

NOTA 944

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

ICW-nota 944
Team Integraal Waterbeheer
Centrum Water & Klimaat
Alterra-WUR
februari 1997

ALTERRA
Wageningen Universiteit & Research cent:
Omgevingswetenschappen
Centrum Water & Klimaat
Team Integraal Waterbeheer

TOEPASSING VAN FINITE DIFFERENCE- EN FINITE ELEMENT METHODEN
VOOR HET OPLOSSEN VAN EEN AANTAL STATIONAIRE GRONDWATER-
STROMINGSPROBLEMEN (MET COMPUTERPROGRAMMA'S)

J.G. Wesseling

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-middelen, dus geen officiële publikaties. Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen d conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

I N H O U D

	blz.
INLEIDING	1
I. BEREKENING VAN KWEL/WEGZIJGING IN EEN GEBIED (FD. Prog. ICW1.F4 en ICW1.ALG)	3
a. Probleem	3
b. Waterbalans	4
c. Differentievergelijking en programma	5
d. Voor- en nadelen van FORTRAN en ALGOL	9
II. BEREKENING VAN HET POTENTIAALVERLOOP ONDER EEN DAM (FD. prog. ICW2.F4)	11
a. Probleem	11
b. Analytische oplossingen	12
c. Theorie	17
d. Differentievergelijking en programma	23
e. Conclusies	30
III. BEREKENING VAN DE POTENTIAAL IN EEN PERCEEL DAT OMGEVEN WORDT DOOR SLOTEN MET CONSTATE POTENTIAAL, TERWIJL IN HET MIDDEN GEPOMPT WORDT, EN EVENTUEEL VERDAMPING OF NEERSLAG OPTREEDT (F.E. prog. ICW3.F4)	35
a. Probleem	35
b. Eindige elementen theorie	36
c. Bepaling basisfuncties ζ_n^e	41
d. Programma	43
e. Resultaten en conclusies	46

IV. BEREKENING VAN HET POTENTIAALVERLOOP ONDER EEN DAM

(FE. prog. UNSAT1)	52
a. Opstellen van de vergelijkingen	52
b. Programma	58
c. Resultaten en conclusies	

SAMENVATTING EN CONCLUSIES

LITERATUUR

ALTERRA
Wageningen Universiteit & Research centre
Omgevingswetenschappen
Centrum Water & Klimaat
Team Integraal Waterbeheer

INLEIDING

In het kader van mijn studie aan de Landbouwhogeschool te Wageningen werd, in overleg met Prof. Dr. W.H. van der Molen, besloten mijn praktijktijd van februari 1976 tot augustus 1976 onder begeleiding van Dr. R.A. Feddes door te brengen op het Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding (ICW).

Gedurende deze periode werd vooral aandacht geschonken aan de ontwikkeling van numerieke modellen van stroming van water in de verzadigde zone van de grond. Er werd zowel met de eindige verschillen- (finite difference) als met de eindige elementen (finite element) methode gewerkt. Deze worden in het vervolg met FD en FE aangeduid. In het eerste geval worden continue randvoorwaarden vervangen door een serie algebraïsche uitdrukkingen, in het tweede geval wordt met behulp van de variatierekening een alternatieve formulering van het probleem gezocht.

In geval men te doen heeft met niet-uniforme gronden of gebieden die worden begrensd door grillig gevormde scheidingen, blijkt het vaak moeilijk te zijn de eindige verschillenmethode toe te passen. De eindige elementen methode blijkt zich daarentegen zeer goed te lenen voor gevallen met een complexe geometrie waarbij het profiel opgebouwd mag zijn uit heterogene bodemlagen die elk op zich een verschillende graad van anisotropie mogen vertonen.

In dit verslag worden de oplossingsmethoden met de bijbehorende zelfontwikkelde FORTRAN computerprogramma's van de volgende stationaire grondwaterstromingsgevallen gegeven:

- I. FD. Analyse van de grondwaterstroming in een horizontaal vlak over een gedeelte van de Astense Aa waar van plaats tot plaats

grote verschillen in de stroming van grondwater, in de vorm van kwel en wegzijging, optreden (FD prog. ICW1.F4). Ter eigen oefening is dit computerprogramma nog eens in de programmeertaal ALGOL herschreven (ICW1.Alg).

Dit probleem is bedoeld als een voorbeeld van de FD-methode.

- II. FD. Analyse van de grondwaterstroming in een vertikaal vlak met 'free surface flow'. Behandeld is de stroming door een dam met respectievelijk een recht en een aflopend talud (FD.programma ICW2.F4).
- III. FE. Analyse van de grondwaterstroming in een horizontaal vlak waarbij infiltratie vanuit sloten en onttrekking door middel van een pompput plaatsvindt, terwijl ook neerslag of verdamping gesimuleerd kan worden (ICW3.F4).
- IV. FE. Analyse van stromingsprobleem II, met als extra: wateraanvoer door neerslag en waterafvoer via wegzijging door de bodem van het talud (FE. prog. UNSAT1).

Aan de hand van de ervaringen verkregen met bovenstaande computerprogramma's en verdere literatuurstudie zijn de voor- en nadelen van de FD en FE methoden vergeleken. De programma's zijn uitgevoerd in FORTRAN IV op de DEC-10 van de Landbouwhogeschool.

1. BEREKENING VAN KWEL/WEGZIJGING IN EEN GEBIED

(FD. Prog. ICWI.F4 en ICWI.ALG)

a. P r o b l e e m

In het gebied van de Astense Aa doen zich grote verschillen voor in micro-relief, waardoor het niet verwonderlijk is dat men op vrij korte afstand hoge en vrij droge gebieden met weinig afvoersloten vindt, naast lage en natte gebieden met veel sloten. In het kader van het regionale onderzoek bleek het wenselijk een nadere analyse van de grondwaterstroming in het gebied te maken.

Voor dit doel werd een differentiemethode gebruikt zoals beschreven door ERNST, DE RIDDER en DE VRIES (1970), welke kon worden toegepast op de optredende grondwaterstanden en de in het gebied verzamelde kD -waarden van het watervoerend pakket. De methode komt neer op het verdelen van het gebied met behulp van een orthogonaal netwerk (zie fig. 1). Indien de grondwaterstand en de kD -waarde in elk roosterpunt bekend zijn, kan voor elk deel van het rooster de in- en uitstromende hoeveelheid water worden berekend. Hiermee is dan tevens een uitkomst voor kwel dan wel wegzijging verkregen.

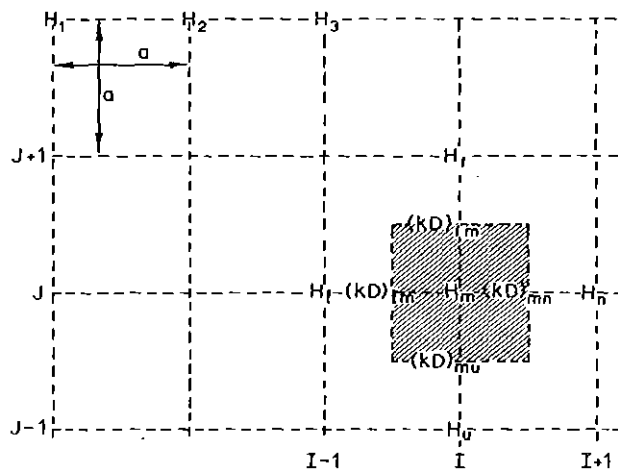


Fig. 1. Notatie van stijghoogte (H) en doorlatend vermogen (kD) van watervoerend pakket gebruikt in verg. (5) voor de berekening van de in- en uitstroming door de zijden van een vierkant met oppervlakte a^2 . (naar ERNST, DE RIDDER en DE VRIES, 1970)

b. Waterbalans

Voor een gebied kan men de volgende waterbalans opstellen:

$$P + I_{ss} + \frac{Q_{inf}}{A} = E + \frac{Q_{dr} + Q_{dw}}{A} + \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \left[\text{m.dag}^{-1} \right] \quad (1)$$

waarin:

A	= horizontaal grondoppervlak	$\left[\text{m}^2 \right]$
P	= neerslag	$\left[\text{m.dag}^{-1} \right]$
I_{ss}	= netto 'subsurface inflow' (kwel of wegzijging)	$\left[\text{m}^3.\text{m}^{-2}.\text{dag}^{-1} \right]$
Q_{inf}	= infiltratie vanuit open leidingen met relatief hoge waterstand	$\left[\text{m}^3.\text{dag}^{-1} \right]$
Q_{dr}	= stromingen naar open leidingen met relatief lage waterstand	$\left[\text{m}^3.\text{dag}^{-1} \right]$
Q_{dw}	= onttrekking door diepe putten	$\left[\text{m}^3.\text{dag}^{-1} \right]$
$\frac{\Delta W}{\Delta t}$	= verandering in waterberging	$\left[\text{m}^3.\text{m}^{-2}.\text{dag}^{-1} \right]$

Zie ook fig. 2.

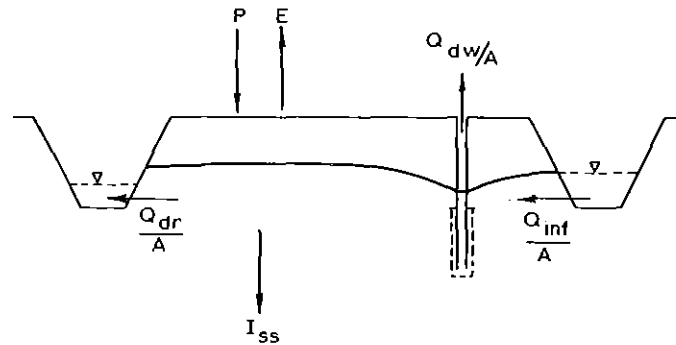


Fig. 2. Illustratie van de termen van de waterbalans, zoals gegeven in verg. (1)

In die gevallen waarbij Q_{inf} en Q_{dw} zo klein zijn dat ze verwaarloosd kunnen worden, en men lange perioden beschouwt, zodat $\frac{\Delta W}{\Delta t}$ klein is, gaat (1) over in:

$$I_{ss} = \frac{Q_{dr}}{A} - (P - E) \quad (2)$$

Men kan nu zeggen dat de wegzijgingscomponent I_{ss} het verschil weergeeft van de gemiddelde afvoer naar de sloten $\left(\frac{Q_{dr}}{A}\right)$ en de gemiddelde aanvoer door het maaiveld $(P-E)$, beiden gemiddeld over lange tijd.

Uit het voorgaande volgt dat de I_{ss} zowel positief (kwel) als negatief (wegzijging) kan zijn.

Vaak kan men de grondwaterstroming beschouwen alsof ze plaatsvindt in horizontale lagen. Hieruit volgt dat men de I_{ss} ook mag schrijven als een kringintegraal over de horizontale instroming:

$$I_{ss} = -\frac{1}{A} \cdot \oint q_{ns} \cdot ds = \frac{1}{A} \cdot \oint kD \cdot \frac{\partial H}{\partial n} \cdot ds \quad [m \cdot dag^{-1}] \quad (3)$$

waarin:

s = lengtecoördinaat van de grens van het horizontale oppervlak A [m]

H = stijghoogte [m]

q_{ns} = horizontale stromingscomponent loodrecht op s , positief gerekend indien naar buiten gericht [m² · dag⁻¹]

$\frac{\partial H}{\partial n}$ = hydraulische gradient loodrecht op s [m · m⁻¹]

c. Differentievergelijking en programma

Uit verg. (3) blijkt dat men voor de berekening van I_{ss} slechts kaarten nodig heeft van kD en H .

Vergelijking (3) opgelost met de Finite Difference (FD) methode

voor een orthogonaal netwerk opgebouwd uit vierkanten met lengtes a (zie fig. 1) geeft:

$$\begin{aligned} & kD_{fm} \cdot (H_f - H_m) + kD_{lm} \cdot (H_l - H_m) + kD_{mn} \cdot (H_n - H_m) + kD_{mu} \cdot (H_u - H_m) = \\ & = I_{ssm} \cdot a^2 \end{aligned} \quad (5)$$

waarin: kD_{mu} de kD -waarde is midden tussen de knooppunten met H_m en H_u .

Met het oog op bezuiniging van geheugenplaatsen zijn de kD - en H -waarden in het programma in één array $KD(I,J)$ geplaatst. De plaatsen met zowel I als J even zijn H -waarden, de overige zijn kD -waarden. Nu gaat verg. (5) over in:

$$\begin{aligned} ISS = 1000 \cdot & (KD(I-1,J) \cdot (KD(I-2,J) - KD(I,J)) + KD(I,J+1) \cdot \\ & (KD(I,J+2) - KD(I,J)) + KD(I+1,J) \cdot (KD(I+2,J) - KD(I,J)) + \\ & KD(I,J-1) \cdot (KD(I,J-2) - KD(I,J))) / (A \cdot A) \end{aligned} \quad (5a)$$

In het programma is A door 1000 vervangen, zodat I_{ss} de eenheid mm.dag^{-1} krijgt.

Omdat de coördinaten bij de invoer anders opgebouwd zijn dan bij de uitvoer en de berekening, moeten de invoercoördinaten door 5 worden gedeeld. In het invoerdeck zijn 2 controlekaarten aangebracht: één die aangeeft wanneer de invoer van de kD -waarden beëindigd is, en één die het einde van de totale invoer aangeeft. De kD - en H -waarden hebben een aparte invoer nodig, daar de H -waarde door 10 moet worden gedeeld. Dit omdat in het programma met vrij FORMAT (F) is gewerkt, terwijl de kaarten al waren gepost voor FORMAT F4.1.

De ISS -waarden hebben een kleinere array, daar de ISS per vierkantje maar eenmaal wordt berekend. Daarom zijn de oorspronkelijke coördinaten door 2 gedeeld.

De uitvoer van het programma geeft:

1. De kD -waarden en H -waarden waaruit een I_{ss} wordt berekend, alsmede deze I_{ss} . Verder de coördinaten van de kD -, H - en ISS -array (niet bij programma).
2. De kD -waarden in matrixvorm (tabel 1)
3. De I_{ss} -waarden in matrixvorm (fig. 3).

KD-WAARDEN (M=H/DAG)																									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
25	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1150.	1800.	600.	500.	475.	1300.	0.	0.										
24	0.	0.	0.	0.	2100.	1400.	1700.	1800.	630.	475.	500.	1100.	0.	0.											
23	0.	0.	2200.	2100.	2000.	1800.	1300.	500.	450.	500.	950.	0.													
22	0.	0.	2200.	2150.	2100.	2000.	1900.	700.	450.	440.	450.	1130.	0.												
21	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1400.	400.	400.	400.	400.	1350.												
20	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2100.	1100.	1480.	450.	390.	340.	360.	0.											
19	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2000.	1800.	1200.	440.	340.	240.	340.												
18	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2300.	2300.	440.	400.	300.	250.	0.											
17	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1850.	600.	440.	400.	350.	300.												
16	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1450.	600.	440.	450.	450.	400.	0.											
15	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2000.	1200.	600.	450.	450.	460.	460.												
14	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1400.	1300.	850.	430.	430.	450.	0.											
13	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2100.	1400.	1220.	840.	400.	420.	440.												
12	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1800.	1200.	1200.	500.	350.	440.	0.											
11	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1800.	1200.	1000.	370.	400.	440.												
10	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1700.	1200.	470.	385.	440.	0.											
9	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2070.	1100.	440.	350.	350.												
8	0.	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	1900.	1100.	325.	350.	0.											
7	0.	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2060.	780.	325.	0.												
6	0.	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2060.	750.	300.	0.											
5	0.	0.	2500.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	600.	0.											
4	0.	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2150.	300.	0.											
3	0.	0.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2200.	2150.	0.												
2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.											
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.											

Tabel 1. Overzicht van KD-waarden in het gebied van de Astense Aa, zoals gebruikt in de FD programma's ICW1.F4 en ICW1.ALG.

∞

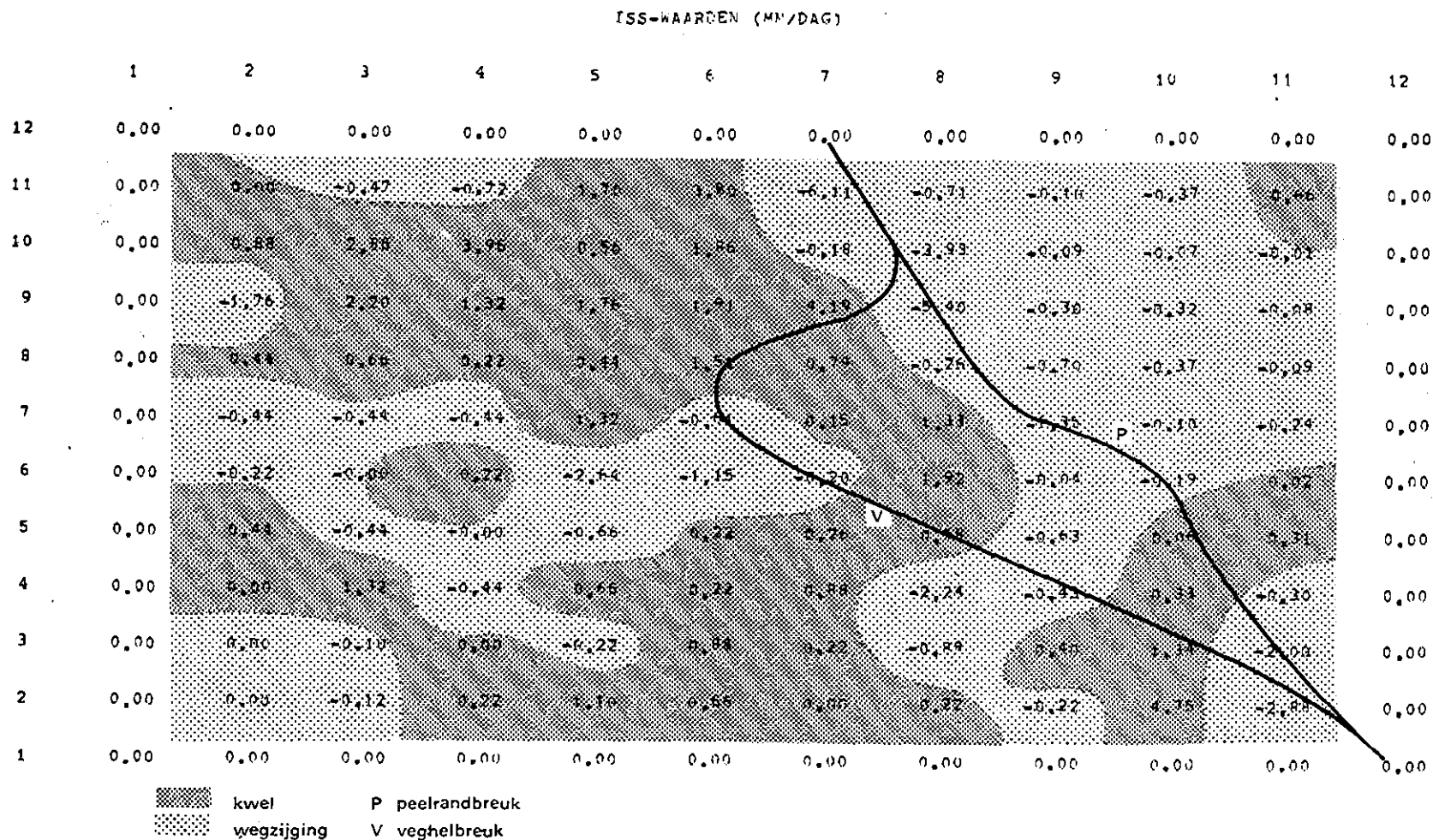


Fig. 3. Kwel/wegzijgingskaart voor het in progr. ICWl beschouwde gebied rond de Astense Aa
De positieve getallen geven kwel weer, de negatieve wegzijging
Getekend zijn ook de Peelrandbreuk en de Veghelebreuk
Elk getal geeft het gemiddelde aan van 1 km²

In fig. 3 zijn de gebieden met kwel en wegzijging duidelijk van elkaar te onderscheiden. De getallen op deze kaart geven de gemiddelde wegzijging aan in een gebied van 1 km^2 . Aan de randen van deze figuur zijn nullen gezet, daar daar niet alle vereiste gegevens aanwezig zijn (kD-waarden en H-waarden aan een zijde niet gegeven). Beschouwt men nu tabel 1, dan kan men Peelrandbreuk onderscheiden door een groot verschil in kD-waarde: er komt een overgang voor van $kD = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{dag}^{-1}$ aan de bovenzijde van de breuk naar $kD = 1200 \text{ m}^2 \cdot \text{dag}^{-1}$ aan de benedenzijde. Bij deze breuk treedt ook een groter verhang op (zie tabel 2). Dit leidt tot het volgende in fig. 3: Vanaf 500 - 600 m ten oosten van de breuk tot 300 - 400 m ten westen ervan treedt zware inzijging op. Ruim een kilometer ten westen van de breuk ligt een sterke kwelzone, veroorzaakt door de grotere kD en het sterke verhang uit het oosten. De Peelrandbreuk en de Veghelbreuk zijn getekend in fig. 3.

De hier gebruikte kD- en H-waarden zijn slechts eerste schattingen geweest. Deze eerste kwelkaart dient te worden gecontroleerd aan de hand van gemeten drainage- en infiltratiewaarden in stuwpannen, en overige veldkenmerken. Wanneer de kD- en H-waarden aangepast zijn aan de veldwaarden, worden betere resultaten verkregen (MOEN en BON, 1973).

d. V o o r- e n n a d e l e n v a n FORTRAN e n ALGOL

Zoals reeds in de inleiding vermeld is het programma ICW1.F4 door mij in Algol vertaald. Dit programma geeft dezelfde resultaten als het FORTRAN programma, en is ook op dezelfde manier opgezet. Een nadeel van ALGOL is de vrij ingewikkelde invoer- uitvoer procedure. Als er veel uitvoer is, met diverse verschillende uitvoervormen, is FORTRAN veel compacter. Een voordeel van ALGOL is echter de mogelijkheid van het werken in blokvorm. Wel moet bij de opbouw van het programma een ander 'gedachtenpatroon' worden gevolgd dan bij FORTRAN. In ALGOL kan men het beste denken in steeds gedetailleerder blokken (IF voorwaarde THEN blok 1 ELSE blok 2), waarbij blok 1 en 2 apart gevormd worden. In FORTRAN begint men meestal met een blok-schema, en komt op deze wijze al zeer spoedig tot de GO TO opdrachten,

10

H-WAARDEN (M BOVEN REFERENTIE NIVEAU)												
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
24	19,9	20,4	20,8	21,4	22,2	24,1	26,0	27,4	28,0	28,5	29,0	0,0
22	19,8	20,3	20,7	21,2	21,8	23,1	26,1	27,5	28,2	28,9	29,2	30,0
20	20,2	20,4	20,3	20,6	21,6	22,6	25,2	27,5	28,2	28,9	29,4	30,0
18	21,2	21,2	20,8	21,1	21,7	22,6	24,1	26,8	28,1	29,0	29,5	30,0
16	21,6	21,6	21,6	21,9	22,3	22,8	23,8	25,8	27,8	28,8	29,4	30,0
14	22,0	22,2	22,4	22,7	23,0	23,6	24,2	24,9	26,9	28,2	29,2	29,8
12	22,3	22,6	22,9	23,3	24,0	24,3	24,6	24,9	26,2	27,6	28,8	29,5
10	22,6	22,9	23,3	23,7	24,2	24,5	24,9	25,5	26,4	27,2	28,7	30,3
8	23,1	23,3	23,5	24,0	24,3	24,7	25,2	26,1	26,5	26,9	29,1	30,5
6	23,6	23,7	24,0	24,3	24,6	24,9	25,5	26,2	26,5	26,8	29,3	30,5
4	24,2	24,3	24,4	24,6	24,8	25,2	25,8	26,3	26,7	26,8	28,6	30,5
2	0,0	24,6	24,7	25,0	25,3	25,6	26,2	26,6	27,1	27,3	28,6	0,0

Tabel 2. Overzicht van H-waarden in het gebied van de Astense
Aa, zoals gebruikt in de FD programma's ICW 1.F4 en
ICW 1.ALG

waarbij n een statementnummer is. Vooral bij gecompliceerde gevallen komen enorm veel GO TO n- statements in een programma voor, wat voor de lezer die niet bekend is met de opzet van het programma zeer verwarrend gaat werken.

Niet alleen aan de hand van dit eenvoudige probleempje, maar ook door de ervaring met het schrijven van grotere programma's in ALGOL en FORTRAN is het mij niet duidelijk waarom in Wageningen aan FORTRAN de voorkeur wordt gegeven. In 99% van de gevallen geef ik de voorkeur aan ALGOL.

II. BEREKENING VAN HET POTENTIAALVERLOOP ONDER EEN DAM (FD. prog. ICW2.F4)

a. P r o b l e e m

Een van de problemen die vaak opduiken in de hydrologie is dat van het kweloppervlak. Praktisch overal waar men met een overgang van grondwater naar open water te maken heeft treedt kweloppervlak op. De grootte van het kweloppervlak is moeilijk te meten, daar dit altijd aan de rand van een talud zit. Het is echter wel een belangrijke factor bij de berekening van taluds en dergelijke, daar men kans heeft dat er een zodanige druk ontstaat dat de beschoeïing wegspoelt (zie fig. 4a). Om enkele andere voorbeelden te noemen:

1. Put (zie fig. 4b)
2. Sloten (zie fig. 4c)
3. Dam (zie fig. 4d)

In fig. 4 is het kweloppervlak A genoemd. Al deze problemen worden meestal beschouwd als 2-dimensionale gevallen. De aanpak is voor allemaal gelijk. Als meest illustratieve voorbeeld is nu het probleem van het potentiaalverloop onder een dam gekozen.

