ONDERZOEK NAAR

VORSTVERSCHIJNSELEN

IN GROND

BIBLIOTHEEK
LANDBOUWUNIVERSITEIT
WAGENINGEN

CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS
0000 0224 4461

Promotor : dr. ir. L. Wartena, hoogleraar in de landbouwweerkunde en omgevingsnatuurkunde

Co-promotor: dr. I. A. van Haneghem, wetenschappelijk medewerker bij de vakgroep Natuur- en Weerkunde

NN08201,1147

P.H.J.M. KETELAARS

ONDERZOEK NAAR VORSTVERSCHIJNSELEN IN GROND

Proefschrift

Ter verkrijging van de graad van

doctor in de landbouwwetenschappen,

op gezag van de rector magnificus,

dr.C.C.Oosterlee,

hoogleraar in de veeteeltwetenschap,

in het openbaar te verdedigen

op dinsdag 9 juni 1987

des namiddags te vier uur in de aula

van de Landbouw Universiteit te Wageningen

ISN 488217

Hanny
Manon
Lóan

NN08201, 1147

STELLINGEN

1)De vorstindringingsdiepte berekend met de relatie zoals door Portnov afgeleid werkt in de wegenbouw en in de landbouw alleen goed als de factor α empirisch bepaald wordt en mits er geen sneeuwlaag aanwezig is.

2)Het in dit proefschrift beschreven model is inpasbaar in alle drie categorën van modellen (hoofdstuk 3 van dit proefschrift).

3)De invloed van de waterpotentiaal buiten de vrieszone op de watertransportsnelheid dient bij vorstindringingsmodellen in rekening te worden gebracht.

4)De moeilijkheden bij het opnieuw vastleggen op filmmateriaal van de groei van ijslenzen tonen aan dat kennis snel verloren kan gaan.

5)In een landbouwweerbericht dienen te verwachten vorst-en dooi-indringingsdiepten te worden opgenomen,dit is in vele gevallen mogelijk met het in dit proefschrift ontwikkelde model.

6)De onder een wegdek ontstane heffing gedurende een winterperiode versnelt de veroudering van het wegdek,het verdient daarom aanbeveling dat naar de kwantificatie van dit versnellen nader onderzoek wordt verricht.

7)De nadruk van het informatica-onderwijs op Havo en VWO dient te liggen op het vertrouwd raken met automatisering,het verdient daarom aanbeveling om de computer als hulpmiddel te gebruiken bij verschillende vakken.

8)Lesuitval kan worden tegengegaan door de betreffende ur en te benutten voor "remedial teaching",waarbij de computer als intermedium fungeert.

9)Een consequente toepassing van de eindexamennorm aangaande het aantal significante cijfers in antwoorden,resulteert bij een aantal leerlingen in een eindexamencijfer dat significant afwijkt van hun prestaties.

10)De consequentie van een meer bedrijfsmatige aanpak van een schooldirectie is dat het onderwijs onder de Arbo-wet valt, dit ter bescherming van docenten en van de kwaliteit van het onderwijs.

BIBLIOTHEEK
LANDBOUWUNIVERSITEIT
WAGENINGEN

NN08201, 1147

11)Meerkeuze-vragen dienen afgestemd te zijn op veronderstelde kennisnorm,voor kandidaten die boven deze norm uitsteken zijn deze vragen dientengevolge bij de natuurkunde meestal niet meer eenduidig.

12)De drang naar materiële zekerheid heeft tot gevolg dat veel kwaliteit verloren dreigt te gaan.

13)Een manier van sluikreclame voor politieke partijen is het vroegtijdig starten van opiniepeilingen over bepaalde politieke partijen.

14)Het doen van zaken via "gesloten beurzen" is een toonbeeld van uitwisseling van vakmanschap.

15)Een verkapte vorm van protectionisme komt tot uiting zodra het uitoefenen van een recreatiesport plaatselijk alleen kan via het competitie-element.

16)Een periodiek algemeen geneeskundig onderzoek heeft ziektegedrag als neveneffect.

17)Het afspelen van het lied "You Never Walk Alone" op een walkman is een contrast.

BIBLIOTHEEK
LANDBOUWUNIVERSITEIT
WAGENINGEN

VOORWOORD

Het Studie Centrum Wegenbouw te Arnhem stelde in 1963 een enquêtecommissie in. Deze commissie kreeg als taak het inventariseren van de antwoorden op een enquête aangaande de vorstschaden aan wegen alsgevolg van de winter 1962-1963.
Na inventarisatie bleek onder andere dat er in Nederland géén wetenschappelijk onderzoek werd verricht naar vorstindringing onder wegen. Ook het "fysisch-mechanisme" waarmee vorstindringing in poreuse media afdoende kon worden verklaard bleek toen nog niet in de literatuur beschreven te zijn. Nader onderzoek was dus gewenst. Dit resulteerde onder andere in een promotie-onderzoek van M. Vignes-Adler aan de Technische Universiteit Eindhoven en onderhavig promotie-onderzoek.

Niet alleen in Nederland ontbrak de kennis aan de fysische aspecten bij vorstindringing. Een internationaal overleg en kennis uitwisseling over het fenomeen "vorst" ontstond. Dit internationaal overleg leidde tot het houden van symposia over het bevriezen van gronden. Het bijwonen van het tweede internationale symposium "On Ground Freezing" (Trondheim 1980) werd onderhavige onderzoeker mogelijk gemaakt door het Studie Centrum Wegenbouw. De informatie welke via dit symposium werd verkregen vormt een belangrijk deel van dit proefschrift.

Inhoudsopgave

1 PROBLEEMSTELLING 1

2 BASISVERGELIJKINGEN 8

2.1 Inleiding 8

2.2 De basisvergelijking voor de massaflux 10

2.3 De basisvergelijking voor de warmteflux 12

2.4 Het medium 13

3 MODELLEN 18

3.1 Inleiding 18

3.2 Modellen van het Stefan-type 20

3.3 Capillairmodellen (Everett,Jones) 25

3.4 Filmmodellen 31

4 EEN NIEUW MODEL 34

4.1 Inleiding 34

4.2 Afleiding van een nieuw model 36

4.3 Het stroomdiagram 46

4.4 Toepassingsmogelijkheden 47

5 EXPERIMENTEN 52

5.1 Inleiding 52

5.2 Meetopstelling en werkwijze van het gesloten systeem 54

5.3 Meetopstelling en werkwijze bij het open systeem 58

5.4 Onderzoek in het veld 65

6 MEETWAARDEN EN LITERATUURWAARDEN 67

6.1 Inleiding 67

6.2 Waarden van enkele systeemparameters en andere voor het onderzoek belangrijke grootheden 68

6.3 Korrelverdeling-vriespuntdaling-vrieszone 70

6.4 Volumefracties 70

6.5 Thermische parameters 72

6.6 Temperatuur 74

6.7 Vorstdiepte 78

6.8 Heffing 82

6.9 Vorstdiepte gecombineerd met heffing 83

7 VORSTDIEPTEN EN HEFFINGEN BEREKEND MET HET MODEL 86

7.1 Inleiding 86

7.2 Het gesloten systeem 87

7.3 Het open systeem 88

7.4 De open veldsituatie 89

8 NABESCHOUWINGEN 91

SAMENVATTING 96

SUMMARY 98

APPENDIX 99

inleiding 99

deel 1 Korrelverdeling morenezand 101

deel 2 Het wiskundige vries-model van Portnov 102

deel 3 temperatuur-grafieken-vorstindex 106

deel 4 Gemeten en berekende waarden voor de vorst-diepte en de heffing 114

deel 5 Gemeten en berekende waarden voor de vorst-diepte van enkele meet-stations; winter`79 121

deel 6 Oplosmethoden 124

NOTATIES 128

symbolen 128

subscripten 129

enkele functie notaties 129

LITERATUURLIJST 130

CURRICULUM VITAE 133

DANKWOORD 134

1 PROBLEEMSTELLING

De winterperiode 1962-1963 veroorzaakte veel schade aan wegconstructies. Het Studie Centrum Wegenbouw te Arnhem, besloot tot het instellen van een werkgroep. Deze werkgroep onderzocht onder andere de oorzaken van de schade aan de wegen vanwege vorst. De fysische achtergronden, ter verklaring van deze schade, ontbrak tot dan toe. Wel bestond er een eenvoudige vergelijking waarmee de vorstdiepte berekend kon worden, maar die was in West Europa toen nog niet bekend:

$$X(t) = \alpha\sqrt{(-I(t))} \qquad (1.1)$$

hierin is $I(t)$ de temperatuuretmaalsom in K.s
$X(t)$ de vorstdiepte in m
α een evenredigheidsconstante in $m(K.s)^{-\frac{1}{2}}$

Relatie (1.1) is in 1962 door Portnov[1] ontwikkeld. Hij kwam tot deze relatie door sterke vereenvoudiging van zijn wiskundig model ter berekening van de vorstdiepte in bulk water. Aldus verkreeg Portnov een formule waarin de vorstdiepte alleen nog maar afhankelijk is van de oppervlaktetemperatuur en de tijdsduur waarover de temperatuur wordt gehandhaafd. Deze afhankelijkheid wordt weergegeven door de temperatuuretmaalsom. Deze som is het somprodukt van de temperatuur en de duur ervan. Eigenschappen van het medium zijn door Portnov verwerkt in de evenredigheidsconstante α. Voor water met een stoltemperatuur van 0 °C (onder atmosferische druk) is de waarde van α door hem gegeven. Eigenschappen van een willekeurig medium zijn niet in deze vergelijking van Portnov verwerkt. Desondanks wordt vergelijking (1.1) door een aantal onderzoekers, vanwege zijn eenvoud, gebruikt om vorstdiepte en oppervlaktetemperatuur met elkaar in verband te brengen. Als gevolg van de sterk vereenvoudigde voorwaarden die bij relatie (1.1) zijn aangenomen, kan het verschil tussen berekende en gemeten waarden voor de vorstdiepte groot zijn. De evenredigheidsconstante α geeft daarom een grote variatie te zien. In het onderzoek naar de vorstdiepte onder een wegdek, onder auspiciën van de Heidemaatschappij afdeling "speurwerk"[2], vertoonde de evenredigheidsconstante een variatie van een factor 2.

Algemeen gaat men er vaak vanuit, dat bij een temperatuur van 0 °C water bevriest. Inderdaad geldt dit voor bulk water onder atmosferische omstandigheden. Voor aan vaste bodemdeeltjes gebonden water gaat dit niet op. De temperatuur waarbij dit gebonden water bevriest, zal in het algemeen lager zijn dan 0 °C. De verklaring hiervoor is, dat nu extra energie nodig is om dit gebonden water van fase te doen veranderen. Een vriespuntdaling (van een deel) van het water is hiervan het gevolg. De plaats van de 0 °C isotherm valt nu niet meer samen met de plaats waar de fase overgang volledig is. Om een onderscheid tussen deze twee plaatsen te kunnen aangeven, spreekt men van een vorstfront en van een vriesfront. Het vorstfront heeft betrekking op de plaats van de 0 °C temperatuur, dus de plaats waar het eerste water kan bevriezen. Het vriesfront betreft dan de plaats van de vriespuntdalingsisotherm, dus de plaats waar al het water is bevroren. Een scherpe plaatsafbakening van een dergelijk front binnen een vriezend medium is niet mogelijk. Eigenschappen van het medium, zoals de stapeling van de korrels en de vochtverdeling, bepalen mede de plaats van de verschillende fronten. Tussen vorstfront en vriesfront voegt men ook wel eens een "verijzingsfront" in. Dit laatste front geeft de plaats aan waar ijs een capillair binnendringt.

Bij kristallisatie van de vloeistof water naar ijs, neemt het volume ervan met circa 10% toe. De hierbij vrijkomende latente warmte moet afgevoerd worden. Hieruit moge blijken, dat kennis van de oppervlaktetemperatuur alléén niet voldoende is. De voortschrijding van een vorstfront en van een vriesfront wordt bepaald door meerdere factoren. Dit proefschrift heeft onder andere tot doelstelling om hierin meer klaarheid te brengen. Een inzicht in de warmtebalans juist in het gebied dat ruwweg wordt begrensd door vorstfront en vriesfront, geeft hierbij meer informatie. Het gebied dat ligt tussen het vorstfront en het vriesfront noemt men de vrieszone. De afstand tussen beide fronten is aangegeven met δ.

Naast het oorspronkelijk aanwezige vocht wordt er tijdens een vriesproces extra vocht omgezet in de vaste fase. Dit geschiedt doordat er

massatransport naar de vrieszone toe plaatsvindt. De hoeveelheid getransporteerde massa, voornamelijk in de vorm van vloeibaar water, wordt bepaald door vele factoren. In hoofdstuk 4 worden deze factoren besproken. Niet alleen verstoort dit watertransport de warmtebalansen, maar het verstoort ook het gehalte aan ijs en daarmee de beschikbare ruimte ervoor. Zodra het volume aan ijs het poriënvolume te boven gaat, ontstaan op de betreffende plaatsen ijslenzen en of ijsnaalden. Toename van het beschouwde volume is het gevolg. Deze toename toont zich uitwendig door een verplaatsing van één van de mediumranden. In dit proefschrift wordt er steeds van uitgegaan, dat de bovenkant van het medium de koude kant van het vriezend medium is. De toename van het volume uit zich dan als een groei van het medium aan de bovenkant van het vriezend medium. Daarom noemt men deze groei de *heffing* van het medium. De geweldige krachten welke met heffing verbonden zijn, kunnen mechanisch sterke verbindingen, zoals bijvoorbeeld die van asfaltbeton, breken. Zo blijkt uit laboratoriummetingen van Penner[3], dat de druk kan oplopen tot enkele bars. Scheuren in een wegconstructie zijn dan het gevolg. Onderzoek naar heffing wordt verderop in dit proefschrift beschreven.

Een extra effect, dat als gevolg van massatransport ontstaat, doet zich voor tijdens een dooiproces. Ontdooiing van het medium van bovenaf heeft tot gevolg, dat er méér water aanwezig kan zijn dan het poriënvolume toelaat. Dit extra water kan tijdens het dooien niet wegvloeien wanneer het aan de bovenkant wordt afgesloten door bijvoorbeeld het wegdek en aan de onderkant door een nog niet ontdooide ijslens. De wegconstructie ligt dan op een waterbed. Door de druk van passerend verkéer wordt dit water door de naden van een wegdek naar buiten geperst. Dit effect wordt in dit proefschrift overigens niet nader onderzocht.

Zoals eerder vermeld, werd het heffingseffect aan wegen in de Nederlandse situatie pas goed waargenomen in de winter van 1962-1963. Deze winter was, naar Nederlandse maatstaven, streng. Ter illustratie zijn in figuur (1.1) de temperatuuretmaalsommen gegeven van de winters 1963 en 1979 van het meetstation Eindhoven. Deze som werd verkregen uit temperatuurmetingen op 1.5 m boven de grond.

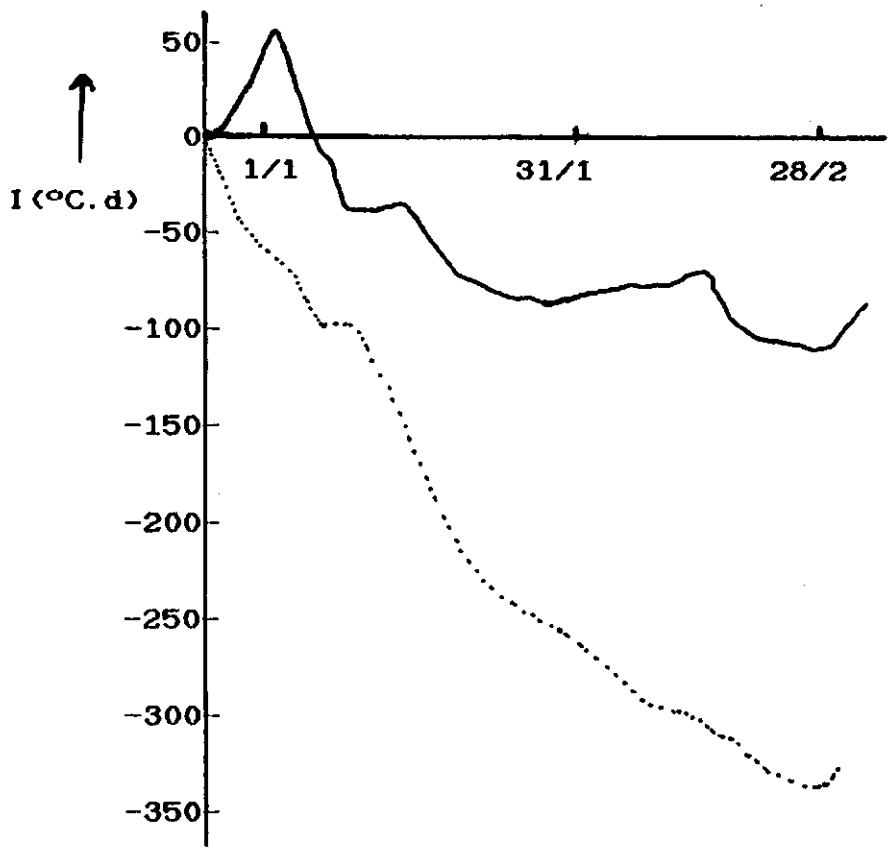


fig. (1.1) Temperatuuretmaalsom voor de winterperiode 22-12 tot 28-2 gemeten in de winters '63 (...) en '79 (——), meetstation Eindhoven.

Omstandigheden waaronder de vorst intrad zijn niet verder vermeld. De schade aan wegen, in de vorm van scheuren, was in 1963 zo groot, dat het Studie Centrum Wegenbouw besloot tot het instellen van een werkgroep. Deze werkgroep, genaamd "Vorst en opdooischade (E4)", kreeg onder andere als taak het bestuderen van vorstverschijnselen. De werkgroep kwam snel tot de voor de handliggende conclusie, dat de onderliggende laag van een wegdek uit gronden zou moeten bestaan welke zogenaamd vorstongevoelig zijn. Met andere woorden, gronden waar doorheen nauwelijks massatransport naar de vrieszone toe plaatsvindt. Het testen van gronden op dit verschijnsel was daarom een eis.

Voor het testen van gronden zijn allerlei methoden ontwikkeld. Zo ook door het "TRANSPORT AND ROAD RESEARCH LABORATORY" in Groot Brittanië. De hier ontwikkelde zo geheten T.R.R.L. methode, is internationaal hooggewaardeerd. Deze zelfde testmethode is door de werkgroep overgenomen. Voor een uitvoerige bespreking wordt verwezen naar hoofdstuk 5. Een klassificatie van gronden naar vorstgevoeligheid is op grond van deze methode mogelijk gebleken.

De werkgroep ging ook na wat er in de literatuur geschreven en onderzocht was over indringing van de vorst in gronden. Inventarisatie leidde tot de conclusie, dat met de tot dan toe beschreven modellen uitsluitend de vorstdiepte kon worden berekend. In hoofdstuk 3 worden de principes waarop deze modellen zijn gebaseerd aan de hand van drie bestaande modellen beschreven.

Echter, voor de verklaring van heffing is de toepassing van dit soort modellen niet toereikend. Praktisch onderzoek en theoretisch thermodynamisch onderzoek naar de oorzaak en beschrijving van heffing was daarom gewenst. Dit leidde tot een aantal onderzoeken:

- Vorstonderzoek op microscopische schaal.
  De vorstindringing in een afzonderlijke porie is onderzocht. Dit geschiedde onder andere aan de Technische Universiteit te Eindhoven. Het onderzoek mondde uit in een promotie van M. Vignes[4]. Zij onderzocht het indringen van ijs in nauwe, met water gevulde, capillairen. Haar proefschrift, "ETUDE FONDAMENTALE DE LA CONGELATION DES MILIEUX DISPERSES A L'ECHELLE DU PORE", geeft een wiskundig thermodynamische beschrijving van vorstindringing en massatransport.
- Onderzoek op macroscopische schaal.
  Bestudering van de literatuur toonde aan, dat veel onderzoek is verricht op macroscopische schaal. Verschillende "vorstmodellen" zijn daarbij afgeleid. In hoofdstuk 3 zullen een aantal van deze modellen besproken worden. Voor het onderhavige onderzoek is een nieuw model opgesteld waarmee zowel de vorstdiepte als ook de heffing te berekenen is. Bij de afleiding ervan is gebruik gemaakt van de bevindingen van andere onderzoekers. Model en onderzoek zijn beschreven in deze dissertatie.

-Metingen in het veld.
Onder auspiciën van de Heidemaatschappij afdeling "speurwerk"[2] werden op circa 26 plaatsen in Nederland vorstbuizen in de grond gebracht om de vorstdiepte te kunnen meten. Door gelijktijdige meting van de luchttemperatuur, op 1.5* m boven de grond, is de grootte van de evenredigheidsconstante, α in vergelijking (1.1), bepaald. Bovendien is door de geografische spreiding van de meetplaatsen na te gaan welke de temperatuuretmaalsom is voor verschillende delen van Nederland. Als voorbeeld is in figuur (1.2) de temperatuuretmaalsom van de winter '79 voor de Nederlandse situatie aangegeven. In de winter van 1963 geeft de temperatuuretmaalsom voor de verschillende delen van Nederland een zelfde patroon te zien als in figuur (1.2). De absolute waarden zijn voor die winter evenwel ongeveer het dubbele ten opzichte van die voor de winter van '79.

De veldmetingen van de winter '79 worden in hoofdstuk 7 vergeleken met berekende waarden die verkregen zijn met het nieuwe model.

Een onderzoek naar de wijze waarop heffing ontstaat is niet alleen interessant vanuit een natuurkundig oogpunt, maar zelfs zeer gewenst vanuit een maatschappelijk oogpunt. Gedeputeerde Staten van Noord Brabant besteedden bijvoorbeeld naar aanleiding van de vorstschade geleden in de winter van 1984-1985, een bedrag van fl 4.500.000,- aan het herstel van wegen.

*Opmerking 1: De decimale aanduiding van getallen wordt gedaan met een punt.

Opmerking 2: De aanduiding van paragrafen en tabellen is gedaan via getallenparen zonder haakjes. De aanduiding van formules en grafieken is gedaan via getallenparen met haakjes.

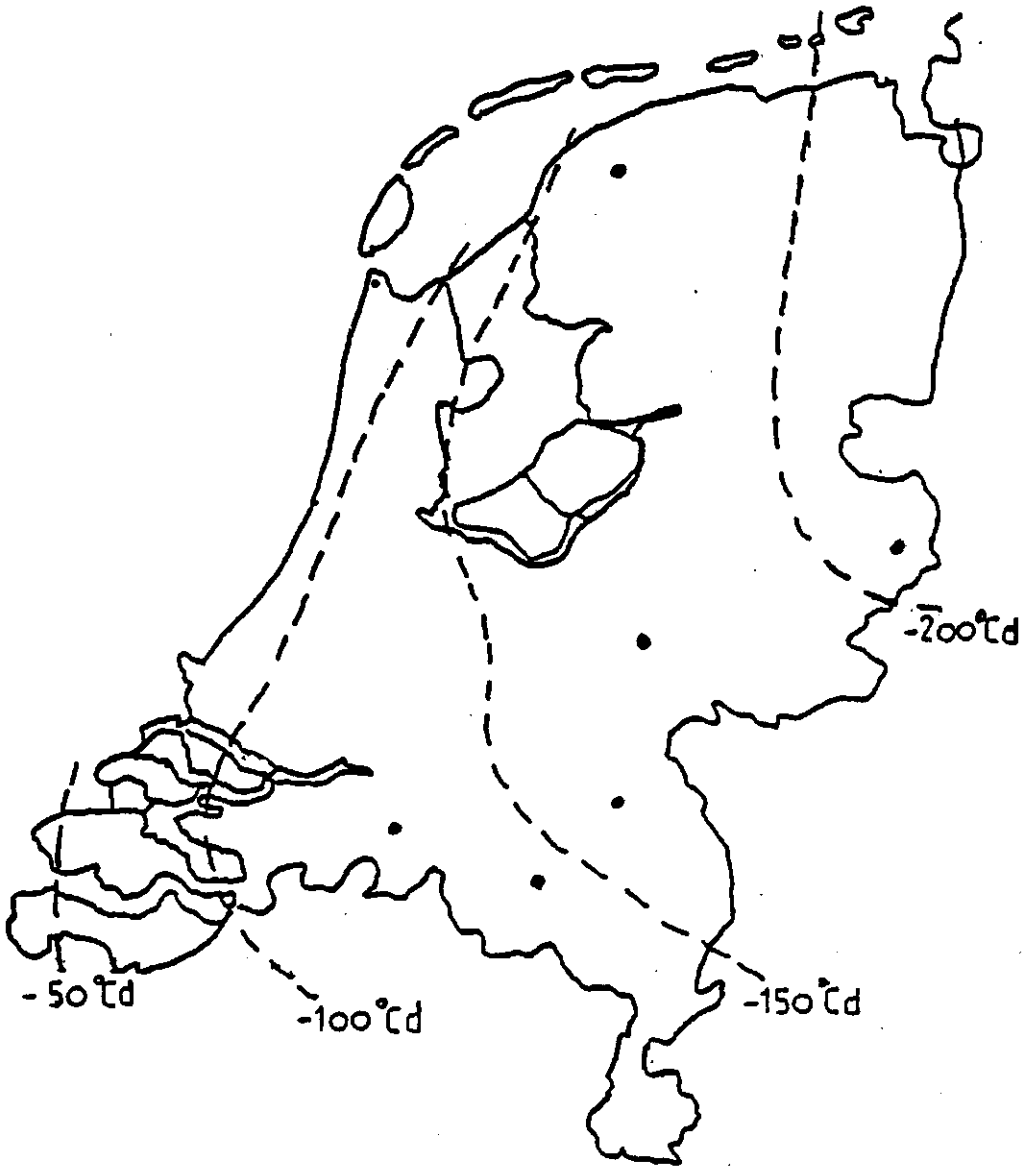


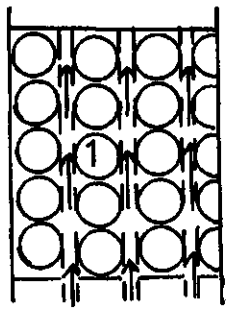
fig. (1.2)Overzicht van de temperatuuretmaalsom voor de winter `79 in Nederland.

2 BASISVERGELIJKINGEN

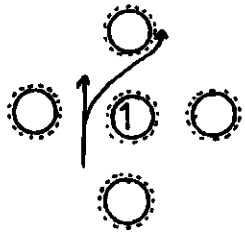
2.1 Inleiding

Temperatuurgradiënten in een medium hebben warmtetransport tot gevolg. Er moet dus een relatie bestaan tussen de temperatuur en de warmteflux. In deze relatie is de warmteflux als functie van de temperatuur op te vatten. In dit onderzoek is de temperatuur als een basisgrootheid genomen. Overige basisgrootheden zijn de waterdruk en de massatransportsnelheid. De functiebeschrijving van deze basisgrootheden is voor elk apart gegeven naar tijd en plaats. Uit de basisfuncties zijn functies afgeleid voor de warmteflux (-dichtheid), de massaflux(-dichtheid) en de vriessnelheid. Onderling vertonen de laatstgenoemde functies een grote gelijkenis. Dat wil zeggen dat hun vorm vrijwel identiek is. Bij het opstellen van de voorschriften van de basisgrootheden kan men uitgaan van een macroscopische schaal of van een microscopische schaal. Als men uitgaat van de macroscopische schaal, heeft elk voorschrift betrekking op een uitgestrekt gebied. De functiewaarden die men dan aanneemt en/of waarneemt, leiden tot "middeling" over dat gebied. Gaat men uit van de microscopische schaal, dan geldt elk voorschrift voor één porie met omringende deeltjes. Consequentie voor het kiezen van deze schaal is, dat natuurkundige verschijnselen, zoals het electrische dipoolkarakter van watermoleculen en compressibiliteit van moleculen, in de voorschriften moeten worden opgenomen. Op een macroscopische schaal merkt men deze verschijnselen niet op.

In de figuren (2.1) en (2.2) is schematisch weergegeven hoe men de stapeling van gelijke zandkorrels op macroscopische schaal respectievelijk op microscopische schaal kan beschouwen. Hierbij wordt verondersteld, dat op macroscopische schaal door de veelheid van korrels, kleine effecten vervallen. Met kleine effecten wordt bedoeld, effecten welke zich voordoen op locale schaal en effecten veroorzaakt door een kleine variatie in de waarden van de grootheden.



(2.1)



(2.2)

fig. (2.1) en fig. (2.2) Schematische weergave van stapeling zandkorrels respectievelijk macroscopisch en microscopisch.

In de figuren (2.1) en (2.2) is een korrel genummerd met "1". Zo'n korrel is bij onderzoek op macroscopische schaal te beschouwen als een element, nodig voor de stapeling van de korrels. Op microscopische schaal vormt zo'n korrel een centrum voor het onderzoek. Sommige onderzoekers nemen als tussenvorm van beide schalen een medium waarbinnen de zandkorrels "random" zijn geplaatst.

De wijze van de stapeling heeft zijn invloed op de functies van de temperatuur en de massaflux. In de bovenstaande figuren is het verschil in massatransport aan de pijlen te zien. In hoofdstuk drie wordt hieraan gerefereerd.

In haar proefschrift zegt M. Vignes[4] "On remarquera que les lignes de courant micropolaires ne différent quère des lignes de courant Newtoniennes". Zij doelt hier op het feit, dat het massatransport van water enerzijds verklaarbaar is uit het electrisch gedrag van watermoleculen, maar anderzijds ook uit de drukgradiënten welke er binnen het medium bestaan.

Het onderzoek naar het electrisch gedrag is dus een voorbeeld van microscopisch onderzoek. Bij het opstellen van de basisfuncties is gekozen voor de macroscopische schaal. De belangrijkste argumenten voor deze keuze zijn:

- de effecten van heffing doen zich buiten het medium voor
- een nieuw model moet voor de ingenieur in het veld herkenbare grootheden bevatten, welke direct met een vriesproces verbonden zijn

-een onderzoek op microscopische schaal is reeds verricht. Een vergelijkbare bijdrage hoopt dit proefschrift te geven, maar dan vanuit macroscopisch standpunt.

De relaties tussen basisgrootheden en "afhankelijke" grootheden zijn vastgelegd in basisvergelijkingen. In de natuurkunde staan deze basisvergelijkingen bekend als behoudswetten. Deze wetten worden ten behoeve van het vorstonderzoek nader geanalyseerd en gepreciseerd. Omdat de toepassing van de basisvergelijkingen op het bevroren deel, de vrieszone en het niet bevroren deel betrekking heeft, worden in dit hoofdstuk ook de grenzen van de drie gebieden nader bekeken.

2.2 De basisvergelijking voor de massaflux

De continuïteitsvergelijking voor water luidt:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0 \qquad (2.1)$$

ρ stelt de dichtheid van het samengestelde medium voor in $kg.m^{-3}$ en
v de massatransportsnelheid in $m.s^{-1}$.

De deformatie bij de fase-overgang van water naar ijs, welke zich uit in een volumetoename van circa 10%, is als aparte term te beschouwen. Als zodanig zal de deformatie opgenomen moeten worden in een randvoorwaarde.

Voor een homogeen, isotroop medium is, om inzicht in het watertransport alleen te krijgen, de translatiesnelheid langs één coördinaatas, de z-as, voldoende. Vergelijking (2.1) is dan te schrijven als:

$$\frac{\partial \epsilon_w}{\partial t} + \frac{\rho_i}{\rho_w}\frac{\partial \epsilon_i}{\partial t} + \frac{\partial v_w}{\partial z} = 0 \qquad (2.2)$$

hierin stelt ϵ het volumiek gehalte aan water (index w), en ijs (index i) voor;
v_w is de watertransportsnelheid.

De massaflux is afhankelijk van de massastroomsnelheid, v_w. Volgens Darcy[5] geldt voor deze snelheid:

$$v_w = -K \frac{\partial \Phi}{\partial z} \qquad (2.3)$$

waarbij K de hydraulische conductiviteit voorstelt en Φ de vochtpotentiaal. Zie voor dimensies van de diverse grootheden de symbolenlijst.

De vochtpotentiaal Φ kan gezien worden als de som van twee afzonderlijke potentialen Ø en Z. De potentiaal Ø is de potentiaal welke door inwendige krachten wordt veroorzaakt, waarbij de belangrijkste inwendige krachten de Van der Waalskrachten zijn. De potentiaal Z is de potentiaal welke veroorzaakt wordt door uitwendige krachten. Als enige uitwendige kracht wordt de zwaartekracht beschouwd. Voor de potentiaal Z geldt dan, dat deze een lineaire functie van de plaatscoördinaat z is. Algemeen kan men dan stellen, dat het voorschrift voor de potentiaal Z luidt:

$$Z = A.z + B$$

Vergelijking (2.3) gaat na substitutie van de functie voor Z, over in:

$$v_w = -K \frac{\partial Ø}{\partial z} - K.A \qquad (2.4)$$

het minteken heeft betrekking op de richting waarin water wordt getransporteerd. Deze snelheid is immers gericht naar een lagere potentiaal.

Na invulling van (2.4) in (2.2) luidt de massa-behoudswet:

$$\frac{\partial \epsilon_w}{\partial t} + \frac{\rho_s}{\rho_w} \frac{\partial \epsilon_s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{(K \partial Ø)}{\partial z} - A \frac{\partial K}{\partial z} = 0 \qquad (2.5)$$

2.3 De basisvergelijking voor de warmteflux

Het vriesfront kan pas dan in een medium voortschrijden als de warmte-afvoer bij dit front groter is dan de warmtetoevoer naar dit front. Het verschil tussen deze twee fluxen zal minstens ter grootte van de lokale, latente warmte moeten zijn. Voor een niet samendrukbaar medium zonder warmtebronnen kan de energievergelijking als volgt worden weergegeven:

$$C_{tot}\frac{\partial T}{\partial t} + v_w C_w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_{tot}\frac{\partial T}{\partial z}\right) \qquad (2.6)$$

hierin is C_{tot}: volumieke soortelijke warmte van het samengestelde medium in $J.m^{-3}.K^{-1}$;

C_w : volumieke soortelijke warmte van het getransporteerde water in $J.m^{-3}.K^{-1}$

λ_{tot}: warmtegeleidingscoëfficiënt van het samengestelde medium, in $W.m^{-1}.K^{-1}$.

Elk vriezend medium bestaat uit verschillende componenten en of fasen. Als het medium oorspronkelijk bestaat uit een bevochtigde zandsoort, dan zijn er 3 componenten te onderscheiden: zand, water, ijs. Waarbij met water de vloeibare fase van de stof H_2O wordt bedoeld. Ijs wordt in dit onderzoek als een aparte component beschouwd.

De waarden van de samengestelde volumieke soortelijke warmten en van de samengestelde warmtegeleidingscoëfficiënten hangen af van de relatieve aanwezigheid van de verschillende componenten. De samengestelde warmtegeleidingscoëfficiënt hangt bovendien af van de stapelingsdichtheid.

Voor de waarde van de volumieke soortelijke warmte kan, volgens De Vries[6], gebruik worden gemaakt van:

$$C_{tot} = \sum_{m=1}^{n} (x_m C_m) \qquad (2.7)$$

De bepaling van de samengestelde warmtegeleidingscoëfficiënt, hierna ook wel genoemd de samengestelde λ-waarde, is complex. Met name de verandering van de λ-waarde van de stof H_2O in het temperatuurgebied van -1 °C tot +1 °C is aanzienlijk tijdens de fase overgang. De complexiteit wordt daarnaast vergroot door het feit dat water min of meer gebonden is aan de zandkorrels. De temperatuur waarbij dit gebonden water bevriest, is afhankelijk van de bindingsenergie. Praktisch onderzoek naar het temperatuurgedrag van de schijnbare λ-waarde voor "gebonden water" is onder andere verricht door Van Haneghem en Leij[7] in Wageningen. Daarbij zijn uitvoerige metingen verricht aan bevochtigd zilverzand in het temperatuurgebied van +20°C tot -20°C. De schijnbare λ-waarde van alleen het gebonden water is berekend door op de gemeten samengestelde lambdawaarde, de λ-waarde van zuiver zilverzand in mindering te brengen. De restantwaarde wordt dan de gereduceerde λ-waarde genoemd (λ_{red}):

$$\lambda_{red} = \lambda_{tot} - x_z\lambda_z \qquad (2.8)$$

In hoofdstuk 6 en 7 wordt gebruik gemaakt van de met (2.8) berekende gereduceerde lambdawaarde. De samengestelde lambdawaarde van *bevochtigd zilverzand* is te zien als de som van de gereduceerde lambdawaarden en een proportionele lambdawaarde van het zilverzand.

Uit het onderzoek van Luthin en Taylor[8] is gebleken, dat de capacitieve warmtetransportterm in een volledig verzadigd medium klein is ten opzichte van de conductieve term. De maximale invloed van de capacitieve warmtetransportterm is circa 1% van de totale warmteflux. In vergelijking (2.6) hoeft dan de tweede term niet te worden opgenomen.

2.4 Het medium

Een homogeen en isotroop medium vereenvoudigt het oplossen van de continuïteitsvergelijking (2.5) en van (2.6). Het aantreffen van homogeniteit in een vriezend medium is niet zonder meer aan te nemen.

Zeker niet als dit medium poreus is. Er komt bij dat, zodra ijslenzen en of ijsnaalden ontstaan, de inhomogeniteit wordt vergroot. Om de vergelijkingen (2.5) en (2.6) toch op een vriezend medium te kunnen toepassen, wordt het volgende aangenomen:

- het bevriezend medium bestaat uit 3 te onderscheiden gebieden. Namelijk het bevroren deel, het niet-bevroren deel en de vrieszone. Schematisch is dit weer te geven als in figuur (2.3) is aangegeven.

