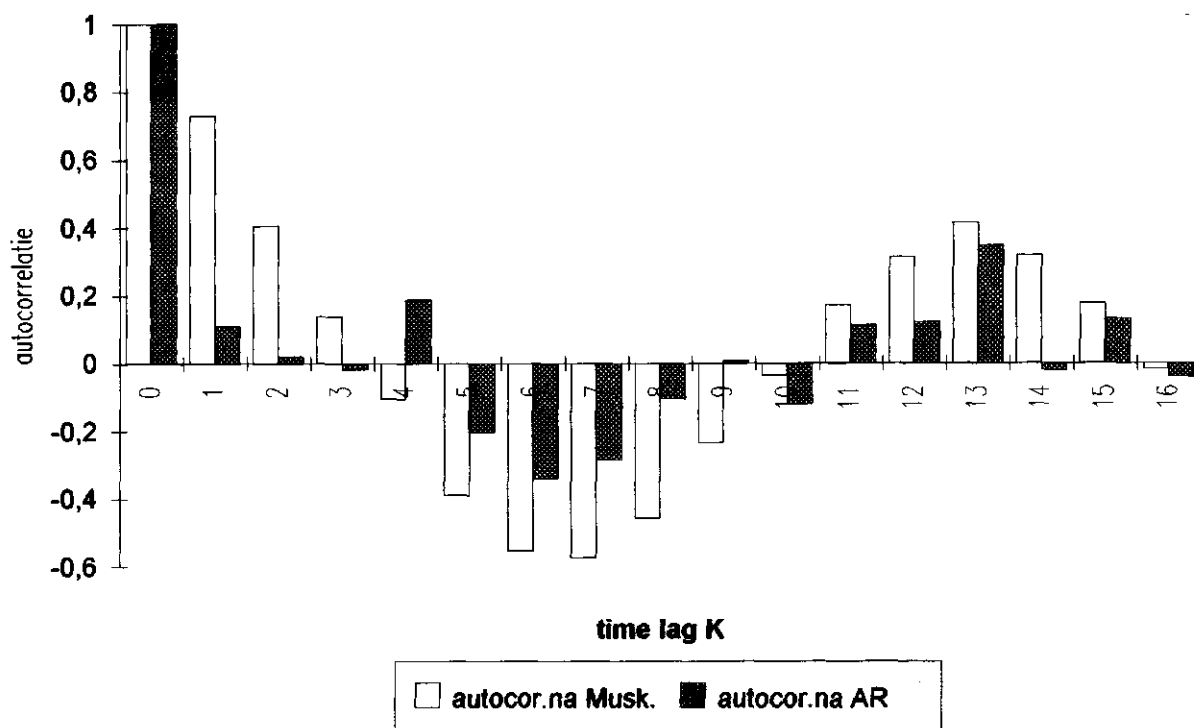
Uit de tabel 5.3-3 zijn een aantal zaken af te leiden. Ten eerste blijkt dat de x -waarden tamelijk constant zijn. De K -waarden zijn ook constant met uitzondering van de golf van '88. Opvallend zijn de negatieve waarden van θ welke duiden op een massa-overschot in de voorspelling (voor de verklaring van dit overschot zie appendix E) De waarden van α variëren aanzienlijk. Dit duidt erop dat het AR(1) model minder universeel is dan in het geval waarbij de afvoer van de Ruhr nog niet in de voorspelling was opgenomen. Het is

logisch dat door deze modelaanpassing een deel van de autocorrelatie verloren is gegaan.

Tabel 5.3-3: Resultatentabel voor de Muskingum-AR(1) methode met zijrivieren voor het traject Düsseldorf-Lobith.

datum	modelparameters				standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K[sec.]	α	θ	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,33	123000	0,35	-63	65	98	109	92
febr. '90	0,15	99000	0,76	-25	152	53	108	70
dec. '93	0,29	102000	0,2	-66	154	155	122	140
jan. '95	0,26	99000	0,7	-9	157	106	120	90

Feitelijk zou opnieuw een modelidentificatie zoals in paragraaf 5.2 en 5.3 moeten worden toegepast voor het geval met zijrivieren. Gezien de aanzienlijke verbetering van de resultaten van het Muskingum AR model met zijrivieren ten opzicht van het "kale" Muskingum model met zijrivieren kan gesteld worden dat een AR(1) model in deze situatie nog steeds een geschikte updatingstechniek vormt. Of dit laatste geldt kan ook nagegaan worden door de residuen van de voorspellingen van het Muskingum AR model met zijrivieren te controleren op aanwezigheid van autocorrelatie. Het blijkt dat deze autocorrelatie voor alle golven verdwenen is na updating (zie als voorbeeld onderstaande figuur).



Figuur 5.3-4: Autocorrelatie van de residuen na toepassing van de Muskingum-AR methode voor het traject Düsseldorf-Lobith, 1990.

Uit de figuren blijkt dat de AR(1) methode in staat is alle autocorrelatie uit de residuen te halen. Dit wijst erop dat de methode goed functioneert als lineaire updatingsmethode. De veronderstelling dat de residuen van de Muskingum methode met zijrivieren goed beschreven kunnen worden als een AR(1) proces is dus juist, waardoor een uitgebreide identificatie als in paragraaf 5.2.5 en 5.2.6 achterwege gelaten kan worden.

Tot slot van deze paragraaf zullen de resultaten voor het traject Worms-Andernach van de toepassing van de Muskingum-AR methode met zijrivieren getoond worden. Eerst dient daarbij echter een aantal opmerkingen gemaakt te worden. Zoals reeds werd verteld in hoofdstuk 3 is het traject Worms-Andernach een moeilijk te modelleren traject, vanwege de grote invloed van de zijrivieren op dat traject. Er is op een groot aantal verschillende wijzen getracht de zijrivieren op een juiste wijze mee te nemen in de Muskingum flood-routing methode. Bij deze methoden wordt de afvoer van de zijrivieren op verschillende wijzen verdeeld en gesuperponeerd op de in- en uitvoerpunten van het traject Worms-Andernach. Geen van de methoden bracht echter een bevredigend resultaat voor alle golven tegelijk. Met andere woorden: geen van de geprobeerde methoden leverde goed resultaat en was tegelijkertijd robuust.

Eén van de methoden wordt toch weergegeven om meer inzicht te krijgen in de prestatie van het AR(1) model in verhouding tot andere updatingsmethoden, welke later aan de orde zullen komen. Bij deze methode is evenals in hoofdstuk 3, de afvoer van de Main en de helft van de afvoer van de Moezel bij de afvoer van Worms opgeteld. De andere helft van de afvoer van de Moezel en de afvoer van de Lahn is direct bij de afvoer van Andernach opgeteld. Voor deze splitsing van de afvoer van de Moezel werd gekozen om rekening te houden met de afvlakking van de eventuele hoogwatergolf op de Moezel, zonder deze weer te sterk af te vlakken. Wederom wordt er op gewezen dat er vele alternatieven voor deze methode denkbaar zijn, maar dat zij geen van allen een wezenlijk beter resultaat leveren.

Tabel 5.3-4 : Resultatentabel voor de Muskingum-AR(1) methode met zijrivieren voor het traject Worms-Andernach.

datum	modelparameters				standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K[sec.]	α	θ	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
mrt. '88	0,12	73 000	0,66	122	139	160	156	159
febr '90	-0,19	65 000	0,47	65	174	143	208	221
dec. '93	-0,07	60 000	0,25	289	197	178	155	176
jan. '95	0,18	60 000	0,57	285	215	263	222	215

Het eerste wat opvalt is dat de standaardafwijkingen van de residuen voor dit traject een stuk groter zijn dan die voor het traject Düsseldorf-Lobith. Toch zijn de waarden van de residuen veel kleiner dan die van de "kale" Muskingum methode voor dit traject. Deze resultaten van de laatstgenoemde methode waren slecht en zij worden niet gepresenteerd.

Vooral op dit traject blijkt de waarde van updatingsmethode. Keerzijde hiervan is dat hiermee in feite duidelijk wordt dat de voorspelling voor traject Worms-Andernach voornamelijk wordt gedaan met het statistische gedeelte van het model en dat daarmee de beoogde fysisch/hydrologische modellering grotendeels achterwege blijft. Dit blijkt ook uit de x en K waarden in de tabel. Ten eerste zijn een aantal van de x -waarden negatief, hetgeen duidt op een meer mathematische als fysische modellering (zie ook paragraaf 4.1-5). Daarnaast geldt dat de K -waarden voor de golven van '93 en '95 extreem klein waren geweest als er geen ondergrens van 60 000 voor deze parameter vastgelegd tijdens het optimalisatieproces.

5.3.4 Resultaten Muskingum-ARMA(1,1) methode

Zoals al eerder vermeld is in dit hoofdstuk ook de Muskingum-ARMA(1,1) methode (M-ARMA) onderzocht. Aangezien de correlogrammen van de voorspellingsfouten met de Muskingum-methode voor de eerste twee trajecten vrij gelijkvormig waren is deze methode in eerste instantie alleen toegepast op het traject Dusseldorf-Lobith. Net als in de vorige paragrafen wordt onderscheid gemaakt tussen een berekening zonder (data van) zijrivieren en een berekening met zijrivieren.

5.3.4.1 Verwaarlozing van afvoer van zijrivieren

De resultaten van de Muskingum-ARMA(1,1) voorspelling voor het traject Dusseldorf-Lobith zijn weergegeven in tabel 5.3-5.

Tabel 5.3-5: Resultatentabel voor de Muskingum-ARMA(1,1) methode voor het traject Dusseldorf-Lobith

datum	modelparameters					standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	$K[\text{sec.}]$	α	θ	β_1	mrt'88	febr.'90	dec.'93	jan.'95
mrt.'88	0,40	113000	0,76	233	106	81	143	126	131
febr.'90	0,16	92000	1,14	83	76	179	53	211	311
dec.'93	0,26	90000	0,69	310	71	211	247	174	193
jan.'95	0,22	83000	1,04	286	171	202	204	146	117

Vergelijking van bovenstaande tabel van het 5 parameter M-ARMA model met de resultaten van het 4 parameter M-AR model uit paragraaf 5.3.3.1 laat het volgende zien:

-de diagonale waarden van het 5 parameter model zijn nagenoeg even groot als die van het 4 parameter model. Theoretisch was het mogelijk geweest (zie paragraaf 3.5) dat door introductie van een extra parameter alle diagonaalwaarden iets lager zouden zijn, hetgeen zou duiden op een betere golf-typische "fit". Dit geldt echter alleen voor de golf van '90.

-De waarden van het 5 parameter model buiten de diagonaal zijn over het algemeen hoger dan die voor het 4 parameter model. Dit duidt erop dat het 5 parameter model minder robuust is dan het 4 parameter model. Het Muskingum-AR(1) model verdient daarom voorkeur boven het Muskingum-ARMA(1,1) model

Gebruik van afvoer van zijrivieren

In tabel 5.3-6 worden de resultaten weergegeven ten aanzien van de Muskingum-ARMA(1,1) methode voor het traject Düsseldorf-Lobith weergegeven, waarbij de afvoer van de Ruhr meegenomen is in de voorspelling.

Tabel 5.3-6: Resultatentabel voor de Muskingum-ARMA(1,1) methode met zijrivieren voor het traject Düsseldorf-Lobith.

datum	modelparameters					standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K[sec.]	α	θ	β_1	mrt '88	feb. '90	dec. '93	jan. '95
mrt. '88	0,30	120000	0,19	-98	68	65	125	112	105
febr. '90	0,16	98000	0,16	-98	54	151	59	112	87
dec. '93	0,30	102000	0,31	-75	-55	151	138	117	148
jan. '95	0,28	99000	0,93	-27	67	167	106	114	84

Net als in het geval zonder zijrivieren zijn de resultaten van het Muskingum-ARMA model minder robuust dan het Muskingum-AR model. Wel zijn de diagonaal-waarden iets beter voor de jaren '93 en '95.

5.4 Samenvatting en conclusies

In dit hoofdstuk is gekeken naar de mogelijkheid om de voorspelling voor het Muskingum model te verbeteren door middel van updating met ARMA modellen. Een voordeel van deze modellen is dat de theorie achter deze methode is vrij eenvoudig is en de methode relatief eenvoudig is toe te passen. De residuen zijn daartoe onderzocht op systematiek. Aan de hand van een modelidentificatie zijn twee ARMA modellen geïdentificeerd te weten: het AR(1) model en het ARMA(1,1) model. Bij toepassing van deze twee modellen blijkt dat het AR(1) model het meest geschikt updatingsmodel is. De AR(1) updating zorgt voor een aanzienlijke verbetering van de resultaten van het Muskingum model en is tevens in staat alle autocorrelatie uit de residuen van het Muskingum model te halen. De AR(1) methode blijkt vooral goed te werken wanneer de Muskingum methode structurele fouten maakt, waarbij de residuen niet te sterk fluctueren (bijvoorbeeld en met name in het geval waarbij een zijrivier met een tamelijk constante afvoer is verwaarloosd). Bij sterk fluctuerende residuen is het AR(1) model niet in staat de fluctuaties goed te volgen en komt telkens één dag te laat. In dat geval kan updating leiden tot sterke over- en onderschattingen als gevolg van lineaire extrapolatie.

6 Het Muskingum model gecombineerd met een Kalman Filter

6.1 Inleiding

Het in de vorige hoofdstukken besproken lineaire Muskingum model is een weinig flexibel model. Bij toepassing van dit model worden voor de Muskingum parameters x en K vaste waarden genomen. Men veronderstelt dus dat de voortplantingseigenschappen van de golf (vervorming en looptijd) onafhankelijk zijn van het debiet, behalve in het eerder behandelde geval van de gesegmenteerde K (paragraaf 4.2). Daarnaast worden de zijrivieren in hoofdstuk 3 gemodelleerd door invoering van een vaste multiplicatiefactor: m (zie paragraaf 4.4). Door het gebruik van een vaste multiplicatiefactor veronderstelt men dat de afvoer van zijrivieren altijd een vast percentage van de hoofdrivier is. Het mag duidelijk zijn dat dit niet altijd het geval is.

Een mogelijkheid om de zijrivieren op een betere wijze te modelleren dan door toepassing van een vaste multiplicatiefactor (m) is door de m -waarde te laten variëren tijdens het passeren van de golf. In dat geval wordt geprobeerd nieuwe m -waarden te voorspellen op basis van eerder opgetreden m -waarden en het eerdere verloop van de golf. Een techniek die hiervoor gebruikt kan worden is de zogenaamde Kalman Filter (KF) techniek. In dit hoofdstuk zal de theorie achter het Kalman Filter en de toepassing van het Kalman Filter in het model besproken worden.

6.2 Het Kalman Filter

6.2.1 Inleiding

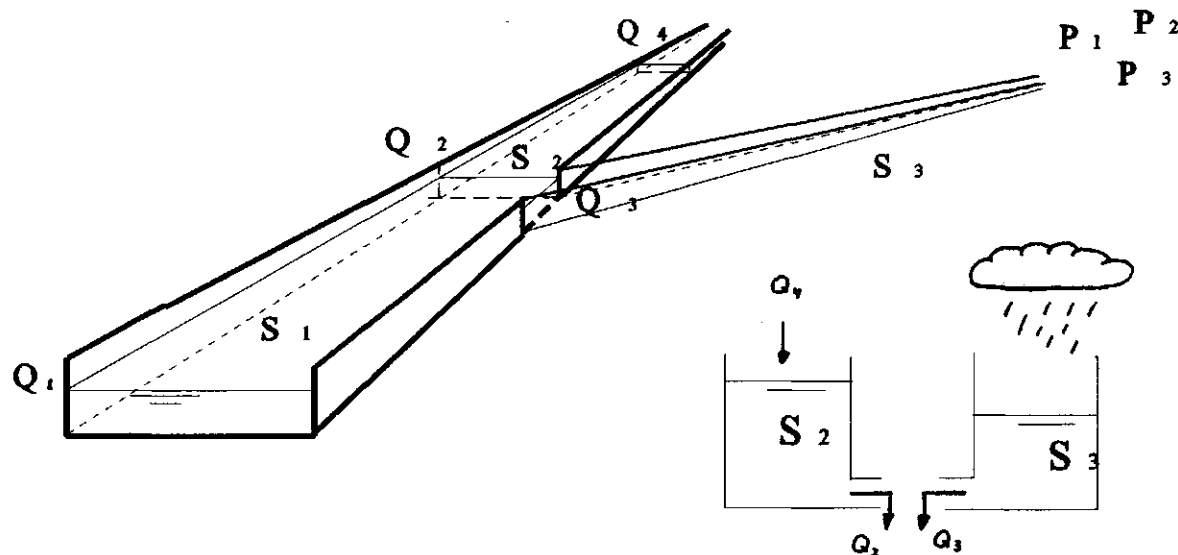
Zoals reeds uit de naam blijkt behoort het Kalman Filter (KF) tot de zogenaamde filter technieken. Globaal gezegd kan er met behulp van een filtertechniek bruikbare informatie worden gehaald uit data waar een hoeveelheid ruis in zit. Een zeer bruikbare filtertechniek werd ontwikkeld door Kalman (1960) en Kalman en Bucy (1961) (Ahsan en O' Connor, 1994). De naam filtering is afkomstig uit de wereld van de communicatie, waar filterproblemen van nature vaak voorkomen en waar het Kalman Filter vanaf het begin zeer populair was. Later zou het Kalman Filter ook grote populariteit genieten in andere wetenschapsgebieden zoals in de sociologie, economie en in aardwetenschappen zoals de hydrologie.

Kalman definieerde de KF-techniek zelf als volgt: *"Een wiskundige operatie welke historische en huidige metingen en/of andere data over een dynamisch systeem gebruikt om nauwkeurigere schattingen te doen over de huidige, vroegere of toekomstige variabelen in dat systeem dan mogelijk zou zijn uit een enkele directe meting"* (Kalman, 1978). Een andere definitie van het Kalman Filter is afkomstig van De Geer (1981): *"Door toepassing van het Kalman Filter verkrijgt men een schatting voor de toestand van een systeem op tijdstip t op basis van beschikbare gegevens (waarnemingen) tot aan het tijdstip T ". Voor $T < t$ spreekt men overigens van voorspellen.*

In dit hoofdstuk zal een tamelijk uitgebreide uiteenzetting worden gegeven over het Kalman Filter. Daarbij zal vaak worden teruggegrepen naar een bepaald voorbeeld uit de afvoerhydrologie. Voor deze werkwijze is gekozen aangezien KF-formules in de literatuur maar al te vaak "uit de lucht komt vallen" waardoor het lijkt alsof het Kalman Filter een soort "Magic Box" is. Van de andere kant komt men een meer inzichtelijke benadering van het Kalman Filter tegen in de formele mathematische literatuur, welke vaak veeleisend is ten opzichte van de wiskundige achtergrond van de lezer. Er wordt daarom hier gepoogd een soort middenweg te zoeken tussen deze twee uitersten.

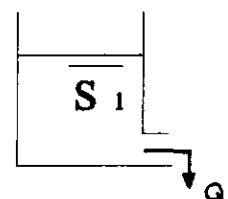
6.2.2 De theorie van het Kalman Filter

Het Kalman Filter zal besproken worden aan de hand van een "flood-routing" voorbeeld. Beschouw allereerst onderstaande figuur ter illustratie van het voorbeeld:



Figuur 6.2-1: Voorbeeld hoofdriever en zijrivier

Figuur 6.2-2: Geschematiseerde situatie met behulp van lineaire reservoirs



In figuur 6.2-1 zijn één rivier-traject te zien dat in twee stukken S_1 en S_2 is verdeeld. De indeling in deze twee subtrajecten is zo gemaakt dat de zijrivier juist na het begin van het benedenstroomse subtraject S_1 uitmondt. De afvoer Q_1 aan het einde van het totale traject wordt gemeten alsmede de afvoer Q_3 van de zijrivier. Afvoer Q_4 wordt in dit voorbeeld verondersteld exact bekend te zijn als gevolg van informatie van bovenstroomse flood-

routing. Bij aanvang van het benedenstroomse subtraject bevindt zich geen afvoermeetstation. Q_2 kan daarom *niet* worden gemeten. Deze situatie treedt in de praktijk vaak op.

Deze situatie kan gemodelleerd worden door een eenvoudig cascade-model met lineaire reservoirs. De twee subtrajecten en de zijrivier worden ieder op zich gemodelleerd door een lineair reservoir met inhoud S . Het reservoir van de zijrivier (3) loopt parallel aan die van het bovenstroomse traject (2) en samen staan zij in serie met het reservoir van het benedenstroomse traject (zie figuur 6.2-2).

Het doel in dit voorbeeld is om een zo goed mogelijke schatting te krijgen van wat de inhoud van de verschillende reservoirs is op tijdstip t . Deze schatting kan worden gemaakt met behulp van de Kalman vergelijkingen die in dit hoofdstuk stap voor stap zullen worden afgeleid. Ter ondersteuning van dit voorbeeld worden een aantal vergelijkingen gegeven met welke de dynamica van een lineair reservoir kan worden beschreven:

Een lineair reservoir wordt beschreven met:

$$S = k \cdot Q \quad (1)$$

S = De inhoud van het reservoir [m^3]

Q = De uitvoer van het reservoir [m^3/d]

k = De reservoirconstante [d]

Door te stellen dat Q gelijk is aan $-dS/dt$ verkrijgt men een differentiaalvergelijking die als oplossing heeft:

$$S(t) = S_0 e^{-\frac{t}{k}} \quad (2)$$

S_0 = De inhoud van het reservoir op tijdstip nul [m^3]

Dit is de vergelijking voor een leeglopend reservoir. In discrete vorm wordt deze in het vervolg geschreven als:

$$S_t = S_{t-1} e^{-\frac{1}{k}} \quad (3)$$

Bovenstaande vergelijkingen zullen later toegepast worden.

Met het Kalman Filter probeert men achter de toestand van het systeem te komen. De *toestand* waarin het systeem verkeerd bepaald namelijk het gedrag van het systeem in de toekomst. De toestand van een systeem wordt gekarakteriseerd door de waarden van fysische grootheden die deel uitmaken van het systeem. De werkelijke toestand van een systeem is in feite altijd geheim. Men kan als hydroloog slechts proberen een zo goed mogelijke schatting van de toestand te maken. In het voorbeeld is de toestand van het

systeem de *inhoud van de reservoirs* op dag t en de neerslag gevallen op dag t . Zij bepalen de afvoeren op dag $t+1$. De toestand van een systeem bevat namelijk alle informatie die nodig is om de toekomst van het systeem te voorspellen, mits de toekomstige input naar het systeem bekend is. Er wordt verondersteld dat de opeenvolging van toestanden het gevolg is van fysische processen die hieraan ten grondslag liggen. Deze processen worden (vaak vereenvoudigd) beschreven met een rekenmodel. Het betreffende rekenmodel kan deterministisch of stochastisch (bv. een ARMA model) van aard zijn of zelfs een combinatie van beide (zoals in dit voorbeeld; dit zal later blijken). Het uiteindelijke rekenmodel bestaat uit een vergelijking, waarmee de verandering in toestand wordt beschreven. Deze vergelijking wordt daarom ook wel de toestandsovergangsvergelijking genoemd. De toestandsovergangsvergelijking (state transition equation) kan worden beschreven met:

$$x_t = \Phi x_{t-1} + u_{t-1} + w_{t-1} \quad (4)$$

waarbij:

- x_{t-1}, x_t = toestandsvector (State) op tijdstip $t-1$ en t ;
- Φ_t = de overgangsmatrix van het systeem;
- u_{t-1} = de systeem-inputvector
- w_{t-1} = de modelfout-vector of systeemruis-vector.

Verondersteld wordt dat w_t normaal verdeeld is met een gemiddelde van nul en covariantie Q_t .

Belangrijk is te realiseren dat de toestandsvergelijking een vector-vergelijking is.

Stel dat de toestand van het (voorbeeld)systeem gedefiniëerd is als: $[S_{1,t}, S_{2,t}, S_{3,t}, P_{z,t}]^T$, met $S_{i,t}$ staat voor: inhoud van reservoir i op tijdstip t en $P_{z,t}$ staat voor de neerslag in het stroomgebied van de zijrivier op dag t . Op grond van de massabalans en eerder genoemde vergelijking voor een leeglopend reservoir kan de vergelijking voor de inhoud van reservoir 1 als volgt worden geschreven:

$$S_{1,t+\Delta T} = S_{1,t} e^{-\frac{\Delta T}{k_1}} + \frac{\Delta T}{k_2} S_{2,t} + \frac{\Delta T}{k_3} S_{3,t} + w_{1,t} \quad (5)$$

- $S_{1,t+\Delta T}$ = de inhoud van reservoir op tijdstip $t + \Delta T$ [d];
- k_2, k_3 = reservoirconstanten van resp. reservoir 2 en 3 [d];
- ΔT = tijdstap[d]; *in het vervolg gelijk gesteld aan 1dag*;
- $w_{1,t}$ = de modelfout ook wel systeemruis genoemd [m^3]

Het tweede reservoir kan op gelijksoortige wijze worden beschreven:

$$S_{2,t+1} = S_{2,t} e^{-\frac{1}{k_2}} + Q_{4,t} + w_{2,t} \quad (6)$$

Q_4 = gegeven bovenstroomse afvoer [m^3/s]

En het derde reservoir met:

$$S_{3,t+1} = S_{3,t} e^{-\frac{1}{k_3}} + \beta P_{z,t} + w_{3,t} \quad (7)$$

β = modelparameter, afhankelijk van de gebiedsgrootte van het stroomgebied van de zijrivier

De neerslag wordt in dit voorbeeld (zeer naïef) met een AR(1) model beschreven:

$$P_{z,t+1} = \gamma P_{z,t} + \delta + w_{4,t} \quad (8)$$

γ = modelparameter

Deze vier vergelijkingen kunnen worden samengevat in de toestandsvergelijking, die als volgt kan worden geschreven:

$$\begin{bmatrix} S_{1,t+1} \\ S_{2,t+1} \\ S_{3,t+1} \\ P_{z,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{1}{k_1}} & \frac{1}{k_2} & 0 & \frac{1}{k_3} \\ 0 & e^{-\frac{1}{k_2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{1}{k_3}} & \beta \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ S_{3,t} \\ P_{z,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Q_{4,t} \\ 0 \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \\ w_{3,t} \\ w_{4,t} \end{bmatrix} \quad (9)$$

De toestandsvergelijking heeft dus exact dezelfde vorm als vergelijking 6-4, met het verschil dat alle toestanden één tijdstap verschoven zijn, maar dat maakt uiteraard geen principieel verschil.

De modelfout is het verschil tussen de werkelijke toestand en de modeltoestand. In het voorbeeld is de modelfout gelijk aan $[w_{1,t}, w_{2,t}, w_{3,t}, w_{4,t}]^T$. Omdat er sprake van een modelfout is, kan met behulp van de bovenstaande vergelijking slechts een benadering voor de (immer onbekende) exacte toestand van het systeem op tijdstip t worden berekend. Meer informatie over de toestand van het systeem kan verkregen worden door metingen te doen.

Vaak wordt niet direct de toestandsgrootte zelf waargenomen, maar een grootte die een bekende relatie heeft tot de toestandsgrootte. Ook in dat geval is er vaak een fout aanwezig: de meetfout.

We definiëren nu de waarnemingsvector z_t als de vector waarin de waarnemingen op tijdstip t zijn gerangschikt. De relatie van de waarnemingen met de toestand is dan gegeven door de meetvergelijking:

$$z_t = H_t x_t + v_t \quad (10)$$

met:

z_t = de waarnemingsvector op tijdstip t ;

H_t = de (eventueel tijdsafhankelijke) matrix waarmee de relatie tussen x_t en z_t is vastgelegd;

v_t = de meetfout.

Verondersteld wordt dat v_t normaal verdeeld is met een gemiddelde van nul en een covariantie R_t .

Ook in het voorbeeld kan een meetvergelijking worden opgesteld. Stel dat bij 2 meetpunten de debieten kunnen worden gemeten: Q_1 , Q_2 en dat het bovenstroomse debiet Q_4 is gegeven. Wegens vergelijking 6-1 kan door meting van de debieten informatie verkregen worden over de toestand van de inhoud van de reservoirs op dat moment. Voor het benedenstroomse reservoir (reservoir 1) luidt de meetvergelijking:

$$Q_{1,t+1} = k_1 S_{1,t+1} + v_{1,t+1} \quad (11)$$

$v_{1,t+1}$ = de meetruis die ontstaat bij de debietmeting

Eenzelfde soort meetvergelijking kan worden opgesteld voor de reservoirs S_2 en S_3 . Voor reservoir S_2 echter krijgt men te maken met het feit dat Q_2 zelf niet gemeten is, aangezien er geen meetstation ter plaatse is. Dit kan ondervangen worden door de meting in dat punt uit te drukken in de metingen op andere plaatsen. Er gelden immers flood-routingsrelaties tussen de debieten op verschillende plaatsen. Zo zou het onbekende debiet Q_2 kunnen afhangen van het gegeven debiet Q_4 en de gemeten debieten Q_1 en Q_3 :

$$Q_{2,t+1} = f(Q_{1,t+1}, Q_{3,t+1}, Q_{4,t+1}, Q_{4,t}) \quad (12)$$

$Q_{2,t+1}$ wordt dus *indirekt* gemeten door middel van debietsmetingen op andere plaatsen en bekende flood-routingsrelaties (bijvoorbeeld een Muskingum vergelijking met $Q_{2,t+1}$ als afhankelijke variabele). Dikwijls omzeilt men deze complicaties met onbemeten afvoeren door de situatie te vereenvoudigen waarbij gedaan wordt en ervoor te zorgen dat de zijrivieren altijd uitmonden bij het begin of het einde van een traject (met bemeten Q 's) en dus geen

gebruik te maken van subtrajecten met onbemeten afvoeren (zie ook: paragraaf 4.4).

Voor de neerslag ziet de meetvergelijking er anders uit. Gezocht wordt naar (de toestand van) de neerslag $P_{z,t+1}$ voor het stroomgebied van de zijrivier. Aangezien de neerslag over dit gebied niet uniform is, wordt gezocht naar een gebiedsgemiddelde neerslag. Er zijn drie neerslagstations, P_1, P_2, P_3 , in het gebied aanwezig die informatie kunnen verschaffen over de gebiedsneerslag (zie figuur 6.2-1). Er wordt nu verondersteld dat de gebiedsneerslag een gewogen gemiddelde is van de drie neerslagstations:

$$P_{z,t+1} = c_1 \cdot P_{1,t+1} + c_2 \cdot P_{2,t+1} + c_3 \cdot P_{3,t+1} + v_{4,t+1} \quad (13)$$

$v_{4,t+1}$ = combinatie van de meetruis die ontstaat bij de neerslagmeting en de meetruis die ontstaat bij omrekening van de puntsneerslagen naar één gebiedsneerslag!

Merk op dat de meetruis in deze vergelijking dus van een andere soort is dan die in vergelijking 6-11.

Bovengenoemde meetvergelijkingen uit het voorbeeld kunnen worden samengevat in een vectorvergelijking:

$$\begin{bmatrix} Q_{1,t+1} \\ Q_{2,t+1} \\ Q_{3,t+1} \\ P_{1,2,3,t+1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1,t+1} \\ S_{2,t+1} \\ S_{3,t+1} \\ P_{z,t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,t+1} \\ w_{2,t+1} \\ w_{3,t+1} \\ w_{4,t+1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Met $P_{1,2,3}^*$ is een verkorte schrijfwijze voor $c_1 P_{1,t+1} + c_2 P_{2,t+1} + c_3 P_{3,t+1}$, en $Q_{1,2,3,t+1}^*$ is een verkorte schrijfwijze voor $f(Q_{1,t+1}, Q_{2,t+1}, Q_{3,t+1}, Q_{4,t+1})$. Deze vergelijking is van dezelfde vorm als vergelijking 6-10, met het verschil dat er één tijdstap verschoven is.

De beschrijving van het systeem in het voorbeeld is nu in een zodanige vorm geschreven dat het Kalman Filter kan worden toegepast om een zo goed mogelijke schatting van de toestand $[S_{1,t}, S_{2,t}, S_{3,t}, P_{z,t}]^T$ te verkrijgen. De hier toegepaste notatiewijze van de meet- en de toestandsvergelijking wordt in de literatuur wel aangeduid als de zogenaamde "State-Space" vorm (Ahsan en O'Connor, 1994).

Uit het feit dat er ruis in de meetvergelijking zit volgt dat de exacte toestand van het systeem niet direct uit de meetvergelijking kan worden afgeleid, zoals dat bij de toestandsvergelijkingen ook al niet kon. Gezocht wordt naar een *soort gewogen gemiddelde* tussen de toestand op tijdstip t , voorspeld op basis van de toestandsvergelijking 6-4 en de toestand

voorspeld op basis van de meetvergelijking 6-10. Hierbij hangen de toegekende gewichten af van de nauwkeurigheid van de afzonderlijk vergelijkingen. Wanneer de meting van de neerslag bijvoorbeeld zeer nauwkeurig is ten opzichte van de toestandsovergangsvergelijking voor de neerslag, dan zal eerstgenoemde het grootste gewicht krijgen in de uiteindelijke schatting van de toestand van de neerslag op dat moment. Het voorbeeld wordt nu losgelaten. De formele afleiding van het Kalman Filter zal in de komende paragrafen plaatsvinden aan de hand van de standaard meet en systeemvergelijkingen 6-4 en 6-10. Daarbij wordt opgemerkt dat in het vervolg de " u_{t-1} " term is weggelaten, aangezien het meenemen van deze term weinig toevoegt aan het algemene begrip van het KF. De Kalman vergelijkingen kunnen op eenvoudige wijze worden aangepast voor situaties waarin deze " u_{t-1} " term wordt meegenomen (Gelb, 1974; blz. 130).