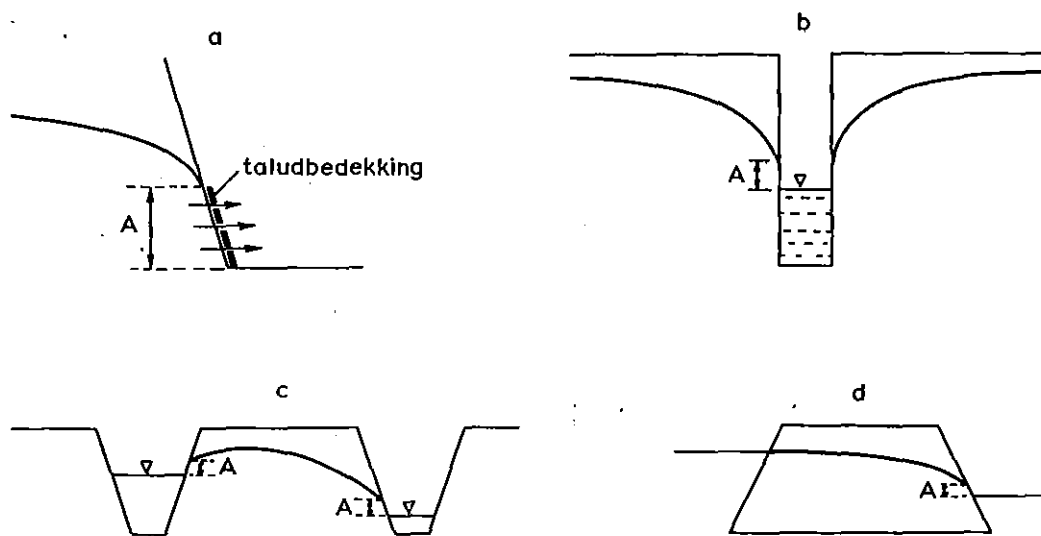


Fig. 4. Enkele voorbeelden van het optreden van een kweloppervlak A:

- a) wegspoelen van dijkbeschoeiing door kwel,
- b) kweloppervlak bij put,
- c) kweloppervlak bij sloten,
- d) kweloppervlak bij stroming door dam

b. Analytische oplossingen

Om numerieke oplossingen te kunnen controleren zijn zeer veel analytische oplossingen van deze problemen gegeven (HARR, 1962). Enkele worden hier besproken.

De eenvoudigste oplossing voor een stijghoogtelijn tussen 2 punten met verschillende stijghoogte is die van Dupuit. Deze houdt geen rekening met kweloppervlakken en geeft een oplossing met de volgende formule (zie fig. 5a):

$$H_{x=X}^2 = H_{x=0}^2 - \frac{X}{L} (H_{x=0}^2 - H_{x=L}^2) \quad (6)$$

Hierin is:

$H_{x=0}$ = stijghoogte in punt met x-coördinaat $x = 0$ (H gegeven) [m]

$H_{x=L}$ = stijghoogte in punt met x-coördinaat $x = L$ (H gegeven) [m]

L = afstand tussen de punten waarvan de stijghoogte H
 gegeven is [m]

X = afstand van beschouwde punt tot punt op $x=0$

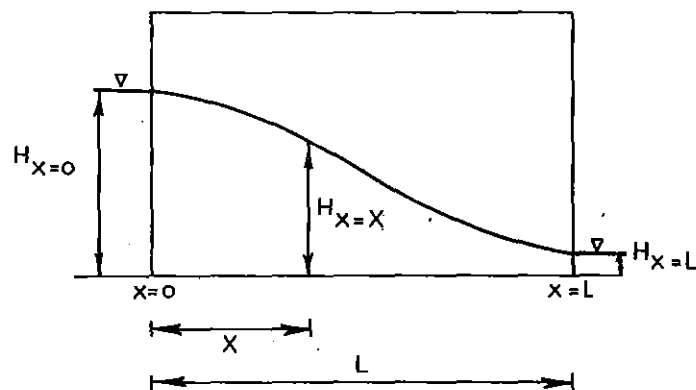


Fig. 5a. Illustratie van analytische oplossing volgens Dupuit.

De stijghoogte in de punten $x=0$ en $x=L$ is bekend

Een andere oplossing wordt gegeven door Pavlovsky (HARR, 1962):
 Het beschouwde gebied (hier de dam) wordt ingedeeld in drie secties
 volgens fig. 5b.

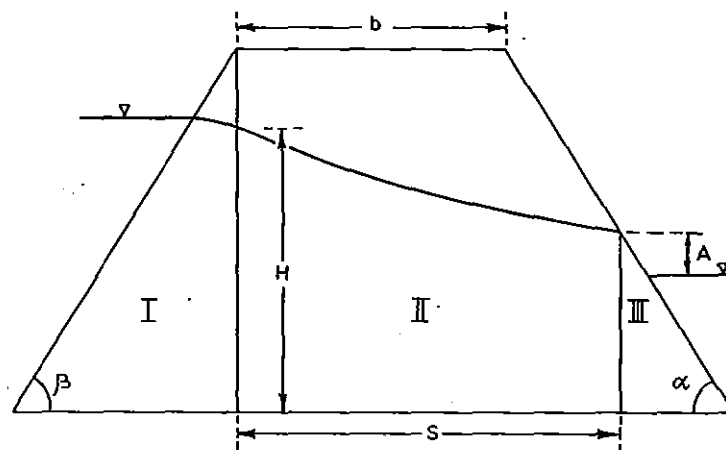


Fig. 5b. Illustratie bij analytische oplossing van een grondwaterstromings-
 probleem volgens Pavlovsky. De dam wordt ingedeeld in drie secties

Voor elk van deze secties wordt nu een vergelijking gegeven.

Voor sectie I:
$$\frac{q}{k} = \frac{WSL - H}{m} \cdot \ln \frac{HDIJK}{HDIJK - H} \quad (7)$$

Voor sectie II:
$$\frac{q}{k} = \frac{H^2 - (WSR+A)^2}{2 \cdot s} \quad (8)$$

(Dupuit)

Voor sectie III:
$$\frac{q}{k} = \frac{A}{m_1} \cdot (1 + \ln \frac{A+WSR}{A}) \quad (9)$$

En uit de vorm van de dam volgt: $s = b + m_1 \cdot (HDIJK - (A+WSR)) \quad (10)$

In deze vergelijkingen is:

q	= debiet	$\left[\frac{m^2 \cdot etm^{-1}}{m^2 \cdot etm^{-1}} \right]$
k	= doorlatendheid	$\left[\frac{m^2 \cdot etm^{-1}}{m^2 \cdot etm^{-1}} \right]$
A	= kweloppervlak	[m]
b	= breedte damkruin	[m]
HDIJK	= hoogte dam	[m]
s	= breedte sectie II	[m]
WSL	= waterhoogte links	[m]
WSR	= waterhoogte rechts	[m]
H	= stijghoogte	[m]
β	= hoek talud links	[rad]
α	= hoek talud rechts	[rad]
m	= cot β = taludhelling links	-
m_1	= cot α = taludhelling rechts	-

Zie voor de betekenis van deze symbolen ook de figuren 5b en 7.

Nemen we nu de volgende waarden voor de parameters:

$m_1 = m = HOEK = 2$
 $HDIJK = 20$
 $BDIJK = 100 = \text{basisbreedte dam [m]}$
 $WSL = 16$
 $WSR = 4$

dan ontstaat het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\frac{q}{k} = \frac{16 - H}{2} \cdot \ln \frac{20}{20 - H} \quad (11)$$

$$\frac{q}{k} = \frac{H^2 - (A+4)^2}{2 \cdot s} \quad (12)$$

$$\frac{q}{k} = \frac{A}{2} \cdot (1 + \ln \frac{A+4}{A}) \quad (13)$$

$$s = 20 + 2 \cdot (20 - (A+4)) \quad (14)$$

Combineren van (12), (13) en (14) levert:

$$H^2 = \frac{A}{2} \cdot (1 + \ln \frac{A+4}{A}) \cdot (104 - 4 \cdot A) + (A+4)^2 \quad (15)$$

Na combinatie van (11) en (13):

$$\frac{16-H}{2} \cdot \ln \frac{20}{20-H} = \frac{A}{2} \cdot (1 + \ln \frac{A+4}{A}) \quad (16)$$

Daar H in (16) niet expliciet kan worden geschreven moet de volgende methode worden toegepast:

- (a) neem een waarde voor A aan,
- (b) bereken H uit (15)
- (c) vul linker- en rechterlid van (16) in. Zijn deze ongeveer gelijk, dan is de H gevonden. Zo niet, probeer nog een A. Heeft men voldoende punten dan kunnen de waarden van linker- en rechterlid van (16) worden uitgezet tegen A en waar deze lijnen elkaar kruisen vindt men het gevraagde punt waaruit men het kweloppervlak kan afleiden.

De berekening van linkerlid (L) en rechterlid (R):

A	H	L	R
1.0	12.47	1.7244	1.3047
1.2	13.18	1.5154	1.4798
1.25	13.35	1.4588	1.5219
1.5	14.11	1.1528	1.7245
2.0	15.41	0.4342	2.0986
3.0	17.43	-1.4716	2.7709

Uit fig. 6 volgt nu de oplossing:

$$A = 1,23 \text{ m}, \quad H = 12,28 \text{ m}$$

In dit geval is $L = 1.4815$ en $R = 1.5051$.

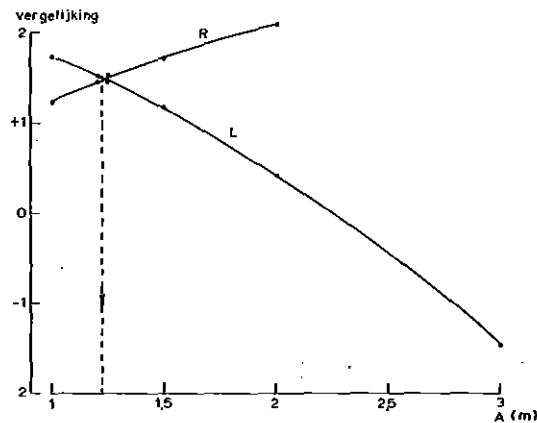


Fig. 6. Berekening van kweloppervlak volgens Pavlovsky.

Uitgezet zijn linkerlid (L) en rechterlid (R) van verg. (16) tegen kweloppervlak A.

Stel nu $k = 1$ dan kunnen q en s worden berekend:

$$q = 1,5 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$$

$$s = 49,54 \text{ m}.$$

Dan kan nu met behulp van de verg. (11), (12), (13) en (14) de hoogte van het freatisch vlak worden berekend.

x	s	h
40	49.54	13.28
45	44.54	12.69
50	39.54	12.08
55	34.54	11.44
60	29.54	10.77
65	24.54	10.05
70	19.54	9.27
75	14.54	8.42
80	9.54	7.48
85	4.54	6.40
89	0.54	5.38

Een derde methode is die waarbij volgens Pavlovsky het kwelopper-vlak wordt berekend, doch voor het verloop van de stijghoogte Dupuit wordt toegepast.

c. T h e o r i e

Voor de vergelijking van Laplace, $\nabla^2 H = 0$, kan men op vele manieren een oplossing vinden. Een van de numerieke oplossingen die het meest gebruikt wordt en het eenvoudigst is, is die van Gauss - Seidel (REMSON ET AL., 1971).

Uitgaande van $f(x) = H(x,y)$ kan nu een Taylor-reeks worden toegepast:

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{df}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3} + \dots \quad (17)$$

Door alle termen met afgeleiden hoger dan de eerste weg te laten ontstaat nu:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (18)$$

Dit is de zogenaamde 'forward-difference' benadering van de eerste afgeleide van f naar x . Deze heeft een afbreekfout van de eerste orde, aangeduid als $O(\Delta x)$.

Analoog aan (17) kan men nu, door in negatieve richting te werken, afleiden:

$$f(x-\Delta x) = f(x) - \Delta x \frac{df}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} + \dots \quad (19)$$

Hieruit ontstaat de 'backward-difference' benadering van de eerste afgeleide van f naar x , ook met fout $O(\Delta x)$:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x} \quad (20)$$

Om nu een benadering van de tweede afgeleide van f te krijgen worden (17) en (19) bij elkaar opgeteld:

$$f(x+\Delta x) + f(x-\Delta x) = 2 \cdot f(x) + 2 \cdot \frac{(\Delta x)^2}{2!} \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} + O((\Delta x)^2) \quad (21)$$

De gewenste benadering is nu:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{f(x+\Delta x) - 2 \cdot f(x) + f(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (22)$$

met fout $O((\Delta x)^2)$.

Voor $g(y) = H(x, y)$ kan men dezelfde vergelijkingen opstellen. Nu wordt:

$$\begin{aligned} \nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = & \frac{f(x+\Delta x) - 2 \cdot f(x) + f(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2} + \\ & + \frac{g(y+\Delta y) - 2 \cdot g(y) + g(y-\Delta y)}{(\Delta y)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

Past men dit toe op het met een orthogonaal rooster bedekte gebied in fig. 7, dan ontstaat:

$$\nabla^2 H = \frac{H_{i+1,j} - 2 \cdot H_{i,j} + H_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{H_{i,j+1} - 2 \cdot H_{i,j} + H_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (24)$$

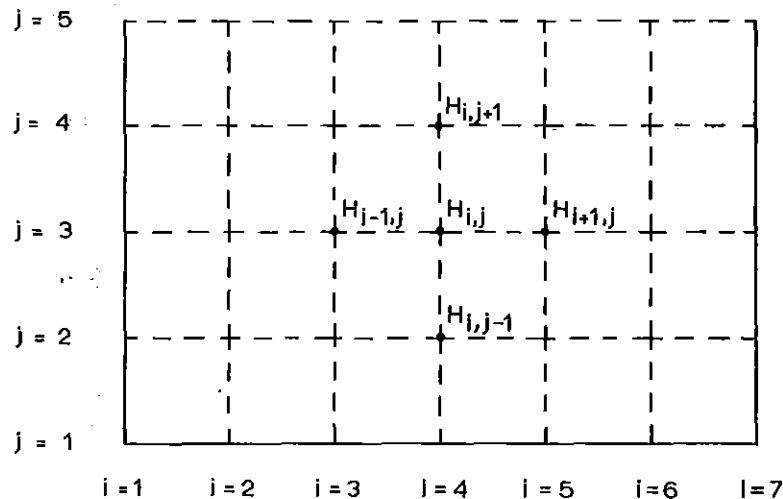


Fig. 7. Toegepast rooster en nummering knooppunten bij de Successive Over Relaxation method

Verder is gegeven $\nabla^2 H = 0$, en dit ingevuld geeft:

$$\begin{aligned} & (\Delta y)^2 \cdot H_{i+1,j} - 2 \cdot (\Delta y)^2 \cdot H_{i,j} + (\Delta y)^2 \cdot H_{i-1,j} + (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j+1} - \\ & - (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j} + (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j-1} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

ofwel:

$$\begin{aligned} & 2 \cdot ((\Delta x)^2 + (\Delta y)^2) \cdot H_{i,j} = (\Delta y)^2 \cdot H_{i+1,j} + (\Delta y)^2 \cdot H_{i-1,j} + \\ & + (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j+1} + (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j-1} \end{aligned} \quad (26)$$

dus:

$$H_{i,j} = \frac{(\Delta y)^2 \cdot H_{i+1,j} + (\Delta y)^2 \cdot H_{i-1,j} + (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j+1} + (\Delta x)^2 \cdot H_{i,j-1}}{2 \cdot ((\Delta x)^2 + (\Delta y)^2)} \quad (27)$$

Stel nu $(\Delta x) = (\Delta y)$ dan:

$$H_{i,j} = \frac{H_{i+1,j} + H_{i-1,j} + H_{i,j+1} + H_{i,j-1}}{4} \quad (28)$$

Vergelijking (28) is de Jacobi- of Gauss-Seidel iteratieformule.

De praktische toepassing van verg. (27) begint ermee dat voor ieder punt een beginwaarde $H_{i,j}^0$ bekend wordt verondersteld.

Uit deze bekende $H_{i,j}$ wordt dan met behulp van

$$H_{i,j}^{m+1} = \frac{H_{i-1,j}^{m+1} + H_{i,j-1}^{m+1} + H_{i+1,j}^m + H_{i,j+1}^m}{4} \quad (29)$$

de nieuwe $H_{i,j}$ berekend (n is de n^e iteratie stap). Dit gaat zolang door tot de gewenste nauwkeurigheid is bereikt, ofwel tot H voldoet aan Laplace.

De Successive Over Relaxation methode (SOR) neemt bij de berekening van $H_{i,j}^{m+1}$ ook $H_{i,j}^m$ in de berekening op, en wel volgens:

$$H_{i,j}^{m+1} = (1-w) \cdot H_{i,j}^m + w \cdot \left(\frac{H_{i-1,j}^{m+1} + H_{i,j-1}^{m+1} + H_{i+1,j}^m + H_{i,j+1}^m}{4} \right) \quad (30)$$

waarin w = overrelaxatiefactor ($0 \leq w \leq 2$) (REMSON ET AL., 1971, pag.190).

In de praktijk zal het echter niet vaak voorkomen dat voor alle knooppunten $\Delta x = \Delta y$. Verder zal ook anisotropie optreden. In deze gevallen kunnen de verg. (29) en (30) niet zonder meer toegepast worden en zal nu één vergelijking worden afgeleid.

Beschouwd wordt een knooppunt (0) met zijn omliggende punten (1,2,3 en 4). De stijghoogte in deze punten zal worden aangegeven met H_1, H_2, H_3 en H_4 . De afstand van punt 0 tot punt i ($i=1,2,3,4$) is $p_i \cdot \Delta_{x,y}$ waarin $0 \leq p_i \leq 1$ en $\Delta_{x,y}$ de maaswijdte in richting i is. (Zie fig. 8). K_i is de doorlatendheid in richting i .

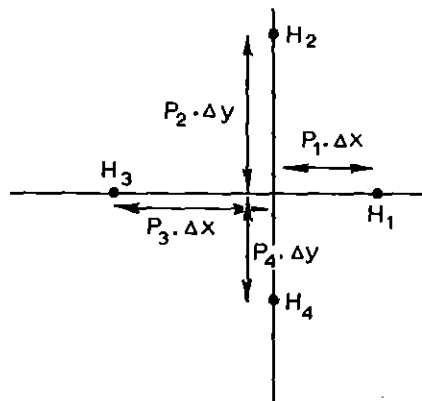


Fig. 8. Verduidelijking parameters bij verg. (30)

Uitgegaan wordt van de vergelijking

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \cdot \frac{\partial H}{\partial y}) = 0 \quad (31)$$

Gaan we deze nu element voor element discretiseren:

$$\text{in richting 1: } K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = K_1 \cdot \frac{H_1 - H_0}{p_1 \cdot \Delta x} \quad (32)$$

$$\text{in richting 2: } K_y \cdot \frac{\partial H}{\partial y} = K_2 \cdot \frac{H_2 - H_0}{p_2 \cdot \Delta y} \quad (33)$$

$$\text{in richting 3: } K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = K_3 \cdot \frac{H_0 - H_3}{p_3 \cdot \Delta x} \quad (34)$$

$$\text{in richting 4: } K_y \cdot \frac{\partial H}{\partial y} = K_4 \cdot \frac{H_0 - H_4}{p_4 \cdot \Delta y} \quad (35)$$

Uit (32) en (34) volgt:

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x}) = \frac{K_1 \cdot \frac{H_1 - H_0}{p_1 \cdot \Delta x} - K_3 \cdot \frac{H_0 - H_3}{p_3 \cdot \Delta x}}{p_1 \cdot \Delta x + p_3 \cdot \Delta x} \quad (36)$$

en uit (33) en (35):

$$\frac{\partial}{\partial y} (K_y \cdot \frac{\partial H}{\partial y}) = \frac{K_2 \cdot \frac{H_2 - H_0}{p_2 \cdot \Delta y} - K_4 \cdot \frac{H_0 - H_4}{p_4 \cdot \Delta y}}{p_2 \cdot \Delta y + p_4 \cdot \Delta y} \quad (37)$$

Zodat nu (31) overgaat in

$$\frac{K_1 \cdot \frac{H_1 - H_0}{p_1 \cdot \Delta x} - K_3 \cdot \frac{H_0 - H_3}{p_3 \cdot \Delta x}}{(p_1 + p_3) \cdot \Delta x} + \frac{K_2 \cdot \frac{H_2 - H_0}{p_2 \cdot \Delta y} - K_4 \cdot \frac{H_0 - H_4}{p_4 \cdot \Delta y}}{(p_2 + p_4) \cdot \Delta y} = 0 \quad (38)$$

Na enig rekenwerk ontstaat nu

$$H_0 = \frac{\frac{H_1 \cdot K_1}{p_1} + \frac{H_3 \cdot K_3}{p_3}}{N^2 \cdot (p_1 + p_3)} + \frac{\frac{H_2 \cdot K_2}{p_2} + \frac{H_4 \cdot K_4}{p_4}}{(p_2 + p_4)} \quad (39)$$

$$H_0 = \frac{\frac{\frac{K_1}{p_1} + \frac{K_3}{p_3}}{N^2 \cdot (p_1 + p_3)}}{\frac{\frac{K_2}{p_2} + \frac{K_4}{p_4}}{(p_2 + p_4)}}$$

waarin:

$$N = \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (\text{zie ook KOOPMANS en SOER, nov. 1975})$$

Wordt nu (39) gecombineerd met de Successive Over Relaxation (30), dan wordt de vergelijking:

$$H_{i,j}^{m+1} = (1-w) \cdot H_{i,j}^m + w \cdot \left(\frac{\frac{H_{i+1,j}^m \cdot K_1}{p_1} + \frac{H_{i-1,j}^{m+1} \cdot K_3}{p_3}}{N^2(p_1 + p_3)} + \frac{\frac{H_{i,j+1}^m \cdot K_2}{p_2} + \frac{H_{i,j-1}^{m+1} \cdot K_4}{p_4}}{(p_2 + p_4)} \right) \quad (40)$$

$$H_{i,j}^{m+1} = (1-w) \cdot H_{i,j}^m + w \cdot \left(\frac{\frac{\frac{K_1}{p_1} + \frac{K_3}{p_3}}{N^2 \cdot (p_1 + p_3)}}{\frac{\frac{K_2}{p_2} + \frac{K_4}{p_4}}{(p_2 + p_4)}} \right)$$

Na op deze manier de potentiaal in de knooppunten benaderd te hebben wordt de plaats van de vrije waterspiegel als volgt bepaald (KOOPMANS en SOER, maart 1975). Tussen de knooppunten wordt de vrije waterspiegel benaderd door een rechte lijn (zie fig. 9). Deze lijn maakt een hoek α met de horizontaal. In het stationaire geval zonder neerslag is de vrije waterspiegel een stroomlijn, zodat de equipotentiaallijnen er loodrecht op staan. In de figuur is een deel van de equipotentiaallijn door S getekend tot aan het snijpunt T met de dichtstbijzijnde horizontale roosterlijn. Nu is $H_S = H_T$. Door interpolatie tussen H_0 en H_3 wordt nu H_T berekend:

$$H_S = H_T = \frac{p_2}{N} \cdot H_3 \cdot \tan \alpha + \frac{(N - p_2 \cdot \tan \alpha)}{N} \cdot H_0 \quad (41)$$

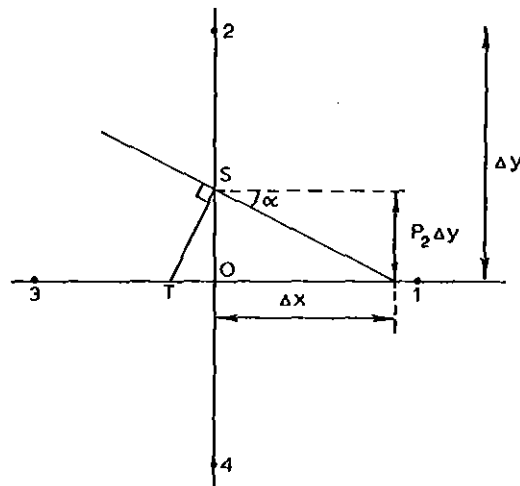


Fig. 9. Bepaling van de plaats van de vrije waterspiegel volgens verg. (41)

d. Differentievergelijking en programma

De hierboven beschreven theorie is toegepast op een homogeen aarden dam met aflopend talud. Voor deze dam gelden de volgende randvoorwaarden: (zie fig. 10)

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad \text{op AB} \quad (42)$$

$$H = \text{stijghoogte op EFG} \quad (43)$$

$$H = \text{WSL op AE} \quad (44)$$

$$H = \text{WSR op BF} \quad (45)$$

Randvoorwaarde (42) is ontstaan omdat AB een ondoorlatende laag vormt, zodat de stroming in verticale richting hier gelijk aan nul is. Dit is in het programma gesimuleerd door een extra rij knooppunten onder AB aan te nemen en hier de potentiaal gelijk te maken aan die in de rij knooppunten boven AB.

Het knooppuntennet wordt gelegd over een rechthoekig gebied, waarbij in het programma gekeken wordt of een knooppunt wel of niet binnen de dijk ligt (zie fig. 11).