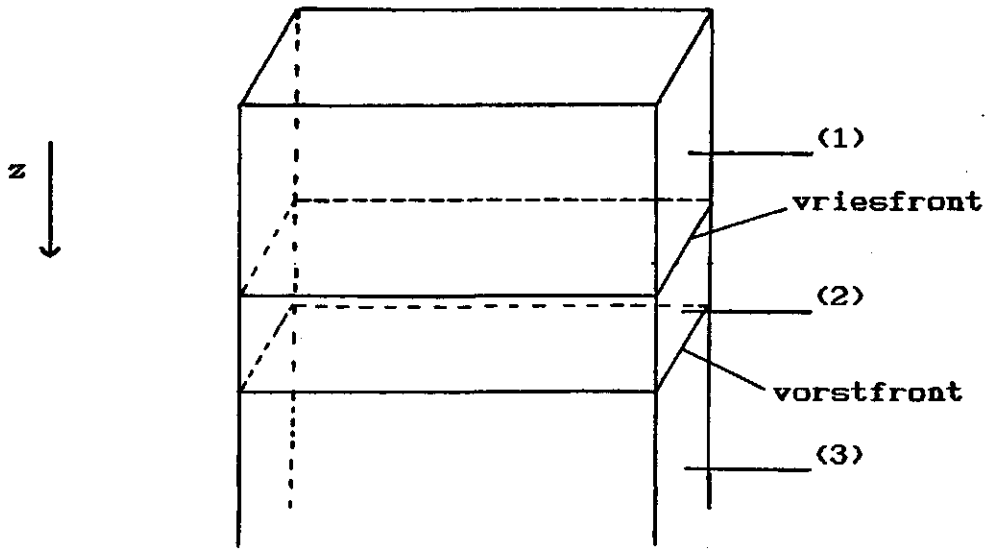


fig. (2.3) Schematische doorsnede van een gedeeltelijk bevroren medium. (1) het bevroren deel; (2) vrieszone; (3) het niet-bevroren deel

- in het bevroren deel wordt verondersteld, dat, nadat de poriën volledig met ijs zijn opgevuld, het surplus aan ijs gelijkmatig over dit deel is verspreid. De totale dikte van dit surplus is gelijk aan de uitgroei aan de bovenkant van het bevroren deel.
- De vrieszone is bij een nauwkeurige analyse op te delen in twee parten. Een part betreft het gebied tussen de 0 °C-isotherm en de plaats van de isotherm waarbij het gebonden water begint te bevriezen (deze laatste plaats is eerder de plaats van het verijzingsfront genoemd). Een tweede part bestrijkt het gebied waarbinnen het gebonden water bevriest. Omdat er geen strijdigheid aan het grensvlak van de beide delen mag bestaan, moeten de randvoorwaarden uiteraard fysisch consistent zijn en dit vergt meerdere aandacht.

-De verdeling van de bodemdeeltjes is zodanig,dat iedere deeltjesgrootte en daarmee het aanvankelijke poriënvolume gelijkmatig over het gehele medium is verspreid.

Door het onderscheiden van 3 afzonderlijke gebieden,zijn er 4 grenzen te bepalen.Alleen de onderrand van het medium,in dit onderzoek de warme kant,blijft daarbij op zijn plaats.De positie van de bovenrand verandert in de loop van het vriesproces.Tenminste als er sprake is van heffing. De plaats van 3 grenzen is daardoor in principe tijdsafhankelijk.Vaak wordt bij het uitvoeren van berekeningen aan het vorstprobleem één van deze grenzen gefixeerd gedacht.In dit onderzoek is gekozen voor fixatie van de bovenrand van het oorspronkelijke medium.De aanleiding tot deze keuze komt voort uit de gedachte om voor de heffing een aparte formule op te stellen.Bij de afleiding van het nieuwe model in hoofdstuk 4 wordt hierop teruggekomen.

De twee resterende tijdsafhankelijke grenzen zijn dan de grenzen welke de vrieszone afbakenen.

Tijdens het indringen van de vorst in het medium verplaatsen beide grenzen zich dieper in het medium.Naast deze tijdsafhankelijkheid blijkt dat er nog een tweede vorm van afhankelijkheid bestaat.Naarmate de vorst dieper in het medium dringt wordt het gebied van de vrieszone groter. Enerzijds kan men dit verklaren door een verandering in de warmtefluxen.Zo wordt de warmteflux in het algemeen geringer.Naarmate de vorst dieper in het medium dringt,neemt het gewicht van het bevroren deel toe.Een toename van gewicht betekent een toename van de druk op het ijs.Dus ook een vergrote druk op het vriesfront.Een grotere druk heeft een extra vriespuntdaling tengevolge.
In de veldsituatie neemt daarom de lengte van de vrieszone altijd toe naarmate de vorstgrens dieper in de grond dringt.

Een vergroting van de vrieszone doet zich in sommige laboratoriumexperimenten ook voor. Het is echter ook mogelijk om in laboratoriumexperimenten de vrieszone,naarmate de vorst dieper indringt,te doen verkleinen.Dit gebeurt

als zowel de temperatuur aan de warme kant van het medium als de temperatuur aan de koude zijde én de vriespuntdaling constant zijn.

De vrieszone is, zoals eerder vermeld, onder te verdelen in twee parten. Part een is als dat deel van de zone te beschouwen, waar het "vrije" water bevriest. Part twee als het deel waarbinnen het "gebonden" water bevriest. De temperatuur waarbij het gebonden water in een gemiddelde porie begint te bevriezen wordt genoemd T_o. De temperatuur waarbij het water in een gemiddelde porie in zijn geheel is omgezet in ijs, wordt genoemd T_j. De hele vrieszone zou dan het gebied bestrijken, dat inligt tussen de plaats van de 0°C-isotherm en de plaats van de T_j-isotherm. Voor de plaats van het vriesfront, X, is in principe gekozen de plaats waar tussen de poriën door van een vrij watertransportweg net geen sprake meer is. Dit is dus ergens tussen de plaats van de T_o-isotherm en de plaats van de T_j-isotherm. Een schematische plaatsaanduiding van deze temperaturen is gegeven in figuur (2.4).

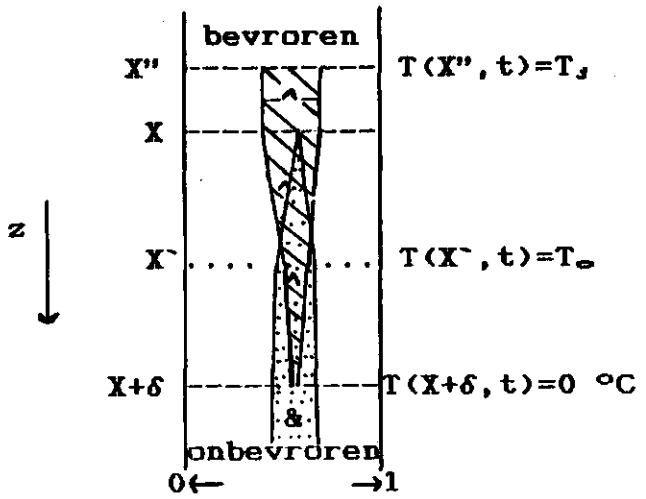
De lengte van de vrieszone wordt aangegeven met $\delta(t)$. De vrieszone is schematisch weer te geven zoals is gedaan in figuur (2.4). De arcering geeft hierin de ijs-fractie aan, de stippels het watergehalte. Ter hoogte van X' vertoont het volume water + ijs een minimum, daar zit meer lucht in de grond. Hierop wordt in paragraaf 4.2 teruggekomen.

De temperatuur T_o wordt in de literatuur berekend met de vergelijking van Clausius-Clapeyron[9]:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L_w}{T(V_i - V_w)} \qquad (2.9)$$

Vergelijking (2.9) geeft de relatie tussen de druk, uitgeoefend op de vaste fase, en de daaruit volgende vriespuntdaling. De zuivere stof moet dan tussen de fasen wel in evenwicht zijn, waarmee wordt bedoeld dat de vrije energie van de twee fasen niet verandert zodra de druk verandert.

Zo geldt voor de zuivere stof H_2O, dat een extra druk van 1.0 bar een vriespuntdaling geeft van circa 0.01°C[10].



fig(2.4)Schematische doorsnede van de vrieszone.
δ geeft de lengte van de zone aan;
\^ geeft het relatieve volume van ijs aan;
..& geeft het relatieve volume van water aan.

Meestal staat het poriënwater in vrije verbinding met de buitenlucht. De druk in de vloeibare fase verandert dan niet. In vergelijking (2.9) is de drukverandering dan geheel toe te schrijven aan een drukverandering in de ijsfase. Vergelijking (2.9) is dan, na integratie naar de temperatuur en voor kleine variaties, te schrijven als:

$$P_i = T_o \frac{L_w}{T(V_i - V_w)} \qquad (2.10)$$

met V: het specifieke volume van respectievelijk ijs(index i) en water(index w). in $kg.m^{-3}$
T: stoltemperatuur van water in K.

Controle van vergelijking (2.10) is mogelijk via de vriespuntdaling van 0.01°C voor water bij een overdruk van 1 bar en bij een normale stoltemperatuur van 273 K:

$$10^5 \overset{?}{=} \frac{10^{-2}*333*10^3}{273*10^{-4}}$$

hetgeen overeenstemt.

3 MODELLEN

3.1 Inleiding

Er zijn veel en onderling sterk verschillende onderzoeken verricht naar het fenomeen van de vorstindringing. Vaak leidde een onderzoek tot het opstellen van een model waarmee of de vorstdiepte of de vorstindringssnelheid berekend kon worden. Qua natuurkundig fundament verschillen al deze modellen nauwelijks. Steeds zijn het de behoudswetten, zie de vergelijkingen (2.1) en (2.6), die als uitgangspunt zijn genomen.

Hoewel ieder model steeds een zekere vereenvoudiging van de werkelijkheid is, treden belangrijke verschillen tussen de diverse modellen op. Deze verschillen worden bepaald door:

- de mate van vereenvoudiging.
  Een afweging van belangen leidt tot een vorm van vereenvoudiging. Tot deze belangen behoren de wiskundige oplosbaarheid en hanteerbaarheid van het model
- het toepassingsgebied.
  Hiermee wordt gedoeld op het gebruikte medium, samenstelling van het medium waarop het model wordt toegepast
- de randvoorwaarden en de beginvoorwaarden.
  Meestal zijn deze voorwaarden vastgelegd in temperatuurfuncties
- microscopische of macroscopische aspecten.

Onder de restrictie van bovenstaande factoren zijn diverse modellen gemaakt. Letten we op de kenmerken van de vrieszone, dan kunnen we 3 categorieën onderscheiden:

categorie 1: De vrieszone is infinitesimaal dun. De eerste onderzoeker die een model opstelde met $\delta=0$ was Stefan[1]. Daarom noemt men de modellen die nadien zijn opgesteld en hetzelfde kenmerk vertonen de *modellen van het type Stefan*. In paragraaf 3.2 worden van dit type de modellen van Stefan, Portnov en Neumann beschreven.

categorie 2: De vrieszone hangt af van de poriënruimte tussen de korrels. Als eerste onderzocht Everett[12] het indringen van ijs vanuit een brede porie naar een smalle porie. In de smalle porie trad eerst watertransport op, nadien drong het ijs pas in deze porie. Aanvankelijk werd dit transport toegeschreven aan capillaire opstijging. Daarom noemt men deze modellen de *Capillair modellen*. De essentie van het werk van Everett wordt besproken in paragraaf 3.3. Daar wordt ook het tot deze categorie behorende model van Jones besproken.

categorie 3: De vrieszone strekt zich maximaal uit over het gebied dat ligt tussen de plaats van de 0 °C-isotherm en de plaats van de T_3-isotherm. In een vochtig, korrelig medium is water gebonden aan de korrels. Terwijl het water in het midden van een porie bevriest, gebeurt dit nog niet met het aan de korrels gebonden water. Tussen korrels en ijs blijft een dunne waterfilm over. Pas bij zeer lage temperaturen zal dit filmwater bevriezen. Zolang deze lage temperatuur niet wordt bereikt, kan watertransport via de films plaatsvinden. Dit is afhankelijk van de vrije verbinding tussen de films en het niet gebonden water. Vanwege de dunne, gebonden waterlaag rondom korrels, noemt men de modellen met dit verschijnsel als uitgangspunt de *filmmodellen*. Vooral Miller[17] heeft een grote bijdrage geleverd aan de ontwikkeling van deze filmmodellen. In paragraaf 3.4 komen deze ter sprake.

3.2 Modellen van het Stefan-type

Bij de modellen van het type Stefan wordt er vanuit gegaan dat de vrieszone niet bestaat. Ook wordt er vanuit gegaan, dat er geen massatransport is. Aan het behoud van massa wordt dan automatisch voldaan. Voor het behoud van warmteflux, wordt vergelijking (2.6) opgelost voor het niet bevroren deel van het medium en voor het bevroren deel ervan. De modellen welke in deze paragraaf worden besproken gaan uit van temperatuurfuncties die zodanig zijn opgesteld, dat ze aan vergelijking (2.6) voldoen. Zeker voldoen de temperatuurfuncties daaraan, indien zij ook voldoen aan de in de warmteleer bekende Fouriervergelijking:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \tag{3.1}$$

Op de grens tussen beide delen moet de temperatuurfunctie continu zijn:

$$T_f(X,t) = T_u(X,t) \tag{3.2}$$

waarbij de indices f en u betrekking hebben op respectievelijk het bevroren deel en het niet-bevroren deel.

Omdat er geen sprake meer is van een vrieszone, is er ook geen sprake meer van dat het aanwezige water bij verschillende temperaturen bevriest. De temperatuur op de "haarscherpe" scheiding is de stoltemperatuur, T_o, van het water.

Het voortschrijden van het vorstfront is alleen dán mogelijk, als de warmte-afvoer ter plaatse groter is dan de warmtetoevoer. Het verschil tussen de twee fluxen bepaalt de vorstindringingssnelheid volgens:

$$\lambda_f \left.\frac{\partial T_f}{\partial z}\right|_{z=X} - \lambda_u \left.\frac{\partial T_u}{\partial z}\right|_{z=X} = \epsilon_w L_w \rho_w \frac{dX}{dt} \tag{3.3}$$

waarbij λ_f en λ_u de samengestelde λ-waarde van respectievelijk het bevroren deel en het niet-bevroren deel voorstellen.

Verschillen tussen de Stefan-achtige modellen ontstaan door het hanteren van verschillende randvoorwaarden en beginvoorwaarden van de desbetreffende temperaturen. De algemene notatie voor deze temperaturen zijn:

$f(t)$ voor de oppervlakte temperatuur; ook wel genoemd de koude-zijde-temperatuur.
De nader te bepalen temperatuurfunctie in het bevroren deel moet voldoen aan de voorwaarde:

$$T_f(0,t) = f(t).$$

T_o voor de temperatuur aan het vriesfront.
In het algemeen moet gelden:

$$T_f(X,t) = T_u(X,t) = T_o.$$

T_s voor de temperatuur aan het warme eind van het medium.
Voor de temperatuurfunctie behorend bij het niet-bevroren deel geldt:

$$T_u(S,t) = T_s = \text{constant}.$$

De notatie gebruikt voor de begintemperatuurverdeling is:

$$g(z) = T_u(z,0).$$

Schematisch zijn bovenstaande temperatuurfuncties weer te geven zoals in figuur(3.1) is aangegeven.

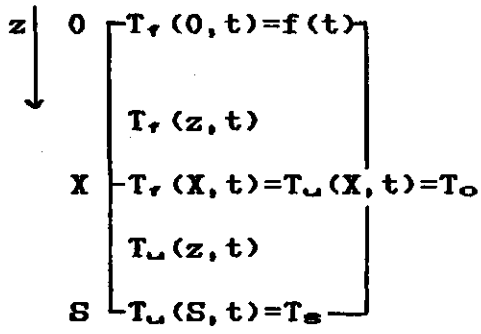


fig. (3.1) Overzicht van de temperatuur-notaties.

a)Het model van Stefan[11]

Als medium nam Stefan bulk water dat bevriest bij een temperatuur van 0 °C. Voor de begintemperatuur gold:

$g(z) = 0°C.$

Vergelijking (3.3) vereenvoudigt dan tot:

$$\lambda_i \left.\frac{\partial T_i}{\partial z}\right|_{z=X} = L_w \rho_w \frac{dX}{dt} \qquad (3.4)$$

waarin λ_i de warmtegeleidingscoëfficiënt van ijs voorstelt.

Vanaf t=0 nam Stefan aan dat er aan het oppervlak van het water een constante temperatuur heerste. Deze temperatuur had een waarde die lager was dan 0 °C:

$f(t) = f_o < 0°C.$

Tenslotte beschouwde Stefan het vriesproces als een quasi-statisch proces. De temperatuurverdeling in het bevroren gebied van het medium water-ijs, is dan lineair en voldoet aan de vergelijking:

$$T_i(z,t) = -\frac{z}{X} f_o + f_o \qquad (3.5)$$

De temperatuurverdeling, zoals aangegeven in vergelijking (3.5), voldoet aan vergelijking (3.1). Substitutie van bovenstaande temperatuurfunctie in vergelijking (3.4) geeft:

$$-\lambda_i \frac{f_o}{X} = L_w \rho_w \frac{dX}{dt} \qquad (3.6)$$

Na integratie van vergelijking (3.6) naar de tijd ontstaat het model van Stefan, zoals dat in de literatuur bekend is:

$$X(t) = \sqrt{(-2\lambda_i f_o t/(L_w \rho_w))} \qquad (3.7)$$

b) Het model van Neumann[11,13]

Neumann ging uit van een half oneindig uitgestrekt medium, waarbinnen het volumieke vochtgehalte in het niet-bevroren deel uniform is in tijd en plaats. Doordat dit water enigszins gebonden is, zal de gemiddelde waarde van de stoltemperatuur lager zijn dan 0 °C. Tevens werd voor de begintemperatuur en voor de oppervlaktetemperatuur verondersteld dat deze constant zijn. Er geldt dan:

$T_f(X,t) = T_u(X,t) = T_o \quad (\leq 0°C)$

$g(z) = g_o \quad (\geq 0°C)$

$f(t) = f_o \quad (< 0°C)$

De temperatuurvoorschriften voor de twee gebieden -Neumann onderscheidde geen vriezone- worden verkregen door bovenstaande voorwaarden toe te passen op een error-functie-oplossing van vergelijking (3.1):

$$T_f(z,t) = f_o + \frac{\mathrm{erf}(z/(2\sqrt{(a_f t)}))}{\mathrm{erf}(X/(2\sqrt{(a_f t)}))} (T_o - f_o) \qquad (3.8)$$

$$T_u(z,t) = g_o + \frac{\mathrm{erfc}(z/(2\sqrt{(a_u t)}))}{\mathrm{erfc}(X/(2\sqrt{(a_u t)}))} (T_o - g_o) \qquad (3.9)$$

waarbij a de temperatuurvereffeningscoëfficiënt voorstelt en gelijk is aan $\lambda/\rho c$.

Gebruikmakend van de vergelijkingen (3.3), (3.8) en (3.9) vindt Neumann een uitdrukking voor de vorstdiepte als functie van de tijd. Vervolgens is er verondersteld, dat de relatie tussen vorstdiepte en tijd van dezelfde vorm als (3.7) kan zijn. Het model van Neumann wordt dan:

$$X(t) = 2\beta\sqrt{(a_r t)} \qquad (3.10\text{-a})$$

met β op te lossen uit een impliciete vergelijking welke ontstaat als (3.10-a) wordt ingevuld in de balans van de warmte-stroomdichtheden:

$$\frac{\lambda_r (T_o - f_o)}{\mathrm{erf}(\beta)} e^{-\beta^2} + \frac{\lambda_u (T_o - g_o)}{\mathrm{erfc}(\beta\sqrt{(a_r/a_u)})} e^{-\beta^2 (a_r/a_u)} = \qquad (3.10\text{-b})$$

$$= \epsilon_w L_w \rho_w \sqrt{(a_u/a_r)}\, \beta \sqrt{\pi}$$

Neumann loste β grafisch op.

c) Het model van Portnov[1]

Als wiskundige was Portnov geïnteresseerd in een algemene oplossing van vergelijking (3.1). Aangevuld met algemene functies voor de rand-temperaturen en voor de begintemperatuurverdeling, vindt Portnov een algemene oplossing voor de vorstdiepte in de vorm van een convergerende reeks. Voor de verschillende temperatuurfuncties is hiertoe aangenomen dat deze te schrijven zijn als machtreeksen. Omdat de convergerende reeks-relatie tussen vorstdiepte enerzijds en temperatuur en tijd anderzijds een reële, dus eindige, oplossing bevat, kan men deze reeks naar believen, afhankelijk van de nauwkeurigheid en de hanteerbaarheid, afbreken. In appendix deel 2 is een uitgebreide wiskundige beschrijving van de oplossing van Portnov gegeven.

Als toepassing voor zijn algemene oplossing koos Portnov voor eenzelfde medium als gebruikt door Stefan. Alleen de oppervlaktetemperatuur mocht elke, willekeurige, functie van de tijd zijn. Aannemende dat een voldoende benadering voor de vorstdiepte beschreven wordt door de eerste orde machten in de reeksen, vond Portnov als resultaat:

$$X(t) = [-2\lambda_1 \int_0^t f(t)\,dt/(L_w \rho_w)]^{1/2} \qquad (3.11)$$

Vergelijking (3.11) staat in de literatuur bekend als het model van Portnov. Vanwege de koppeling tussen een variabele oppervlaktetemperatuur in de tijd en de vorstdiepte wordt dit model vaak toegepast. Zoals is aangegeven in (1.1) vervangt men de integraal door de temperatuuretmaalsom. Maar deze som verschilt in waarde van de bewuste integraal. De maximale waarde van de temperatuuretmaalsom is het verschil tussen de maximale waarde voor de vorstindex en de minimale waarde ervan. Zo is voor de winter 1979, figuur (1.1), de somwaarde -140°C.d. De integraal in vergelijking (3.11) heeft echter betrekking op de periode, dat de oppervlaktetemperatuur van het medium beneden 0°C is. De maximale waarde voor deze integraal zal voor de winter van 1979 een minder negatieve grootte aannemen dan -140°C.d. Vóór het invallen van de vorst ligt de bodemtemperatuur immers boven 0°C (figuur (1.1)) terwijl volgens Portnov de begintemperatuur 0°C zou moeten bedragen.

Het toepassen van (3.11) op een medium anders dan water heeft het invoeren van een factor tot gevolg. Dat deze invoering niet in overeenstemming is met hetgeen afgeleid is door Portnov, volgt direct uit vergelijking (3.11). In vergelijking (3.11) is de warmtegeleidingscoëfficiënt van ijs opgenomen en niet die van enig ander soort medium!

Het model van Portnov is enigszins te gebruiken onder de voorwaarden dat:
- er een constant watergehalte aanwezig is
- er geen sprake is van een vriespuntdaling
- alleen de latente warmte en de warmteflux door het bevroren medium de warmtebalans aan het vries-vorstfront bepalen
- er geen massatransport is.

3.3 Capillairmodellen (Everett, Jones)

Als de pakkingsdichtheid van een korrelig medium bekend is, dan is ook de gemiddelde volumieke ruimte tussen de korrels bekend. Deze tussenruimte is te beschouwen als de transportweg voor massa. Maar de doorsnede van deze transportweg is erg veranderlijk. Ook in het ideale geval, als alle

korrels bolvormig zijn,alle met dezelfde diameter en homogeen verdeeld over de ruimte. Schematisch is deze laatste tussenruimte weergegeven in figuur (3.2):

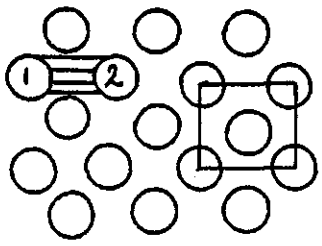


fig. (3.2) Tussenruimte bij een homogene verdeling van identieke zandkorrels.

In figuur (3.2) is de veranderlijkheid van de doorsnede van een transportweg aangegeven via de lijnstukjes tussen korrel 1 en korrel 2.De ruimte binnen het aangegeven vierkant in figuur (3.2) geeft deels de pakkingsdichtheid weer en deels de variënde tussenruimte.

Everett[12] benaderde de tussenruimte door twee "brede" vaten met elkaar te verbinden via een nauwe buis.Om de aanvoer van water door de poriën te kunnen nabootsen,werd één vat aangesloten op een derde vat,dat gevuld was met water. Figuur (3.3) geeft het principe van de opstelling van Everett weer.Via experimenten onderzocht Everett de voorwaarden waaronder ijs uit een brede porie een nauwe porie kan binnendringen.De doorsnede van de nauwe verbindingsbuis is daarbij van belang en bedraagt enkele tienden van mm^2.Uit zijn onderzoek bleek,dat water uit het waterreservoir 4 werd aangezogen naar het ijs in porie 1.Pas nadat de druk van het ijs in porie 1 een bepaalde waarde had bereikt,drong het ijs in het capillair.De waarde van de ijsdruk bleek afhankelijk van de doorsnede van het capillair.

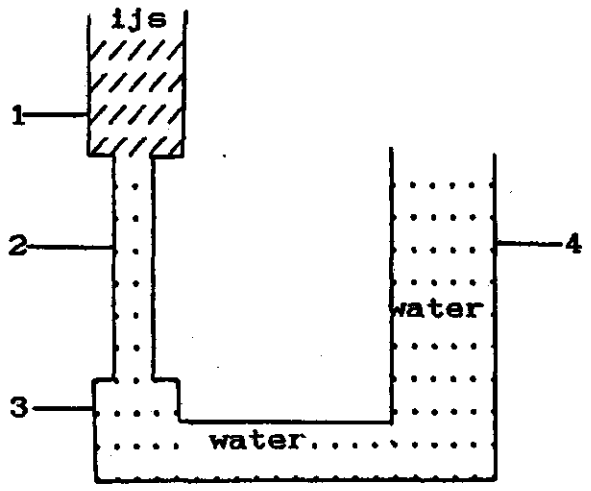


fig. (3.3) Opstelling volgens Everett.
Twee brede poriën, vat 1 en vat 3, verbonden via een capillair, 2.

Uit het onderzoek van Koopmans en Miller[14] was bekend, dat voor het verdrijven van vloeistof uit verschillende capillairen een overdruk nodig is. Deze overdruk voldoet, bij een maximale vochtigtigheidsgraad, aan de relatie:

$$P_d - P_{vl} = \frac{2\,\sigma_{d,vl}}{r} \qquad (3.12)$$

met P_d: druk van de damp in Pa
P_{vl}: druk van de vloeistof in Pa
$\sigma_{d,vl}$: oppervlaktespanning tussen vloeistof en zijn damp in $N.m^{-1}$
r: kromtestraal bij de scheiding van damp en vloeistof in m.

Eenzelfde relatie als in (3.12) wordt door onder andere Koopmans[14], Hoekstra[15] en Jones[16] verondersteld voor het drukverschil tussen ijs en water, vóórdat ijs een porie kan binnendringen. Dan wordt (3.12):

$$P_i - P_w = \frac{2\,\sigma_{i,w}}{r} \qquad (3.13)$$

De druk van het water en het ijs, zoals aangegeven in de vergelijkingen (3.13) en (2.10) wordt vaak bepaald ten opzichte van de buitenluchtdruk.

Omdat water in een veldsituatie in vrij contact staat met de buitenlucht, is de overdruk van het water gelijk gesteld aan 0. Geeft vergelijking (2.10) de relatie aan tussen een vriespuntdaling en een overdruk, vergelijking (3.13) geeft de relatie tussen overdruk en kromtestraal. Aannemende dat de voorwaarden waaronder (2.10) en (3.13) zijn opgesteld dezelfde zijn, geeft combinatie van beide:

$$\frac{L_w T_o}{T(V_i - V_w)} = \frac{2\sigma_{i,w}}{r} \qquad (3.14)$$

Van een overdruk is nu niet langer sprake. In feite heeft de oppervlaktespanning in combinatie met de kromtestraal van het grensvlak de rol van de overdruk overgenomen. Daarvoor in de plaats is een vriespuntdaling aangegeven.

Penner[3] onderzocht of het vervangen van een overdruk door een vriespuntdaling inderdaad met de praktijk overeenkomt. Voor het medium dat hij bij zijn onderzoek gebruikte, zou de overdruk gelijk moeten zijn aan circa 5 bar. Berekening van de vriespuntdaling, volgens (3.14), gaf als uitkomst 0.7°C. Inderdaad vond Penner, dat de temperatuur aan het vriesfront binnen het door hem onderzochte medium -0.7°C was. Zolang deze temperatuur niet werd bereikt, vond massatransport naar het vriesfront toe plaats. Of massatransport bij een lagere temperatuur dan -0.7°C optrad, gaf hij niet aan.

De geldigheid van toepassing van vergelijking (3.14) op elk medium, in elke situatie, is hiermee niet bewezen. Immers in een korrelig medium is de waarde van de kromtestraal variabel, zie figuur (3.2).

Een aanname over een constante waarde van de vriespuntdaling, heeft consequenties voor het gebied waarover de vrieszone zich uitstrekt. In paragraaf 2.4 is hierop reeds gewezen. De zone strekt zich minstens uit over het gebied dat ligt tussen de plaats van de 0°C-isotherm en de plaats van de T_o-isotherm. Indien ook de warme zijde van het vriezend medium een constante randtemperatuur heeft (zoals bij een aantal laboratoriumexperimenten), dan geldt bij een quasi-statisch vriesproces dat de vrieszone minimaal gelijk is aan:

$$\delta(t) = \frac{-T_o}{T_s - T_o}(S - X(t)) \qquad (3.15)$$

waarbij S de totale lengte van het oorspronkelijke medium is.

Naarmate de vorst dieper in het medium dringt, neemt dus X toe en neemt de vrieszone volgens vergelijking (3.15) in lengte af.

Figuur (3.4) geeft de verschillende temperaturen weer, behorend bij het capillairmodel. In figuur (3.4) is voor de presentatie van de verschillende temperaturen, gebruik gemaakt van de eerder vermelde notaties.

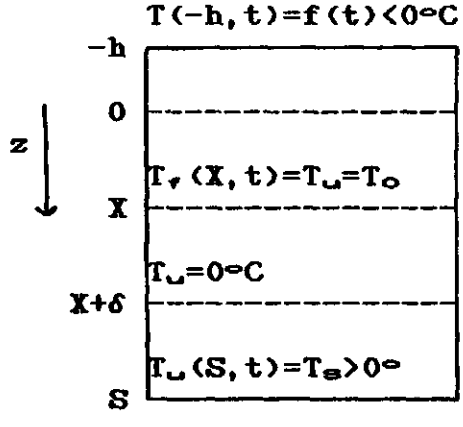


fig. (3.4) Schematische weergave van de temperaturen, behorend bij het capillairmodel.

Omdat toepassing van vergelijking (3.14) onder enig voorbehoud diende te geschieden, ging Jones semi-empirisch te werk. Hij berekende met vergelijking (3.14) een vriespuntdaling en vergeleek deze waarde met de gemeten waarde voor de vriespuntdaling. Hierdoor kreeg Jones informatie over de te gebruiken kromtestraal in vergelijking (3.14) en over de lengte van de vrieszone. Kennis van deze lengte was nodig om de watertransportsnelheid te kunnen uitrekenen. Het ontbrak hem echter aan gegevens omtrent de vochtpotentiaal Ø, vergelijking (2.4). Hij nam hiertoe de meetwaarden over van Williams. Verder nam hij aan dat de gradiënt van deze potentiaal in een volledig

verzadigd medium alleen bepaald wordt door de vrieszone volgens:

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial z} = \emptyset_m/\delta \qquad (3.16)$$

waarbij $\emptyset_m$ experimenteel bepaald moet worden.

Jones stelde, dat alleen de vochtpotentiaal die aanwezig was binnen de vrieszone het watertransport veroorzaakte. Bij het indringen van de vorst in het medium, kan uit de temperatuurmetingen de lengte van de vrieszone worden bepaald. Zijn wiskundig-numeriek model bestond uit het oplossen van de energievergelijkingen (3.1) en (3.3) in combinatie met de drukvergelijkingen (3.14) en (3.16).

Jones koos bij zijn oplosmethode voor een plaatsfixatie in de tijd van het vriesfront. Een translatie van de z-coördinaat, over een afstand X, is daarvan het gevolg. Tevens neemt Jones aan dat de capacitieve warmtetransportterm behorend bij het verplaatste water te verwaarlozen is. Echter doordat de vorst dieper in het medium is gedrongen, zijn de lengtes van het bevroren deel en het niet-bevroren deel verandert. Een verandering in de warmtecapaciteiten van deze gebieden ontstaat daardoor. De verandering van de lengtes is direct afhankelijk van de vriessnelheid dX/dt. De relatieve verandering van de warmtecapaciteiten neemt Jones wel op in vergelijking (2.6). De energie vergelijking wordt dan:

$$\frac{\partial (C_u T_u)}{\partial t} = \frac{\varsigma}{X}\frac{dX}{dt}\frac{\partial (C_u T_u)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{(\lambda_u \partial T_u)}{\partial z} \qquad (\varsigma < X)$$

$$\frac{\partial (C_f T_f)}{\partial t} = \frac{S-z}{S-X}\frac{dX}{dt}\frac{\partial (C_f T_f)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{(\lambda_f \partial T_f)}{\partial z} \qquad (\varsigma \geq X) \qquad (3.17)$$

ς stelt de plaatscoördinaat voor, na translatie over z-X (ς=z-X)

De vriessnelheid, dX/dt, komt duidelijk in deze vergelijking naar voren.

Gecombineerd oplossen van de vergelijkingen (3.17) en (3.3) via numerieke methoden geeft waarden aan de temperatuurfuncties en de vriesfrontdiepte.
Aldus berekende waarden zijn door Jones vergeleken met gemeten waarden. De metingen zijn uitgevoerd in media waarbinnen geen massatransport plaatsvindt. Hiertoe gebruikte Jones cement en zuiver zand. De overeenkomsten tussen gemeten waarden en berekende waarden waren zo groot, dat het model ook werd toegepast op media, waar wel massatransport in optrad. Hiervoor gebruikte hij een volledig verzadigd medium. Vergelijking (3.3) behoefde alleen aangepast te worden met een term waarin de latente warmte van het getransporteerde water naar het vriesfront toe is vervat:

$$\lambda_r \left.\frac{\partial T_r}{\partial z}\right|_{z=X} - \lambda_u \left.\frac{\partial T_u}{\partial z}\right|_{z=X} = \left(\frac{dX}{dt}\epsilon_w + v_w\right) L_w \rho_w \qquad (3.18)$$

Gebruikmakend van de eerder vermelde veronderstelling met betrekking tot de vochtpotentiaal, (3.16), berekende Jones de heffing. De verschillen tussen de waarden van de heffing zoals deze gemeten en berekend zijn, waren groot. Jones wijt dit aan een grote onzekerheid in de gradiënt voor de vochtpotentiaal. Ook de waarden van de hydraulische conductiviteit waren niet voldoende bekend. Desalniettemin houdt hij vast aan het idee van het capillaire model.

3.4 Filmmodellen

Het meest opvallende bij de capillairmodellen is, dat het al dan niet voortschrijden van het vriesfront en bovenal het ontstaan van extra ijsmassa's wordt toegeschreven aan de fysische gebeurtenissen in een smalle zone. Filmmodellen daarentegen veronderstellen dat massatransport naar en binnen een bevroren gebied langer plaatsvindt dan bij de capillairmodellen het geval is. De vrieszone beslaat nu een groter gebied dan bij de capillairmodellen. De vergroting bestaat uit het gebied waarbinnen:

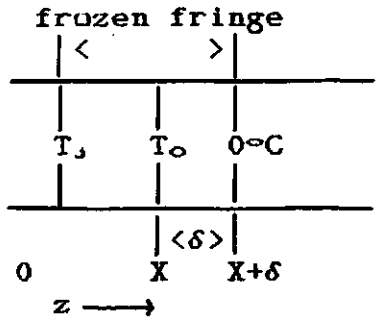
- nog een open verbinding bestaat tussen "filmwater" en "vrij water"
- de temperatuur zodanig laag moet zijn, dat al het filmwater bevroren is.

Het massatransport zoals dat plaatsvindt bij de capillairmodellen is pas de eerste aanzet tot het ontstaan van ijslenzen. De tweede en tevens hevige aanzet vindt juist plaats achter het "capillaire"-vriesfront en in het "bevroren deel" van het medium. De nog niet bevroren waterfilms zuigen water aan, dat dan achter het verijzingsfront alsnog bevriest. Opvallend is dan ook, dat de vaste bodemdeeltjes in de vrieszone voorlopig op hun plaats blijven, maar pas later een translatiesnelheid krijgen. Miller[17] noemt de heffing die plaatsvindt bij onveranderde matrix de "primary heaving". Deze heffing komt overeen met die van het capillairmodel. Als de bodemdeeltjes ten opzichte van elkaar bewegen spreekt Miller van de "secondary heaving".

In een aantal artikelen trekt Miller[17,18] het functioneren van het capillairmodel in twijfel. Zo vraagt hij zich af welke waarde voor de kromtestraal, r, in vergelijking (3.14) moet worden genomen. De contacthoek tussen ijs en water wordt bij de aanhangers van het capillairmodel gelijk gesteld aan 0°. Daarnaast wordt de veranderende massa van het bevroren deel, en daardoor de veranderende gewichtsdruk, niet in rekening gebracht.