Stel dat er een schatting van de toestand van het systeem beschikbaar is op het moment juist voor de meting. Daarbij wordt vermeld dat de beginschatting $\hat{x}_t(-)$ voor de toestand juist voor de meting z_t uiteindelijk gebaseerd is op de waarden van de metingen $z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$ en de op de extrapolatie met de toestandsovergangsvergelijking. En stel dat een verbeterde schatting $\hat{x}_t(+)$ voor de toestand van het systeem gezocht wordt op basis van de extra informatie van de meting die op dat moment (tijdstip t) gedaan wordt, terwijl van de meting bekend is dat zij ruis in zich heeft. Dan kan die verbeterde schatting gemaakt worden door een gewogen gemiddelde te nemen van de eerdere toestandsvoorspelling en de meting:

$$\hat{x}_t(+) = K_t^* \hat{x}_t(-) + K_t z_t \quad (15)$$

$\hat{x}_t(-), \hat{x}_t(+)$ = de schatting voor de toestand resp. juist vóór en juist na de meting op tijdstip t

waarbij K_t^* en K_t in eerste instantie "willekeurige" gewichtsmatrices zijn. Het blijkt mogelijk K_t^* uit te drukken in K_t . Allerst wordt daartoe de schattingsfout gedefinieerd (respectievelijk juist voor en net na de meting):

$$\tilde{x}_t(+) = x_t - \hat{x}_t(+) \quad (16)$$

$$\tilde{x}_t(-) = x_t - \hat{x}_t(-) \quad (17)$$

$x(-)$ = schattingsfout voor de meting
 $x(+)$ = schattingfout na de meting

De werkelijke toestand x_t is onbekend, maar zoals gezegd wordt er getracht die onbekende toestand zo goed mogelijk te benaderen. Een "slangetje" boven de x staat voor de schattingsfout. Wanneer men vergelijking 6-16 en 6-17 substitueert in vergelijking 6-15 en deze

vervolgens combineert met vergelijking 6-10 dan gaat de laatstgenoemde vergelijking over in:

$$\tilde{x}_t^{(+)} = [K_t^* + K_t H_t - I] \tilde{x}_t + K_t^* \tilde{x}_t^{(-)} + K_t v_t \quad (18)$$

I = de zogenaamde eenheidsmatrix

Als verondersteld wordt de schattingsfout voor de meting onbeoordeeld is, dat wil min of meer zeggen dat de fout in de schatting slingert rondom nul, dan geldt dus:

$$E[\tilde{x}_t^{(-)}] = 0 \quad (19)$$

en men eist voor een onbeoordeelde (en verbeterde) schatter eveneens:

$$E[\tilde{x}_t^{(+)}] = 0 \quad (20)$$

dan volgt hieruit dat de term binnen de haken in vergelijking 6-18 nul moet zijn zodat:

$$K_t^* = I - K_t H_t \quad (21)$$

In de literatuur wordt de gewichtsfactor K_t de **Kalman Gain** wordt genoemd. De vergelijking voor de verbeterde schatter 6-15 een nieuwe vorm krijgt:

$$\hat{x}_t^{(+)} = (I - K_t H_t) \hat{x}_t^{(-)} + K_t z_t \quad (22)$$

Het feit dat het eerste gewicht $I - K_t H_t$ is en niet $I - K_t$ kan verklaard worden uit het feit dat in de meetvergelijking niet de toestand zelf gemeten wordt, maar een grootte die in een bepaalde relatie staat tot de toestand door middel van een matrix H_t . In het voorbeeld zou de verbeterde schatting voor het debiet op tijdstip t een gewogen gemiddelde worden van de gemeten waterstand op tijdstip t en het verwachte debiet op basis van de toestandsovergangsvergelijking. De dimensie van K_t is in dit voorbeeld $[m^2 s^{-1}]$, de dimensie van H_t ($=\beta_t$) is $[m^{-2} s]$. Vergelijking 6-22 kan ook in een andere vorm geschreven worden die nuttig is bij het verkrijgen van inzicht in de werking van het Kalman Filter:

$$\hat{x}_t^{(+)} = \hat{x}_t^{(-)} + K_t [z_t - H_t \hat{x}_t^{(-)}] \quad (23)$$

De tweede schrijfwijze van de Kalman vergelijking (vergelijking 6-23) kan als volgt worden gelezen: de vernieuwde schatting $\hat{x}_t^{(+)}$ is gelijk aan de oude schatting plus K_t maal de fout

die men zou hebben gemaakt als men met de oude toestandsschatting een schatting voor de nieuwe meting had gemaakt. Om in termen van het voorbeeld te spreken: de nieuwe debiet-schatting is de oude debietschatting voor het tijdstip t juist voor de meting plus K maal de afwijking tussen de gemeten waterstand en de berekende waterstand op basis van de oude debietsschatting.

Om een indruk te krijgen van de grootte van de schattingsfout die gemaakt wordt bij de schatting van de toestand voor en na de meting, wordt de (co)variantiematrix gedefinieerd:

$$P_t(-) = E[\tilde{x}_t(-)\tilde{x}_t(-)^T] \quad (24)$$

$$P_t(+) = E[\tilde{x}_t(+)\tilde{x}_t(+)^T] \quad (25)$$

Hierbij zijn $\tilde{x}_t(+)$ en $\tilde{x}_t(-)$ de schattingsfouten gedefinieerd volgens vergelijkingen 6-16 en 6-17. Wanneer de toestand bestaat uit meerdere variabelen spreekt men van covariantiematrices, in het geval van één enkele variabele, zoals Q_t in het voorbeeld, dan spreekt men van varianties. De $P_t(-)$ en de $P_t(+)$ zouden in het voorbeeld de varianties van de schattingsfouten van de debieten juist voor en na de meting zijn. Voordat er nu een betrekking wordt afgeleid tussen de varianties $P_t(+)$ en $P_t(-)$ van de schattingsfouten wordt eerst een relatie tussen de schattingsfout na en de schattingsfout voor de meting gegeven:

$$\tilde{x}_t(+) = (I - K_t H_t) \tilde{x}_t(-) + K_t v_t \quad (26)$$

Deze vergelijking kon gevonden worden door combinatie van 6-22 met 6-16 en 6-17. Door substitutie kan na enig rekenwerk worden aangetoond dat vervolgens $P_t(+)$ geschreven kan worden als:

$$P_t(+) = (I - K_t H_t) P_t(-) (I - K_t H_t)^T + K_t R_t K_t^T \quad (27)$$

hetgeen gezien kan worden als een soort gewogen som van de (co)variantie van de eerdere schattingsfout en de variantie van de meetfout (de variantie van de som van twee onafhankelijke variabelen is namelijk gelijk aan de som van de twee varianties). Op dezelfde wijze kan een uitdrukking voor $P_t(-)$ gevonden worden:

$$P_t(-) = \Phi_{t-1} P_{t-1} \Phi_{t-1}^T + Q_t \quad (28)$$

Q_t = variantie van de modelfout:

Φ_t = toestandsovergangsmatrix.

Hetgeen op zijn beurt gelezen kan worden als een gewogen som van de variantie van de eerdere schattingsfout en de variantie van de modelfout. Nu is het de bedoeling dat er een gewicht K_t gevonden wordt zodanig dat de lengte van de schattingsfout-vector na de meting minimaal is. Dit is gelijkwaardig met minimalisatie van spoor van $P_t(+)$ m.b.t. K (oftewel de partiële afgeleide van $P_t(+)$ naar K_t gelijk aan nul stellen). Na enige matrixrekening vindt men dat:

$$K_t = P_t(-)H_t^T [H_t P_t(-)H_t^T + R_t]^{-1} \quad (29)$$

Met behulp van deze vergelijking kan vergelijking 6-27 herschreven worden tot:

$$P_t(+) = [I - K_t H_t] P_t(-) \quad (30)$$

Het valt op dat $P_t(+)$, $P_t(-)$ en K_t tegelijkertijd van elkaar afhangen. Hiermee lijkt het alsof men "in een cirkel loopt". Later zal worden toegelicht hoe deze variabelen toch gevonden kunnen worden. De afgeleide Kalman vergelijkingen worden samengevat in onderstaande figuur 6.2-3.

(Gelb, 1974) SUMMARY OF DISCRETE KALMAN FILTER EQUATIONS

System Model	$\underline{x}_k = \Phi_{k-1} \underline{x}_{k-1} + \underline{w}_{k-1}, \quad \underline{w}_k \sim N(\underline{0}, Q_k)$
Measurement Model	$\underline{z}_k = H_k \underline{x}_k + \underline{v}_k, \quad \underline{v}_k \sim N(0, R_k)$
Initial Conditions	$E[\underline{x}(0)] = \hat{\underline{x}}_0, \quad E[(\underline{x}(0) - \hat{\underline{x}}_0)(\underline{x}(0) - \hat{\underline{x}}_0)^T] = P_0$
Other Assumptions	$E[\underline{w}_k \underline{v}_j^T] = 0 \text{ for all } j, k$
State Estimate Extrapolation	$\hat{\underline{x}}_k(-) = \Phi_{k-1} \hat{\underline{x}}_{k-1}(+)$
Error Covariance Extrapolation	$P_k(-) = \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$
State Estimate Update	$\hat{\underline{x}}_k(+) = \hat{\underline{x}}_k(-) + K_k [\underline{z}_k - H_k \hat{\underline{x}}_k(-)]$
Error Covariance Update	$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-)$
Kalman Gain Matrix	$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1}$

Figuur 6.2-3: De Kalman vergelijkingen

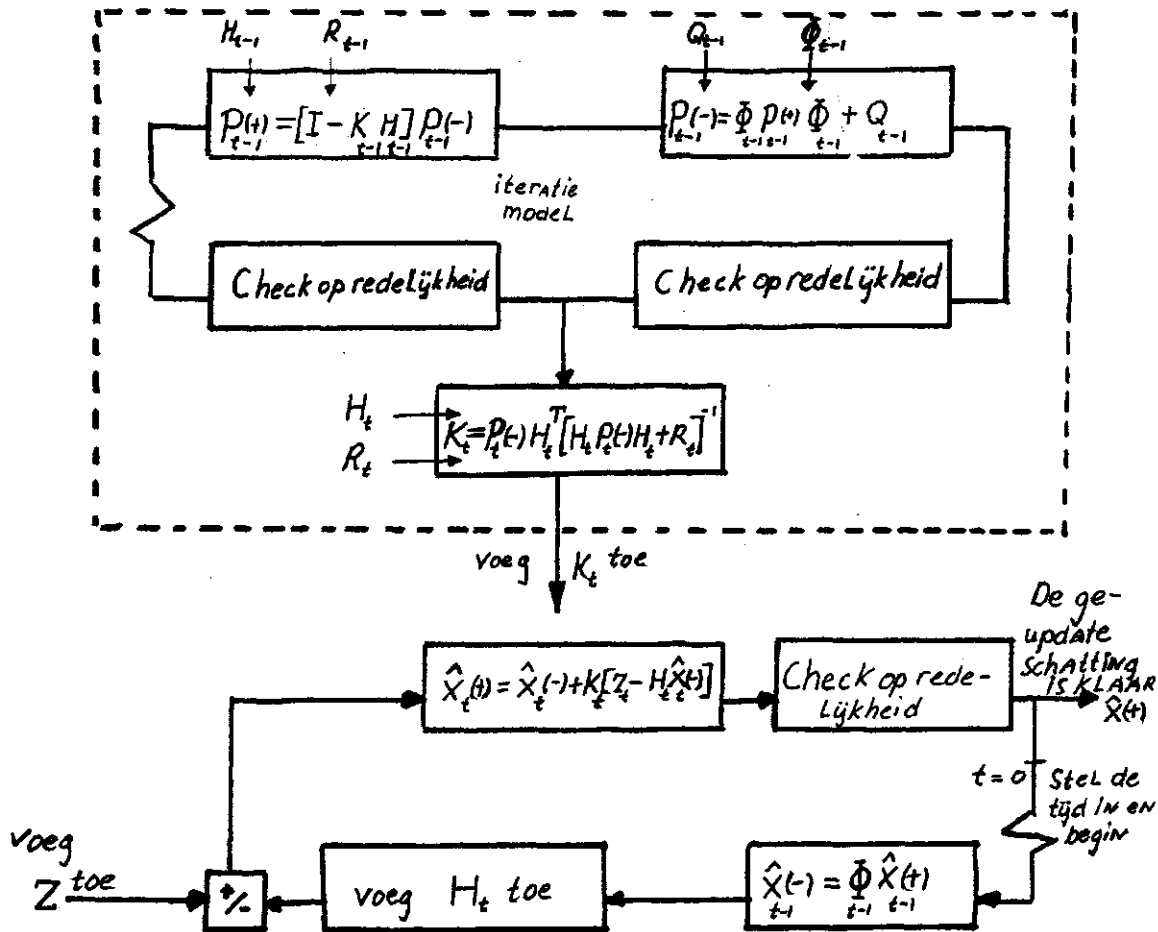
Door bovenstaande vergelijkingen kwalitatief te analyseren kan een beter inzicht verkregen worden in de structuur van de Kalman Filter techniek. Uit de figuur blijkt namelijk dat:

- * $P_t(+)$ kleiner is dan $P_t(-)$
- * $P_t(-)$ toeneemt wanneer de modelfout (Q_t) toeneemt
- * $P_t(+)$ toeneemt wanneer de meetfout (R_t) toeneemt
- * K_t afneemt wanneer de meetfout toeneemt

* K_t toeneemt wanneer de modelfout toeneemt

*de meetfout en de modelfout uiteindelijk bepalend zijn voor de waarden van K_t , $P_t(+)$ en $P_t(-)$

Nu inzicht is verkregen in de structuur van het KF kan bekeken hoe de toepassing van het KF in zijn werk gaat. Zie daartoe de onderstaande figuur 6.2-4 (naar: Gelb, 1974):



Figuur 6.2-4: De werking van het Kalman Filter

Het KF dat *toegepast* wordt ligt in de figuur buiten het gestippelde kader. Binnen het gestippelde kader bevindt zich een wiskundig model dat de nauwkeurigheid van de modellen en meetprocessen beschrijft. Uiteraard is het toegepaste Kalman Filter ook gebaseerd op dit model. Binnen het kader worden $P_t(+)$, $P_t(-)$ en K_t door iteratie ingesteld, zodanig dat zij voldoen aan de Kalman vergelijkingen. Dit iteratieproces is noodzakelijk omdat $P_t(+)$, $P_t(-)$ en K_t naar elkaar verwijzen in de vergelijkingen. De uiteindelijke waarden zijn nu een functie van H , Q , en R welke in het voorbeeld constant zijn, maar ook mogen variëren zonder dat

het principe van het KF daarmee verandert. Vooralsnog wordt aangenomen dat H , Q en R constant zijn. Het uiteindelijke gewicht K_t en de uiteindelijke verwachte varianties schattingsfouten zijn na iteratie dus *vaste waarden* en zijn dus een functie van de vaste (co)varianties van de meetfouten en van de vaste (co)varianties van de modelfouten. De door iteratie bepaalde K_t wordt als waarde genomen en wordt vervolgens toegepast als gewicht voor het Kalman Filter.

Bij toepassing voor het Kalman Filter wordt eerst een beginschatting gemaakt $x_{t-1}(0)$. Uit deze x wordt door middel van de toestandsovergangsvergelijking (6-4) een schatting gemaakt voor $x_t(-)$. Vervolgens wordt na het beschikbaar komen van een nieuwe meting met de updatingsvergelijking (6-23) (en de vaste Kalman Gain) een verbeterde schatting gemaakt. Tussen deze bekende meting en de komende (onbekende) meting wordt wederom een nieuwe schatting van de toestand gemaakt met de toestandsovergangsvergelijking en ook deze schatting kan wanneer een nieuwe meting beschikbaar is weer "ge-updated" worden. Het verhaal verandert nauwelijks wanneer H , Q en R variëren. In dat geval moet $P_t(-)$ telkens voor de toestandsovergangsstap aangepast worden en moeten de K_t en $P_t(+)$ voor de meting aangepast worden.

6.3 Discussie over de toepassing van het Kalman Filter

6.3.1 Inleiding

Voordat overgegaan wordt naar de daadwerkelijke toepassing van het Kalman Filter is het belangrijk ons af te vragen op welke wijze het Kalman Filter toegepast kan en mag worden. De aanleiding tot deze filosofisch getinte discussie vormde een reviewartikel van Ahsan en O'Connor in het *Journal of Hydrology* (1994). Hierin wordt gewaarschuwd voor een onjuist en overbodig gebruik van het Kalman Filter in de hydrologie. Bij een te naïef toepassen van het Kalman Filter kan men wel eens het verkeerde doel nastreven. In het kader van deze waarschuwing vindt er een fundamentele discussie plaats over het doel van een Kalman Filter. Daarbij wordt onderzocht of de gevonden "optimale oplossing" bij gebruik van het Kalman Filter ook werkelijk de optimale oplossing in *hydrologische* zin is bij afvoervoorstellen, na dat de voorspelde rivierafvoeren zo dicht mogelijk bij de werkelijke afvoeren liggen.

In deze paragraaf zal een korte uiteenzetting van het in het artikel beschreven discussie gegeven worden. Daarbij is de uiteenzetting in twee stukken verdeeld. Het eerste deel behandelt het geval waarbij er meetruis in het systeem aanwezig is. Hierbij zal ook aandacht besteed worden aan mogelijke redeneringsfouten. Het tweede deel van de uiteenzetting behandelt het geval waarbij de systeemruis afwezig is of verwaarloosd wordt.

6.3.2 Minimalisatiecriteria

(deel 1A)

Allereerst wordt aan de hand van een voorbeeld bekeken hoe het Kalman filter oorspronkelijk werd toegepast in de communicatietechniek en welk criterium daarbij werd geminimaliseerd. Stel dat er elders op de wereld een bepaald beeldsignaal wordt verzonden door een satelliet naar een schotelantenne. Het binnenkomene signaal wordt gemeten. De meting van dat signaal wordt als volgt genoteerd:

$$z_t = x_t + v_t \quad (31)$$

z_t = de meting van het signaal plus de ruis, zoals binnengekomen op de antenne;

x_t = de zuivere toestand van het signaal, zoals verzonden door de satelliet;

v_t = de ruis in de meting, ontstaan door bijvoorbeeld weersomstandigheden.

Merk op dat het hier exact dezelfde vergelijking als vgl. 6-10 betreft, maar dan met een meetmatrix (H) in de vorm van een ééndimensionale eenheidsmatrix (het getal 1).

De vraag is wat nu op basis van waarnemingen t/m het tijdstip t gezegd kan worden over de zuivere toestand x_t van het signaal. Met andere woorden: men wil deze toestand schatten op basis van de waarnemingen $z, \dots, z_t$. Deze schatting wordt genoteerd met $\hat{x}_{t,t}$. Het doel van een filter (althans in de communicatietechniek) is in dat geval het zuivere beeldsignaal (toestand) te genereren op basis van de meting en op basis van de deterministische toestandsovergangsvergelijking. Deze laatstgenoemde vergelijking is meestal voortgekomen uit inzicht in fysische processen van de electromagnetische golfvoortplanting. Het Kalman Filter minimaliseert de verwachte kwadratische afwijking tussen deze schatting van de toestand en de zuivere toestand van het signaal:

$$F_1 = E[(x_t - \hat{x}_{t,t})^2] \quad (32)$$

F_1 = minimalisatiecriterium van het Kalman Filter

Men kan aantonen, na minimalisatie van dit kwadratisch criterium, dat de optimale schatter een lineaire combinatie van de metingen tot en met tijdstip t $z_{t-1}, \dots, z_t$ moet zijn:

$$\hat{x}_{t+1,t} = \sum_{j=0}^{\infty} h_j z_{t-j} \quad (33)$$

h_j = de discrete impuls respons functie van het filter met een oneindig lang geheugen.

De Kalman vergelijkingen die in de vorige paragraaf zijn afgeleid vormen in feite tesamen de recursieve vorm van bovenstaande vergelijking 6-33. Vanwege de eenvoud wordt gekozen om bovenstaande niet-recursieve vorm van het Kalman Filter te gebruiken bij de discussie (echter de eerder afgeleide vorm biedt juist bij *toepassing* van het Kalman Filter voordelen!).

Wat betekent dit alles nu voor hydrologische toepassingen. Stel bijvoorbeeld dat:

- De waterstand bij Lobith (h) wordt gemeten met zekere onnauwkeurigheid (ruis)
- De juiste h Lobith wordt voorspeld met behulp van een model.

In bovenstaande vergelijking 6-33 is z_t gelijk aan de gemeten waterstand en is x_t bijvoorbeeld de werkelijke waterstand terwijl de overgangsmatrix H wederom gelijk is aan 1. In deze situatie is het gewenst het verschil tussen de geschatte toestand van de waterstand op tijdstip t en de *waarneming* van de waterstand op tijdstip t te minimaliseren:

$$F_2 = E[(x_t - \hat{x}_{t,t})^2] = E[(x_t - \hat{x}_{t,t} + v_t)^2] \quad (34)$$

Concreet: men wil vaak dat de waarde van de voorspelde waterstand zo dicht mogelijk bij de *gemeten* waterstand ligt en niet bij een of andere zuivere, "werkelijke", waterstand.

Stelling

Het zojuist geformuleerde criterium (F_2) is niet hetzelfde criterium als F_1 . Dit onderscheid is cruciaal, aangezien dit impliceert dat toepassing van het KF in de hydrologie op deze wijze, niet juist is.

Het onderscheid tussen de criteria zal nu wiskundig worden onderbouwd.

Allereerst wordt vergelijking 6-34 uitgeschreven met behulp van elementaire rekenregels uit de statistiek:

$$F_2 = E[(x_t - \hat{x}_{t,t} + v_t)^2] = E[(x_t - \hat{x}_{t,t})^2] + 2E[v_t \cdot (x_t - \hat{x}_{t,t})] + E[v_t^2] \quad (35)$$

Ofwel:

$$F_2 = F_1 + 2E[v_t \cdot (x_t - \hat{x}_{t,t})] + E[v_t^2] \quad (36)$$

Wanneer nu aangenomen wordt dat v_t en $(x_t - \hat{x}_{t,t})$ onafhankelijk zijn en dat dus geldt:

$$E[(v_t \cdot (x_t - \hat{x}_{t,t}))] = 0 \quad (37)$$

Dan gaat de hydrologisch te optimaliseren functie F_2 over in:

$$F_2 = E[(x_t - \hat{x}_{t,t})^2] + E[v_t^2] = E[(x_t - \hat{x}_{t,t})^2] + R \quad (38)$$

Waarbij R de variantie van de meetruis is. Het is belangrijk te realiseren dat R een constante is.

Aangezien de functie F_1 en F_2 slechts een constante van elkaar verschillen, zal minimalisatie van beide functies leiden tot dezelfde optimale parameters. Dit zou als consequentie hebben dat de oplossing die men met het Kalman Filter berekent (door minimalisatie van F_1) wel leidt tot een optimale oplossing in hydrologische zin!

Toch gaat deze laatste redenering niet op, vanwege de onjuiste aanname dat de kruiscorrelatie tussen de ruis op tijdstip t (v_t) en de schattingsfout ($x_t - \hat{x}_{t,t}$) nul zou zijn. De aanname dat v_t en ($x_t - \hat{x}_{t,t}$) onafhankelijk zijn blijkt namelijk principieel onjuist, aangezien $\hat{x}_{t,t}$ geschreven kan worden als een lineaire combinatie van alle metingen tot en met tijdstip t (vergelijking 6-23). In feite stelt deze vergelijking dat de schatting van x hoe dan ook tot stand komt door een lineaire combinatie van de metingen. Uit het feit dat $\hat{x}_{t,t}$ geschreven kan worden als een lineaire combinatie van de metingen tot en met tijdstip t , kan men concluderen dat $x_{t,t}$ een functie is van z_t . Dit kan overigens ook direct worden geconcludeerd uit vergelijking 6-23 van het Kalman Filter. Maar als $\hat{x}_{t,t}$ een functie is van z_t dan is $\hat{x}_{t,t}$ ook een functie van v_t ! Er geldt immers dat $z_t = x_t + v_t$. En dus is v_t afhankelijk van $\hat{x}_{t,t}$ en dus ook van ($x_t - \hat{x}_{t,t}$). Het criterium F_1 leidt dus inderdaad tot een ander optimum dan het optimum dat volgt uit F_2 .

Deel 1B

Uit het artikel van Ahsan en O'Connor bleek dus dat de doelfunctie van het Kalman Filter (F_1) vaak niet overeenkomt met de doelfunctie van hydrologische flood routing problemen (F_2). Uit de theorie van de tijdreeksanalyse (Box & Jenkins, 1970) is bekend dat ARMA modellen wel de geschikte doelfunctie hebben. ARMA modellen hebben namelijk als doel de afstand tussen de voorspelling en de meting te minimaliseren (F_2). Dit zou resulteren in de stelling dat ARMA modellen potentieel tot een betere hydrologische voorspelling (in de zin van doelfunctie F_2) in staat zijn dan het Kalman Filter. Ondanks dat het mathematische argument van de verschillende doelfuncties sluitend is, leidde de conclusie omtrent de prestatie van ARMA versus KF tot een intuïtieve tegenstelling bij de auteurs van dit verslag. Het is, gezien het filosofische karakter van de discussie in dit hoofdstuk, wellicht interessant even bij deze (schijnbare) tegenstelling stil te staan.

Allereerst wordt het eerste deel van vergelijking 6-34 nog eens nauwkeurig bekeken:

$$E[(z_t - \hat{z}_{t,t})^2] = E[(z_t - \hat{x}_{t,t})^2] \quad (39)$$

Er wordt in deze vergelijking dus gesteld dat de beste schatting voor de meting overeenkomt met de beste schatting voor de toestand. Uitgaande van dit feit zou men kunnen denken dat het Kalman Filter beter in staat zou moeten zijn om $E[(z_t - \hat{x}_{t,t})^2]$ te minimaliseren dan een ARMA model. Het is immers zo dat het Kalman Filter schattingen van vroegere *toestanden* $\hat{x}_{t-1,t-1}, \hat{x}_{t-2,t-2}, \hat{x}_{t-3,t-3}, \dots$ en meting z_t gebruikt om een nieuwe state $\hat{x}_{t,t}$ te voorspellen. Dit in tegenstelling tot de ARMA modellen die gebruik maken van vroegere *metingen* $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, z_{t-3}, \dots$ om een nieuwe state $\hat{x}_{t,t}$ te voorspellen. Aangezien bij toepassing van het KF (een deel van) de ruis uit de input van het voorspellingsmodel gefilterd wordt lijken de inputparameters $\hat{x}_{t-1,t-1}, \hat{x}_{t-2,t-2}, \hat{x}_{t-3,t-3}, \dots$ zuiverder dan de bij ARMA modellen gebruikte input

parameters $z_{t-1}, z_{t-2}, z_{t-3}, \dots$. Op basis hiervan zou men verwachten dat de KF voorspelling voor $\hat{x}_{t,t}$ en dus die voor $\hat{z}_{t,t}$ beter is dan die van het ARMA model. Dit zou echter in tegenspraak zijn met het genoemde wiskundige argument dat F_1 ongelijk is aan F_2 terwijl F_2 de juiste doelfunctie is.

Toch is ook deze intuïtieve redenering onjuist en wel om de volgende reden: wanneer we bij de voorspelling van x_t gebruik zouden kunnen maken van kennis van de zuivere toestanden $x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, \dots$ dan zou inderdaad de beste voorspelling voor x_t (genoteerd met $\hat{x}_{t,t}$) en dus de beste voorspelling voor z_t gevonden worden. Feit is echter dat het Kalman Filter ook slechts een model is en dientengevolge geen gebruik maakt van de *zuivere* toestanden $x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, \dots$, maar van de *schattingen* van die toestanden $\hat{x}_{t-1,t-1}, \hat{x}_{t-2,t-2}, \hat{x}_{t-3,t-3}, \dots$. En, wat belangrijk is, die schattingen voor die toestanden zijn oorspronkelijk tot stand gekomen uit een (lange) lineaire combinatie van de eerder gedane metingen (zie formule 6-33)!!

Het Kalman Filter gebruikt dus uiteindelijk dezelfde dataset om dezelfde vergelijking 6-32 te minimaliseren. En aangezien het ARMA model reeds een optimale lineaire combinatie van $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, z_{t-3}, \dots$ gevonden had is er hoe dan ook geen betere combinatie mogelijk en kan het KF op zijn best (maar dan via een omweg) dezelfde lineaire combinatie vinden als die door het ARMA model gevonden wordt. In alle andere gevallen is het Kalman Filter dus suboptimaal en daarmee blijft de eerder genoemde conclusie van Ahsan en O'Connor ook intuïtief overeind.

Het is in het kader van deze discussie wellicht nuttig om de volgende opmerking te maken. Wanneer er echter géén meetruis zou zijn, dan zou de doelfunctie van het KF in de communicatie techniek samenvallen met de doelfunctie van veel hydrologische studies nl. dat het voorspelde signaal zo dicht mogelijk bij het waargenomen signaal ligt. Dit zou dus kunnen pleiten voor het gebruik van het KF in dergelijke situaties. Ahsan en O'Connor laten echter zien dat in dat geval het Kalman Filter degenereert tot een simpeler algoritme dat identiek is aan de ARMA-algorithmen. En aangezien het ARMA-algoritme veel eenvoudiger toe te passen is dan het KF wordt in dat geval het KF overbodig.

Conclusie

Uit bovenstaande discussie aan de hand van het artikel van Ashan & O'Connor kan geconcludeerd worden dat de toepassing van het KF op bovengenoemde wijze ofwel vanuit een theoretisch oogpunt onjuist is ofwel vanuit een praktisch oogpunt omslachtig is.

Toch dient bij deze conclusie nog een korte opmerking gemaakt te worden. Ondanks dat ARMA modellen bij bepaalde hydrologische toepassingen theoretisch gezien juist zijn dan het KF, kan de hydroloog in de praktijk er toch voor kiezen om het KF op bovengenoemde wijze toe te passen.

Het is namelijk zo dat ARMA modellen in deze situaties beter presteren wanneer het *optimale ARMA model* gebruikt wordt. Uit de praktijk blijkt echter dat de uiterlijke vorm

optimale ARMA model afhankelijk is van de situatie (periode) waarin het model gebruikt wordt. Zo bleek in hoofdstuk 4 dat de optimale waarden van de AR(1) parameters per golf verschillen en wellicht zelfs binnen één golf. Dit zou betekenen dat, wil men afvoervoorspelling leveren die voor ieder tijdstap optimaal is, men iedere tijdstap opnieuw de optimale modelparameters zou moeten vaststellen. Het mag duidelijk zijn dat dit vaak niet erg praktisch is. Een andere mogelijkheid is om de ARMA parameters op een recursieve wijze aan te passen. De statisticus P.C Young (1986) wijst er echter op dat de hiervoor benodigde algorithmen complex zijn en daarmee ook niet erg praktisch. In dergelijke situaties kan het minder complexe KF als alternatief dienen. Het KF is namelijk sowieso een recursief algoritme en stelt bij iedere tijdstap haar model bij.

De discussie in deze paragraaf heeft eraan bijgedragen dat het Kalman Filter in deze studie op een andere dan bovenstaande wijze is toegepast, door niet de modelvariabelen (bv. Q of h) als toestandsvector te nemen, maar de modelparameters (bv. een of andere modelfactor). Deze toepassing zal in de volgende paragraaf uitgebreid aan bod komen. Daarbij zal ook aandacht besteed worden aan het verschil van de toepassing van het KF op deze en die op de bovengenoemde manier.

6.4 Toepassing en resultaten van de Muskingum-KF methode

6.4.1 Inleiding

In deze paragraaf zal de toepassingsmethode van het Kalman Filter beschreven worden. Er is voor gekozen om één van de modelparameters, namelijk de multiplicatiefactor (m), in de tijd te laten variëren. Als toestand wordt ditmaal de multiplicatiefactor genomen en dus niet de afvoer, zoals vaak het geval is bij toepassing van het Kalman Filter. Het Kalman Filter gaat dus op zoek naar de juiste waarde van de modelparameter m (zie als voorbeeld van dit type KF bv. Simons et al. (1978)). De motivatie voor de toepassing van het KF in deze vorm is drieledig:

- het massatekort dat ontstaat door het niet modelleren van de zijrivieren bleek de "bottle neck" bij de voorspellingen;
- het KF in deze vorm is relatief eenvoudig toe te passen, aangezien de toestand hier uit slechts één parameter bestaat;
- toepassing van het KF in deze vorm is niet in strijd met de stellingen uit Ashan en O'Connor (1994).