De uitgangskromme voor het freatisch vlak wordt berekend volgens Dupuit (6):

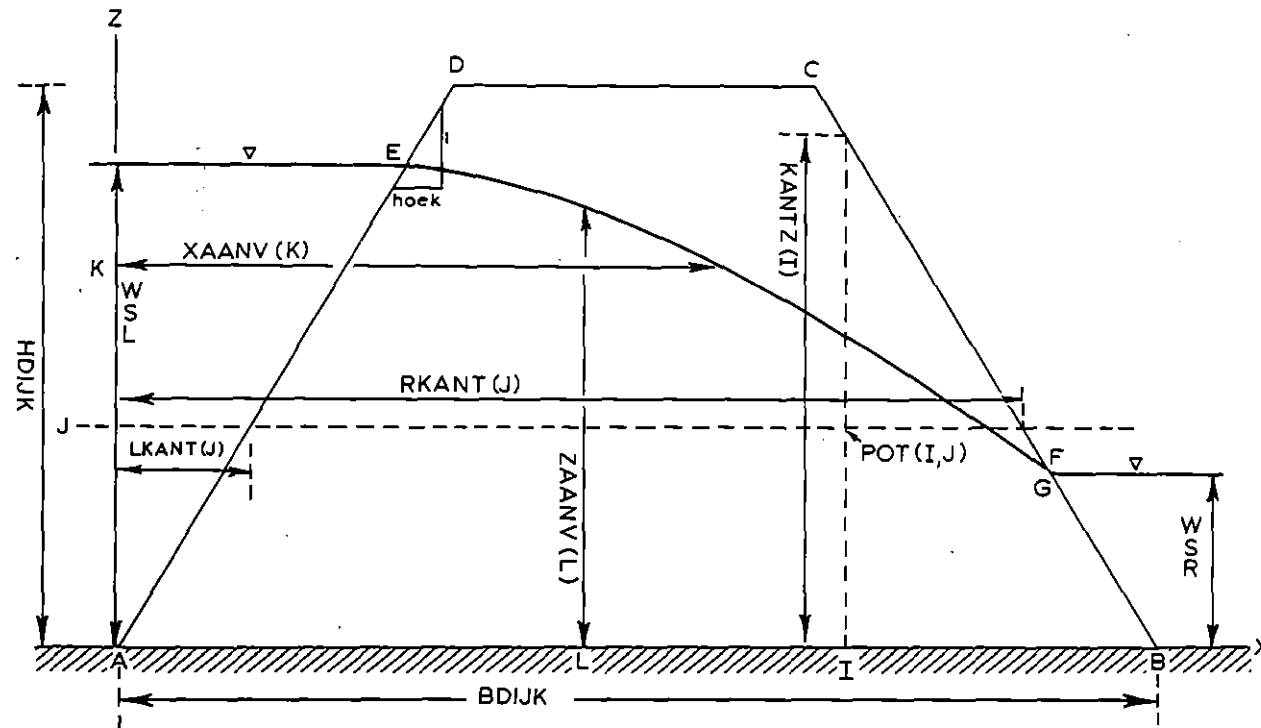


Fig. 10. Potentiaalverloop onder een homogene aarddam met aflopend talud

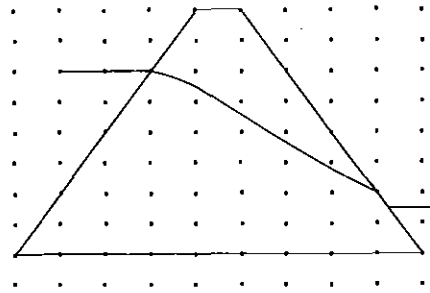


Fig. 11. Voorbeeld van een roosternet toegepast op een dijk met een schuin talud

$$Z^2 = WSL^2 - \frac{X}{L} \cdot (WSL^2 - WSR^2) \quad (46)$$

De beginpotentiaal in de roosterpunten binnen de taluds en onder het freatisch vlak is gelijk gesteld aan de hoogte van deze waterpiegel boven AB, de punten die buiten de dijk of boven de waterpiegel liggen hebben stijghoogte $H = 0$.

In het programma is verg. (40) toegepast als differentievergelijking, met

$$\begin{aligned} U1 &= H_{i+1,j}^m \\ U2 &= H_{i,j+1}^m \\ U3 &= H_{i-1,j}^{m+1} \\ U4 &= H_{i,j-1}^{m+1} \end{aligned}$$

De berekening van de overrelaxatiefactor w (W in het programma) geschiedt volgens een door mij veranderde versie van de methode van Carré (REMSON e.a., pag. 202):

1. Itereer één keer met $w = 1$
2. Bereken LAMAX door twee keer te itereren met $w = 1.375$ en bij deze iteraties de grootste verschillen in norm te bepalen, waarbij de norm gedefinieerd is als de som van de absolute waarden van de elementen in een kolom. LAMAX is het quotient van deze 2 verschillen.

3. Bereken WOPT volgens

$$WOPT = 2 \cdot \left\{ 1 + \left| 1 - \frac{(LAMAX + W - 1)^2}{LAMAX \cdot W^2} \right|^{\frac{1}{2}} \right\}^{-1} \quad (47)$$

4. Bereken W volgens

$$W = WOPT - \frac{2-WOPT}{4} \quad (48)$$

5. Stop met de berekening indien de waarde van W dicht genoeg bij de voorgaande zit, of de stijghoogte bij de iteratie verschillen geeft die kleiner zijn dan een vooraf gegeven criterium DIFPOT.
6. Indien niet wordt gestopt, wordt opnieuw geïtereerd, waarbij nu wordt gerekend met de norm van de laatstberekende en de huidige toestand. Vervolgens wordt verder gegaan met stap 3.
7. Na het stoppen van de iteraties wordt de verhanglijn opnieuw berekend met verg. (41) en een parabolische benaderingsformule voor het laatste punt. Indien de afwijking tussen deze twee toestanden groter is dan het criterium DIFVHL, gaat de berekening terug naar stap 1.

Deze procedure wijkt af van die van Carré in de volgende punten:

- a. Carré adviseert tussen stap 1 en 2 nog 10 x te itereren met $w = 1.375$. Dit heeft weinig zin, daar in dit probleem reeds na de 12 iteraties met $w = 1.375$ DIFPOT zou zijn bereikt, zodat net zo goed met formule (39) zou kunnen worden gewerkt in plaats van met de S.O.R. methode.
- b. Carré geeft in verg. (47) geen absolute waarde. Dit is echter wel noodzakelijk in verband met het worteltrekken.
- c. Carré adviseert nadat de eindwaarde is bereikt, nog eenmaal met $w = 1$ te itereren. Dit heeft echter zo weinig effect dat het hier niet wordt toegepast.

Het programma is opgebouwd uit een hoofdprogramma en een aantal subroutines, zoals ook aangegeven in tabel 3. De programma onderdelen zijn:

H e t h o o f d p r o g r a m m a: Dit dient slechts om de maximale waarden van de subscripts van de arrays vast te leggen.

Tabel 3. Gebruik van de subprogramma's in ICW2.F4. Voorbeeld: HOOFD - REKEN - TALUD betekent:
subprogramma HOOFD roept subprogramma REKEN aan, welk op zijn beurt weer subprogramma
TALUD aanroept

```
Hoofdprogramma - HOOFD - REKEN - TALUD
- VHLZ
- VHLX
- POTINV - NORMAL
- KNOOP
- VHLREK - WOPT - ITERAT - NORMAL
- SCHUIF - ITERAT - NORMAL
- DIFX
- VHLX
- OUTPUT - PLOT - CLEAR
```

D e s u b p r o g r a m m a ' s :

HOOFD: Hierin worden de volgende variabelen ingelezen:

hoogte van de dam	HDIJK
breedte van de dambasis	BDIJK
taludhelling	HOEK
waterhoogte links van de dam	WSL
waterhoogte rechts van de dam	WSR
aantal knooppunten langs de x-as	N
aantal knooppunten langs de z-as	M
nauwkeurigheid bij berekening van de verhanglijn	DIFVHL
nauwkeurigheid bij berekening van WOPT	DIFWOP
nauwkeurigheid bij berekening van de stijghoogte	DIFPOT

Vervolgens wordt een overzicht van deze gegevens gegeven.

REKEN: Voert de beginwaarden van het probleem in, roept dan het reken- en het uitvoerprogramma aan.

TALUD: Berekent de snijpunten van de taluds met de verticale roosterlijnen (KANTZ) en de horizontale roosterlijnen (RKANT en LKANT).

VHLZ: Zorgt voor de berekening van de beginwaarden van de snijpunten van de verhanglijn met de verticale roosterlijnen (ZAANV). Dit gebeurt met verg. (46). Ook berekent het de subscript in X-richting van het eerste en laatste snijpunt van de verhanglijn met de verticale roosterlijnen (EERSTE en LAATST).

VHLREK: Berekent de plaats van de verhanglijn uit de stijghoogten na de iteraties. Is de verhanglijn nog niet nauwkeurig genoeg berekend dan roept het programma de iteratie weer aan:

a) met verg. (41) als $I \neq \text{LAATST}$

b) met $\text{ZAANV}(I) = \text{ZAANV}(I-3) - 2 \cdot \text{ZAANV}(I-2) + 2 \cdot \text{ZAANV}(I-1)$
 als $I = \text{LAATST}$.

VHLX: Berekent de plaats van de snijpunten van de verhanglijn met de horizontale roosterlijnen (XAANV). Dit gebeurt door lineaire interpolatie van ZAANV.

POTINV: Voert de beginwaarden van de stijghoogte in.

WOPT: Berekent de w voor de iteratie zoals eerder beschreven op bladzijde 25.

ITERAT: Verzorgt de iteratie in de knooppunten. Hierbij is gebruik gemaakt van verg. (40), waarin H door U vervangen is. Het grootste verschil dat bij een iteratie optrad wordt weergegeven, evenals het knooppunt waarin dit verschil optrad.

NORMAL: Subprogramma om de stijghoogten in de knooppunten in de rij onder AB gelijk te maken aan die in de knooppunten in de rij boven AB.

SCHUIF: Maakt van de array POT de array OUD en berekent POT opnieuw.

DIFX: Berekent maximaal verschil in norm van OUD en POT.

KNOOP: Laat zien hoe de knooppunten genummerd zijn.

OUTPUT: Geeft de definitieve waarden van ZAANV.

PLOT: Tekent de dam met waterspiegels links en rechts en verhanglijn.

D e u i t v o e r

De uitvoer van het programma bestaat uit de volgende onderdelen:

1. De gegevens die werden ingelezen (HDIJK, BDIJK, HOEK, WSL, WSR, N, M, DIFVHL, DIFWOP, DIFPOT).
2. Nummering van de knooppunten.
3. De grootste veranderingen in de stijghoogte bij het itereren. Na iedere maal dat de verhanglijn is aangepast, worden deze veranderingen uitgeprint.
4. De plaats van het vrije wateroppervlak en de stijghoogte in de knooppunten.
5. De dam met waterhoogten getekend.

Wat betreft het programma kan nog het volgende worden opgemerkt:

1. In het programma is uitgegaan van een homogeen en isotroop dijkmateriaal. Zonder veel moeite kan anisotropie worden ingevoerd door de K1, K2, K3 en K4 in het subprogramma ITERAT andere waarden te geven.
2. Evenzo is het mogelijk het materiaal niet-homogeen te maken door invoeren van een array K, waarin de doorlatendheden in de knooppunten worden vastgelegd (ingelesen of vast gegeven). Natuurlijk kan men deze weer splitsen in vier arrays K1, K2, K3 en K4 om ook anisotropie in te voeren.
3. Bij het bepalen van het aantal knooppunten op de x-as moet men wel rekening houden met het aantal snijpunten van de verhanglijn met de verticale roosterlijnen. Dit dienen er altijd minstens 4 te zijn in verband met de berekening van ZAANV(LAATST).

e. C o n c l u s i e s

Zowel voor de rechte dijk (HOEK = 0) als voor de dam met schuin talud (HOEK = 2) zijn de computerberekeningen vergeleken met de analytische oplossing(en). De resultaten worden besproken in de volgende punten.

1. De berekeningen zijn gedaan met verschillende nauwkeurigheden (zie tabel 4).

Er is gewerkt met nauwkeurigheden voor de verhanglijn van 0.01 en 0.005 m (resp. 10 en 5 mm). Hierbij is het aantal punten gevarieerd tussen 11 en 16. Ook voor DIFWOP en DIFPOT zijn verschillende waarden geprobeerd. De DIFWOP is gelijk gehouden aan de DIFVHL, de DIFPOT is gevarieerd tussen .01 en .001 (resp. 10 en 1 mm). Hierbij ging het voornamelijk om het bepalen van een optimale nauwkeurigheid en aantal knooppunten ten opzichte van de CPU-tijd. Uit de berekeningen is echter gebleken dat hierover niet veel kan worden gezegd, daar de CPU-tijd het geval met vergrote nauwkeurigheid dicht bij de CPU-tijd van het geval met een groter aantal punten lag. Wel is gebleken dat indien men zowel de nauwkeurigheid als het aantal punten vergroot (berekening

Tabel 4. Overzicht van de doorgerekende gevallen met hun rekentijden

Nr	DAM			WATER		KNOOP- PUNTEN		NAUWKEURIGHEID			CPU
	HDIJK	BDIJK	HOEK	WSL	WSR	N	M	DIFVHL	DIFWOP	DIFPOT	sec
1	20	100	0	16	4	11	11	.010	.010	.010	17.16
2	20	100	2	16	4	11	11	.010	.010	.010	5.18
3	20	100	2	16	4	11	11	.005	.005	.001	16.38
4	20	100	2	16	4	16	16	.010	.010	.010	15.25
5	20	100	2	16	4	16	16	.005	.005	.001	56.83

HDIJK = hoogte dam
 BDIJK = breedte dam
 HOEK = taludhelling
 WSL = waterhoogte links
 WSR = waterhoogte rechts
 N = aantal knooppunten langs x-as
 M = aantal knooppunten langs z-as
 DIFVHL = nauwkeurigheid bij berekening verhang-
 DIFWOP = nauwkeurigheid bij berekening w; lijn
 DIFPOT = nauwkeurigheid bij berekening stijg-
 hoogte
 (zie verder ook fig.10)

5 uit tabel 4) de CPU-tijd enorm uitschiet. Dat het aantal knooppunten de rekentijd sterk beïnvloedt blijkt ook uit de rekentijd van de rechte dijk (berekening 1 uit tabel 4). Deze omvat meer punten dan de schuine.

2. De resultaten van de berekening van de rechte dijk zijn weergegeven in tabel 5 en fig. 12. Er is als analytische oplossing alleen de oplossing volgens Dupuit gegeven. Uit fig. 12 blijkt het grote verschil nu: bij de computerberekeningen is wel degelijk een kweloppervlak aanwezig. In dit geval is dit 1.25 m. Dit is ook de verklaring van de grote afwijking van de oplossingen ten opzichte van elkaar. Ook is te zien dat de computerberekening iets geleidelijker afloopt dan Dupuit.

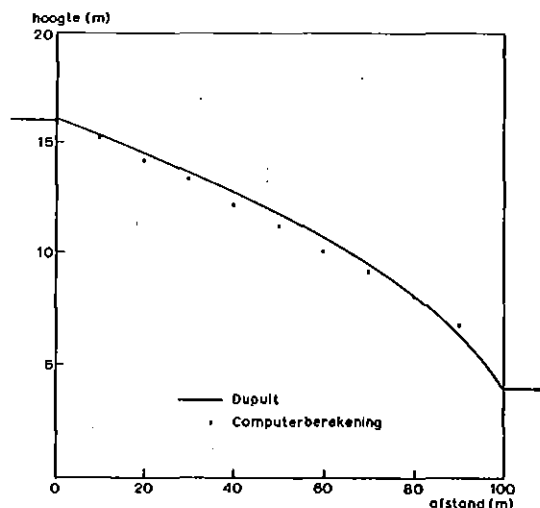


Fig. 12. Resultaten van computerberekening bij rechte dijk ten opzichte van analytische oplossing volgens Dupuit

3. Voor de schuine dijk staan de resultaten in tabel 5 en fig. 13. Bij tabel 5 moet nog worden opgemerkt dat bij H4 en H5 de punten, zoals aangegeven, buiten de dam liggen, maar toch zijn gegeven om het kweloppervlak te kunnen tekenen. De tabel bevat de volgende analytische oplossingen:
 - H1: berekend volgens Dupuit
 - H2: berekend volgens Pavlovsky
 - H3: berekend volgens Dupuit, na het kweloppervlak volgens Pavlovsky berekend te hebben.

Tabel 5. Resultaten van computerberekeningen en analytische oplossingen voor zowel de rechte als de schuine dam

HOEK = 0

x	H	D
0	16.00	16.00
10	15.05	15.23
20	14.06	14.42
30	13.26	13.56
40	12.03	12.65
50	11.20	11.66
60	10.04	10.58
70	9.11	9.38
80	8.00	8.00
90	6.71	6.32
100	5.25	4.00

H = berekening 1 uit tabel 4

D = berekening volgens Dupuit

Deze waarden zijn grafisch weergegeven in fig. 12.

HOEK = 2

x	H1	H2	H3	H4	H5
40	14.97	13.28	14.97	14.82	14.82
50	13.56	12.08	13.58	13.51	13.46
60	12.00	10.77	12.03	12.00	12.00
70	10.20	9.27	10.25	10.16	10.10
80	8.00	7.48	8.08	8.00	8.00
90	4.90	-	-	(5.53)	(5.71)

H1 = berekening volgens Dupuit

H2 = berekening volgens Pavlovsky

H3 = berekening volgens Dupuit met kweloppervlak volgens Pavlovsky

H4 = berekening 2 uit tabel 4

H5 = berekening 3 uit tabel 4

De getallen tussen haakjes liggen buiten de dam, maar zijn nodig om het kweloppervlak te kunnen bepalen.

H3, H4 en H5 zijn grafisch weergegeven in fig. 13.

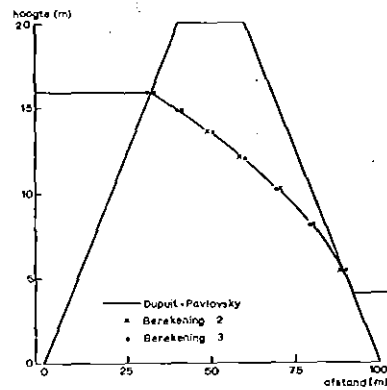


Fig. 13. Resultaten van berekeningen 2 en 3 uit tabel 4, uitgezet met analytische oplossing volgens Dupuit met kweloppervlak berekend volgens Pavlovsky

Verder zijn de resultaten van berekening 4 en 5 (tabel 4) in tabel 5 gegeven.

In fig. 13 zijn de oplossingen die met de computer verkregen zijn, vergeleken met Dupuit + Pavlovsky. Uit deze grafiek blijkt dat de berekening vrij goed overeenkomt met de analytische oplossing. Het verschil aan de rechterzijde kan zitten in het feit dat bij Dupuit + Pavlovsky geen rekening wordt gehouden met de radiale weerstand bij de uitstroming.

4. Tenslotte zijn in tabel 6 de verschillen weergegeven van elke berekening bij de schuine dijk ten opzichte van berekening 5 uit tabel 4. De grote afwijking bij Dupuit zit uiteraard in het feit dat hier geen kweloppervlak aangenomen is. Pavlovsky geeft een grote afwijking. Dit is ook te zien in tabel 5.

De computerberekening met kleinere nauwkeurigheid geeft de kleinste gemiddelde afwijking, maar Dupuit + Pavlovsky geeft de kleinste maximale afwijking. De grotere maximale afwijking tussen de twee computerberekeningen zit in de grotere nauwkeurigheid waarmee de plaats van het kweloppervlak wordt bepaald.

Tabel 6. Maximale en gemiddelde afwijkingen van de analytische oplossingen en computerberekening 2 uit tabel 4 t.o.v. berekening 3 uit tabel 4 (zie ook tabel 5 en fig. 13). De berekeningen zijn gedaan voor de schuine dam

Berekening (tabel 5)	Methode	Max.afw. %	Gem.afw. %
H1	Dupuit	14.19	2.82
H2	Pavlovsky	10.39	9.12
H3	Dupuit + Pavlovsky	1.56	0.93
H4	comp.berekening 2	3.15	0.69

III. BEREKENING VAN DE POTENTIAAL IN EEN PERCEEL DAT OMGEVEN WORDT
DOOR SLOTEN MET CONSTATE POTENTIAAL, TERWIJL IN HET MIDDEN
GEPOMPT WORDT, EN EVENTUEEL VERDAMPING OF NEERSLAG OPTREEDT
(F.E. prog. ICW3.F4)

a. P r o b l e e m

Een van de meest aktuele problemen op het gebied van grondwaterstroming is op het ogenblik wel het drinkwatervraagstuk en de klachten die ontstaan door drinkwateronttrekking (grondwaterstandsverlaging, verzilting). Daarom is in dit verslag ook een hoofdstuk gewijd aan wateronttrekking door een pompput. Dit hoofdstuk en het bijbehorende programma bieden een mogelijkheid om op numerieke wijze te kunnen voorspellen hoeveel bij een gegeven kD -waarde en onttrekking het grondwater zal dalen. Een van de mogelijkheden die het programma verder nog biedt is: infiltratie vanuit sloten (peilverhoging) en de simulatie van neerslag en verdamping.

Het programma wordt toegepast op een vierkant perceel, aan alle zijden omgeven door sloten met constant peil. In het midden van dit perceel wordt nu een put geplaatst. Daar het gebied homogeen en isotroop is genomen, kan nu worden volstaan met een kwart van het gebied in beschouwing te nemen (zie fig. 14).

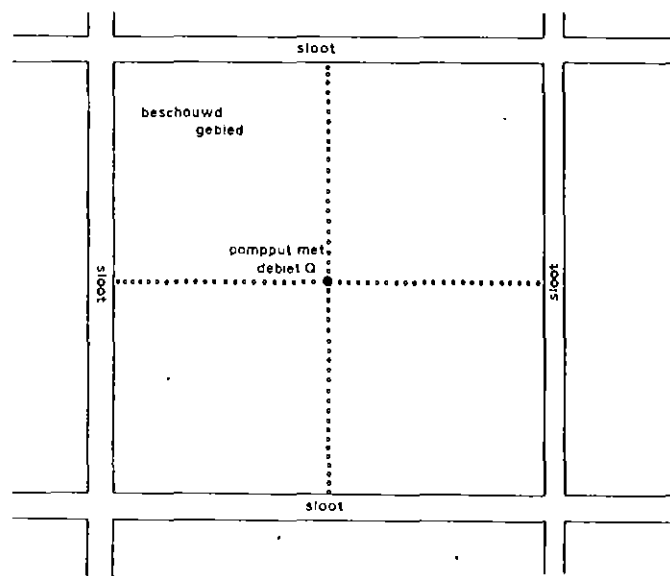


Fig. 14. Beschouwd gebied uit F.E. prog. ICW3.F4

b. E i n d i g e e l e m e n t e n t h e o r i e

Het uitgangspunt van dit 2-dimensionale probleem is de stationaire toestand van de freatische hoogte van het grondwater in fig. 14.

Deze stijghoogte voldoet aan de volgende vergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial x} (k \cdot H \cdot \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k \cdot H \cdot \frac{\partial H}{\partial y}) + p(x,y) = 0 \quad (49)$$

waarin:

x = x-richting

y = y-richting

k = doorlatendheid grond

H = stijghoogte

p = voedingsterm

Indien nu k als constant wordt beschouwd (homogeen gebied) en H maar kleine afwijkingen heeft, kan (49) vereenvoudigd worden tot:

$$A \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + A \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + p(x,y) = 0 \quad (50)$$

waarin:

$$A = kD \approx kH$$

Deze vergelijking krijgt men ook door het minimaliseren van de functionaal (KEUNING, 1975):

$$\Omega(h) = \iint_G (\frac{1}{2} \cdot A \cdot ((\frac{\partial H}{\partial x})^2 + (\frac{\partial H}{\partial y})^2) - p \cdot H) dx dy \quad (51)$$

De oplossing van differentiaalvergelijking (50) kan op meerdere manieren worden verkregen, bijvoorbeeld met de Finite Difference methode (zie de programma's ICW1 en ICW2). In dit programma is de Finite Element methode volgens Raleigh-Ritz (F.E.) toegepast.

Hierbij is het gebied in driehoeken ingedeeld (zie fig. 15). Beschouwen we nu een driehoek met hoekpunten 1, 2 en 3, dan kan voor de potentiaal binnen deze driehoek geschreven worden (zie fig. 16):

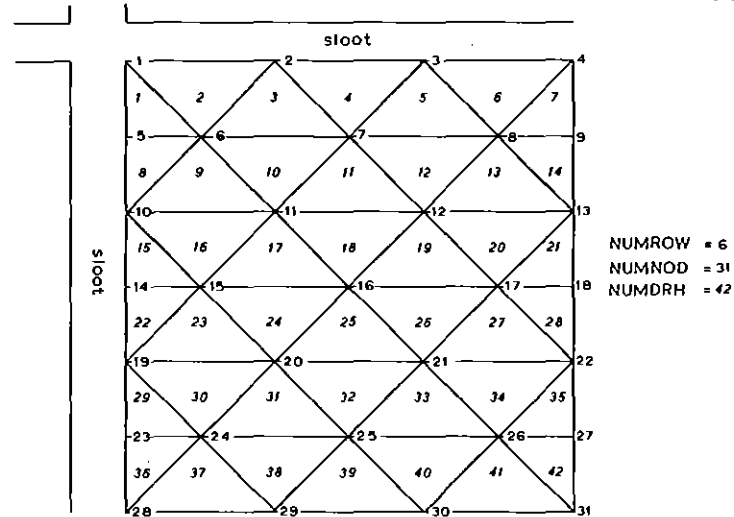


Fig. 15. Indeling van het beschouwde gebied in driehoeken

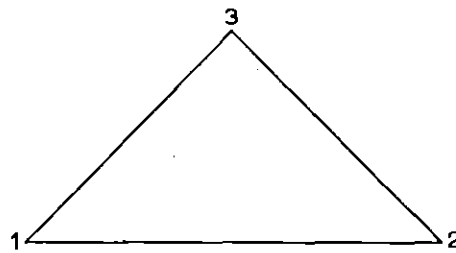


Fig. 16. Driehoek met knooppuntnummering

$$H = \zeta_1^e \cdot H_1 + \zeta_2^e \cdot H_2 + \zeta_3^e \cdot H_3 \quad (52)$$

Nu zijn de ζ_i^e een soort gewichtsfuncties in verhouding van de oppervlakjes van het beschouwde punt en de hoekpunten. Zie fig. 17.