De temperatuur waarbij ijs in een capillair dringt, stelt Miller gelijk aan de vriespuntdaling T_o, zijnde de temperatuur bij het verijzingsfront. Niet al het water bevriest dan in het capillair. Een waterfilm blijft over. De temperatuur waarbij deze waterfilm bevriest, is véél lager dan T_o. De vriespuntdaling waarbij al het filmwater in een capillair is bevroren, is genoemd T_3. Zolang deze lage temperatuur niet is bereikt blijft watertransport in principe optreden tot achter het vriesfront toe. Ijslensvorming blijft daardoor langer plaatsvinden dan bij het capillairmodel het geval is.

Het gebied tussen het vorstfront en de plaats van de T_3-isotherm, noemt Miller de "frozen fringe". Door Takashi[19] is zo'n fringe onderzocht. Uit dit laatste onderzoek volgde een bevestiging van het idee van Miller, dat massatransport blijft doorgaan binnén het gebied met een temperatuur lager dan T_o. Een schematische doorsnede van een gebruikt meetmonster door Takashi is gegeven in figuur (3.5).



fig(3.5)Schematische doorsnede van een meetmonster met verschillende vriespuntdalingen.

Evenals Jones neemt ook Miller aan dat de transportsnelheid in de fringe wordt bepaald door de aldaar heersende vochtpotentiaal. Tevens neemt Miller aan dat in de fringe het vochtgehalte en de temperatuur lineair afhangen van de plaatscoördinaat. Na verwerking van zijn theorie in de behoudswetten, vergelijkt Miller zijn metingen met berekende waarden. Hierbij wordt verondersteld, dat het vriesproces als een quasi statisch proces mag worden beschouwd. Als belangrijke conclusies vindt Miller:

- hoe groter de druk uitgeoefend op een medium, hoe groter de vriespuntdaling T_J is
- hoe lager het vochtgehalte in het te onderzoeken medium is, hoe groter het gebied is waarover de fringe zich uitstrekt.

4 EEN NIEUW MODEL

4.1 Inleiding

In de inleiding van hoofdstuk 3 is reeds gesteld, dat de verschillen tussen de modellen van dezelfde categorie ontstaan door het toepassen van verschillende condities. Verschillen tussen categoriën van modellen ontstaan door verschillen in fysische interpretaties. Het nieuwe model verschilt met de in hoofdstuk 3 beschreven modellen in enerzijds:

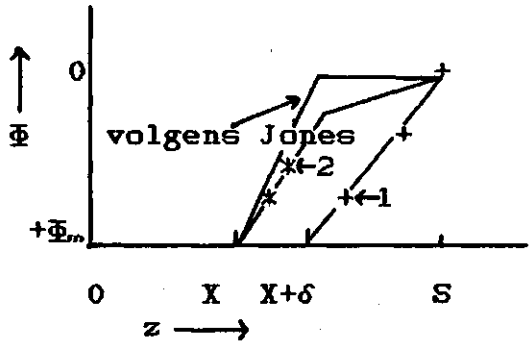
- een grotere vrijheid in de keuze van de beginvoorwaarden voor de temperatuur en het vochtgehalte, zodat een betere benadering van de veldsituatie wordt verkregen

anderzijds:

- een verschil in interpretatie van de vriespuntdaling, T_o, en van de massatransportsnelheid, v.

De vriespuntdaling wordt gedefinieerd als de temperatuur, waarbij het filmwater in zulk een mate is bevroren, dat er van een vrije massatransportweg naar het vriesfront toe geen sprake meer is. Het restant filmwater wordt daarom als bevroren verondersteld. Met andere woorden, op de plaats van het vriesfront is het vochtgehalte gelijk genomen aan 0.

Bij de hantering van een vriespuntdaling, hoort de invoering van een vrieszone. Voor de bepaling van de lengte van de vrieszone δ, wordt vergelijking (3.15) toegepast. Een bepaling van de vrieszone op deze manier kan volgens Jones alleen als de vrieszone eindig is én de gradiënt van de vochtpotentiaal alleen binnen de vrieszone bestaat. In figuur (4.1) zijn deze voorwaarden grafisch gegeven. Problemen ontstaan wanneer hieraan niet wordt voldaan. Ook hiervan zijn voorbeelden in figuur (4.1) aangegeven. Volgens Jones is de watertransportsnelheid alleen afhankelijk van de vochtpotentiaalgradiënt binnen de vrieszone en van de hydraulische conductiviteit. Als het waterbassin ver weg ligt of als de hydraulische conductiviteit zeer klein is (keileem) gaat het verhaal van Jones niet op.



fig(4.1)Vochtpotentiaalverdeling.

Als verklaring voor de hoeveelheid getransporteerde massa onderzochten Jones en Miller de gradiënt van de vochtpotentiaal welke er binnen de vrieszone bestaat. Het nieuwe model is evenwel dusdanig opgesteld, dat met alle mogelijkheden welke in figuur (4.1) zijn aangegeven rekening wordt gehouden. Hierbij wordt aangenomen dat een waterarme porie, vanwege onderdruk, water aanzuigt uit een onderliggende porie. Hierdoor vermindert het watergehalte in deze laatst beschreven porie, zodat deze op zijn beurt water opzuigt uit de porie die daar weer onderligt. Enzovoorts. Deze gedachtengang verklaart daarmee de grafiek van de vochtpotentiaal en van het luchtgehalte, als functie van het volumieke vochtgehalte, figuur(4.3).

Naar het gedrag van de hydraulische conductiviteit is reeds veel onderzoek gedaan. Een eenvoudige formule waarmee deze conductiviteit voor een verticaal capillair kan worden berekend, is volgens De Vries[20]:

$$K = \frac{g\epsilon_w \Sigma r^4}{8\tau \Sigma r^2} \qquad (4.1)$$

hierin is τ de kinematische viscositeit;
r de halve diameter van een capillair;
g de zwaartekracht-versnelling.

Pas nadat de vergelijking voor het massatransport is opgesteld, kan de vergelijking voor de heffing worden gegeven.

De belangrijkste overeenkomst tussen de modellen van Stefan, Portnov, Miller en het nieuwe model is, dat het vriesproces als een quasi-statisch proces wordt beschouwd. In dit verband wordt, wellicht ten overvloede, vermeld dat onder een quasi statisch proces verstaan wordt, een proces waarbij het systeem een continue reeks van evenwichtstoestanden doorloopt, waarbij voortdurend de toestandsgrootheden goed gedefineerde waarden bereiken[21].

Het nieuw af te leiden model moet toepasbaar kunnen zijn op veldsituaties. Dit houdt in, dat er bij de afleiding vanuit wordt gegaan, dat geen overdruk op het medium wordt uitgeoefend zoals Penner in zijn onderzoek heeft gedaan. In 4.2 wordt het nieuwe model afgeleid. In paragraaf 4.3 is een stroomdiagram opgenomen waarin wordt aangegeven welke volgorde bij het gebruik van het nieuwe model is aangehouden. Toepassingsmogelijkheden en herkenbaarheid van het nieuwe model komen in paragraaf 4.4 ter sprake.

4.2 Afleiding van een nieuw model

Elk model zal zonder meer aan de behoudswetten (2.2) en (2.6), moeten voldoen. Bij de afleiding van het nieuwe model wordt verondersteld dat een vrieszone, met een lengte δ, aanwezig is. De verschillende fysische grootheden die bij de afleiding van essentieel belang worden beschouwd, zijn achtereenvolgens:

- de warmtestroomdichtheid q
- het water-en ijsgehalte ϵ
- de temperatuur T
- de vrieszone δ
- de watertransportsnelheid v (de index w is achterwege gelaten).

Het is niet nodig, dat voor bovenstaande grootheden relaties worden gegeven, die betrekking hebben op het gehele medium. De snelheid v bijvoorbeeld is in het bevroren deel gelijk aan 0. Daarom wordt elke genoemde grootheid eerst apart besproken, waarna door toepassing van de twee behoudswetten én toepassing van begin- en randvoorwaarden een nieuw model ontstaat.

De warmtestroomdichtheid

De balans van de warmtestroomdichtheden in de vrieszone is bepalend voor de voortschrijdingssnelheid van het vriesfront en de extra ijsvorming. In figuur (4.2) zijn de warmtestroomdichtheden bij de verschillende grenzen gegeven.

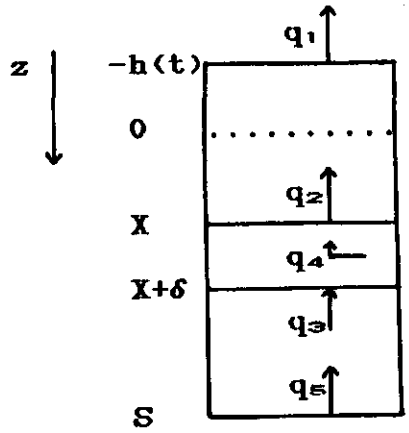


fig. (4.2) Warmtestroomdichtheden bij verschillende randen in een gedeeltelijk bevroren medium.

Hierin zijn:
q_1 en q_2 de warmtestroomdichtheden aan respectievelijk de bovenrand en de onderrand van het bevroren deel. In een quasi-statisch proces zijn deze dichtheden even groot;

q_3 en q_5 de warmtestroomdichtheden aan de twee randen van het niet-bevroren deel. Vanwege het quasi-statische karakter, zijn ook deze twee dichtheden even groot.

q_4 "latente warmteflux" van het water.

Bij verwaarlozing van de volumieke warmtecapaciteiten binnen de vrieszone, wordt de balans voor de warmtestroomdichtheden bij de vrieszone:

$$q_2 = q_3 + q_4 \qquad (4.2)$$

De warmtegeleidingscoëfficiënt verandert het sterkst in waarde binnen de vrieszone. De waarden ervan zijn voor de vaste materie en voor water afzonderlijk experimenteel goed

onderzocht. Waarden van de samengestelde warmtegeleidingscoëfficiënt zijn niet goed bekend. Onlangs is gebleken dat met de niet-stationaire-naaldmethode volgens Van Haneghem[22] betrouwbare resultaten van deze coëfficiënt, ook in bevroren of bevriezende systemen kunnen worden verkregen.

Het watergehalte ϵ.

De invloed van het watergehalte op de waarden van de thermische eigenschappen, zoals de hydraulische conductiviteit en de vochtpotentiaal, is aanzienlijk. Bij de bespreking van deze grootheden zal dit blijken.

Bij de afleiding wordt aangenomen, dat er géén water meer voorkomt in het bevroren deel van het medium. Voor het niet bevroren deel wordt verondersteld dat de waterconcentratie lineair afhankelijk is van de plaatscoördinaat. In het geval dat er van een vrieszone sprake is, zal de gradiënt van de waterpotentiaal in deze zone groter zijn dan de gradiënt ervan in de rest van het niet bevroren deel.

Kennis van het watergehalte vóór de aanvang van een vriesproces is één van de beginvoorwaarden. Hieromtrent wordt verondersteld:

$$\epsilon_w(z,0) = \epsilon_0 + \epsilon_1 z/S \qquad (\epsilon_w \leq \epsilon_{max}) \tag{4.3}$$

Bij de uitvoering van laboratoriumexperimenten is met (4.3) rekening gehouden. In het open veld zal het watergehalte enerzijds bepaald worden door de eigenschappen van de bodem, anderzijds door de hoeveelheid en de frequentie van de neerslag.

De temperatuur

Temperatuurfuncties binnen het medium moeten voldoen aan vergelijking (2.6). Vanwege het veronderstelde quasi-statische karakter, mag de temperatuurfunctie aan het koude eind een willekeurige functie zijn van de tijd. De beginvoorwaarde voor de temperatuurverdeling, mag dan een lineaire functie zijn van de plaatscoördinaat. De rand-en beginvoorwaarden voor de temperatuur zijn daarom gekozen zoals in tabel 4.1 is neergelegd. Tijdens het vriesproces moeten de temperatuurfuncties blijven voldoen aan (2.6).

Met verwaarlozing van de capacitieve warmtetransportterm, leidt dit voor een gegeven tijdstip t_1 tot de voorschriften:

$$T_f(z,t_1) = -\frac{z + h(t_1)}{X(t_1)+h(t_1)}(f(t_1) - T_o) + f(t_1)$$

$$\text{voor } -h(t_1) \leq z \leq X(t_1) \qquad (4.4)$$

$$T_u(z,t_1) = \frac{z-X(t_1)}{S-X(t_1)}(T_m - T_o) + T_o$$

$$\text{voor } X(t_1) \leq z \leq S$$

waarbij $h(t_1)$ de heffing is op het tijdstip t_1.

De vrieszone.

De temperatuur- en tijdsafhankelijkheid van deze zone is al eerder geformuleerd in paragraaf 3.3. Aangenomen wordt, dat de temperatuur T_o nu niet gelijk is aan de temperatuur van het verijzingsfront en ook niet gelijk is aan de temperatuur T_s waarbij al het filmwater is bevroren. Maar de temperatuur weergeeft waarbij watertransport door de waterfilms nét niet meer mogelijk is. Voor een overzicht van de randtemperaturen zie tabel 4.1.

De transportsnelheid

Volgens de wet van Darcy, (2.3), is de gradiënt van de vochtpotentiaal dé oorzaak van massatransport. Belangrijke bijdrage tot deze gradiënt levert het watergehalte in de vrieszone. Zodra er geen sprake is van een zone dan draagt alleen het watergehalte in het niet bevroren deel bij tot deze gradiënt. In beide gevallen wordt aangenomen dat:

- het watergehalte bij het vriesfront gelijk is aan 0, $\epsilon_w=0$
- de waterpotentiaal alleen afhangt van het plaatselijke watergehalte. De plaatsfunctie van de vochtpotentiaal is een lineaire functie van de plaatscoördinaat
- aan het warme eind van het medium is het watergehalte het grootst.

Tabel 4.1 *Overzicht van de temperaturen voor het medium bij de aanvang van en tijdens het vriesproces;*

VOORWAARDE	FUNCTIE	PLAATS
begin	$g(z) = \frac{z}{S}(T_s - T_o) + T_o$	$0 \leq z \leq S$
boven-rand	$T_f(-h,t) = f(t) \quad < 0°C$	$z = -h(t)$
vries-front	$T_f(X,t) = T_u(X,t) = T_o \quad \leq 0°C$	$z = X(t)$
vorst-front	$T_u(X+\delta,t) = 0°C$	$z = X(t)+\delta(t)$
onder-rand	$T_u(S,t) = T_s \quad > 0°C$	$z = S$

Als het volumieke watergehalte gelijkgesteld wordt aan het overeenkomstig aantal *centimeters* waterdruk (hetgeen gebruikelijk is na het onderzoek van Koopmans) en indien de vrieszone aanwezig is, dan is het deel Ø van de vochtpotentiaal, te schrijven als:

$$\emptyset_u(z) = \frac{z-X}{\delta}\left(\epsilon_o + \epsilon_1 \frac{\delta}{S-X}\right) = \emptyset_1 \qquad \text{voor } X \leq z \leq X+\delta$$

$$\emptyset_u(z) = \frac{z-X}{S-X}\,\epsilon_1 + \epsilon_o = \emptyset_2 \qquad \text{voor } X+\delta \leq z \leq S \tag{4.5}$$

$$\emptyset_f(z) = 0 = \emptyset_3(z) \qquad \text{voor } -h \leq z \leq X$$

In figuur (4.3) zijn de waterpotentialen, $\emptyset_1$ $\emptyset_2$ en $\emptyset_3$ tegen het vochtgehalte uitgezet, zoals die uit (4.5) volgen en indien er een vrieszone is. Ernaast is aangegeven hoe het volumieke luchtgehalte dan binnen het medium varieert. Voor de drie gebieden binnen een vriezend medium met heffing geldt:

-in het bevroren deel zijn alle poriën gevuld met ijs. Dus $\epsilon_w=0$ en $\epsilon_{lucht}=0$
-in het niet bevroren deel neemt het vochtgehalte af naarmate de afstand tot de vrieszone afneemt. Hierdoor neemt ϵ_{lucht} toe
-in de vrieszone is de gradiënt van de vochtpotentiaal groot.

De variatie in potentiaal en luchtgehalte is binnen de vrieszone niet met elkaar in overeenstemming omdat water omgezet wordt in ijs.

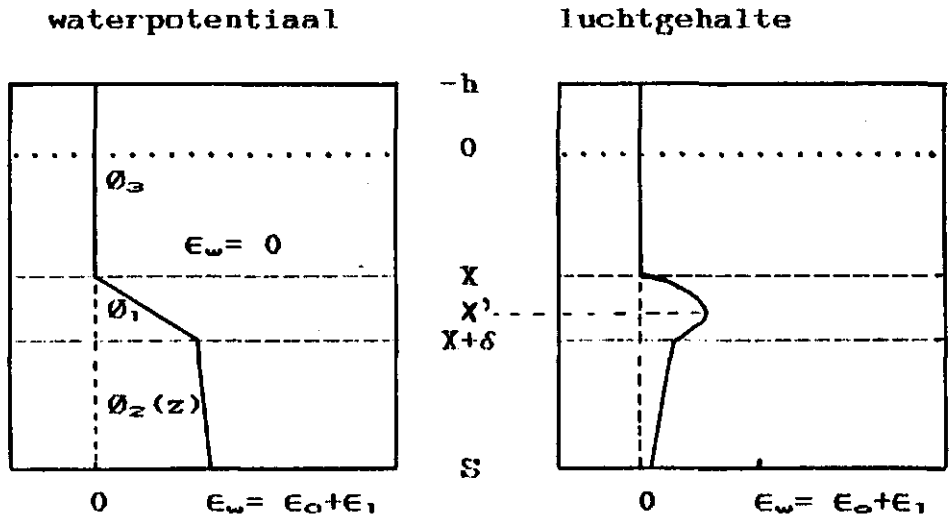


fig. (4.3) Gradiënten van de waterpotentiaal Ø en volumiekgehalte lucht binnen een gedeeltelijk bevroren medium met vrieszone en heffing.

Blijkt de vrieszone infinitesimaal klein te zijn, dan wordt aangenomen dat de vochtverdeling overeenkomt met grafiek 1 in figuur (4.1). Omdat $\delta=0$ is, stellen $X+\delta$ en X dezelfde z-coördinaat voor. De relatie voor de vochtpotentiaal luidt dan:

$$\emptyset_u(z) = \frac{z-X}{S-X}(\epsilon_0 + \epsilon_1) = \emptyset_2 \qquad \text{voor} \quad X \leq z \leq S$$

$$\emptyset_r(z) = 0 = \emptyset_3(z) \qquad \text{voor} \quad -h \leq z \leq X \qquad (4.6)$$

Substitutie zonder meer van (4.5) in (2.3) leidt tot problemen. Figuur (4.3) en lijn 2 in figuur (4.1) geven al aan dat de gradiënt van de potentiaal binnen

de vrieszone groter is dan daarbuiten. De overgang van de potentiaal $\emptyset_1$ naar de potentiaal $\emptyset_2$ is wel continu, maar de gradiënt ervan niet. Hierdoor zou de transportsnelheid in de vrieszone én daarbuiten verschillend zijn. Dit verschil zou dan weer in tegenspraak zijn met de waterpotentialen $\emptyset_1$ en $\emptyset_2$. Een overbepaaldheid van verschillende functies is de oorzaak van dit verschil. In dit proefschrift wordt de gradiënt van de waterpotentiaal gezien als de "zuigkracht" waardoor watertransport ontstaat. Het is vanzelfsprekend, dat van zo'n zuigkracht de werking groter wordt naarmate de afstand tot het vrije water kleiner wordt. De grootte van de weerstand tegen watertransport hangt direct af van de afstand, (S-X).

Als de aanvankelijke vochtconcentratie minder is dan het maximaal mogelijke, dan zal het luchtgehalte binnen het bevroren deel niet zondermeer 0 zijn. Voor het overige geldt dezelfde redenatie als hierboven vermeld.

Zoals in vergelijking (4.1) is te zien, is de hydraulische conductiviteit afhankelijk van het watergehalte. Als dit watergehalte toeneemt, dan neemt ook de hydraulische conductiviteit toe. Het maximale watergehalte wordt aangegeven met ϵ_{max}, de grootste hydraulische conductiviteit met K_o. Is het watergehalte variabel, dan ontstaat er een vochtpotentiaal en dientengevolge een vochtpotentiaalgradiënt. De invloed van deze gradiënt op het massatransport is de beschreven zuigkracht. Feitelijk komt het beschrijven van het watertransport neer op het beschrijven van de waterdoorlatendheid als functie van het vochtgehalte. Toepassing hiervan op vergelijking (2.3) leidt tot:

$$v = \frac{K_o}{\epsilon_{max}} \left(\frac{\delta}{S-X} \frac{\partial \emptyset_1}{\partial z} + \frac{\partial \emptyset_2}{\partial z} \right) \qquad \text{indien } \delta \neq 0$$

hetgeen na substitutie van (4.5) leidt tot:

$$v = \frac{K_o}{\epsilon_{max}} \frac{1}{S-X} \left(\epsilon_o + \epsilon_1 + \epsilon_1 \frac{\delta}{S-X} \right) \qquad \text{indien } \delta \neq 0 \qquad (4.7\text{-a})$$

en

$$v = \frac{K_o}{\epsilon_{max}} \frac{\partial \emptyset_2}{\partial z} = \frac{K_o}{\epsilon_{max}} \frac{\epsilon_o + \epsilon_1}{S-X} \qquad \text{indien } \delta = 0 \qquad (4.7\text{-b})$$

De vergelijkingen (4.7-a) en (4.7-b) vormen de voorschriften voor de watertransportsnelheid voor de situatie waarbij de vrieszone wel of niet aanwezig is. Ter illustratie moge dienen een maximaal bevochtigd medium zonder vrieszone. Dan is deze snelheid gelijk aan $K_o/(S-X)$. Tesamen worden (4.7-a) en (4.7-b) in het vervolg aangeduid met vergelijking (4.7).

De behoudswetten.

Voor elk moment geeft (4.7) de massatransportsnelheid weer. In een quasi-statisch proces is deze snelheid onafhankelijk van de plaatscoördinaat. Aan behoud van massa wordt dan automatisch voldaan.

Wanneer door faseverandering de totale ijsvorming groter is dan het poriënvolume treedt een groei van het medium op. Deze groei wordt de heffing genoemd. Naast het aanwezige water aan het vriesfront verandert ook het toegevoerde water naar de vrieszone van fase. De heffingssnelheid, dh/dt, is daarom afhankelijk van een combinatie van deze beide faseveranderingen, gecorrigeerd voor het poriënvolume:

$$\frac{dh}{dt} = \underbrace{\left[\frac{\rho_w}{\rho_i}\left(\epsilon_o+\epsilon_1\frac{\delta}{S-X}\right)\right.}_{1} - \underbrace{\left.\epsilon_{max}\right]}_{2}\frac{dX}{dt} + \underbrace{\frac{\rho_w}{\rho_i}v}_{3} \qquad (4.8)$$

met term 1 het aanwezige water aan het vriesfront dat omgezet is in ijs;
term 2 het maximale porienvolume;
term 3 het toegevoerde water, dat omgezet is in ijs.

In vergelijking (4.8) zijn δ, X en v functies van de tijd. Integratie van (4.8) naar de tijd geeft de heffing als functie van de tijd:

$$h(t) = \left(\frac{\rho_w}{\rho_i}\epsilon_o - \epsilon_{max}\right)X(t) + \frac{\rho_w}{\rho_i}\int_0^t\left[\epsilon_1\frac{\delta}{(S-X)}\frac{dX}{dt} + v\right]dt \qquad (4.9)$$

In een vriezend medium met een infinitesimale kleine vrieszone moet in vergelijking (4.9) $\delta=0$ genomen worden. De termen 1 en 3 vormen samen het getransporteerde water.

Voor het vinden van de heffingswaarde is kennis van de functie van de vriesfrontdiepte noodzakelijk. Inzicht in deze vriesfrontdiepte wordt verkregen door de warmtebalans voor de vrieszone op te stellen. Met relatie (4.2) is de balans aangegeven. Uitwerking naar analogie van de afleiding van (3.18) vindt plaats. Een probleem bij de "warmtebalans" betreft kennis van de thermische parameters in de vrieszone. Vooral de warmtegeleidingscoëfficiënt van een mengsel van water, ijs en zand is een complexe grootheid en is bovendien erg temperatuurgevoelig. In het algemeen ontbreekt nauwkeurige kennis van deze coëfficiënt, een correctieterm wordt ingevoerd voor het aan vaste bodemdeeltjes gebonden water. In de situatie van bevochtigd zilverzand kan de reductiemethode van (2.8) toegepast worden en kan de correctieterm vervallen. Voor de correctieterm is gekozen de vorm:

$\Delta\lambda_w\epsilon_w$.

Gebruikmakend van de definitie van warmtestroomdichtheid en van de temperatuurfuncties, zie (4.4), volgt dan:

$$q_2 = -\lambda_f \left.\frac{\partial T_f}{\partial z}\right|_{z=X} = -\lambda_f \frac{T_0 - f(t)}{X(t)+h(t)} \tag{4.10}$$

$$q_3 = -\lambda_u \left.\frac{\partial T_u}{\partial z}\right|_{z=X} = -(\lambda_u + \Delta\lambda_w\epsilon_w)\frac{T_s - T_0}{S - X(t)} + \Delta q \tag{4.11}$$

$$q_4 = -L_w\rho_w\left(\epsilon_w \frac{dX(t)}{dt} + v(t)\right) \tag{4.12}$$

In (4.11) stelt Δq de verandering van de warmteinhoud voor van de vrieszone. Hiertoe behoren de afzonderlijke volumieke soortelijke warmten van de componenten in de zone. De warmtestroomdichtheid welke bij het voortschrijden van het vriesfront en van het vorstfront hierdoor ontstaat, wordt beschreven door:

$$\Delta q = -\tau \frac{dX}{dt} \tag{4.13}$$

waarin
τ = een evenredigheidsconstante behorende bij de volumieke soortelijke warmten in de vrieszone.

Door toepassing van de vergelijkingen (4.10) tot en met (4.13), kan de balans voor de warmtestroomdichtheden, (4.2), uitgewerkt worden tot:

$$\lambda_f \frac{T_o - f(t)}{X(t)+h(t)} = (\lambda_u + \Delta\lambda_w \epsilon_w) \frac{T_s - T_o}{S - X(t)} + \tag{4.14}$$

$$+ L_w \rho_w (\epsilon_w \frac{dX(t)}{dt} + v(t)) + \tau \frac{dX(t)}{dt}$$

Vergelijking (4.14) lijkt gecompliceerd. Door in gedachten te houden dat het vriesproces quasi-statisch is verondersteld en de massatransportsnelheid v geformuleerd is zoals in vergelijking (4.7) is aangegeven, kan (4.14) in een compacte vorm worden gegeven:

$$\frac{\theta}{X+h} = \frac{\omega}{S-X} + \varsigma \frac{dX}{dt} \tag{4.15}$$

met $\theta = \lambda_f (T_o - f(t))$
$\omega = (\lambda_u + \Delta\lambda_w \epsilon_w)(T_s - T_o) +$
$+ L_w \rho_w K_o (\epsilon_o + \epsilon_1 +$
$+ \epsilon_1 \delta / (S - X)) / \epsilon_{max}$
$\varsigma = L_w \rho_w \epsilon_w + \tau$

Uitwerking van de variabelen θ, ω en ς voor verschillende situaties vindt plaats in paragraaf 4.4.

De vergelijkingen (4.9) en (4.14) moeten gecombineerd opgelost worden en dit levert de vriesfrontdiepte en de heffing op.

Beide vergelijkingen samen vormen, onder de gestelde voorwaarden, het nieuwe model.

Om met behulp van het model tot getalswaarden te komen, zijn er twee oplossinsmethoden

toegepast:
-de grafische methode
-de numerieke methode.

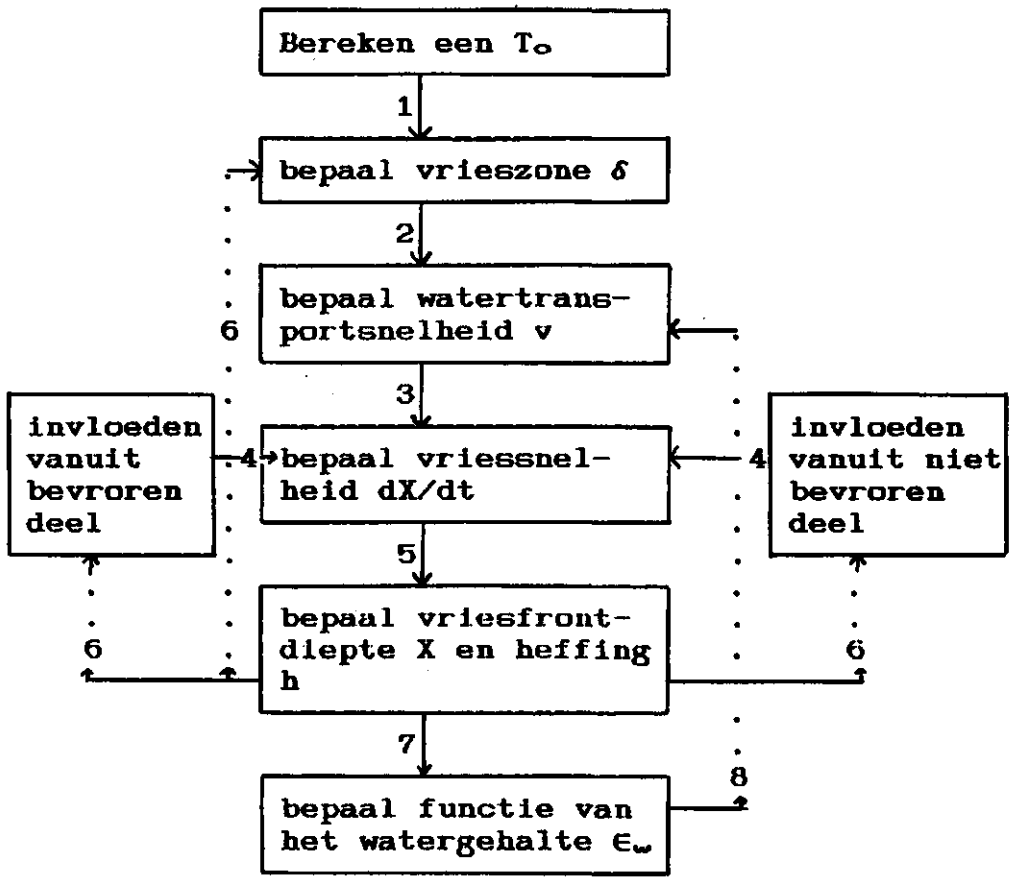
In de appendix deel 6 worden beide methoden uitgewerkt. Voor wat betreft de numerieke methode is alleen het gebruikte numerieke programma afgedrukt. In dit programma wordt de lijn gevolgd zoals in het stroomdiagram, paragraaf 4.3, is aangegeven. De grafische methode wordt in deel 6 van de appendix besproken aan de hand van een fictief getallenvoorbeeld.

4.3 Het stroomdiagram

Het "stroomdiagram" geeft aan hoe de onderlinge samenhang van de in paragraaf 4.2 vermelde grootheden moet worden gezien. Dit zelfde diagram is bij de uitvoering van de berekeningen met het nieuwe model gevolgd.

Allereerst wordt de vriespuntdaling (T_o) berekend of experimenteel bepaald. Het tijdstip waarop aan het oppervlak de betreffende temperatuur is, wordt gezien als het begintijdstip waarop de vorst indringt in het medium. Dan is de aanvangslengte van de vrieszone ($\delta(0)$) te berekenen met (3.15), stap 1 in het diagram. Vervolgens is door kennis van de oorspronkelijke vochtverdeling ($\epsilon_w(0)$) en van de lengte van de vrieszone, de watertransportsnelheid te berekenen via vergelijking (4.7), stap 2 in het diagram. De "warmtebalans" aan het vriesfront kan nu opgesteld worden via vergelijking (4.14), stap 3 en stap 4. Uit deze balans worden met het nieuwe model waarden berekend voor de vorstdiepte, X, en de heffing, h (stap 5 in het diagram). Een nieuwe waarde voor X en voor h, heeft direct tot gevolg dat de warmtestroomdichtheden, de lengte van de vrieszone en de vochtverdeling veranderen. Terugkoppeling naar de betreffende waarden van deze grootheden is daardoor nodig. Via de stappen 6 en 7 is deze terugkoppeling in het diagram aangegeven. Een nieuwe waarde voor de watertransportsnelheid wordt dan verkregen, stap 8. Een herberekening van de waarden voor X en h geschiedt. Etcetera. Deze "terugkoppeling-cyclus" blijft doorgaan, totdat de waarden van X en h geen van beide meer toenemen. De werkwijze komt dus feitelijk neer op een iteratie.

Stroomdiagram van het nieuwe model.



4.4 Toepassingsmogelijkheden.

Bij de afleiding van het nieuwe model is gesteld, dat enerzijds gebruik is gemaakt van de bevindingen van andere onderzoekers. Anderzijds is aangegeven wat de nieuwe elementen zijn van het nieuwe model. Daarom wordt nog nagegaan:

a hoe het model werkt als de voorwaarden van Portnov en van Jones worden toegepast;

b hoe het model te schrijven is bij twee extreme situaties:
- een gesloten systeem met droge grond
- een open systeem met volledig met water verzadigde grond.

a Enkele bestaande modellen.

Om het model van Portnov en dat van Stefan te kunnen herkennen, zie (3.7) en (3.11), moet men de door hen gebruikte rand- en beginvoorwaarden inpassen in (4.9) en (4.14). Voor het herkennen van het model van Portnov, met als voorwaarden:
-geen massatransport in het medium *water*, v=0
-begintemperatuurverdeling gelijk aan de stoltemperatuur van 0°C, waardoor er geen warmtestroom vanuit het watergedeelte is en er geen vrieszone is ($T_o=T_s=0, \tau=0, \Delta\lambda_w=0$);

luidt het nieuwe model:

$$h(t) = \left(\frac{\rho_w}{\rho_i} - 1\right)X(t) - \frac{\lambda_i f(t)}{X} = L_w\rho_w\frac{dX}{dt} \qquad (4.16)$$

Het tweede deel van vergelijking (4.16) is identiek aan de relatie van Portnov. Het is verbazend dat er nu sprake is van heffing. Portnov spreekt niet over heffing. Dit komt omdat Portnov alleen geïnteresseerd was in het opstellen van een functie voor de vorstdiepte. Gezien het niet aanwezig zijn van een warmtestroom uit het niet bevroren deel, wordt de vorstdiepte alleen bepaald door de warmtestroom door het ijs. Aangezien ijs niet meer van fase verandert, verandert ook het volume niet meer.

Het herkennen van het model van Jones gaat minder gemakkelijk, omdat Jones coördinaattransformatie toepast, zie (3.17). Zonder deze transformatie zou het nieuwe model, nadat inpassing van de voorwaarden:
-een maximaal bevochtigd medium
-de watertransportsnelheid wordt alleen bepaald door de vochtpotentiaalgradiënt in de vrieszone volgens $v = K_o\epsilon_{max}/\delta$,
voor de heffing (4.9) en voor de warmtestroomdichtheid-balans (4.14) geven:

$$h(t) = \left(\frac{\rho_w}{\rho_i} - 1\right)X(t)\epsilon_{max} + \frac{\rho_w}{\rho_i}\int_0^t \frac{K_o\epsilon_{max}}{\delta}\,dt \qquad (4.17\text{-a})$$

$$\lambda_r \frac{T_o - f(t)}{X+h} = \lambda_u \frac{T_s - T_o}{S-X} + L_w \rho_w \left(\epsilon_{max} \frac{dX}{dt} + K_o \frac{\epsilon_{max}}{\delta}\right) \qquad (4.17\text{-b})$$

Of de vergelijkingen (4.17) daadwerkelijk met zijn model overeenkomen, is nagegaan aan de hand van de door Jones gemeten en berekende waarden voor de heffing. Door zoveel mogelijk gebruik te maken van de gegevens van Jones, is een berekening uitgevoerd voor de heffing. Het resultaat is weergegeven in figuur (4.4). Hierbij moet wel worden opgemerkt, dat een aantal waarden in deze figuur niet door Jones[16] in zijn artikel vermeld zijn. Daarom is voor die waarden gebruik gemaakt van andere literatuurgegevens. Zie hoofdstuk 6 tabel 6.1. Het lijkt erop, dat de vergelijkingen (4.17-a) en (4.17-b) waarden geven voor de heffing die beter passen bij de meetwaarden van Jones, dan de door hemzelf met zijn eigen model berekende waarden. Toch is deze uitspraak niet zuiver. Als startwaarden voor het numerieke programma zijn genomen de meetwaarden van Jones voor de vorstdiepte en de heffing na een halve dag vriezen. Het is dus geen geheel onafhankelijke toetsing.