6.4.2 Formulering van de vergelijkingen

Allereerst wordt er uitgegaan van de Muskingum vergelijking met multiplicatiefactor:

$$Q_t = C_1 m \hat{I}_t + C_2 m I_{t-1} + C_3 Q_{t-1} + v_{t,1} \quad (40)$$

m_t = de tijdsafhankelijke multiplicatiefactor

I_t = de invoer van het traject op tijdstip t

Q_t = de uitvoer van het traject op tijdstip t

Deze vergelijking wordt nu zodanig omgeschreven dat zij de vorm krijgt van een meetvergelijking (vergelijking 6-10):

$$z_t = H_t x_t + v_t \quad (41)$$

Omschrijven van vergelijking 6-40 levert dan:

$$[Q_t - C_3 Q_{t-1}] = [C_1 I_t + C_2 I_{t-1}] [m_t] + [v_t] \quad (42)$$

z_t is in deze situatie dus gelijk aan de gemeten uitvoer op tijdstip t Q_t min $C_3 * Q_{t-1}$. En de toestand x_t is in deze situatie gelijk aan m_t , terwijl H_t gelijk is aan $[C_1 I_t + C_2 I_{t-1}]$. De meetmatrix H_t is in deze situatie dus tijdsafhankelijk. In feite is nu een tamelijk vreemde situatie ontstaan waarbij de de Muskingumvergelijking benut wordt als *meetvergelijking* om informatie over de toestand m te verkrijgen.

De vraag is nu hoe de systeemvergelijking gedefinieerd kan worden. Aangezien bij afwezigheid van data van zijrivieren weinig informatie omtrent de toestandsverandering van m aanwezig is, wordt ervoor gekozen worden om de waarde van m constant te nemen. In dat geval gaat het Kalman Filter ervan uit dat de multiplicatiefactor constant blijft tenzij metingen uitwijzen dat dit niet het geval is. Hierdoor blijft het KF als het ware steeds zoeken naar de juiste multiplicatiefactor. De toestandsvergelijking wordt dus:

$$m_{t+1} = m_t + w_t \quad (43)$$

waarbij w_t de modelruis is. Deze toestandsvergelijking staat ook wel bekend als het "*random walk*" proces, afkomstig van de analogie waarbij een dronken vrouw/man een groot aantal stappen in een willekeurige richting zet. Voor dit onderzoek is de theorie van het "*random walk*" van minder belang en zal daarom niet worden besproken. Enige informatie over de toepassing van de random walk in het Kalman Filter wordt gegeven in Gelb (pp. 79 & pp.279).

Variantie van de modelruis en van de meetruis

Voordat het Kalman Filter kan worden toegepast moet er informatie gegeven worden over de nauwkeurigheid van het systeem model en het meetmodel. De statistische eigenschappen van de modelruis (w_t) en de meetruis (v_t) moeten dus gegeven worden. Ten eerste is uit de theorie van het KF bekend dat het KF slechts dan een optimale schatter is wanneer zowel de meetruis als de modelruis een Normale (Gauss) verdeling hebben (Gelb, 1974). Uiteraard zal dit in de praktijk vaak niet zo zijn, maar aangezien er geen aanwijzingen zijn dat de Normale verdeling in deze studie niet geldt, wordt normaliteit aangenomen. Overigens kan een lichtelijk suboptimale schatter dikwijls voldoende resultaat leveren.

Daarnaast moeten de varianties van zowel de meetruis als de modelruis geschat worden. In deze studie zijn na analyse van de meetfout (de variantie van de voorspellingsfout) en de modelfout (de variantie in m) de volgende schattingen gemaakt:

$$100^2 \leq \text{var}[v_t] \leq 200^2 \quad (44)$$

waarbij $\text{var}[v_t]$ [m^3s^{-1}]² vaak met het symbool R_t wordt aangeduid.
en voor de modelfout:

$$(0,01)^2 \leq \text{var}[w_t] \leq (0,03)^2 \quad (45)$$

waarbij $\text{var}[\omega_t]$ [-] vaak met het symbool Q_t wordt aangeduid.
De volgende (belangrijke) opmerkingen dienen daarbij gemaakt te worden:

-Variatie van v_t en w_t binnen de aangegeven grenzen bleek weinig invloed te hebben op de voorspelling. Buiten de gestelde grenzen werd het echter instabiel. Er is daarom voor gekozen om zowel voor v_t als voor w_t een *vaste* waarde te nemen welke voor alle golven constant werd gehouden. De vaste waarden zijn: $v_t = 150^2$ [m^3s^{-1}]² en $w_t = 0,02^2$ [-].

-De beginschatting van de multiplicatie factor bleek eveneens weinig invloed te hebben op de voorspelling. De convergentie naar de "juiste" waarde van de multiplicatiefactor verloopt snel (binnen twee dagen).

-Er zijn tevens beginschattingen voor de variantie van de toestandsschattingfout $P(0)$ en voor de Kalman Gain K nodig. Deze zijn in de studie zodanig gekozen dat zij in de goede grootte-orde vielen dat wil zeggen: de orde van K is ongeveer de orde van de toestand x_t gedeeld door de orde van de meting z_t (zie ook bv. vgl. 6-23). De orde $P(0)$ is ongeveer een orde kleiner dan de orde van x_t . Doordat er enige malen ge-itereerd wordt convergeren de "beginwaarden van P en K " vanzelf naar een vaste waarde, welke vervolgens gebruikt kunnen worden als werkelijke beginwaarden voor het Kalman Filter (zie theorie paragraaf 6.2).

Enkele toegepaste modelvarianties op bovenstaand model, waaronder het geval waarbij ook de zijrivieren worden meegenomen in het KF, worden gegeven in appendix I.

6.4.3 Toepassing en resultaten van de Muskingum-KF methode

Inleiding

In deze paragraaf zullen de resultaten van het Muskingum model uitgebreid met een Kalman Filter worden getoond en zal aan de hand van deze resultaten een discussie plaatsvinden over de voordelen en de beperkingen van het Kalman filter. De resultaten zijn in dezelfde vorm gegoten als de eerder getoonde resultaten in hoofdstuk 4 en 5. Dit maakt het eenvoudiger de prestaties van de verschillende methoden onderling te vergelijken. Voor de lezer die

het bovenstaande "technische gedeelte" van dit hoofdstuk hebben overgeslagen wordt nog eens samengevat: met behulp van het Kalman Filter wordt de multiplicatiefactor na iedere tijdstap aangepast, waarna de aangepaste multiplicatiefactor wordt gebruikt bij de nieuwe Muskingum voorspelling.

Als eerste worden de resultaten gegeven voor toepassing van het Kalman filter op de in paragraaf 6.4.2 beschreven wijze. Bij deze methode worden vooralsnog geen data van de afvoeren van de zijrivieren gebruikt.

Verwaarlozing van afvoer van zijrivieren

In de onderstaande tabellen staan de resultaten ten aanzien van de Muskingum-Kalman Filter methode gegeven voor de trajecten Düsseldorf-Lobith en Andernach-Düsseldorf waarbij de afvoer van de zijrivieren niet gebruikt zijn.

Tabel 6.4-1: Resultatentabel voor de Muskingum methode uitgebreid met een Kalman filter voor het traject Düsseldorf-Lobith (variantie modelruis = $0,02^2$; variantie meetruis = 150^2 [m^6s^{-2}]).

datum	modelparameters Musk.		standaardafwijking ($m^3/sec.$)			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,28	107000	80	117	103	128
febr. '90	0,09	89000	171	81	104	84
dec. '93	0,22	91000	219	205	198	207
jan. '95	0,10	84000	223	145	166	141

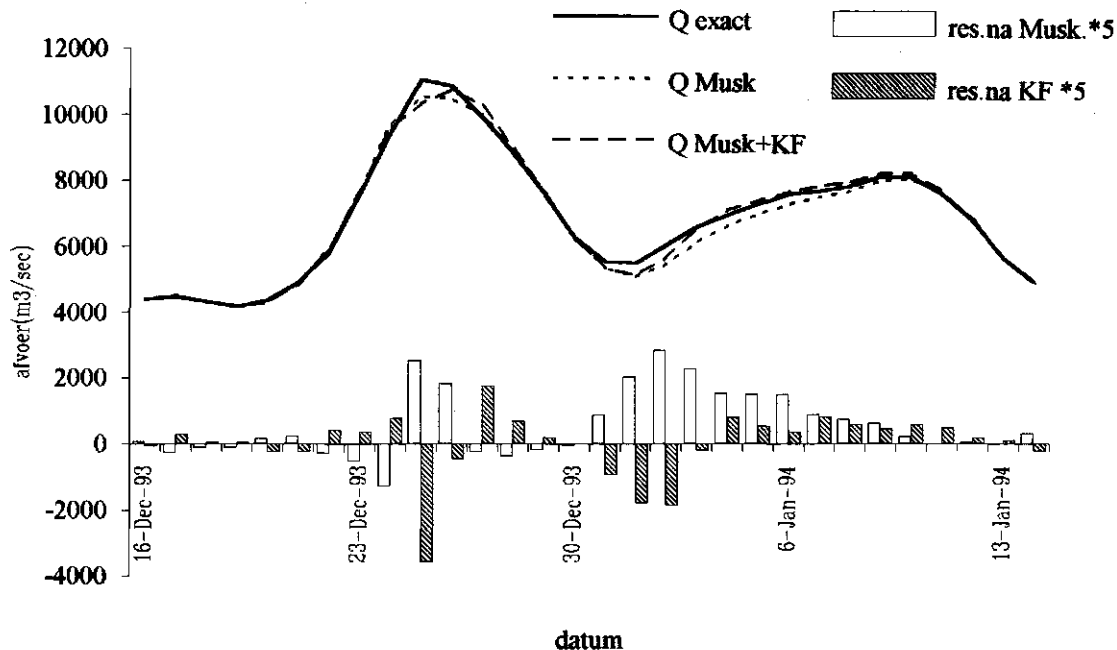
Tabel 6.4-2: Resultatentabel voor de Muskingum methode uitgebreid met een Kalman filter voor het traject Andernach-Düsseldorf (variantie modelruis = $0,02^2$ [-]; variantie meetruis = 150^2 [m^6s^{-2}]).

datum	modelparameters Musk.		standaardafwijking ($m^3/sec.$)			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	-0,14	51000	64	77	75	78
febr. '90	0,14	48000	125	112	119	112
dec. '93	0,12	53000	157	152	140	146
jan. '95	0,14	47000	159	129	136	129

Opvallend is de afwijkende waarde van de parameter x binnen het traject Andernach-Düsseldorf voor de golf van 1988. Dit is een typisch voorbeeld waarbij de optimalisatiefunctie een wiskundig optimale, maar geen "fysische" x -waarde heeft gevonden. Deze waarde zal in praktijk dan ook niet gebruikt worden voor een voorspelling.

Vergelijking van de tabellen 6.4-1 en 6.4-2 met de resultatentabellen ten aanzien van de "kale" Muskingum methode (tabellen 4.5-1 en 4.5-2) laat zien dat de toepassing van het KF net als de AR(1) methode een duidelijke verbetering oplevert. Globale vergelijking van de AR updatings- en de KF updatingsstechniek (tabellen 5.3-1, 5.3-2, 6.4-1 en 6.4-2) laat zien dat de resultaten van beide methode vergelijkbaar qua prestatie zijn, zowel wat betreft de "diagonalen" als buiten de diagonalen. Een nauwkeurige vergelijking van beide technieken laat zien dat AR(1) -methode voor een iets betere updatings zorgt als het KF. Het feit dat de twee methoden vergelijkbaar presteren is te verklaren uit het feit dat beide methoden *lineaire* updatingsstechnieken zijn en door het feit dat beiden door gebrek aan informatie *één dag te laat* corrigeren. Hier wordt immers de grootste fout door gemaakt. Wanneer de residuen langzaam fluctueren zijn beide methoden wel in staat massabalanstekort te corrigeren (zie figuur 6.4-1)

In zowel figuur 6.4-1 als figuur 5.3-3 (in paragraaf 5.3) is zichtbaar dat de correctie bij de eerste top te laat komt en leidt tot een overschatting na de top. Dit typische verschijnsel bij lineaire updatings technieken is reeds besproken in het vorige hoofdstuk.



Figuur 6.4-1: Voorspelling met de Muskingum-KF methode voor het traject Düsseldorf-Lobith voor de golf van 1993.

Het is moeilijk een uitspraak te doen over welk van de twee modellen het meest robuust is. ters voldoet voor alle golven. De beginschatting die voor de multiplicatiefactor bij het KF speelt een onderschikte rol, aangezien het systeem zeer snel convergeert (binnen 2 dagen) naar de "juiste" multiplicatiefactor. Bij de AR(1) methode echter worden de optimale waarden voor de AR parameters α en θ per golf worden geijkt. Uit deze optimale waarden van α en θ moet een soort gemiddelde waarde voor α en θ worden gekozen wanneer men een voorspelling wil maken (zie ook hoofdstuk 8).

Gezien het feit dat de AR(1) methode net iets beter presteert dan het KF, maar het KF minder eisen stelt aan de benodigde parameters kan in eerste instantie geen duidelijke uitspraak gedaan worden over welke updatingsmethode beter is. Echter, het voordeel dat het KF heeft met betrekking tot het eisen die gesteld worden aan de "parameters", wordt grotendeels teniet gedaan door het feit dat het KF veel complexer is om toe te passen dan de AR(1) methode.

In de volgende subparagraaf zal evenals in de vorige hoofdstukken aandacht besteed worden aan het inbouwen van enkele zijrivieren in het model.

Gebruik van afvoeren van zijrivieren

In tabel 6.4-3 zijn de resultaten ten aanzien van de Muskingum-KF methode voor het traject Düsseldorf-Lobith nogmaals gegeven, nu met betrekking van de afvoer van de Ruhr in de Muskingum voorspelling.

Tabel 6.4-3: Resultatentabel voor de Muskingum methode met gebruik van zijrivieren uitgebreid met een Kalman filter voor het traject Düsseldorf-Lobith (variantie modelruis = $0,02^2$; variantie meetruis = 150^2 [m^6s^{-2}]).

datum	modelparameters Musk		standaardafwijking ($m^3/sec.$)			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	0,33	118000	72	117	90	95
febr '90	0,16	96000	164	58	106	72
dec. '93	0,32	102000	165	168	144	154
jan. '95	0,22	103000	164	129	125	121

Ook nu levert de updating met het KF een verbetering op ten opzichte van de "kale" Muskingum methode (met gebruik van zijrivieren). Wanneer men bovenstaande tabel met de resultaten van de AR updating in dezelfde situatie vergelijkt (tabel 5.3-3) dan ziet men dat het AR beter presteert op de diagonaal. Ook naast de diagonaal presteert het AR model iets beter dan het KF maar de fouten zijn van dezelfde orde grootte. Wat ook opvalt, is dat de optimale x en K waarden van het Muskingum-AR model zeer sterk overeenkomen met die

van het Muskingum-KF model. Concluderend kan gesteld worden dat beide updatesmethodes voor het traject Düsseldorf-Lobith nagenoeg hetzelfde resultaat opleveren.

Tot slot van dit hoofdstuk zullen de resultaten van de Muskingum-KF methode (met zijrivieren) voor het traject Worms-Andernach getoond worden. Eerst dient daarbij echter een aantal opmerkingen gemaakt te worden. Zoals bekend is het traject Worms-Andernach een moeilijk te modelleren traject, vanwege de grote invloed van de zijrivieren op dat traject. Evenals bij de Muskingum-AR methode is op een groot aantal verschillende wijzen getracht de zijrivieren op een juiste wijze mee te nemen in de Muskingum flood-routing methode. Deze methoden zijn concreet beschreven in *paragraaf 6.4.2 en appendix I*. Geen van methoden bracht echter een bevredigend resultaat.

Eén van de methoden wordt toch weergegeven om meer inzicht te krijgen in de prestatie van het KF in verhouding van de AR(1) methode. Bij deze methode zijn bij de afvoer van Worms achtereenvolgens opgeteld: de afvoer van de Main, de afvoer van de Lahn en ½ deel van de Moezel. De andere helft van de afvoer van de Moezel werd direct bij de afvoer van Andernach opgeteld. Argumentatie voor deze empirische methode is reeds gegeven in hoofdstuk 4. De op deze wijze ontstane totale invoer van het traject is steeds vermenigvuldigd met een multiplicatiefactor, welke door het KF bij iedere voorspellingsstap wordt aangepast op een manier die in paragraaf 6.4.2 beschreven is. Wederom wordt er op gewezen dat er vele alternatieven voor deze methode denkbaar zijn (zie ook appendix I), maar dat zij geen van allen een wezenlijk beter resultaat leveren.

Tabel 6.4-4: Resultatentabel voor de Muskingum methode (met gebruik van zijrivieren) uitgebreid met een Kalman filter voor het traject Worms-Andernach (variantie modelruis = $0,02^2$; variantie meetruis = $150^2 \text{ [m}^6\text{s}^{-2}\text{)]}$).

datum	modelparameters Musk		standaardafwijking ($\text{m}^3/\text{sec.}$)			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	-0,04	71000	193	196	199	206
febr. '90	-0,21	69000	229	217	224	260
dec. '93	-0,14	60000	244	240	217	234
jan. '95	0,12	60000	351	355	326	316

De resultaten in deze tabel leiden in feite tot exact dezelfde conclusies als bij het AR(1) model voor dit traject (tabel 5.3-4), namelijk dat de x en K waarden niet bepaald fysisch zijn en dat de updating veel werk voor zijn rekening neemt. Wanneer we de resultatentabellen van de AR(1) methode vergelijken met die van de KF methode dan valt op dat de AR(1) methode betere resultaten levert dan de KF methode. Dit verschil was voor het traject Düsseldorf-lobith nog minimaal. Gezien de resultaten van beide updatesmethoden voor dit

traject kan gesteld worden dat het AR(1) een iets betere updatingstechniek is voor dit soort problemen dan de KF. Daarbij dient wel de opmerking gemaakt te worden dat dit geldt voor deze vorm van het KF (met alleen de multiplicatiefactor als state).

6.5 Samenvatting en conclusies

In dit hoofdstuk is gekeken naar de mogelijkheid om de residuen van het Muskingum voorspelling te updaten met een zogenaamd Kalman Filter (KF). Het Kalman Filter is een lineaire recursieve techniek die in staat is schattingen te doen over variabelen in een systeem aan de hand van (onnauwkeurige) metingen en informatie over de dynamica van het systeem. Allereerst heeft een literatuurstudie plaatsgevonden. Aan de hand van deze studie is een discussie gevoerd over de mogelijkheden en de beperkingen van het Kalman filter in de hydrologie. Hieruit bleek dat het noodzakelijk is om bij hydrologische toepassingen na te gaan of de doelfunctie die men met het Kalman Filter minimaliseert, dezelfde doelfunctie is als de functie die men wil minimaliseren. Tevens bleek dat het voor de toepassing van het KF als updatingstechniek noodzakelijk is om het "basis" model (bv. de Muskingum vergelijking) te schrijven in de zogenaamde "state-space" vorm. Bij de toepassing van het KF werd één parameter van het Muskingum model na iedere tijdstap bijgesteld. Het bleek dat de resultaten van de Muskingum methode aanzienlijk worden verbeterend door combinatie (updating) van de Muskingum methode met een Kalman Filter. Evenals bij AR(1) blijkt dat ook het KF in staat is tot een goede updating mits de residuen van het Muskingum model niet te sterk fluctueren. Wanneer dit laatste wel het geval is dan komt de updating vaak te laat en leidt de updatings soms tot grote onder/overschattingen als gevolg van lineaire extrapolatie.

7 Het Muskingum model gecombineerd met een neuraal netwerk

7.1 Inleiding

In dit hoofdstuk zal aandacht worden besteed aan de toepassing van een niet-lineaire regressie methode in de vorm van een neuraal netwerk. De laatste jaren vindt steeds meer studie plaats naar de mogelijkheid om niet-lineaire statistische technieken te gebruiken bij hoogwatervoorspellingen (Van den Eerthwegh, 1992; Veldkamp, 1993; Veldkamp). Uit de resultaten van deze onderzoeken kwam naar voren dat het neurale netwerk als hoofdmodel, dus niet in de vorm van een updatingstechniek (vooralsnog) geen verbetering oplevert ten opzichte van het Multi-Lineaire Regressiemodel. Wel bleek de toepassing van neurale netwerken een verbetering te brengen wanneer deze techniek gebruikt werd als *updatingstechniek* van het MLR model (Vos, 1996). Gemotiveerd door deze resultaten en uitgaande van het streven naar een hybride model is daarom gekozen om het neurale netwerk als updatingstechniek van de Muskingum methode te onderzoeken en te vergelijken met de (conventionele) updatingstechnieken uit hoofdstuk 5 en 6.

Daarnaast zal onderzocht worden of de afvoeren van zijrivieren van de Rijn met behulp van een neuraal netwerk voorspeld kunnen worden uitgaande van beschikbare neerslag- en afvoerdata. Voor deze tweede optie is gekozen omdat uit de vorige hoofdstukken duidelijk naar voren is gekomen dat de zijrivieren de "bottle-neck" van de voorspelling vormen en dat een goede voorspelling van de afvoer van de zijrivieren een aanzienlijke verbetering zou opleveren ten aanzien van de hoogwatervoorspelling voor Lobith. De reden om voor de neerslag-afvoer voorspelling een neuraal netwerk te gebruiken is dat de relatie tussen neerslag en afvoer (vooral op korte tijdschaal en in kleine stroomgebieden) niet-lineair is (zie bijv. figuur 7.2-5 en Zwamborn, 1993)

In deze studie is gebruik gemaakt van het "General Regression Neural Network" (GRNN). Het GRNN bestaat in feite uit twee onderdelen. Het eerste onderdeel wordt gevormd door de statistische methode. Het tweede deel bestaat uit een zogenaamd neuraal netwerk (NN) dat in het kader van de statische methode wordt toegepast. Eerst zal een beschrijving worden gegeven van de in het GRNN gehanteerde statistische methode. Vervolgens zal een zeer beknopte uitleg ten aanzien van neurale netwerken worden gegeven. De voornaamste reden voor de beknopte uitleg is dat het niet het doel van deze studie was ons te verdiepen in de achtergronden van neurale netwerken. Eén van de doelstellingen was wel om te onderzoeken waar de mogelijkheden liggen om neurale netwerken te gebruiken teneinde hoogwatervoorspellingen te verbeteren. Een tweede reden voor een beknopte uitleg met betrekking tot neurale netwerken in dit verslag is het feit dat heldere en uitgebreide uiteenzettingen over de opbouw en werking van neurale netwerken en de toepassing ervan in de hydrologie reeds beschreven zijn in Zwamborn (1993), Veldkamp (1992) en Van de Eerthwegh (1992).

7.2 Het General Regression Neural Network (GRNN)

7.2.1 De "Maximum Likelihood" methode

Het GRNN, dat toegepast kan worden voor regressie vraagstukken, maakt gebruik van de statistische "Maximum Likelihood" methode. Bij de "Maximum Likelihood" methode wordt bij gegeven inputverdeling de meest waarschijnlijke output gezocht. Deze methode zal worden toegelicht met behulp van een voorbeeld.

Gegeven is een bepaalde inputvector x en een bepaalde outputvector y . Het GRNN zoekt een relatie tussen x en y . Het GRNN gebruikt hiervoor de "maximum likelihood" stelling om de voorwaardelijke kansdichtheid van y bij gegeven waarde van x te berekenen:

$$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{f(x)} \quad (1)$$

Deze stelling wordt kort toegelicht aan de hand van een voorbeeld: Stel dat een groep mensen bestaat 70 mannen en 30 vrouwen. In de groep bevinden zich twee roodharige mannen en zes roodharige vrouwen. De kans dat men een roodharig iemand treft in deze groep is dan uiteraard 8/100 oftewel 8%. De kans dat men een roodharig iemand treft onder de vrouwen, dus de kans op rood haar, op de voorwaarde dat het een vrouw is, is $P(\text{vrouw} \& \text{rood haar})/P(\text{vrouw}) = 0,06/0,3 (=20\%)$.

Het GRNN heeft als **doel** om *verwachte* y te bepalen gegeven dat een bepaalde waarde van x is opgetreden (In de statistiek wordt een gerealiseerde waarde van vector x genoteerd met X):

$$E[(y|x=X)] = \int_{-\infty}^{\infty} y \frac{f(x,y)}{f(x)} dy \quad (2)$$

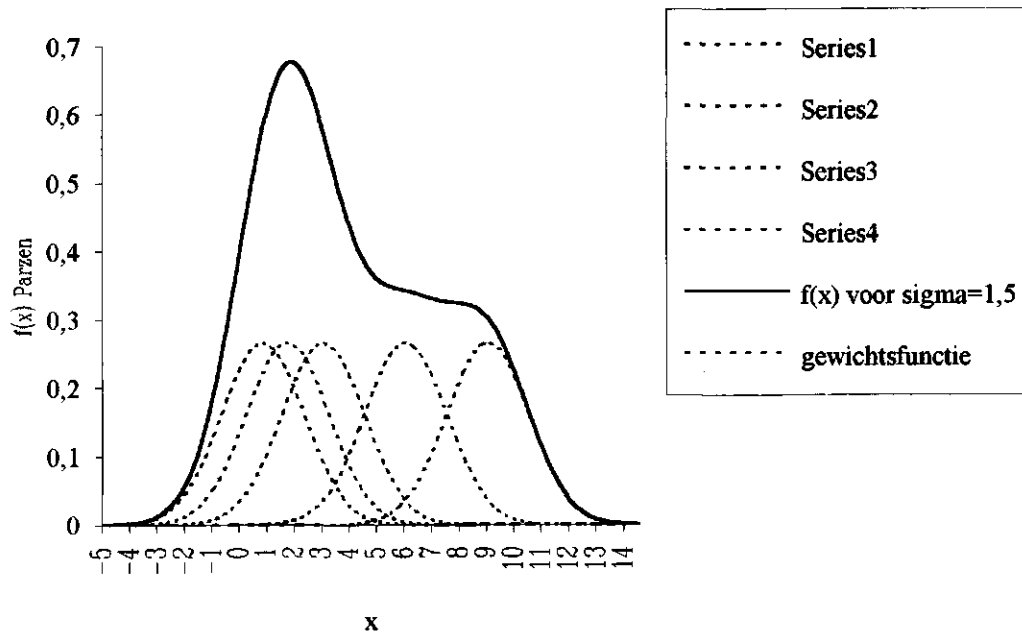
In woorden: je berekent als het ware de verwachting van y op een dunne snede uit het $f(x,y)$ volume, loodrecht op de x -as bij het punt X en je normaliseert vervolgens door te delen door de kans op die ene X .

Stel dat een bepaalde gebeurtenis $(X_1, X_2, \dots, X_n; Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ gegeven is, met x en y als vectoren. Gevraagd zijn nu de *kansdichtheidsfuncties* $f(x)$ en $f(x,y)$ om deze voorwaardelijke verwachting van y te kunnen berekenen met behulp van vergelijking 7-2. Achtereenvolgens wordt bekeken hoe deze benodigde dichtheidsfuncties aan de hand van de dataset geschat kunnen worden.

Stap 1: schatting van $f(x)$

De schatting voor $f(x)$ wordt geconstrueerd door middel van een zogenaamde *Parzen schatting* (zie figuur 7.2-1). Daartoe wordt allereerst aan elke meetwaarde X van inputvec-

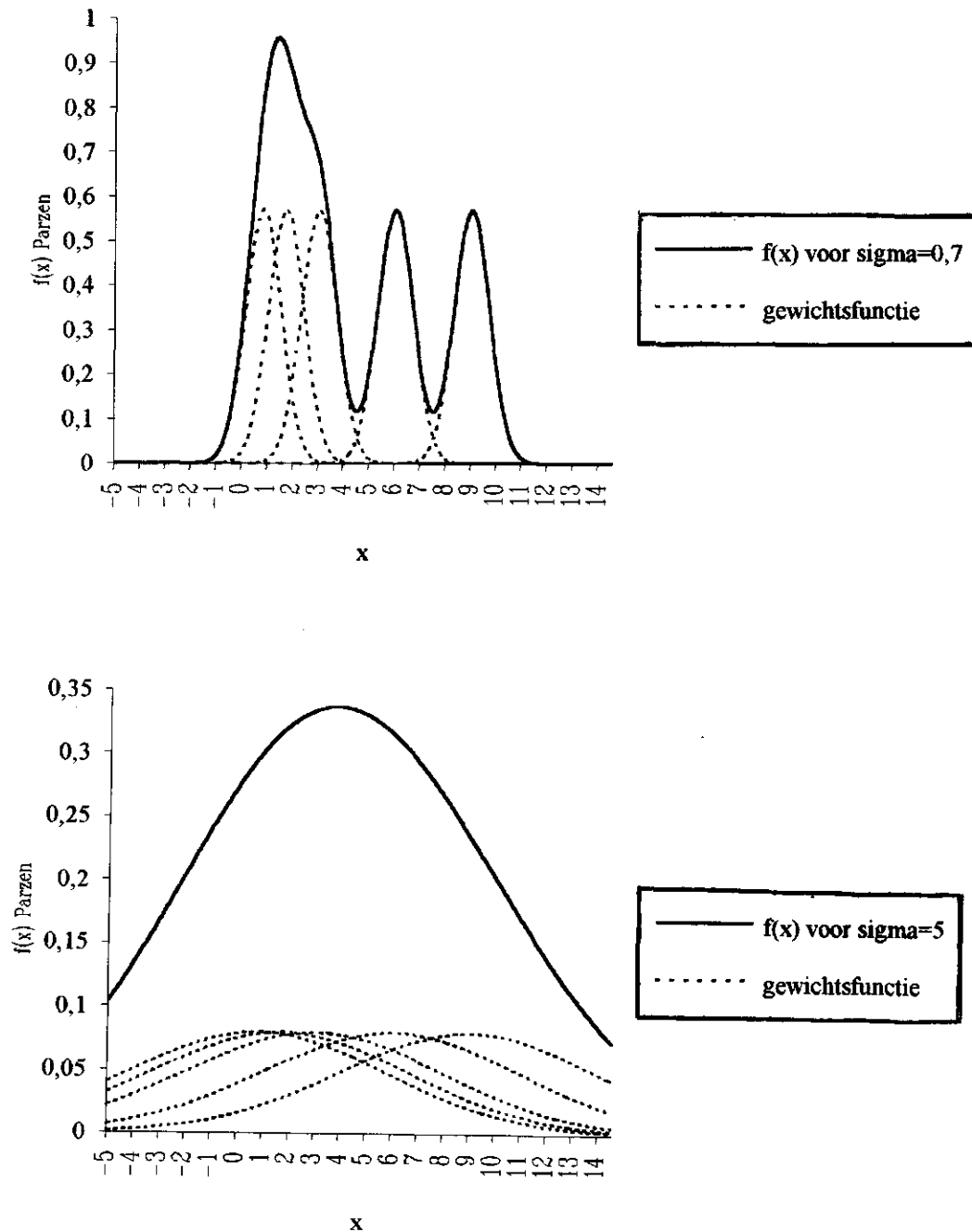
tor x een gewichtsfunctie (in dit voorbeeld een Normale kansdichtheidsfunctie) toegekend waarbij de meting het centrum van de verdeling vormt. Vervolgens wordt de totale dichtheidsfunctie van x geschat door alle gewichtsfuncties te superponeren en te normeren tot een kansverdeling (zie wederom onderstaande figuur).



Figuur 7.2-1 Een mogelijke Parzen schatting voor $f(x)$. Normalisatie is achterwege gelaten ten behoeve van de overzichtelijkheid van de figuur.

Bij het construeren van $f(x)$ zorgt een bepaald algoritme ervoor dat de breedte van de gewichtsfuncties zodanig wordt ingesteld dat $f(x)$ niet te "piekerig" wordt en ook niet te vlak (zie als voorbeelden daarvan figuren 7.2-2 en 7.2-3).

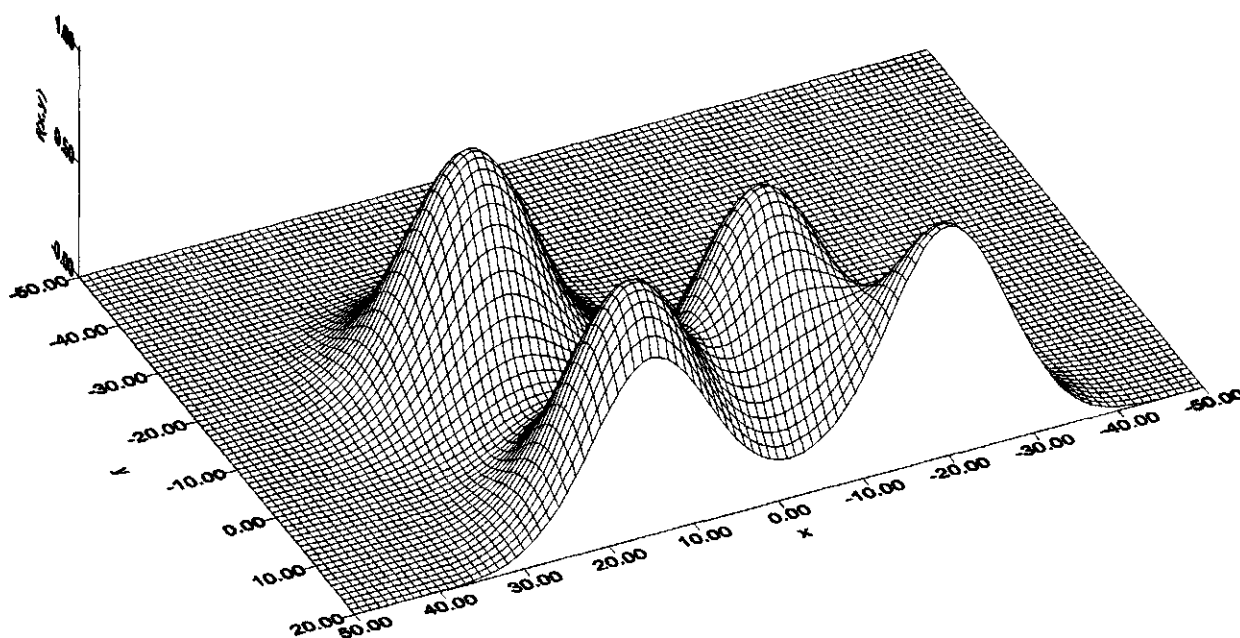
Het zou in het kader van deze studie te ver gaan om exact aan te geven, welk criterium door GRNN geoptimaliseerd wordt bij het zoeken naar de "ideale breedte" van de gewichtsfuncties.