Er geldt:

$$\zeta_1^e = \frac{0_1}{0} \quad (53a)$$

$$\zeta_2^e = \frac{0_2}{0} \quad (53b)$$

$$\zeta_3^e = \frac{0_3}{0} \quad (53c)$$

waarin 0 de oppervlakte van de driehoek is.

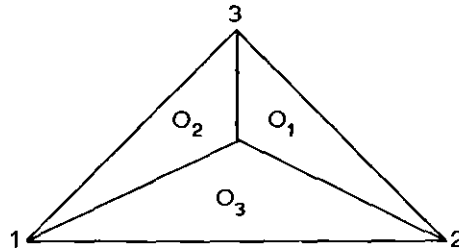


Fig. 17. Driehoek met deeloppervlakjes

In woorden: de potentiaal in een punt i wordt berekend uit de potentialen in de hoekpunten van de driehoek waarbinnen punt i ligt. Hierbij wordt echter niet het gemiddelde genomen, doch er wordt met gewogen oppervlakjes gewerkt. Hier volgt weer uit dat de ζ_i^e afhankelijk is van de x - en y -coördinaat van punt i . Ofwel:

$$H = H_1 \cdot \zeta_1^e(x,y) + H_2 \cdot \zeta_2^e(x,y) + H_3 \cdot \zeta_3^e(x,y) \quad (54)$$

De functies ζ_i^e heten basisfuncties of local coördinate functions.

Omdat in punt 1, $H = H_1$, volgt dat $\zeta_1^e = 1$ in punt 1, 0 in punt 2 en 3. Dit geldt analoog voor ζ_2^e en ζ_3^e . Dus:

$$\zeta_i^e(x_i, y_i) = 1 \quad (55a)$$

$$\zeta_i^e(x_j, y_j) = 0 \text{ als } j \neq i \quad (55b)$$

waarbij j en i de mogelijke hoekpuntnummers van een driehoek zijn.

Voor de functie ζ_i^e kan in principe elke functie van x en y worden genomen, mits de afgeleiden maar continu zijn en er aan voorwaarde (55) wordt voldaan.

Tot nu toe hebben we alleen de functies in een driehoek beschouwd. Voor een bepaald hoekpunt i kan echter voor iedere aangrenzende driehoek (52) worden opgesteld. Al deze ζ_i^e zijn 1 in punt i en 0 in de overige punten. Stelt men deze functies nu samen tot een functie ζ_i dan kan in plaats van (52) nu worden geschreven:

$$H = \sum_{n=1}^N H_n \cdot \zeta_n(x,y) \quad (56)$$

waarin N het aantal knooppunten in G is.

De functie ζ_n wordt nu de samengestelde functie of global coordinate function genoemd.

Een van de eenvoudigste basisfuncties is de lineaire:

$$\zeta_n^e = a_{1n} + a_{2n} \cdot x + a_{3n} \cdot y \quad (57)$$

Van deze functie zijn de afgeleiden constant en gemakkelijk te bepalen, zoals zal worden aangetoond..

Gaat men nu ζ_i tekenen voor een punt i met als basisfunctie (57), dan ontstaat de pyramidevormige figuur uit fig. 18. Ook uit deze figuur is te zien dat

$$\zeta_n = \bigcup_e \zeta_n^e \quad (58)$$

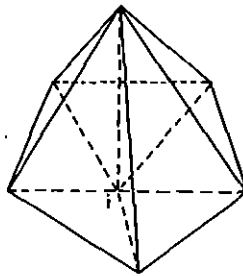


Fig. 18. Voorbeeld van samengestelde functie ζ_i

Met deze gegevens kunnen we nu de functionaal (51) gaan minimaliseren:

$$\text{Stel} \quad H_k = \frac{\partial H}{\partial k}, \quad k=x \text{ of } k=y \quad (59)$$

$$\text{en} \quad F = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \left(\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right) - p \cdot H \quad (60)$$

$$\text{dan is: } \frac{\partial F}{\partial H_x} = A \cdot H_x = A \cdot \sum_n H_n \cdot \frac{\partial \zeta_n}{\partial x} \quad (61)$$

$$\text{en } \frac{\partial F}{\partial H_y} = A \cdot H_y = A \cdot \sum_n H_n \cdot \frac{\partial \zeta_n}{\partial y} \quad (62)$$

Om de functionaal (51) te minimaliseren moet gelden:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial H_k} = 0 \quad (k=x \text{ of } k=y) \quad (63)$$

Hierdoor ontstaat de volgende vergelijking:

$$\sum_{n=1}^N H_n \cdot \int_{\underline{G}} A \cdot \left\{ \frac{\partial \zeta_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta_i}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \zeta_i}{\partial y} \right\} dx dy - \int_{\underline{G}} p \cdot \zeta_i \cdot dx dy = 0 \quad (64)$$

waarin $\underline{G}$ dat deel van G is dat door de driehoekjes wordt bedekt.

De index n is een sommatie-index. Er zijn, bij een totaal van N knooppunten, N vergelijkingen met N onbekenden ontstaan. Verg. (64) kan nu ook als volgt worden geschreven:

$$\sum_{n=1}^N a_{in} \cdot H_n = b_i \quad (65)$$

waarin:

$$a_{in} = \int_{\underline{G}} A \cdot \left\{ \frac{\partial \zeta_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta_i}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \zeta_i}{\partial y} \right\} dx dy \quad (66)$$

$$b_i = \int_G p \cdot \zeta_i \cdot dx dy \quad (67)$$

Door voor ζ_i^e nu de lineaire functie te kiezen, gegeven door verg. (57), is ζ_i ook lineair, en a_{in} en b_i gemakkelijk te bepalen, waardoor een lineair stelsel vergelijkingen overblijft, wat kan worden opgelost.

c. B e p a l i n g b a s i s f u n c t i e s ζ_n^e

Uit bovenstaande theorie, en speciaal uit verg. (66) blijkt dat men slechts de afgeleiden van ζ_i hoeft te kennen om het stelsel op te stellen. De samengestelde functie ζ_i is echter opgebouwd uit de basisfuncties ζ_i^e , zodat men kan volstaan met de afgeleiden van ζ_i^e te berekenen.

Schrijven we verg. (57) even in een iets eenvoudiger vorm:

$$\zeta_n^e = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y \quad (68)$$

dan blijkt:

$$\frac{\partial \zeta_n^e}{\partial x} = a_2 \quad (69)$$

$$\frac{\partial \zeta_n^e}{\partial y} = a_3 \quad (70)$$

Kijken we nu weer naar fig. 16, dan kunnen we voor ζ_1^e schrijven:

$$\zeta_1^e = 1 \quad \text{in punt 1} \quad (71a)$$

$$\zeta_1^e = 0 \quad \text{in punt 2} \quad (71b)$$

$$\zeta_1^e = 0 \quad \text{in punt 3} \quad (71c)$$

Combineren we nu (68) met (71) dan ontstaat het stelsel:

$$a_1 + a_2 \cdot x_1 + a_3 \cdot y_1 = 1 \quad (72a)$$

$$a_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot y_2 = 0 \quad (72b)$$

$$a_1 + a_2 \cdot x_3 + a_3 \cdot y_3 = 0 \quad (72c)$$

Om dit stelsel op te lossen zijn vele methoden bekend. Hier is de volgende toegepast:

$$a_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & y_1 \\ 1 & 0 & y_2 \\ 1 & 0 & y_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}} \quad (73a)$$

$$a_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 1 \\ 1 & x_2 & 0 \\ 1 & x_3 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}} \quad (73b)$$

Analoog kan ook de a_1 berekend worden, doch dit is niet noodzakelijk voor het verdere rekenwerk.

Op deze manier kan men voor alle driehoeken en alle hoekpunten de a_2 en a_3 berekenen, zodat de afgeleiden van de basisfuncties ζ_n^e bekend zijn en dus ook die van de samengestelde functies ζ_n .

Kijken we nu naar de a_{in} uit verg. (66), dan zien we dat nu geschreven kan worden:

$$a_{in}^e = \iint A.C.dxdy = A.C.O \quad (74)$$

waarin:

C = constante

O = oppervlak driehoek i .

Hierin is a_{in}^e de bijdrage van driehoek e tot a_{in} . Dus:

$$a_{in} = \sum_e a_{in}^e \quad (75)$$

(WITHERSPOON en NEUMAN, 1973).

De b_i kan nu ook berekend worden:

$$b_i = \int_G p \cdot \zeta_i \cdot dx \cdot dy = \frac{1}{3} \cdot p \cdot O_i \quad (76)$$

dankzij het feit dat ζ_i pyramidevormig is met topwaarde = 1 (zie fig. 18).

In (76) is O_i = de som van de oppervlakken van driehoeken die punt i als hoekpunt hebben.

Deze b_i heeft de dimensie van een voeding $m^3 \cdot etm^{-1}$. Vindt in een punt i nu nog een extra voeding of onttrekking plaats, dan telt men deze bij de b_i op (resp. trekt af).

d. P r o g r a m m a

Ook dit programma is opgebouwd uit een hoofdprogramma en meerdere subprogramma's (SUBROUTINE's en FUNCTION's). Alvorens deze programma's te bespreken, eerst een verklaring van de gebruikte variabelen.

ALFA(I,J) = a_{ij} = I-de element van J-de rij van matrix ALFA
 BETA(I) = b_i
 X(I) = x-coördinaat van punt i
 Y(I) = y-coördinaat van punt i
 OPP = oppervlak van een driehoek
 NODE(K,J) = k-de hoekpunt van driehoek j ($k = 1, 2, 3$)
 A21, A22 = a_2 uit verg. (68)
 A31, A32 = a_3 uit verg. (68)
 GROOT = lengte van het beschouwde stuk land
 NUMROW = aantal rijen driehoeken dat wordt gebruikt
 PERCIP = neerslag $[m^3 \cdot m^{-2} \cdot etm^{-1}]$
 ONTTR = onttrekking in punt rechtsonder $[m^3 \cdot etm^{-1}]$
 GEGPOT = slootpotentiaal
 NUMNOD = aantal ontstane knooppunten (max. 61)
 NUMDRH = aantal ontstane driehoeken (max. 110)

De programmaonderdelen:

H o o f d p r o g r a m m a: Dient voor het vastleggen van de array grenzen en het inlezen van de gegevens. Roept de subprogramma's aan voor de berekening en de uitvoer.

KNOOP: Berekent de knooppunten van de driehoeken wanneer de lengte van het stuk land (GROOT) en het aantal rijen (NUMROW) gegeven zijn. Dit geschiedt volgens het patroon uit fig. 15

XYCO: Bepaalt de x- en y-coördinaten van de knooppunten

DET: FUNCTION dat de determinant van een 3 bij 3 matrix berekent

ALFA1: Berekent de a_{in} uit verg. (65) met behulp van verg. (66), (74) en (75)

BETA1: Berekent de b_i uit verg. (65) met behulp van verg. (76)

SOLVE: Zorgt voor de oplossing van het stelsel uit verg. (65). Hierbij wordt gebruik gemaakt van de SSP-library subroutine GELG

HALUIT: Subroutine die zorgt voor het invoeren van de bekende slootpotentiaal

A23: FUNCTION om a_2 en a_3 uit verg. (68) te berekenen

OPP: FUNCTION dat de oppervlakte van een driehoek kan berekenen.

Wat betreft het subprogramma HALUIT kan het volgende nog worden opgemerkt:

Zoals uit fig. 15 blijkt, zijn er in het gebied punten die aan de sloten liggen, en waarvan dus de stijghoogte bekend mag worden verondersteld. Dit kan op twee manieren worden ingevoerd in het programma:

1. Voor de punten waarvan de potentiaal gegeven is wordt geen vergelijking opgesteld. Hierdoor ontstaan nu N' vergelijkingen met N variabelen, waarin N = aantal knooppunten en N' = aantal knooppunten - aantal knooppunten waarin de stijghoogte bekend is. Dit stelsel is niet oplosbaar, zodat nu eerst de bekende stijghoogten vermenigvuldigd met de bijbehorende a_{in} naar de rechter-

zijde van het =-teken moeten worden gebracht, en vervolgens een N' bij N' matrix worden gevormd (KEUNING, 1975).

2. Voor alle knooppunten wordt een vergelijking opgesteld. Dan ontstaat dus het volgende stelsel:

$$\begin{array}{rcl} a_{11} \cdot H_1 + \dots + a_{m1} \cdot H_m & = & b_1 \\ | & & | \\ | & & | \\ | & & | \\ a_{1m} \cdot H_1 + \dots + a_{mm} \cdot H_m & = & b_m \end{array} \quad (77)$$

Stelt men nu H_p bekend dan wordt:

$$\begin{aligned} \text{Voor rij } p: \quad a_{pp} &= 1 \\ b_p &= H_p \\ a_{ip} &= 0 \quad (i \neq p) \end{aligned} \quad (78a)$$

$$\begin{aligned} \text{Voor rij } j \ (j \neq p): \quad b_j &= b_j - a_{pj} \cdot H_p \\ a_{pj} &= 0 \end{aligned} \quad (78)$$

Hierdoor blijft een $m \times m$ matrix bestaan. Zowel de rijen als de kolommen met nummers waarvan de stijghoogten in de punten bekend zijn bevatten dan nullen, behalve het diagonaal element, dat 1 wordt. De matrix blijft symmetrisch. (NEUMAN, FEDDES and BRESLER, 1974).

In dit programma is de tweede manier gekozen. Dit omdat deze veel algemener toepasbaar is. Bij de eerste manier moet reeds bij het berekenen van de elementen van de matrix bekend zijn welke punten een gegeven stijghoogte hebben. Wil men een ander punt een bekende potentiaal geven, dan moet de hele matrix opnieuw berekend worden, terwijl bij de tweede methode dan slechts het laatste gedeelte (subroutine HALUIT) aangepast behoeft te worden. Hierbij hoeven nog niet eens veranderingen in het programma ingevoerd te worden. Indien met de bekende punten van tevoren definieert, kan men dit zo in het subprogramma binnenvoeren.

Een ander voordeel is het overzichtelijk blijven van de matrix

met uitkomsten. Indien de eerste methode wordt toegepast moet later de bekende stijghoogte in de array met uitkomsten worden gebracht, indien men tenminste een logische nummering van de stijghoogten wil hebben, een nummering die overeenkomt met die van de knooppunten.

Wil men bij de eerste methode een bekende stijghoogte vervangen door een bekende flux, dan moet het hele stelsel weer overnieuw berekend worden. Dit is bij de tweede methode niet nodig, indien men de matrix ALFA niet verandert gedurende het verdere programma. Een van de mogelijkheden voor dit probleem zou zijn, indien men met dezelfde matrix meerdere berekeningen wil uitvoeren (bekende stijghoogten, die variëren, of in plaats van bekende stijghoogte een bekende flux), deze matrix op schijf (in een datafile) te zetten. Dan is het niet noodzakelijk deze iedere keer opnieuw te berekenen, wat vooral bij grote aantallen knooppunten (hierbij denk ik aan 150 en meer) efficient kan werken.

Het programma geeft de volgende uitvoer:

1. Een overzicht van de gegevens, zoals lengte land, slootpotentiaal, neerslag, onttrekking, aantal rijen driehoeken, aantal driehoeken en aantal knooppunten.
2. De stijghoogte in de knooppunten, met de coördinaten van deze knooppunten.

e. R e s u l t a t e n e n c o n c l u s i e s

Het programma is toegepast op 5 gevallen, zoals aangegeven in tabel 7. In geval A is een onttrekking door een pompput van $25 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$. Het geval B wordt evenveel gepompt, doch zijn de slootpotentialen opgezet tot 1 m. In geval C worden de slootpotentialen weer nul, het pompen is gestopt, maar er valt neerslag. In het geval D blijft de slootpotentiaal 0, het blijft regenen en de pomp begint ook weer te werken. Het laatste geval E, is identiek aan A, doch nu zijn er meer driehoeken toegepast, namelijk 8 rijen, terwijl in voorgaande 4 gevallen is gerekend met 6 rijen driehoeken.

Nu kunnen we het volgende opmerken:

Tabel 7. De doorgerekende gevallen met hun rekentijden

Nr.	Lengte land GROOT [m]	Aantal rijen NUMROW	Slootpotentiaal GEGPOT [m]	Neerslag PERCIP [m ³ .m ⁻² .etm ⁻¹]	Onttrekking ONTTR [m ³ .etm ⁻¹]	CPU [sec]
A	1200	6	0	0	25	3.60
B	1200	6	1	0	25	3.61
C	1200	6	0	0.000125	0	3.60
D	1200	6	0	0.000125	25	3.60
E	1200	8	0	0.000125	25	7.81

1. De rekentijden voor de eerste 4 gevallen variëren uiterst weinig. De kleine variatie kan worden toegeschreven aan de swapping-time (tijd die nodig is om het programma in het werkgeheugen te plaatsen), die varieert naarmate er meer of minder gebruikers zijn (time-sharing). Het is wel duidelijk dat vergroting van het aantal knooppunten de rekentijd aanzienlijk doet toenemen. Dit zit hem vooral in het opstellen van de matrix ALFA en het oplossen van het stelsel vergelijkingen.
2. Er is gewerkt met een kD van $25 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ en de waarden van onttrekking en neerslag zijn hieraan aangepast. De kD kan men eenvoudig veranderen door de A in de subroutine ALFA1 te veranderen. Deze verandering zal uiteraard andere resultaten opleveren, zodat dit programma ook kan worden gebruikt om de invloed van de kD -waarde op de daling van het grondwater te onderzoeken.
3. In dit programma is uitgegaan van een homogeen gebied. Wil men echter een niet-homogeen gebied beschouwen, dan kan dit zonder moeilijkheden worden ingevoerd door de kD -waarden in een array te plaatsen en deze voor elk knooppunt apart te definiëren. Hierdoor kan de kD -waarde van punt tot punt verschillen.
4. Uiteraard moet men wel goed in de gaten houden dat de resultaten van dit programma de stationaire eindwaarden zijn. Het geeft geen veranderingen in de tijd aan. Het is dus zeer wel mogelijk dat de toestanden, zoals ze in de volgende punten worden beschreven, pas na dagen optreden. Zo zal de evenwichtstoestand van pomp + neerslag pas optreden als er een hele tijd een neerslag met constante intensiteit is gevallen.
5. De resultaten van de berekende gevallen zijn weergegeven in tabel 8 en fig. 19. Om deze punt voor punt door te nemen:
Fig. 19A: Alleen de pomp werkt, de slootpotentiaal wordt constant op 0 gehouden. In de figuur zijn enkele equipotentiaal-lijnen getekend. Uit de afstand tussen deze lijnen kan men nu weer het debiet berekenen dat per meter doorsnede naar de put stroomt en hierbij de stroomlijnen tekenen.

Tabel 8. Stijghoogten in het gebied uit fig. 15, berekend met de
prog. ICW3.F4. De lengte van het gebied is 1200 m, het is
ingedeeld in 6 rijen driehoeken

	Debiet	ONTTR	25.00	25.00	0.00	25.00
	Neerslag	PERCIP	0.00	0.00	0.125E-3	0.125E-3
	Slootpotentiaal	GEGPOT	0.00	1.00	0.00	0.00
Punt nr	X-coord. [m]	Y-coord. [m]	A [m]	B [m]	C [m]	D [m]
1	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
2	400.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
3	800.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
4	1200.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
5	0.00	200.00	0.00	1.00	0.00	0.00
6	200.00	200.00	-0.03	0.97	0.14	0.08
7	600.00	200.00	-0.09	0.91	0.29	0.16
8	1000.00	200.00	-0.14	0.86	0.35	0.19
9	1200.00	200.00	-0.15	0.85	0.35	0.19
10	0.00	400.00	0.00	1.00	0.00	0.00
11	400.00	400.00	-0.13	0.87	0.39	0.22
12	800.00	400.00	-0.24	0.76	0.58	0.30
13	1200.00	400.00	-0.31	0.69	0.63	0.32
14	0.00	600.00	0.00	1.00	0.00	0.00
15	200.00	600.00	-0.09	0.91	0.28	0.16
16	600.00	600.00	-0.29	0.71	0.65	0.34
17	1000.00	600.00	-0.46	0.54	0.81	0.39
18	1200.00	600.00	-0.50	0.50	0.82	0.38
19	0.00	800.00	0.00	1.00	0.00	0.00
20	400.00	800.00	-0.24	0.76	0.57	0.30
21	800.00	800.00	-0.54	0.46	0.87	0.40
22	1200.00	800.00	-0.78	0.22	0.97	0.38
23	0.00	1000.00	0.00	1.00	0.00	0.00
24	200.00	1000.00	-0.13	0.87	0.34	0.18
25	600.00	1000.00	-0.44	0.56	0.80	0.39
26	1000.00	1000.00	-0.97	0.03	1.01	0.35
27	1200.00	1000.00	-1.20	-0.20	1.03	0.29
28	0.00	1200.00	0.00	1.00	0.00	0.00
29	400.00	1200.00	-0.29	0.71	0.62	0.32
30	800.00	1200.00	-0.71	0.29	0.96	0.40
31	1200.00	1200.00	-2.09	-1.09	1.07	0.02

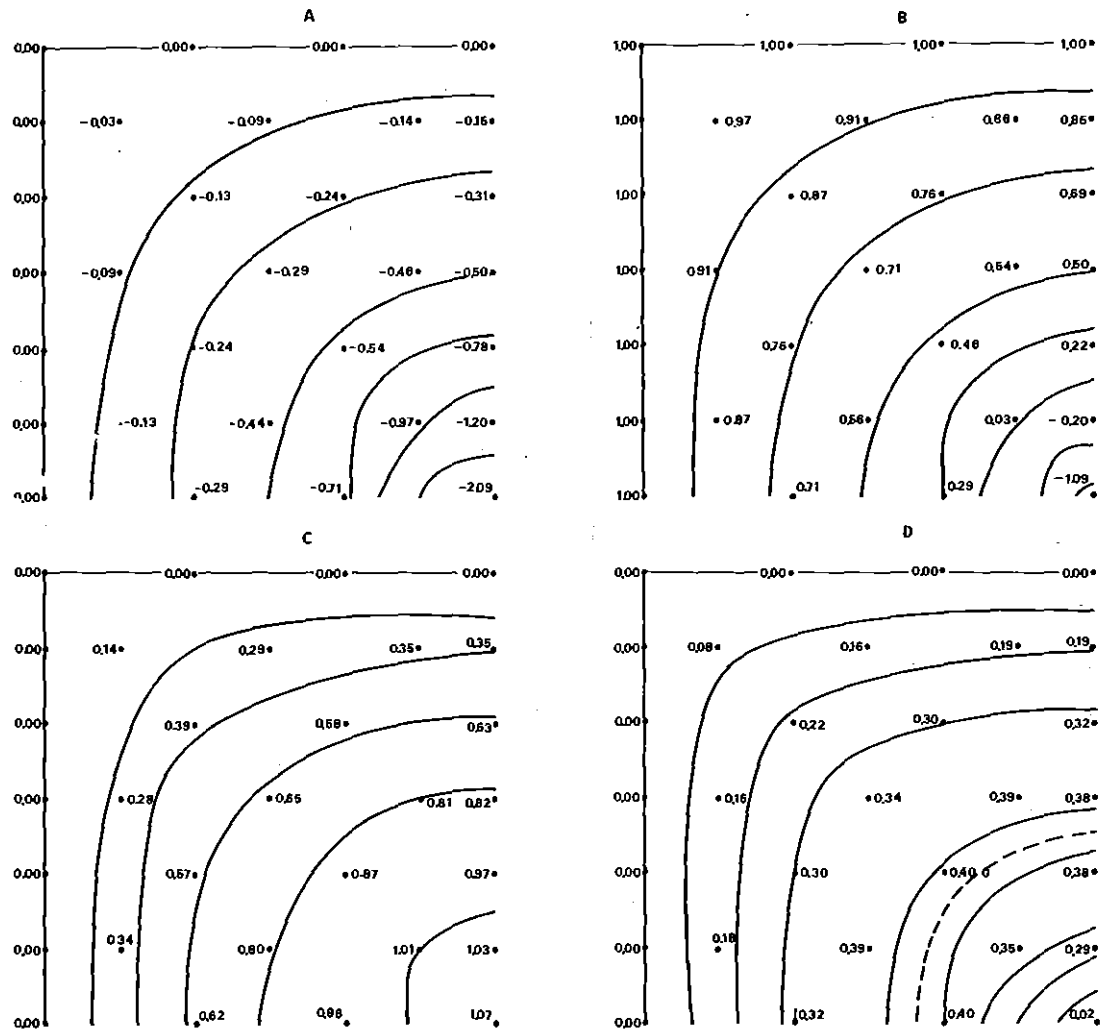


Fig. 19. Stijghoogten uit tabel 8

	Debiet	Neerslag	Slootpotentiaal
A:	25	0	0
B:	25	0	1
C:	0	$0,125 \times 10^{-3}$	0
D:	25	$0,125 \times 10^{-3}$	0

Fig. 19B: Als fig. 19A, doch hierbij zijn de slootpeilen 1 m opgezet. Nu blijkt uit de figuur en tabel dat in het gehele gebied de stijghoogten met 1 m toenemen.