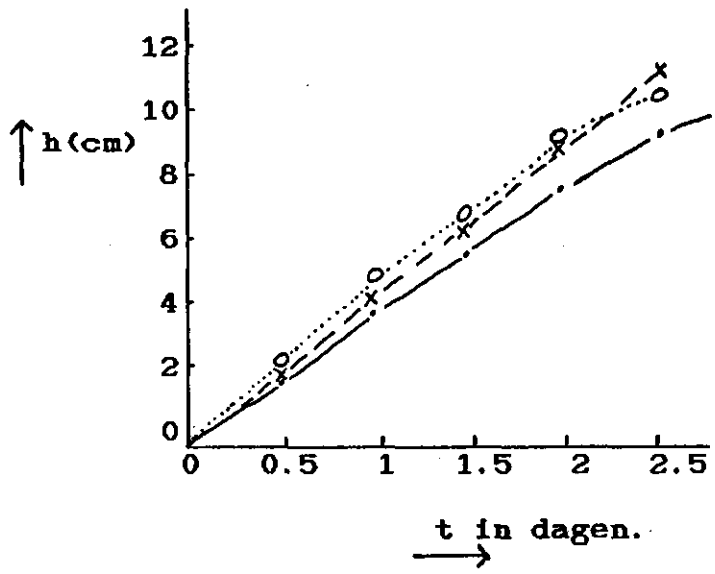


fig. (4.4) Heffing berekend met (4.17): x
Heffing berekend door Jones: .
Heffing gemeten door Jones: o

b Gesloten systeem met droge gronden

In een bodem waarin geen water voorkomt én waar geen water naar toe vloeit, vindt ook geen massatransport plaats. Dientengevolge is er ook geen heffing. De balans van de warmtestroomdichtheden is in dit geval onafhankelijk van latente warmte.

Aannemende dat voor de warmtegeleidingscoëfficiënten en voor de volumieke soortelijke warmten van het medium gemiddelde waarden voor een zeker temperatuurgebied genomen mogen worden, kan vergelijking (4.14) worden uitgeschreven als:

$$- \lambda_f \frac{f(t)}{X} = \lambda_u \frac{T_s}{S-X} + \tau \frac{dX}{dt} \qquad (4.18)$$

In een droog medium is de verandering van de volumieke soortelijke warmte (aangegeven met τ) te verwaarlozen. De uiteindelijke plaats van het vorstfront, wanneer de oppervlaktetemperatuur en de temperatuur aan de warme-zijde constant zijn en de lengte van het medium eindig is, wordt dan:

$$X = \frac{\lambda_f f_o S}{\lambda_f f_o - \lambda_u T_s} \approx \frac{f_o S}{f_o - T_s} \quad (\lambda_f \approx \lambda_u) \qquad (4.19)$$

De situatie van zo'n droog medium is onderzocht aan zilverzand. Invullen van de betreffende waarden voor de temperaturen en de afstand S (T_s=4°C, f_o=-6°C en S=20cm) geeft:

$$X = \frac{-6x20}{-6 - 4} = 12 \text{ cm}$$

Deze uiteindelijke waarde voor de vorstdiepte is ook bij het onderzoek aan droog zilverzand gevonden. Nadien is bij dezelfde zandsoort nagegaan wat de invloed van een toenemend vochtgehalte is.

c Open systeem met volledig met water verzadigde grond

Onder de aanname dat de invloed van de vriezone verwaarloosbaar klein is, wordt de heffing en de vorstindringingssnelheid gegeven door:

$$h(t) = \left(\frac{\rho_w}{\rho_1} - 1\right)\epsilon_{max}X(t) + \frac{\rho_w}{\rho_1}\int_0^t K_o \frac{dt}{S-X} \qquad (4.20)$$

$$\frac{\theta}{X+h} = \frac{\omega}{S-X} + \varsigma\frac{dX}{dt} \qquad (4.21)$$

met $\theta = \lambda_r(T_o - f(t))$

$\omega = \lambda_w(T_s - T_o) + L_w\rho_w K_o$

$\varsigma = L_w\rho_w\epsilon_{max} + \tau$

Gecombineerd oplossen van (4.20) en (4.21) kan volgens de eerder in paragraaf 4.2 genoemde methoden geschieden.

Het open systeem is onderzocht via de eerder vermelde T.R.R.L.-methode. De gebruikte grondsoort was morenezand.

Tenslotte is ook nagegaan hoe de werking van het model overeenkomt met veldsituaties. Opzet en uitvoering van de experimenten wordt gegeven in hoofdstuk 5. Meetresultaten worden beschreven in hoofdstuk 6. Berekende waarden via het nieuwe model verkregen, worden in hoofdstuk 7 vermeld.

5 EXPERIMENTEN

5.1 Inleiding

Met behulp van drie verschillende opstellingen zijn metingen verricht aan vriesfrontdiepte en/of heffing. Bij elke opstelling zijn, voor zover mogelijk en voor zover wenselijk, verschillende meetomstandigheden toegepast. De drie verschillende opstellingen zijn gebruikt om een gesloten systeem, een open systeem en een veldsituatie te kunnen nabootsen. Vooral ook is de keuze van deze drie opstellingen gemaakt om de bruikbaarheid van het nieuwe model, de relaties (4.9) en (4.14) te kunnen nagaan. Hierbij wordt onder de bruikbaarheid verstaan, in hoeverre de door middel van het model berekende waarden van vriesfrontdiepte en heffing overeenstemmen met de gemeten waarden.

Allereerst wordt het nieuwe model toegepast op een zo eenvoudig mogelijk gehouden systeem, namelijk een systeem met droog zilverzand. Complicaties van watertransport treden hierbij niet op. De in het model aangenomen begin-en randvoorwaarden werden hierbij zo goed mogelijk benaderd. Bij droog zilverzand is nagegaan of de *berekende* waarde van de vorstdiepte overeenkomt met de *gemeten* waarde. Vervolgens is nagegaan welke de invloed is van het volumieke watergehalte. Immers door variatie van het watergehalte veranderen de waarden van vooral de thermische parameters en van de watertransportsnelheid.

De keuze van de grondsoort "zilverzand" is gemaakt, omdat hiermee op de afdeling Natuur- en Weerkunde van de Landbouw Universiteit Wageningen veel ervaring is opgedaan. Dezelfde grondsoort is destijds onder andere gebruikt bij het onderzoek naar de toepasbaarheid van de niet stationaire naaldmethode[22] in korrelige bevochtigde structuren. Met deze methode zijn de warmtegeleidingscoëfficiënt en de volumieke soortelijke warmte nauwkeurig te bepalen. Bij de afleiding van het nieuwe model is de warmtegeleidingscoëfficiënt voor dat deel van het medium dat zich in de vriezone bevindt, aangepast. Zie hiertoe vergelijking (4.11).

Heffing deed zich bij de gesloten-systeem opstelling niet voor. Althans niet uitwendig merkbaar vanwege het geringe vochtgehalte. Aangezien het

verschijnsel heffing een wezenlijk element van het nieuwe model is, is onderzoek hiernaar eveneens gewenst.
Een open systeemopstelling is hiervoor gebruikt. Het Noordelijk Wegenbouw Laboratorium te Groningen beschikt over zo'n opstelling. In dit laboratorium richt de aandacht, waar het de heffing betreft, zich tot het systematisch klassificeren van gronden. De totale heffing van een zandmonster wordt vertaald in een zogenaamde vorstgevoeligheid van de grond*. Hiertoe worden zandmonsters onderzocht volgens de T.R.R.L.-methode. Met de Groningse opstelling zijn ten behoeve van het in dit proefschrift beschreven vorstonderzoek de vorstindringing en de heffing eveneens bepaald. Aanpassing van de meetmonsters om ook temperaturen en warmtefluxen te kunnen registreren, was nodig. De kans dat het vorstgedrag door deze aanpassing wordt verstoord, is aanwezig. Om een indruk te krijgen van de mate van verstoring, is het "dagelijks vorstgedrag" van een meetmonster vergeleken met niet aangepaste monsters. Ook zijn na elke vriesperiode alle monsters ontmanteld teneinde achteraf de ijsvorming te kunnen analyseren. In paragraaf 5.3 wordt een en ander nader beschreven. Van de hierbij gebruikte zandsoort, morenezand, is bekend dat de heffing gedurende een vriesperiode groot is. Klassificatie van dit zand was al eerder in Groningen uitgevoerd. Het bleek toen dat deze zandsoort tot de "vorstgevoelige" gronden moest worden gerekend. Tevens bleek daarbij hoe goed de reproduceerbaarheid van de T.R.R.L.-methode was.
Toepassing van het nieuwe model op veldsituaties is het uiteindelijke doel. Om een indruk te krijgen over de toepasbaarheid van het model, zijn berekende modelwaarden vergeleken met gemeten waarden. Hierbij is gebruik gemaakt van meetgegevens, welke door meetstations, verspreid over geheel Nederland, zijn verzameld.

*Daarnaast wordt voor de klassificatie van gronden tevens de zogeheten zandequivalentproef uitgevoerd. In het rapport[23] van de werkgroep E_4 wordt de werkwijze van deze proef uitvoerig beschreven.

De meetgegevens van de winter 1978-1979 zijn hiertoe aangewend. Door de afdeling "Speurwerk" van de Heidemaatschappij zijn de gegevens verzameld en verwerkt in een rapport[2]. Het betreft hier luchttemperaturen op circa 1.5 m boven de grond bepaald in de naaste omgeving alsmede metingen van de lokale vorstdiepten.

Voor het meten van de vorstdiepte werd in een open veld vlakbij elk meetstation een "vorstbuis" in de grond aangebracht. De inrichting en werking van zo'n vorstbuis is beschreven in 5.4.

5.2 Meetopstelling en werkwijze van het gesloten systeem

In een gesloten systeem zal massatransport alleen betrekking kunnen hebben op een herverdeling van het oorspronkelijk aanwezige vocht. Een eigenschap van zilverzand is, dat bij een zo homogeen mogelijke verdeling van het water, het volumieke watergehalte niet groot kan zijn. Zodra dit gehalte groter wordt dan circa 7 volumeprocent, is uitzakking van water het gevolg. Ook de pakkingsdichtheid neemt af met toenemende waterconcentratie; tenminste zolang er niet kunstmatig verdicht wordt.

Op de afdeling Natuur-en Weerkunde van de Landbouw Universiteit te Wageningen is een meetopstelling ontworpen waarmee een gesloten systeem wordt nagebootst. Om een zo'n homogeen mogelijke verdeling van het vochtgehalte te kunnen krijgen, is het zand eerst gedroogd aan de lucht. Daarna is telkens in drie stappen een bekende hoeveelheid water toegevoegd. Tussentijds zijn zand en water zorgvuldig gemengd. Na menging is via aselecte steekproeven het watergehalte op verschillende plaatsen gravimetrisch* bepaald. Dezelfde procedure van vochtbepaling vond plaats ná de vriescyclus. Het vochtgehalte is zodanig gekozen, dat vochtuitzakking tot een minimum is beperkt.

*Het natte monster wordt gedurende minimaal een half uur in een droogstoof geplaatst. De temperatuur binnen de stoof wordt op circa 110°C gehouden. Uit het verschil tussen "nat" en "droog" gewicht volgt een waarde voor het vochtgehalte.

Het bevochtigde zilverzand is vervolgens in een rechthoekige bak gebracht en enigszins aangedrukt. Zie figuur (5.1).

Drie opstaande zijden van de bak zijn vervaardigd uit polyester. De vierde opstaande zijde is van thermopane. Deze beglazing was gekozen om eventuele ijslensvorming van buitenaf te kunnen volgen.

Aan de onderkant wordt het zand ondersteund door een aluminiumplaat. Deze plaat is inwendig voorzien van een buizenstelsel waar doorheen water stroomt. De temperatuur van dit water wordt door een thermostaat constant gehouden, bij voorkeur op 4°C.

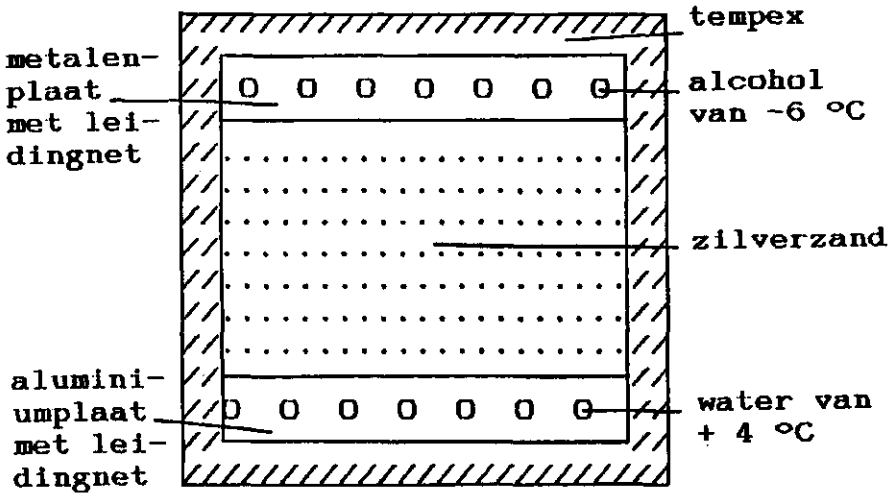


fig. (5.1) Schematische doorsnede van de meetbak gebruikt bij het onderzoek van een gesloten systeem.

Aan de bovenkant wordt een metalen koelplaat geplaatst. Hierdoor stroomt alcohol van een constante temperatuur. Aanvankelijk bedroeg deze constante temperatuur eveneens 4°C. De begintemperatuur van beide platen is dus gelijk. Na verloop van tijd zal hierdoor de temperatuurverdeling in de bak homogeen zijn. Aan de beginvoorwaarde betreffende de temperatuurverdeling (zie tabel 4.1) wordt nu niet voldaan. Immers op het moment dat de koude plaat op een temperatuur beneden 0°C wordt gebracht, is de temperatuurverdeling binnen het zand weliswaar 4°C, maar voldoet het niet aan de lineaire vorm zoals is aangegeven in tabel 4.1.

Bij de start van de vriesperiode wordt de temperatuur van de bovenplaat met behulp van een cryostaat zo snel mogelijk op -6°C gebracht. Deze temperatuurwaarde is gekozen, omdat de temperatuur aan de koude zijde bij de open systeemopstelling ook circa -6°C is. Het veranderen van de oppervlaktetemperatuur van +4°C tot -6°C is binnen de meetbak na ongeveer 0.5 uur merkbaar. Als de snelle temperatuurverandering aan het oppervlak van de meetbak gezien wordt als een temperatuursprong aan het oppervlak van een half oneindig medium, dan is het temperatuurverloop binnen dit medium uit de literatuur bekend. Dan zou na circa 1.5 uur de temperatuur op een diepte van 0.1 m gelijk aan 2°C zijn. Deze temperatuur had volgens de beginvoorwaarde op t=0 op deze diepte moeten zijn. De meetbak is evenwel niet half oneindig en de eindtemperatuurverdeling binnen de bak is een lineaire functie van de plaatscoördinaat. Uit metingen blijkt, dat het 4 uur duurt voordat de temperatuur op een diepte van 0.1 m van 4°C is gezakt naar 2°C.

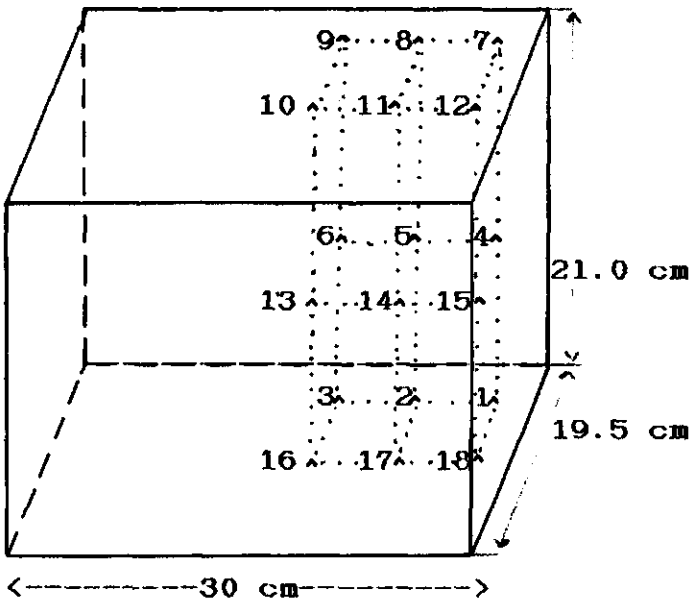


fig. (5.2) Plaats van de thermokoppels genummerd van 1 t/m 18.

De "koude" lassen van de constantaan- manganine thermokoppels worden in een dewarvat geplaatst. Dit vat is gevuld met smeltend ijs (0°C). De thermocoëfficiënt van de koppels bedraagt circa 39 $\mu V.K^{-1}$. De koppels zijn zo gesitueerd, dat zij slechts een kwart van de bak met het zand bestrijken. Hierbij zijn de koppels welke zich dicht bij een wand bevinden op 1 cm van deze wand geplaatst. Verstoringen van het temperatuurverloop zijn door deze koppels niet geconstateerd. Wel is door deze plaatsingswijze in de rest van de bak ruimte over om andere meetinstrumenten, zoals de meetnaalden ter bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt, te plaatsen. Omdat in een later stadium is gebleken, dat van een verstoring inderdaad nauwelijks sprake is, zijn alsnog 4 thermokoppels extra aangebracht. Deze 4 koppels zijn in het bovenste deel van het medium geplaatst. Dit is gedaan omdat de vorst van bovenaf indringt en juist daar behoefte bestaat aan een nauwkeurige bepaling van de temperatuurgradiënt.

Door warmtelekken via de naden van de randen werden aanvankelijk temperatuurgradiënten in een horizontaal vlak waargenomen. De grootte van deze gradiënten was circa 1 K per 10 cm. Daarom werd de meetbak geplaatst in een koelkast. De omgevingstemperatuur van de bak was hierdoor enigszins aan te passen. Temperatuurgradiënten langs de horizontale assen werden in de meetbak niet meer geconstateerd.

Om met het model te kunnen rekenen, moeten verschillende systeemparameters, waaronder de thermische parameters van zilverzand bekend zijn. Zoals De Vries[6] al eerder beschreef, kan bijvoorbeeld de warmtegeleidingscoëfficiënt niet zomaar berekend worden uit de bijdrage van de verschillende componenten. Het simultaan en lokaal meten van temperaturen, warmtegeleidingscoëfficiënten en volumieke soortelijke warmten is daarom gewenst. Op de Landbouw Universiteit te Wageningen heeft men kennis van en ervaring in het bepalen van deze thermische parameters. Voor een uitvoerige beschrijving van de wijze waarop deze grootheden kunnen worden gemeten, wordt verwezen naar de dissertatie van Van Haneghem[22].

5.3 Meetopstelling en werkwijze bij het open systeem

Volgens de eerder genoemde T.R.R.L.-methode is onderzoek gedaan aan morenezand. Morenezand staat bekend als een zandsoort waardoor watertransport gemakkelijk kan plaatsvinden. De verdeling van de korrelgroottes is gelijkmatig over het gebied van 50 µm tot 1 mm. In appendix deel 1 is de korrelverdeling gegeven.

Twee meetseries zijn met deze zandsoort uitgevoerd. Voor elke serie zijn de bewerkingen in drie fasen in te delen:
-fase 1 de aanmaak
-fase 2 de vriesperiode
-fase 3 de ontmanteling.

fase 1 de aanmaak[23]

Het morenezand wordt uitgespreid over de vloer, zodat het aan de lucht kan drogen. Om daarna een standaard verdichting te verkrijgen, de zogenaamde Proctordichtheid*, wordt een bekende hoeveelheid zand en water gebruikt. In dit onderzoek bedroeg het massapercentage water circa 10%. Na menging wordt het mengsel in een standaard metalen mal gebracht en verdicht onder een hydraulische pers. In figuur (5.3) is de opstelling waarmee de verdichting is uitgevoerd, schematisch weergegeven. In het rapport van de werkgroep E_4 is hierover uitvoerig geschreven.

Dezelfde zandsoort is met verschillende watergehalten op deze wijze verdicht. Eventuele beschadiging aan de korrels vanwege de samenpersing is niet bekend. De terugvering na verdichting bleek minder dan 0.2% te zijn. Door deze geringe terugvering hadden alle monsters nagenoeg dezelfde afmetingen en hetzelfde gewicht:
-diameter 10 cm; lengte 15.5 cm
-massa 2.65 kg.

*De Proctordichtheid is een dichtheid, welke een vochtig medium maximaal kan bereiken bij een standaard verdichtingsmethode. Deze maximale waarde wordt bepaald, door de optimale waarde van de verdichting als functie van het vochtgehalte te bepalen.

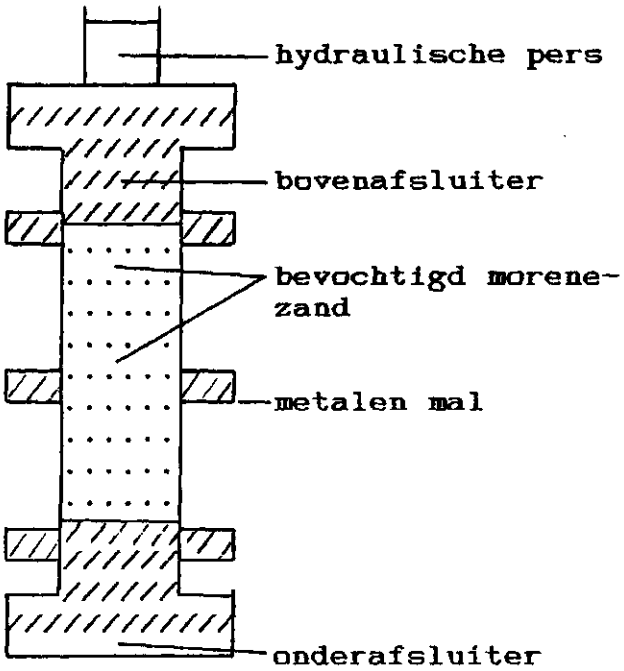


fig. (5.3)Schematische schets van de opstelling gebruikt bij verdichting van morenezand tot Proctordichtheid.

In de eerste meetserie zijn 8 monsters met het morenezand aldus verdicht. In de tweede meetserie werd met 4 monsters gewerkt. Het verschil in aantal monsters vloeit voort uit het feit, dat in de eerste meetserie alle monsters nagenoeg hetzelfde patroon van heffing en vorstindringing vertoonden (wat ook verwacht mocht worden). Een tweede meetserie had tot doel antwoord te krijgen op de vraag in hoeverre het materiaal van de bovenafsluiter het vorstproces beïnvloedt. Bij de beschrijving van de afdekking van de zandmonsters wordt hierop teruggekomen. In beide meetseries werden 2 monsters elk voorzien van 8 koper-constantaan thermokoppels en één warmtefluxmeter. De warmtefluxmeter diende passend aan de koude zijde van het zandmonster geplaatst te worden. Hiertoe was een mal met dezelfde afmetingen als de meter tijdens de verdichting boven op het zand gelegd. De toe- en afvoerdraden van de koppels en van de warmtefluxmeter werden langs het monster omhoog geleid en verbonden met een recorder. De thermocoëfficiënt van de koppels bedroeg circa 39$\mu V.K^{-1}$. De referentietemperatuur bedroeg 0°C. Op de foto, figuur (5.4), zijn de thermokoppeldraden herkenbaar aan de genummerde labels. Na het inbrengen van de thermokoppels en het plaatsen van de warmtefluxmeter, wordt het monster "omkapseld" met een dunne p.v.c.-mantel. Op de bovenkant van elk monster wordt een passende perspex bovenplaat gelegd. In het hart

van deze plaat is een uitsparing gemaakt, waarin een dunne, lange, messing staaf past. De verandering van de hoogte van deze staaf ten opzichte van een referentiepunt wordt als maat voor de heffing genomen. Aan de onderkant van elk monster wordt een passende, keramische en poreuze steen aangebracht. Deze steen op zijn beurt wordt op zijn plaats gehouden door een koperen houder.

De perspex bovenplaat is een relatief slechte warmtegeleider. In de tweede meetserie was het gebruikte materiaal van de bovenafsluiter messing. De afmetingen zijn hierbij gelijk gehouden.

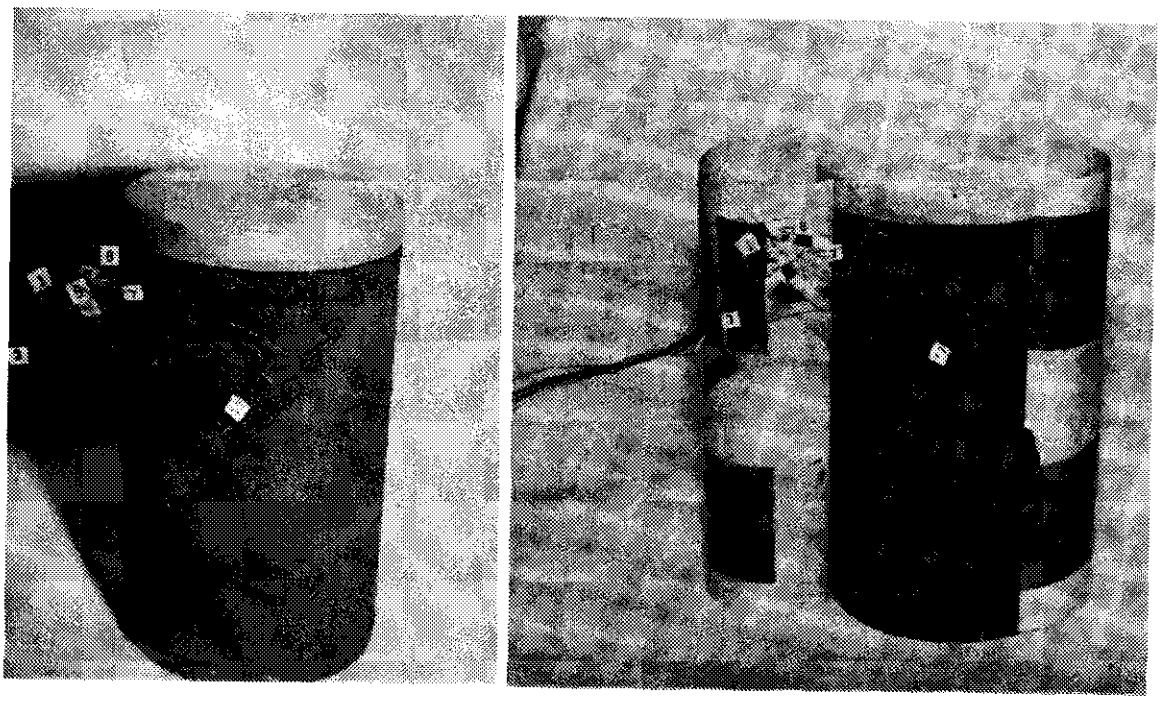


fig. (5.4) Fotografische weergave van een meetmonster morenezand voorzien van thermokoppels en een warmtefluxmeter.

De plaats van de thermokoppels is daarom in de tweede meetserie anders dan in de eerste serie. Dit is gedaan in de verwachting dat het vriesfront sneller en dieper in het meetmonster zal dringen (aannemende dat de meetomstandigheden voorts dezelfde zijn). In de figuren (5.5) en (5.6) zijn de doorsneden getekend van een meetmonster met thermokoppels en warmtefluxmeter in respectievelijk de eerste meetserie en de tweede meetserie.

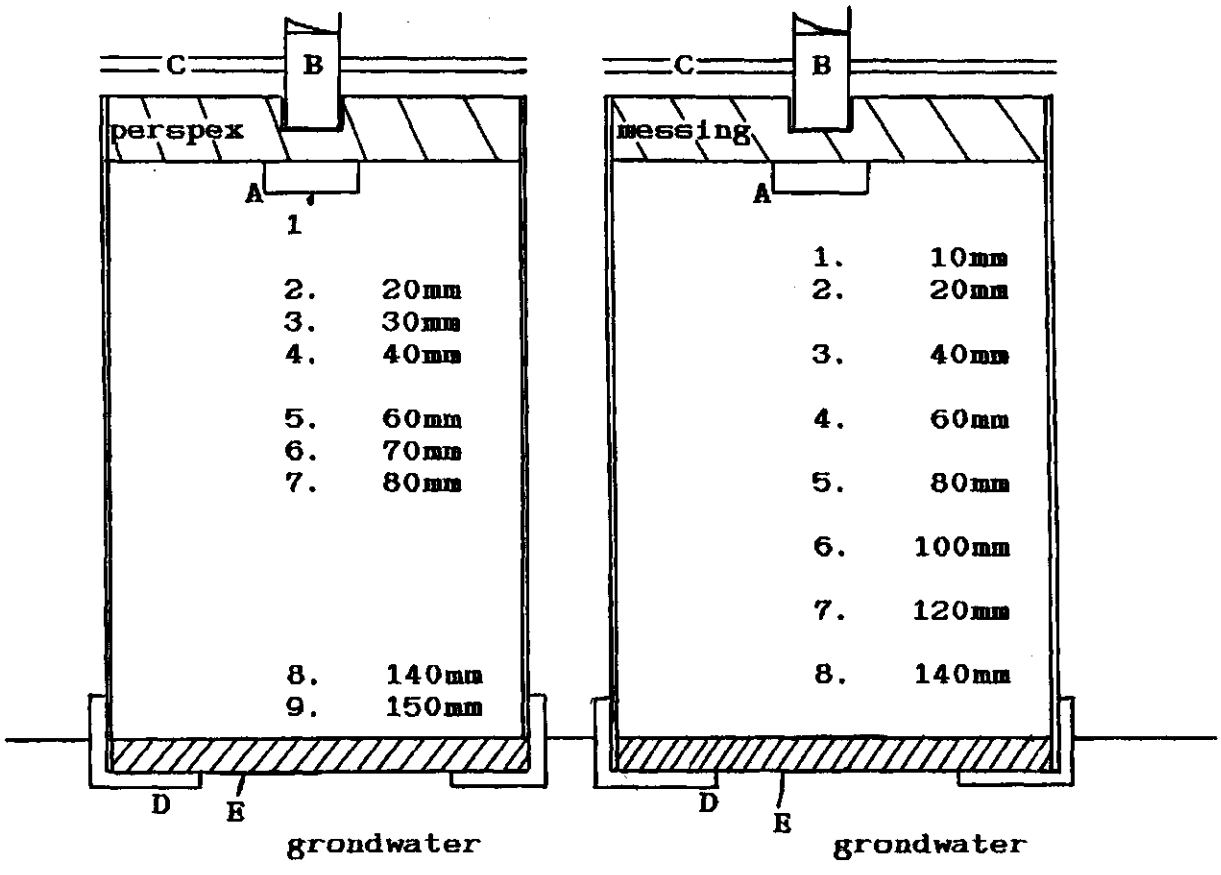


fig. (5.5) *fig. (5.6)*
Doorsnede van een meetmonster met morenezand. Thermokoppels genummerd van 1 t/m 9; A warmtefluxmeter; B messing staaf; C referentiestaaf; D koperenmonsterhouder; E poreuze steen.

De poreuze steen ligt in een waterbassin. Via de poreuze steen kan water vanuit het bassin in het monster dringen. In figuur (5.7) is een dwarsdoorsnede van de houder van de monsters gegeven. In figuur (5.8) is van deze houder een bovenaanzicht getekend. De zandmonsters en één referentiemonster worden in de houder geplaatst. Het doel van het referentiemonster is het kunnen nagaan hoe de reproduceerbaarheid en de betrouwbaarheid van de metingen is.

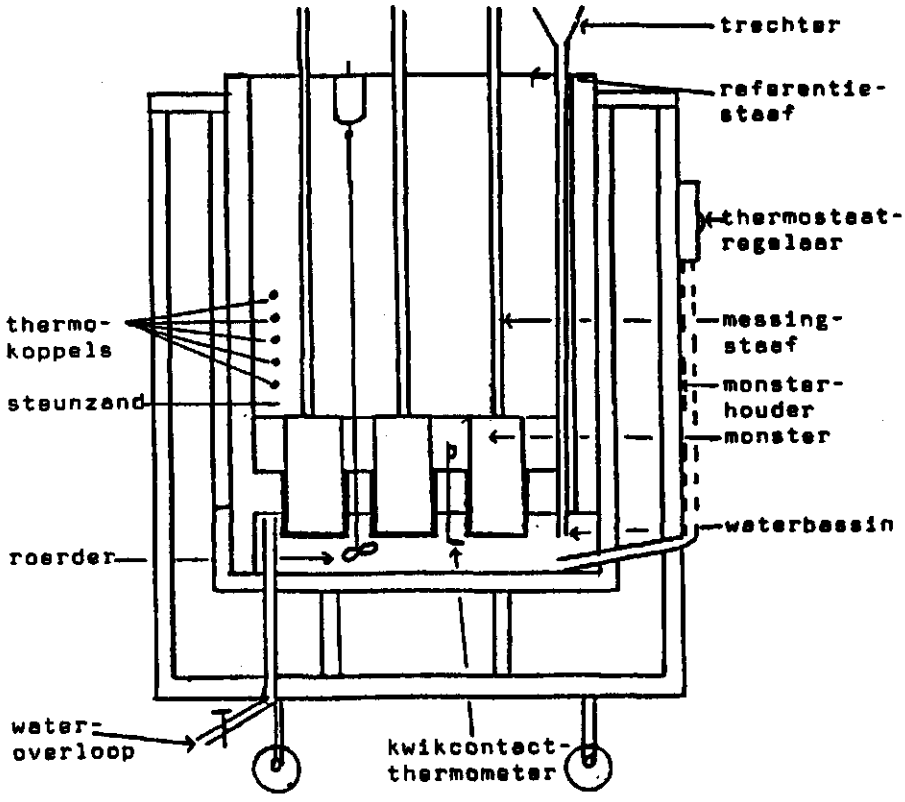


fig. (5.7) Doorsnede van de houder van de morenezandmonsters.

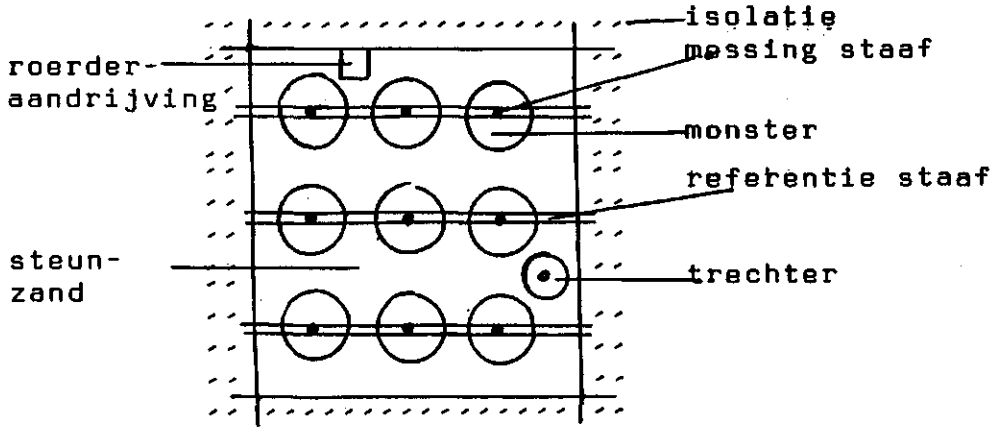


fig. (5.8) Bovenaanzicht van de houder van de monsters.

Bovendien wordt de heffing van dit referentiemonster na een bepaalde vriesperiode gezien als de maximaal toelaatbare heffing voor gronden, welke als vorstongevoelig kunnen worden aangemerkt. De samenstelling van dit referentiemonster dient dan ook steeds dezelfde te zijn:
-72% Nederlands Normaal Zand
-20% Wigro vulstof
-8.0%Massa water.

De monsters zijn onderling gescheiden door steunzand. Warmtedoorlating via dit steunzand en door de p.v.c.-mantel naar een monster toe zijn, zoals uit de metingen bleek, te verwaarlozen. Tenslotte wordt het water in het bassin gehouden op +4°C (±0.2K). Na plaatsing van de monsters in de houder wordt deze houder in een vriescel gereden. Om voldoende opzuiging van water uit het bassin mogelijk te maken, wordt een wachttijd van 24 uur aangehouden. Nadien vangt het vriezen aan. Ten behoeve van dit onderzoek wordt in elke serie uit één monster, niet zijnde het referentiemonster, over een diepte van 8 cm een kolom vochtig zand gehaald. Na verdeling in partjes van deze kolom wordt met de gravimetrische methode het vochtgehalte bepaald. Aangenomen wordt dat de gevonden vochtgehaltes representatief zijn voor alle zandmonsters in de betreffende serie.

fase 2 de vriesperiode

Gedurende 10 dagen wordt de vriescel ingeschakeld. Koude lucht met een temperatuur van circa -17°C wordt in de koelruimte geblazen. Dit blazen van koude lucht wordt om de 6 uur gedurende 30 minuten onderbroken teneinde het tegen de koelelementen afgezette ijs te kunnen ontdooien. In dit half uur ontstaan grote temperatuurverschillen van circa 10°C in de koelruimte. De temperatuurvariatie aan de bovenkant van een meetmonster is hierdoor circa 0.5°C. Ook komen temperatuurschommelingen voor wanneer het waterbassin wordt gevuld totdat overloop optreedt. Maar deze laatste temperatuurschommelingen zijn in het bassin geringer (circa 1°C) dan eerstgenoemde. Ook wanneer waarnemingen in de koelcel worden verricht, zijn er geringe temperatuurschommelingen.

De hoeveelheid water die elke dag aan het bassin wordt toegevoegd, dient in relatie te staan tot de gemeten dagelijkse heffing. Het onderzoek beperkt zich dan ook niet alleen tot het meten van de diepte van het vriesfront en van de uiteindelijke heffing, maar strekt zich ook uit tot het meten van de dagelijkse heffing en de toegevoegde waterhoeveelheid. De registratie van de verschillende thermospanningen en van de warmteflux, geschiedt om de drie minuten met behulp van een recorder.

fase 3 de ontmanteling

Na afloop van de 10-daagse vriesperiode worden de monsters uit het steunzand omhoog getrokken. Vaak komt alleen het bevroren deel mee omhoog. Van alle monsters wordt de totale lengte van het bevroren deel en van het niet bevroren deel gemeten. Deze metingen worden alleen verricht als een extra controle op de waarden van de totale heffing en de lengte van het uiteindelijk bevroren deel van een monster. Ook zijn er foto's gemaakt van enkele karakteristieke bevroren delen van de monsters. Figuur (5.9) is hiervan een voorbeeld.