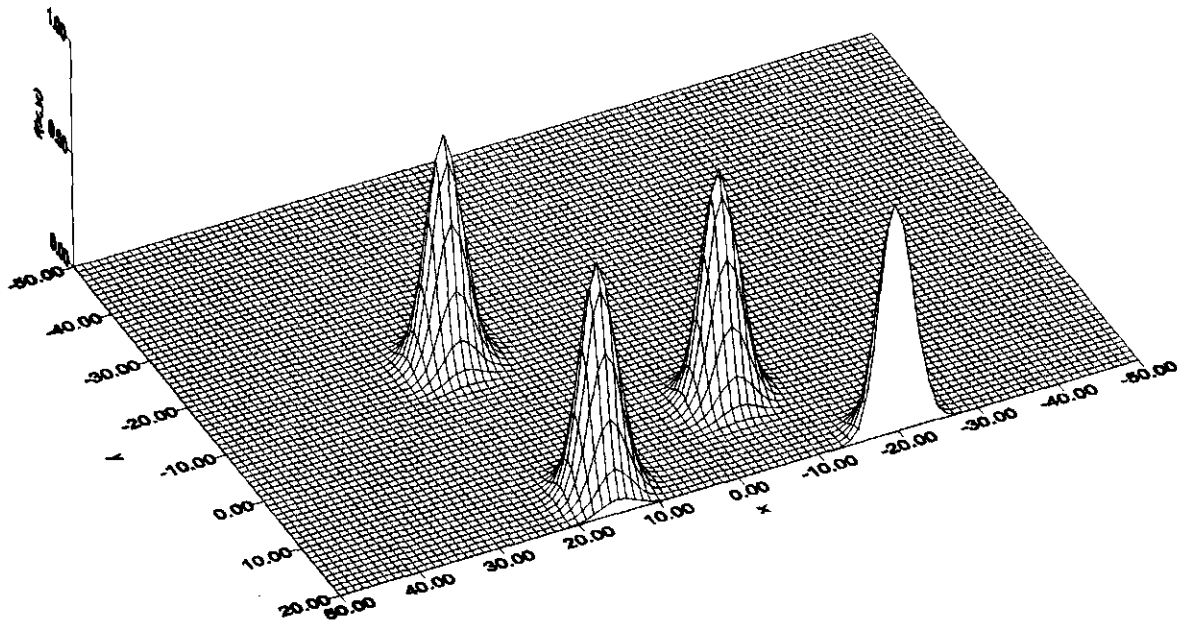
Figuur 7.2-2 en 7.2-3: "verkeerde" Parzen schattingen van $f(x)$

.Stap 2: schatting van $f(x,y)$

In feite wordt de gezamenlijke kansdichtheidsfunctie $f(x,y)$ op dezelfde wijze geconstrueerd als bij de constructie van $f(x)$, met het verschil dat nu een totale kansdichtheidsfunctie van twee variabelen gezocht wordt (zie figuur 7.2-4). Er wordt nu aan elk *paar* metingen X_i en Y_i eengewichtsfunctie toegekend (in dit voorbeeld een Normale dichtheidsfunctie). De gewichtsfuncties bestaan nu echter uit 3-dimensionale "klokjes". Vervolgens wordt de totale dichtheidsfunctie geschat door alle gewichtsfuncties te superponeren en te normeren tot een kansverdeling: $f(x,y)$. In onderstaande figuur worden twee voorbeelden van mogelijke Parzen schattingen getoond, waarbij in figuur 7.2-4 a de gewichtsfuncties breder zijn dan in figuur 7.2-4 b.



Figuur 7.2-4 a: Voorbeeld van een mogelijke Parzen schatting van $f(x,y)$ met relatief "brede" gewichtsfuncties.



Figuur 7.2-4 b: Voorbeeld van een mogelijke Parzen schatting van $f(x,y)$ met relatief "smalle" gewichtsfuncties.

Evenals in het 2-dimensionale geval moet breedte van deze klokjes worden bepaald. Wederom wordt hiertoe een bepaald, niet nader te noemen, criterium geoptimaliseerd dat ervoor zorgt dat $f(x,y)$ niet te "piekerig" en niet te vlak is.

Bovenstaande twee stappen worden wel de ijkperiode genoemd. Ijking kan plaatsvinden wanneer zowel de inputgegevens als de outputgegevens bekend zijn.

Stap 3: verificatie

Men kan checken of het model juist is door het model toe te passen op een dataset met bekende in- en output buiten de ijkperiode en de door het model voorspelde output-waarden te vergelijken met de gemeten output waarden. Dit proces wordt aangeduid met de term "verificatie" van het model. Wanneer er op een gegeven moment nieuwe inputwaarden $X_1, X_2, \dots, X_n$ gemeten worden zonder dat de daarbij behorende outputwaarden $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ bekend zijn dan spreekt men van voorspellen. Bij de verificatie en voorspelling kan men als volgt te werk gaan om de meest waarschijnlijke waarden van Y bij de gegeven X -en te vinden:

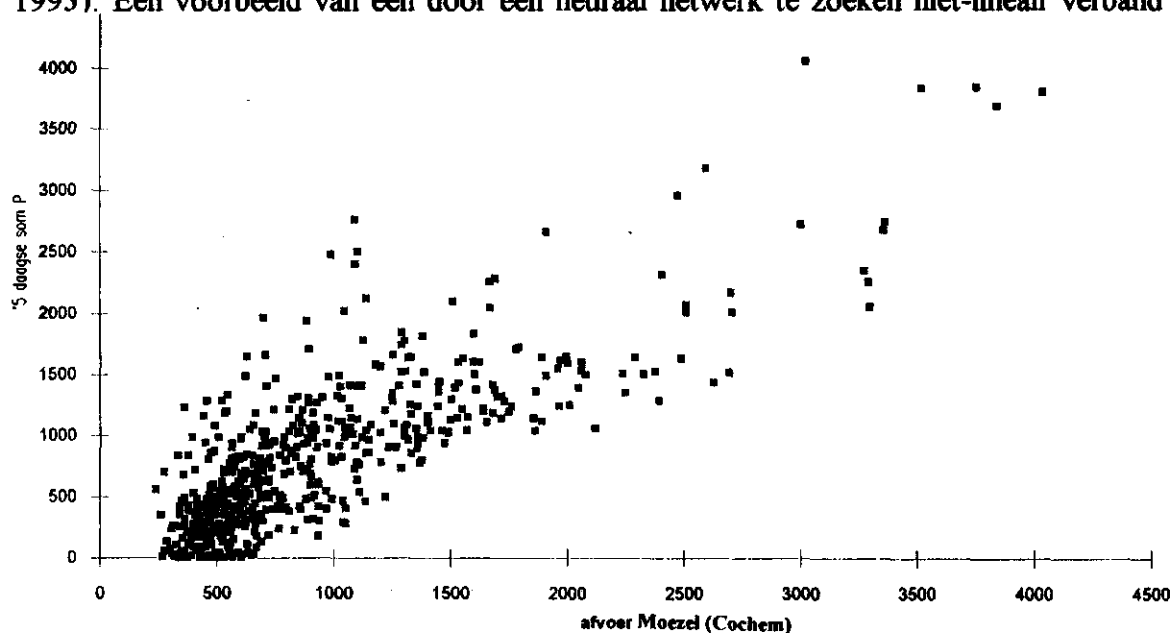
-construeer uit de metingen $f(x)$

- kies de x -waarde X waarvoor de meest waarschijnlijke y -waarde $y^{\wedge}$ wordt gezocht
- bereken $E[y|x=X]$ met formule 7-2 ($f(x,y)$ is immers bekend na training!)
- $E[y|x=X]=y^{\wedge}$ is de gezochte meest waarschijnlijke waarde van y bij die bepaalde X
- doe bovenstaande voor alle X

In de bovenstaande uitleg is het begrip neurale netwerk (NN) nog niet aan de orde geweest. Het bovenstaande is feitelijk alleen het GR(General Regression)-gedeelte van GRNN. Het neurale netwerk wordt *toegepast* bij de optimalisatie van de "klokvarianties", hetgeen een niet-lineair probleem is. Aangezien het NN gebruik maakt van niet-lineaire technieken, is het NN bij uitstek geschikt voor het oplossen van dergelijke niet-lineaire problemen. Bovendien kan een neurale netwerk massief parallel berekeningen uitvoeren, dat wil zeggen dat tegelijkertijd heel veel dezelfde bewerkingen gedaan worden, in tegenstelling tot veel conventionele modellen die succesievelijk rekenen. Aangezien allen klokvarianties tegelijkertijd dienen te worden bijgesteld is het nut van een neurale netwerk hierbij evident. Toch is het tot dusver vrij ongebruikelijk om het neurale netwerk zoals op bovenstaande wijze als hulptechniek te gebruiken. Vaak wordt het NN als niet-lineaire regressie-methode gebruikt om direct een niet-lineair verband tussen twee of meer variabelen te leggen, zonder dat er gewerkt wordt met "kansen". De werking van een NN zal kort besproken worden in de volgende paragraaf.

7.2.2 Het neurale netwerk

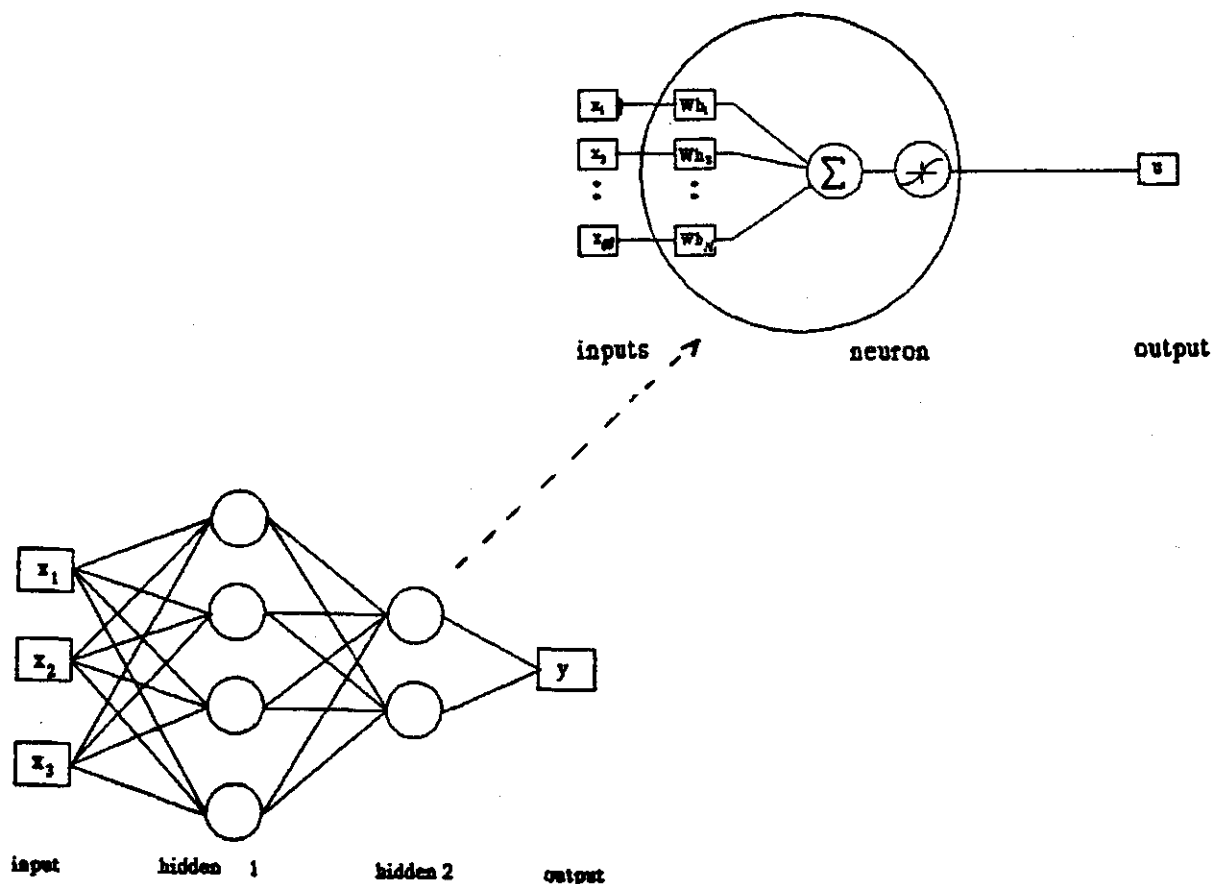
Een neurale netwerk kan net als een regressiemodel het verband tussen een serie input- en outputgegevens weergeven. Met behulp van neurale netwerken kunnen niet-lineaire relaties bepaald worden zonder vooraannames te doen over de vorm van de relatie (Zwamborn, 1993). Een voorbeeld van een door een neurale netwerk te zoeken niet-lineair verband is



Figuur 7.2-5: Afvoer van de Moezel uitgezet tegen de (gemiddelde) voorafgaande vijfdaagse neerslagsom bij Trier en Saarbrücken voor de winters van '88-'95.

gegeven in figuur 7.2-5, waarin de afvoer van de Moezel bij Cochem is uitgezet tegen de (gemiddelde) voorafgaande vijf-daagse neerslagsom te Trier en Saarbrücken.

In het algemeen kan een neurale netwerk als volgt worden gedefinieerd: een wiskundig model bestaande uit een netwerk van model-elementen (neuronen) waartussen informatie kan worden getransporteerd. Kenmerkend is hierbij dus dat het hele neurale netwerk bestaat uit een (groot) aantal identieke eenheden. (Dit is ook de reden dat het NN in staat is parallele berekeningen uit te voeren (zie paragraaf 7.2.1)). De model elementen (neuronen), waarbinnen informatie kan worden getransformeerd liggen in lagen "verborgen" in het model. Aan de hand van de onderstaande figuur kan de werking van een neurale netwerk worden toegelicht.



Figuren 7.2-6 en 7.2-7: De werking van een neuron en de opbouw van een meer-lagig NN.

De binnenkomende informatie van het NN bestaat uit verschillende inputs $X_1 \dots X_n$ (figuur 7.2-6) afkomstig van een bepaalde dataset. Aan iedere input wordt een *gewicht* $wh_1 \dots wh_n$ toegekend. Daarna worden de inputs binnen een neuron gesommeerd. Vervolgens wordt de gewogen som via een niet-lineaire transferfunctie omgezet in de output u van het neuron. Deze output is bij een één-laag model al de output van het model. Bij een meer-lagen model

(figuur 7.2-7) dient de output van een neuron als input voor een ander neuron. Via een bepaald algoritme, waarvan de vorm afhangt van het soort NN dat gebruikt wordt, worden vervolgens de genoemde gewichten (en eventueel de transferfuncties) aangepast zodanig dat de output van het neurale netwerk zo dicht mogelijk in de buurt ligt van de bekende output. Dit proces wordt in de literatuur vaak aangeduid met het begrip *training* of *ijking*. Het NN "leert" als het ware van de data. Vervolgens kan het neurale netwerk met deze gewichten worden toegepast op een dataset waarvoor alleen de input waarden bekend zijn. Het getrainde NN zal bij deze input een nieuwe outputset geven aan de hand van gewichten en transformaties die op basis van eerdere data zijn vastgesteld. Het neurale netwerk dient zo als voorspeller.

Er bestaan vele soorten neurale netwerken. Neurale netwerken kunnen zowel qua aantal lagen als qua aantal neuronen binnen een laag verschillen evenals in het type verbindingen dat tussen de neuronen bestaat. Daarnaast kunnen NN verschillen in transferfunctie en in trainingsprocedure. Ondanks dat al deze neurale netwerken ieder hun voor en nadelen hebben en het dus nuttig zou zijn verschillende NN te vergelijken is in deze studie niet onderzocht welk type neurale netwerk het meest geschikt is voor deze studie. Op het moment van aanvang van deze studie is ervoor gekozen het model GRNN te gebruiken, aangezien dit neurale netwerk op dat moment één van de meest recent ontwikkelde neurale netwerken was en omdat het model tamelijk gebruiksvriendelijk is.

7.3 Toepassing en resultaten van het Muskingum-GRNN model

7.3.1 Inleiding

In deze paragraaf zullen de resultaten ten aanzien van toepassing van het GRNN gegeven worden. Zoals al eerder vermeld werd, zal getracht worden de residuen van de Muskingum methode te voorspellen en zal gekeken worden of deze niet-lineaire regressietechniek enige verbetering oplevert ten opzichte van de in hoofdstuk 5 en 6 besproken lineaire regressie- en filtertechnieken. Hierbij zal net als in de voorgaande hoofdstukken een tweedeling gemaakt worden in toepassing van het GRNN met gebruik en zonder gebruik van de afvoer van zijrivieren.

Voordat het neurale netwerk als *updatingstechniek* is toegepast op de residuen van de Muskingum voorspelling is het allereerst wellicht interessant na te gaan wat er gebeurt wanneer de Muskingum methode in zijn geheel wordt weggelaten en met het GRNN op zich een voorspelling gemaakt wordt puur op basis van statistische verbanden. Het is de vraag of de mogelijkheid tot het leggen van niet-lineaire verbanden resulteert in een betere voorspelling dan de Muskingum voorspelling. Bij de Muskingum methode wordt immers niet-lineariteit verwaarloosd.

Ten derde is getracht de zijrivieren de Ruhr en de Moezel met het GRNN te voorspellen met behulp van neerslaggegevens. Voor een meerdaagse voorspelling voor Lobith zal men immers ook moeten beschikken over de voorspelde afvoer van de zijrivieren. Uit de

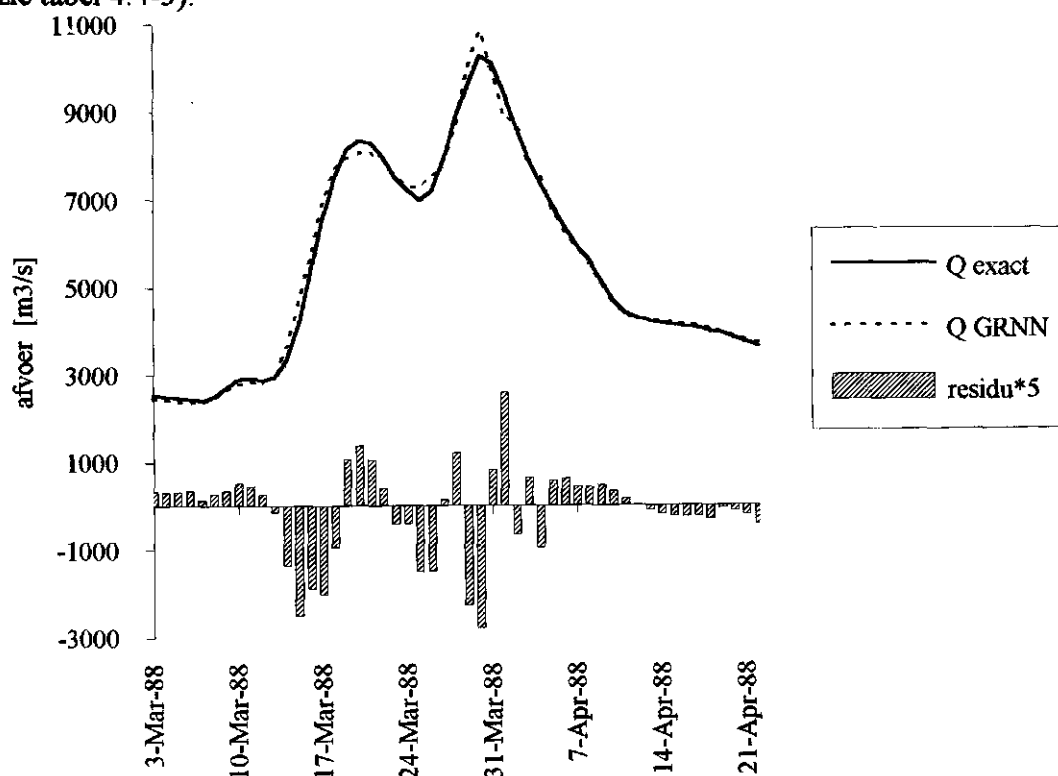
resultaten kunnen mogelijk ook enige conclusies getrokken over de zinvolheid om neerslaggegevens te betrekken bij de updating van de residuen van de Muskingum voorspelling.

7.3.2 Één-daagse voorspelling met het GRNN

Voor de één-daagse "voorspelling" van de afvoer te Lobith op dag t is gebruik gemaakt van de afvoeren van Düsseldorf op dag t en $t-1$, de afvoer te Lobith op dag $t-1$ en de afvoer te Hattingen op dag $t-1$. Het neurale netwerk is geijkt op afvoeren in de winters van '89/'90, '93/'94 en '94/'95 en geverifieerd op winter van '87/'88. De resulterende voorspelling is zichtbaar in figuur 7.3-1.

Zoals verwacht mag worden is het neurale netwerk redelijk in staat het afvoerverloop te Lobith te berekenen. Desalniettemin levert het neurale netwerk geen betere voorspelling dan het eenvoudige Muskingum model, dat slechts lineaire verbanden legt. Dit is opmerkelijk te noemen. Aan de andere kant maakt het GRNN geen gebruik van informatie over fysische wetmatigheden zoals het bestaan van een massabalans.

Vooraf rond de toppen van de hoogwatergolf treedt grotere afwijking op dan bij de Muskingum methode. Ter absolute vergelijking: in de periode van 30 dagen waarin de hoogwatergolf Lobith passeerde, is de standaardafwijking van de GRNN residuen $266 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, terwijl de gemiddelde standaardafwijking met de Muskingum methode $111 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ bedraagt (zie tabel 4.4-3).



Figuur 7.3-1: GRNN voorspelling voor het traject Düsseldorf-Lobith voor de hoogwaterperiode van 1988

7.3.3 Toepassing en resultaten van het Muskingum-GRNN model

In deze paragraaf zal onderzocht worden of met behulp van het GRNN als updatingstechniek de residuen van het Muskingum model te voorspellen zijn. Dit is op verschillende manieren geprobeerd voor het traject Düsseldorf-Lobith. Ten eerste zijn de residuen zijn afkomstig van de "kale" Muskingum voorspelling, dus zonder gebruik van de afvoer te Hattingen getracht te voorspellen. Daarnaast is ook onderzocht of het gebruik van de afvoer van de Ruhr enige verbetering opleverde bij het updaten van de Muskingum voorspelling.

Als ijkperiode is steeds een periode van ongeveer 300 dagen gebruikt (winters van hoogwatergolven), aangezien een kortere periode (3 hoogwatergolven; 90 dagen) niet voldoende bleek om het netwerk te ijken. Als verificatieperiode is de hoogwaterperiode van 1993/1994 gebruikt.

De invoer, uitvoer en een korte omschrijving van de resultaten van de verschillende methoden zijn weergegeven in tabellen. Daarnaast is voor bijna elke methode een voorspelling met het GRNN gevisualiseerd. Bij iedere figuur betreft het overigens een *verificatieberekening*. Onder de tabellen is ter vergelijking de "gemiddelde" standaardafwijking van de residuen van de in hoofdstuk 5 behandelde Muskingum-AR(1) methode gegeven. Voor de berekening van de standaardafwijking is gebruik gemaakt van gemiddelde modelparameterwaarden, volgend uit de in hoofdstuk 5 gegeven resultatentabellen. Er geldt dat de invoerdata genormaliseerd is ten opzichte van de te voorspellen uitvoer.

Verwaarlozing van afvoer van zijrivieren

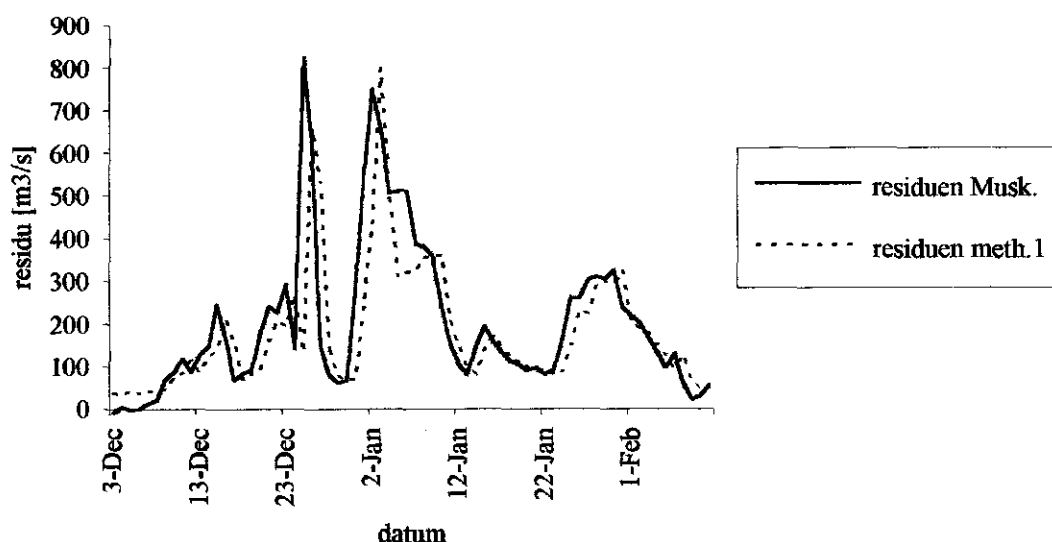
In eerste instantie (zie tabel 7.3-1) zijn voor de invoer van het neurale netwerk alleen de residuen van de "kale" Muskingum voorspelling voor dag $t-1$ gebruikt. De invoer komt dan overeen met de invoer die gebruikt wordt bij de in hoofdstuk 4 behandelde AR(1) methode. Aangezien het neurale netwerk lineaire en niet-lineaire verbanden kan leggen, mag verwacht worden dat de resultaten van de voorspelling met het GRNN dezelfde of betere resultaten oplevert dan de lineaire AR(1) methode.

Tabel 7.3-1: Voorspelling van de "kale" Muskingum residuen met het GRNN voor het traject Düsseldorf-Lobith

nummer	input	output	resultaat
1	$\text{residu}_{\text{Musk}, t-1}$	$\text{residu}_{\text{Musk}, t}$	hetzelfde als AR(1) model, reageert te laat standaardafwijking hoogwatergolf '93/'94 (30 dagen), Musk+GRNN: $192 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

- "gemiddelde" standaardafw. residuen golf '93/'94 (30 dagen), Muskingum-AR(1): $192 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ($\alpha = 0,84$, $\theta = 32$)

- $\text{residu}_{\text{Musk}}$ = residu Muskingum voorspelling ($x=0.25, K=100000 \text{ [m}^3 \text{ s}^{-1}]$)



Figuur 7.3-2: Voorspelling van de "kale" Muskingum residuen met het GRNN.

In figuur 7.3-2 is zichtbaar dat het GRNN als updatingsmethode bij benadering tot hetzelfde in staat is als het AR(1) model toegepast in hoofdstuk 4. Ook hier resulteert sterke fluctuatie in de residuen in uitschieters. De resulterende standaardafwijking van de residuen van de Muskingum-GRNN(meth.1) voorspelling is gelijk aan de gemiddelde standaardafwijking van de residuen na de Muskingum-AR(1) voorspelling.

Gebruik van afvoer van zijrivieren

In deze subparagraaf is de afvoer van Ruhr gebruikt als invoer voor het GRNN. Daarbij is een onderverdeling gemaakt in het voorspellen van de residuen van de "kale" Muskingum methode, waarbij de afvoer van de Ruhr alleen als input voor het GRNN gebruikt wordt, en het voorspellen van de residuen van de Muskingum(+ Q_{Hal}) methode, waarbij de afvoer van de Ruhr al in de Muskingum voorspelling is gebruikt. Deze onderverdeling is gemaakt met het doel te onderzoeken of een simpele superpositie van de afvoer van de Ruhr op de Muskingum voorspelling werkelijk beter is, of dat zij de updating slechts "vertroebelt".

Voor het voorspellen van de Muskingum residuen is bij beide genoemde methoden, de afvoer van de Ruhr, de afvoer te Düsseldorf en de dagelijkse toe- of afname van de afvoer te Düsseldorf (ΔQ) gebruikt als invoer voor het netwerk. Voor het gebruik van ΔQ is gekozen aangezien in hoofdstuk 4 bleek dat de Muskingum voorspelling in de stijgende tak vaak de gemeten afvoer overschat.

De invoer, uitvoer en resultaten ten aanzien van de GRNN-voorspelling van de "kale" Muskingum residuen zijn gegeven in tabel 7.3-2.

Tabel 7.3-2: Voorspelling van de residuen van de "kale" Muskingum methode met het GRNN voor de hoogwatergolf van '93/'94 op het traject Düsseldorf-Lobith.

nummer	invoer	uitvoer	resultaat
2	$\text{residu}_{\text{Musk},t-1}$ $Q_{\text{Hat},t-1}$	$\text{residu}_{\text{Musk},t}$	goed (zie figuur 7.3-3), maar geen verbetering t.o.v. AR(1) standaardafwijking hoogwatergolf '93/'94 (30 dagen), Musk+GRNN: $137 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$
3	$\text{residu}_{\text{Musk},t-1}$ $Q_{\text{Hat},t-1}$ $Q_{\text{Dus},t-1}$	$\text{residu}_{\text{Musk},t}$	redelijk (zie figuur 7.3-4); bij zeer hoge residuen onderschatting, standaardafwijking hoogwatergolf '93/'94 (30 dagen), Musk+GRNN: $165 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$
4	$\text{residu}_{\text{Musk},t-1}$ $Q_{\text{Hat},t-1}$ $Q_{\text{Dus},t-1}$ $Q_{\text{Dus},t} - Q_{\text{Dus},t-1}$	$\text{residu}_{\text{Musk},t}$	redelijk; iets slechter dan resultaat metho- de 3 standaardafwijking hoogwatergolf '93/'94 (30 dagen), Musk+GRNN: $172 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

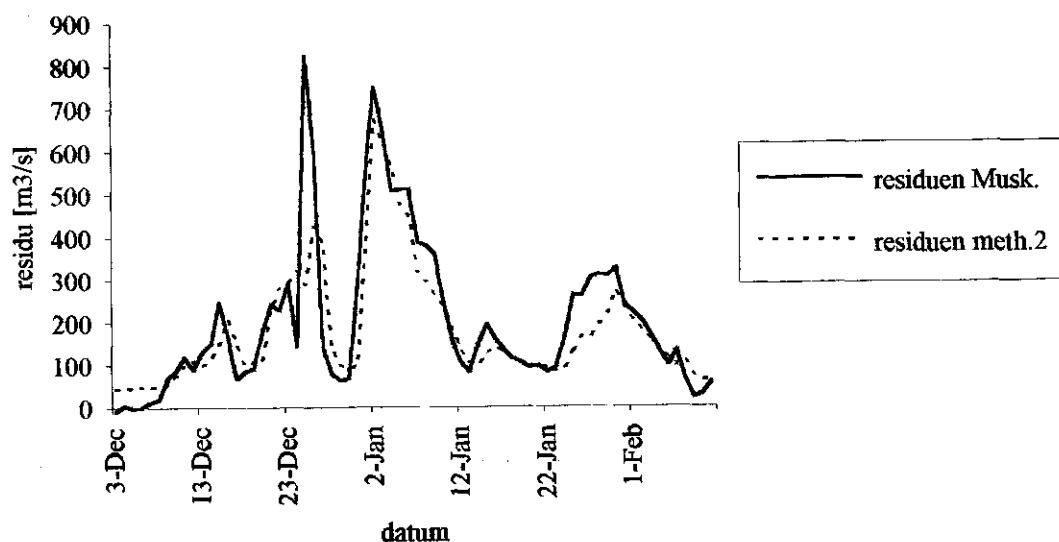
- "gemiddelde" standaardafw. residuen golf '93/'94 (30 dagen), Muskingum(+ Q_{Hat})-AR(1): $133 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ($\alpha=0,44$, $\theta=-31$).