Fig. 19C: Nu valt er neerslag, en de pomp is uitgeschakeld. Hierbij is ook te zien dat deze neerslag een grotere stijghoogte verandering veroorzaakt naarmate men verder van de sloten verwijderd is.

Fig. 19D: In fig. 19C heeft men de pomp weer ingeschakeld. Nu ontstaat de figuur 19D. De neerslag heeft 2 mogelijkheden om tot afvoer te komen: naar de sloten of naar de pompput. In de figuur is nu ook duidelijk de waterscheiding te zien (gestreept getekend).

6. In de in fig. 19 aangegeven gevallen treedt soms een kleine afwijking op van de x-richting ten opzichte van de y-richting. In deze richtingen horen de resultaten op dezelfde punten hetzelfde te zijn. Dat dit niet zo is ligt aan de driehoek-indeling, waardoor in de x-richting soms minder punten zijn dan in de y-richting, waardoor de nauwkeurigheid in de y-richting groter zal zijn dan die in de x-richting. Bij deze methode is het namelijk zo dat (in het algemeen) de nauwkeurigheid toeneemt met het aantal knooppunten.
7. Met dit programma kan men nog veel meer dingen doen dan boven besproken. Simulatie van verdamping is mogelijk door invoer van negatieve neerslag, kwel in één of meer punten is mogelijk door invoeren van een negatieve onttrekking in de knooppunten. Met een kleine uitbreiding is het mogelijk om bij een gegeven onttrekking en slootpotentiaal een optimale watergift door irrigatie te bepalen, zodanig dat de stijghoogte zo goed mogelijk aan een bepaald criterium blijft voldoen. Natuurlijk kan men dan ook een van de andere parameters optimaliseren.
8. Dit programma is zonder meer toepasbaar op een verticale doorsnede.

IV. BEREKENING VAN HET POTENTIAALVERLOOP ONDER EEN DAM (FE.prog. UNSAT1)

Het probleem in dit hoofdstuk is identiek aan dat in hoofdstuk II, maar wordt hier aangepakt met de Finite Element Method. Voor de hoofdlijnen van de theorie wordt verwezen naar hoofdstuk III.

a. O p s t e l l e n v a n d e v e r g e l i j k i n g e n

Daar bij dit probleem de gebiedsgrenzen (vrij water oppervlak en kwel oppervlak) ingewikkelder zijn dan bij het probleem in hoofdstuk III, zal hier eerst de functionaal, die wordt gebruikt in plaats van de normale differentiaalvergelijkingen, worden afgeleid. Het belangrijkste in deze afleiding is de vergelijking van Euler (KEUNING, 1975).

De vergelijking voor het één-dimensionale geval wordt gevonden door de volgende functionaal te minimaliseren:

$$\Omega(H) = \int_G F(H, H', x) \cdot dx \quad (79)$$

en levert dan:

$$\frac{\partial F}{\partial H} - \frac{d}{dx} \cdot \frac{\partial F}{\partial H'} = 0 \quad (x \in G) \quad (80)$$

Dit is de vergelijking van Euler, met $H' = \frac{dH}{dx}$.

Voor het tweedimensionale geval gaan we uit van

$$\Omega(H) = \iint_G F(H, H_x, H_y, x, y) \cdot dx \cdot dy \quad (81)$$

waarin: $H_x = \frac{\partial H}{\partial x}$

en $H_y = \frac{\partial H}{\partial y}$

en vinden dan

$$\frac{\partial F}{\partial H} - \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial H_x} - \frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{\partial F}{\partial H_y} = 0 \quad (x, y \in G) \quad (82)$$

Bij dit probleem wordt weer uitgegaan van verg. (49):

$$\frac{\partial}{\partial x} (k \cdot H \cdot \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k \cdot H \cdot \frac{\partial H}{\partial y}) + p(x, y) = 0 \quad (49)$$

Bekijken we nu fig. 20, dan kunnen we hiervoor de volgende randvoorwaarden opstellen:

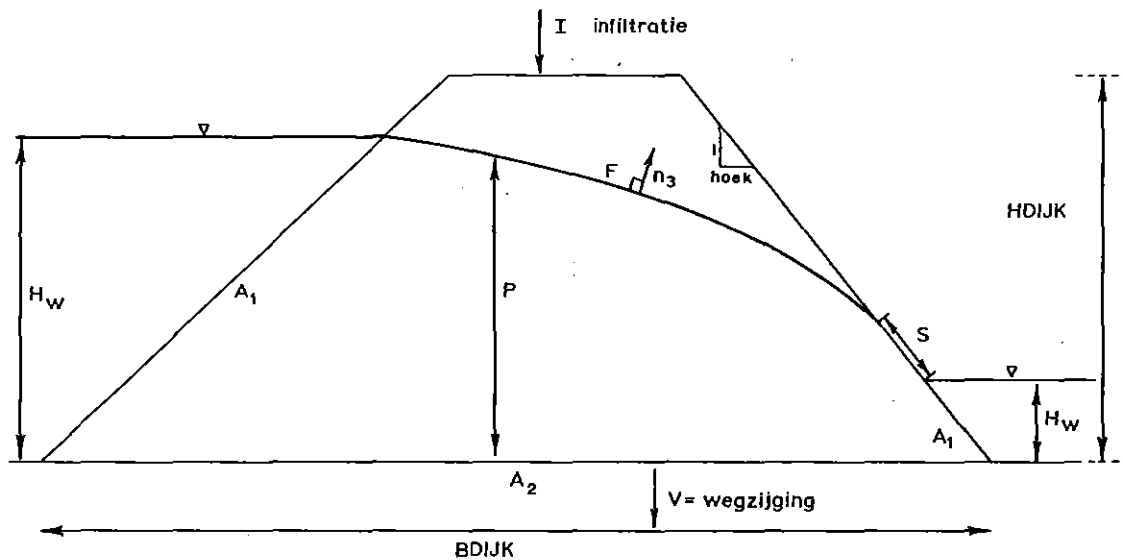


Fig. 20. De dam met zijn maten en variabelen, zoals toegepast in ICW4.F4

$$\frac{\partial}{\partial x} (K \cdot \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K \cdot \frac{\partial H}{\partial y}) = 0 \quad (83a)$$

$$H = H_w \text{ op } A_1 \quad (83b)$$

$$K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} = -V \text{ op } A_2 \quad (83c)$$

$$H = x_3 \text{ op } S \quad (83d)$$

$$H = p \text{ op } F \quad (83e)$$

$$K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} = I \cdot n_3 \text{ op } F \quad (83f)$$

Passen we nu (80) en (82) toe op de vergelijkingen (83a-f), dan ontstaan achtereenvolgens:

$$\begin{aligned} & \iint_R \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right) \cdot dx \cdot dy \\ &= \int_R \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right) \cdot dR \end{aligned} \quad (84a)$$

$$- \int_{A_1} (H - H_w) \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot dA \quad (84b)$$

$$\int_{A_2} V \cdot H \cdot dA \quad (84c)$$

$$- \int_S (H - x_3) \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot dA \quad (84d)$$

$$- \int_F (H - p) \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot dA \quad (84e)$$

$$- \int_F p \cdot I \cdot n_3 \cdot dA \quad (84f)$$

(Zie ook WITHERSPOON en NEUMAN, 1973)

De functionaal heeft in dit geval 2 variabelen: H en p. Voegt men nu de delen van (84) samen, dan ontstaat de functionaal:

$$\begin{aligned} \Omega(H, p) = & \int_R \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right) \cdot dR - \int_{A_1} (H - H_w) \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot dA \\ & + \int_{A_2} V \cdot H \cdot dA - \int_S (H - x_3) \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot dA - \end{aligned}$$

$$\int_F (H-p) \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot dA - \int_F p \cdot I \cdot n_3 \cdot dA \quad (85)$$

Daar dit probleem 2 parameters heeft (H en p) kan het niet in één stap worden opgelost. Daarom worden 2 stappen gebruikt:

stap 1: beschouw alleen de randvoorwaarden die betrekking hebben op de stijghoogte H en bereken hiermee in ieder punt de waarde van Q

stap 2: verander de flux op de plaatsen waar deze voorgeschreven is en los het stelsel weer op.

Indien nu een te grote afwijking optreedt tussen de nieuw-berekende waarde en de oude, worden de knooppunten aangepast en opnieuw met stap 1 begonnen.

De vergelijking die voor stap 1 wordt gebruikt luidt:

$$\Omega(H) = \int_R \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right) \cdot dR + \int_{A_2} V \cdot H \cdot dA \quad (86)$$

Die voor stap 2:

$$\begin{aligned} \Omega(H) = \int_R \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right) \cdot dR + \int_S H \cdot V_s \cdot dA + \\ \int_{A_2} V \cdot H \cdot dA - \int_F p \cdot I \cdot n_3 \cdot dA \end{aligned} \quad (87)$$

Hierin is V_s de hoeveelheid water die via het kweloppervlak verdwijnt, V de hoeveelheid die door de dijkbasis verdwijnt per meter lengte, en I de infiltratie door neerslag.

Deze vergelijkingen zijn afgeleid door van (85) de betreffende termen weg te laten. Bij stap 1 zijn dit de termen 2, 4, 5 en 6. Bij stap 2 de termen 2 en 5. Daar nu bij beide vergelijkingen geen termen met p voorkomen is weer overgegaan op $\Omega(H)$.

Gaan we nu over op basisfuncties door voor een driehoek-punt te stellen:

$$H = \sum_e H_n \cdot \zeta_n^e \quad (88)$$

dan wordt:

$$\Omega(H) = \Omega(H^N) = \Omega(H_n \cdot \zeta_n^e) = \sum_e \Omega(H_n \cdot \zeta_n^e) = \sum_e \Omega^e(H) \quad (89)$$

Vullen we dit in in de verg. (86) en (87), dan ontstaan:

$$\Omega^e(H) = \int_{R^e} \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial \zeta_m^e}{\partial x} H_m \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_n^e}{\partial y} H_n \right)^2 \right) \cdot dR^e + \int_{A_2^e} V \cdot H_n \cdot \zeta_n^e \cdot dA^e \quad (90)$$

en

$$\begin{aligned} \Omega^e(H) = & \int_{R^e} \frac{1}{2} \cdot K \cdot \left(\left(\frac{\partial \zeta_m^e}{\partial x} H_m \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_n^e}{\partial y} H_n \right)^2 \right) \cdot dR^e + \int_S H_n \cdot \zeta_n^e \cdot V_s \cdot dA^e \\ & - \int_F H_n \cdot \zeta_n^e \cdot I \cdot n_3 \cdot dA^e \end{aligned} \quad (91)$$

Stellen we nu $\Lambda = K$, dan kan de eerste term uit (90) en (91) geschreven worden als $\Lambda A_{nm} H_m$ volgens (66).

De overige termen worden berekend door te differentiëren naar H_n :

Zo is de afgeleide van de tweede term uit (90):

$$\frac{d}{dH_n} = \int_{A_2^e} V \cdot \zeta_n^e \cdot dA^e \quad (92)$$

en die van de laatste termen van (91):

$$\frac{d}{dH_n} = \int_S \zeta_n^e \cdot V_s \cdot dA^e - \int_F \zeta_n^e \cdot I \cdot n_3 \cdot dA^e \quad (93)$$

Nu kan voor (92) worden berekend:

$$\int_{A_2^e} V \cdot \zeta_n^e \cdot dA^e = V \cdot \int_{A_2^e} \zeta_n^e \cdot dA^e = V \cdot \left(\frac{1+0}{2} \right) \cdot A^e = - \frac{1}{2} \cdot Q_n^e \quad (94)$$

(zie fig. 21)

zodat nu (90) na geminimaliseerd te zijn geschreven kan worden als

$$AA_{nm}^e \cdot H_m - \frac{1}{2} \cdot Q_n^e = 0 \quad (95)$$

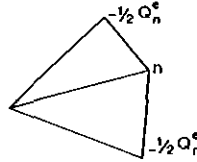


Fig. 21. Berekening Q_n^e volgens verg. (94)

Voor het hele gebied geldt dan

$$\sum_e AA_{nm}^e \cdot H_m + \sum_e \frac{1}{2} \cdot Q_n^e = 0 \quad (96)$$

Ook is

$$\sum_e A_{nm}^e = A_{nm} \quad \text{en} \quad \sum_e \frac{1}{2} \cdot Q_n^e = Q_n \quad (97)$$

zodat (96) ook geschreven kan worden als

$$\sum_{m=1}^N AA_{nm} \cdot H_m = Q_n \quad (98)$$

waarin N het totaal aantal knooppunten is. Ontstaan is dus weer een stelsel van N vergelijkingen met N onbekenden.

Laten we vervolgens (93) nader beschouwen. Analoog aan (94) kunnen we schrijven:

$$\int_S \zeta_n^e \cdot v_s \cdot dA^e = - \frac{1}{2} S_n^e \quad (99)$$

en

$$\int_F \zeta_n^e \cdot I \cdot n_3 \cdot dA^e = - \frac{1}{2} p_n^e \quad (100)$$

zodat (91) nu geminimaliseerd geschreven kan worden als

$$AA_{nm}^e \cdot H_m - \frac{1}{2} \cdot S_n^e + \frac{1}{2} \cdot p_n^e = 0 \quad (101)$$

of voor het hele gebied:

$$\sum_{m=1}^N AA_{nm} \cdot H_m = S_n - P_n \quad (102)$$

Zoals nu blijkt wordt bij stap 1 de Q_n berekend volgens (98), dus H_m vermenigvuldigd met AA_{nm} . Stap 2 wil zeggen: pas de desbetreffende Q aan volgens (102), dus bereken voor die punten $S_n - P_n$, en los dan (102) op voor H_n .

Als beginwaarde wordt de stijghoogte volgens Dupuit genomen.

b. P r o g r a m m a

Bovenstaande theorie is toegepast om een programma te schrijven dat de potentiaal onder een dam berekent. Bij het testen van de subroutines bleek echter al dat dit programma veel tijd (CPU-time) zou gaan kosten (+ 3 minuten). Daar er echter nog een andere methode bestond met gebruikmaking van de bovenstaande theorie, die veel vlugger tot resultaten leidt, is de theorie hier in iets gewijzigde vorm toegepast.

Gebruik werd gemaakt van het programma UNSAT1 en een stromingsgeval zoals beschreven door NEUMAN (1972). Dit programma rekent de waterstroming uit in een verzadigd-onverzadigd poreus medium. Om ook deze theorie te beschrijven valt buiten het kader van dit onderzoek. Bij dit programma moeten wel de $\psi(\theta)$ en $k(\psi)$ relaties van de grond bekend zijn. Ook moet men eerst zelf de plaats van de knooppunten bepalen.

c. R e s u l t a t e n e n c o n c l u s i e s

Bovengenoemd programma is toegepast op het geval van een rechte dam die 2 m hoog is en 3 m breed (fig. 22). De waterspiegel is in het begin op een constante hoogte van 1,43 m boven de ondoorlaatbare bodem van de dam. In de onverzadigde zone heerst praktisch evenwicht. Op het tijdstip $t = 0$ wordt de waterspiegel links van de dam plotseling verlaagd tot 0,80 m. Het probleem is nu de positie van

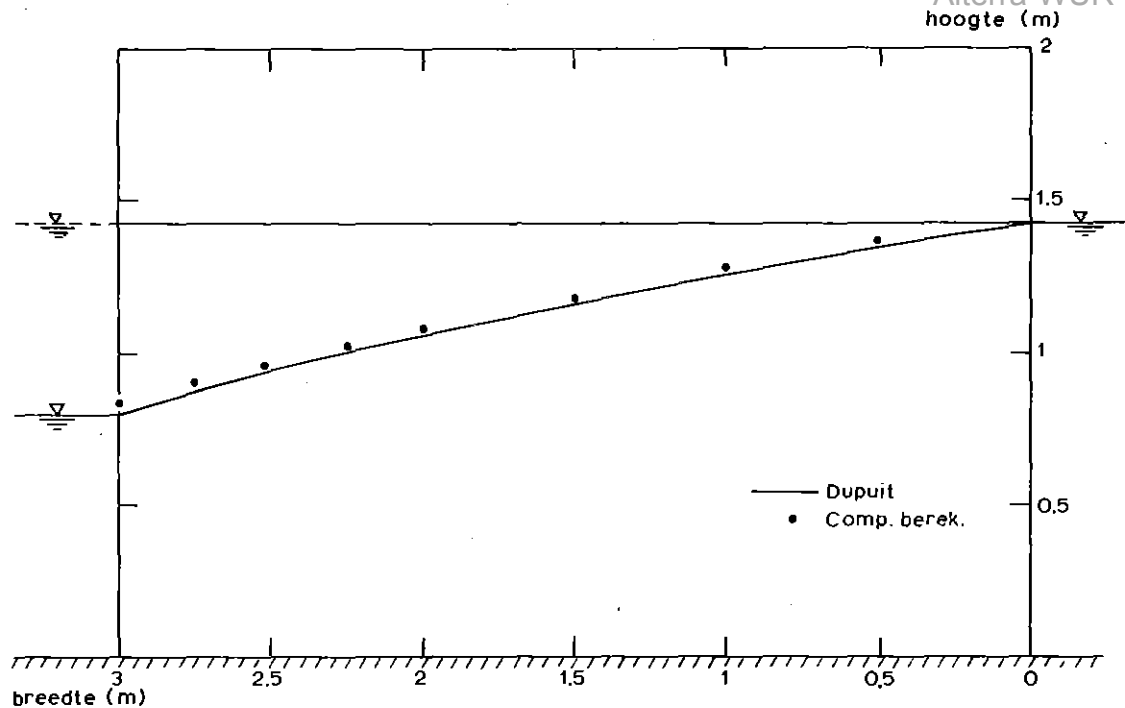


Fig. 22. Vergelijking van de hoogte van het freatisch vlak zoals berekend met F.E.programma UNSAT1 met die volgens Dupuit

het freatisch vlak te berekenen voor stationaire omstandigheden. Daartoe werd de dam verdeeld in een netwerk van 221 rechthoekige elementen en 252 knooppunten. Beginnend met een tijdsinterval $\Delta t = 0,1$ hr, bleek het programma op een IBM370/165 computer in 1 minuut computertijd een werkelijke tijd van $t = 20$ hr door te kunnen rekenen. De convergentie bleek snel te zijn en wat betreft de waarden van $\psi (\pm 0,01 \text{ cm})$ voldoende nauwkeurig. Voor convergentie waren ongeveer 2 tot 5 iteraties per tijdstap nodig. Uit fig. 22 is te zien dat vergeleken met de oplossing volgens Dupuit, de numerieke oplossing enigszins boven die van Dupuit ligt. Dit komt doordat bij Dupuit geen kweloppervlak in rekening wordt gebracht.

SAMENVATTING EN CONCLUSIES

Na het schrijven van de vier programma's die in voorgaande hoofdstukken uitvoerig zijn beschreven, en verdere literatuurstudie kan het volgende worden gezegd:

1. De theorie van de FD methode is veel eenvoudiger dan die van de FE methode. Voor de FD methode hoeft men alleen bekend te zijn met de benadering van een differentiaal:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\Delta H}{\Delta x}$$

waaruit dan de vergelijking van Gauss ontstaat. Zie hiervoor hoofdstuk II. Voor de FE methode moet men echter de hele variatierekening onder de knie zien te krijgen, wat nogal een taai stuk is, en vrij abstract. Ook moet de gebruiker van de FE methode op de hoogte zijn van methoden om stelsels lineaire vergelijkingen op te lossen.

2. De FE methode is meer 'straight forward' te programmeren dan het geval is bij de FD methode. Bij de FD methode moet vaak teruggegrepen worden naar hetzelfde subprogramma, indien tenminste voor iedere handeling een aparte subroutine wordt gebruikt. Bij de FE methode daarentegen wordt een kring doorlopen (indien meerdere iteraties nodig zijn, zoals bij ICW4.F4), waarin elke keer een subroutine wordt aangeroepen, die op zijn beurt wel kleinere subroutines of functions aanroept, maar niet andere grote programma's aanroept. Men kan dus eigenlijk wel zeggen dat bij de FE methode echt het hoofdprogramma de handelingen bepaalt, terwijl bij de FD methode dit door de subroutines zelf wordt geregeld.
3. Bij de FD methode met SOR heeft men drie kansen dat het programma 'doldraait', namelijk indien men een fout maakt met DIFPOT, DIFWOP of met DIFVHL. De kans hierop bij de FE methode is aanzienlijk kleiner in het programma ICW4.F4, daar hier alleen telt of bij twee iteraties niet meer dan een bepaald verschil tussen de resultaten zit.

4. Een nadeel van de FE methode is dat deze praktisch niet met de hand uit te voeren is. Dit vergt enorm veel rekenwerk, terwijl bij de FD methode heel gemakkelijk met de hand een iteratiestap gecontroleerd kan worden. Hierbij heeft men zelfs geen rekenmachientje nodig.
5. De FE methode is beter toepasbaar in grillig gevormde gebieden. Hiervoor hoeft men alleen bij de driehoekindeling op te letten, terwijl bij de FD methode de afstand tot de grenzen en andere belangrijke scheidingslijnen bij iedere iteratie opnieuw berekend moet worden, en ingevoerd in een vrij ingewikkelde vergelijking (zie SUBROUTINE ITERAT in ICW2.F4).
6. Ook het invoeren van randvoorwaarden is veel eenvoudiger bij de FE methode. Bij de FD methode moeten de bekende potentialen bijvoorbeeld elke keer opnieuw worden bepaald, en voor een constante flux moet een extra rij knooppunten worden genomen. Bij de FE methode wordt dit alles gedaan nadat de matrix A is bepaald.
7. Aansluitend op punt 6 kan men nu opmerken dat de FE methode nog het voordeel heeft dat indien men bij een eenvoudig probleem (ICW3.F4 bijvoorbeeld) een bekende flux in wil voeren in plaats van een bekende potentiaal (of omgekeerd) het niet nodig is om de hele matrix ALFA opnieuw te berekenen. Men kan deze bijvoorbeeld in een datafile zetten en later oproepen en de gewenste veranderingen aan laten brengen door het programma. Dit scheelt in de rekentijd.
8. Een nadeel van de FD-methode is dat voor ieder probleem het hele programma opnieuw moet worden geschreven. Dit is niet zo voor de FE-methode. Hierbij hoeft men alleen het deel te veranderen dat de driehoekindeling en de randvoorwaarden bepaalt. Het deel dat de matrix A bepaalt en oplost kan voor ieder probleem hetzelfde blijven.
9. Anisotropie kan in beide methodes worden gebruikt, doch is in de FE methode eenvoudiger in te voeren dan in de FD methode. Niet-homogeniteit is mogelijk in beide methodes, in beide even goed in te voeren.

10. De FE methode gebruikt aanzienlijk meer rekentijd dan de FD methode. Dit zit hem hoofdzakelijk in het oplossen van het stelsel vergelijkingen ($\pm 60\%$).
11. De FE methode levert moeilijkheden op bij gebieden waar een groot aantal punten gebruikt moet worden. Voor ieder punt moet namelijk een vergelijking worden opgesteld. Hierdoor ontstaan bij N punten N vergelijkingen met N onbekenden, die zijn opgeslagen in een N x N matrix.
Voor een normale computergebruiker ligt bij de DEC.10 het maximaal geheugengebruik voor een programma op $\pm 45K$ (werkgeheugen). Nemen we nu aan dat een programma een 20K nodig heeft incl. executer wat een flink programma is, dan blijft over als geheugenruimte voor arrayberging $45K - 20K = 25K$. Stel voor andere array's (X,Y,NODE,Q,etc. zie prog. ICW4.F4) is 1K nodig (1000 plaatsen), blijft voor de array ALFA over 24K. Hierin kan men echter maar een 2-dimensionale array van lengte 154 plaatsen, zodat voor meer punten extra geheugenruimte aangevraagd moet worden.
12. Uitbreiding van niet-stationair naar stationair is voor FD aanzienlijk ingewikkelder dan voor FE. (REMSON e.a., 1971). Dit ligt o.a. aan de variabele bovengrens (freatisch vlak) die bij niet-stationaire problemen optreedt.

Als eindconclusie kan nu worden gesteld:

De FD methode is aanzienlijk eenvoudiger wat theorie betreft dan de FE methode, die niet gemakkelijk onder de knie te krijgen is. Heeft men deze echter goed door, dan is hij in gecompliceerde gevallen (grillige grenzen, anisotropie), beter toepasbaar dan de FD methode. Voor eenvoudige problemen is het echter toch aan te bevelen de FD methode, al of niet met SOR, toe te passen, hoofdzakelijk om financiële redenen (rekentijd). Waar de grens ligt is moeilijk te bepalen. Dit zal ieder aan de hand van zijn eigen problemen uit moeten proberen.