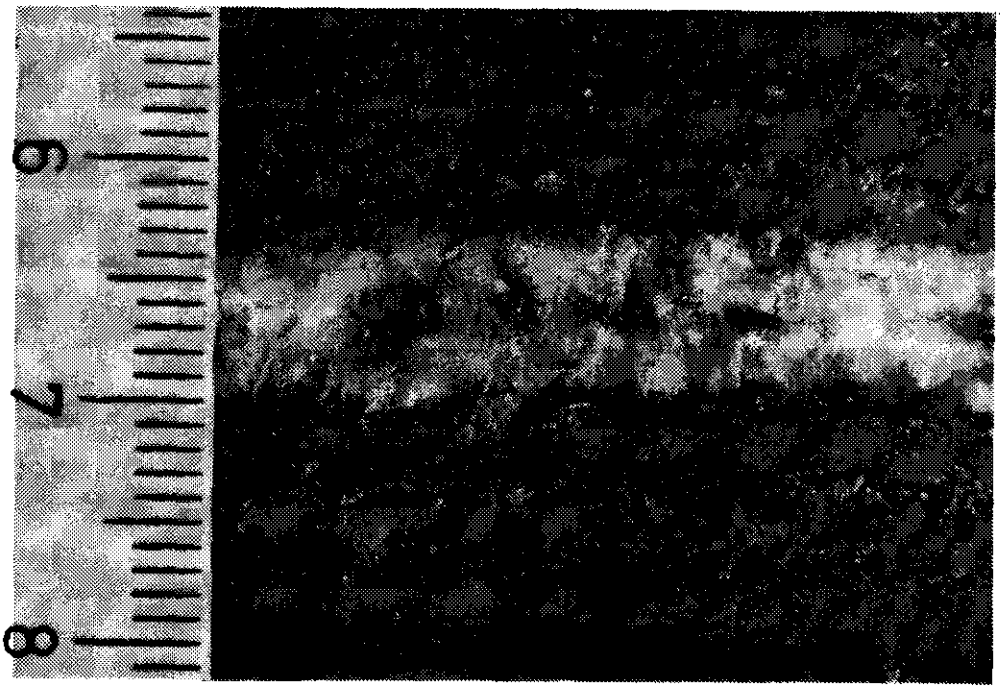


fig. (5.9) Fotografische weergave van een ijslens in een meetmonster.

Ook het massaverschil van het bevroren deel en van het niet bevroren deel wordt gravimetrisch bepaald. Hierdoor kan gecontroleerd worden of al het toegevoegde water binnen de monsters terecht is gekomen. Immers bij aanvang van de vriesperiode zijn de morenezandmonsters bijna maximaal met water verzadigd.

Onzekerheid bestaat over de plaats van de thermokoppels. In het bevroren deel zullen de thermokoppels verplaatst worden om met de heffing "mee te kunnen bewegen". In één meetmonster zijn hierdoor twee thermokoppels uit hun positie getrokken. Deze verplaatsing werd al vermoed tijdens de temperatuurregistratie van de koppels.

5.4 Onderzoek in het veld

Door de Heidemaatschappij is na de winter van 1962-1963 een steeds intensiever onderzoek gedaan naar de relatie tussen vorstdiepte en luchttemperatuur. De simultane metingen van beide grootheden vonden plaats op lokaties verspreid over Nederland. Iedere deelnemer aan dit project noteerde de luchttemperatuur op 1.50 m boven de grond als mede de vorstdiepte zoals die door een vorstbuis werd aangegeven. Door de afdeling Speurwerk werd een relatie zoals beschreven met (1.1) aangenomen. Om de vorstdiepte te kunnen meten was de vorstbuis gevuld met water, waarin fluorescine was opgelost. Dit fluorescine heeft als eigenschap dat het colloïdale karakter verdwijnt zodra de temperatuur ervan beneden 0°C is. Bij bevriezing laat deze oplossing daarom een kleuromslag zien. Op de buitenkant van de buis was een centimeterverdeling aangebracht. Om het aflezen van de vorstdiepte te vergemakkelijken was er in de buis een hoeveelheid blauw glas aanwezig.

De meetbuis was omgeven door een dunne, nauwpassende p.v.c.-buis. Tussen beide was een dun laagje olie aangebracht om het warmtecontact te verbeteren. Het geheel werd aan de bovenkant afgesloten door een messing dop. Een schematische doorsnede van de meetbuis is gegeven in figuur (5.10).

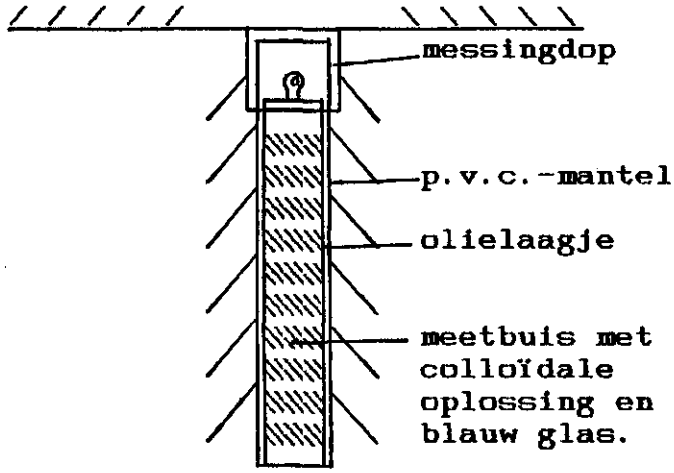


fig. (5.10) Doorsnede van een meetbuis in het openveld. Buis gevuld met blauw glas en met een vorstgevoelige colloïdale vloeistof.

6 MEETWAARDEN EN LITERATUURWAARDEN

6.1 Inleiding

Om berekende waarden voor de vriesfrontdiepte en de heffing te kunnen krijgen met het nieuwe model, moeten de vergelijkingen (4.9) en (4.14) opgelost worden. Daarbij moeten nog een aantal waarden van fysische grootheden aan de literatuur worden ontleend of uit experimenten worden verkregen. Uit de literatuur zijn overgenomen de waarden voor de thermische parameters van de zuivere stoffen water, ijs, zilverzand en kwarts. De belangrijkste gebruikte waarden zijn in tabel 6.1 in paragraaf 6.2 te vinden.

De waarden van de samengestelde volumieke soortelijke warmten, is nadien voor bevochtigd morenezand berekend met behulp van (2.7). De samengestelde lambdawaarde van bevochtigd zilverzand is, voor zover deze niet in de literatuur voorkwam, en voor zover niet zelf gemeten, berekend met vergelijking (2.8). Tenslotte is de hydraulische conductiviteit van maximaal bevochtigd morenezand berekend met (4.1). Voor toetsing moeten de volgende grootheden worden bepaald:

- de oppervlaktetemperatuur en daardoor de vorstindex
- de afmetingen van de vrieszone
- de temperatuurgradiënten
- de gehaltes aan zand en water
- de vorstdiepte
- de heffing
- de samengestelde waarde van de volumieke soortelijke warmte van bevochtigd zilverzand.

De invloed van de vrieszone op het vriesproces is behandeld in hoofdstuk 4. Tevens is bij de afleiding van het nieuwe model vermeld dat de invloed van de vrieszone alleen in aanmerking wordt genomen zodra er van een merkbaar massatransport sprake is. Dit laatste deed zich voor bij het onderzoek aan het open systeem. Daarom wordt in paragraaf 6.3 de te verwachten vriespuntdaling alleen bij dat onderzoek geanalyseerd.

Presentatie van de oppervlaktetemperatuur, van de temperatuurverdelingen en van de vorstfrontdiepten binnen een meetmonster, is grafisch

gedaan in paragraaf 6.6 en 6.7. Voor elk systeem apart is hierbij gebruik gemaakt van de metingen verkregen uit één meetmonster. In de appendix, deel 3 en deel 4, zijn de grafieken van alle meetmonsters gegeven.

De aanvangsdichtheden en de daarmee verbonden fracties van de verschillende zandsoorten worden in paragraaf 6.4 besproken. Met de gegeven fracties zijn, waar nodig, in paragraaf 6.5 de samengestelde waarden van de thermische parameters berekend.

Heffing kan alleen gemeten worden met de open systeemopstelling. In totaal zijn 4 meetmonsters, 2 uit elke meetreeks, aangewend om de heffing te kunnen meten. In paragraaf 6.8 is de heffing van één zo`n monster besproken. Van alle 4 de monsters wordt de heffing aangegeven in de appendix, deel 5.

Een probleem is, dat zodra heffing zich voordoet, de plaats van een aantal thermokoppels is gewijzigd. In de figuren (5.5) en (5.6) zijn de plaatsen van de koppels aangegeven zoals die bij de aanmaak van de monsters gelden. De heffing manifesteert zich als een uitzetting van het medium (een groei) naar boven toe. In werkelijkheid ontstaat de extra ijsformatie ergens binnen in het bevroren deel. Hierdoor wordt de onzekerheid over de positie van een paar thermokoppels veroorzaakt. De vorstdiepte wordt daarom gezien als de diepte van de experimenteel bepaalde 0°C isotherm vermeerderd met de tot dan toe ontstane heffing. In paragraaf 6.9 is de combinatie heffing plus vorstdiepte voor één meetmonster uitgevoerd.

6.2 Waarden van enkele systeemparameters en andere voor het onderzoek belangrijke grootheden.

In tabel 6.1 zijn enkele waarden gegeven. Het betreft de waarden van:
- de latente warmte van water
- de oppervlaktespanning tussen water en ijs
- de dichtheid van ijs, water, morenezand, zilverzand
- de volumieke soortelijke warmte van zuiver ijs, water, kwarts, zilverzand
- de warmtegeleidingscoëfficiënt bij 273 K van ijs, water, kwarts, zilverzand
- het specifieke volume van ijs en water
- de hydraulische conductiviteit.

Tabel 6.1 *Waarden van enkele systeemparameters en andere voor het onderzoek belangrijke grootheden.*

grootheid	symbool	waarde
latente warmte	L	$3.3\ 10^{5} J.kg^{-1}$
oppervlakte spanning	$\sigma_{i,w}$	$33\ 10^{-3} J.m^{-2}$
dichtheid/ijs	ρ_i	$0.92\ 10^{3} kg.m^{-3}$
/water	ρ_w	$1.0\ 10^{3} kg.m^{-3}$
/moreen	ρ_{moreen}	$2.7\ 10^{3} kg.m^{-3}$
/zilver-zand	$\rho_{zilverz.}$	$2.7\ 10^{3} kg.m^{-3}$
volumieke soortelijke warmte/ijs	C_i	$2.1\ 10^{6} J.m^{-3}.K^{-1}$
/water	C_w	$4.2\ 10^{6} J.m^{-3}.K^{-1}$
/kwarts	C^{*}_{kwarts}	$2.0\ 10^{6} J.m^{-3}.K^{-1}$
/zilver-zand	$C_{zilverz.}$	$2.1\ 10^{6} J.m^{-3}.K^{-1}$
warmtegeleidingscoëfficiënt/ijs	$\lambda_{i,(273K)}$	$2.2\ W.m^{-1}.K^{-1}$
/water	$\lambda_{w,(273K)}$	$0.56\ W.m^{-1}.K^{-1}$
/kwarts	λ^{*}_{kwarts}	$2.9\ W.m^{-1}.K^{-1}$
/zilverzand	$\lambda_{zilverz.}$	$0.58\ W.m^{-1}.K^{-1}$
specifiek volume/ijs	V_i	$1.1\ 10^{-3} m^{3}.kg^{-1}$
/water	V_w	$1.0\ 10^{-3} m^{3}.kg^{-1}$
hydraulische cond.	K_D^{*}	$1.1\ 10^{-6} m.s^{-1}$

*Gebruikt bij het onderzoek aan morenezand.

6.3 Korrelverdeling-vriespuntdaling-vrieszone

Met behulp van het nieuwe model kunnen verschillende aspecten van het vriesproces nader worden bestudeerd. Het aspect van de vrieszone wordt in dit proefschrift alleen in beschouwing genomen zodra er vanwege massatransport heffing ontstaat. In het onderzoek naar heffing is de open systeemopstelling gebruikt. De zandsoort welke hierbij is onderzocht, is het morenezand. De zeeffracties van dit zand zijn gegeven in de appendix, deel 1.

De gemiddelde waarde van de diameter van de korrels, dat wil zeggen de waarde waarbij nog net 50% van de massa de zeef passeert, is 120 μm. Indien alle korrels deze diameter hebben, indien de korrels homogeen verspreid zijn over de ruimte en de volumefractie zand gelijk is aan x_z=0.72, is de kleinste afstand tussen de korrels 100 μm. Als voor de kromtestraal r dan de helft hiervan wordt genomen, dus r = 50 μm, is volgens vergelijking (3.14) de vriespuntdaling 1.1 10^{-4}K. In de appendix deel 1 is deze situatie geschetst als ijs in een porie wil binnen dringen.

De werkelijke waarde van de kromtestraal zal lokaal verschillend zijn omdat niet alle korrels een diameter van 120 μm hebben en doordat de korrels niet gelijkmatig over de beschikbare ruimte zijn verdeeld. Enigszins zou uit de experimenten kunnen blijken óf de vriespuntdaling hierdoor een andere waarde zou moeten hebben dan 1.1 10^{-4}K. Aangezien de nauwkeurigheid waarmee de waarden van de thermokoppels geïnterpreteerd konden worden, tot circa 0.05°C, is een verdere vriespuntdaling niet geconstateerd. Het aspect van de vrieszone is daarom niet verder in de berekeningen opgenomen. Dus is δ = 0 gesteld!

Dezelfde waarde van r is gebruikt bij de berekening van de hydraulische conductiviteit.

6.4 Volumefracties

Het onderzoek aan een gesloten systeemopstelling

Het vorstonderzoek zonder massatransport is uitgevoerd met zilverzand. Het watergehalte is hierbij laag gehouden. Gedurende de uitvoering van de verschillende

meetseries is het volumieke gehalte aan water, ϵ_w, steeds opgevoerd. Als eigenschap voor het zilverzand geldt, dat naarmate het watergehalte toeneemt, de pakkingsdichtheid bij invullen afneemt. Pas bij gebruik van verdichtingsmethoden, kan deze dichtheid vergroot worden. Ook is kenmerkend dat wateruitzakking al bij een lage vochtconcentratie, bij circa 6 volumeprocent, optreedt.

Bij een laag vochtgehalte is nagenoeg al het water gebonden aan de korrels. Dit gebonden water bevriest pas bij temperaturen beneden 0°C. Het veroorzaakt echter geen noemenswaardig massatransport. Vandaar dat de vrieszone infinitesimaal dun wordt verondersteld.

De volumefracties van water en zand die bij de metingen zijn gebruikt, staan vermeld in tabel 6.2.

tabel 6.2 *Volumefracties en dichtheden van bevochtigd zilverzand, bij aanmaak.*

volumefractie zand	volumefractie water	verzadigingsgraad	dichtheid ($10^3 kg.m^{-3}$)
0.60	0.00	0%	1.60
0.52	0.005	1%	1.40
0.49	0.012	2.4%	1.30
0.45	0.024	4.3%	1.23
0.45*	0.035	6.4%	1.24
0.45*	0.046	8.4%	1.24
0.45*	0.062	11.3%	1.26

*Deze fracties zijn verkregen na "handverdichting".

Het onderzoek aan een open systeemopstelling

Het watergehalte tijdens de aanmaak van de morenezandmonsters is voor elk monster gelijk. De fractie water bedraagt ten opzichte van de droge massa 10.5% massiek. Dit percentage blijkt het meest geschikt om een optimale verdichting te kunnen krijgen (zie hoofdstuk 5). Na verdichting heeft elk monster de gelegenheid om gedurende een periode van 24 uur water uit het bassin op te nemen (zie figuur (5.7)).

De massieke vochtconcentratie is dan opgelopen tot circa 14%*. Deze concentratie blijkt op elke diepte dezelfde waarde te hebben. De vochtigheidsgraad benadert hierdoor de 100%. In tabel 6.3 zijn de volumefracties van zand en water alsmede de verzadigingsgraad en de samengestelde dichtheden aangegeven.

tabel 6.3 *Volumefracties en samengestelde dichtheden van morenezand.*

volumefracties zand	water	verzadigingsgraad	dichtheid ($10^3 kg.m^{-3}$)
0.72	0.20 aanmaak	71%	2.05
0.72	0.26 aanvang	93%	2.13

De grote vochtigheidsgraad heeft als voordeel, dat massatransport beter mogelijk is. Een deel van het water is nauwelijks aan de korrels gebonden. De heffing is, zoals in hoofdstuk 7 zal blijken, hiermee volledig in overeenstemming.

6.5 Thermische parameters

De volumieke soortelijke warmte van een samengesteld medium is lineair afhankelijk van de volumefracties, zie (2.7). In tabel 6.4 zijn berekende en gemeten waarden opgenomen.

Vooral de waarden zoals vermeld bij het onderzoek aan het open systeem, zijn gebaseerd op het oorspronkelijk aanwezige water. Al dit water wordt voor het bevroren deel verondersteld over te zijn gegaan in ijs.

De waarde voor de warmtegeleidingscoëfficiënt van het, bijna maximaal, bevochtigde morenezand is berekend volgens[24]:

$$\lambda_{tot,u} = \lambda_z^{(x_z)} \cdot \lambda_w^{(x_w)} \qquad (6.1)$$

*De vochtconcentratie is gravimetrisch bepaald. Hiertoe was een kolom zand van 8 cm lengte uit één monster gehaald.

Berekeningen uitgevoerd met (6.1) zijn volgens Lockenger, alleen toegestaan als het medium uit twee componenten bestaat. Eén component moet in de vaste fase verkeren en de andere moet in de vloeibare fase verkeren. De vaste delen moeten dan onderling gescheiden zijn door de vloeistof.

Voor het bevroren deel is de samengestelde warmtegeleidingscoëfficiënt eveneens berekend met (6.1). Dan zijn zowel de coëfficiënt van water als diens fractie vervangen door die van ijs. Zie tabel 6.4.

Zodra de vorst binnen het oorspronkelijke medium tot op een diepte X is doorgedrongen, zal door watertransport het medium gegroeid zijn met een lengte h. De warmtegeleidingscoëfficiënt van dit gedeelte van het medium, wordt dan berekend volgens:

$$\lambda_{tot,r} = \frac{(\lambda_{x}^{(x_x)} \bullet \lambda_{i}^{(x_i)}).X + \lambda_i.h}{X+h} \qquad (6.2)$$

Bij de opstelling van (6.2) wordt er van uitgegaan, dat het deel dat boven het oorspronkelijke oppervlak uitsteekt overeenkomt met één massief blok ijs binnen het medium (ijslens).

De open veldsituatie

De waarden voor de thermische parameters in het open veld zijn niet gemeten. Om toch berekeningen te kunnen uitvoeren, zijn de betreffende waarden van het morenezand gebruikt. De motieven hiervoor waren:

a) De vochtigheidsgraad van veel gronden vlak voor een vorstperiode komt dicht bij waarden van morenezand.
b) Van morenezand is bekend dat de heffing groot is. Voor zandsoorten welke tegenwoordig onder een wegdek worden gebruikt, doet heffing zich nauwelijks voor. Berekende waarden moeten dan als uiterste limietwaarden voor de vorstdiepte worden beschouwd.

tabel 6.4 *Volumefracties met bijbehorende waarden van thermische parameters.*

zand-soort	fractie zand	fractie water(w) ijs (i)	volumieke soort.w. $10^6 J.m^{-3}.K^{-1}$	warmtegeleidings-coëfficiënt $W.m^{-1}.K^{-1}$
moreen	0.72	0.26(w)	2.53#	1.85˘
	0.72	0.29(i)	2.04#	2.69˘
zilver	0.60	0.00(w)	1.27	0.35
	0.60	0.00(i)	1.27#	0.35
	0.52	0.005(w)	1.12	0.35
	0.52	0.005(i)	1.10#	0.35
	0.49	0.012(w)	1.07	0.31*
	0.49	0.013(i)	1.06#	0.31*
	0.45	0.024(w)	1.05	0.66
	0.45	0.026(i)	1.00#	0.67
	0.45	0.035(w)	1.09	0.71
	0.45	0.038(i)	1.02#	0.74
	0.45	0.046(w)	1.14	0.74
	0.45	0.051(i)	1.05#	0.79
	0.45	0.062(w)	1.23	0.83
	0.45	0.069(i)	1.09#	0.86

*Berekend met (2.7). De overige waarden van deze kolom zijn gemeten.
˘Berekend met (6.2).
#Gemeten met nieuwe naalden.

De waarden vermeld in tabel 6.4 zijn waarden welke gelden bij een temperatuur van +2°C voor het niet bevroren deel en -2°C voor het bevroren deel.

Uit tabel 6.4 is af te leiden dat de waarden voor de warmtegeleidingscoëfficiënt van vochtig zilverzand toeneemt naarmate het vochtgehalte groter is. Bij één serie (x_w=0.012) wordt deze regelmaat onderbroken. Achteraf is gebleken dat de registratie met de nieuwe naalden niet correct geschiedde. Toch zijn de betreffende waarden in de berekeningen gebruikt. Een groot verschil tussen gemeten waarden voor de vorstdiepte en berekende waarden ervoor bij deze serie zal blijken te ontstaan (appendix deel 4).

6.6 Temperatuur

Het belang van kennis van de temperatuurverdeling binnen een vriezend medium, is al eerder aangegeven. Zo is de plaatsbepaling van het vorstfront en eventueel het vriesfront hierdoor mogelijk. Het thermo-

koppel aan het oppervlak levert de vorstindex. Door de vrijwel continue registratie van de thermospanningen kan een eventuele vriespuntdaling groter dan 0.05°C gemeten worden. De koppels zouden in dat geval een plotselinge variatie in thermospanning moeten vertonen. Bij dit onderzoek is dit verschijnsel niet gemeten.
De temperatuurverdeling is gevonden door de meetpunten middels een vloeiende lijn met elkaar te verbinden. Voor het gesloten systeem en voor het open systeem zijn de verdelingen voor enkele tijdstippen (binnen één meetmonster) grafisch gegeven in respectievelijk de figuren (6.1) en (6.2).

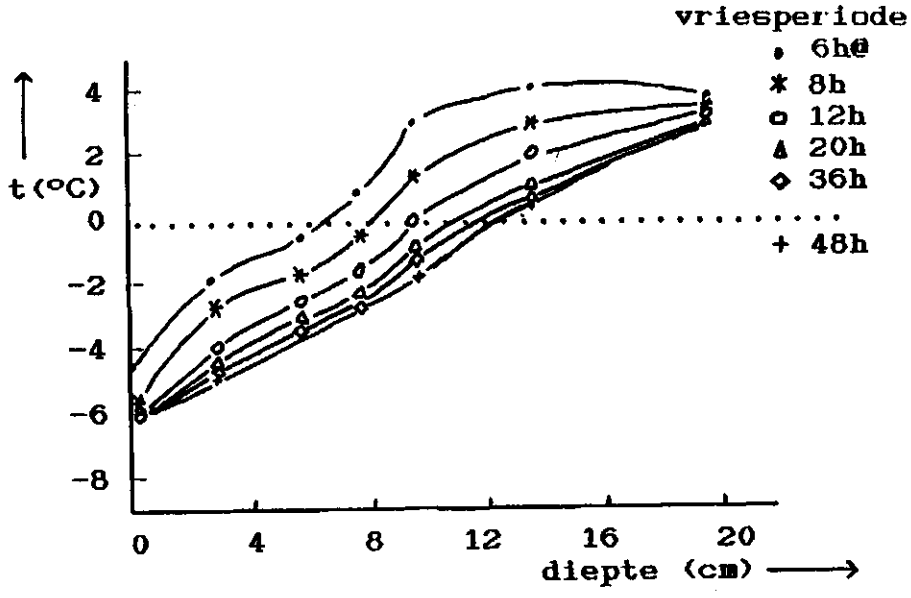


fig (6.1) Temperatuurverdelingen in een zilverzandmonster (gesloten systeem). x_w=0.046 volumiek.

@ Als eenheid van tijd is gebruikt: uur (h).

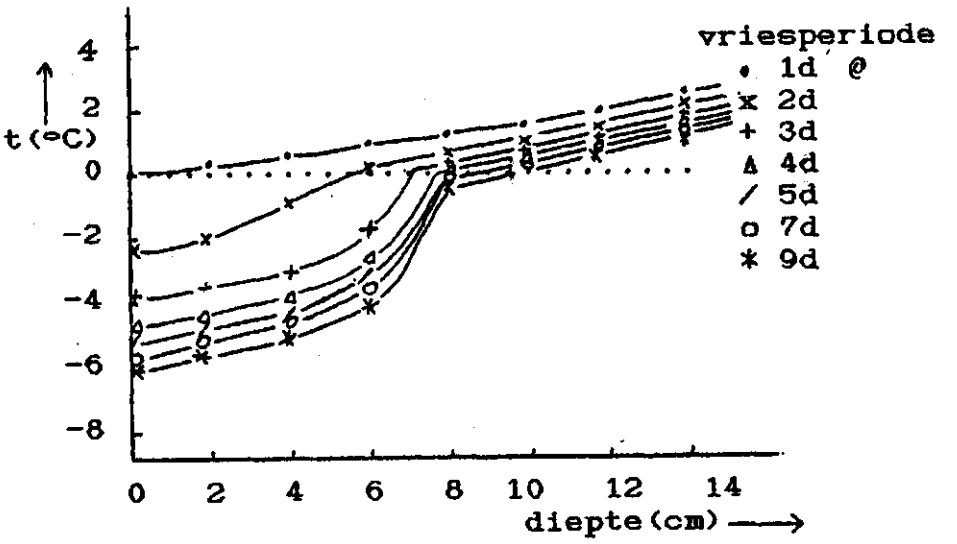


fig. (6.2) Temperatuurverdelingen binnen een morenezandmonster (open systeem). x_w=0.26.

@ Perioden in dagen.

De tijdstippen waarop de temperatuurverdelingen zijn gegeven, verschillen voor het gesloten systeem en het open systeem. Voor het gesloten systeem wordt een min of meer stationaire toestand bereikt na 48 uur vriezen. De vriesperiode is daarom bij dit systeem en voor elke vochtconcentratie tijdens het onderzoek beperkt tot 2 dagen. De duur van het onderzoek bij het open systeem is standaard 10 dagen. Uit figuur (6.2) blijkt, dat na deze periode de stationaire toestand nog steeds niet is bereikt. Wel valt uit beide figuren af te leiden, dat het temperatuurverloop in het niet bevroren deel alleen lineair is bij het open systeem. Ook volgt, dat de temperatuur van het bovenvlak bij het gesloten systeem veel sneller zijn eindwaarde bereikt. Dit komt door de betere warmte overdracht bij dit systeem.

Van alle meetmonsters is uit het verloop van de oppervlaktetemperatuur als functie van de tijd de vorstindex I bepaald. Voor het gesloten systeem kan worden volstaan met het eenmalig presenteren van de vorstindex. Alle zilverzandmonsters vertoonden dezelfde oppervlaktetemperatuur gedurende een zelfde periode. In figuur (6.3) is deze index, voor dit systeem, als functie van de tijd gegeven.

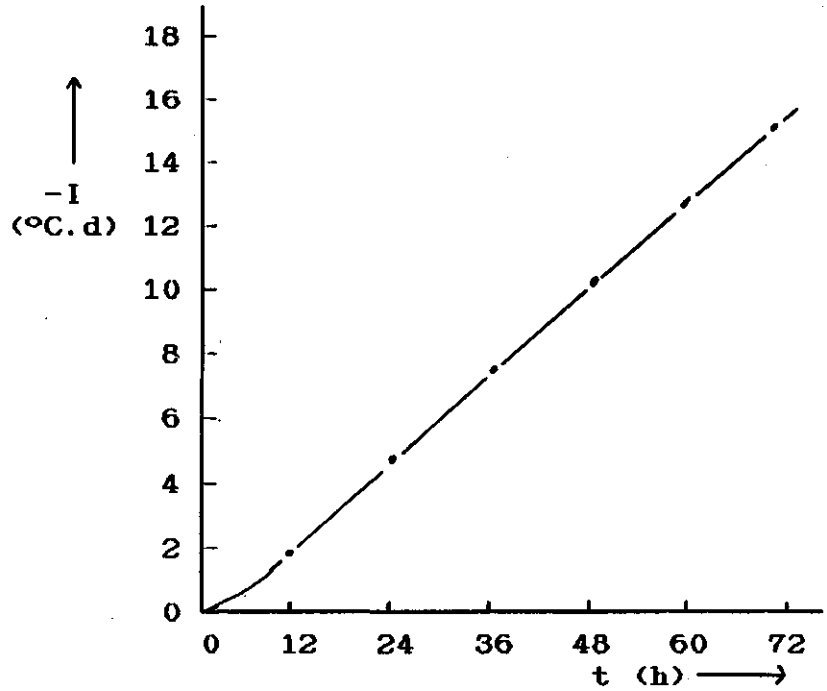


fig. (6.3) Vorstindex als functie van de tijd bij het onderzoek aan bevochtigd zilverzand.

Het lineaire verloop van de vorstindex als functie van de tijd wordt al na 8 uur bereikt.

Door de wijze waarop koeling plaatsvindt bij de open systeemopstelling(zie hoofdstuk 5) verschilt de index van monster tot monster. De invloed van de plaatsing van deze monsters én van het materiaal waarvan de bovenafsluiter is gemaakt, hebben hun invloed op de waarde van de vorstindex. In de figuren (5.7) en (5.8) is de situering binnen de monsterhouder weergegeven. In de eerste meetserie was de bovenafsluiter gemaakt van perspex. In de tweede meetserie is messing toegepast. Het verschil in vorstindex dat hierdoor ontstaat blijkt vooral te bestaan in het begin van de vriesperiode (zie figuur (6.10)). Van hetzelfde monster als aangegeven in figuur (6.2) wordt in figuur (6.4) de vorstindex als functie van de tijd gegeven. Voor de overige drie meetmonsters is dit gedaan in de appendix, deel 3.

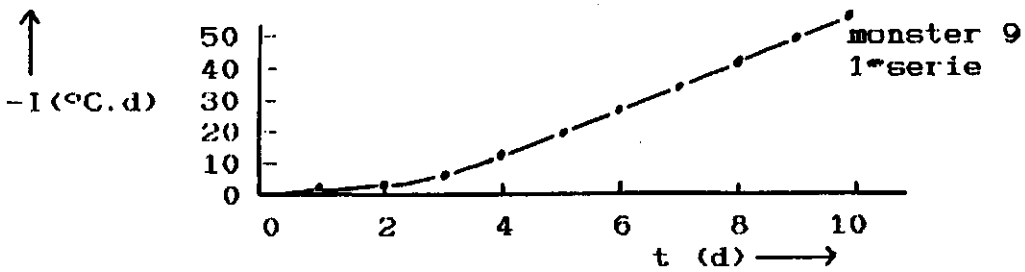


fig. (6.4) De vorstindex als functie van de tijd voor een bevochtigd morenezandmonster.

In het open veld zijn oppervlaktetemperaturen weliswaar niet gemeten, maar wel de luchttemperaturen op circa 1.5m boven de grond. De vorstindex wordt in deze situatie gelijk genomen aan de temperatuuretmaalsom. In figuur (1.1) is deze som voor het meetstation Eindhoven voor twee winterperioden gegeven.

6.7 Vorstdiepte

Bepaling van de vorstdiepte uit de experimenten gaat door het aflezen van de plaats van de 0°C isotherm. Vrij eenvoudig is uit de figuren (6.1) en (6.2) deze plaats voor verschillende tijdstippen af te lezen. Aangezien er géén vriespuntdaling is geconstateerd, is de plaats van het vriesfront gelijk genomen aan de plaats van het vorstfront. Voor het gesloten systeem wordt de vorstdiepte als functie van de tijd gegeven in figuur (6.5).

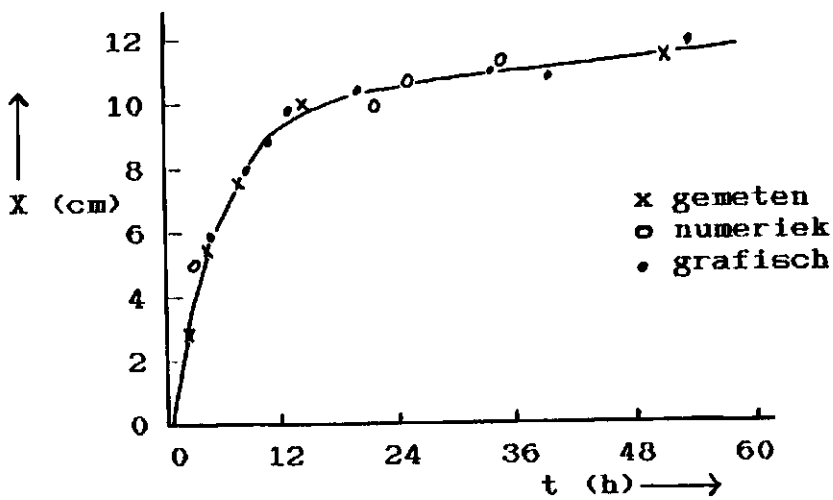


fig. (6.5) Vorstdiepte als functie van de tijd; gemeten en berekend aan vochtig zilverzand (x_w=0.046).

De gemeten waarden voor de vorstdiepte en de, volgens 2 methoden berekende waarden (zie hoofdstuk 7) wijken niet veel van elkaar af. Voor kleinere vochtconcentraties is de afwijking tussen de gemeten waarde en de numeriek berekende waarde groot (zie appendix deel 4 (figuur (3) tot en met figuur (7)). Een discussie hieromtrent volgt in hoofdstuk 8.

In figuur (6.6) is de vorstdiepte voor het open systeem als functie van de tijd gegeven.

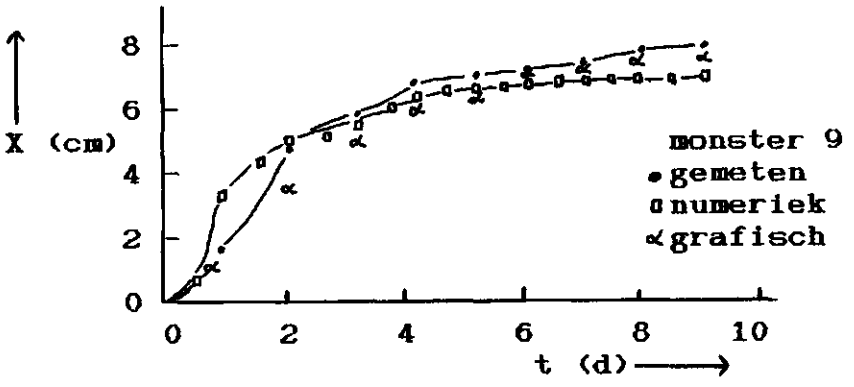


fig. (6.6) Vorstdiepte als functie van de tijd; gemeten en berekend aan vochtig morenezand, indien er geen heffing wordt verondersteld.

De grote verschillen tussen gemeten waarden en numeriek berekende waarden voor de vorstdiepte komen bij deze 1e serie zowel naar voren bij monster "8" als ook bij monster "9", zie appendix deel 4 figuur (8) en figuur (9). De oorzaak hiervan is gelegen in het ongunstige tijdstip van het uitvallen van de vriescel. Gedurende het niet koelen van een half uur, is de temperatuurgradiënt binnen het morenezand ernstig verstoord. Het numerieke model is niet geschikt voor dit soort temperatuurvariaties.

Het verband tussen de vorstdiepte en de vorstindex is, na het bekend worden van het model van Portnov, regelmatig onderzocht aan de hand van vergelijking (1.1). Voor de hier beschreven twee systemen is relatie (1.1) ook grafisch gegeven in de figuren (6.7) en (6.8). De grootte van de factor α is hierbij zodanig gekozen, dat de relatie waarden geeft die het beste met de gemeten waarden overeenstemmen.