- Q_{Dus} = afvoer Düsseldorf [$\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$]

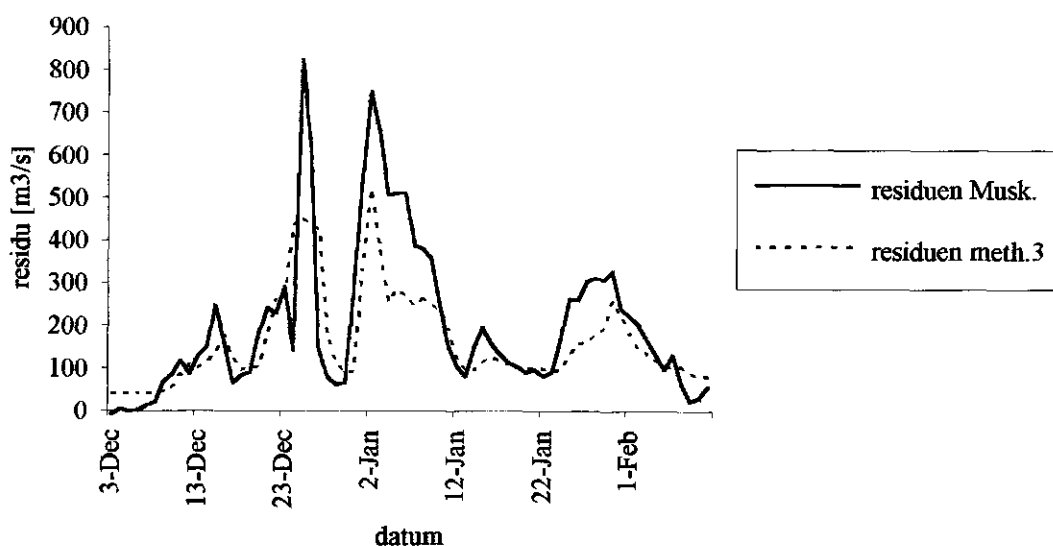
- Q_{Hat} = afvoer te Hattingen [$\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$];

De resulterende voorspellingen met de in tabel 7.3-2 gegeven methoden 2 en 3 zijn gevisualiseerd in figuur 7.3-3 en 7.3-4.

Uit de resultaten blijkt dat het neurale netwerk redelijk goede resultaten levert wanneer als invoer, de residuen op dag $t-1$ en de afvoer te Hatingen op dag $t-1$ worden genomen. Hoewel de eerste piek in de residuen nog behoorlijk onderschat wordt, wordt de tweede piek goed voorspeld. Vergelijking van de gemiddelde standaardafwijking van de Muskingum(+ Q_{Hat})-AR(1) residuen met de standaardafwijking van de Muskingum-GRNN(meth. 2) residuen (133 versus 137) leidt tot de conclusie dat toepassing van het GRNN(2) hier toch geen verbetering oplevert ten opzichte. Opvallend is verder dat de introductie van één en twee extra invoerkolommen (methoden 3 en 4) geen verbetering levert ten opzichte van methode 2. Blijkbaar bestaat er niet zoveel correlatie tussen de residuen en het dagelijkse afvoerverloop als verwacht was. Wanneer we de standaardafwijkingen analyseren lijken methode 3 en 4 zelfs een verslechtering ten opzichte van methode 2 op te leveren. Hieruit blijkt dat het toevoegen van extra invoer aan het neurale netwerk kan leiden tot slechter resultaat. De extra invoer wordt dus wel meegenomen in de voorspelling, maar zij werkt verstorend op de voorspelling van de uitvoer.



Figuur 7.3-3: Voorspelling van de residuen van de "kale" Muskingum methode met het GRNN (meth. 2) voor de hoogwatergolf van '93/'94 op het traject Düsseldorf-Lobith.



Figuur 7.3-4: Voorspelling van de residuen van de "kale" Muskingum methode met het GRNN (meth. 3) voor de hoogwatergolf van '93/'94 op het traject Düsseldorf-Lobith.

Naast het voorspellen van de "kale" Muskingum residuen is ook getracht de residuen van de Muskingum(+ Q_{Hat}) methode te voorspellen met het GRNN. De afvoer te Hattingen is dus direct opteld bij de Muskingum voorspelling, maar ook achteraf gebruikt bij de updating. Hierbij is dezelfde invoer gebruikt als bij methoden 2 en 4 in tabel 7.3-2. De resultaten worden gegeven voor de golf van '93/'94 in tabel 7.3-3.

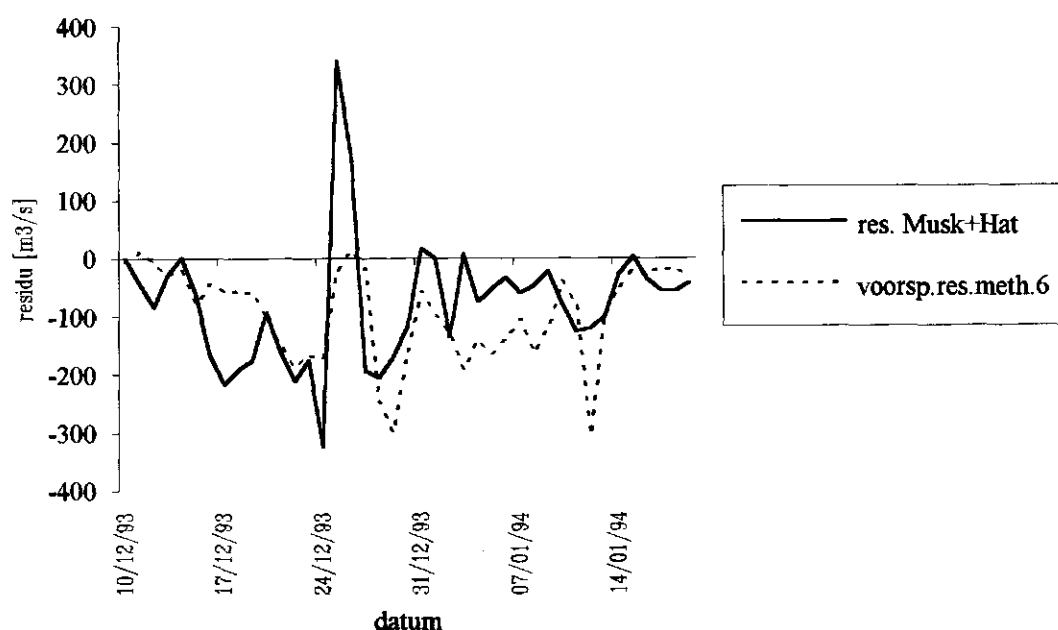
Tabel 7.3-2: Voorspelling van de residuen van de Muskingum(+ Q_{Hat}) methode met het GRNN voor de hoogwatergolf van '95 op het traject Düsseldorf-Lobith.

nummer	input	output	resultaat
5	$\text{residu}_{\text{Musk},t-1}$ $Q_{\text{Hat},t-1}$	$\text{residu}_{\text{Musk},t}$	goed; alleen hoge residuen niet goed voorspeld standaardafwijking hoogwatergolf '95 (30 dagen), Musk+GRNN: $131 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
6	$\text{residu}_{\text{Musk},t-1}$ $Q_{\text{Hat},t-1}$ $Q_{\text{Dus},t-1}$ $Q_{\text{Dus},t} - Q_{\text{Dus},t-1}$	$\text{residu}_{\text{Musk},t}$	goed; alleen hoge residuen niet goed voorspeld standaardafwijking hoogwatergolf '95 (30 dagen), Musk+GRNN: $125 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

- "gemiddelde" standaardafw. residuen golf '93/'94 (30 dagen), Muskingum(+ Q_{Hat})-AR(1): $133 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ($\alpha=0,44$, $\theta=-31$)

Wanneer de absolute resultaten van de updating van de "kale" Muskingum voorspelling (meth. 1 t/m 4) vergeleken worden met de resultaten laatstgetoonde resultaten (meth. 5 en 6) blijkt dat toepassing van het neurale netwerk op de residuen van de Muskingum(+ Q_{Hat}) voorspelling dus iets betere resultaten oplevert dan toepassing op de residuen van de "kale" Muskingum voorspelling. Er worden er nu blijkbaar wel enige verbanden gelegd tussen de residuen (output), de afvoer te Düsseldorf en het waterstandsverloop te Düsseldorf. Voor methode 6 is de voorspelling van de residuen gevisualiseerd in figuur 7.3-5.

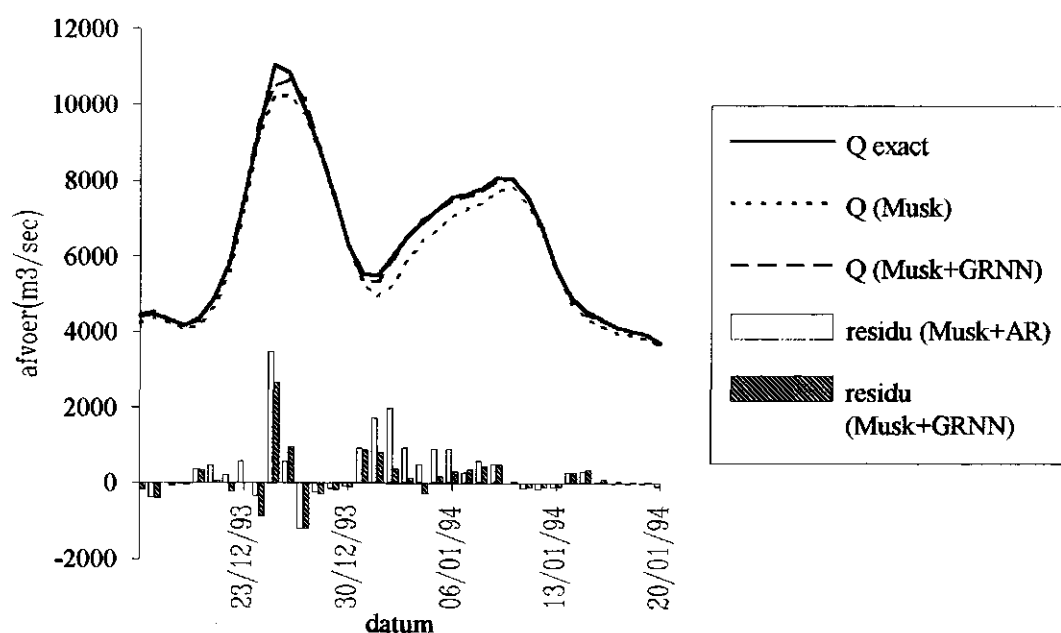
In figuur 7.3-5 is zichtbaar dat het (absoluut) hoge residu, dat overigens zowel bij de golf van '93 als bij de golf van '95 rond de top voorkomt, niet goed te voorspellen is, terwijl de residuen die rond het gemiddelde liggen redelijk te voorspellen zijn. Absoluut gezien levert zowel methode 5 als 6 een verbetering ten opzichte van het AR(1) model. Maar aangezien de hoge residuen het zwaarst meetellen in de standaardafwijking is echte verbetering pas te verwachten als ook de hoge residuen goed voorspeld worden.



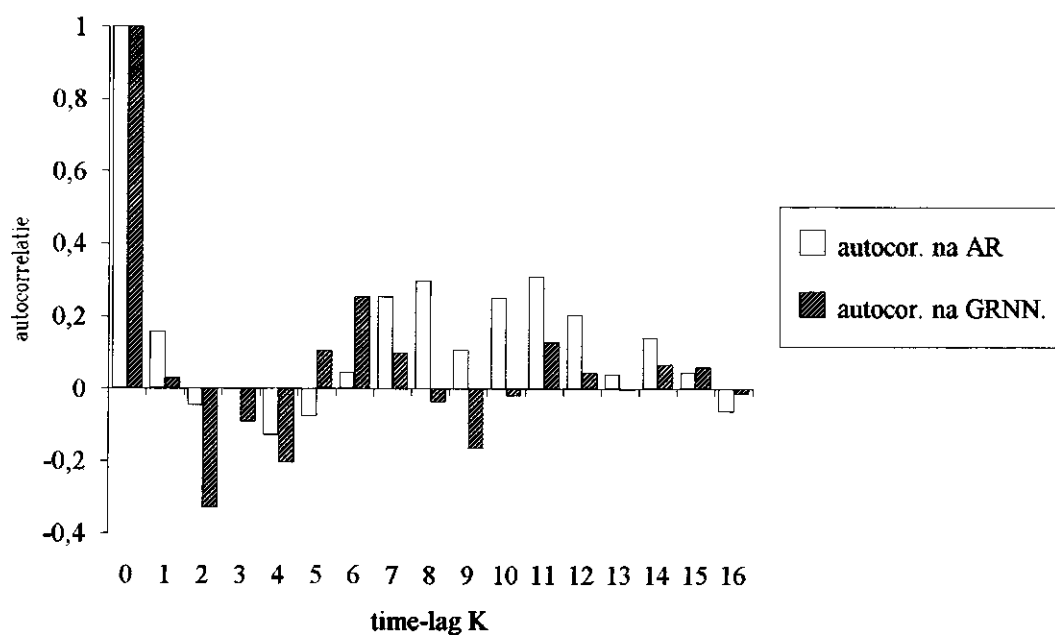
Figuur 7.3-5: Voorspelling van de Muskingum(+ Q_{Hat}) residuen met het GRNN(meth.6) voor de golf '93/94.

De uiteindelijke beste Muskingum(+ Q_{Hat}) voorspelling met updating in de vorm van het GRNN(6), is zichtbaar in figuur 7.3-6. Aangezien de resultaten van de Muskingum(+ Q_{Hat})-AR(1) en de Muskingum-GRNN(6) methode (op het oog) weinig van elkaar verschillen, zijn ter vergelijking alleen de residuen van het Muskingum(+ Q_{Hat})-AR(1) model gegeven. Ook in de figuur is zichtbaar dat de resultaten van de GRNN en AR(1) methode slechts weinig van elkaar verschillen.

In figuur 7.3-7 zijn de autocorrelogrammen van de residuen van de Muskingum(+ Q_{Hat})-AR(1) en Muskingum-GRNN(2) methode zichtbaar. Daarin is zichtbaar dat bij beide genoemde methoden nauwelijks meer autocorrelatie aanwezig is na de voorspelling. Het autocorrelogram zegt echter niets over niet-lineaire relaties tussen de residuen. Gezien de slechts kleine verbetering van het GRNN ten opzichte van het AR(1) model wordt verwacht dat er niet veel niet-lineaire relaties tussen de input en te voorspellen residuen bestaan.



Figuur 7.3-6: Hoogwatervoorspelling met het Muskingum-GRNN (meth.6) model ($\alpha=0,25$, $K=100\,000$).



Figuur 7.3-7: Autocorrelogrammen voor de residuen van de Muskingum-AR(1) en de Muskingum-GRNN(2) methode.

Gezien de resultaten in deze paragraaf kan er gesteld worden dat het GRNN wel geschikt is

als "error" updatingstechniek. Het toepassen van het GRNN, vooral het construeren van input- en outputfiles en het rekenen, vergt echter relatief veel tijd vergeleken bij de toepassing van de AR(1) updatingsmethode.

7.3.4 Neerslag-afvoervoorspelling van zijrivieren

Voor de zijrivieren de Ruhr en de Moezel is op verschillende manieren getracht de afvoer te voorspellen aan de hand van neerslaggegevens. Slechts enkele resultaten zullen worden weergegeven in deze paragraaf. In tabellen 7.3-4 en 7.3-5 is zichtbaar welke data gebruikt zijn als invoer en uitvoer bij het voorspellen van respectievelijk de Ruhr en de Moezel. Daarnaast is per gebruikte methode in de tabellen weer een korte opmerking gemaakt over haar prestatie. Enkele methoden en de daaruit volgende resultaten zullen in de tekst nader worden toegelicht. Over het algemeen zijn voor de ijk- en verificatieperioden, winter- en voorjaarsperioden gebruikt. Als invoer voor het neurale netwerk is bij bijna alle voorspellingen voor dag t , gekozen voor een invoer bestaande uit een vijf-daagse neerslagsom tot aan dag t . Hiervoor is gekozen naar aanleiding van het in figuur 7.2-5 getoonde niet-lineaire verband tussen de afvoer van de Moezel en de vijf-daagse neerslagsom. Er wordt verwacht dat deze neerslagsom mogelijk verband houdt met de verzadigingsgraad van de bodem in het stroomgebied. Alle neerslagwaarden zijn genormaliseerd ten opzichte van de afvoer.

Tabel 7.3-4: Afvoervoorspelling voor de Ruhr te Hattingen met het GRNN

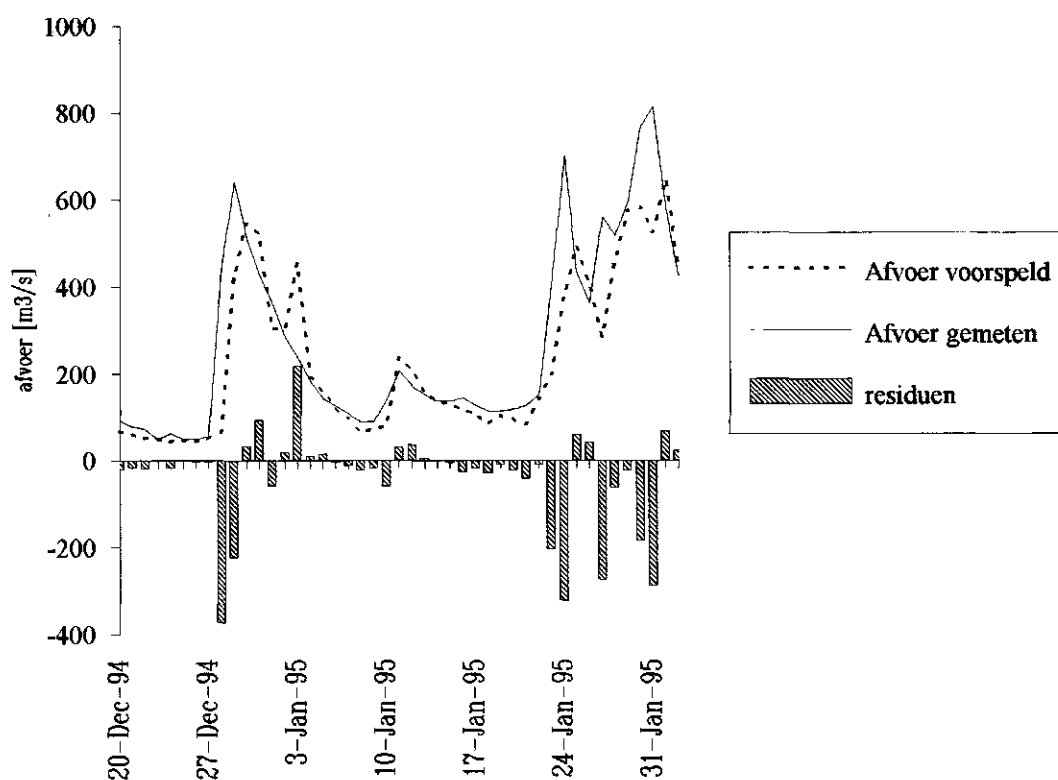
num- mer	input	output	resultaat
1	$(P_B + P_D)_{t-1}$ $(P_B + P_D)_{t-2}$ $Q_{Hat,t-1}$	$Q_{Hat,t}$	slecht; voorspelde afvoer reageert niet of te laat; voorspelde afvoer hangt te veel rond gemiddelde, onderschatting van de afvoer
2	$(P_B + P_D)_{t-1/t-5}$ $(P_B + P_D)_{t-1}$ $Q_{Hat,t-1} > 100$	$Q_{Hat,t} > 100$	matig (zie figuur 7.3-8); onderschatting afvoerpieken; reageert te laat
3	$(P_B + P_D)_{t-1/t-10}$ $(P_B + P_D)_{t-1/t-5}$ $(P_B + P_D)_{t-1}$ $Q_{Hat,t-1} > 100$	$Q_{Hat,t} > 100$	idem

- P_B = genormaliseerde neerslag Bocholt* [mm];
 P_D = genormaliseerde neerslag Düsseldorf* [mm];
 $P_{t-1/t-5}$ = gemiddelde neerslag dag $t-1$ t/m dag $t-5$ [mm];
 $Q > 100$ = afvoer hoger dan $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

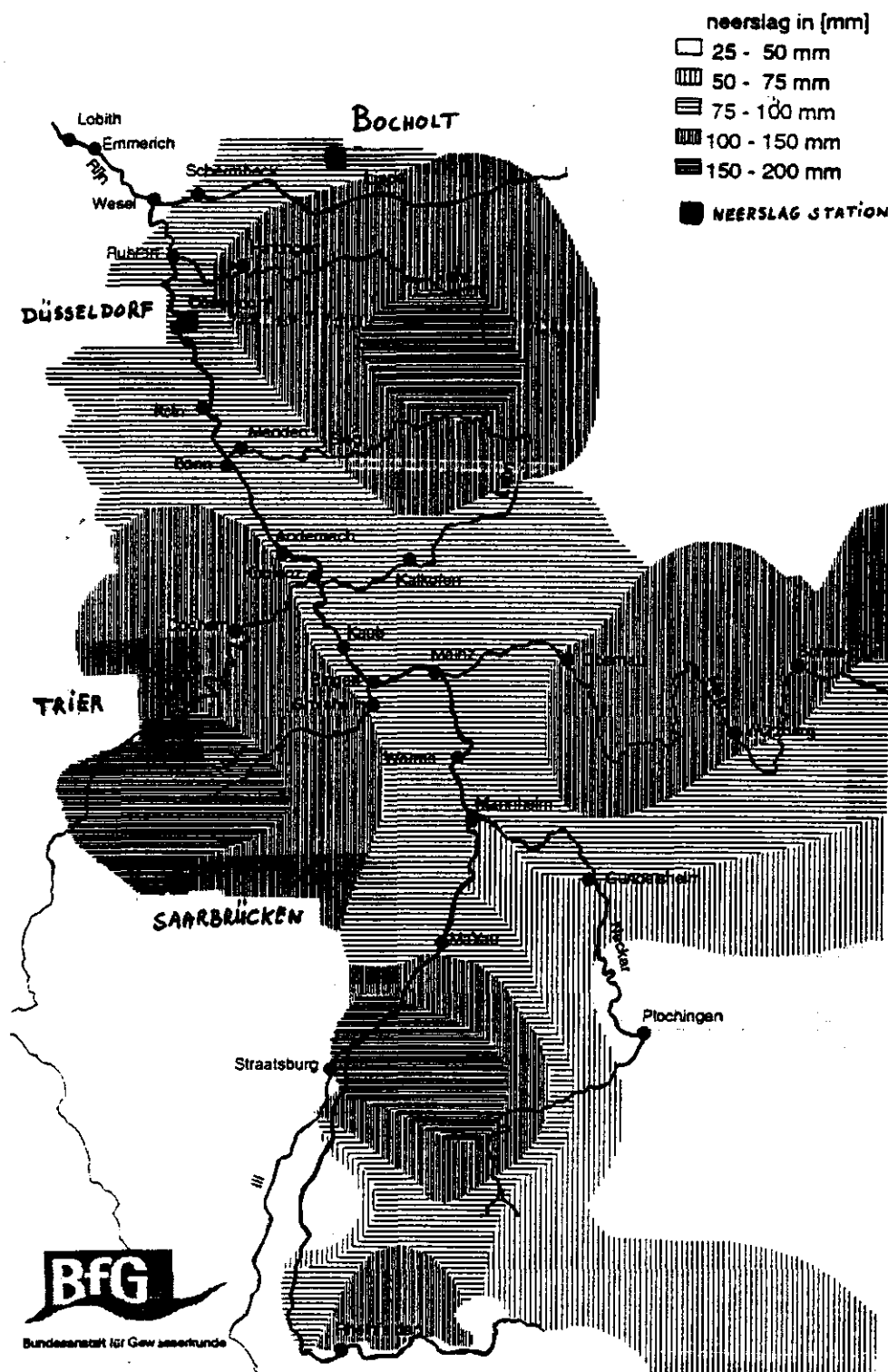
* de locatie van de neerslagstations is zichtbaar in figuur 7.3-9.

In figuur 7.3-8 is de afvoervoorspelling voor de Ruhr met methode 2 (zie tabel 7.3-4) gevisualiseerd. Het is opvallend dat de voorspelling van de tweede en de derde afvoerpiek te laat komen en het netwerk dus teveel waarde hecht aan de residuen van de dag ervoor. Bij de eerste afvoerpiek reageert de afvoer wel op tijd. Verder is in de figuur zichtbaar dat de afvoerpieken in alle gevallen onderschat worden. Het toevoegen van een extra invoerkolom in de vorm van de gemiddelde neerslag van de afgelopen 10 dagen, geeft hetzelfde resultaat als methode 2. Het toevoegen van extra invoer aan het netwerk doet hier dus geen afbreuk aan het resultaat.

Voor de matige prestatie van het GRNN zijn verschillende redenen aan te dragen. Ten eerste kan de neerslag die gemeten wordt te Bocholt of Düsseldorf vrij sterk verschillen met de gemiddelde neerslag binnen het stroomgebied van de Ruhr. Dit kan worden geïllustreerd met behulp van figuur 7.3-9. In figuur 7.3-9 is een aanzienlijk verschil zichtbaar tussen de neerslag op de locatie van de in deze studie gebruikte meetstations en de gemiddelde neerslag in het stroomgebied van de Ruhr. Dit is ook waarschijnlijk de reden dat de afvoer van de Ruhr (in figuur 7.3-8) onderschat wordt. De huidige neerslaginformatie is dus onvoldoende om de Ruhr afdoende te kunnen voorspellen. Hieruit volgt dat het voor het voorspellen van de afvoer van de Ruhr wenselijk is in de toekomst te beschikken over meer gebiedsspecifieke neerslagdata.



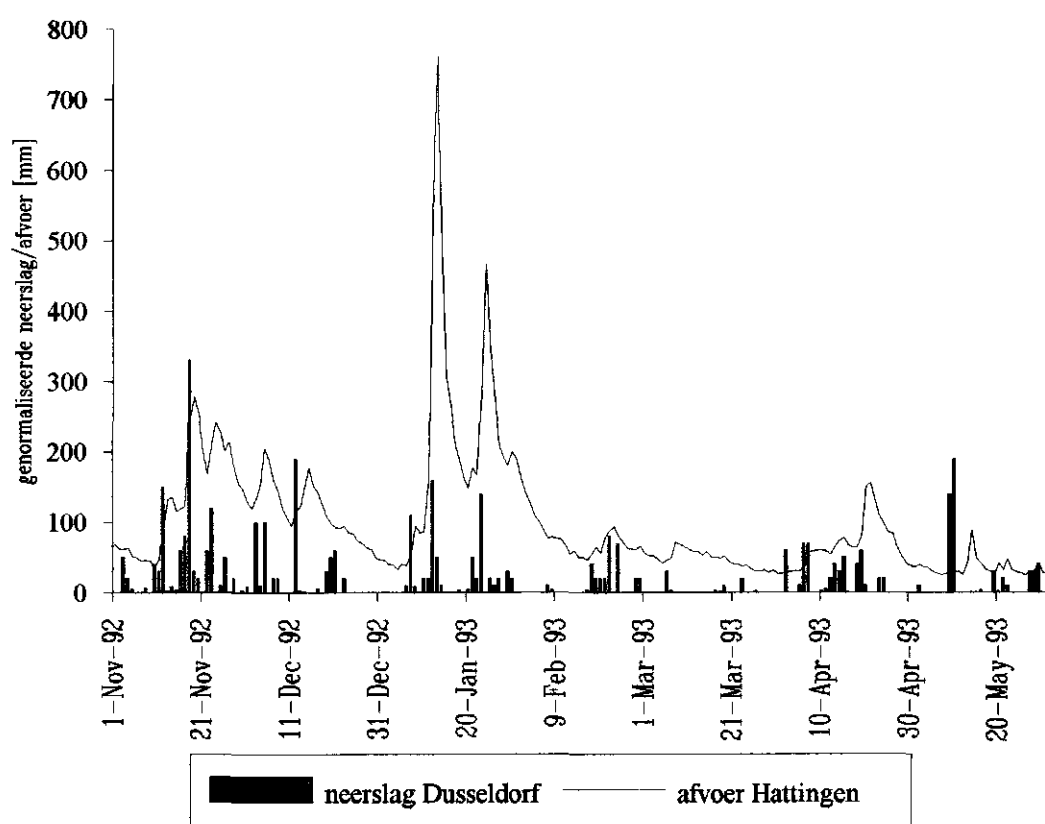
Figuur 7.3-8: Eén-daagse voorspelling van de afvoer van de Ruhr te Hattingen met het GRNN(meth.2).



Gesommeerde neerslag (mm) in het stroomgebied van de Rijn over de (hoogwater)periode van 21 tot 30 januari 1995 (naar RIZA, 1995).

Een tweede voor de hand liggende verklaring is het feit dat het neerslag-afvoer mechanisme in het stroomgebied van de Ruhr complex, en niet slechts met afvoer en neerslagdata te beschrijven is. De neerslag kan bijvoorbeeld vallen in de vorm van sneeuw en accumuleren, wat resulteert in een vertraagde reactie van de afvoer. Bovendien kunnen de in de Ruhr aanwezige reservoirs een verstorende invloed op het "natuurlijke" afvoerproces tijdens hoogwater hebben.

Om de complexiteit van het neerslag-afvoermechanisme en het lokale karakter van de neerslag nog eens te illustreren is in figuur 7.3-10 de neerslag van meetstation Düsseldorf en de afvoer uitgezet wordt tegen de tijd. Uit de figuur komt duidelijk naar voren dat een hoge hoeveelheid neerslag gemeten te Düsseldorf ook in de winter niet altijd gepaard hoeft te gaan met een hoge afvoer en visa versa. Hieruit volgt dat er op bepaalde momenten geen enkel verband tussen de neerslag en de afvoer te vinden is.



Figuur 7.3-10: Neerslag te Düsseldorf (meetpunt 2) en afvoer van de Ruhr gedurende de periode.

Voor de voorspelling van de Moezel te Trier is op dezelfde wijze als voor de Ruhr een tabel met de input, output en het resultaat gegeven (tabel 7.3-5). Bij de voorspellingen is gebruik gemaakt van data van twee neerslagmeetstations die beiden in het stroomgebied van de Moezel liggen. Naast het gebruik van de gemiddelde neerslag over de vijf voorafgaande

dagen als input is bij de laatste methode ook onderzocht of het gebruik van de gemiddelde afvoer van de vijf voorafgaande dagen als input een betere voorspelling opleverde. De gedachtengang hierachter was dat het netwerk als het ware kan leren dat een momentane zeer hoge neerslag niet direct hoeft te resulteren in zeer hoge afvoer.

Tabel 7.3-5 Afvoervoorspelling voor de Moezel te Trier met het GRNN.

nummer	input	output	resultaat
1	$(P_T + P_S)_{t-1/t-5}$ $(P_T + P_S)_{t-1}$ $(P_T + P_S)_{t-2}$ $Q_{Tri,t-1}$	$Q_{Tri,t}$	matig, reageert vaak te laat
2	$(P_T + P_S)_{t-1/t-5}$ $(P_T + P_S)_{t-1}$ $(P_T + P_S)_{t-2}$ $Q_{Tri,t-1/t-5}$ $Q_{Tri,t-1}$	$Q_{Tri,t}$	redelijk; voorspelde lage afvoer hangt te veel rond het gemiddelde, de werkelijke afvoer wordt veelvuldig onderschat (zie figuur 7.3-11)
3	$(P_T + P_S)_{t-1/t-5}$ $(P_T + P_S)_{t-1}$ $(P_T + P_S)_{t-2}$ $Q_{Tri,t-1/t-5}$ $Q_{Tri,t-1} > 400$	$Q_{Tri,t} > 400$	redelijk; werkelijke afvoerpieken nog steeds onderschat

- P_T = genormaliseerde neerslag Trier* [mm];

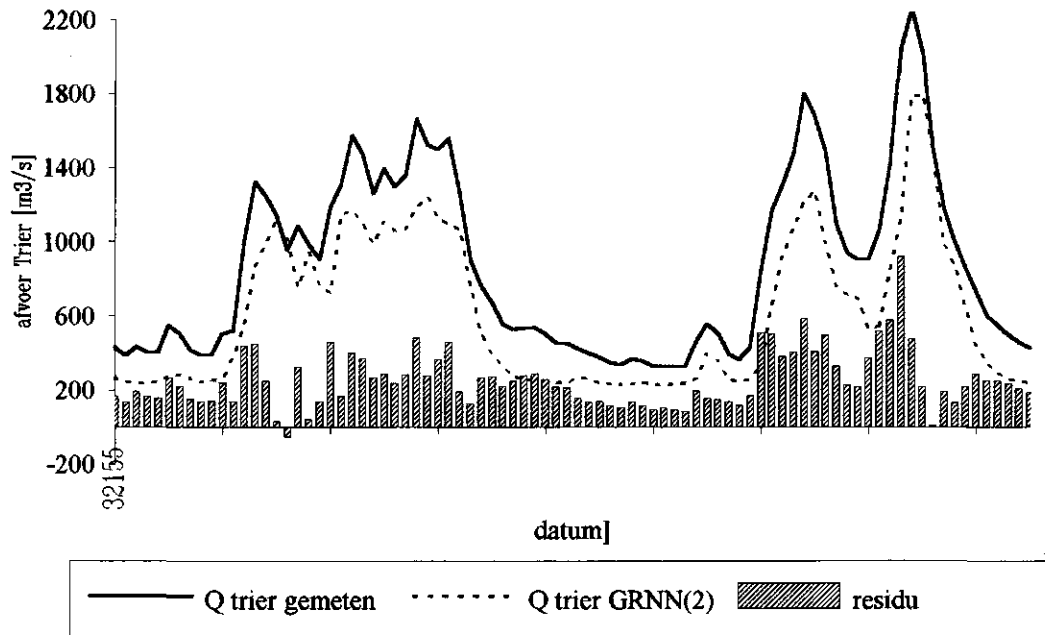
- P_S = genormaliseerde neerslag Saarbrücken* [mm];

- Q_{Tri} = afvoer te Trier [mm];

- $Q > 400$ = afvoer hoger dan $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

* de locatie van de neerslagstations is zichtbaar in figuur 7.3-9.