LITERATUUR

- ERNST, L.F., N.A. DE RIDDER and J.J. DE VRIES, 1970. A geohydrologic study of East Gelderland Geol. en Mijnb. 48, 6 : 457-488.
Verspr. Overdr. ICW 115
- HARR, M.E., 1962. Groundwater and seepage. McGraw-Hill Book Comp., New York: 315 pp
- KEUNING, D.H., 1975. De eindige elementen methode in de Hydrologie. Collegedict. L.H., Wageningen: 71 pp
- KOOPMANS, R.W.R. en G.J.R. SOER. Numerieke oplossingen voor stationaire tweedimensionale grondwaterstromingen. Med. Afd. Cultuurtechniek L.H., no. 12, maart 1975: 21 pp
- _____ en G.J.R. SOER: Numerieke oplossingen voor niet-stationaire tweedimensionale grondwaterstromingen met een vrije water-spiegel. Med. Afd. Cultuurtechniek L.H. no. 14, november 1975: 17 pp
- MOEN, H.J. en J. BON, 1973. Bijdrage tot het geohydrologisch onderzoek met behulp van een kwel-inzigtigingsberekening, in het gebied van de Astense Aa. Nota ICW 751, 21 pp
- NEUMAN, S.P., 1972. Finite element computer programs for flow in saturated-unsaturated porous media. Technion, Haifa, pp. 104
- _____ R.A. FEDDES and E. BRESLER, 1974. Finite element simulation of flow in natural-unsaturated soils, considering water uptake by plants. Technion, Haifa, July, 1974.
Proj. no. ALO-SWC-77: 104 pp
- REMSON, I., G.M. HORNBERGER and F.J. MOLZ, 1971. Numerical methods in subsurface hydrology. Wiley-Intersc.: 389 pp
- VERRUYT, A., 1972. Analysis of interface problems by the finite element method. Salt-Water-Intrusion Meeting IHD, Copenhagen: 6 pp
- WITHERSPOON, P.A. and S.P. NEUMAN, 1973. Finite element methods in Hydrogeology. Bull. du Bur. Rech. Geolog. et Minieres (2) III, 4 : 214-293

C ---- DIT PROGRAMMA BEREKENT DE INFLOW(ISS) VAN EEN GEBIED
C ---- ALS DE FD EN WATERHOOGTEEN BEKEND ZIJN.
C ---- DE BEREKENING WORDT GEDAAN VOLGENS DE RIDDER MET DE
C ---- FINITE DIFFERENCE METHOD.
C ---- DENK OM ASSIGN.

REAL KD,ISS,KIN
INTEGER TEL
DIMENSION KD(25,25),ISS(12,12),TEL(25)

C ---- BEGIN MET ALLE KD EN H EN ISS 0 TE STELLEN.
DATA KD/625*0.0/,ISS/144*0.0/

C ---- DE INVOER
CALL IFILE (1,'CRDS1')

C ---- BEGIN MET DE KD-WAARDEN IN TE LEZEN.
DO 15 L=1,675
READ(1,1) I,J,KIN
IF (I.EQ.0 .AND. J .EQ.0 .AND. KIN .EQ. 0.0) GO TO 99
I=I/5
J=J/5
KD(I,J)=KIN

15 CONTINUE

C ---- LEES NU DE H-WAARDEN IN.
99 DO 11 L=1,675
READ(1,1) I,J,KIN
IF (I.EQ.999) GO TO 75
I=I/5
J=J/5
KD(I,J)=KIN/10.

11 CONTINUE

C ---- DE BEREKENING.
75 WRITE(4,8)

DO 20 J = 4,22,2
DO 19 I=4,22,2
IF(KD(I,J).EQ.0. .OR. KD(I,J+1).EQ.0. .OR. KD(I,J+2).EQ.0.
1 .OR. KD(I,J-1).EQ.0. .OR. KD(I,J-2).EQ.0. .OR. KD(I+1,J).EQ
2 .0. .OR. KD(I+2,J).EQ.0. .OR. KD(I-1,J).EQ.0. .OR.
3 KD(I-2,J).EQ. 0.) GO TO 19
K=I/2
L=J/2
ISS(K,L)=(KD(I-1,J)*(KD(I-2,J)-KD(I,J)) +
1 KD(I,J+1)*(KD(I,J+2)-KD(I,J)) + KD(I+1,J)*(KD(I+2,J)-
2 KD(I,J)) + KD(I,J-1)*(KD(I,J-2)-KD(I,J)))/1000.
WRITE(4,9) I,J,KD(I,J),KD(I+1,J),KD(I+2,J),KD(I-1,J),
1 KD(I-2,J),KD(I,J+1),KD(I,J+2),KD(I,J-1),KD(I,J-2),K,L,
2 ISS(K,L)

19 CONTINUE

20 CONTINUE

C ---- DE UITVOER.
DO 25 K=1,25
TEL(K)=K
25 CONTINUE

C ---- PRINT DE KD-WAARDEN.
WRITE(4,101)
WRITE(4,4)(TEL(K),K=1,25)

```

DO 30 K=1,23,2
  J=26-K
  L=J-1
  WRITE(4,2) J,(KD(I,J),I=2,24,2)
  WRITE(4,3) L,(KD(I,L),I=1,25,2)
30 CONTINUE
  J=1
  WRITE(4,2) J,(KD(I,J),I=2,24,2)

C ---- PRINT DE H-WAARDEN.
  WRITE(4,102)
  WRITE(4,10)(TEL(K),K=2,24,2)
  DO 40 K=1,23,2
    J=25-K
    WRITE(4,5) J,(KD(I,J),I=2,24,2)
40 CONTINUE

C ---- PRINT DE ISS-WAARDEN.
  WRITE(4,103)
  WRITE(4,7)(TEL(K),K=1,12)
  DO 50 K=1,12,1
    J=13-K
    WRITE(4,6) J,(ISS(I,J),I=1,12)
50 CONTINUE

1 FORMAT(2I,F)
2 FORMAT(1H-,I3,6X,12(F6.0,3X))
3 FORMAT(1H-,I3,2X,13(F6.0,3X))
4 FORMAT(1H-,7X,13(I3,1X,I3,2X))
5 FORMAT(1H-,I3,7X,12(F6.1,3X))
6 FORMAT(1H-,I3,5X,12(F6.2,4X))
7 FORMAT(1H-,9X,12(I3,7X))
8 FORMAT(1H1,T60,'CONTROLE-VEL',///,T3,'I',T7,'J',T11,'KD(I,J)',
1 T21,'KD(I+1,J)',T31,'KD(I+2,J)',T41,'KD(I-1,J)',T51,'KD(I-2,J)',
2 T61,'KD(I,J+1)',T71,'KD(I,J+2)',T81,'KD(I,J-1)',T91,'KD(I,J-2)',
3 T106,'K',T116,'L',T126,'ISS')
9 FORMAT(1H-,I3,T6,I3,T10,9(F8.2,2X),T105,I3,T115,I3,T125,F7.3)
10 FORMAT(1H-,12X,12(I3,6X))
101 FORMAT(1H1,T55,'KD-WAARDEN (MM/DAG)')
102 FORMAT(1H1,T55,'H-WAARDEN (M BOVEN REFERENTIE NIVEAU)')
103 FORMAT(1H1,T55,'ISS-WAARDEN (MM/DAG)')

END

```

```
BEGIN COMMENT DIT IS EEN PROGRAMMA OM DE KYEL- OF INZIJGINGS-
```

```
WAARDEN TE BEREKENEN VOLGENS DE PLOEDER.;
```

```
REAL ARRAY KD(1:25,1:25),ISS(1:12,1:12);
```

```
INTEGER I,J,TEST,A,B;
```

```
REAL K;
```

```
OUTPUT(1,"TTY");
```

```
OUTPUT(2,"LPI");
```

```
INPUT(3,"DSK");
```

```
OPENFILE(3,"CARD.DAT");
```

```
SELECTOUTPUT(2);
```

```
SELECTINPUT(3);
```

```
COMMENT DE INVOER VAN DE KD-WAARDEN;
```

```
TEST := 1;
```

```
WHILE TEST = 1 DO
```

```
  BEGIN READ(I,J,K);
```

```
    IF I=0 AND J=0 AND K=0.0 THEN TEST := 0 ELSE
```

```
      BEGIN I:=I/5;
```

```
        J:=J/5;
```

```
        KD(I,J):=K;
```

```
      END;
```

```
  END;
```

```
COMMENT GEEF DE KD-WAARDEN;
```

```
SPACE(50);
```

```
WRITE("DE KD-WAARDEN.");
```

```
NEWLINE;
```

```
SPACE(50);
```

```
WRITE("=====");
```

```
NEWLINE(3);
```

```
SPACE(7);
```

```
FOR I:=1 STEP 2 UNTIL 25 DO
```

```
  BEGIN PRINT(I,3,0);
```

```
    IF I < 25 THEN
```

```
      BEGIN IF A = 2 THEN SPACE(2);
```

```
        A := I + 1;
```

```
        PRINT(A,3,0);
```

```
      END;
```

```
  END;
```

```
NEWLINE(2);
```

```
FOR I:=1 STEP 2 UNTIL 25 DO
```

```
  BEGIN A:=26-I;
```

```
    PRINT(A,3,0);
```

```
    SPACE(8);
```

```
    FOR J:=2 STEP 2 UNTIL 25 DO
```

```
      BEGIN PRINT(KD(J,A),4,0);
```

```
        SPACE(3);
```

```
      END;
```

```
    NEWLINE(2);
```

```
    A := A-1;
```

```
    PRINT(A,3,0);
```

```
    SPACE(3);
```

```
    FOR J:=1 STEP 2 UNTIL 25 DO
```

```
      BEGIN PRINT(KD(J,A),4,0);
```

```
        SPACE(3);
```

```
      END;
```

```
    NEWLINE(2);
```

```
  END;
```

```
  PAGE;
```

```
COMMENT LEES NU DE H-WAARDEN IN.;
```

```
TEST := 1;
```

```
WHILE TEST = 1 DO
```

```
  BEGIN READ(I,J,K);
```

```
    IF I=999 THEN TEST:=0 ELSE
```

```
      BEGIN I:=I/5;
```

```
        J:=J/5;
```

```
        KD(I,J):=K/10.;
```

```
      END;
```

```
  END;
```

```

COMMENT GEEF DE H-WAARDEN;
SPACE(50);
WRITE("DE H-WAARDEN,");
NEWLINE;
SPACE(50);
WRITE("=====");
NEWLINE(3);
SPACE(8);
FOR I:=2 STEP 2 UNTIL 25 DO
BEGIN
  PRINT(I,3,0);
  SPACE(5);
END;
NEWLINE(3);
FOR I:=2 STEP 2 UNTIL 25 DO
BEGIN
  A:=26 - I;
  PRINT(A,3,0);
  SPACE(3);
  FOR J:=2 STEP 2 UNTIL 25 DO
  BEGIN
    PRINT(KD[J,A],3,2);
    SPACE(2);
  END;
  NEWLINE(3);
END;
PAGE;

CLOSEFILE(3);

COMMENT DE BEREKENING;
FOR I:=4 STEP 2 UNTIL 22 DO
  FOR J:=4 STEP 2 UNTIL 22 DO
  BEGIN
    IF KD[I,J] = 0.0 AND KD[I,J+1] = 0.0 AND KD[I,J+2] = 0.0
    AND KD[I,J-1] = 0.0 AND KD[I,J-2] = 0.0 AND KD[I+1,J] = 0.0
    AND KD[I+2,J] = 0.0 AND KD[I-1,J] = 0.0 AND KD[I-2,J] = 0.0
    THEN
    BEGIN
      A:=I/2;
      B:=J/2;
      K:=KD[I,J];
      ISS[A,B]:=(KD[I-1,J] * (KD[I-2,J] - K) +
      KD[I+1,J] * (KD[I+2,J] - K) + KD[I,J-1] *
      (KD[I,J-2] - K) + KD[I,J+1] * (KD[I,J+2]
      - K))/1000.;
    END;
  END;

COMMENT DE UITVOER;
SPACE(50);
WRITE("DE ISS-WAARDEN,");

NEWLINE;
SPACE(50);
WRITE("=====");
NEWLINE(3);
SPACE(8);
FOR I:=1 STEP 1 UNTIL 12 DO
BEGIN
  PRINT(I,4,0);
  SPACE(4);
END;
NEWLINE(3);

FOR I:=1 STEP 1 UNTIL 12 DO
BEGIN
  PRINT(I,4,0);
  SPACE(3);
  FOR J:=1 STEP 1 UNTIL 12 DO
  BEGIN
    PRINT(ISS[J,I],3,2);
    SPACE(2);
  END;
  NEWLINE(3);
END;
END

```

```

00010
00020
00030 C ---- DIT PROGRAMMA BEREKENT DE POTENTIALAAL ONDER EEN DIJK MET VERSCHIL
00040 C ---- IN WATERHOOGTE, LINKS HOGER DAN RECHTS.
00050
00060 COMMON /POT/POT(22,0/50)
00070 COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
00080 1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
00090 DIMENSION XAANV(50),ZAANV(22),KANTZ(22),RKANT(50),LKANT(50)
00100
00110 CALL HOOFD(XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,50,26)
00120 END
00130
00140
00150
00160
00170 SUBROUTINE HOOFD(XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,K1,K2)
00180 C ---- DIT PROGRAMMA LEEST DE GEGEVENS IN.
00190
00200 COMMON /POT/POT(22,0/50)
00210 COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
00220 1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
00230
00240 DIMENSION XAANV(K1),ZAANV(K2),KANTZ(K2),RKANT(K1),LKANT(K1)
00250
00260 C ---- LEES DE BENODIGDE GEGEVENS IN.
00270 WRITE(5,1)
00280 READ(5,2)HDIJK,BDIJK,HOEK
00290 WRITE(5,3)
00300 READ(5,4)WSL,WSR
00310 WRITE(5,5)
00320 READ(5,6)N,M
00330 WRITE(5,7)
00340 READ(5,8)DIFVHL,DIFWOP,DIFPOT
00350
00360 C ---- GEEF EEN OVERZICHT VAN DE GEGEVENS.
00370 WRITE(4,9)BDIJK,HDIJK,HOEK,WSL,WSR,N,M, DIFVHL,DIFWOP,DIFPOT
00380
00390 C ---- DE BEREKENING EN UITVOER.
00400 CALL REKEN(N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT)
00410
00420 1 FORMAT(' WAT IS DE HOOGTE VAN DE DIJK? EN DE BASISBREEDTE? EN
00430 1 DE TALUDHELLING?')
00440 2 FORMAT(3F)
00450 3 FORHAT(' WAT IS DE WATERHOOGTE LINKS VAN DE DIJK? EN RECHTS?')
00460 4 FORMAT(2F)
00470 5 FORMAT(' IN HOEVEEL KNOOPPUNTEN(MAX 22) WILT U DE X-AS INDELEN
00480 1 ?',/,,' EN DE Y-AS?')
00490 6 FORMAT(2I)
00500 7 FORMAT(' TOT WELKE NAUWKEURIGHEID MOET DE VERHANGLIJN BEREKEND
00510 1 WORDEN? EN DE OMEGA-OPTIMAAL? EN DE POTENTIALAAL?')
00520 8 FORMAT(3F)
00530 9 FORHAT(' DIT PROGRAMMA BEREKENT DE POTENTIALAAL ONDER EEN DIJK MET
00540 1 DE VOLGENDE GEGEVENS:',/,,' CONSTRUCTIEGEGEVENS:',T23,
00550 2 'BASISBREEDTE:',T40,F6.2,/,T23,' DIJKHOOGTE:',T40,F6.2,/,T23,
00560 3 'TALUDHELLING:',T40,F6.2,/,/, ' WATERHOOGTE LINKS IS:',F8.2,
00570 4 ', ' WATERHOOGTE RECHTS IS:',F8.2,/,/, ' DE X-AS IS VERDEELD IN'
00580 5 ',13,' KNOOPPUNTEN',/, ' DE Y-AS IS VERDEELD IN',13,' KNOOPPUNTEN
00590 6 ',/,/, ' AFBREEKCRITERIA:',T20,E11.5,T40,
00600 7 'VOOR DE VERHANGLIJN',/,T20,E11.5,T40,'VOOR DE OMEGA-OPT',/,

```

```

00610      8  T20,E11,5,T40,'VOOR DE POTENTIAL')
00620
00630      RETURN
00640      END
00650
00660
00670
00680      SUBROUTINE REKEN(N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT)
00690
00700      COMMON /POT/POT(22,0/50)
00710      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
00720      1  DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
00730      REAL KANTZ,LKANT
00740      DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
00750
00760
00770  C ---- BEREKEN DELTAX EN DELTAZ,
00780      DELTAX = BDIJK / (N-1)
00790      DELTAZ = HDIJK / (M-1)
00800
00810  C ---- DE BEREKENING VAN BEGIN- EN RANDWAARDEN,
00820      CALL TALUD(N,M,KANTZ,RKANT,LKANT,XAANV,ZAANV)
00830      CALL VHLZ(N,M,KANTZ,RKANT,LKANT,XAANV,ZAANV)
00840      CALL VHLX(N,M,XAANV,ZAANV,RKANT,LKANT,KANTZ)
00850      CALL POTINV(N,M,LKANT,RKANT,XAANV,ZAANV,KANTZ)
00860      CALL KNOOP(N,M)
00870
00880  C ---- HET REKENGEDeelTE,
00890      CALL VHLREK(N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT)
00900
00910  C ---- DE UITVOER,
00920      CALL OUTPUT(N,M,ZAANV)
00930
00940      RETURN
00950      END
00960
00970
00980
00990      SUBROUTINE TALUD(N,M,KANTZ,RKANT,LKANT,XAANV,ZAANV)
01000  C ---- SUBROUTINE OM DE SNIJPUNTEN VAN DE TALUDS MET HET ROOSTERNET TE
01010  C ---- BEREKENEN,
01020
01030      COMMON /POT/POT(22,0/50)
01040      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
01050      1  DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
01060      REAL LKANT,KANTZ
01070      DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
01080
01090  C ---- KIJK OF DE HOEK 0 IS,
01100      IF(ABS(HOEK) .GT. 1.E-5) GO TO 5
01110      DO 3 K=1,N
01120          KANTZ(K) = HDIJK
01130  3  CONTINUE
01140
01150      GO TO 19
01160
01170  C ---- SNIJPUNTEN MET VERTIKALE LIJNEN,
01180  5  FACTOR=DELTAX/HOEK
01190      KANTZ(1)=0.0
01200      KANTZ(N)=0.0

```

```

01210      DO 10 K=2,N/2
01220          KANTZ(K)=KANTZ(K-1) + FACTOR
01230          KANTZ(N-K+1)=KANTZ(K)
01240          IF(KANTZ(K) + FACTOR .GT. HDIJK) GO TO 15
01250  10      CONTINUE
01260
01270  C ---- DE BOVENZIJDEN VAN DE DIJK,
01280  15      DO 18 I=K+1,N-K
01290          KANTZ(I)=HDIJK
01300  18      CONTINUE
01310
01320  C ---- SNIJPUNTEN MET HORIZONTALE LIJNEN,
01330  19      FACTOR = DELTAZ * HOEK
01340          LKANT(1)=0.0
01350          RKANT(1)=BDIJK
01360          DO 20 K=2,M
01370              LKANT(K) = LKANT(K-1) + FACTOR
01380              RKANT(K) = RKANT(K-1) - FACTOR
01390  20      CONTINUE
01400
01410      RETURN
01420      END
01430
01440
01450
01460
01470      SUBROUTINE VHLZ(N,M,KANTZ,RKANT,LKANT,XAANV,ZAANV)
01480  C ---- SUBPROGRAMMA DAT DE BEGINWAARDEN VAN DE VERHANGLIJN BEREKENT.
01490
01500          COMMON /POT/POT(22,0/50)
01510          COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
01520  1      DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAZ,DELTAZ
01530          INTEGER EERSTE
01540          REAL KANTZ
01550          DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
01560
01570  C ---- DE EERSTE EN LAATST ALS HOEK=0,
01580          IF(ABS(HOEK).GT. 1.E-3)GO TO 10
01590          EERSTE=2
01600          LAATST=N-1
01610          GO TO 5
01620
01630  C ---- ZOEK DE I WAARBIJ DE BEREKENING VAN ZAANV MOET BEGINNEN,
01640  10      DO 20 K=1,N/2
01650          IF(KANTZ(K) .GT. WSL) GO TO 21
01660  20      CONTINUE
01670  21      EERSTE=K
01680
01690  C ---- EN DIE WAARBIJ HIJ MOET STOPPEN,
01700          DO 30 K=N/2,N
01710          IF(KANTZ(K) .LT. WSR) GO TO 31
01720  30      CONTINUE
01730  31      LAATST=K-1
01740
01750  C ---- WAT ALS EERSTE=LAATST?
01760  5      IF(EERSTE .EQ. LAATST) GO TO 50
01770
01780  C ---- DE BEREKENING VAN ZAANV,
01790          XL=HOEK*WSL
01800          XR=BDIJK + HOEK*WSR
  
```

```

01810      WSLKWA=WSL * WSL
01820      FACTOR = (WSLKWA - WSR * WSR)/(XR - XL)
01830      X=(EERSTE * 2) * DELTAX - XL
01840      DO 40 K=EERSTE,LAATST
01850          X = X + DELTAX
01860          ZAAINV(K) = SQRT(WSLKWA - X * FACTOR)
01870  40      CONTINUE
01880          GO TO 60
01890
01900  50      ZAAINV(EERSTE)=WSL
01910
01920  60      RETURN
01930      END
01940
01950
01960
01970
01980      SUBROUTINE POTINV(N,M,LKANT,RKANT,XAAINV,ZAAINV,KANTZ)
01990  C ---- SUBPROGRAMMA OM DE BEGINWAARDE VAN DE POTENTIAAL IN TE VOEREN.
02000
02010      COMMON /POT/POT(22,0/50)
02020      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
02030  1      DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
02040      REAL LKANT,KANTZ
02050      INTEGER BEGIN,EINDE,EERSTE
02060      DIMENSION XAAINV(M),ZAAINV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
02070
02080  C ---- BEGIN DE POTENTIALEN 0 TE MAKEN.
02090      DO 3 J=0,M
02100          DO 2 I=1,N
02110              POT(I,J)=0.0
02120  2      CONTINUE
02130  3      CONTINUE
02140
02150  C ---- VOER DE POTENTIALEN PER KOLOM IN.
02160      DO 40 I=1,N
02170
02180  C ---- WEL OF NIET BINNEN VERHANGLIJN?
02190      IF(I .GE. EERSTE .AND. I .LE. LAATST) GO TO 10
02200      IF(I .LT. EERSTE)GO TO 5
02210      HEIGHT = WSR
02220      GO TO 7
02230  5      HEIGHT = WSL
02240  7      IF(ABS(HOEK) .GT. 1.E-3) GO TO 9
02250      IF(I .LT. EERSTE) GO TO 8
02260      KANT = IFIX(WSR/DELTAZ)+1
02270      GO TO 20
02280  8      KANT = IFIX(WSL/DELTAZ) + 1
02290      GO TO 20
02300  9      KANT = IFIX(KANTZ(I)/DELTAZ) + 1
02310      GO TO 20
02320
02330  10      HEIGHT = ZAAINV(I)
02340      KANT = IFIX(ZAAINV(I)/DELTAZ) + 1
02350
02360  C ---- EEN TESTSTUKJE.
02370  20      IF(KANT .LE. M) GO TO 23
02380      WRITE(4,99) KANT,M,DELTAZ,ZAAINV(I),KANTZ(I),I,HEIGHT,
02390  1      EERSTE,LAATST
02400

```

```

02410 99      FORMAT(1H1,'ER ZIT IETS FOUT. CONTROLEER! ',/,T10,
02420      1      'KANT',T30,I,/,T10,'M',T30,I,/,T10,'DELTAZ',T30,E,/,
02430      2      T10,'ZAANV',T30,E,/,T10,'KANTZ',T30,E,/,T10,'KOLOM',T30,
02440      3      I,/,T10,'HEIGHT',T30,E,/,T10,'EERSTE',T30,I,/,
02450      4      T10,'LAATST',T30,I)
02460      PAUSE
02470
02480 C ----   HET INVOEREN VAN DE POTENTIAL.
02490 23      DO 30 J = 1,KANT
02500      POT(I,J) = HEIGHT
02510 30      CONTINUE
02520 40      CONTINUE
02530
02540 C ----   STEL NU DE EXTRA RIJ ONDER AB,
02550 25      CALL NORMAL(N,M)
02560
02570      RETURN
02580      END
02590
02600
02610
02620
02630
02640      SUBROUTINE VHLREK(N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT)
02650
02660      COMMON /POT/POT(22,0/50)
02670      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
02680      1      DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
02690      INTEGER TEST,EERSTE,TEL1,TEL2
02700      REAL KANTZ,LKANT
02710      DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
02720
02730 C ----   DIT PROGRAMMA BEREKENT DE VERHANGLIJN, IS DEZE NIET NAUWKEURIG
02740 C ----   GENOEG, DAN ROEPT HET DE ITERATIE WEER AAN.
02750
02760 C ----   DE BEREKENING,
02770      XL=WSL*HOEK
02780      XR=BDIJK * WSR * HOEK
02790      TEL1=0
02800      X=DELTAX/DELTAZ
02810      WRITE(4,1)
02820 5      TEL1=TEL1+1
02830
02840      IF(TEL1 ,LE, 100) GO TO 10
02850      WRITE(4,88)
02860 88      FORMAT(1H1,'DE BEREKENING IS GESTOPT NA 100 MAAL DE
02870      1      VERHANGLIJN BEREKEND TE HEBBEN,')
02880      RETURN
02890
02900 10      TEL2=0
02910      CALL WOPT(N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT)
02920      TEST = 0
02930
02940 C ----   BEREKEN DE NIEUWE ZAANV VOOR EERSTE,
02950      NUMMER = IFIX(ZAANV(EERSTE)/DELTAZ) + 1
02960      FACTOR = (ZAANV(EERSTE) - (NUMMER -1) * DELTAZ)/DELTAZ
02970      TAN = (WSL - ZAANV(EERSTE+1))/(EERSTE * DELTAZ - XL)
02980      OUD = ZAANV(EERSTE)
02990      ZAANV(EERSTE) = FACTOR * TAN * WSL/X + (X = FAC * TAN) *
03000      1      POT(EERSTE,NUMMER)/X