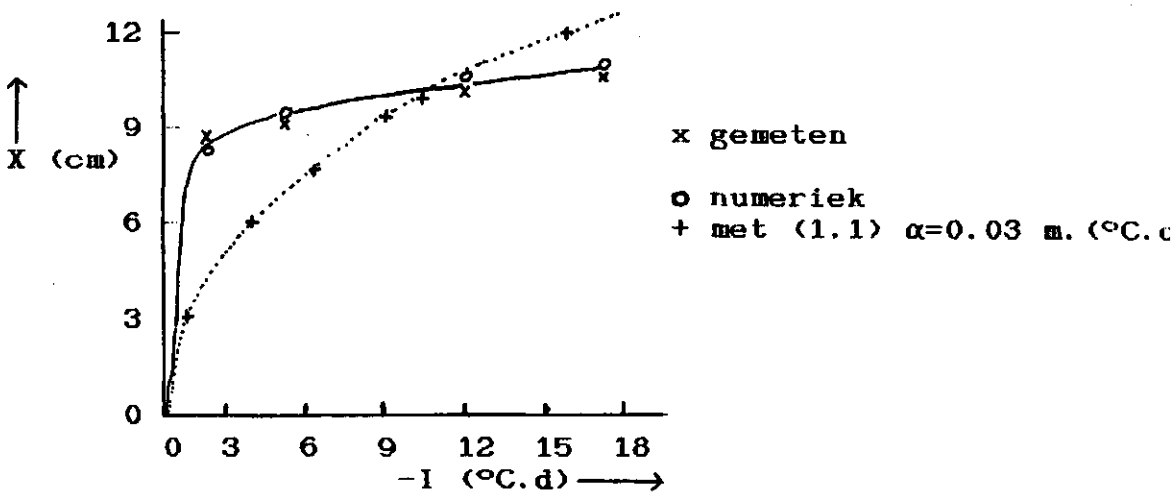


fig. (6.7) Vorstdiepte in relatie tot de vorstindex; vochtig zilverzand x_w=0.046

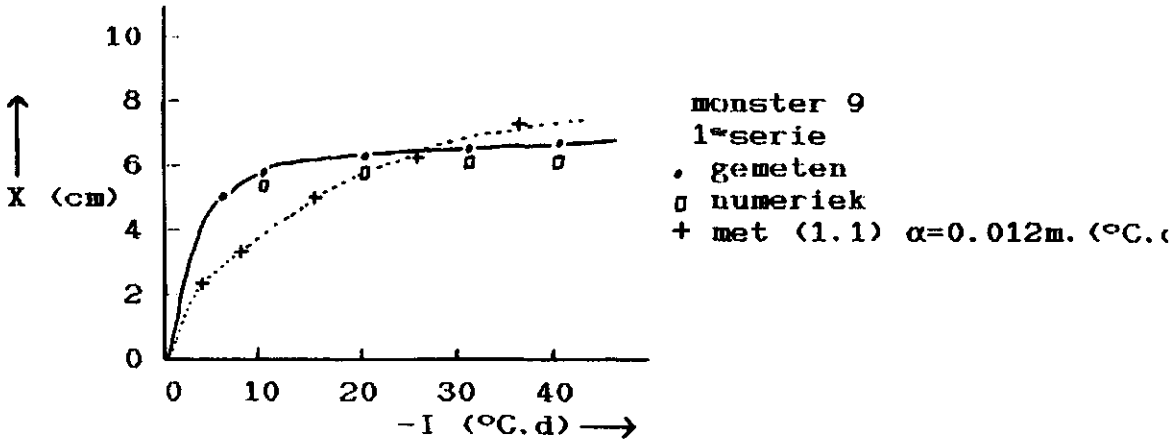


fig. (6.8) Vorstdiepte in relatie tot de vorstindex; morenezand.

De afwijking tussen gemeten waarden voor de vorstdiepte en de numeriek berekende waarden komen nu in figuur (6.8) niet duidelijk naar voren. De eerder vermelde koelstoring is wel verwerkt in de vorstindex, maar het effect ervan is niet merkbaar. De index wordt per dag bepaald. Zéér grote afwijkingen zijn er nu wel tussen de gemeten waarden en de volgens relatie (1.1) berekende waarden. De toepasbaarheid van (1.1) is besproken in paragraaf 3.2. Figuur (6.8) toont duidelijk aan, dat de in paragraaf 3.2 beschreven twijfels over de toepasbaarheid van relatie (1.1) bewaarheid worden. In hoofdstuk 8 wordt hierop teruggekomen.

De bepaling van de vorstdiepte in het open veld is geschied door direct de diepte ervan af te lezen. De manier waarop dit is uitgevoerd is in paragraaf 5.4 besproken.
Voor het meetstation Eindhoven is voor de winterperiode 1978-1979, de vorstdiepte vergeleken met de vorstindex.

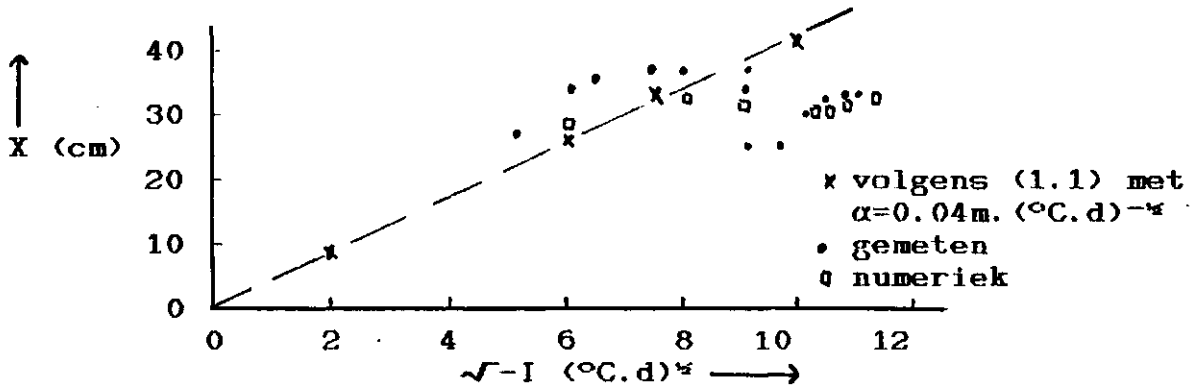


fig. (6.9) Vorstdiepte als functie van de vorstindex; meetstation Eindhoven; winter 1978-1979.

In de appendix, deel 5, is van meer meetstations eenzelfde vergelijking gemaakt tussen gemeten vorstdiepten en vorstindices, voor de winter 1979.

Onbeantwoord is de vraag of het materiaal van de bovenafsluiter de vorstdiepte in een morenezandmonster beïnvloedt. Indien er van enige invloed sprake is, dan moeten de gemeten waarden voor de warmteflux verschillend zijn. In figuur (6.10) zijn deze gemeten waarden gegeven.

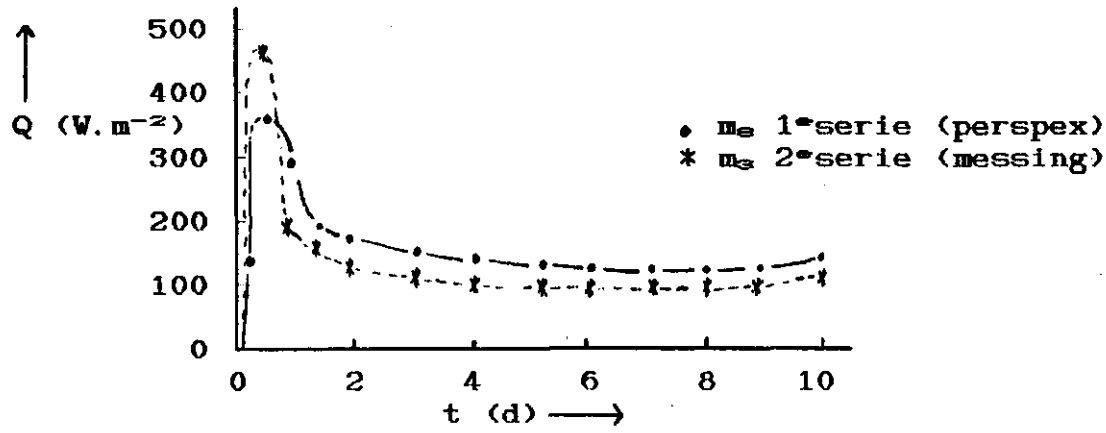


fig. (6.10) Warmtefluxdichtheden behorend bij de twee morenezandseries.

De warmte-onttrekking bij een messingafsluiter is kennelijk in de beginfase groter dan bij een perspexafsluiter. Al vrij snel, na 1 dag, is dit verschil niet meer aanwezig. De temperatuur aan het bovenvlak van het morenezandmonster is na 1 dag nog niet op zijn eindwaarde gekomen (figuur (6.2)). De warmtestroom vanuit het niet bevroren deel werkt een snellere vorstindringing dus kennelijk tegen. Dit verklaart dan ook waarom de totale warmte-onttrekking bij beide meetseries gelijk is. De uiteindelijke waarde van de vorstdiepte is hiermee in overeenstemming, figuur (8), (9), (10) en (11) in de appendix deel 4.

6.8 Heffing

Volgens het nieuwe model, hoofdstuk 4, is er ook een uitdrukking afgeleid voor de heffing als functie van de tijd, zie (4.9). In 5.3 is de meetmethode voor deze heffing beschreven. De gemeten waarden van de heffing en de later berekende waarden zijn als functie van de tijd in figuur (6.11) weergegeven.

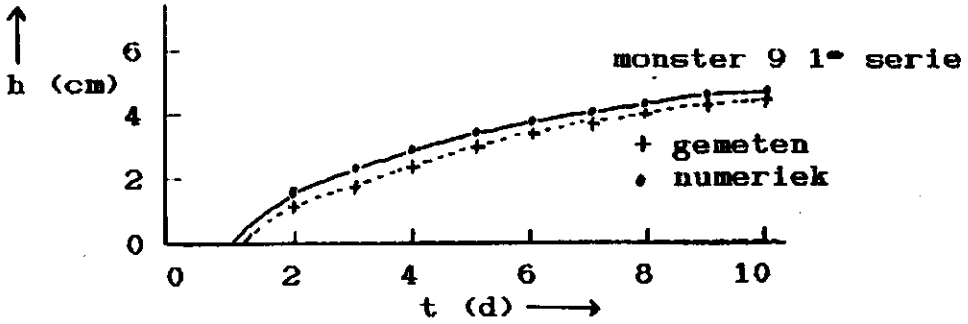


fig. (6.11) Gemeten en berekende waarden van heffing; morenezand.

Het aanwezig zijn van een merkbare heffing hangt mede af van het aanwezig zijn van vrij water. Een indicatie hiervoor vormt de meting van de hoeveelheid water die dagelijks aan het waterbassin moet worden toegevoegd. Als elk monster evenveel water opneemt, dan geeft de toegevoegde hoeveelheid water aan wat de heffing moet zijn.

In figuur (6.12) is de heffing van een meetmonster uitgezet tegen de toegevoegde massa per monster. Uit deze figuur zal blijken dat na de aanloopfase de heffing evenredig is aan de hoeveelheid toegevoegde water per meetmonster. Hetzelfde geldt voor de gemiddelde heffingswaarde van alle meetmonsters morenezand.

Omdat ijsvorming zich ergens in het medium voordoet, is de plaatsbepaling van 'n thermokoppel verstoord. In hoeverre de werkelijke afstand tussen twee successievelijke koppels afwijkt van de veronderstelde afstand is niet nagegaan. Eerder is vermeld dat slechts in één monster 2 koppels hun oorspronkelijke positie hadden verloren. In appendix deel 3 figuur (9) is deze verstoring aan de temperatuurverdeling te zien.

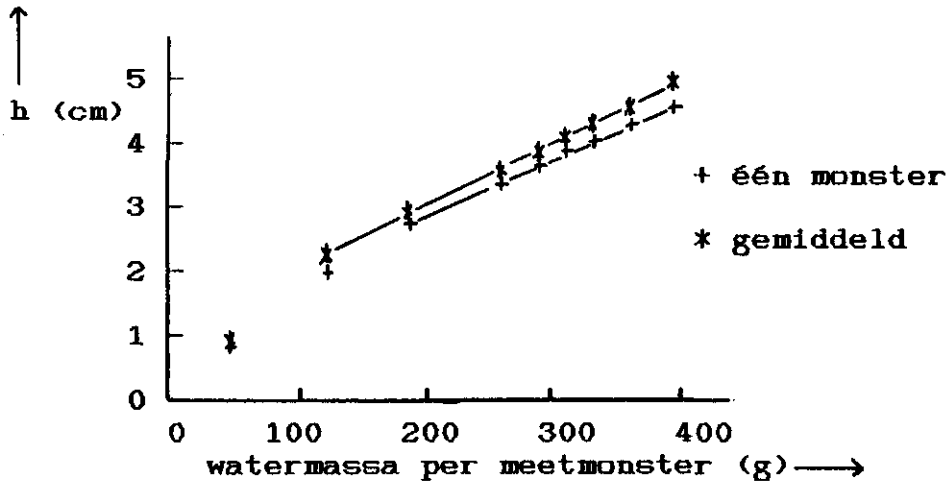


fig. (6.12) Heffing vergeleken met de toegevoegde massa per meetmonster.

6.9 Vorstdiepte gecombineerd met heffing

De lengte van het bevroren deel van een medium is de som van de eerder vermelde vorstdiepte, X, en de heffing, h. De plaats van de 0°C-isotherm binnen een morenezandmonster kan met behulp van de figuren (6.6) en (6.11) worden bepaald. In figuur (6.13) wordt deze plaats als functie van de tijd gegeven. In figuur (6.14) wordt deze plaats als functie van de vorstindex gegeven.

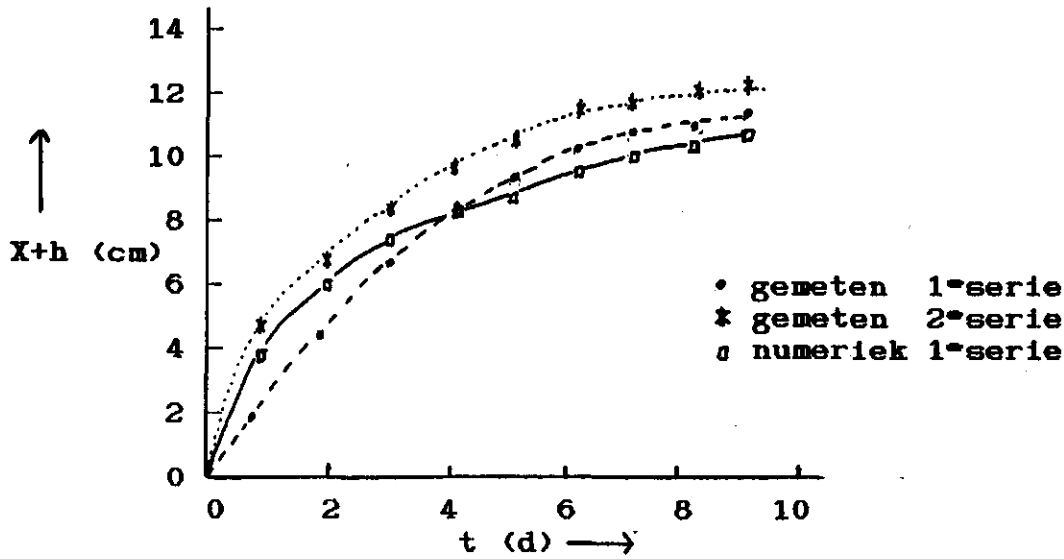


fig. (6.13) Combinatie van vorstdiepte met heffing gedurende het vriesproces.

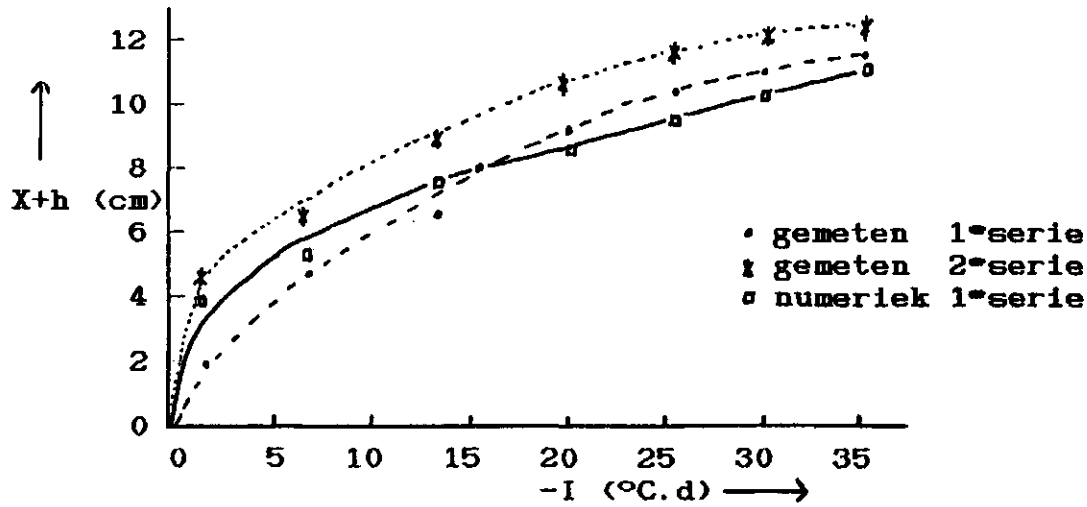


fig. (6.14) Combinatie van vorstdiepte en heffing in relatie tot de vorstindex.

Het onderlinge verschil tussen de gemeten waarden en de numeriek berekende waarden voor de lengte van het bevroren deel ontlopen elkaar maximaal 1.5 cm. Deze maximale afwijking is te constateren bij een vorstindex van -4°C.d; dus in het beginstadium van vorstindringing. Het gedrag van de koelcel en de keuze van de startwaarden voor het numerieke programma zijn hier de verklaringen voor.

De afwijking tussen gemeten en berekende eindwaarden voor de lengte van het bevroren deel is minder dan 0.5 cm. De numerieke waarde is dan kleiner dan de gemeten waarde. In figuur (6.8) is de uiteindelijke waarde voor X ook kleiner als deze numeriek berekend is in plaats van gemeten. De uiteindelijke waarde voor de heffing, h, welke in figuur (6.14) het 1/3* deel vormt, is niet op dezelfde wijze afhankelijk van de vorstindex, als de waarde voor X is. In vergelijking (4.20) is het verband tussen de vorstdiepte en de heffing aangegeven. Inderdaad blijkt dat h afhankelijk is van meerdere factoren dan alleen van de vorstdiepte. Dus ook een andere relatie heeft tot de vorstindex dan de vorstdiepte er tot heeft. Theorie en praktijk zijn in zoverre met elkaar in overeenstemming.

7 VORSTDIEPTEN EN HEFFINGEN BEREKEND MET HET MODEL

7.1 Inleiding

Berekeningen uitvoeren met het model houdt in dat de vergelijkingen (4.9) en (4.14) simultaan opgelost moeten worden. Dit oplossen dient in principe te geschieden voor elk tijdstip en voor elk systeem. Toepassingen van het nieuwe model zijn voor een tweetal extreme situaties uitgewerkt in paragraaf 4.4. Berekeningen met het nieuwe model zijn eveneens uitgevoerd voor de drie onderzochte systemen, te weten het gesloten systeem, het open systeem en de veldsituatie. Deze berekeningen worden behandeld in de paragrafen 7.2, 7.3 en 7.4.

Op twee manieren zijn berekeningen voor de vorstdiepte uitgevoerd:
-numeriek
-grafisch.
De numerieke methode bestaat uit het doen van berekeningen met een eenvoudig numeriek programma, waarin via tijdstappen een nieuwe waarde voor de vorstdiepte wordt bepaald. Dezelfde lijn als is aangegeven in het stroomdiagram, paragraaf 4.3 is hierbij aangehouden. Een van de gebruikte numerieke programma's is afgedrukt in de appendix, deel 6. Dit programma berekent waarden voor de vorstdiepte en de heffing, pas nadat startwaarden zijn ingevoerd. Het is daarom dat in de figuren (6.5) en (6.6) in de beginfase van de vorstperiode de numeriek berekende en experimenteel bepaalde waarde voor de vorstdiepte gelijk zijn. Ook werkt het programma onder de aanname dat tussen twee opeenvolgende tijdstappen de oppervlaktetemperatuur aan de koude zijde niet verandert.

De grafische methode gaat er vanuit dat de temperatuurverdelingen lineaire functies van de plaats zijn. De aldus te vinden diepte voor de vorst, is genoemd de vorstdiepte volgens de "grafische methode". Met deze methode is het alleen mogelijk om de vorstdiepte te bepalen. Voortdurend worden hierbij de meetwaarden van de temperaturen binnen een meetmonster gebruikt. Grafisch bepaalde vorstdiepten en gemeten vorstdiepten wijken daarom niet veel van elkaar af, figuur (6.5) en (6.6).

Net als in hoofdstuk 6 vindt bespreking van elk systeem steeds plaats aan de hand van de meetwaarden van een enkel monster. In de appendix, deel 3,4 en 5, zijn de waarden van alle andere meetmonsters of stations gegeven.

7.2 Het gesloten systeem

Onderzoek naar de bruikbaarheid van het model beperkt zich bij het gesloten systeem tot het oplossen van alleen (4.14). De aspecten "vrieszone" en "massatransport"* doen bij dit systeem niet mee. Doordat bij dit systeem onderzoek is verricht bij verschillende waterconcentraties, moet (4.14) voor elke concentratie apart worden opgelost.

Als ϵ_w de volumieke waterconcentratie vertegenwoordigt, wordt (4.14), na invulling van de systeemwaarden, :

$$\frac{-\lambda_{tot,r}.f(t)}{X(t)} = \frac{\lambda_{tot,u}.4}{0.20-X(t)} + 3.3.10^{6}\epsilon_w\frac{dX}{dt} \qquad (7.1)$$

met $X(t)$ in m
λ in $W.m^{-1}.K^{-1}$
$\frac{dX}{dt}$ in $m.s^{-1}$

De oppervlaktetemperatuur bereikt in korte tijd-na circa 4 uur-een constante waarde van -6°C.

Als deze oppervlaktetemperatuur wordt aangenomen voor de gehele duur van elke meting aan het gesloten systeem, hoeft (7.1) niet langer via numerieke methoden te worden opgelost. Na integratie naar de tijd, ontstaat:

$$1.2\lambda_{tot,r}.t - (6\lambda_{tot,r} + 4\lambda_{tot,u})\int_0^t X dt =$$

$$= \epsilon_w.10^6.X^2(33 - 111.X) \qquad (7.2)$$

*Intern massatransport blijft buiten beschouwing. Wel bestaat er een vrieszone, zie figuur (4.3). De aanwezigheid van zo'n vrieszone is voor het model nu niet van belang!

Uit (7.1) en (7.2) is af te leiden wat de uiteindelijke vorstdiepte zal worden voor de limiet naar een watervrij medium, $\epsilon_w=0$. Bij een oppervlaktemperatuur van -6°C wordt deze diepte:

$$X = \frac{1.2\lambda_{tot,f}}{4\lambda_{tot,u} + 6\lambda_{tot,f}} \approx 0.12\text{m} \qquad (7.3)$$

Een vorstdiepte van circa 0.12 m is ook gevonden bij dit experiment en bij de berekening met het nieuwe model, appendix deel 4 figuur (1).

De numeriek en grafisch bepaalde vorstdiepten voor het zilverzandmonster met een volumiek watergehalte van 0.046 zijn grafisch weergegeven in de figuren (6.5) en (6.7). Alle grafische weergaven zijn opgenomen in de appendix deel 4, figuur (1) tot en met figuur (9).

7.3 Het open systeem

Evenals bij het gesloten systeem worden ook bij dit systeem de berekening uitgevoerd met een numeriek programma. De vorstdiepte is ook grafisch binnen het oorspronkelijke medium bepaald. Omdat de vrieszone niet in rekening hoeft te worden gebracht, ondergaan de vergelijkingen (4.9) en (4.14) nogal wat vereenvoudigingen. Er geldt: $T_o=0$; $\delta=0$; $\tau=0$; $\Delta\lambda_w=0$. Overige waarden van de systeemgrootheden zijn eerder vermeld in onder andere de tabellen 6.1 en 6.3. Na invulling van de betreffende waarden en gelet op de S.I. eenheid van de vochtpotentiaal Ø, gaan de vergelijkingen (4.9) en (4.14) over in respectievelijk:

$$h(t) = -0.02X + 1.1\text{x}10^{-8}\int_0^t \frac{1}{0.157-X(t)}\,dt \qquad (7.4)$$

of, omdat de uiteindelijke vorstdiepte bij de morenezandmonsters nooit groter wordt dan 0.08 m is (7.4) benaderd door:

$$h(t) = 1.08\times10^{-8}\int_0^t \frac{1}{0.157-X(t)}dt \qquad (7.5)$$

en (4.14) benaderd door:

$$\frac{-\lambda_{tot,r}f(t)}{X(t) + h(t)} = \frac{4\lambda_{tot,u}}{0.157-X(t)} + 3.3\times10^{8}\left[0.26\frac{dX}{dt} + \frac{10^{-8}}{0.157-X(t)}\right] \qquad (7.6)$$

met h(t) in m
t in s.

Met behulp van (7.5) en (7.6) zijn de berekeningen voor de heffing en voor de vorstdiepte uitgevoerd. De startwaarden voor het numerieke programma werden verkregen uit de experimenteel bepaalde curven van de oppervlaktetemperatuur en de vorstdiepte. Het tijdstip en de oppervlaktetemperatuur behorend bij een vorstdiepte van 1 cm zijn als beginwaarden gebruikt.

Na berekening van de vorstdiepten bleek, dat bij drie van de vier morenezandmonsters de berekende waarden in de eerste drie dagen van de vorstperiode steeds groter waren dan de gemeten waarden. Op het eind van de vriesperiode was dit juist andersom. Figuur (6.6) en de figuren (8), (9), (10) en (11) in de appendix deel 4 illustreren dit verschijnsel duidelijk. In hoofdstuk 8 wordt hierop teruggekomen.

De berekende waarden voor de heffing komen zeer goed overeen met de gemeten waarden, figuur (6.11) en de figuren (6.12) en (6.13) in de appendix deel 4. Deze goede overeenkomst geld zowel voor de uiteindelijke waarde van de heffing als ook voor het aanvangstijstip waarop de eerste verschijnselen van heffing zich aandienen!

7.4 De open veldsituatie

Met als bij het open systeem, zijn vorstdiepten en heffingen berekend met vergelijkingen die analoog zijn aan (7.5) en (7.6). Voor de invulling van de systeemwaarden is aangenomen dat een temperatuur van +4°C heerst op een diepte van 2.0 m.

De berekende waarden van de vorstdiepten in afhankelijkheid van de vorstindex zijn voor de winterperiode van 1978-1979 voor het meetstation Eindhoven vermeld in fig(6.9). Alleen voor dit meetstation worden in fig(7.1) de berekende vorstdiepten voor de winters '63 en '79 vergeleken met de vorstindex. Gemeten waarden zijn van de winter '63 niet voorhanden omdat toen in het veld nog geen vorstbuizen geplaatst waren.

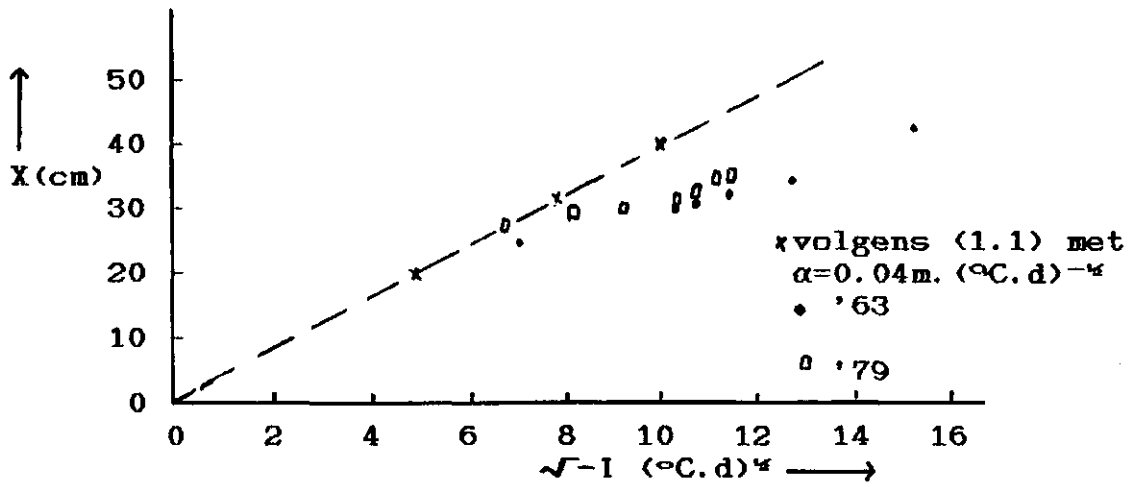


fig. (7.1) Berekende vorstdiepten voor het meetstation Eindhoven, vergeleken met de vorstindex.

8 NABESCHOUWINGEN

Het in hoofdstuk 4 afgeleide model is uitgewerkt in hoofdstuk 7. Berekende modelwaarden zijn voor 3 systemen, het gesloten-systeem het open-systeem en de veldsituatie, vergeleken met gemeten waarden (hoofdstuk 6 en appendix deel 3 en deel 4). Bij het gesloten-systeem is de invloed van het vochtgehalte op de vorstdiepte nagegaan. Met het open-systeem zijn de vorstdiepten en de heffingen onderzocht. De veldsituatie maakte het mogelijk om buiten het laboratorium waarden voor de vorstdiepte te kunnen onderzoeken met het model. Een opvallend feit welke uit de verschillende systeemmetingen geconstateerd kan worden is, dat de relatie tussen vorstdiepte en vorstindex niet zo goed voldoet aan (1.1). Vergelijking (1.1) is al bekritiseerd in paragraaf 3.2 en in hoofdstuk 6, middels de figuren (6.7), (6.8) en (6.14). De waarde voor α is bij de experimenten steeds zodanig gekozen dat de waarden verkregen met (1.1) overeenstemmen met de meetwaarden. In paragraaf 3.2 is gesteld dat de factor α redelijk voldoet als er aan bepaalde voorwaarden wordt voldaan. Toepassing van deze extra voorwaarden op het gesloten systeem en op het open systeem heeft gevolgen voor de warmtebalans aan het vriesfront. Deze balans vereenvoudigt door het ontbreken van én de warmtestroom uit het niet bevroren deel én het watertransport tot:

$$-\frac{\lambda_r f(t)}{X} = \epsilon_w L_w \rho_w \frac{dX}{dt} \qquad (8.1)$$

Na integratie wordt de vergelijking voor de vorstdiepte:

$$X = \left[\frac{2\lambda_r}{\epsilon_w L_w \rho_w}\right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{(-I)} \qquad (8.2)$$

De factor α moet dan gelijk zijn aan:

$$\alpha = \left[\frac{2\lambda_r}{\epsilon_w L_w \rho_w}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (8.3)$$

Voor zilverzand met een volumieke vochtgehalte van 0.046 volgt uit (8.3) dat α een waarde van 0.065 $m(^{o}C.d)^{-\frac{1}{2}}$ heeft.

In figuur (6.7) is de beste waarde voor α echter 2 maal zo klein. Het verband tussen vorstdiepte en vorstindex is dus kennelijk niet zondermeer uit het model van Portnov te vinden. In het rapport van de werkgroep E_4[23] is de grootste bepaalde waarde voor α ook 0.065m.(°C.d)$^{-\frac{1}{2}}$. Bijkbaar is vergelijking (1.1) wel bruikbaar zolang de waarde voor α uit experimenten wordt bepaald maar niet uit vergelijking (8.3). Bij het onderzoek aan morenezand (figuur (6.14)) is voor α gevonden 0.02 en berekend met (8.3) 0.07 m.(°C.d)$^{-\frac{1}{2}}$.

Bij de afleiding van het nieuwe model en na uitvoering van de experimenten zijn de factoren "tijd" en oppervlaktetemperatuur essentiele elementen voor de vorstdiepte. Rekenen met alleen de vorstindex doet hieraan afbreuk. Een vorstindex van -10°C.d zegt niets over de periode waarvoor deze vorstindex geldt. De vorstdiepte en vooral de vriessnelheid zijn echter afhankelijk van de temperatuurgradiënt, het massatransport en de duur van de vriesperiode. De vorstindex bevat al deze drie factoren niet. Invloed van alleen de tijdsduur en vorstindex op de vorstdiepte is het duidelijkst na te gaan bij de metingen in het veld. Daar immers geldt dat de vorstperiode voor alle meetstations gelijk is, de meetapparatuur gelijk is, maar de vorstindex locatieafhankelijk is. In figuur (1.2) is de variatie in de vorstindex voor Nederland (van de winter 1979) aangegeven. In de appendix deel 5 zijn van 6 meetstations de vorstdiepten vergeleken met de vorstindex. Met behulp van de metingen van de stations is het mogelijk om de invloed van de tijdsduur op de vorstdiepte na te gaan. Bij een vorstindex van -100°C.d is voor de vorstdiepten bij de meetstations gevonden:

Twente,	A_5	fig.(1), 40 -45 cm;
G.Rijen,	A_5	fig.(2), 30 -40 cm;
Eindhoven,	A_5	fig.(3), 30 -35 cm;
Volkel,	A_5	fig.(4), 40 cm;
Leeuwarden,	A_5	fig.(5), 35 cm;
Deelen,	A_5	fig.(6), 35 -45 cm.

De gemeten waarden vertonen een spreiding in vorstdiepten (bij eenzelfde vorstindex) van circa 15 cm. De berekende waarde voor de vorstdiepte, met vergelijking (7.6), kwam steeds uit op circa 35 cm. Ook blijkt uit de metingen, fig. (6.7) en fig. (6.8), dat bij een vorstindex van -15°C.d de vorstdiepte bij een droge zandsoort circa 10.5 cm is en bij een natte zandsoort circa 6.0 cm is. Door een natte grond zijn de systeemparameters verschillend van die van een droge grond. Het ligt voor de hand dat nu energie gebruikt wordt voor de faseverandering van het water. Soms uit zich deze faseverandering in heffing. Zodra heffing zich voordoet, neemt de vorstindringingssnelheid af. Zo is uit de figuren (11), (13) en (14) van de appendix deel 4 voor het onderzoek bij morenezand op te maken, dat:

- in de eerste dag van de vriesperiode de vorstindringingssnelheid groot is, terwijl de heffingssnelheid 0 is. De verklaring hiervoor is dat de temperatuurgradiënt in de beginfase binnen het bevroren deel groot is. Hierdoor is er nauwelijks tijd voor massatransport.
- gedurende de tweede en derde dag van de vriesperiode de vorstdiepte zijn eindwaarde gaat naderen; de vriessnelheid neemt af, terwijl de heffingssnelheid nu op zijn maximale waarde is. Een relatief groot deel van de warmte-onttrekking wordt nu gebruikt voor de latente warmte. Een langduriger en een toenemend massatransport vindt plaats naar het vriesfront toe.
- na de derde dag van de vriesperiode de vriessnelheid en de heffingssnelheid klein zijn. De warmteflux door het bevroren deel en door het niet bevroren deel worden van dezelfde grootte.
- gemeten en berekende waarden voor de heffing goed met elkaar overeenkomen.
- gemeten waarden en berekende waarden voor de vorstdiepte een uiteindelijk verschil vertonen van minder dan 10%.

De vorstindringing bij relatief droge gronden vertoont eenzelfde patroon als beschreven bij natte gronden. Echter in de beginfase dringt de vorst dermate diep in het medium door, dat de warmtefluxdichtheid in het bevroren deel daardoor wordt gereduceerd, figuur (6.5) en appendix deel 4.

De overeenkomst tussen modelwaarden en experimenteel bepaalde waarden voor de vorstdiepte, is bij twee zilverzandmonsters minder goed, appendix deel 4 fig. (3) en fig. (4). De overige zilverzandmonsters laten een goede overeenkomst zien, appendix deel 4. De verklaring voor het grote verschil is gelegen in de waarden van de betreffende warmtegeleidingscoëfficiënten. Zie hoofdstuk 6 tabel 6.4. Een direct contact tussen koelplaat en zand heeft tot gevolg, dat de eindtemperatuur aan de koude zijde sneller wordt bereikt. De invloed van een tussenmateriaal, tussen koeling en zand, is onderzocht bij het open-systeem. Perspex als tussenmateriaal resulteert in een minder snelle temperatuurdaling dan messing, appendix deel 3 figuur (8), (9) en (10). Dat de vorstindringing en heffing hieraan zijn gekoppeld spreekt nu voor zich. Toch zijn de eindwaarden voor de vorstdiepte en de heffing bij gebruik van beide tussenmaterialen na de 10-daagse vriesperiode nagenoeg gelijk. De totale warmte onttrekking (de oppervlakken onder de kromme in figuur (6.10)) blijkt ook nagenoeg dezelfde hoeveelheid te zijn. De invloed van het tussenmateriaal op de eindwaarden komt daarom in dit onderzoek niet goed tot uiting. Wel de invloed ervan op de verschillende aanvangssnelheden.

In hoofdstuk 6 is vermeld, dat de met het numerieke programma berekende waarden voor de vorstdiepte in de eerste drie dagen van de vriesperiode bij het onderzoek aan morenezand te groot waren. Dit is te wijten aan het opstarten en het verwerken van de meetresultaten. Het numerieke programma werkt pas nadat startwaarden voor de vorstdiepte, de heffing, de oppervlaktetemperatuur en het aanvangstijdstip van de vorst zijn ingevoerd. Als startwaarden zijn steeds dié waarden ingevoerd die gemeten werden zodra de vorst op 1 cm diepte was.

De tijdstap voor het invoeren van gegevens betreffende de oppervlaktetemperatuur is bij het onderzoek aan morenezand 1 dag. De temperatuurvariatie over 1 dag is echter in de beginfase het grootst. Kleinere tijdstappen en een andere startwaarde zullen betere waarden geven. De optimale verhouding tussen aanvangswaarden en stapgrootte is niet nagegaan.

Een numeriek programma heeft als voordeel dat de invloed van verschillende grootheden op vorstindringing en heffing kan worden onderzocht[28]. Voor de openveldsituatie is met het numerieke programma nagegaan wat de invloed van de grondwaterstand, S, is op de vorstdiepte. De berekende waarden voor de vorstdiepte zijn grafisch gegeven in figuur (8.1). De invloed van de grondwaterstand blijkt dan voor de betreffende grond niet groot te zijn.