De resultaten van de voorspelling voor Trier wordt verder toegelicht met figuur 7.3-11 waarin de voorspelde afvoerverloop met methode 2 is weergegeven. Uit figuur 7.3-11 blijkt dat de voorspelling niet zozeer te laat is, maar wel de gemeten afvoer steeds onderschat. Het lijkt alsof de voorspelde afvoer te veel rond het gemiddelde van de in de ijkperiode gebruikte afvoeren (ongeveer $300 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$) blijft hangen. Daarom is er bij methode 3 voor gekozen de afvoerperioden beneden de $400 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ grotendeels uit de ijkperiode te verwijderen. De resultaten van methode 3 (niet gevisualiseerd) spreken echter mogelijke verklaring van de onderschatting tegen: de gemiddelde afvoer van de voorspelling stijgt weliswaar, maar aan de voorspelde hoge afvoeren veranderd niets. Het afvoermechanisme van het stroomgebied rond Trier staat dan wel algemeen bekend als zeer complex, maar het is opvallend dat zowel bij de Ruhr als de Moezel de afvoerpieken onderschat worden. Wanneer we de residuen van de voorspelling van de Moezel analyseren (zie figuur 7.3-11) zien we dat er nog er veel systematiek in zit. Het toevoegen van een AR(1) component aan de GRNN voorspelling zou vreemd genoeg dus nog een verbetering op kunnen leveren.



Figuur 7.3-11: Eén-daagse voorspelling van de afvoer van de Moezel te Trier met het GRNN (methode 2)

7.4 Samenvatting en conclusies

Het General Regression Neural Network (GRNN) kan beschouwd worden als een niet-lineaire regressietechniek. Het statistische deel van het GRNN is gebaseerd op de Maximum Likelihood methode. Het neurale netwerk geeft geen enkel inzicht in fysische processen en is als gevolg daarvan een echt "Black Box" model. Het GRNN beschikt niet over extrapolatiekracht, daarentegen hecht het veel waarde aan de gemiddelde waarde van de trainingsset. Het toepassen van het GRNN vergt relatief veel tijd, ten opzichte van ARMA updating.

We kunnen gezien de primaire resultaten voor de voorspelling van de Ruhr en de Moezel stellen, dat er wel degelijk mogelijkheden zijn voor een neurale netwerk als neerslag-afvoer-voorspeller. Daarbij is het wenselijk te beschikken over nauwkeurige, gebiedsgemiddelde neerslagsdata. Deze zou mogelijk verkregen kunnen worden door combinatie van neerslag-data van meetstations met radargegevens. Bovendien zou een uitbreiding van de ijkperiode met betrekking tot hoogwatergebeurtenissen wenselijk zijn. Het verdient aanbeveling om het neurale netwerk naast dagelijkse neerslag ook te trainen op gemiddelde neerslag en/of gemiddelde afvoer van een aantal dagen vóór de te voorspellen dag.

Het neurale netwerk GRNN is geschikt als "error" updatingstechniek. Dit blijkt uit het feit dat het GRNN de residuen van de het Muskingum(+ Q_{Hat}) model op iets betere wijze kan voorspellen dan de AR(1) updatingstechniek. Als beste trainingsset voor het updaten van de Muskingum(+ Q_{Hat}) voorspelling voor Lobith op dag t , werd gebruik gemaakt van de residuen op dag $t-1$, de afvoer van de Ruhr op dag $t-1$, de afvoer te Düsseldorf op dag $t-1$ en de dagelijkse toe- of afname van de afvoer te Düsseldorf.

8 Één-daagse voorspelling met het Muskingum model

8.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt een echte één-daagse voorspelling gedaan. Het grote verschil met de "voorspellingen", of liever gezegd berekeningen, uit de vorige hoofdstukken is dat er in dit hoofdstuk zonder voorkennis voorspeld wordt. Dit is namelijk ook de praktijksituatie wanneer een voorspellingsmodel wordt toegepast en er ook geen voorkennis aanwezig is. In de literatuur wordt dit voorspellen zonder voorkennis wel aangeduid met de term "real time forecasting" (zie bv. Van der Beken, 1979). Er zijn overigens in deze studie geen twee- en/of drie-daagse voorspellingen gedaan. De hoofdreden hiervoor is, dat het doel van deze studie meer het onderzoek naar principes naar mogelijke voorspellingsverbeteringen bevatte, als de daadwerkelijke toepassing in de vorm van echte voorspellingen. Daarnaast verhinderde de tijdslimiet de auteurs om meer onderzoek te doen naar de meerdaagse voorspellingen, hoewel dit zeker interessant geweest was als "slotakkoord".

8.2 Randvoorwaarden van het model

Om te beginnen wordt nogmaals de basisvergelijking van de voorspelling, de Muskingum vergelijking, bekeken:

$$Q_{t+1} = C_1 \hat{I}_{t+1} + C_2 I_t + C_3 Q_t \quad (1)$$

Q_t = de uitvoer van het traject op tijdstip t [m^3/s]

I_t = de invoer van het traject op tijdstip t [m^3/s]

Wat opvalt is dat deze vergelijking in eerste instantie niet geschikt is om "real-time" voorspellingen mee te maken. Om een voorspelling voor de uitvoer op tijdstip t te maken is namelijk weer een voorspelling voor de invoer op $t+1$ nodig. In hoofdstukken 4, 5, 6 en 7 is ervoor gekozen om met voorkennis te handelen en in plaats van de invoer te voorspellen de in werkelijkheid pas later gemeten invoer op tijdstip $t+1$ in bovenstaande vergelijking te gebruiken. In "real time" voorspellingen is deze werkwijze uiteraard niet mogelijk. De randvoorwaarde I_{t+1} dient geschat te worden.

Bij wijze van voorbeeld wordt het traject Worms-Andernach-Düsseldorf-Lobith beschouwd. Bij een Muskingum voorspelling voor Lobith op tijdstip $t+1$ is een voorspelling voor Düsseldorf op tijdstip $t+1$ nodig. Wanneer deze voorspelling voor Düsseldorf met een Muskingum vergelijking gedaan wordt dan is daarbij weer een voorspelling voor Andernach nodig en de Muskingum voorspelling voor Andernach benodigt dan die van Worms enzovoort. Dit voorspellingsproces wordt weergegeven in de volgende vergelijkingen:

Schema van een één-daagse voorspelling met de Muskingum methode:

$$\begin{aligned}\hat{L}_{t+1} &= C_1 \hat{D}_{t+1} + C_2 D_t + C_3 L_t \\ \hat{D}_{t+1} &= C_1^* \hat{A}_{t+1} + C_2^* A_t + C_3^* D_t \\ \hat{A}_{t+1} &= C_1^{**} \hat{W}_{t+1} + C_2^{**} W_t + C_3^{**} A_t\end{aligned}$$

L_t = de afvoer bij Lobith op tijdstip t [m^3/s]
 D_t = de afvoer bij Düsseldorf op tijdstip t [m^3/s]
 A_t = de afvoer bij Andernach op tijdstip t [m^3/s]
 C_1 = constante voor het traject Düss.-Lobith [-]
 C_1^* = constante voor het traject Andern.-Düss. [-]
 C_1^{**} = constante voor het traject Worms-Andern. [-]

Hoewel het in eerste instantie lijkt het alsof deze substituties het probleem alleen maar verplaatsen zorgen zij ervoor dat de voorspelling aan de rand een steeds kleiner aandeel krijgt in de voorspelling van Lobith. Zo is in het bovenstaand voorbeeld de invloed van de voorspelling bij Worms op de voorspelling van Lobith slechts $C_1 \cdot C_1^* \cdot C_1^{**} \cdot W_{t+1}$. Omdat C_1 , C_1^* en C_1^{**} rondom de waarde 0,3 liggen wordt de invloed van de voorspelling voor Worms in dit voorbeeld beperkt tot ongeveer $(0,3)^3 = 0,027 W_{t+1}$. Doordat de voorspelling aan de rand na substitutie een gering aandeel in de uiteindelijke voorspelling heeft, kan de eindvoorspelling acceptabel zijn bij een vrij onnauwkeurige voorspelling van de randvoorwaarde. Ook kan de randvoorwaarde best met een statistisch model voorspeld worden zonder dat daarmee al te veel afbraak wordt gedaan aan het fysische karakter van het hydrologisch model.

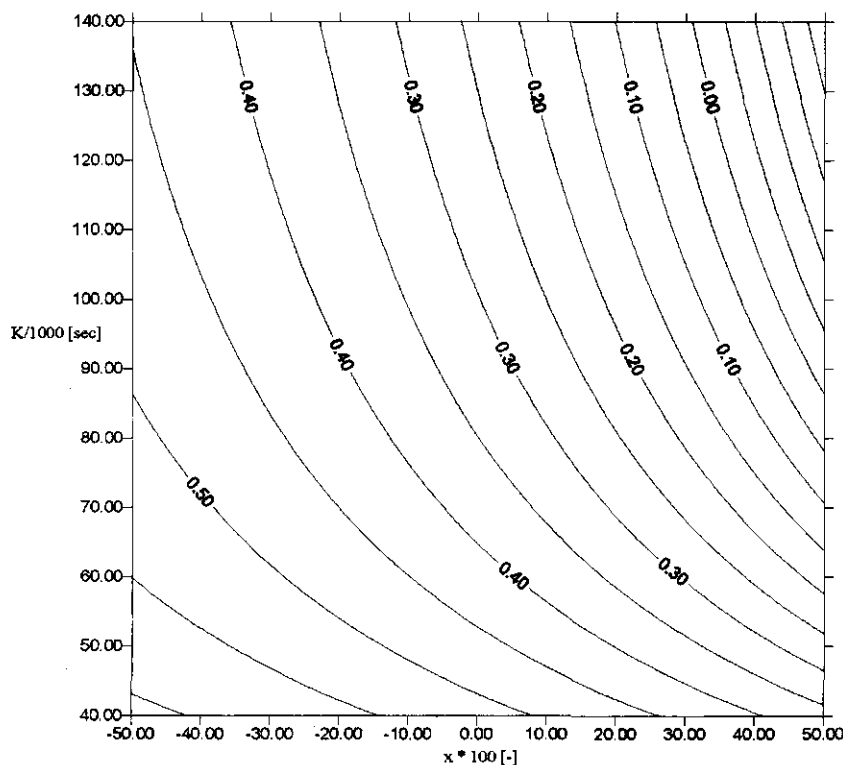
Naarmate de voorspellingstermijn echter langer wordt, wordt de invloed van de voorspelde randvoorwaarde op de eindvoorspelling groter. Dit kan eenvoudig worden ingezien wanneer, op dezelfde wijze als hierboven de voorspelling wordt uitgeschreven, maar dan voor een twee-daagse voorspelling:

Schema van een twee-daagse voorspelling met de Muskingum methode

$$\begin{aligned}\hat{L}_{t+2} &= C_1 \hat{D}_{t+2} + C_2 \hat{D}_{t+1} + C_3 \hat{L}_{t+1} & \hat{L}_{t+1} &= C_1 \hat{D}_{t+1} + C_2 D_t + C_3 L_t \\ \hat{D}_{t+2} &= C_1^* \hat{A}_{t+2} + C_2^* \hat{A}_{t+1} + C_3^* \hat{D}_{t+1} & \hat{D}_{t+1} &= C_1^* \hat{A}_{t+1} + C_2^* A_t + C_3^* D_t \\ \hat{A}_{t+2} &= C_1^{**} \hat{W}_{t+2} + C_2^{**} \hat{W}_{t+1} + C_3^{**} \hat{A}_{t+1} & \hat{A}_{t+1} &= C_1^{**} \hat{W}_{t+1} + C_2^{**} W_t + C_3^{**} A_t\end{aligned}$$

Na uitgebreide substitutie kan aangetoond worden dat in de vergelijking van de twee-daagse voorspelling voor Lobith, de twee daagse voorspelling van Worms (W_{t+2}) vermenigvuldigd wordt met $\pm 0,027$. In dezelfde vergelijking is het aandeel van de één-daagse voorspelling van Worms toegenomen tot $0,089 * W_{t+1}$ (was $0,027$ in de vorige situatie voor de één-daagse voorspelling van Lobith). Ook intuïtief is in te zien dat de voorspelling voor morgen van Worms een geringe invloed heeft op de voorspelling van Lobith van morgen, maar een hele grote invloed heeft op de voorspelling van $t+3$, aangezien de looptijd van een golf van Worms naar Lobith ongeveer 3 dagen bedraagt.

Vooralsnog werd in het voorbeeld aangenomen dat de C_1 waarden ongeveer gelijk zijn aan $0,3$. In werkelijkheid zijn groottes van de C_1 (en C_2 en C_3) waarden een functie van de Muskingum parameters x en K . In onderstaande figuur wordt het verband tussen C_1 , x en K gegeven (Voor het expliciete verband: zie paragraaf 4.1.2):



Figuur 8.2-1: De constante C_1 uitgezet op een contourplot tegen x en K .

Uit de figuur komt onder andere naar voren dat voor kleine K -waarden, dat wil zeggen voor korte trajecten met een kleine looptijd voor de hoogwatergolf, de C_1 waarden groot zijn. Hoewel voor korte trajecten relatief goede voorspellingen kunnen worden gedaan, zijn er meer korte trajecten achter elkaar nodig om eenzelfde reductie van de randinvloed te krijgen als wanneer relatief lange trajecten gekozen worden. Daarnaast kan de volgende opmerking gemaakt worden met betrekking tot de relatie tussen waarde van parameter x en de waarde van C_1 : uit de figuur blijkt duidelijk dat een positieve waarde van x de voorkeur geniet boven een negatieve waarde van x , aangezien de waarde van C_1 afneemt met toenemende x . Naast dit argument werd reeds in paragraaf 4.1.5 opgemerkt dat negatieve x -waarden als minder realistisch worden gezien.

De eerder gemaakte opmerkingen over de invloed van de randen zijn ook van belang om aan te kunnen geven hoe groot de invloed van afvoeren van zijrivieren (eveneens "randen" van het systeem) op de voorspelling voor Lobith eigenlijk is. Zo kent de afvoer van zijrivieren zoals de Lippe en de Ruhr looptijden tot aan Lobith die kleiner of gelijk zijn aan één dag. Op de voorspelling van Lobith voor dag $t+1$ kan nog eenvoudig de afvoer van de Ruhr van dag t worden gesuperponeerd. Voor de tweedaagse voorspelling echter moet de afvoer van de Ruhr zelf voorspeld worden en voor de voorspelling van Lobith van drie dagen vooruit heeft men een tweedaagse voorspelling van de Ruhr nodig. De neerslag die nodig is om de tweedaagse voorspelling van de Ruhr te maken is op dat moment deels nog niet eens gevallen en moet op haar beurt weer voorspeld worden. Bij een meerdaagse voorspelling gaat de voorspelling van de zijrivieren dus een steeds groter rol spelen in de voorspelling. Het probleem omtrent de kennis van de randen van het systeem in de tijd is inherent aan fysische modelleringsmethoden.

Een derde factor die naast de randvoorwaarden ten aanzien van de invoer en ten aanzien van de zijrivieren bij een meerdaagse voorspelling een rol gaat spelen is dat de voorspelling van de uitvoer van een traject steeds moeilijker te updaten is. Wanneer er slechts één meting per dag beschikbaar is, kan een tweedaagse voorspelling kan immers alleen gecorrigeerd worden aan de hand van de residuen van twee dagen geleden.

Samenvattend kan gesteld worden dat korte verblijftijden de voorspellings-zichttijd beperken. Dit is ook de verklaring voor het feit dat de rivier de Maas, met zijn korte verblijftijden slechts één dag vooruit voorspeld kan worden. Voor de Rijn is de zichttijd op dit moment zo'n twee à drie dagen (RIZA, 1995), aangezien de verblijftijden voor dit systeem groter zijn. Vergroting van de zichttijd zal in belangrijke mate samenhangen met een verbetering van de modellering van de zijrivieren. In hoofdstuk 7 werd reeds aange-toond dat deze verbetering slechts plaats kan vinden wanneer ook ruimtelijk en chronologisch gezien meer neerslagdata beschikbaar komt.

8.3 Modelkeuze

Gezien de resultaten in de vorige hoofdstukken is ervoor gekozen om het Muskingum-AR(1) model (met gebruik van zijrivieren) te kiezen als voorspellingsmodel. De keuze om de zijrivieren mee te nemen in de voorspelling is begrijpelijk gezien de verbetering die dit oplevert bij alle methode ten opzichte van de "kale" Muskingum methode. De keuze voor de AR(1) updating in plaats van het Kalman Filter is gebaseerd op het feit dat de resultaten voor de AR(1) methode net iets beter waren, zonder dat deze updating methode minder robuust leek dan de Kalman methode. Toch zou updating met het Kalman Filter een vrijwel gelijkwaardig alternatief zijn geweest. Uit de resultaten in hoofdstuk 7 bleek dat het neurale netwerk wat updating betreft voor het traject Düsseldorf-Lobith iets beter resultaat levert dan de AR(1) methode en het KF. Keuze van een neurale netwerk als updatingmethode is echter achterwege gelaten omdat het gezien het nog niet geheel duidelijk is of updating met een neurale netwerk voor alle drie de trajecten een goed resultaat oplevert. Bovendien is de AR(1) methode veel eenvoudiger toe te passen.

8.4 Parameterkeuze

Ook wat betreft parameterkeuze is er een verschil tussen de voorspellingen in dit hoofdstuk en de "voorspellingen" uit de vorige hoofdstukken. In de vorige hoofdstukken werden de parameters gefit voor een bepaalde hoogwatergolf en werden daarna de verschillende gefitte waarden gebruikt bij de voorspelling van de andere golven om inzicht te krijgen in de robuustheid van het model. In dit hoofdstuk echter, moeten de parameterkeuzes op voorhand gemaakt worden op basis van eerder opgetreden golven (bv die van '88, '90 en '93) en moet daarna met die ene parameterset een voorspelling gedaan worden voor de golf op dat moment (bv die van '95). Belangrijk is dat daarbij de parameterkeuze zo objectief mogelijk gemaakt wordt, maar dat wel rekening gehouden wordt met de robuustheid en met het feit dat realistische waarden moeten worden gekozen.

Bij de keuze van de Muskingum modelparameters voor '95 is bij de trajecten Düsseldorf-Lobith en Andernach-Düsseldorf uitgegaan van de *gemiddelde* waarde van de modelparameters voor de golven van '88, '90, en '93 van het Muskingum-AR(1) model (met zijrivieren). Er is gekozen voor gemiddelde waarden van de drie golven aangezien vrijwel alle gebruikte waarden behoorlijk realistisch zijn en aangezien dit de meest objectieve methode is. Voor het traject Worms-Andernach zijn een x - en K -waarde *geschat* die naar de mening van de auteurs de meest "fysische" waarde hebben. Als x -waarde is 0,25 gekozen aangezien dit bij gebrek aan nadere informatie een vrij realistische waarde is (zie de x -waarden voor de andere trajecten in tabel 8.4-1).

De looptijd K is, eveneens bij gebrek aan nadere informatie, gelijk gesteld aan één dag, aangezien uit historische gegevens bekend is dat de looptijd van een golf van Worms naar Andernach ongeveer één dag bedraagt (zie overzichtsfiguur 3.1-1). Voor de keuze van de AR(1) modelparameters zijn voor alle trajecten de *gemiddelde* waarden van de golven van '88, '90 en '93 van het Muskingum-AR(1) model (met zijrivieren) genomen. Dit is gedaan aangezien er weinig kennis omtrent de robuustheid van het model ten aanzien van deze parameters bestaat. De keuze van de parameters voor elk traject is gegeven in de onderstaande tabel:

Tabel 8.4-1: Gekozen modelparameters voor de drie trajecten.

traject	x	K [sec.]	α	θ
Düss.-Lob.	0,26	108000	0,44	-51
And.-Düss.	0,20	50000	0,78	80
Worms-And.	0,25	86400	0,47	159

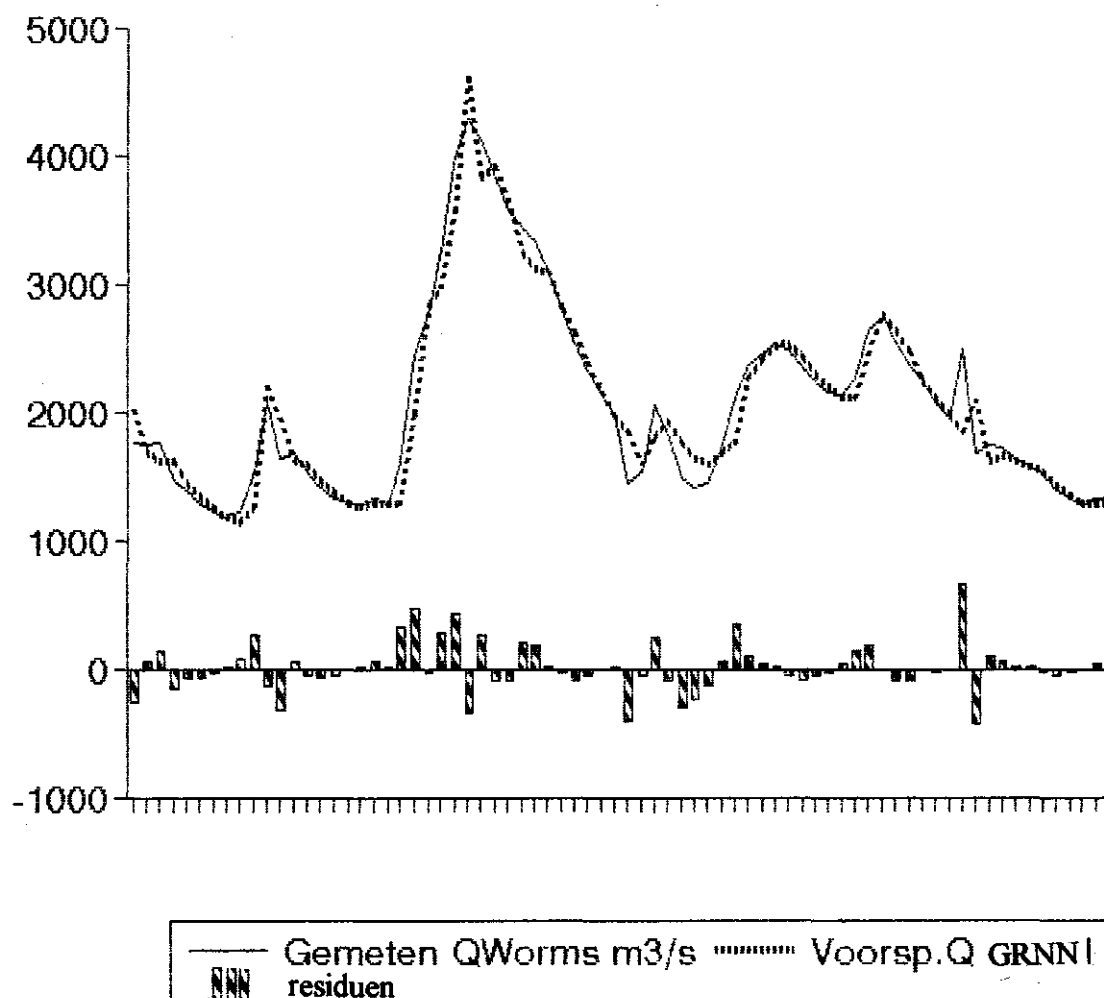
In de volgende paragraaf zullen de resultaten van de één-daagse voorspelling voor Lobith worden getoond.

8.5 Eén-daagse voorspelling voor Lobith voor de golf van 1995

Één-daagse voorspelling voor Worms en Obernau

Voor het voorspellen van de afvoer te Worms($t+1$) is gebruikt gemaakt van het in hoofdstuk 7 behandelde GRNN. Voor de invoer van het model is gebruik gemaakt van de afvoer van de afvoer te Maxau (voor de plaats van de meetpunten zie figuur 3.1-1) op dag t en $t-1$, de afvoer te Gundelsheim op dag t , de afvoer te Plochingen op dag $t-1$ en de afvoer te Worms op dag t . De resulterende voorspelling is zichtbaar in figuur 8.5-1.

Voor het voorspellen van de afvoer van de Main te Obernau is voor de uiteindelijke voorspelling niet gebruik gemaakt van het gemaakt het GRNN. Er is gebruik gemaakt van een simpel 3-parameter MLR model, aangezien de afvoer van de Main gedurende de hoogwatergolf van '95, veel hoger is geweest dan in gehele ijkperiode van '88 t/m '94 en we weten dat het GRNN niet goed kan extrapoleren. Het MLR model maakte voor de voorspelling te Obernau op dag $t+1$ gebruik van de de afvoer van te Obernau op t en de afvoer van twee bovenstrooms gelegen meetpunten op dag t . De resulterende voorspelling zal hier niet worden weergegeven.

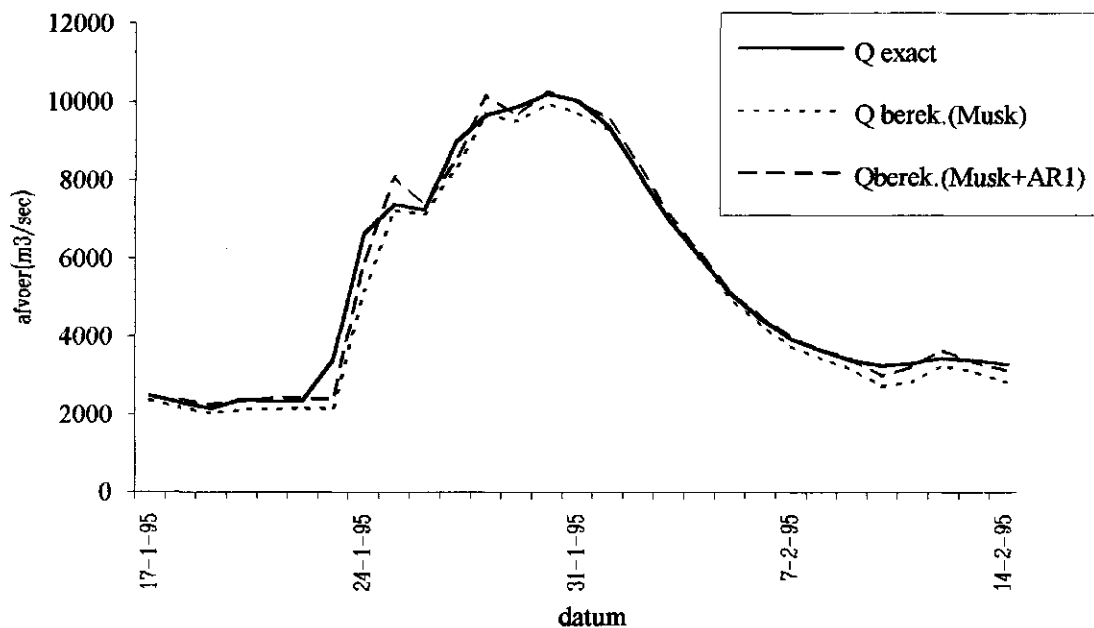


Figuur 8.5-1: Eén-daagse voorspelling van de afvoer te Worms met het GRNN voor de golf van '95.

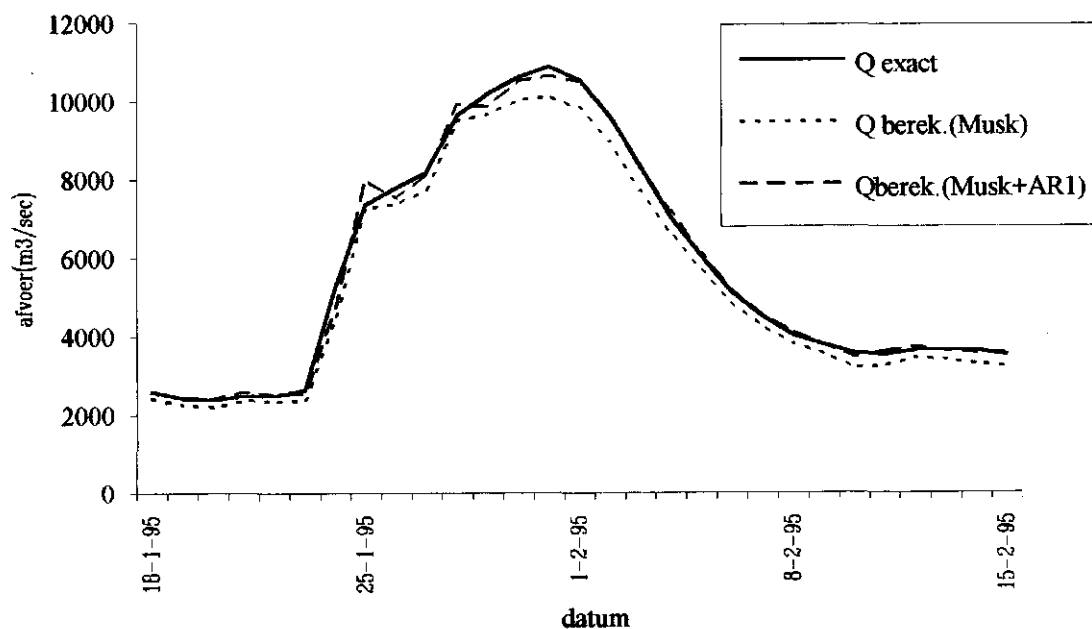
Eén-daagse voorspelling voor Lobith

Voor het voorspellen van de afvoer te Lobith op $t+1$ is zoals in de vorige paragraaf beschreven drie maal achtereenvolgens gebruik gemaakt van het Muskingum-AR(1) (met zijrivieren) model. Hierbij is dus steeds de voorspelling van de uitvoer van het bovenstroomse traject gebruikt als (een deel van) de invoer van het benedenstroomse traject. Zo is er voor elk traject een één-daagse voorspelling gemaakt die zichtbaar zijn in figuren 8.5-2, 8.5-3 en 8.5-4.

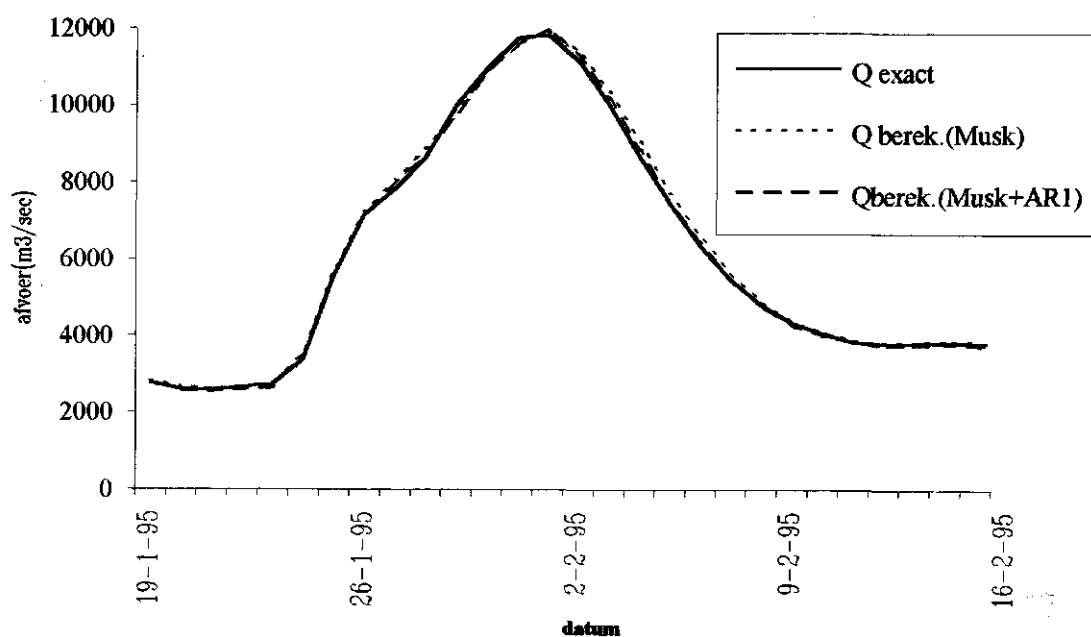
Bij de voorspelling van Andernach moet de opmerking gemaakt worden dat er niet, zoals in de vorige hoofdstukken beschreven, gebruik is gemaakt van een verdeling van de afvoer van de Moezel over de invoer en de uitvoer van het traject, maar dat de afvoer te Trier direct is opgeteld bij de voorspelling. Dit vereist namelijk geen voorspelling van de afvoer te Trier.