```

```

03010      IF(ABS(ZAANV(EERSTE) - OUD) .GT. DIFVHL) TEST=1
03020
03030      C ---- DE PUNTEN TUSSEN EERSTE EN LAATST,
03040      DO 20 I=EERSTE+1,LAATST-1
03050          TANALF=(ZAANV(I-1) - ZAANV(I+1))/(2. * DELTAX)
03060          OUD=ZAANV(I)
03070          NUMMER = IFIX(ZAANV(I)/DELTAZ)+1
03080          FACTOR=(ZAANV(I) - (NUMMER - 1) * DELTAZ)/DELTAZ
03090          ZAANV(I)=FACTOR*TANALF*POT(I-1,NUMMER)/X + (X-FACTOR*
03100      1      TANALF)*POT(I,NUMMER)/X
03110      IF(ABS(ZAANV(I) - OUD) .GT. DIFVHL) TEST=1
03120      20      CONTINUE
03130
03140      C ---- BEREKEN DE NIEUWE WAARDE VAN ZAANV(LAATST)
03150
03160      C ---- DE PARABOLISCHE BENADERING,
03170      OUD=ZAANV(LAATST)
03180      HELP=ZAANV(LAATST-3) - 3.*ZAANV(LAATST-2) +
03190      1      3.*ZAANV(LAATST-1)
03200
03210      C ---- KAN DIT?
03220      IF(HELP .LT. WSR) GO TO 25
03230      ZAANV(LAATST)=HELP
03240      GO TO 30
03250
03260      C ---- DE LINEAIRE BENADERING.
03270      25      NUMMER = IFIX(ZAANV(LAATST)/DELTAZ) + 1
03280      FACTOR = (ZAANV(LAATST) - (NUMMER-1)*DELTAZ)/DELTAZ
03290      TAN = (ZAANV(LAATST-1) - WSR)/(XR - (LAATST-2)*DELTAZ)
03300      OUD = ZAANV(LAATST)
03310      ZAANV(LAATST) = FAC * TAN * POT(LAATST-1,NUMMER)/X +
03320      1      (X - FAC * TAN) * POT(LAATST,NUMMER)/X
03330      30      IF(ABS(ZAANV(LAATST) - OUD) .GT. DIFVHL) TEST=1
03340
03350      CALL VHLX(N,M,XAANV,ZAANV,RKANT,LKANT,KANTZ)
03360      IF(TEST .NE. 0) GO TO 5
03370
03380      1      FORMAT(1H1,T20,'DE GROOTSTE VERANDERINGEN VONDEN PLAATS:',/,/,
03390      1      T20,'BER.VHL.*',T40,'ITERATIE *',T60,'OMEGA',T80,
03400      2      'VERANDERING',T100,'KNOOPPUNT')
03410
03420      RETURN
03430      END
03440
03450
03460
03470
03480
03490      SUBROUTINE VHLX(N,M,XAANV,ZAANV,RKANT,LKANT,KANTZ)
03500
03510      C ---- DEZE SUBROUTINE BEREKENT DE SNIJPUNTEN VAN DE VERHANGLIJN MET
03520      C ---- DE HORIZONTALE ROOSTERLIJNEN.
03530
03540      COMMON /POT/POT(22,0/50)
03550      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
03560      1      DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
03570      INTEGER EERSTE
03580      REAL LKANT
03590      DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
03600

```

```

03610 C ---- BEGIN ZE ALLEMAAL 0 TE MAKEN.
03620      DO 10 I=1,M
03630      XAANV(I)=0.0
03640      10      CONTINUE
03650
03660 C ---- BEREKEN SNIJPUNTEN VAN WATERSPIEGELS MET DIJK,
03670      XL = WSL * HOEK
03680      XR = BDIJK = WSR * HOEK
03690
03700 C ---- ZOEK PER RIJ HET GOEDE PUNT.
03710      HOOGTE=DELTAZ
03720      DO 40 J=1,M
03730          HOOGTE = HOOGTE + DELTAZ
03740          IF(HOOGTE .LT. WSR) GO TO 40
03750          IF(HOOGTE .GT. WSR) GO TO 50
03760          I1=IFIX(LKANT(J)/DELTAX) + 1
03770          I2=IFIX(RKANT(J)/DELTAX)
03780          PLAATS = (I1-I2)*DELTAX
03790          IF(HOOGTE .LT. ZAANV(I2)) GO TO 32
03800          IF(HOOGTE .GT. ZAANV(I1)) GO TO 31
03810          DO 30 I=I1,I2-1
03820              PLAATS=PLAATS+DELTAX
03830              IF(.NOT.(ZAANV(I).GE. HOOGTE .AND. ZAANV(I+1) .LE.
03840                  1      HOOGTE)) GO TO 30
03850              IF(ABS(ZAANV(I) - ZAANV(I+1)) .LE. 1.E-3) GO
03860                  1      TO 25
03870              XAANV(J)=PLAATS + (ZAANV(I)-HOOGTE)*DELTAX/(ZAANV(I) -
03880                  1      = ZAANV(I+1))
03890              GO TO 40
03900      25      XAANV(J)=PLAATS + .5 * DELTAX
03910              GO TO 40
03920      30      CONTINUE
03930
03940 C ---- LINKERPUNT.
03950      31      PLAATS=PLAATS + DELTAX
03960              IF(ABS(WSL - ZAANV(I1)) .LT. 1.E-3) GO TO 33
03970              XAANV(J)=XL + (WSL-HOOGTE)*(PLAATS-XL)/(WSL-ZAANV(I1))
03980              GO TO 40
03990      33      XAANV(J)=XL + .5 * (PLAATS - XL)
04000              GO TO 40
04010
04020 C ---- RECHTERPUNT.
04030      32      PLAATS = (I2-I1)*DELTAX
04040              IF(ABS(ZAANV(I2)-WSR) .LT. 1.E-3) GO TO 34
04050              XAANV(J)=PLAATS + (ZAANV(I2) - HOOGTE)*(XR-PLAATS)/
04060                  1      (ZAANV(I2) - WSR)
04070              GO TO 40
04080      34      XAANV(J)=XR - .5 * (XR-PLAATS)
04090
04100      40      CONTINUE
04110
04120      50      RETURN
04130      END
04140
04150
04160
04170
04180
04190      SUBROUTINE WOPT(N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT)
04200 C ---- SUBPROGRAMMA DAT VOOR DE BEREKENING VAN WOPT ZORGT EN TEVENS

```

```

04210 C ---- BINNEN DIT KADER DE ITERATIE VERZORGT, DE ITERATIE WORDT
04220 C ---- GEDAAN VOLGENS CARRE (REMSON BLZ. 202)
04230
04240 COMMON /POT/POT(22,0/50)
04250 COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
04260 1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
04270 INTEGER TEL1,TEL2
04280 REAL LAMAX,LKANT,KANTZ
04290 DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M),
04300 1 OUD(22,0/50)
04310
04320
04330 W=1.
04340 CALL ITERAT(W,N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,DIF)
04350 IF(ABS(DIF) .LT. DIFPOT) GO TO 20
04360
04370
04380 W = 1.375
04390
04400 C ---- BEREKEN WOPT EN KIJK OF DEZE REEDS NAUWKEURIG GENOEG IS,
04410 WOPT1 = W
04420 CALL SCHUIF(ODU,W,N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,DIF)
04430 IF(ABS(DIF) .LT. DIFPOT) GO TO 20
04440 CALL DIFX(ZAANV,KANTZ,ODU,DIFXOU,N,M)
04450 15 CALL SCHUIF(ODU,W,N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,DIF)
04460 IF(ABS(DIF) .LT. DIFPOT) GO TO 20
04470 CALL DIFX(ZAANV,KANTZ,ODU,DIFXNI,N,M)
04480 LAMAX = DIFXNI/DIFXOU
04490
04500 VAR=LAMAX+W=1.
04510 HELP=ABS(1. - ((VAR*VAR)/(LAMAX*W*W)))
04520 17 WOPT2=2./((1.+SQRT(HELP)))
04530
04540 VERSCH=ABS(WOPT2-WOPT1)
04550 IF(VERSC .LT. DIFWOP) GO TO 20
04560
04570 WOPT1=WOPT2
04580 DIFXOU=DIFXNI
04590 W=WOPT1 = (2. - WOPT1)/4.
04600 GO TO 15
04610
04620 20 RETURN
04630 END
04640
04650
04660
04670
04680 SUBROUTINE ITERAT(W,N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,DIF)
04690 C ---- DIT PROGRAMMA DOET DE ITERATIE.
04700
04710
04720 COMMON /POT/POT(22,0/50)
04730 COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
04740 1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
04750
04760 INTEGER EERSTE,BEGIN,EINDE,TESTB,TESTR,TEL1,TEL2
04770 REAL KANTZ,LAKWA,LINKS,LKANT,K1,K2,K3,K4
04780 DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M)
04790
04800 K1 = 1.0

```

```

04810      K2 = 1.0
04820      K3 = 1.0
04830      K4 = 1.0
04840      P4 = 1.0
04850
04860      TEL2=TEL2+1
04870      LAKWA = (DELTAX/DELTAZ) * (DELTAX/DELTAZ)
04880      HOOGTE = -DELTAZ
04890      DIFF=0.0
04900
04910  C ---- WERKT MEN MET OPLOPENDE SUBSCRIPTS DAN KLOPT VERG. (40),
04920      DO 40 J=1,M
04930      HOOGTE=HOOGTE+DELTAZ
04940
04950  C ---- ALLE RIJEN GEHAD?
04960      IF(HOOGTE .GE. ZAA NV(EERSTE)) GO TO 50
04970
04980  C ---- BEREKEN DE BEGIN- EN EINDWAARDEN VOOR I.
04990      BEGIN = IFIX(LKANT(J)/DELTAX) + 2
05000      IF(ABS(XAANV(J)) .LT. 1.E-4) GO TO 8
05010      EINDE = IFIX(XAANV(J)/DELTAX) + 1
05020      GO TO 9
05030
05040  8      EINDE=IFIX(RKANT(J)/DELTAX) + 1
05050
05060
05070  C ---- LIGT HET BEGINPUNT OP HET TALUD?
05080  9      SIDE1=(BEGIN-1)*DELTAX
05090      IF(ABS(SIDE1 - LKANT(J)) .GT. 1.E-4) GO TO 11
05100      POT(BEGIN,J)=WSL
05110      BEGIN=BEGIN+1
05120
05130  C ---- BEGIN NU MET DE ELEMENTEN VAN DE RIJ.
05140  11     PLAATS = (BEGIN-2) * DELTAX
05150      DO 30 I=BEGIN,EINDE
05160          P1=1.
05170          P2=1.
05180          P3=1.
05190          TESTR=0
05200          TESTB=0
05210          PLAATS=PLAATS+DELTAX
05220
05230  C ---- ZITTEN WE NOG IN HET VHL GEBIED?
05240      IF((ABS(XAANV(J)) .LT. 1.E-4 .AND. PLAATS .GT. RKANT
05250  1      (J)) .OR. (ABS(XAANV(J)) .GT. 1.E-4 .AND. PLAATS
05260  2      .GT. XAANV(J)) .OR. (I .LE. LAATST .AND. I .GE. EERSTE
05270  3      .AND. HOOGTE .GE. ZAA NV(I))) GO TO 40
05280
05290  C ---- BEREKEN DE AFSTAND TOT DE LINKER TALUDGRENS,
05300      LINKS=PLAATS - LKANT(J)
05310
05320  C ---- EN TOT DE RECHTERGRENS (TALUD OF VHL),
05330      IF(ABS(XAANV(J)) .LT. 1.E-4) GO TO 13
05340      RECHTS=XAANV(J)-PLAATS
05350      TESTR=1
05360      GO TO 14
05370  13     RECHTS= RKANT(J) - PLAATS
05380      TESTR=2
05390
05400  C ---- DE P4 IS ALTIJD 1, DAAR ER AAN DE ONDERKANT GEEN

```

```

05410 C ---- BELEMMERINGEN ZIJN, BEREKEN DE AFSTAND TOT DE BOVEN=
05420 C ---- GEBIEDSGRENS (TALUD OF VHL.),
05430 14 ---- IF(I,GE, EERSTE .AND, I,LE, LAATST) GO TO 16
05440 C ---- TALUD ALS GRENS,
05450 BOVEN = KANTZ(I) * HOOGTE
05460 TESTB=2
05470 GO TO 20
05480 C ---- VERHANGLIJN ALS GRENS,
05490 16 ---- BOVEN = ZAAV(I) * HOOGTE
05500 TESTB = 1
05510
05520 C ---- BEREKEN DE P'S,
05530 20 ---- IF(RECHTS,LT, DELTAX) P1 = RECHTS / DELTAX
05540 IF(BOVEN,LT, DELTAZ) P2 = BOVEN / DELTAZ
05550 IF(LINKS,LT, DELTAX) P3 = LINKS / DELTAX
05560
05570 C ---- BEREKEN DE U'S,
05580 C ---- DE U1,
05590 IF(P1,EQ, 1,0) GO TO 125
05600 IF(STR,EQ, 2) GO TO 121
05610 U1=HOOGTE
05620 GO TO 130
05630 121 U1=WSR
05640 GO TO 130
05650 125 U1=POT(I+1,J)
05660
05670 C ---- DE U2,
05680 130 IF(P2,EQ, 1,0) GO TO 135
05690 IF(STR,EQ, 2) GO TO 131
05700 U2=ZAAV(I)
05710 GO TO 140
05720 131 IF(I,GT, N/2) GO TO 132
05730 U2=WSL
05740 GO TO 140
05750 132 U2=WSR
05760 GO TO 140
05770 135 U2=POT(I,J+1)
05780
05790 C ---- DE U3,
05800 140 IF(P3,EQ, 1,0) GO TO 145
05810 U3=WSL
05820 GO TO 150
05830 145 U3=POT(I-1,J)
05840
05850 C ---- DE U4,
05860 IF(ABS(POT(I,J-1)) ,LT, 1,E-4) GO TO 30
05870 150 U4=POT(I,J-1)
05880
05890 WELK-KNOOPPUNT GEEFT HET GROOTSTE VERSCHIL?
05900 DUD=POT(I,J)
05910 KNOOP=(J-1)*N + I
05920
05930 C ---- DE ITERATIEFORMULE,
05940 A = (U1*(1/P1 + U3*K3/P3) / (LAKWA * (P1+P3)) +
05950 (U2 * 1/P2 + U4*K4/P4)/(P2+P4)
05960 B = (K1*(1 + K3/P3)/(LAKWA * (P1+P3)) + (K2/P2 +
05970 K4/P4)/(P2+P4)
05980 POT(I,J) = (1, - W) * POT(I,J) + W * A / B
05990
06000

```

```

06010      VERSCH = POT(I,J) - OUD
06020      IF (ABS(VERSCH) .LE. ABS(DIFF)) GO TO 30
06030      DIFF=VERSCH
06040      NODE=KNOOP
06050
06060
06070  30      CONTINUE
06080  40      CONTINUE
06090
06100  50      CALL NORMAL(N,M)
06110      WRITE(4,1)TEL1,TEL2,W,DIFF,NODE
06120
06130
06140  1      FORMAT(1H ,T20,I4,T40,I4,T60,E11.5,T80,E11.5,T100,I4)
06150
06160      RETURN
06170      END
06180
06190
06200
06210
06220
06230
06240      SUBROUTINE NORMAL(N,M)
06250  C ---- DIT SUBPROGRAMMA VERZORGT DE EXTRA RIJ ONDER AB.
06260
06270      COMMON /POT/POT(22,0/50)
06280
06290      DO 20 I=1,N
06300          POT(I,0) = POT(I,2)
06310  20      CONTINUE
06320
06330      RETURN
06340      END
06350
06360
06370
06380
06390
06400      SUBROUTINE SCHUIF(OLD,W,N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,DIF)
06410
06420  C ---- DEZE SUBROUTINE MAAKT VAN EEN M'DE STAP EEN M-1'DE STAP EN
06430  C ---- BEREKENT DAN EEN NIEUWE M'DE STAP.
06440
06450      COMMON /POT/POT(22,0/50)
06460      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
06470  1      DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAZ,DELTAZ
06480      REAL LKANT,KANTZ
06490      DIMENSION XAANV(M),ZAANV(N),KANTZ(N),RKANT(M),LKANT(M),
06500  1      OLD(22,0/50)
06510
06520      DO 20 J=0,M
06530          DO 10 I=1,N
06540              OLD(I,J)=POT(I,J)
06550  10      CONTINUE
06560  20      CONTINUE
06570
06580      CALL ITERAT(W,N,M,XAANV,ZAANV,KANTZ,RKANT,LKANT,DIF)
06590
06600      RETURN

```

```

06610      END
06620
06630
06640
06650
06660
06670
06680      SUBROUTINE DIFX(ZAANV,KANTZ,OLD,DIFY,N,M)
06690  C ---- SUBROUTINE DIE /X/ BEREKENT EN TEVENS KIJKT OF ER NOG EEN
06700  C ---- VOLGENDE ITERATIE NODIG IS,
06710
06720      COMMON /POT/POT(22,0/50)
06730      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
06740      1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
06750      REAL KANTZ
06760      DIMENSION KANTZ(N),ZAANV(N),OLD(22,0/50)
06770
06780      DIFY=0.0
06790
06800      DO 20 I=1,N
06810          SOM = 0.0
06820          HOOGTE = -DELTAX
06830          DO 10 J=1,M
06840              HOOGTE = HOOGTE + DELTAZ
06850              IF(I .GE. EERSTE .AND. I .LE. LAATST)GO TO 3
06860              IF(HOOGTE .GT. KANTZ(I)) GO TO 15
06870              GO TO 5
06880      3      IF(HOOGTE .GT. ZAANV(I)) GO TO 15
06890      5      VERSCH=ABS(POT(I,J)-OLD(I,J))
06900              SOM=SOM+VERSCH
06910      10      CONTINUE
06920      15      IF(SOM .GT. DIFY) DIFY=SOM
06930      20      CONTINUE
06940
06950      RETURN
06960      END
06970
06980
06990
07000
07010      SUBROUTINE KNOOP(N,M)
07020      DIMENSION NUMTAT(22)
07030
07040  C ---- LAAT ZIEN HOE DE KNOOPPUNTEN GENUMMERD ZIJN.
07050      WRITE(4,99)
07060      NUMTOT = N * M
07070      DO 3 J=1,M
07080          NUMTOT=NUMTOT - N
07090          NUM=NUMTOT
07100          DO 91 I=1,N
07110              NUM=NUM+1
07120              NUMTAT(I)=NUM
07130      91      CONTINUE
07140              WRITE(4,100)(NUMTAT(I),I=1,N)
07150      3      CONTINUE
07160
07170      99      FORMAT(1H1,T10,'DE-NUMMERING VAN DE KNOOPPUNTEN IS ALS VOLGT:
07180      1      ',//)
07190      100     FORMAT(1H=,22I5)
07200      RETURN

```

```

07210      END
07220
07230
07240
07250
07260
07270      SUBROUTINE OUTPUT(N,M,ZAANV)
07280      C ---- DIT PROGRAMMA GEEFT DE UITVOER NUMERIEK.
07290
07300      COMMON /POT/POT(22,0/50)
07310      COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
07320      1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTAZ
07330
07340      INTEGER EERSTE,TEST
07350      DIMENSION ZAANV(N)
07360
07370      C ---- STEL DE POTENTIALEN BOVEN DE VHL 0.
07380      DO 6 I=EERSTE,LAATST
07390          H=-DELTAX
07400          DO 5 J=1,M
07410              H=H+DELTAX
07420              IF(H.LT. ZAANV(I)) GO TO 5
07430              POT(I,J)=0.0
07440      5      CONTINUE
07450      6      CONTINUE
07460
07470      C ---- DE POTENTIALEN.
07480      WRITE(4,101)
07490      DO 10 J=M,1,-1
07500          WRITE(4,102) (POT(I,J),I=1,N)
07510      10      CONTINUE
07520
07530      C ---- MAAK DE KOP, KIJK IN WELK GEBIED DE PUNTEN LIGGEN EN GEEF HET
07540      C ---- RESULTAAT.
07550      15      WRITE(4,1)
07560          PLI=-2.*DELTAX
07570          PLJ=-DELTAX
07580
07590      DO 30 I=1,N,2
07600          J=I+1
07610          PLI=PLI+2.*DELTAX
07620          PLJ=PLJ+2.*DELTAX
07630          IF(J.LE. N) GO TO 16
07640          IF(I.GT. LAATST) GO TO 14
07650          WRITE(4,2)I,PLI,ZAANV(I)
07660          GO TO 30
07670      14      WRITE(4,2)I,PLI,WSR
07680          GO TO 30
07690      16      IF(I.GE. EERSTE .AND. J .LE. LAATST) GO TO 20
07700          IF(J .LT. EERSTE) GO TO 19
07710          IF(I .GT. LAATST) GO TO 18
07720          IF(I .LT. EERSTE .AND. J .GE. EERSTE) GO TO 17
07730          WRITE(4,2) I,PLI,ZAANV(I),J,PLJ,WSR
07740          GO TO 30
07750      17      WRITE(4,2) I,PLI,WSL,J,PLJ,ZAANV(J)
07760          GO TO 30
07770      18      WRITE(4,2) I,PLI,WSR,J,PLJ,WSR
07780          GO TO 30
07790      19      WRITE(4,2) I,PLI,WSL,J,PLJ,WSL
07800          GO TO 30
  
```

```

07810 20 WRITE(4,2) I,PLI,ZAANV(I),J,PLJ,ZAANV(J)
07820 30 CONTINUE
07830
07840 C ---- ALS HOEK=0 BEREKEN DAN HET KWELOPPERSVLAK.
07850 IF(ABS(HOEK) .GT. 1,E=3) GO TO 50
07860 OPKWEL=ZAANV(LAATST-2) - 3. * ZAANV(LAATST-1) + 3.*ZAANV(LAATST)
07870 1 = WSR
07880 IF(OPKWEL .LT. 0.0) GO TO 50
07890 WRITE(4,3) OPKWEL
07900
07910
07920 50 CALL PLOT(N,M,ZAANV)
07930
07940 1 FORMAT(1H1,T55,'DE OUTPUT VAN ICW2,F4,'///,T30,'DE HOOGTE
07950 1 VAN DE VRIJE WATERSPIEGEL,'///,T7,'X',T10,'PLAATS',T20,'HOOGTE',
07960 2 T55,'X',T60,'PLAATS',T70,'HOOGTE')
07970 2 FORMAT(T5,I3,T9,F7.3,T19,F7.3,T53,I3,T59,F7.3,T69,F7.3)
07980 3 FORMAT(1H-,'HET KWELOPPERSVLAK = ',F7.3)
07990 101 FORMAT(1H1,T10,'DE POTENTIALEN:',///)
08000 102 FORMAT(1H-,26F5,1)
08010
08020
08030 RETURN
08040 END
08050
08060
08070
08080
08090 SUBROUTINE PLOT(N,M,ZAANV)
08100 COMMON /POT/POT(22,0/50)
08110 COMMON HDIJK,BDIJK,HOEK,WSR,WSL,EERSTE,LAATST,DIFVHL,DIFWOP,
08120 1 DIFPOT,TEL1,TEL2,DELTAX,DELTZ
08130
08140 REAL LINKS
08150 INTEGER EERSTE,GEHEEL,TESTL,TESTR,TESTB,TESTO,START,EINDE,
08160 1 GOED,WATER
08170 DIMENSION ZAANV(N),LETTER(130)
08180
08190 DATA WATER,LAND,LETTER(1),LETTER(130)/1H*,1H+,2*1H,/
08200
08210 GEHEEL(X) = IFIX(X + .5)
08220
08230 TESTO=0
08240 TESTB=0
08250 TESTR=0
08260 TESTL=0
08270
08280 C ---- DIT PROGRAMMA MAAKT EEN TEKENING VAN DE DIJK.
08290 GOED = EERSTE
08300 X = (GOED - 2) * DELTAX
08310
08320 VERGRH=120./BDIJK
08330 VERGRV=50./HDIJK
08340 DZ=HDIJK/50,
08350 FACTOR=HOEK*VERGRH*DZ
08360
08370 C ---- DE KOP EN BOVENKANT PAPIER.
08380 WRITE(4,101)
08390 DO 5 I=2,129
08400 LETTER(I)=1H.