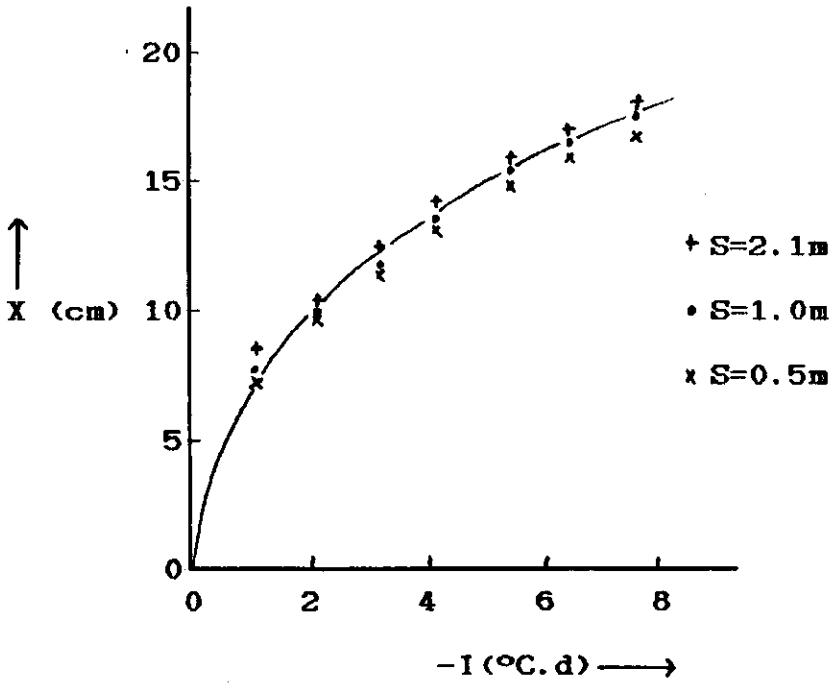


fig. (8.1) Invloed van de grondwaterstand op de vorstdiepte. Open veldsituatie.

SAMENVATTING

Door de grote vorstschaden na de winter van 1962-1963, besloot het Studie Centrum Wegenbouw tot het oprichten van een onderzoekcommissie. Een van de activiteiten van deze commissie was een onderzoek naar vorstindringing en heffing. Er was behoefte aan een vriesmodel waarbij zowel vorstdiepte als heffing berekend kon worden. De bestaande modellen waren niet in staat zowel heffing als vorstindringingsdiepte realistisch te berekenen, dat kan worden toegeschreven aan het ontbreken van een goede beschrijving van het transport van vloeibaar water. In dit proefschrift is de afleiding van een model dat deze tekortkoming niet heeft gegeven. De toepasbaarheid ervan is nagegaan aan de hand van meetwaarden verkregen uit drie soorten van experimenten.

Het nieuwe model verschilt van de modellen van Portnov, Jones en Miller. Door toepassing van andere beginvoorwaarden én door een andere fysische interpretatie van de oorzaak van massatransport, is dit verschil veroorzaakt. Tot de aangenomen beginvoorwaarden behoren een lineaire temperatuurverdeling en een lineaire vochtverdeling. Als de oorzaak van het massatransport wordt de zuigkracht welke het gevolg is van een vochtpotentiaalgradiënt gezien. De zuigkracht is hierbij niet alleen afhankelijk van de gradiënt, maar ook van de afstand tussen de locatie van deze gradiënt en het vrije water. De hoeveelheid getransporteerde massa naar het vriesfront toe is afhankelijk van watertransportsnelheid en tijd. De watertransportsnelheid voldoet aan de vergelijking van Darcy.

De drie gebruikte soorten van experimenten zijn de gesloten systeemopstelling, de open systeemopstelling en de open veldsituatie. Bij het gesloten systeem was er geen vrij water aanwezig. Vochtig zilverzand is hierbij als medium gebruikt. De vochtigheidsgraad liep op tot circa 6 volumeprocent. De invloed van het vochtgehalte op de vorstindringing is hiermee nagegaan. De open systeem-opstelling is een opstelling volgens de in de literaruur bekende T.R.R.L.-methode. Vorstdiepte en heffing zijn volgens deze methode onderzocht. Als medium zijn bijna maximaal verzadigde morenezandmonsters gebruikt. Water uit een waterbassin kon bij deze methode door de monsters

opgezogen worden. Het open veldsysteem is een meetmethode welke door de Heidemaatschappij is ontwikkeld. In een zo genaamde vorstbuis zit blauw glas en een colloïdale vorstgevoelige vloeistof. Door gelijktijdige meting van de luchttemperatuur op circa 1.5 m hoogte en de vorstdiepte in de vorstbuis, is de relatie tussen beide onderzocht. Op verschillende locaties in Nederland is voor een aantal winters de combinatie van deze metingen uitgevoerd. Van de winter 1979 zijn van een zestal meetstations de gemeten waarden voor de vorstdiepte vergeleken met berekende waarden ervoor.

Ter verkrijging van modelwaarden is gebruik gemaakt van een eenvoudig numeriek programma.

SUMMARY

After the winter of 1962-1963 the frost damage in the Netherlands to road constructions was enormous. The "Studie Centrum Wegenbouw" made inquiries on road constructors about this damage. A special commision was brought together to look after these inquiries. It proved that many physical aspects about frost penetration were unknown. One of the activities therefore had to be a study on frost penetration into soils. For this reason a new freezing model is derived. With this model values for frost depths and heave can be calculated with it. The new model differs from known models because of different assumptions. Two important conditions are the original temperature distribution and the original water distribution. Both are assumed to be linear functions of place. The interpretation of masstransport and frozen fringe differs from Jones and Miller. The transport is in agreement with Darcy's law. However, the quantity of transported mass is not only depending on the waterpotentialgradient itself, but also on the location of this gradient and on time. The importance of the factor time follows from the heatfluxes at the freezingfront.

Model values are compared with experimental results. Three different types of setups are used. A closed system (no free water) was used to investigate the influence of watercontent on frost penetration. Moisted silversand was applied. The volumemetric watercontent changed to 6%. By the so called T.R.R.L. method an opensystem (free water available) was copied. Moistured morainesand was used. Measured frostdepths and heaves are compared with calculated values. A frost-tube, developed by the "Heidemaatschappij", was used to measure frostdepths in the field. Several tubes were placed at different locations into the soil. Airtemperatures and frostdepths were measured during winterperiods. These measurements of the winter 1979 are used here. Unfortunately there was no knowledge about several thermal parameters. The missing values were replaced by the numbers of morainesand.

A simple numerical program is developed and used to find the calculated values for frostdepths and heaves.

Appendix

Inleiding

De appendix bestaat uit 6 verschillende delen.

-deel 1 omvat de korrelverdeling van het morenezand en een grafische weergave van de gemiddelde afstand tussen twee korrels voor de veronderstelling dat alle korrels een diameter hebben van 120 µm.

-deel 2 geeft de wiskundige beschrijving van het model van Portnov.

-deel 3 geeft de temperatuurverdelingen binnen de meetmonsters op verschillende tijdstippen grafisch weer. Deze temperatuurverdelingen zijn bepaald binnen:
7 zilverzandmonsters, aangegeven met A_3 fig.(1) tot en met A_3 fig.(7); gekozen is voor een volgorde in oplopend watergehalte;
4 morenezandmonsters, aangegeven met A_3 fig.(8) tot en met A_3 fig.(11); de meetseries 1 en 2 komen na elkaar.

Uit deze verdelingen volgen dan de 4 grafieken, A_3 fig.(12) tot en met A_3 fig.(15), waarin de oppervlakte temperatuur als functie van de vriestijd van de 4 morenezandmonsters is weergegeven. De vorstindex volgend uit de kennis van de oppervlaktetemperatuur is voor deze 4 monsters vermeld in de figuren A_3 fig.(16) tot en met A_3 fig.(19).

-deel 4 toont grafisch de gemeten vorstdiepten, de numeriek berekende vorstdiepten en de uit de temperatuurverdelingen grafisch bepaalde vorstdiepten. Aldus gevonden waarden zijn gegeven voor:
7 zilverzandmonsters, A_4 fig.(1) tot en met A_4 fig.(7);
4 morenezandmonsters, A_4 fig.(8) tot en met A_4 fig.(11).

De tijdstippen waarop vorstdieptebepaling heeft plaatsgevonden, kan verschillen van

monster tot monster. De oorzaken hiervoor zijn gelegen in:
- de aard van het soort onderzoek: open systeem of gesloten systeem
- het tijdstip waarop de metingen zijn verricht (in de beginfase van een onderzoek of in een later stadium)
- de aangelegde oppervlaktetemperatuur
- het materiaal waarvan de bovenafsluiter is gemaakt, perspex of messing.

Voor twee morenezandmonsters is de gemeten en de numeriek berekende waarde voor de heffing gegeven in de figuren A_4 fig. (12) en A_4 fig. (13).

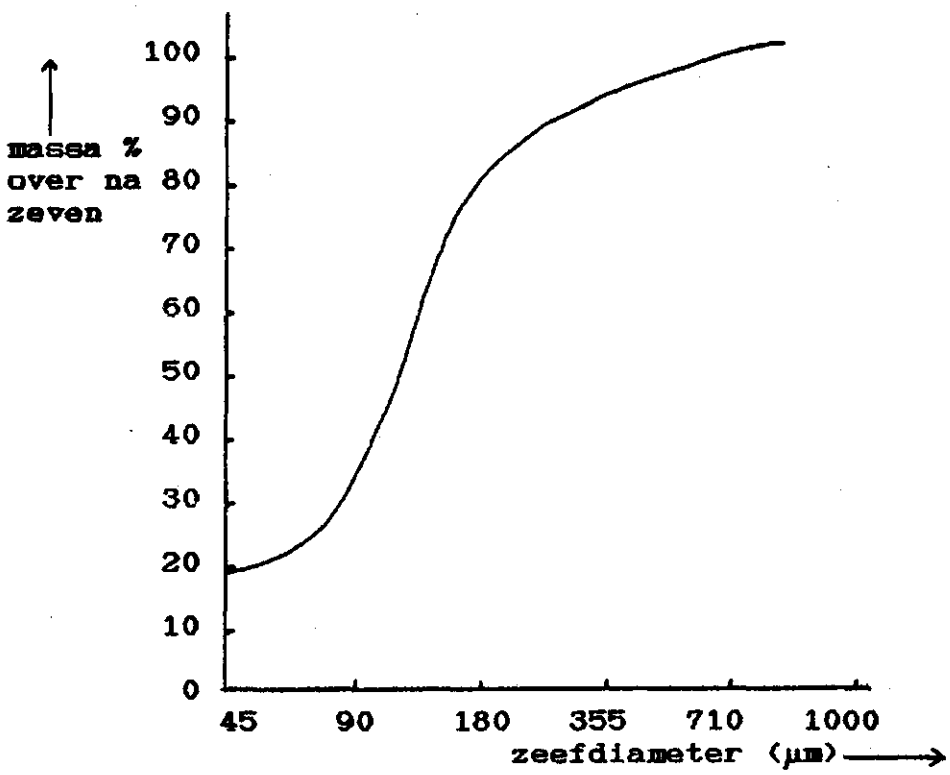
Voor één morenezandmonster is de heffing ook bepaald per dag, A_4 fig. (14). Niet alle meetwaarden van alle morenezandmonsters werden grafisch weergegeven omdat de onderlinge verschillen zeer gering waren. Tenslotte is in A_4 fig. (15) de totale diepte van de vorstgrens in een gedeeltelijk bevroren morenezandmonster als functie van de duur van het vorstproces weergegeven.

- deel 5 vermeldt van 6 meetstations de vorstdiepte in relatie tot de vorstindex, zoals deze terplekke gemeten is en zoals deze numeriek berekend is.

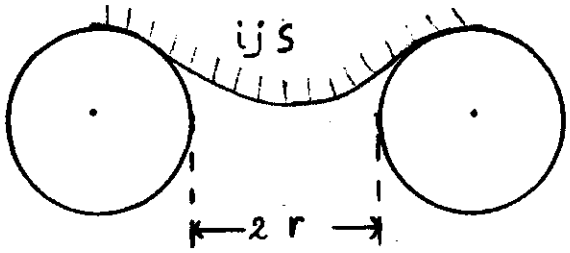
- deel 6 bevat een kopie van het numerieke programma, zoals dit is gebruikt bij de numerieke oplosmethode.
  De grafische methode wordt uitgelegd aan de hand van een fictief voorbeeld.

Opmerking: als eenheid voor tijd is in de grafieken en in het numerieke programma gebruikt een dag (d) of een uur (h).

deel 1 Korrelverdeling morenezand



A₁ fig.(1)Zeeffractie morenezand



A₁ fig.(2)Bepaling kromtestraal bij indringing van ijs in een porie.

deel 2 Het wiskundige vriesmodel van Portnov[1]

Veel onderzoekers maken gebruik van het model van Portnov. De afleiding van dit model is alleen gepubliceerd in de Russische literatuur en daardoor slecht toegankelijk. Een Engelse samenvatting ervan is in 1962 in een Russisch tijdschrift verschenen.

Menig onderzoeker is daarom niet op de hoogte van de wiskundige achtergronden welke tot dit model hebben geleid. Vandaar dat hier deze afleiding zal worden gegeven.

Het vriesprobleem is volgens Portnov terug te brengen tot het oplossen van de vergelijking van Fourier, zie (3.1), voor een half oneindig uitgestrekt medium van zuiver water. Als rand-en beginvoorwaarden veronderstelt Portnov dat:

- de begintemperatuurverdeling een willekeurige plaatsfunctie is, $T(z,0)=g(z)$;
- de oppervlaktetemperatuur een willekeurige functie van de tijd is, $T_f(0,t)=f(t)<0$ °C;
- er geen vriespuntdaling is, $T_f(X,t)=0$ °C = $T_u(X,t)$;
- op het moment dat de vorst intreedt, de vorstdiepte nog net 0 is dus $X(0)=0$;
- op de overgang van bevroren deel naar niet bevroren deel van het medium er een energiebalans bestaat zoals aangegeven is met (3.3).

Aanvankelijk is de veronderstelling, dat de begintemperatuurverdeling $g(z)=0$ is. Nadat een algemene oplossing voor de vorstdiepte is afgeleid, vindt uitbreiding plaats indien $g(z)\neq 0$ is.

Om de vergelijkingen (3.1) en (3.3) gemakkelijk te kunnen oplossen ging Portnov over op dimensieloze variabelen:

$\tilde{t}=t/t_o$; met t_o een nog nader te kiezen karakteristieke tijdsschaal.

$x=z/x_o$; met x_o een te bepalen lengteschaal zodanig, dat $a_1 . t_o=x_o^2$. (1)

Hierin is a_1 de temperatuur vereffeningscoëfficiënt van medium "1".

Neem vervolgens aan dat $x=y.X(\tau)$ (2)

waarin $X(\tau)$ de vorstdiepte voorstelt. Vergelijking (3.1) gaat dan over in:

$$X^2(\tau)\frac{\partial T}{\partial \tau} - X(\tau)\frac{dX}{d\tau}\, y\, \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (3)$$

Op vergelijking (3) wordt tweezijdige Laplacetransformatie toegepast waardoor volgt:

$$X^2(\tau)\frac{\partial v}{\partial \tau} + X(\tau)\frac{dX}{d\tau}\, p\, \frac{\partial v}{\partial p} = p^2 v \qquad (4)$$

waarin v de Laplacegetransformeerde functie van de temperatuur is en p de Laplace-parameter.

Zolang $X(\tau)\left.\frac{dX}{d\tau}\right|_{\tau=0} \neq 0$ is een algemene oplossing

van vergelijking (4) voor de functie v te schrijven als:

$$v(p,\tau) = e^{(p^2\tau/X^2(\tau))}.F(p/X) \qquad (5)$$

met $F(p/X) = F_1(p/X) + F_2(p/X)$.

Een scheiding van de functie F in een functie F_1 en een functie F_2 is nodig aangezien een tweezijdige Laplacetransformatie is gebruikt.

Veronderstel dat de functies F_1 en F_2 de getransformeerden zijn van respectievelijk Φ_1 en Φ_2. In notatie:

$$\begin{aligned} F_1(p/X) &\Leftrightarrow \Phi_1(y.X)U(y.X) \\ F_2(p/X) &\Leftrightarrow \Phi_2(y.X)U(y.X) \end{aligned} \qquad (6)$$

met U een eenheidsvector.

De inverse Laplacetransformatie toegepast op vergelijking (5) geeft dan:

$$T(y,\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int \exp - \frac{X^2(y-\eta)^2}{4\tau} \cdot \tag{7}$$

$$(\Phi_1(X.\eta)U(X.\eta) + \Phi_2(X.\eta)U(-X.\eta))Xd\eta/(2\sqrt{\tau})$$

Vergelijking (7) staat in de wiskunde bekend als een Poissonintegraal. De functies Φ_1 en Φ_2 moeten dan nog nader bepaald worden. Deze bepaling geschiedt door invulling van de eerder vermelde rand-en beginvoorwaarden :
neem $\theta = 2\sqrt{\tau}$ dan volgt

-voor de begintemperatuurverdeling:

$$T(z,0)=0= \int_{-X/\theta}^{\infty} e^{-\beta^2} \Phi_1(X+\beta\theta)d\beta + \int_{-\infty}^{-X/\theta} e^{-\beta^2} \Phi_2(X+\beta\theta)d\beta \tag{8}$$

-voor de oppervlaktetemperatuur:

$$T(0,\theta)=f(0,\theta)= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\infty} e^{-\alpha^2} \Phi_1(\alpha.\theta)d\alpha + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{0} e^{-\alpha^2} \Phi_2(\alpha.\theta)d\alpha \tag{9}$$

-voor de warmtebalans aan het ijsfront:

$$\frac{\sqrt{\pi}L\rho a}{\lambda_f}\frac{dX}{d\theta} = \int_{-X/\theta}^{\infty} e^{-\beta^2} \Phi_1(X+\beta\theta)\beta d\beta + \int_{-\infty}^{-X/\theta} e^{-\beta^2} \Phi_2(X+\beta\theta)\beta d\beta \tag{10}$$

Inzicht in het gedrag van de functies Φ_1 en Φ_2 is nog onvolledig. Portnov neemt aan, dat de functies $f(\theta)$, $X(\theta)$ en Φ te schrijven zijn als machtreeksen:

$$f(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \theta^k \qquad (11)$$

$$\Phi_1(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_{1,k} \omega^k \qquad (12\text{-a})$$

$$\Phi_2(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_{2,k} \omega^k \qquad (12\text{-b})$$

$$X(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k \theta^k \qquad (13)$$

Daar de vergelijkingen (8), (9) en (10) eindige oplossingen moeten opleveren, moeten de machtreeksen van $\Phi(\omega)$ *convergeren*. Dit houdt dan tevens in, dat ook differentiaties naar de variabele θ eindige functies geven.

Als voorbeeld onderzocht Portnov twee situaties:

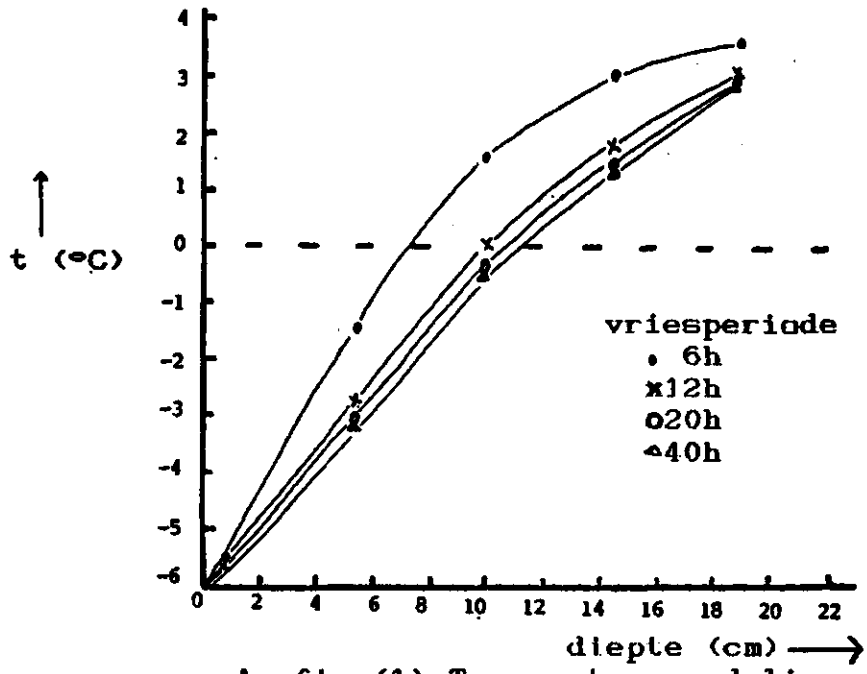
- neem aan dat alleen dié coëfficiënten van belang zijn, waarbij $k=0$ is. In dat geval voldoet de oppervlaktetemperatuur aan de randvoorwaarde van Stefan. Dan ontstaat ook het bekende model van Stefan.
- neem aan dat alleen dié coëfficiënten van belang zijn, waarbij k niet groter is dan 1. Dan ontstaat na integratie van (3) naar $\tilde{t}$:

$$X(\tilde{t}) = \left[\frac{-2\lambda_s}{L\rho a} \int_0^{\tilde{t}} f(\tilde{t})d\tilde{t} \right]^{1/2} \qquad (14)$$

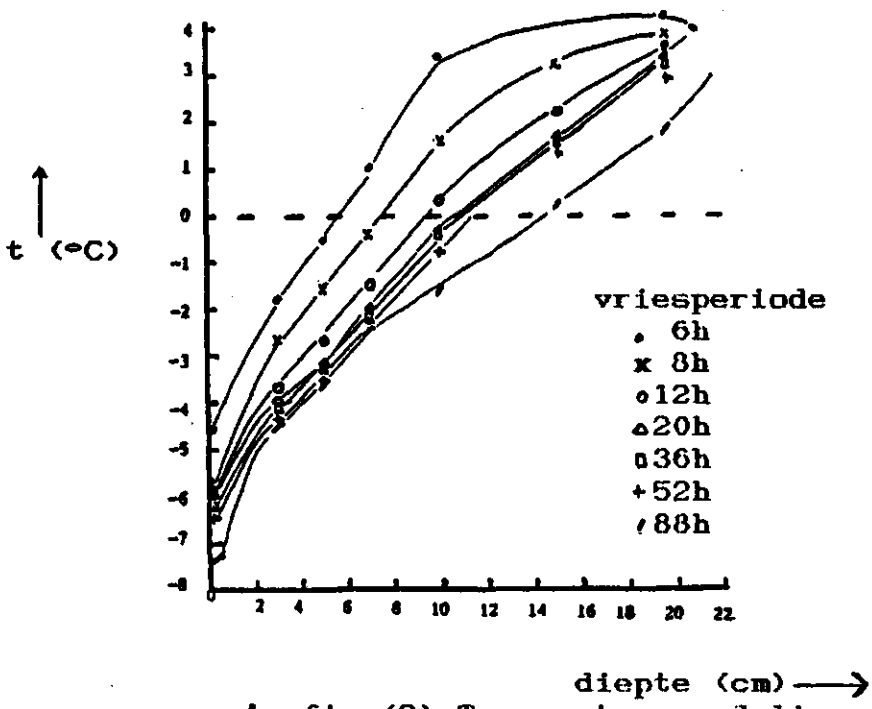
Vergelijking (14) staat in de literatuur bekend als het *model van Portnov*. De integraal vormt daarbij de definitie van de vorstindex.

Tenslotte beschrijft Portnov in zijn artikel de situatie, waarbij $g(z) \neq 0°C$ is. Voor een uitvoerige uitwerking van deze situatie wordt verwezen naar het betreffende artikel.

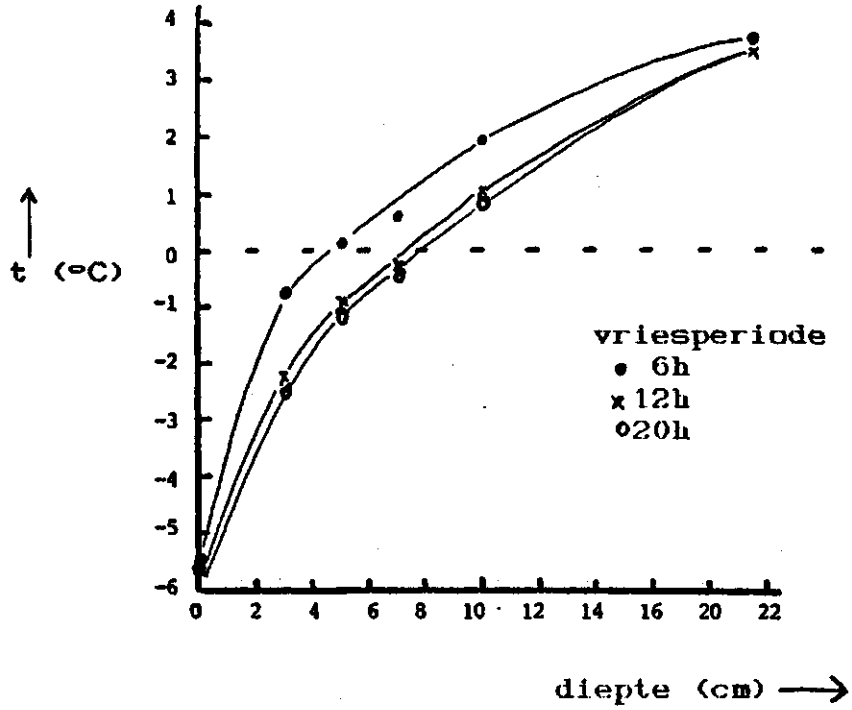
deel 3 temperatuur-grafieken, vorstindex.



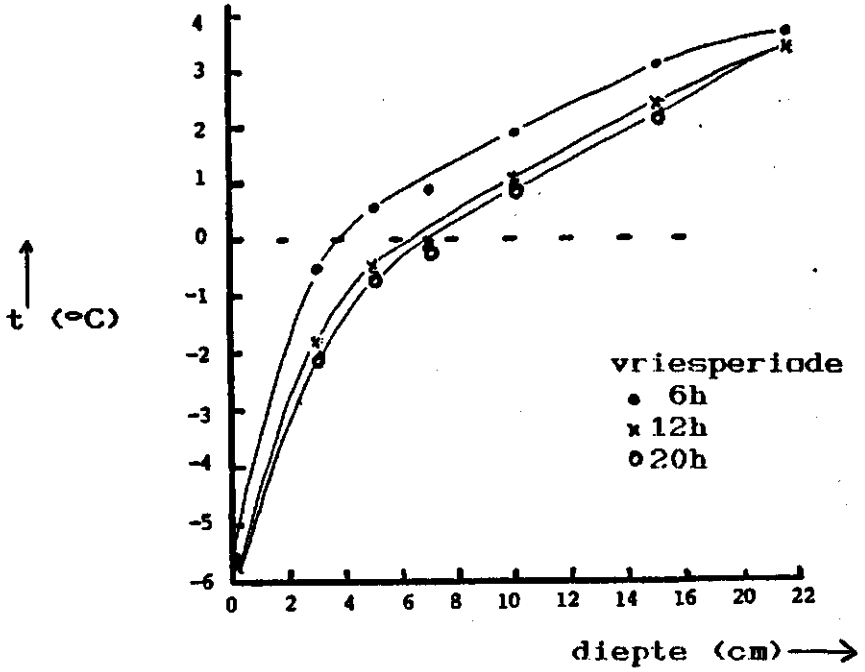
A_3 fig. (1). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_w=0; x_z=0.60; zilverzand.



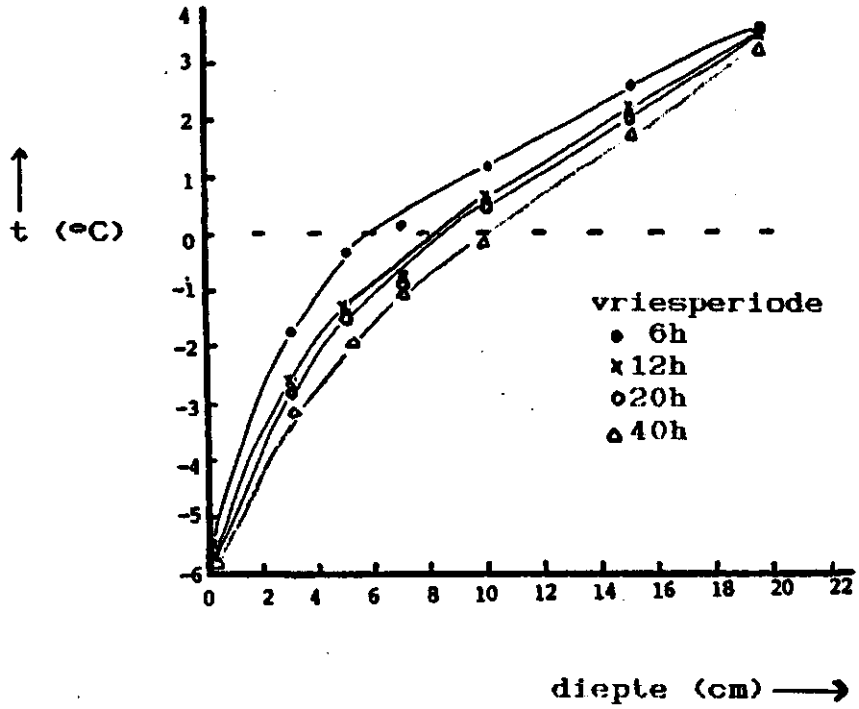
A_3 fig. (2). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_w=0.005; x_z=0.52; zilverzand.



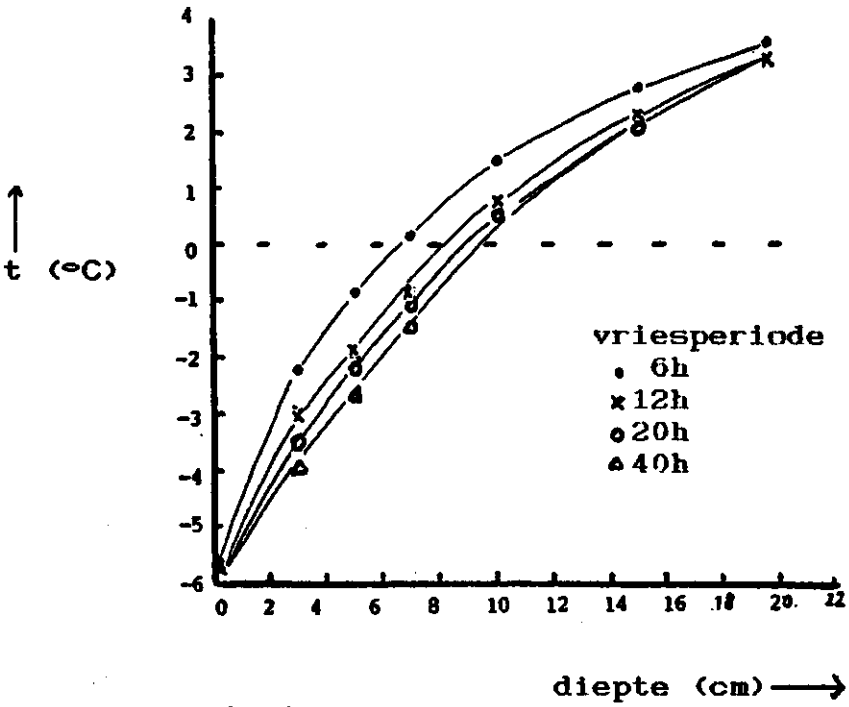
A_3 fig.(3).Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_w=0.012; x_z=0.52; zilverzand.



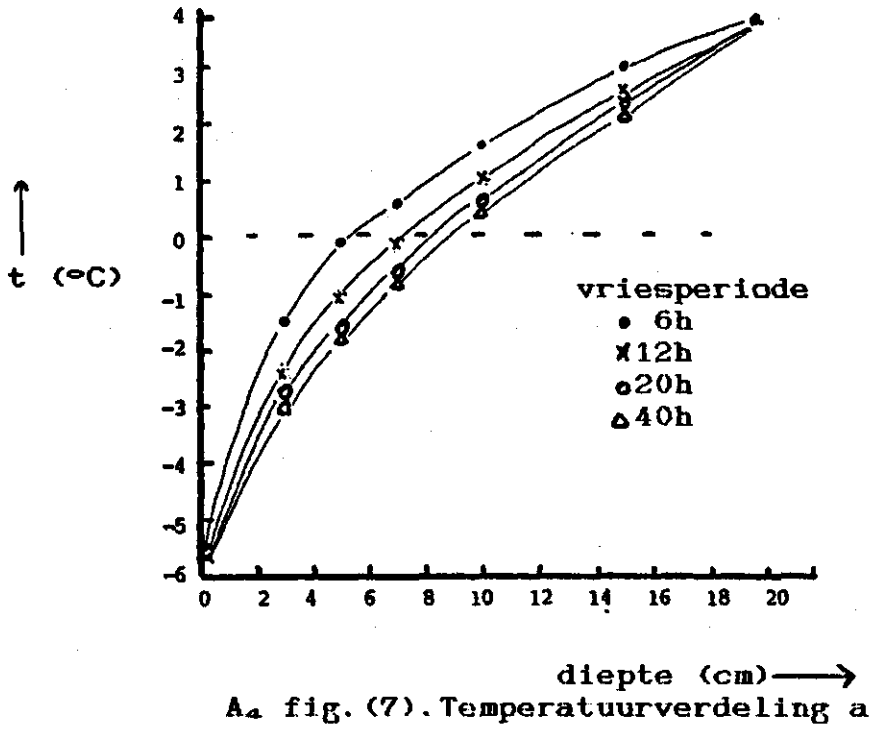
A_3 fig.(4).Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_z=0.024; x_z=0.45; zilverzand.



A_3 fig. (5). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_w=0.035; x_z=0.45; zilverzand.

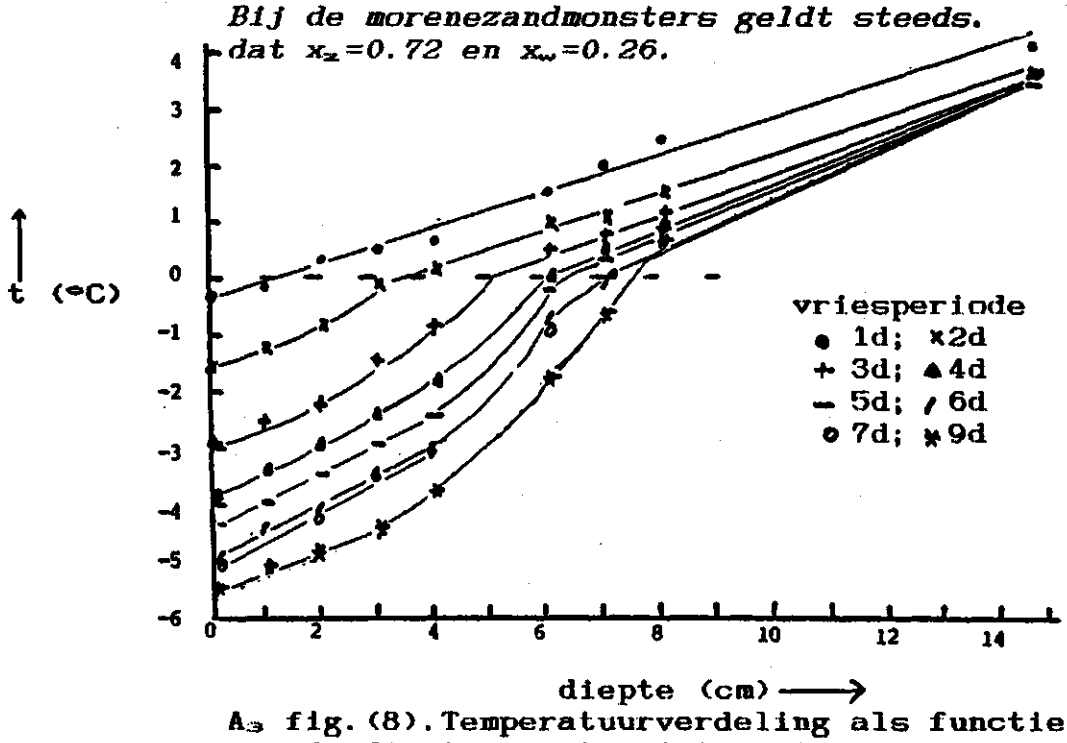


A_3 fig. (6). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_w=0.046; x_z=0.45; zilverzand.