Figuur 8.5-2: Eén daagse voorspelling voor Andernach voor de golf van '95 met het Muskingum AR(1) model.



Figuur 8.5-3: Eén daagse voorspelling voor Düsseldorf voor de golf van '95 met het Muskingum AR(1) model.



Figuur 8.5-4: Eén daagse voorspelling voor Lobith voor de golf van '95 met het Muskingum AR(1) model.

In de figuren is duidelijk te zien dat de grote fouten die gemaakt worden bij de voorspelling voor Worms en Andernach nauwelijks doorwerken in de eindvoorspelling van Lobith. Aangezien de uiteindelijke C_1 -waarde in de Muskingum vergelijking voor de tweede traject 0,4 bedraagt is de invloed van de fouten in de voorspelling van Andernach nog vrij groot op de voorspelling van Düsseldorf. De C_1 -waarde van het traject Düsseldorf-Lobith is echter zo klein (0,12) dat deze fouten nauwelijks meer doorwerken in de eindvoorspelling.

De voorspelde afvoerwaarden voor Lobith zijn middels een gemiddelde Q-h relatie omgezet in waterstanden en weergegeven in tabel 6.5-1. In deze tabel staan ook de voorspelfouten en enige statistische eigenschappen van de voorspelfouten weergegeven in waterstanden.

De in tabel 8.5-1 gegeven waarden liggen binnen de grenzen van de door Rijkswaterstaat gestelde normen ten aanzien van een één-daagse voorspelling. Voor een twee-, maar met name voor een drie-daagse voorspelling voor Lobith met het hybride Muskingum model zal naast een uitbreiding van de dataset ook meer onderzoek moeten plaatsvinden naar de voorspelling van de zijrivieren van de Rijn.

datum	Q Lobith	Q voersp.	h Lobith	h voersp.	residu h
24-1-95	3408	3488	1152	1162	-10
25-1-95	5583	5593	1360	1361	-1
26-1-95	7168	7145	1463	1462	1
27-1-95	7855	7973	1499	1505	-6
28-1-95	8649	8737	1537	1541	-4
29-1-95	10027	9766	1597	1586	11
30-1-95	10975	10864	1634	1630	4
31-1-95	11755	11588	1662	1656	6
1-2-95	11844	12000	1665	1670	-5
2-2-95	11162	11317	1641	1647	-6
3-2-95	10027	10206	1597	1604	-7
4-2-95	8649	8864	1537	1547	-10
5-2-95	7462	7484	1479	1480	-1
6-2-95	6361	6466	1414	1421	-7
7-2-95	5492	5493	1353	1353	0
8-2-95	4818	4792	1299	1297	2
9-2-95	4346	4292	1255	1250	5
10-2-95	4078	4025	1228	1223	5
11-2-95	3857	3846	1204	1203	1
12-2-95	3795	3746	1197	1192	5
hoogste	laagste	stand. afw.	gemidd.		
residu	residu	residu	residu		
11	0	6	5		

Figuur 8.5-5: Resultaten van een één-daagse voorspelling voor Lobith voor de golf van '95

9 Conclusies en aanbevelingen

In dit hoofdstuk zullen de conclusies en aanbevelingen van deze afstudeerscriptie worden gepresenteerd. Daarbij is ten behoeve van het overzicht geprobeerd de conclusies zoveel mogelijk per hoofdstuk en/of per rubriek te groeperen.

9.1 Conclusies

Bij hoofdstuk 3: Algemene informatie bij de modellen

Uit een massabalansstudie blijkt dat er enige onzuiverheid in de afvoerdata aanwezig is. De massabalans voor het traject Düsseldorf-Lobith bleek namelijk niet geheel te kloppen. Gemiddeld bedraagt het massaoverschot voor dit traject zo'n 40 tot 100 m³/s. Dit massaoverschot wordt mogelijk veroorzaakt door het gebruik van Q-h relaties, die met verschillende methoden zijn vastgelegd door enerzijds Rijkswaterstaat (voor Lobith) en anderzijds Duitse instellingen (voor bv. Düsseldorf).

Een manier om rekening te houden met het hysteresiseffect in de Q-h relatie, is toepassing van de zogenaamde Jones-correctie. De Jonescorrectie bracht in deze studie geen verbetering van de resultaten voor het Muskingum model. Een mogelijke oorzaak zit hem in het feit dat de Jones-correctie gevoelig is voor schattingsfouten. Een tweede mogelijke verklaring voor het uitblijven van een verbetering van de resultaten is het feit dat de fout, die bij omzetting van een waterstand in een afvoer gemaakt wordt als gevolg van de verwaarlozing van de hysteresis effecten, voor een groot deel teniet gedaan wordt door de terug-omzetting van afvoer naar een waterstand.

Bij hoofdstuk 4: De Muskingum methode

Algemeen

In de dataset die voor deze studie gebruikt is ontbraken afvoeren van enkele relatief belangrijke zijtakken van de Rijn zoals die van de Nahe en de Sieg.

Een groot massabalanstekort dat ontstaat door verwaarlozing of het ontbreken van de afvoerdata van zijrivieren, resulteert in x- en K-waarden die optimaal zijn in de zin van de kleinste kwadratische afwijking maar weinig universele betekenis hebben. Een correctie van het massabalanstekort door middel van een simpele multiplicatiefactor lost dit probleem maar ten dele op.

Voor de trajecten Andernach-Düsseldorf en Düsseldorf-Lobith neemt de looptijd van hoogwatergolven toe met het debiet. Toepassing van de Muskingum methode met gesegmenteerde looptijd brengt echter nauwelijks een verbetering ten opzichte van de conventionele Muskingum methode.

Voordelen van de Muskingum methode

De Muskingum methode is eenvoudig toe te passen, is vrij doorzichtig en levert een redelijk resultaat.

Nadelen van de Muskingum methode

De fysica achter de Muskingum methode beperkt zich voornamelijk tot de massabe-

houdswet. De impulsbehoudswet is vervangen door een empirische vergelijking waardoor de dynamica van de golfvoortplanting niet geheel correct kan worden beschreven.

Bij hoofdstuk 5: Het Muskingum-ARMA model

Algemeen

Na een vrij uitvoerige modelidentificatiestudie werd het (eenvoudige) AR(1) model geïdentificeerd als zijnde het beste ARMA(p,q) model dat kan dienen als updatingstechniek voor de Muskingum methode in deze situatie.

Voordelen van de AR(1) updating

De resultaten van het Muskingum model worden aanzienlijk verbeterd door updating met een AR(1) model. Het AR(1) is in staat alle autocorrelatie uit de voorspellingsresiduen te halen.

De AR(1) updating werkt goed wanneer er structurele fouten gemaakt zijn bij de Muskingum voorspelling, zoals bij een structureel massaoverschot of -tekort. Met andere woorden: AR(1) updating werkt goed wanneer de waarden van de residuen niet al te sterk fluctueren.

De AR(1) methode is eenvoudig toe te passen en ook theorie achter de AR(1) methode is vrij eenvoudig.

Nadelen van AR(1) updating

AR(1) updating werkt slecht wanneer de residuen van het Muskingum model snel fluctueren. De updating is dan telkens één tijdstap te laat. De updating kan in dat geval leiden tot sterke over/onderschattingen welke ontstaan als gevolg van lineaire extrapolatie.

Bij hoofdstuk 6: Het Muskingum model uitgebreid met een Kalman Filter

Algemeen

Bij toepassing van het Kalman Filter in de hydrologie moet er opgepast worden voor verkeerd gebruik. Het is bij toepassing van het Kalman Filter belangrijk dat de doelfunctie die het Kalman Filter minimaliseert dezelfde doelfunctie is als de doelfunctie die men op dat moment daadwerkelijk wil minimaliseren.

Bij verwaarlozing van de meetruis in een systeem degenereert het Kalman algoritme tot een ARMA algoritme, welke veel eenvoudiger is toe te passen dan het KF.

Voordelen van updating met het KF

De resultaten van het Muskingum model worden aanzienlijk verbeterd door updating met een Kalman Filter.

Het Kalman Filter is een recursief algoritme dat ook goed presteert in situaties waarbij de residuen van de Muskingum methode een niet-stationaire reeks vormen.

Evenals bij AR(1) werkt het Kalman Filter goed wanneer de waarden van de residuen

niet te sterk fluctueren.

Nadelen van updating met het KF

De updating met het werkt slecht wanneer de residuen van het Muskingum model snel fluctueren. De updating is dan telkens één tijdstap te laat. Evenals bij AR(1) kan de updating in dat geval leiden tot sterke over/onderschattingen welke ontstaan als gevolg van lineaire extrapolatie.

Het KF vereist extra kennis omtrent de statistische eigenschappen van de modelparameters en of modelvariabelen en eist tevens dat het model in de zogenaamde "State-Space" vorm geschreven kan worden. Het aanpassen van x en K met het Kalman Filter bleek niet mogelijk vanwege laatstgenoemde eis.

De theorie achter het Kalman filter is tamelijk veeleisend voor de gebruiker.

Bij hoofdstuk 6: Het Muskingum model gecombineerd met een neurale netwerk.

Algemeen

Het aantal neerslagstations in de huidige dataset is onvoldoende om voor *alle* stroomgebieden van zijrivieren van de Rijn representatief te zijn.

Voordelen van het neurale netwerk

Voorlopige resultaten wijzen uit dat het neurale netwerk (NN) geschikt is als fout updatingstechniek. De updating levert een lichte verbetering op ten opzichte van de lineaire updatingstechnieken AR(1) en het KF.

De relatie tussen neerslag en afvoer is vaak niet-lineair. Het toegepaste neurale netwerk GRNN kan eenvoudig worden ingezet als neerslag-afvoer model en levert redelijke resultaten. Wanneer men over meer neerslagdata zou kunnen beschikken zouden deze resultaten sterk verbeterd kunnen worden. Neurale netwerken kunnen dus waardevol zijn in "flood-routing" problemen.

Het software pakket van het gebruikte neurale netwerk GRNN is eenvoudig toe te passen en vereist relatief weinig kennis van theoretische achtergronden.

Nadelen van het neurale netwerk

Het neurale netwerk zelf is zeer ondoorzichtig voor de gebruiker, vanwege haar complexe structuur. Dit in tegenstelling tot een AR(1) model en, in mindere mate, het Kalman Filter.

Het gebruikte "General Regression Neural Network" (GRNN) hangt vaak te sterk aan "gemiddelden" en is dus vaak conservatief. In tegenstelling tot de genoemde AR(1) en KF methoden extrapoleert het neurale netwerk GRNN dikwijls te weinig.

Gebruik van teveel verschillende invoerdata in het in deze studie gebruikte neurale netwerk (GRNN) leidt soms tot slechte prestatie. Ook presteert zij niet goed wanneer de invoerdata niet in dezelfde orde grootte liggen. Het is noodzakelijk invoerdata te schalen.

Bij hoofdstuk 8: Één-daagse voorspelling met het Muskingum model

Algemeen

De één-daagse waterstandsvoorspelling voor Lobith met een Muskingum-AR(1) model voor de hoogwatergolf van 1995 geeft goede resultaten. De resultaten liggen de binnen de door Rijkswaterstaat gestelde normen voor een één-daagse voorspelling.

Twee- en drie-daagse voorspellingen voor Lobith zijn in deze studie niet gemaakt. Uit het gedurende deze studie verkregen inzicht bleek de kwaliteit voor meerdaagse voorspellingen van de Rijn in eerste instantie afhangt van de kwaliteit van de afvoervoorspelling van de zijrivieren en niet zozeer van de gebruikte flood-routing methode.

De kwaliteit van de afvoer van de zijrivieren hangt op haar beurt in eerste instantie samen met de kwaliteit van de neerslagdata en/of voorspellingen en niet zozeer van de gebruikte neerslag-afvoervoorspellingsmethode

9.2 Aanbevelingen

Met betrekking tot het hybride flood-routing model

Bij het streven naar betere hoogwatervoorspellingen heeft een uitbreiding van de dataset prioriteit boven modelverbeteringen. Modelverbeteringen kunnen beter tot hun recht komen wanneer de dataset groot genoeg is om de maximale potentie uit deze modelverbeteringen te halen.

Het is wenselijk, volgens de auteurs van dit verslag, om na uitbreiding van de dataset, de deterministische tak van het hybride model, welke nu nog maar ten dele fysisch is, een meer fysisch karakter te geven. Dit is vooral belangrijk om grote zijrivieren van de Rijn zoals de Moezel en de Main op juiste wijze in het model mee te nemen. Bij een verbetering van de flood routing component kan gedacht worden aan het inbouwen van de volledige St-Venant vergelijkingen.

Wat betreft de statistische component van het hybride model zou het model uitgebreid kunnen worden met een niet-lineaire updatingtechniek. Hiervoor is meer onderzoek naar het neurale netwerk als updatingtechniek noodzakelijk.

Met betrekking tot neerslag-afvoermodellering

Uit de conclusies bleek dat een goede neerslag-afvoermodellering samenhangt een goed meetnetwerk van neerslagstations. Combinatie van een meetnetwerk met neerslag-radargegevens zou wellicht nuttig kunnen zijn om goede waarden voor gebiedsneerslagen te verkrijgen.

Ook bij neerslag-afvoer modellering zou hybride aanpak kunnen behoren tot een kansrijke aanpak, aldus de auteurs. Ook onderzoek naar het modelleren op kleinere tijdschaal zou zinvol kunnen zijn, aangezien de tijdschaal waarop neerslag-afvoerprocessen spelen vaak kleiner is dan één hele dag.

Met betrekking tot de data

Bij toepassing van een fysisch model zullen zuivere afvoerdata benodigd zijn. In dit kader zou een massabalanscontrole nuttig zijn. Daarnaast is het wellicht wenselijk om de meetmethoden voor het hele Rijngebied te standarisieren.

Literatuur

Ahsan, M., O'Connor, K.M., 1994. A reappraisal of the Kalman filtering technique, as applied in river flow forecasting, Journal of Hydrology, Vol 161, p.197-226, Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam.

Apollov, B.A., Kalinin, G.P., V.D. Komarov., 1964. Hydrological forecasting. 338 p. Israel Program for Scientific Translations, Jeruzalem, Israel.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., 1970. Time series analysis, forecasting and control, 553 p., Holden Day Inc. , San Francisco, U.S.A.

Chow, V.T., 1978. Evolution of stochastic hydrology. In: Applicationa of Kalman filter to hydrology, hydraulics, and water resources. Edited by C.L. Chiu, p. 13-28. Department of Civil Engineering UP, Pittsburgh, U.S.A.

O'Connell, P.E., 1979. Theoretical aspects of real-time forecasting models and their calibration. In: Real-time hydrology. Edited by A. van der Beken, p. 17-85. Dienst hydrologie VUB, Brussel.

Dooge, J.C.I., 1986. Theory of flood routing. In: River flow modelling and forecasting. Edited by D.A. Kraijenhoff en J.R. Moll, p. 39-65. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

Eertwegh, G.A.P.H. van den, 1991, Evaluatie voorspellingen waterstanden Rijn te Lobith, RIZA werkdocument, nr. 91.096 X, Lelystad

Eertwegh, G.A.P.H. van den, 1992. Neurale netwerken en hydrologie: Waterstandsvoorspellingen Bovenrijn te Lobith, RIZA werkdocument, nr. 92050 X, Lelystad.

Geer, F.C. van, 1981. Inleiding Kalman filter (hydrologische toepassingen), college materiaal, Landbouwhogeschool Wageningen, vakgroep Hydraulica en Afvoerhydrologie.

Gelb, A., Kasper, J.F., Nash, R.A., Price, C.F., A.A. Sutherland., 1978. Applied optimal estimation. 347 p. The M.I.T. Press, Massachusetts, U.S.A.

Gill, M.A., 1977. Flood routing by the Muskingum method, Journal of Hydrology, Vol.36. p. 353-363, Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam

Gill, M.A. 1978. Flood routing by the Muskingum method, Journal of Hydrology, Vol. 36, p. 353-363. Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam

Gill, M.A., 1979. Translatory characteristics of the Muskingum method of flood routing, Journal of Hydrology, Vol. 40, p. 17-29. Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam.

Kachroo, R.K., 1992. River flow forecasting. Part 1. A discussion of the principles, Journal of Hydrology, Vol. 133, p 1-15, Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam.

Kalman, R.E., 1978. A retrospective after twenty years: from the pure to the applied, In: Application of Kalman filter to hydrology, hydraulics and water resources. Edited by Chiu, C.L., p.385-407, Department of Civ. Eng. UP, Pittsburgh, U.S.A.

Kant, G.R., 1980, "flood routing": de Muskingum-Cunge methode toegepast op de Rijn, Doctoraalscriptie, Landbouwhogeschool Wageningen, Vakgroep Hydraulica en Afvoerhydrologie.

Kraijenhoff van de Leur, D.A., 1984. Real time river flow forecasting. Edited by D.A. Kraijenhoff en J.R. Moll, p. 450-451, Wageningen Agricultural University.

Kshirsagar, M.M. , Balaji Rajagopalan, Upmanu Lall, 1995. Optimal parameter estimation for Muskingum routing with ungauged lateral inflow, Journal of Hydrology, Vol. 169, p. 25-35, Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam

Moll, J.R., 1984. Afvoervoorstellingen voor de Rijn bij Lobith, 34 p., Nota 67, Landbouwhogeschool Wageningen, Vakgroep Hydraulica & Afvoerhydrologie.

Moll, J.R., 1986. Short range flood forecasting on the river Rhine. Edited by D.A. Kraijenhoff en J.R. Moll, p. 287-297. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

Nash, J.E., 1959. A note on the Muskingum Flood-Routing Method, Journal of Geophysical Research, Vol. 64, p. 1053-1055.

Nash, J.E., Sutcliffe, J.V., 1970, River flow forecasting through conceptual models. Part 1- A discussion of principles, Journal of Hydrology, Vol. 10, p. 282-290, North-Holland Publ. Co., Amsterdam.

Overton, D.E., 1966. Muskingum flood routing of upland streamflow, Journal of Hydrology, vol. 4, p. 185-200. North-Holland Publishing Co., Amsterdam.

Parmet, B.W.A.H, 1995. Hoogwater 1995, 'Facts and figures', Het Waterschap, nr. 12, p. 440-444.

Parmet, B.W.A.H., Sprokkereef, E., 1995. Hoogwaterberichtgeving Rijn Januari/februari 1995, RIZA werkdocument, nr. 95.052 X, IJlstad.

Perumal, M., 1992. Multilinear Muskingum flood routing method, Journal of Hydrology, Vol. 133, p. 259-272. Elsevier Sc. Publ. B.V., Amsterdam.

Ponce, V.M., V. Yevjevich., 1978. Muskingum-Cunge Method with Variable Parameters, Journal of The Hydraulics Division, Vol. 104, p. 1663-1667.

RIKZ/RIZA, 1994. Tienjarig overzicht 1981-1990: presentatie van afvoeren, waterstanden, watertemperaturen, golven en kustmetingen, RIKZ, ISBN 90-369-0064-6, Den Haag.

RIZA, 1995. Verslag hoogwater 1995; Evaluatie van de berichtgeving door het RIZA, brochure, drukkerij Spinex.

RWS, 1996. Een zee van rivieren, brochure, RWS directie Oost-Nederland.

De Ronde, J.G., 1986. The forecasting and warning system of "Rijkswaterstaat" for the river Rhine. Edited by D.A. Kraijenhoff en J.R. Moll, p. 273-286. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

Slats, G.N., 1985. Voorspelling voor hoogwater op de Rijn, doctoraalverslag, Technische Hogeschool Delft.

Simons, D.B., Duong, N., Li, R-M, 1978, An approach to short-term water and sediment discharge prediction using Kalman filter, In: Application of Kalman filter to hydrology, hydraulics and water resources. Edited by Chiu, C.L., p.385-407, Department of Civ. Eng. UP, Pittsburgh, U.S.A.

Stephenson, D., 1978. Direkt optimization of Muskingum routing coefficients, Journal of Hydrology, Vol. 41, p. 161-165, Elsevier Sc. Publ., Amsterdam.

Veldkamp, A., 1992. Voorspelling waterstand Rijn te Lobith m.b.v. een neurale netwerk, RIZA werkdokument, nr. 92170 X, Lelystad.

Vos, J., 1996. Neurale netwerken als residuen-voorspellers voor model Lobith, RIZA, Arnhem. (in druk)

Weinmann, P.E.; E.M. Laurenson., 1979. Approximate Flood Routing Methods: A Review, Journal of the Hydraulics Division, p. 1521-1535.

Wood, E.F., 1978. An application of Kalman filtering to river flow forecasting., In: Application of Kalman filter to hydrology, hydraulics and water resources. Edited by Chiu, C.L., p.385-407, Department of Civ. Eng. UP, Pittsburgh, U.S.A.

Zwamborn, M.H., 1993. Niet-lineair modelleren met neurale netwerken, doctoraalscriptie, Landbouwniversiteit Wageningen, Vakgroep Waterhuishouding.

Appendices A-J

Appendix A: Controle van de massabalansen

In deze appendix worden de massabalansen weergegeven voor 2 trajecten te weten: Düsseldorf-Lobith en Keulen-Lobith. De reden dat voor de overige trajecten geen massabalans is opgesteld is dat te weinig gegevens beschikbaar waren over de zijrivieren van de trajecten (d.w.z. afvoeren van alle zijrivieren. De controle is uitgevoerd voor twee perioden van 366 dagen te weten: 1 januari 1988- 31 december 1988 (schrikkeljaar) en 20 augustus 1992-20 augustus 1993. Voor deze schijnbaar willekeurige perioden is gekozen omdat voor deze perioden de afvoeren van zowel de Ruhr als de Lippe bekend waren.

Tabel A-1: Massabalans over het traject Düsseldorf-Lobith. Daarbij zijn de massa's weergegeven in 10^9 Ton met $\rho_{\text{water}} \approx 1000 \text{ kg/m}^3$)

Massabalans-periode	Invoer			Uitvoer	In-Uit
	Düsseldorf	Ruhr	Lippe	Lobith	
01-01-88 t/m 31-12-89	89,16	2,94	1,56	92,45	1,21
20-08-92 t/m 20-08-93	59,79	2,25	1,12	59,79	3,37

Meteen valt op dat voor de tweede periode de som van de afvoeren bij Düsseldorf reeds overeenkomt met de som van de afvoeren bij Lobith, terwijl op dat traject nog een aantal zijrivieren uitmonden! Dit duidt dus op een massaoverschot op het traject Düsseldorf-Lobith. Omgerekend naar afvoeren komt dit voor de eerste periode overeen met een continu overschot van $\pm 38 \text{ m}^3/\text{s}$ en in de tweede periode met een overschot van $107 \text{ m}^3/\text{s}$.

Aangezien bij modelberekeningen in andere studies vaak het traject Keulen-Lobith wordt gebruikt is ook voor dit traject een balans opgesteld:

Tabel A-2: Massabalans over het traject Keulen-Lobith. Daarbij zijn de massa's weergegeven in 10^9 Ton met $\rho_{\text{water}} \approx 1000 \text{ kg/m}^3$)

Massabalans-periode	Invoer			Uitvoer	In-Uit
	Keulen	Ruhr	Lippe	Lobith	
01-01-88 t/m 31-12-89	87,52	2,94	1,56	92,45	-0,43
20-08-92 t/m 20-08-93	58,33	2,25	1,12	59,79	1,91

Omgerekend naar afvoeren komt dit overeen voor de eerste periode met een continu tekort van $14 \text{ m}^3/\text{s}$ en in de tweede periode een overschot van $60 \text{ m}^3/\text{s}$. Daarnaast moet men zich realiseren dat op het traject Keulen-Lobith nog andere zijrivieren uitmonden zoals de Erft en de Wupper. Uit (onvolledige) data van de Erft en de Wupper blijkt dat zij opgeteld een afvoer hebben van gemiddeld $50 \text{ m}^3/\text{s}$ (een niet irreële schatting gezien de grootte van hun vanggebied). Dit resulteert in een massaoverschot van $\pm 36 \text{ m}^3/\text{s}$ ($-14+50$) voor de eerste periode en een massaoverschot van $\pm 110 \text{ m}^3/\text{s}$ voor de tweede periode. Hieruit kan men dus concluderen dat er ook voor het traject Keulen Lobith sprake is van een massa-overschot.

Uit deze massabalansresultaten blijkt dus dat er voor beide trajecten sprake is van een systematisch massa overschot. Dit massabalansoverschot kan waarschijnlijk verklaard worden uit systematische fouten die gemaakt zijn bij de omzetting van waterstanden in debieten middels een Q-h relatie. Het is namelijk zo dat bij de bepaling van een Q-h relatie gemakkelijk een fout van een paar procent gemaakt kan worden (pers. comm. Boiten). Daarnaast werden en worden er door Rijkswaterstaat en gelijksoortige Duitse instellingen verschillende meetmethoden gebruikt om de Q-h relaties vast te stellen (pers. comm. Sprokkereef). Aangezien de waterstanden bij Düsseldorf en Keulen zijn omgezet naar afvoeren middels een Duitse Q-h relatie en de waterstand bij Lobith middels een Nederlandse Q-h relatie zou dit een mogelijke oorzaak van het massaoverschot kunnen zijn. Overigens is het massaprobleem dat hierbij ontstaat in deze studie niet te omzeilen, aangezien in deze studie gebruikt werd gemaakt van de meest recente afvoerdata (1995) en er dus geen betere data voorhanden waren. Aangezien de massaoverschotten gering zijn ten opzichte van de modelfouten die optreden in deze studie wordt aangenomen dat deze massaoverschotten nauwelijks invloed hebben op de conclusies in deze studie.

Wel hebben deze resultaten omtrent de massabalans invloed op echte voorspellingen. De niet-kloppende massabalans legt immers beperkingen op aan de nauwkeurigheid van de voorspellingen. Een massabalans fout van $100 \text{ m}^3/\text{s}$ komt bij een afvoer van $2000 \text{ m}^3/\text{s}$ bij Lobith overeen met een fout van $\pm 20 \text{ cm}$ in de waterstand. En een massabalans fout van $100 \text{ m}^3/\text{s}$ komt bij een afvoer van $8000 \text{ m}^3/\text{s}$ bij Lobith overeen met een fout van $\pm 5 \text{ cm}$ in de waterstand. Daarbij wordt er vooralsnog vanuit gegaan dat dergelijk systematische massabalansfouten niet gecorrigeerd kunnen worden. Bekend is echter dat updatingtechnieken als bv het AR(1) model vrij goed in staat zijn te corrigeren voor dergelijke systematische fouten. Bovenstaande fouten in de waterstand zouden dus kunnen worden opgevat als zijnde een bovengrens. Toch is ook dit niet geheel waar aangezien de *gemiddelde fout* $100 \text{ m}^3/\text{s}$ is en de maximale fout dus groter kan zijn. Kwantificering van de fout die ontstaat t.g.v. een massabalansoverschot blijkt dus niet eenvoudig. Pas wanneer een uitvoerige studie gedaan zou worden naar de massabalans op de Rijn zou deze fout afdoende gekwantificeerd kunnen worden. Daarnaast kunnen de resultaten van de voorspellingen in hoofdstuk 8 uitwijzen hoe groot de *som* van massabalansfouten, modelfouten en andere fouten is, waarmee in ieder geval een schatting voor bovengrens van de massabalansfouten bekend is.

Appendix B: Gevoeligheid van de formule van Jones

$$Q_c = Q_u \cdot \sqrt{1 + \frac{\partial h / \partial t}{S_0 \cdot c}}$$

Q_c = gecorrigeerde afvoer [m^3s^{-1}];
 Q_u = afvoer bepaald uit de gemiddelde Q-a relatie [m^3s^{-1}];
 dh/dt = waterspiegelverhang [ms^{-1}];
 S_0 = bodemverhang [m m^{-1}];
 c = golfvoortplantingssnelheid [ms^{-1}].

Correctie bij gebruik van: $c = 120 \cdot 10^3 \text{ mdag}^{-1}$
 dh/dt geschat uit h_{t-1} en h_{t+1}

datum	h, Lobith [cm]	Q, Lobith [m^3s^{-1}]	$(dh/dt)_{t-1,t+1}$ [cmdag^{-1}]	S_0 , Lobith	c	correctie [mdag^{-1}]	[m^3s^{-1}]
20-12-'93	1255	4346	-		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^3$	-
21-12-'93	1305	4889	34,5		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^3$	35
22-12-'93	1324	5118	90		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^3$	95
23-12-'93	1485	7579	123,5		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^3$	193
24-12-'93	1571	9406	75,5		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^3$	147
25-12-'93	1636	11028	-		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^3$	

Correctie bij gebruik van: $c = 100 \cdot 10^3 \text{ mdag}^{-1}$
 dh/dt geschat uit h_{t-1} en h_t

datum	h, Lobith [cm]	Q, Lobith [m^3s^{-1}]	$(dh/dt)_{t-1,t}$ [cmdag^{-1}]	S_0	c	correctie [mdag^{-1}]	[m^3s^{-1}]
20-12-'93	1255	4346	-		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$100 \cdot 10^3$	-
21-12-'93	1305	4889	50		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$100 \cdot 10^3$	61
22-12-'93	1324	5118	19		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$100 \cdot 10^3$	24
23-12-'93	1485	7579	161		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$100 \cdot 10^3$	299
24-12-'93	1571	9406	86		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$100 \cdot 10^3$	200
25-12-'93	1636	11028	65		$0,2 \cdot 10^{-3}$	$100 \cdot 10^3$	

Appendix C: Voorspelling met en zonder Jones-correctie

In deze paragraaf worden de resultaten getoond van een voorspelling met gebruik van een Jones correctie (voor het begrip Jones correctie: zie paragraaf 3.4.2). Deze resultaten worden vergeleken met een voorspelling zonder een Jones correctie, waarna gekeken wordt of een Jones correctie in het kader van deze studie zinvol is. De voorspellingen zijn gemaakt voor het traject Düsseldorf-Lobith. Er is gebruik gemaakt van het Muskingum model met zijrivieren, zoals beschreven in hoofdstuk 4 (dus zonder updating). Bij de berekeningen is gebruik gemaakt van de volgende gegevens (Slats, 1985):

De gemiddelde loopsnelheid van een hoogwatergolf bij Lobith = 69 000 m/dag

De gemiddelde loopsnelheid van een hoogwatergolf bij Düsseldorf = 119 000 m/dag

Het gemiddelde bodemverhang bij Lobith = $0,13 \cdot 10^{-3}$ m/m

Het gemiddelde bodemverhang bij Düsseldorf = $0,19 \cdot 10^{-3}$ m/m

Bij de berekening van dh/dt is gebruik gemaakt van een voorwaartse differentie. Hierbij is ook de nog "onbekende" gemeten waterstand gebruikt. Voor dit laatste is gekozen om een zo goed mogelijke jones correctie te maken. In de praktijk zou men als benadering de berekende waterstand zonder Jones correctie kunnen gebruiken bij een schatting voor dh/dt . In een controleberekening werd dh/dt geschat met behulp van een centrale differentie. Dit leverde echter geen wezenlijk verschillend resultaat zodat in onderstaande alleen de resultaten van de voorwaartse differentie worden getoond.

In onderstaande tabel worden de resultaten van de berekening gegeven in waterstanden. Tussen haakjes staat telkens de fout die in de voorspelling gemaakt is (gemeten minus berekende waterstand)

Datum	Gemeten Waterstand [cm +NAP]	Voorspelling wst. zonder Jones corr. [cm +NAP]	Voorspelling wst. met Jones corr. [cm +NAP]
20-jan-1995	1042	1043 (+1)	1044 (+2)
21-jan-1995	1041	1038 (-3)	1037 (-4)
22-jan-1995	1049	1049 (0)	1049 (0)
23-jan-1995	1069	1058 (-11)	1054 (-15)
24-jan-1995	1167	1159 (-8)	1152 (-15)
25-jan-1995	1373	1378 (+5)	1374 (+1)
26-jan-1995	1468	1479 (+11)	1489 (+21)
27-jan-1995	1502	1510 (+8)	1512 (+10)
28-jan-1995	1542	1547 (+5)	1547 (+5)
29-jan-1995	1602	1597 (-5)	1599 (-3)
30-jan-1995	1637	1629 (-8)	1629 (-8)
31-jan-1995	1663	1653 (-10)	1653 (-10)
01-feb-1995	1665	1665 (0)	1667 (+2)

02-feb-1995	1639	1645 (+6)	1647 (+8)
03-feb-1995	1594	1604 (+10)	1603 (+9)
04-feb-1995	1534	1548 (+14)	1544 (+10)
05-feb-1995	1477	1478 (+1)	1478 (+1)
06-feb-1995	1411	1422 (+11)	1420 (+9)
08-feb-1995	1297	1301 (+4)	1300 (+3)
07-feb-1995	1352	1356 (+4)	1354 (+2)
09-feb-1995	1254	1250 (+4)	1250 (+4)
10-feb-1995	1226	1223 (+3)	1223 (+3)
11-feb-1995	1203	1200 (+3)	1201 (+2)
12-feb-1995	1197	1192 (-5)	1191 (-6)
13-feb-1995	1201	1197 (-4)	1198 (-3)
14-feb-1995	1202	1201 (-1)	1201 (-1)
15-feb-1995	1197	1198 (+1)	1199 (+2)

Uit de tabel komt naar voren dat de voorspellingen met de Jones-correctie niet beter zijn dan de voorspellingen zonder Jones-correctie. Besloten is daarom om geen Jones correctie te gebruiken bij de berekeningen in dit verslag.