```

```

08410 5 CONTINUE
08420 WRITE(4,102)(LETTER(I),I=1,130)
08430 CALL CLEAR(LETTER)
08440
08450 C ---- DE LEGE RUIMTE BOVEN DE KRUIN,
08460 WRITE(4,102)(LETTER(I),I=1,130)
08470
08480 C ---- DE KRUIN VAN DE DIJK,
08490 BOVEN = BDIJK - 2, * HOEK * HDIJK
08500 LINKS = 65, - .5 * BOVEN * VERGRH
08510 RECHTS = 65, + .5 * BOVEN * VERGRH
08520 START = GEHEEL(LINKS)
08530 EINDE = GEHEEL(RECHTS)
08540 DO 10 I = START,EINDE
08550 LETTER(I)=LAND
08560 10 CONTINUE
08570 WRITE(4,102)(LETTER(I),I=1,130)
08580 CALL CLEAR(LETTER)
08590
08600 HOOGTE = HDIJK
08610
08620 C ---- BEGIN NU MET HET EIGENLIJKE DIJKLICHAAM,
08630 DO 50 I=1,49
08640 HOOGTE = HOOGTE - DZ
08650
08660 C ---- BEGIN MET DE TALUDS,
08670 LINKS=LINKS+FACTOR
08680 RECHTS=RECHTS+FACTOR
08690 START=GEHEEL(LINKS)
08700 EINDE=GEHEEL(RECHTS)
08710 LETTER(START)=LAND
08720 LETTER(EINDE)=LAND
08730
08740 C ---- KIJK NU OF ER EEN WATERSPIEGEL LINKS OF RECHTS IS,
08750 IF(TESTR,NE, 0) GO TO 25
08760 IF(TESTL,NE, 0) GO TO 15
08770 IF(ABS(HOOGTE - WSL) .LE. ABS(HOOGTE=DZ-WSL)) GO TO 20
08780 15 IF(ABS(HOOGTE - WSR) .GT. ABS(HOOGTE - DZ -WSR)) GO TO 25
08790
08800 DO 17 J=EINDE+1,125
08810 LETTER(J)=WATER
08820 17 CONTINUE
08830 TESTR=1
08840 GO TO 25
08850
08860 20 DO 23 J=5,START-1
08870 LETTER(J)=WATER
08880 23 CONTINUE
08890 TESTL=1
08900
08910 C ---- NU DE VERHANGLIJN,
08920 25 IF(TESTO,NE, 0) GO TO 40
08930 IF(TESTB,NE, 0) GO TO 31
08940 IF(HOOGTE .GT. WSL) GO TO 40
08950 TESTB=1
08960
08970 C ---- ZITTEN WE NOG IN HET VERHANGLIJNGEBIED?
08980 31 IF(HOOGTE .GE. ZAAHV(LAATST)) GO TO 32
08990 TESTO=1
09000 GO TO 40

```

```

09010
09020 C ---- ZIT HET TE BEPALEN PUNT TUSSEN DE GOEDE GRENSPUNTEN?
09030 32 IF(GOED,NE,EERSTE) GO TO 131
09040 AID = WSL
09050 X1=HOEK * WSL
09060 GO TO 132
09070 131 AID=ZAANV(GOED-1)
09080 132 IF(ZAANV(GOED),LE,HOOGTE,AND,AID,GE,
09090 1 HOOGTE) GO TO 33
09100 X = X + DELTAX
09110 X1=X
09120 GOED=GOED+1
09130 GO TO 131
09140
09150 C ---- DE BEREKENING
09160 33 IF(ABS(AID-ZAANV(GOED)),GT,1,E=5)GO TO 34
09170 HELP= X1 + DELTAX
09180 GO TO 35
09190
09200 34 HELP = X1 + (AID - HOOGTE)*DELTAX/(AID-ZAANV(GOED))
09210 35 KI=GEHEEL( HELP * VERGRH) / 4
09220 LETTER(KI)=WATER
09230
09240 C ---- ZET HET RESULTAAT OP PAPIER,
09250 40 WRITE(4,102)(LETTER(J),J=1,130)
09260 CALL CLEAR(LETTER)
09270
09280 50 CONTINUE
09290
09300 C ---- ZET NU DE DIJKBASIS EROP,
09310 DO 60 I=5,125
09320 LETTER(I)=LAND
09330 60 CONTINUE
09340 WRITE(4,102)(LETTER(I),I=1,130)
09350 CALL CLEAR(LETTER)
09360
09370 C ---- DE ONDERKANT,
09380 WRITE(4,102)(LETTER(I),I=1,130)
09390 DO 70 I=2,129
09400 LETTER(I)=1H,
09410 70 CONTINUE
09420 WRITE(4,102)(LETTER(I),I =1,130)
09430
09440 C ---- DE VERKLARING
09450 WRITE(4,103)
09460
09470 101 FORMAT(1H1,T50,'IN TEKENING ZIET HET ER ALS VOLGT UIT:')
09480 102 FORMAT(1H,130A1)
09490 103 FORMAT(1H-,T50,'*WATER',/,T50,'+LAND')
09500
09510 RETURN
09520 END
09530
09540
09550
09560
09570 SUBROUTINE CLEAR(X)
09580
09590 C ---- SUBPROGRAMMA BIJ PLOT OM DE PLAATSEN VRIJ TE MAKEN,
09600
09610 INTEGER X
09620 DIMENSION X(130)
09630 DO 10 I=2,129
09640 X(I)= ' '
09650 10 CONTINUE
09660
09670 RETURN
09680 END

```

```

00010
00020 C ---- DIT PROGRAMMA BEREKENT DE POTENTIAL VAN EEN VIERKANT VELD
00030 C ---- MET DE E.E.N. MET OF ZONDER NEERSLAG,
00040
00050      IMPLICIT INTEGER(H,D)
00060      INTEGER AANTAL
00070      DIMENSION BETA(61),X(61),Y(61),NODE(3,110),ALFA(61,61)
00080
00090
00100
00110 C ---- INVOER VAN BENODIGDE GEGEVENS,
00120      WRITE(5,1)
00130      READ(5,2)GROOT
00140      WRITE(5,3)
00150      READ(5,4)NUMROW
00160      WRITE(5,5)
00170      READ(5,2)PERCIP
00180      WRITE(5,14)
00190      READ(5,2)GEGPOT
00200      WRITE(5,16)
00210      READ(5,2)ONTTR
00220
00230 C ---- BEREKEN DE BENODIGDE BASISGEGEVENS.
00240      HALF= NUMROW/2
00250      H1 = (NUMROW-1)/2
00260      N1 = NUMROW - H1 + 1
00270      N2 = NUMROW - HALF + 1
00280      AANTAL=N1 + N2
00290      NUMNOD = HALF * N1 + (NUMROW - HALF + 1) * N2
00300      NUMDRH = NUMROW * (NUMROW + 1)
00310
00320 C ---- GEEF EEN OVERZICHT VAN DE GEGEVENS.
00330      WRITE(4,7) GROOT,NUMROW,NUMDRH,NUMNOD,PERCIP,GEGPOT,
00340      1 NUMNOD,ONTTR
00350
00360 C ---- BEREKEN WELKE KNOOPPUNTEN BIJ WELKE DRIEHOEK HOREN,
00370      CALL KNOOP(NODE,N1,N2,HALF,NUMDRH,AANTAL,NUMROW)
00380
00390 C ---- BEREKEN DE COORDINATEN VAN DE KNOOPPUNTEN,
00400      CALL XYCO(X,Y,NUMNOD,NUMROW,GROOT,N1,N2,AANTAL)
00410
00420 C ---- BEREKEN DE BETA'S,
00430      CALL BETA1(NODE,X,Y,BETA,NUMDRH,NUMNOD,PERCIP,ONTTR)
00440
00450 C ---- BEREKEN DE ALFA'S,
00460      CALL ALFA1(ALFA,NODE,X,Y,NUMDRH,NUMNOD)
00470
00480 C ---- BEKENDE POTENTIALEN?
00490      CALL HALUIT(ALFA,BETA,NUMNOD,GEGPOT,X,Y)
00500
00510 C ---- LOS HET STELSEL OP.
00520      CALL SOLVE(ALFA,BETA,NUMNOD,X,Y)
00530
00540
00550 1      FORMAT(' WELKE LENGTE HEEFT HET STUK LAND?')
00560 2      FORMAT(F)
00570 3      FORMAT(' IN HOEVEEL (MAX, 10) RIJEN DRIEHOEKEN MOET HET WORDEN
00580 1      INGEDEELD?')
00590 4      FORMAT(I)
00600 5      FORMAT(' HOEVEEL NEERSLAG VALT ER?')

```

```

00610 7 FORMAT(' BEREKENING VAN DE POTENTIAAL VAN EEN STUK LAND MET
00620 1 LENGTE',E,/, ' DIT GESCHIEDT DOOR DIT GEBIED IN TE DELEN IN',
00630 2 I3, ' RIJEN DRIEHOEKEN.',/, ' HIERDOOR ONTSTAAN',
00640 3 I3, ' DRIEHOEKEN MET ',I3, ' KNOOPPUNTEN.',/, ' ER VALT EEN NEER
00650 4 SLAG VAN',E,/, ' DE SLOOTPOTENTIAAL IS',E,/, ' IN PUNT',I3,
00660 5 ' WORDT',E10.4, ' ONTTROKKEN,')
00670 8 FORMAT(IH1,T20,'DE UITVOER VAN DE BEREKENINGEN.',/,T10,'KNOOP',
00680 1 T20,'POT',T40,'KNOOP',T50,'POT',T70,'KNOOP',
00690 2 T80,'POT')
00700 14 FORMAT(IH, 'HOE GROOT IS DE POTENTIAAL BIJ DE SLOTEN?')
00710 16 FORMAT(' HOE GROOT IS DE ONTTREKKING IN HET PUNT RECHTSONDER?')
00720
00730
00740 200 STOP
00750 END
00760
00770
00780
00790
00800
00810
00820
00830
00840
00850
00860
00870 SUBROUTINE KNOOP(NODE,N1,N2,HALF,NX,AANTAL,N)
00880 IMPLICIT INTEGER (H,A,D)
00890 EQUIVALENCE (LAMP1,LAMP2),(K1,K2)
00900 DIMENSION HELP1(2,3),HELP2(2,3),NODE(3,110)
00910
00920 C --- DEZE SUBROUTINE BEREKENT DE KNOOPPUNTEN VAN DE DRIEHOEKEN,
00930 C --- BEGIN MET DE CONSTANTEN TE BEREKENEN,
00940
00950 DRH= N+1
00960 DRHTOT=0
00970 M=1-DRH
00980 LAATST = HALF * N1 + (N + 1 - HALF) * N2
00990
01000 C --- EVEN OF ONEVEN AANTAL RIJEN?
01010 IF(ABS(2. *IFIX(N/2.) - FLOAT(N)) .LT. 1.E-3)GO TO 1
01020
01030 HAP1 = N-1
01040 HAP2 = N-1
01050 GO TO 2
01060
01070 1 HAP1=N-1
01080 HAP2=N
01090
01100
01110 2 HELP1(1,1) = -HAP1
01120 HELP1(1,2) = N2 - HAP1
01130 HELP1(1,3) = N2 -HAP1 + 1
01140 HELP1(2,1) = -HAP2
01150 HELP1(2,2) = 1 - HAP2
01160 HELP1(2,3) = N2 - HAP2 + 1
01170
01180 HELP2(1,1) = N2 - HAP2 + 1
01190 HELP2(1,2) = N2 + N1 - HAP2
01200 HELP2(1,3) = 1 + N2 + N1 - HAP2

```

```

01210      HELP2(2,1) = -1 + N1 = HAP1
01220      HELP2(2,2) = N1 = HAP1
01230      HELP2(2,3) = N2 + N1 = HAP1
01240
01250      C ---- BIJ DE BEREKENING IS UITGEGAAN VAN EEN ZEKERE REGELMAAT IN
01260      C ---- KNOOPPUNTNUMMERS PER TWEE RIJEN DRIEHOEKEN, VANDAAR DAT HET
01270      C ---- MAKKELIJK MET EEN DO-LOOP GAAT. BIJ DE HELP IS DE EERSTE
01280      C ---- SUBSCRIPT VOOR DE EVEN(2) OF DE ONEVEN(1) DRIEHOEKEN.
01290
01300      DO 90 NU = 1, HALF+1
01310      C ---- DE EERSTE RIJ VAN DE TWEE,
01320      C ---- BEREKEN DE HELP
01330      DO 5 K=1,3
01340      HELP1(1,K)=HELP1(1,K)+HAP1
01350      HELP1(2,K)=HELP1(2,K)+HAP2
01360      5      CONTINUE
01370
01380      C ---- BEREKEN NUMMER EERSTE EN LAATSTE DRIEHOEK IN DE RIJ,
01390      M=M+DRH
01400      DRHTOT=DRHTOT+DRH
01410
01420      DO 30 K1=M, DRHTOT
01430      C ---- IS K1 EVEN OF ONEVEN?
01440      LAMP1=1
01450      IF(ABS(2. * IFIX(K1/2.) - FLOAT(K1)) ,LT. 1,E-3) LAMP1=2
01460
01470      DO 20 I=1,3
01480      HELP1(LAMP1,I)=HELP1(LAMP1,I)+1
01490      NODE(I,K1)=HELP1(LAMP1,I)
01500      20      CONTINUE
01510      30      CONTINUE
01520
01530      C ---- WAS DIT DE LAATSTE RIJ?
01540      IF(HELP1(2,3) .EQ. LAATST .OR. HELP1(1,3) .EQ. LAATST)
01550      1      GO TO 100
01560
01570      C ---- DE TWEEDE RIJ,
01580      C ---- BEREKEN DE HELP,
01590      DO 50 K=1,3
01600      HELP2(1,K)=HELP2(1,K)+HAP2
01610      HELP2(2,K)=HELP2(2,K)+HAP1
01620      50      CONTINUE
01630
01640      C ---- BEREKEN NUMMER VAN EERSTE EN LAATSTE DRIEHOEK IN DE RIJ,
01650      M=M+DRH
01660      DRHTOT=DRHTOT+DRH
01670
01680      DO 80 K2=M, DRHTOT
01690      C ---- IS K2 EVEN OF ONEVEN?
01700      LAMP2=1
01710      IF(ABS(2.*IFIX(K2/2.) - FLOAT(K2)) ,LT. 1,E-3) LAMP2=2
01720
01730      DO 70 I=1,3
01740      HELP2(LAMP2,I)=HELP2(LAMP2,I)+1
01750      NODE(I,K2)=HELP2(LAMP2,I)
01760      70      CONTINUE
01770      80      CONTINUE
01780
01790      C ---- ALLE RIJEN GEHAD?
01800      IF(HELP2(2,3) .EQ. LAATST .OR. HELP2(1,3) .EQ. LAATST)

```

```

01810      1      GO TO 100
01820
01830      90      CONTINUE
01840
01850
01860      100      RETURN
01870      END
01880
01890
01900
01910      SUBROUTINE XYCO(X,Y,NUMNOD,NUMROW,GROOT,N1,N2,AANTAL)
01920      C ---- SUBROUTINE DIE DE COORDINATEN VAN DE KNOOPPUNTEN BEREKENT,
01930
01940      IMPLICIT INTEGER(A,H)
01950      LOGICAL LAMP
01960      INTEGER TEST,AANTAL
01970      DIMENSION X(NUMNOD),Y(NUMNOD)
01980
01990      LAMP=.FALSE.
02000      DELTA=GROOT/NUMROW
02010      DUBBEL=2. * DELTA
02020
02030      C ---- KIJK OF HET AANTAL RIJEN EVEN OF ONEVEN IS,
02040      IF(ABS(2. * IFIX(NUMROW/2.) - FLOAT(NUMROW)) ,LT. 1,E=4)
02050      1 LAMP = .TRUE.
02060
02070      C ---- DE X-COORDINATEN,
02080      IF(.NOT. LAMP) GO TO 60
02090
02100      C ---- NUMROW IS EVEN
02110
02120      C ---- DE RIJEN MET DE HELE LENGTES AAN HET BEGIN,
02130      X(1)=0.0
02140      DO 20 J=2,N2
02150      X(J)=X(J-1) + DUBBEL
02160      20 CONTINUE
02170
02180      C ---- DE RIJEN MET DE HALVE LENGTES AAN HET BEGIN,
02190      M = N2 + 1
02200      X(M)=0.0
02210      X(M+1)=DELTA
02220      DO 40 J=M+2,M+N1-2
02230      X(J) = X(J-1) + DUBBEL
02240      40 CONTINUE
02250      X(M+N1-1) = X(M+N1-2) + DELTA
02260
02270      C ---- DE VOLGENDE RIJEN HEBBEN DEZELFDE X-COORDINATEN,
02280      GO TO 70
02290
02300      C ---- NUMROW IS ONEVEN,
02310      C ---- DE RIJEN MET DE HALVE LENGTES AAN HET EINDE,
02320      60 X(1)=0.0
02330      DO 50 J=2,N2-1
02340      X(J)=X(J-1) + DUBBEL
02350      50 CONTINUE
02360      X(N2)=X(N2-1)+DELTA
02370
02380      C ---- DE RIJEN MET HALVE LENGTES AAN HET BEGIN,
02390      X(N2+1) = 0.0
02400      X(N2+2) = DELTA

```

```

02410      DO 65 J=N2+3,N2+N1
02420          X(J)=X(J-1) + DUBBEL
02430      65      CONTINUE
02440
02450      C ---- DE HERHALING,
02460      70      M=1
02470      DO 80 J=1,NUMROW/2
02480          M=M+AANTAL
02490      DO 75 I=M,M+N2-1
02500          X(I)=X(I-AANTAL)
02510      75      CONTINUE
02520      80      CONTINUE
02530
02540
02550          M=N2+1
02560          MXA = (NUMROW+1)/2 + 1
02570      DO 90 J=1,MXA
02580          M=M+AANTAL
02590      DO 85 I = M,M+N1-1
02600          X(I)=X(I-AANTAL)
02610      85      CONTINUE
02620      90      CONTINUE
02630
02640
02650
02660
02670      C ---- DE Y-COÖRDINATEN,
02680      100     M=1-N1
02690          YCO==DELTA
02700          TEST=1
02710
02720      C ---- BEREKEN DE COÖRDINATEN RIJ VOOR RIJ,
02730      DO 140 I=1,NUMROW+1
02740          YCO=YCO+DELTA
02750          IF(TEST .EQ. 2) GO TO 120
02760          M=M+N1
02770      DO 110 J=M,M+N2-1
02780          Y(J)=YCO
02790      110     CONTINUE
02800          TEST=2
02810      GO TO 140
02820
02830      120     M=M+N2
02840      DO 130 J=M,M+N1-1
02850          Y(J)=YCO
02860      130     CONTINUE
02870          TEST=1
02880
02890      140     CONTINUE
02900
02910
02920
02930          RETURN
02940          END
02950
02960
02970
02980
02990
03000

```

03600

```

03610      A31 = A23(DRH,I,NODE,X,Y,NUMNOD,3)
03620      A32 = A23(DRH,NUM,NODE,X,Y,NUMNOD,3)
03630
03640      ALFA(I,NUM) = ALFA(I,NUM) + A * OPPERV *
03650      1      (A21 * A22 + A31 * A32)
03660
03670      50      CONTINUE
03680      C ---- NOG MEER AANGPENZENDE DRIEHOEKEN?
03690      GO TO 150
03700      100      CONTINUE
03710      150      CONTINUE
03720      200      CONTINUE
03730
03740
03750      RETURN
03760      END
03770
03780
03790
03800
03810      SUBROUTINE BETA1(NODE,X,Y,BETA,NUMDRH,NUMNOD,P,ONTTR)
03820      C ---- SUBPROGRAMMA OM DE BETA'S TE BEREKENEN.
03830
03840      IMPLICIT INTEGER(D)
03850      DIMENSION BETA(NUMNOD),X(NUMNOD),Y(NUMNOD),NODE(3,110)
03860
03870
03880      IF(ABS(P) .LT. 1.E-9) GO TO 110
03890
03900
03910      DO 100 K=1,NUMNOD
03920      C ---- WELKE DRIEHOEKEN LIGGEN AAN DIT KNOOPPUNT?
03930      DO 90 DRH=1,NUMDRH
03940          DO 80 DRHAID=1,3
03950              IF(NODE(DRHAID,DRH) .NE. K) GO TO 80
03960              BETA(K)=BETA(K) + OPP(DRH,X,Y,NODE,NUMNOD)
03970              GO TO 90
03980      80      CONTINUE
03990      90      CONTINUE
04000          BETA(K)=BETA(K) * P/3.
04010      100      CONTINUE
04020
04030      110      BETA(NUMNOD)=BETA(NUMNOD) * ONTTR
04040
04050      RETURN
04060      END
04070
04080
04090
04100
04110
04120
04130
04140
04150
04160
04170
04180
04190
04200
  
```

```

04210      SUBROUTINE SOLVE(ALFA,BETA,NUMNOD,X,Y)
04220      C ---- SUBPROGRAMMA OM HET STELSEL ALFA * POT = BETA OP TE
04230      C ---- LOSSEN.
04240      C ---- VERKLARING VARIABELEN:
04250      C ---- ALFA = MATRIX VAN NIEUW BIJ NIEUW ELEMENTEN.
04260      C ---- BETA = VECTOR AAN RECHTERZIJDE STELSEL,
04270      C ---- NIEUW = AANTAL PUNTEN WAARVAN POTENTIAAL GEGEVEN IS,
04280      C ---- NUMNOD = AANTAL KNOOPPUNTEN,
04290      C ---- X(I) EN Y(I) ZIJN X- EN Y-COORDINAAT VAN PUNT I,
04300
04310      INTEGER TEST
04320      DIMENSION ALFA(61,61),BETA(NUMNOD),X(NUMNOD),
04330      1 Y(NUMNOD),TRY(3721)
04340
04350
04360      C ---- BEREID OPLOSSING VOOR,
04370      K = 0
04380      DO 5 I=1,NUMNOD
04390          DO 4 J=1,NUMNOD
04400              K=K+1
04410              TRY(K) = ALFA(I,J)
04420      4 CONTINUE
04430      5 CONTINUE
04440
04450
04460      C ---- LOS OP.
04470      CALL GELG(BETA,TRY,NUMNOD,1,1,E=6,TEST)
04480
04490      C ---- EEN OPLOSSING?
04500      IF(TEST.EQ. 0) GO TO 20
04510      WRITE(4,1)
04520      1 FORMAT(' HET STELSEL IS NIET OPLOSBAAR DOOR AFHANKELIJKHEID. ')
04530      RETURN
04540
04550
04560      C ---- UITVOER.
04570      20 WRITE(4,11)
04580      11 FORMAT(1H1,'DE POTENTIALEN:','I',/,T3,'I',T22,'X',T32,'Y',
04590      1 T42,'POT')
04600      DO 13 I=1,NUMNOD
04610          WRITE(4,12) I,X(I),Y(I),BETA(I)
04620      13 CONTINUE
04630      12 FORMAT(1H ,I3,T10,F7.2,T20,F7.2,T38,F7.2)
04640
04650      RETURN
04660      END
04670
04680
04690
04700
04710
04720
04730      SUBROUTINE HALUIT(ALFA,BETA,NUMNOD,GEGPOT,X,Y)
04740      C ---- SUBPROGRAMMA OM DE BEKENDE POTENTIALEN TE ZOEKEN.
04750      DIMENSION X(NUMNOD),Y(NUMNOD),BETA(NUMNOD),ALFA(61,61)
04760
04770      DO 100 I =1,NUMNOD
04780      C ---- BEKENDE POTENTIAAL?
04790      IF(.NOT.(ABS(X(I)).LT. 1.E-4 .OR. ABS(Y(I)) .LT. 1.E-4))
04800      1 GO TO 100

```

```

04810      DO 75 J =1,NUMNOD
04820          IF(J .EQ. 1) GO TO 50
04830      C ---- J = I
04840      BETA(J) = BETA(J) + ALFA(I,J) * GEGPOT
04850      ALFA(I,J) = 0.0
04860      GO TO 75
04870
04880
04890      C ---- J = I
04900      50      DO 60 K=1,NUMNOD
04910          ALFA(K,I) = 0.0
04920      60      CONTINUE
04930          ALFA(J,J) = 1.
04940          BETA(J) = GEGPOT
04950      75      CONTINUE
04960      100     CONTINUE
04970
04980      RETURN
04990      END
05000
05010
05020
05030      FUNCTION A23(DRH,I,NODE,X,Y,NUMNOD,TEST)
05040      C ---- FUNCTION OM A2 EN A3 VAN PUNT I EN DRH DRH TE BEPALEN.
05050
05060      INTEGER DRH,TEST
05070      DIMENSION X(NUMNOD),Y(NUMNOD),NODE(3,110),EEN(3),EENNUL(3),
05080      1      AX(3),AY(3)
05090
05100      DATA EEN,EENNUL/4 * 1.0, 2 * 0.0/
05110
05120      K = 1
05130      AX(K) = X(I)
05140      AY(K) = Y(I)
05150
05160      DO 10 J= 1,3
05170          NO = NODE(J,DRH)
05180          IF(NO .EQ. 1) GO TO 10
05190          K = K + 1
05200          AX(K) = X(NO)
05210          AY(K) = Y(NO)
05220      10      CONTINUE
05230
05240      XDET = DET(EEN,AX,AY)
05250
05260      IF(TEST .EQ. 3) GO TO 20
05270
05280      C ---- A2.
05290      A23 = DET(EEN,EENNUL,AY)/XDET
05300      RETURN
05310
05320      C ---- A3.
05330      20      A23 = DET(EEN,AX,EENNUL)/XDET
05340      RETURN
05350
05360      END
05370
05380
05390
05400      FUNCTION OPP(DRH,X,Y,NODE,NUMNOD)
    
```

```
05410 C ---- FUNCTION OM OPPERVLAKE VAN DRIEHOEK DRH TE BEPALEN,
05420
05430 INTEGER DRH
05440 DIMENSION X(NUMNOD),Y(NUMNOD),NODE(3,110),EEN(3),E(3),F(3)
05450
05460 DATA EEN/3 * 1./
05470
05480 DO 10 K=1,3
05490 NO = NODE(K,DRH)
05500 E(K) = X(NO)
05510 F(K) = Y(NO)
05520 10 CONTINUE
05530
05540 OPP = ABS(.5 * DET(EEN,E,F))
05550
05560 RETURN
05570 END
05580
```