Appendix D: Afgelegde weg bij Jones-correctie

In deze appendix wordt beargumenteerd waarom het verwaarlozen van de hysteresis-lus bij het omzetten van waterstanden naar debieten, deels teniet wordt gedaan bij de "terug-omzetting" van debieten naar waterstanden. Stel dat als voorbeeld het traject Düsseldorf-Lobith wordt genomen. Stel vervolgens dat de voorspelling voor de afvoer bij Lobith als volgt wordt geformuleerd (De Muskingum-voorspelling; zie hoofdstuk 3):

$$L_{t+1} = C_1 D_{t+1} + C_2 D_t + C_3 L_t \quad (1)$$

waarbij

L_t = Afvoer bij Lobith op tijdstip t

D_t = Afvoer bij Düsseldorf op tijdstip t

C_1, C_2, C_3 constanten waarvoor geldt dat:

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1 \quad (2)$$

Allereerst wordt er vanuit gegaan dat zowel L_t en L_{t+1} als D_t en D_{t+1} "werkelijke" afvoeren met Jones-correctie zijn en dat deze voorspelling voor L_{t+1} dus de juiste voorspelling is. Vervolgens wordt er gekeken wat er gebeurt met vergelijking D-1 wanneer de Jones-correctie wordt verwaarloosd. Daartoe worden de debieten eerst gesplitst in een deel met en een deel zonder Jones-correctie:

$$L_t = L_{z,t} + \Delta_{L,t} \quad (3)$$

en:

$$D_t = D_{z,t} + \Delta_{D,t} \quad (4)$$

Hiermee gaat bovengenoemde vergelijking over in:

$$L_{z,t+1} + \Delta_{L,t+1} = C_1 (D_{z,t+1} + \Delta_{D,t+1}) + C_2 (D_{z,t} + \Delta_{D,t}) + C_3 (L_{z,t} + \Delta_{L,t}) \quad (5)$$

Wat gebeurt er nu tijdens een voorspelling (zie figuur D-1). In deze figuur zijn voor zowel Düsseldorf als voor Lobith de relaties gegeven tussen waterstand en debiet tijdens de passage van een hoogwatergolf. Tevens zijn de gemiddelde Q-h relaties gegeven. In de figuur zijn ook vier Jones-correcties aangegeven te weten voor: Düsseldorf op tijdstip t en $t+1$ en voor Lobith op tijdstip t en $t+1$.

Eerst worden de waterstanden $h_{D,t+1}$, $h_{D,t}$ en $h_{L,t}$ met de gemiddelde Q-h relatie omgezet in afvoeren $D_{z,t+1}$, $D_{z,t}$ en $L_{z,t}$. Vervolgens worden deze afvoeren gecorrigeerd met behulp van een Jones-correctie naar "werkelijke" afvoeren (D_t , D_{t+1} , L_t). Met behulp van deze "werkelijke" afvoeren berekent men (vergelijking D-5) de "werkelijke" afvoer te Lobith op tijdstip $t+1$ (L_{t+1}). Deze werkelijke afvoer wordt middels een negatieve Jones-correctie terug omgezet naar de afvoer op de gemiddelde Q-h relatie van Lobith: $L_{z,t+1}$. De hierbij voorspelde waterstand bij Lobith kan vervolgens direct worden afgelezen:

$h_{L,t+1}$. De werkwijze kan zeer kort worden weergegeven door vergelijking D-5 op een iets andere wijze op te schrijven:

1) Bereken:

$$L_{z,t+1} = C_1(Dz_{t+1} + \Delta_{D,t+1}) + C_2(Dz_t + \Delta_{D,t}) + C_3(Lz_t + \Delta_{L,t}) - \Delta_{L,t+1} \quad (6)$$

2) Lees $h_{L,t+1}$ af via de gemiddelde Q-h relatie.

De Jones-correctie mag dus verwaarloosd worden wanneer er geldt dat:

$$C_1 \Delta_{D,t+1} + C_2 \Delta_{D,t} + C_3 \Delta_{L,t} - \Delta_{L,t+1} = 0 \quad (7)$$

De auteurs van dit verslag beweren dat dit het geval is wanneer aan een aantal voorwaarden wordt voldaan. In de figuur is namelijk te zien dat alle vier de Jones-correcties van dezelfde grootte-orde zijn. Er geldt dus:

$$\Delta_{L,t+1} \approx C_1 \Delta_{L,t+1} + C_2 \Delta_{L,t+1} + C_3 \Delta_{L,t+1} \quad (8)$$

In deze situatie is het dus toegestaan om de Jones-correctie te verwaarlozen. Algemeen kan gesteld worden dat Jones-correctie verwaarloosd kan worden wanneer de vier genoemde Jones-correcties van dezelfde grootte-orde zijn. Dit laatste is het geval wanneer (zie de Jones-formule paragraaf 3.4.2):

1*de voortplantingssnelheden van de hoogwatergolf voor beide meetstations ongeveer aan elkaar gelijk zijn

2*de bodemverhagen voor beide stations ongeveer aan elkaar gelijk zijn

3*er geldt dat $D_t \approx L_{t+1}$

4* $(dh/dt)_{D,t} \approx (dh/dt)_{L,t+1}$

5* $D_t \approx D_{t+1}$

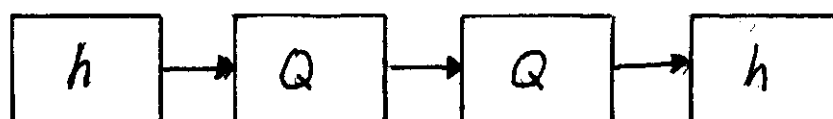
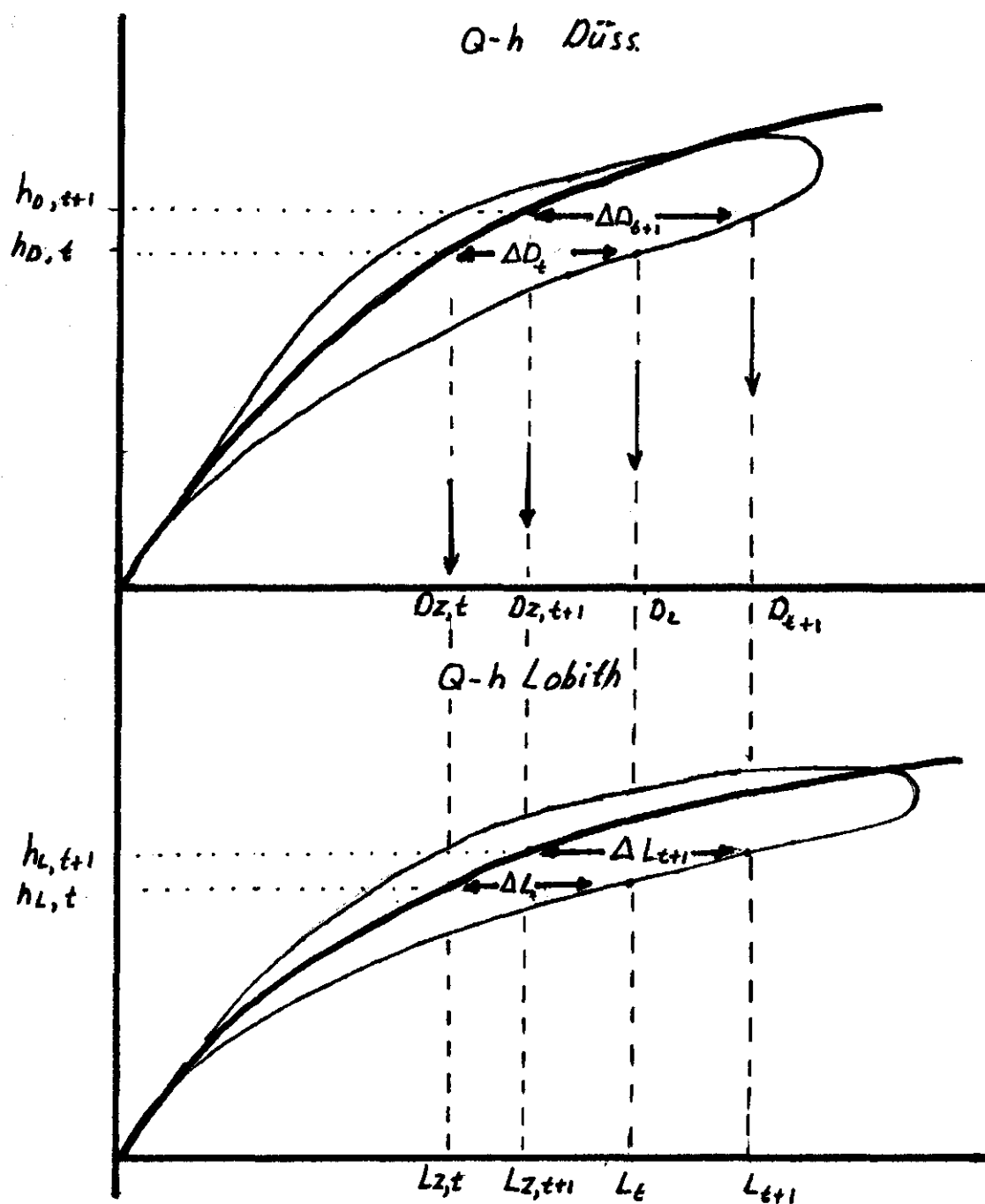
6* $(dh/dt)_{d,t} \approx (dh/dt)_{d,t+1}$

7* $L_t \approx L_{t+1}$

8* $(dh/dt)_{L,t} \approx (dh/dt)_{L,t+1}$

Aan voorwaarde 1 t/m vier wordt voor het traject Düsseldorf-Lobith voldaan. Of aan de voorwaarde 5 t/m 8 voldaan wordt hangt sterk van de situatie af. Merk overigens op dat voorwaarde 3 sterk verwant is aan 4, 5 aan 6 en 7 aan 8.

In het geval dat aan de voorwaarden niet voldaan wordt mag de Jones-correctie niet zomaar worden verwaarloosd. Als voorbeeld worden de resultaten in Appendix C aangehaald waar de resultaten met de Jones-correctie verschillen van de resultaten zonder Jones-correctie. De oorzaak ligt in het feit dat in dat geval aan de voorwaarden 5 t/m 8 niet altijd wordt voldaan.



Figuur D-1: Afgelegde weg bij hoogwater(stand)voorspellingen.

Appendix E: Literatuur over het "translatie-effect" bij $x = 0,5$

Gedurende lange tijd heeft de opvatting geleefd dat wanneer $x=0,5$, er steeds sprake is van zuivere translatie. Als in formules 4-7, 4-8, 4-9 en voor $x = 0,5$ gesubstitueerd wordt en voor K wordt het routing interval Δt genomen, dan gaat formule 4-6 over in:

$$Q_{t+\Delta t} = I_t$$

Volgens bovenstaande formule is de uitstroom op tijdstip $(t+\Delta t)$ gelijk aan de instroom op tijdstip t met een vertraging van K en is er dus sprake van een zuivere translatie (Bij een translatie is er geen sprake van een afvlakking) (Gill, 1977; Kant, 1980). Nash (1959) betoogde, aan de hand van studie naar de transferfunctie van de Muskingum methode reeds dat de zuivere translatie in dit geval niet in overeenstemming behoeft te zijn met de werkelijkheid, maar dat deze direct het gevolg is van de gelijkstelling van het routing interval Δt aan de waarde van de parameter K (Nash, 1959). Kulandaiswamy bewees dat altijd voor $x = 0,5$ sprake is van translatie, mits aan bepaalde voorwaarden voor de invoer hydrograaf voldaan is. Kulandaiswamy liet namelijk zien dat:

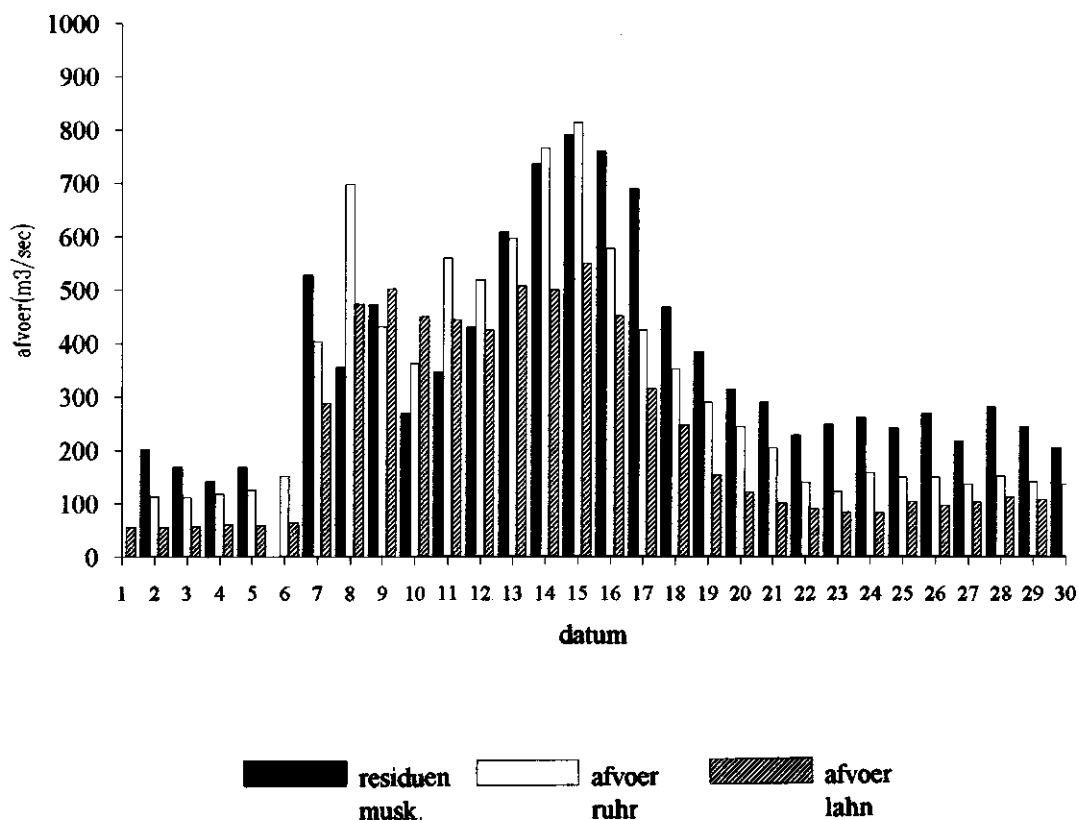
$$Q_t = I_{t-k}$$

als maar geldt dat voor de invoer functie (m.a.w. de invoer hydrograaf) geldt dat de derde en hogere tijdsafgeleiden klein genoeg zijn om verwaarloosd te kunnen worden (Gill, 1977). Gill (1979a, 1979b) werkte dit verder uit met behulp van de kinematische-golf theorie. Singh en McCann (1980) lieten echter zien dat de door Gill en Kulandaiswamy geponeerde stellingen mathematisch inconsistent en daardoor onjuist waren en dat de Muskingum methode geen translatie oplossing is in de zin van oplossing van de St.-Venant vergelijkingen, maar dat het strikt een "Black box" -methode is. Wel toonde Cunge reeds in 1969 aan dat, ten gevolge van de discretisatie ten behoeve van numerieke berekeningen, de Muskingum methode geïnterpreteerd kan worden in de vorm van de zogenaamde convectie-diffusie oplossing van de St-venant vergelijkingen. Dit laatste geldt echter alleen wanneer de gehanteerde tijds- en plaatsstappen van de numerieke methode aan bepaalde eisen voldoen (Cunge, 1969).

Geconcludeerd kan worden dat K een maatstaf is voor de reistijd van de golf en dat x een maat is voor de afvlakking van de golf. Daarnaast kan geconcludeerd worden dat x en K niet geheel onafhankelijk van elkaar zijn en dat vanwege het inherente "black-box"-karakter van de Muskingum methode een exacte fysische interpretatie van x en K niet mogelijk is.

Appendix F: Modelling zijrivieren tweede traject

Voor het traject Andernach-Düsseldorf is modellering met behulp van de Muskingum methode met gebruik van zijrivieren niet mogelijk omdat de afvoerdata van deze (relatief kleine) zijrivieren ontbreken. Er is geprobeerd dit probleem op de volgende wijze te ondervangen. Aangezien de genoemde zijrivieren geografisch gezien niet al te ver liggen van de zijrivieren de Ruhr en de Lahn wordt verwacht dat hun afvoer karakter ook niet te sterk van deze rivieren zal afwijken, alhoewel men met de laatste uitspraak zeer voorzichtig moet zijn aangezien men geen rekening houdt met de opbouw van de stroomgebieden. Uitgaande van deze aanname is het wellicht nuttig om te zoeken naar verbanden tussen de voorspellingsresiduen van de "kale" Muskingum methode en de afvoeren van de Ruhr en de Lahn. Een voorbeeld van dit verband wordt gegeven in onderstaande figuur.



Figuur F-1: Vergelijking residuen Muskingum voorspelling voor de golf van '95 met de afvoer van de Ruhr en de Lahn.

Uit deze figuur blijkt dat er inderdaad een verband kan bestaan tussen de afvoer van de Ruhr en de Lahn en de voorspellingsresiduen (althans voor de golf van 1995). Er is daarom voor gekozen om de gemiddelde afvoer van de Ruhr en de Lahn van dag t te superponeren op de voorspelling ($t+1$) van Düsseldorf. Gezien het feit dat het gemiddelde grootte van het stroomgebied van de Ruhr en de Lahn kleiner is dan het totale stroomgebied van de Sieg de Erft en de Wupper mag verwacht worden dat de massabalans niet exact sluitend zal zijn.

Tabel F-1: Resultaten van de Muskingum methode "met zijrivieren" voor het traject Andernach-Düsseldorf.

datum	modelparamet. Musk.		standaardafwijking (m ³ /sec.)			
	x	K [sec.]	maart '88	febr. '90	dec. '93	jan. '95
maart '88	-0,48	58000	83	110	157	131
febr. '90	-0,08	58000	146	132	146	135
dec. '93	0,18	63000	217	170	149	157
jan. '95	0,05	59000	156	105	111	99

Wanneer men deze tabel vergelijkt met tabel 4.5-2 uit paragraaf 4.5.2 dan kan daaruit afgeleid worden dat de resultaten van de methode "met zijrivieren" voor de golf van 1995 beter zijn dan die van de Muskingum-multiplicatiefactor methode. Dit was ook te verwachten op basis van de bovenstaande figuur. Voor de andere golven echter blijkt de methode nauwelijks beter te presteren. Gezien het feit dat de resultaten van deze methode niet wezenlijk verschillen van de eenvoudigere Muskingum multiplicatiefactor methode uit paragraaf 4.5.2 en vooral gezien het feit dat de methode vrij subjectief van aard is, is ervoor gekozen, om bovenstaande methode niet toe te passen in deze studie. Het is dus wenselijk in de toekomst te beschikken over de afvoer van de Sieg, de Erft en de Wupper.

Appendix G: Afleiding van de partiële autocorrelatie-vergelijking

De afleiding uit deze appendix is een bewerking van de afleiding uit Box & Jenkins (1970) pp.54 en pp.64.

Gegeven is een stationair autoregressief proces van de orde k:

$$X(t) = \alpha_{k1}X(t-1) + \alpha_{k2}X(t-2) + \dots + \alpha_{kk}X(t-k) + a_t \quad (1)$$

met α_{kj} is de j-de coëfficiënt in een AR proces van de orde k. Daarbij geldt uiteraard dat $j \leq k$. Nu vermenigvuldigen we met $X(t-j)$, dus met de variabele met een time-lag j:

$$X(t-j)X_t = \alpha_{k1}X(t-j)X(t-1) + \alpha_{k2}X(t-j)X(t-2) + \dots + \alpha_{kk}X(t-j)X(t-k) + X(t-j)a_t \quad (2)$$

nemen we nu de verwachting van elke term in de tweede vergelijking dan krijgen we:

$$c[j] = \alpha_{k1}c[j-1] + \alpha_{k2}c[j-2] + \dots + \alpha_{kk}c[j-k] \quad (3)$$

Waarbij het symbool $c[k]$ staat voor de autocovariantie met een time lag k. De laatste term uit vergelijking 3 valt weg, omdat er geen covariantie is tussen de "shock" a_t en de variabele X, k tijdstappen terug (uiteraard k groter dan nul, anders is er wel degelijk covariantie). Wanneer we nu alle termen in vergelijking 3 delen door $c[0]$, de variantie van de variabele X, dan volgt daaruit:

$$\rho_j = \alpha_{k1}\rho_{j-1} + \alpha_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \alpha_{kk}\rho_{j-k} \quad (4)$$

Wanneer nu alle mogelijke time lags, $j=1,2,3,\dots,k$, worden ingevuld, dan krijgt men k vergelijkingen voor k coëfficiënten $\alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \dots, \alpha_{kk}$. Het stelsel vergelijkingen dat zo ontstaat kan dus opgelost worden voor α_{k1} t/m α_{kk} , wanneer men beschikt over schattingen voor $\rho_1, \dots, \rho_k$. In hoofdstuk 5 werd beschreven hoe deze schattingen gemaakt worden. Door oplossing van dit stelsel is men dus in staat een schatting te maken voor de α_{kk} . De oplossing voor de eerste drie α_{kk} 's voor $k=1,2,3,\dots$ is (Box & Jenkins, 1970):

$$\alpha_{11} = \rho_1 \quad (5)$$

$$\alpha_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_1 \end{vmatrix}} \quad (6)$$

$$\alpha_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (7)$$

In het algemeen staan in de teller van α_{33} dezelfde getallen als de noemer, maar dan met de laatste kolom vervangen door ρ_1 tm ρ_k .

Deze coëfficiënt is zeer belangrijk aangezien zij het belang aangeeft van de *laatste* coëfficiënt in een AR(k) proces. Wanneer zij bijvoorbeeld niet significant van nul verschilt dan geeft dat aan dat de laatste term met α_{kk} weggelaten kan worden en dat dus het AR(k) proces met één parameter minder beschreven kan worden. Deze α_{kk} wordt partiële autocorrelatie-functie genoemd. Door het bovenstaande voor alle mogelijke orden k te herhalen kunnen uitdrukkingen gevonden worden voor $\alpha_{11}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{kk}$ (vergelijking 5-19 t/m 5-21, paragraaf 5.2.3). Zet men deze waarden vervolgens uit als functie van de proces-ordegrootte k dan krijgt men het zogenaamde partiële autocorrelogram. Uit bovenstaande volgt dat voor een AR proces van de orde k geldt dat het autocorrelogram afbreekt (d.w.z. niet meer significant van nul verschilt) ná k tijdstappen.

Appendix H: Identificatietabel ARMA model

Onderstaande tabel is afkomstig uit Box & Jenkins (1970)

Summary of properties of autoregressive, moving average, and mixed ARMA processes			
	Autoregressive processes	Moving average processes	Mixed processes
Model in terms of previous z 's	$\phi(B)z_t = a_t$	$\theta^{-1}(B)z_t = a_t$	$\theta^{-1}(B)\phi(B)z_t = a_t$
Model in terms of previous a 's	$z_t = \phi^{-1}(B)a_t$	$z_t = \theta(B)a_t$	$z_t = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t$
π weights	finite series	infinite series	infinite series
ψ weights	infinite	finite series	infinite series
Stationarity condition	roots of $\phi(B) = 0$ lie outside the unit circle	always stationary	roots of $\phi(B) = 0$ lie outside the unit circle
Invertibility condition	always invertible	roots of $\theta(B) = 0$ lie outside unit circle	roots of $\theta(B) = 0$ lie outside unit circle
Autocorrelation function	infinite (damped exponentials and/or damped sine waves)	finite	infinite (damped exponentials and/or damped sine waves after first $q - p$ lags)
Partial autocorrelation function	tails off	cuts off	tails off
	finite	infinite (dominated by damped exponentials and/or sine waves)	infinite (dominated by damped exponentials and/or sine waves after first $p - q$ lags)
	cuts off	tails off	tails off

Appendix I: Hydrologisch voorbeeld gebruik Kalman Filter

Er is een hydrologisch voorbeeld denkbaar waarbij het doel van het filter wel overeen komt met het doel van de voorspellende persoon. Stel dat men neerslag wil voorspellen welke moet dienen als *input* voor een neerslag-afvoermodel. En stel dat de neerslag die men meet een zekere ruis in zich heeft. Dan kan men proberen op basis van een neerslag-voorspellingsmodel en de metingen de toekomstige werkelijke neerslag te voorspellen (minimalisatie F_1). In dat geval probeert men dus niet de toekomstige neerslagmetingen met hun ruis te voorspellen, als wel de toekomstige werkelijke neerslag. Deze werkelijke neerslag wordt met behulp van het Kalman Filter bepaald uit de gemeten waarden (met ruis) en de modelvoorspellingen (eveneens met ruis). Deze werkelijke neerslagvoorspellingen worden vervolgens gebruikt als input voor het afvoermodel. Daarbij is het uiteraard de bedoeling dat de afvoervoorspellingen wel zo dicht mogelijk bij de gemeten waarden te liggen (minimalisatie F_2). Doordat de neerslag input voor het afvoermodel nu zuiverder is dan de gemeten neerslag, zal de afvoervoorspelling dan ook beter zijn.

Bij een andere soort toepassing van het KF in de hydrologie worden niet de afvoeren zelf, maar de parameters als toestanden beschouwd. Daarbij worden parameters op een recursieve wijze geoptimaliseerd telkens wanneer nieuwe informatie in de vorm van metingen beschikbaar komen. Op deze wijze wordt getracht zo goed mogelijk de toestand van de parameters te schatten op basis van een onnauwkeurige meting en met behulp van een (eveneens onnauwkeurig) model dat beschrijft hoe de parameters in de tijd veranderen. Toepassing van het KF op deze wijze heeft tot gevolg dat de gemeten afvoeren zo goed mogelijk benaderd wordt. Aangezien dit doel overeenkomt met het doel van de hydroloog wordt toepassing van het KF op deze wijze beschouwd als een juiste toepassing (Ahsan & O'Connor, 1994). In dit verslag is het KF op de laatstgenoemde wijze toegepast in de paragraaf 6.4.

Appendix J: Mogelijke variaties op de toepassing van het Kalman Filter met betrekking tot de zijrivieren

In deze appendix worden kort een aantal mogelijke variaties op de toepassing van het Kalman Filter, zoals besproken in paragraaf 6.4.2, gegeven. Deze variaties hebben betrekking op het inbouwen van zijrivieren in het model. Er wordt daarbij uitgegaan van de situatie waarbij zijrivieren uitmonden op een knooppunt aan het begin of het einde van een traject. In werkelijkheid zal aan deze voorwaarde vaak niet worden voldaan. In paragraaf 6.2.2 is daarom aan de hand van een voorbeeld globaal aangegeven welke werkwijze gevolgd zou kunnen worden in dergelijke situaties. Voor laatstgenoemde werkwijze is het echter noodzakelijk om over metingen per dag te beschikken. Aangezien dergelijk frequente metingen in deze studie niet beschikbaar waren, is in deze studie de aanname gedaan dat elke zijrivier uitmondt bij een knooppunt.

Voor het gemak worden nogmaals de standaard meet- en systeemvergelijking gegeven:

$$z_t = H_t x_t + v_t \quad (1)$$

$$x_{t+1} = \Phi_t x_t + w_t \quad (2)$$

De meet- en systeemvergelijking zijn geschreven in de zogenaamde "state-space" vorm. De meet- en systeemvergelijkingen in de toepassingen dienen ook in deze vorm geschreven te worden. In paragraaf 6.4.3 waarbij geen data van de zijrivieren werden betrokken bij de voorspelling, werd uitgegaan van de volgende Muskingum vergelijking:

$$Q_t = C_1 m_t \hat{I}_t + C_2 m_t I_{t-1} + C_3 Q_{t-1} + v_{t+1} \quad (3)$$

en werden de volgende meet en systeemvergelijkingen afgeleid.

$$[Q_t - C_3 Q_{t-1}] = [C_1 \hat{I}_t + C_2 I_{t-1}] [m_t] + [v_t] \quad (4)$$

$$m_{t+1} = m_t + w_t \quad (5)$$

1)* Wanneer men echter de beschikking over data van zijrivieren heeft kan men deze ook betrekken in de Kalman Filtering. Het meest eenvoudig is dan om de afvoer van de zijrivier simpelweg op te tellen bij de Muskingum voorspelling. De Muskingum vergelijking ziet er dan als volgt uit:

$$Q_t = C_1 m_t \hat{I}_t + C_2 m_t I_{t-1} + C_3 Q_{t-1} + A_{t-1} + v_t \quad (6)$$

De meetvergelijking wordt dan:

$$[Q_t - C_3 Q_{t-1} - A_{t-1}] = [C_1 \hat{I}_t + C_2 I_{t-1}] [m_t] + [v_t] \quad (7)$$

en de systeemvergelijking blijft in dat geval:

$$m_{t+1} = m_t + w_t \quad (8)$$

Wel moeten in dat geval de varianties van de meet- en systeemruis worden bijgesteld! Door het rekening houden met de zijrivieren zal de "meting" immers nauwkeuriger worden en ook de modelruis zal afnemen.

2)* Een andere mogelijkheid is om niet de afvoer van de zijrivieren op dag t-1 direct op te tellen bij, maar ze eerste te vermenigvuldigen met één of andere factor C_4 en deze C_4 telkens te updaten door middel van een Kalman Filter, op dezelfde wijze als eerder bij de m-factor. De Muskingum vergelijking ziet er dan als volgt uit:

$$Q_t = C_1 \hat{I}_t + C_2 I_{t-1} + C_3 Q_{t-1} + C_4 A_{t-1} + v_t \quad (9)$$

en de meetvergelijking luidt:

$$[Q_t - C_1 \hat{I}_t - C_2 I_{t-1} - C_3 Q_{t-1}] = [A_{t-1}] [C_{4,t}] + v_t \quad (10)$$

De meetmatrix H_t uit de standaardvergelijking is dus gelijk aan $[A_{t-1}]$ en z_t is dus gelijk aan alle termen links van het gelijkteken. De systeemvergelijking wordt beschreven met:

$$C_{4,t+1} = C_{4,t} + w_t \quad (11)$$

Wederom moeten de varianties van de modelruis en de meetruis worden aangepast.

3)* Bij een derde mogelijke methode kan men gebruik maken van de kennis omtrent de afvoer van de zijrivieren om een 'betere' systeemvergelijking op te stellen. Daarbij wordt uitgegaan van de eerstgenoemde toepassing van het Kalman Filter met de meetvergelijking:

$$[Q_t - C_3 Q_{t-1}] = [C_1 \hat{I}_t + C_2 I_{t-1}] [m_t] + [v_t] \quad (12)$$

De systeemvergelijking kan veranderd worden, wanneer men bedenkt dat voor de multiplicatiefactor ongeveer geldt:

$$m_t \approx 1 + \frac{A_{t-1}}{I_{t-1}} + w_{t-1} \quad (13)$$

A_{t-1} = afvoer van de betreffende zijrivier op tijdstip t-1;

I_{t-1} = afvoer van de invoer op tijdstip $t-1$.

Men "helpt" het Kalman Filter als het ware de juiste multiplicatiefactor te zoeken.

Voor de multiplicatiefactor op tijdstip $t+1$ kan namelijk worden geschreven:

$$m_{t+1} \approx 1 + \frac{A_{t-1}}{I_{t-1}} - \frac{A_{t-1}}{I_{t-1}} + \frac{A_t}{I_t} + w_t \quad (14)$$

oftwel (invullen van vgl 13) als :

$$m_{t+1} \approx m_t - \frac{A_{t-1}}{I_{t-1}} + \frac{A_t}{I_t} \approx m_t + \frac{A_t - A_{t-1}}{I_{t-1}} + w_t \quad (15)$$

En dit is de nieuwe toestandsovergangsvergelijking.

4)* Een laatste mogelijkheid is om de afvoer van de zijrivier op te tellen bij de invoer en vervolgens de invoer met de multiplicatiefactor bij te stellen op een wijze identiek aan de eerst genoemde methode. Wanneer men nauwkeurig kijkt dan zal blijken dat deze methode vrijwel identiek is aan de derde methode. Deze methode wordt daarom niet meer uitgeschreven.

In deze studie bleek er nauwelijks verschil te bestaan tussen methode 2, 3 en 4. Deze methodes worden daarom in de hoofdtekst samengevat onder de noemer "*Kalman Filter met gebruik van de afvoeren van de zijrivieren*". Wel bleek er een aanzienlijk verschil te bestaan tussen de resultaten van de laatstgenoemde groep en de resultaten van methode 1: "*Het Kalman Filter zonder gebruik van de zijrivieren*." In de hoofdtekst worden de resultaten van methode daarom wel apart behandeld.

*"Abl is de voorstelling nog zo slecht,
op 'log-log' is alles recht!"*