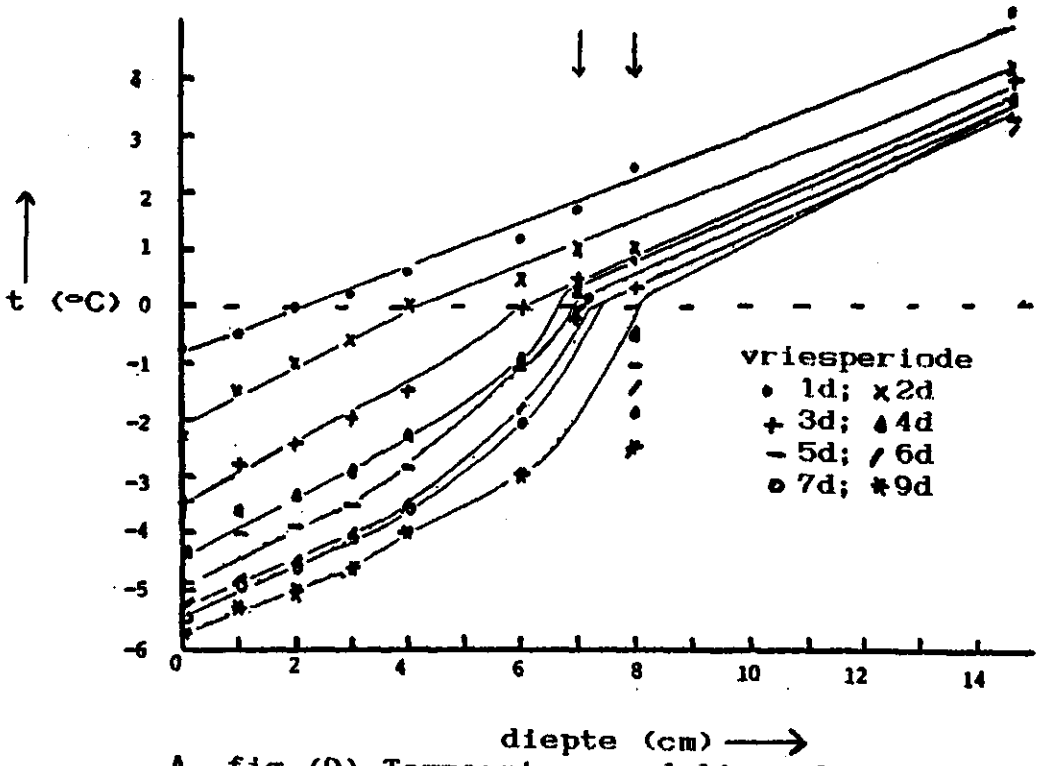


A_4 fig. (7). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; x_w=0.062; x_z=0.45; zilverzand.

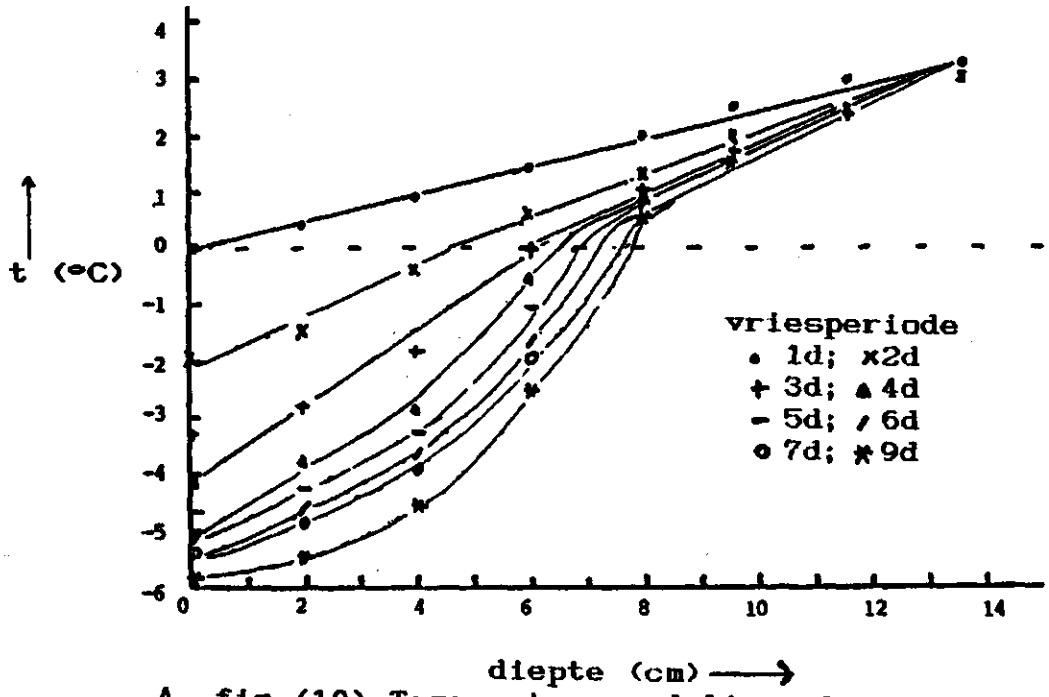
Bij de morenezandmonsters geldt steeds. dat x_z=0.72 en x_w=0.26.



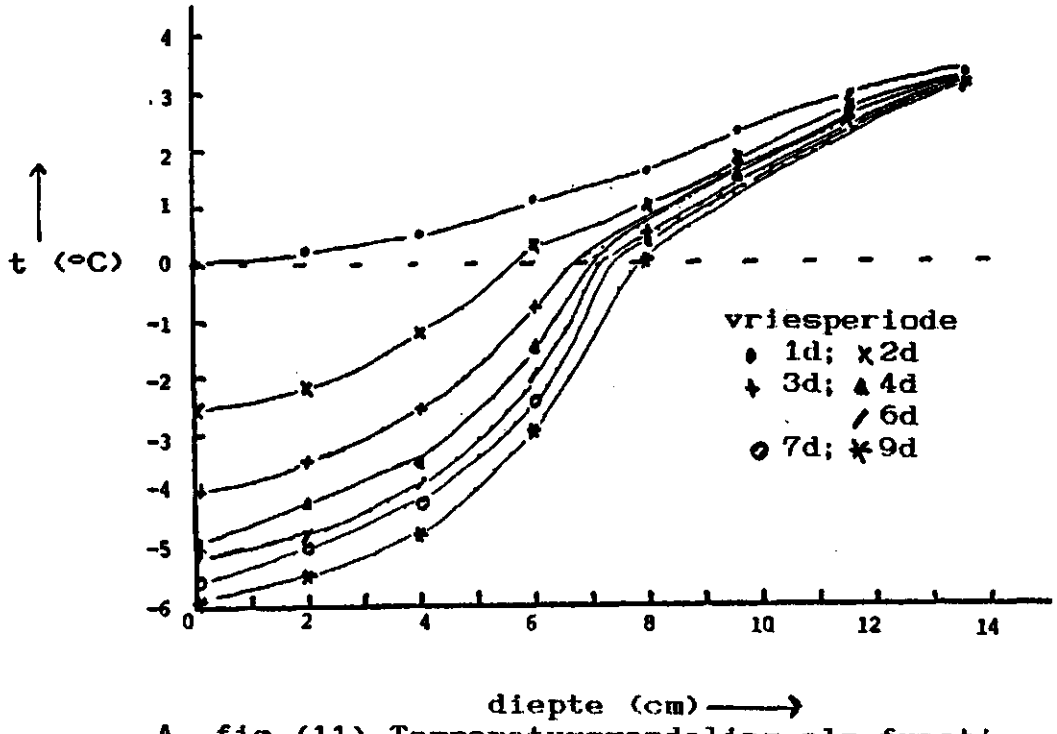
A_3 fig. (8). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; monster 8, 1e serie; morenezand.



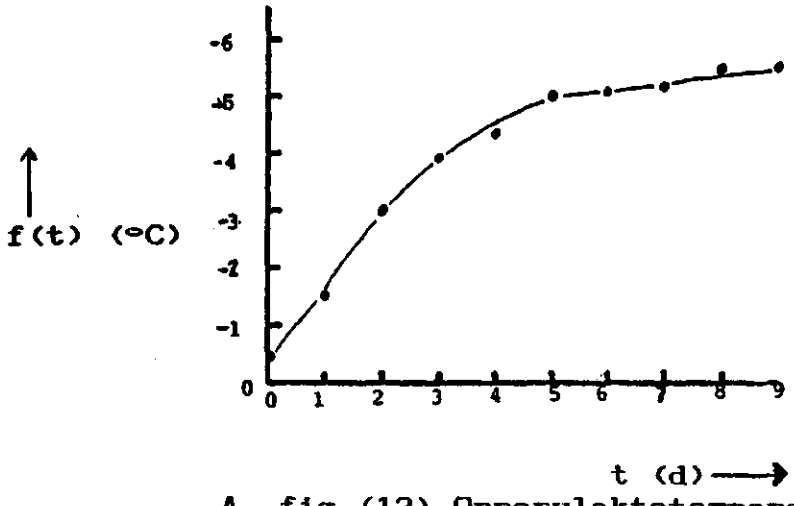
A₃ fig. (9). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; monster 9; 2e serie; morenezand.



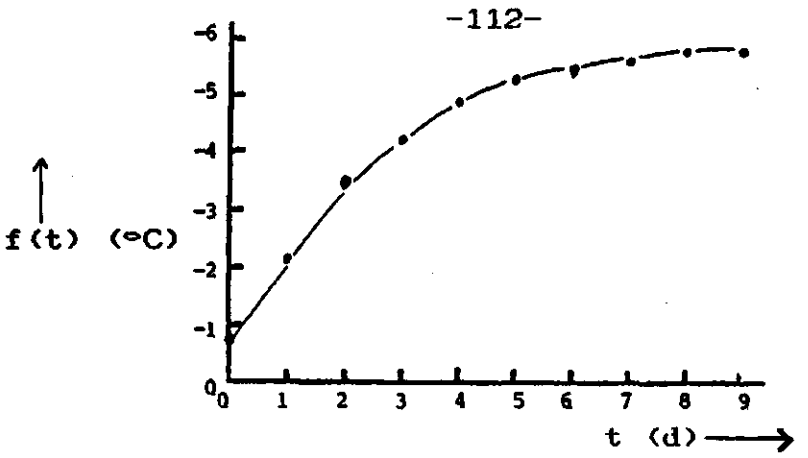
A₃ fig. (10). Temperatuurverdeling als functie van de diepte; monster 8; 2e serie; morenezand.



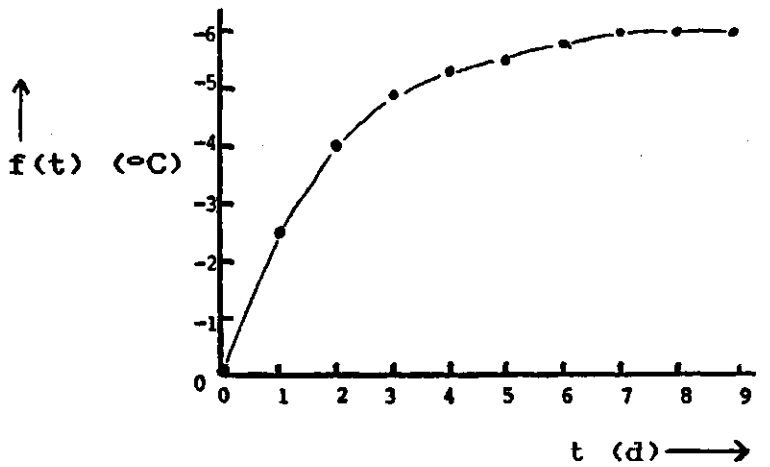
A_3 fig.(11).Temperatuurverdeling als functie van de diepte;monster 9;2e serie;morenezand.



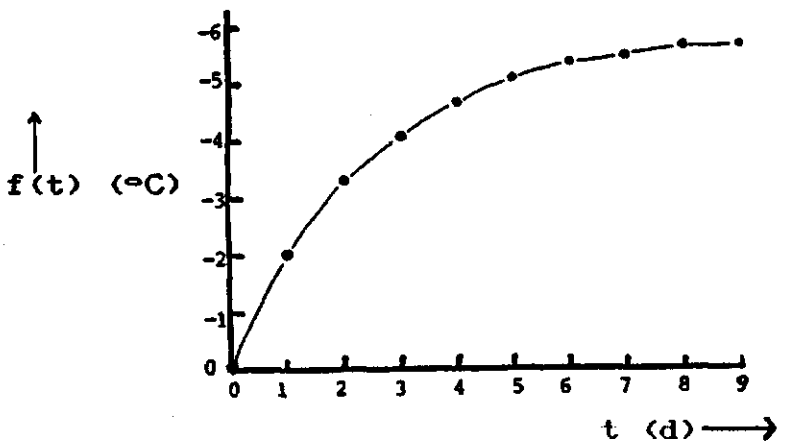
A_3 fig.(12).Oppervlaktetemperatuur als functie van de tijd;monster 8;1e serie;morenezand.



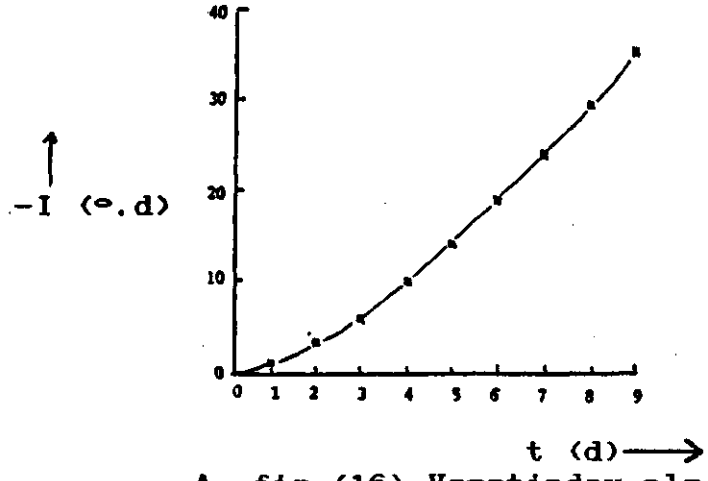
A₃ fig.(13).Oppervlaktetemperatuur als functie van de tijd;monster 9;1ᵉserie;morenezand.



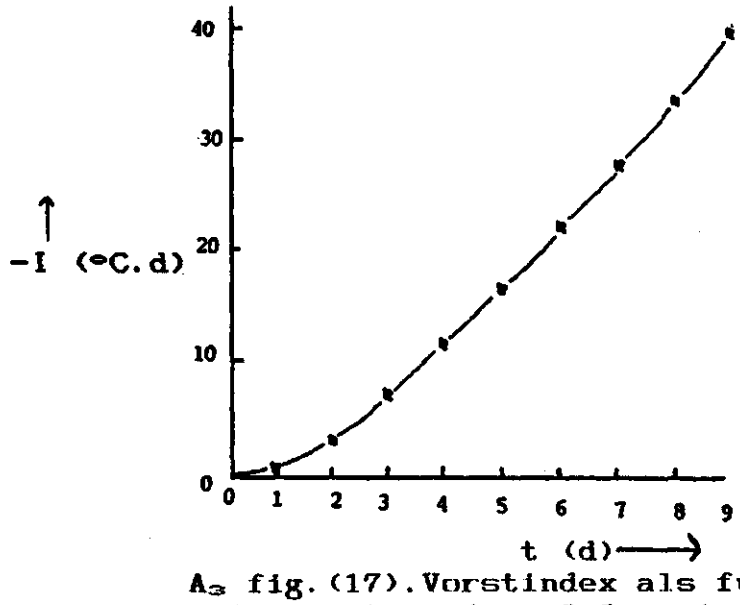
A₃ fig.(14).Oppervlaktetemperatuur als functie van de tijd;monster 8;2ᵉserie;morenezand.



A₃ fig.(15).Oppervlaktetemperatuur als functie van de tijd;monster 9;2ᵉserie;morenezand.



A_3 fig.(16).Vorstindex als functie van de tijd;monsters 8 en 9;1ᵉserie;morenezand.



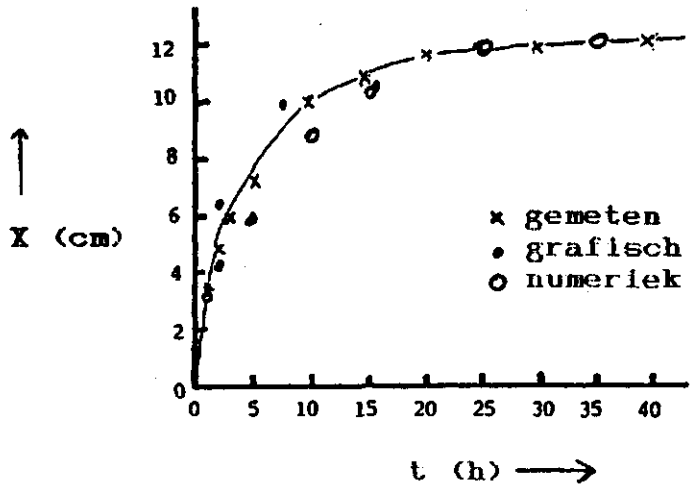
A_3 fig.(17).Vorstindex als functie van de tijd;monsters 8 en 9;2ᵉserie;morenezand.

deel 4 Gemeten en berekende waarden voor de vorstdiepte en de heffing.

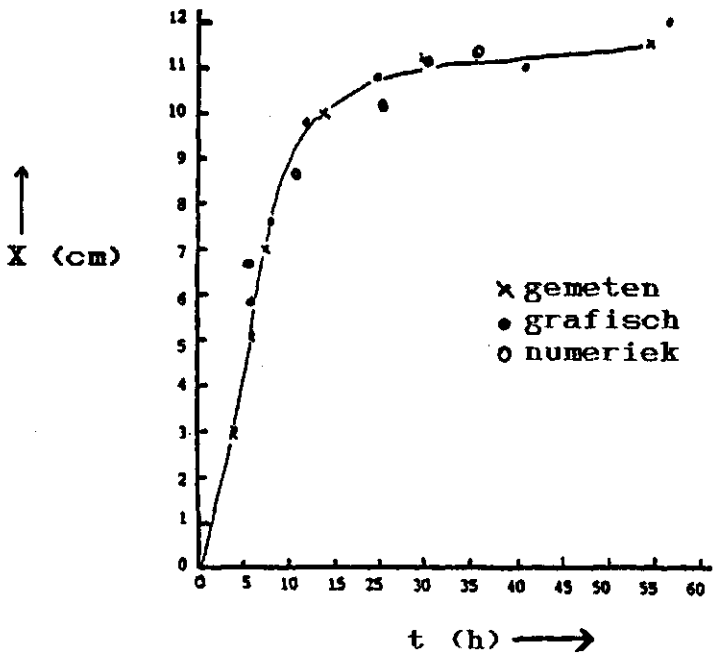
-vorstdiepte
7 zilverzand monsters
4 morenezandmonsters.
-heffing behorend bij deze monsters.

Bij de zilverzandmonsters loopt het vochtgehalte op tot 6 volume %.

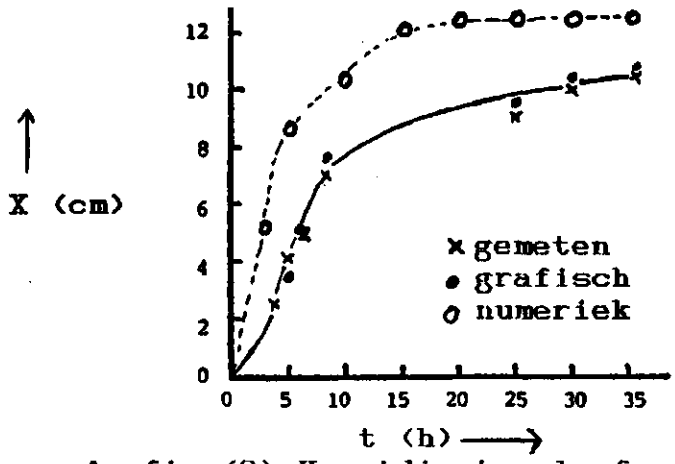
Bij de morenezandmonsters zijn steeds 2 monsters uit elke serie als meetmonster gebruikt. De heffing in de "morenezandserie" met perspex als bovenafsluiter was zodanig overeenkomstig met die morenezandserie waarbij messing als afsluiter was gebruikt, dat de heffing van alleen de 1e serie grafisch is weergegeven.
-heffing per dag
-plaats van de 0°c-isotherm (X+h) in een morenezandmonster.



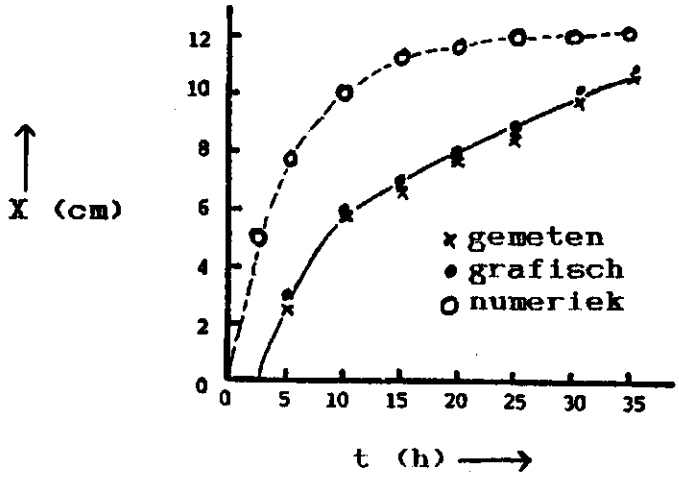
A_4 fig.(1).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.0; x_z=0.60; zilverzand.



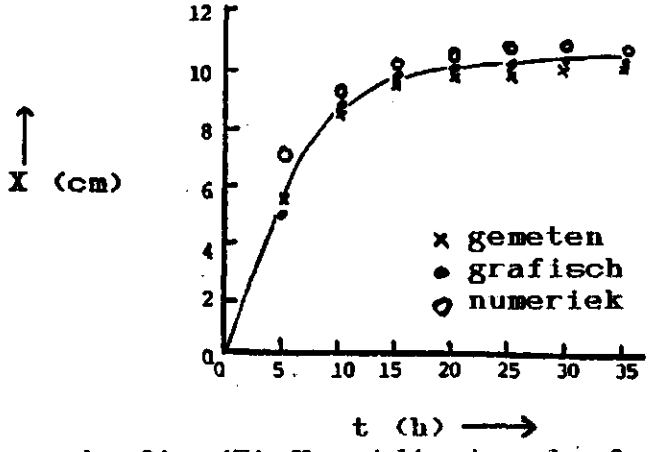
A_4 fig.(2).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.005; x_z=0.52; zilverzand.



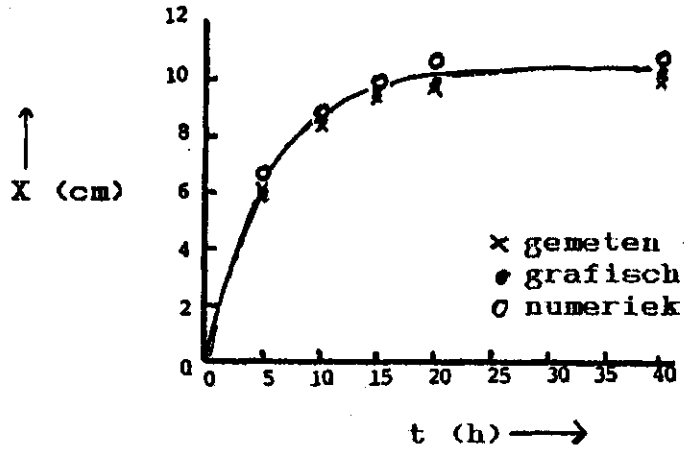
A_4 fig.(3).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.012; x_z=0.50; zilverzand.



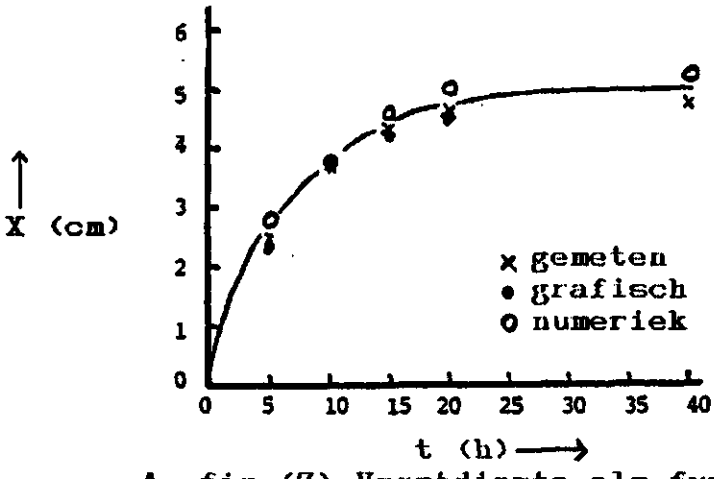
A_4 fig.(4).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.024; x_z=0.45; zilverzand.



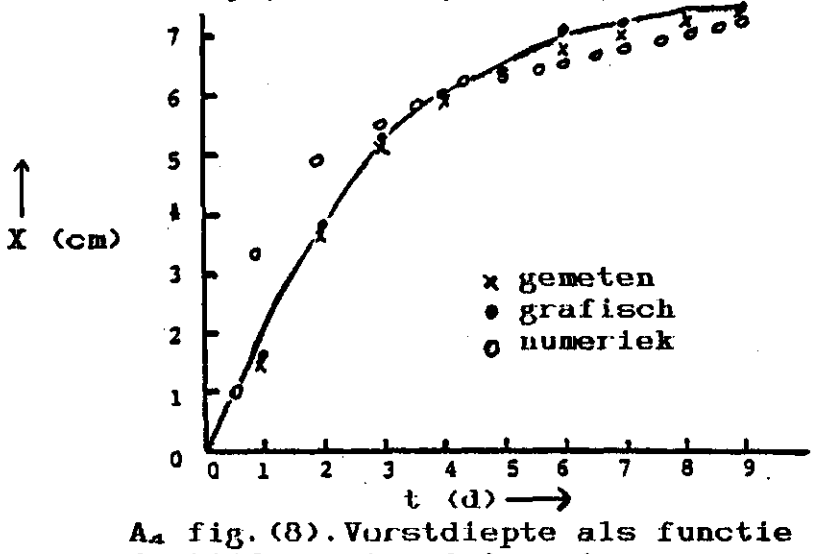
A_4 fig.(5).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.035; x_z=0.45; zilverzand.



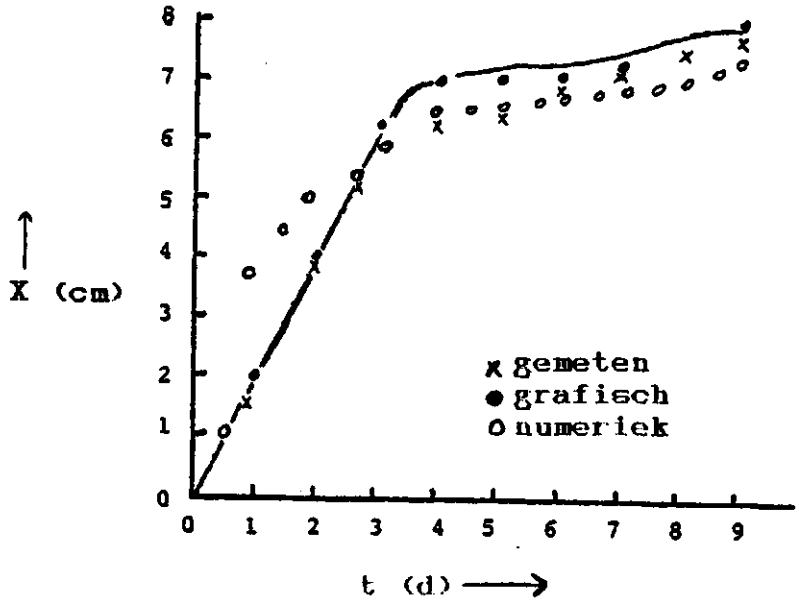
A_4 fig.(6).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.046; x_z=0.45; zilverzand.



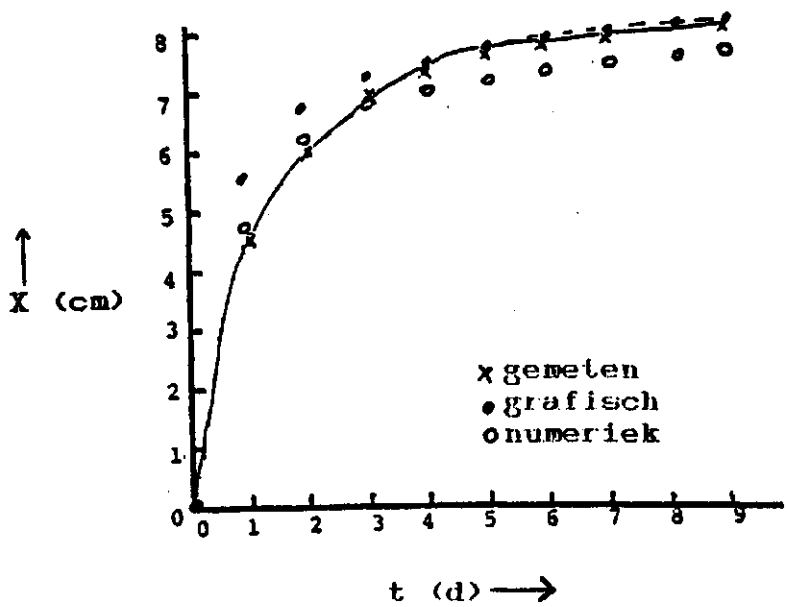
A_4 fig.(7).Vorstdiepte als functie van de tijd; x_w=0.062; x_z=0.45; zilverzand.



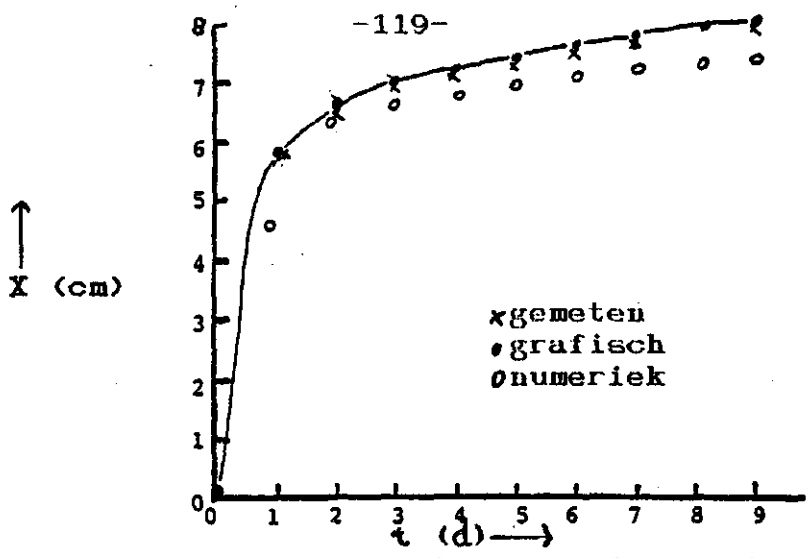
A_4 fig.(8).Vorstdiepte als functie van de tijd; monster 8; 1e serie; morenezand.



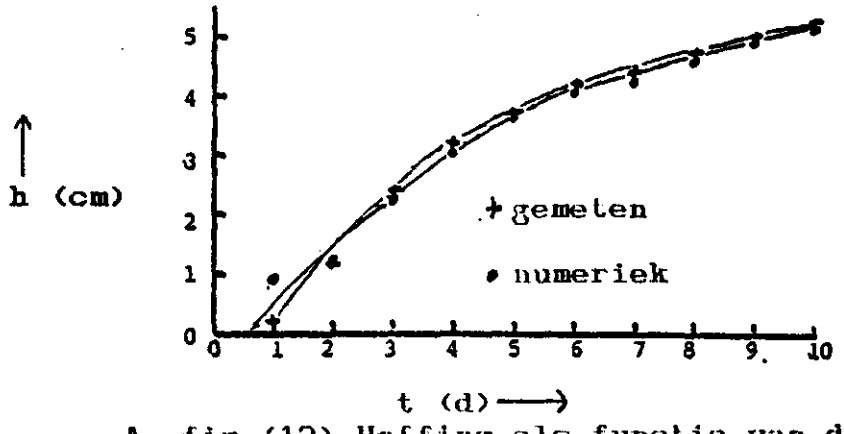
A_4 fig.(9).Vorstdiepte als functie van de tijd;monster 9;1ᵉserie;morenezand.



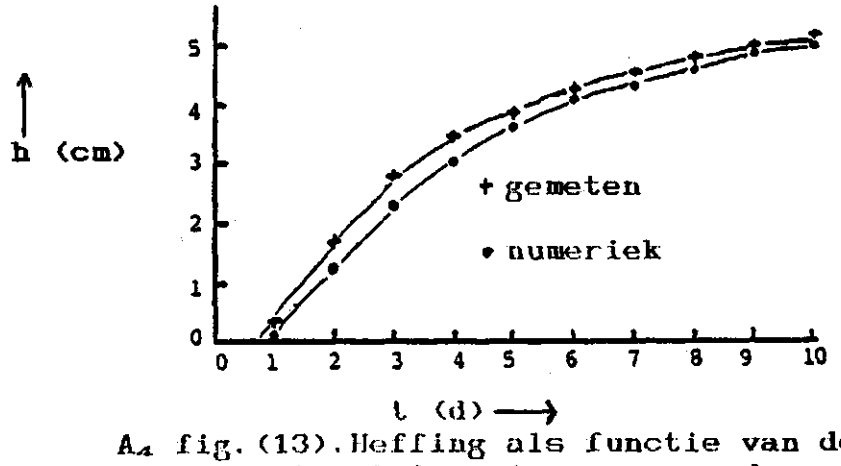
A_4 fig.(10).Vorstdiepte als functie van de tijd;monster 8;2ᵉserie;morenezand.



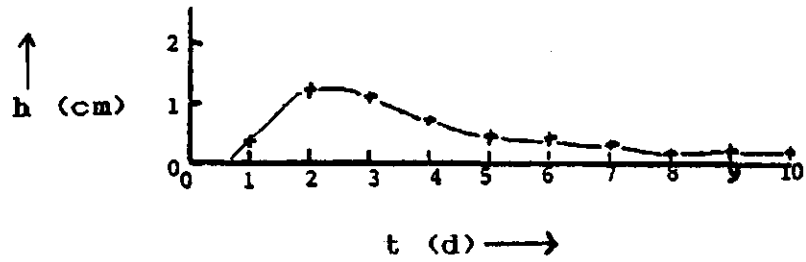
A_4 fig.(11).Vorstdiepte als functie van de tijd;monster 9;2e serie;morenezand.



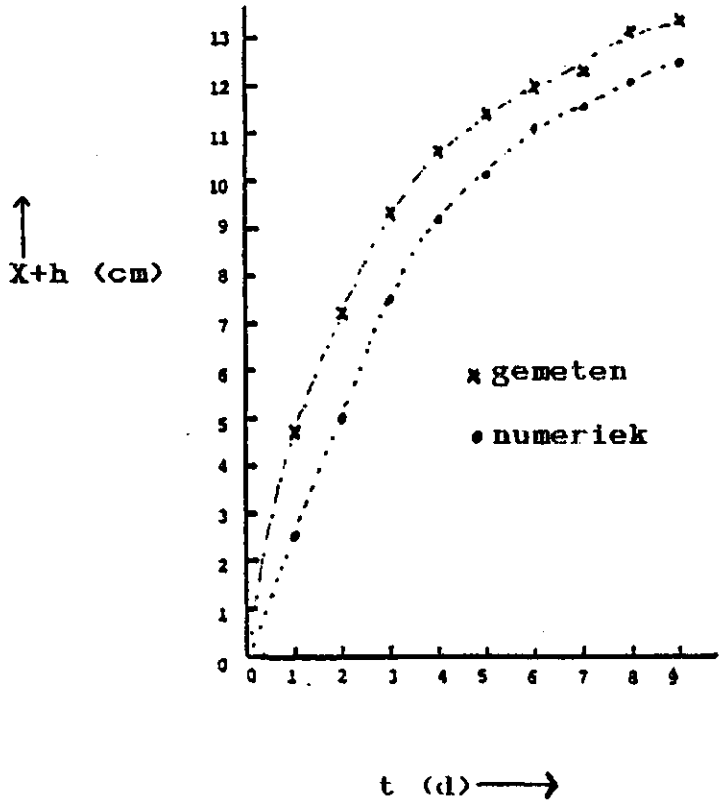
A_4 fig.(12).Heffing als functie van de tijd;monster 8;1e serie;morenezand.



A_4 fig.(13).Heffing als functie van de tijd;monster 9;1e serie;morenezand.



A_4 fig.(14).Heffing per dag als functie van de tijd; meetmonsters morenezand.

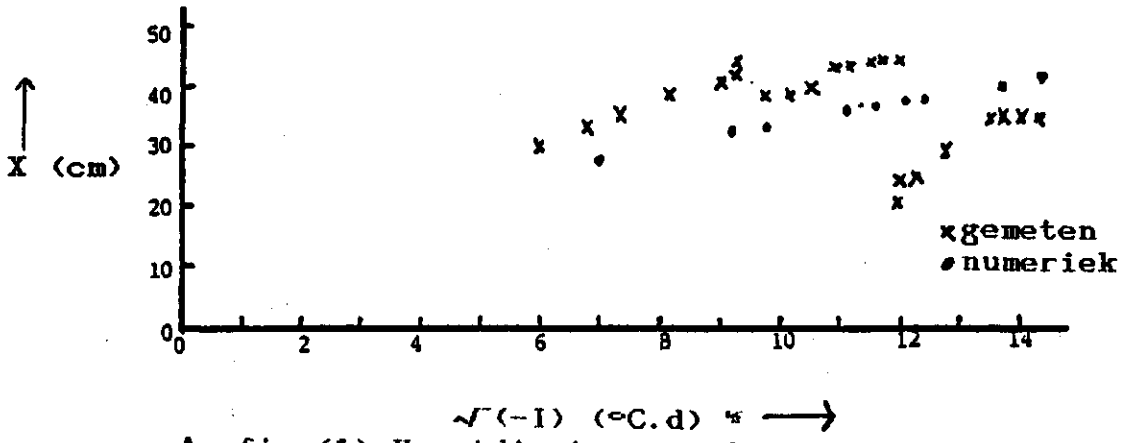


A_4 fig.(15).Vorstdiepte vermeerderd met de heffing als functie van de tijd; morenezand-monsters; 2e serie.

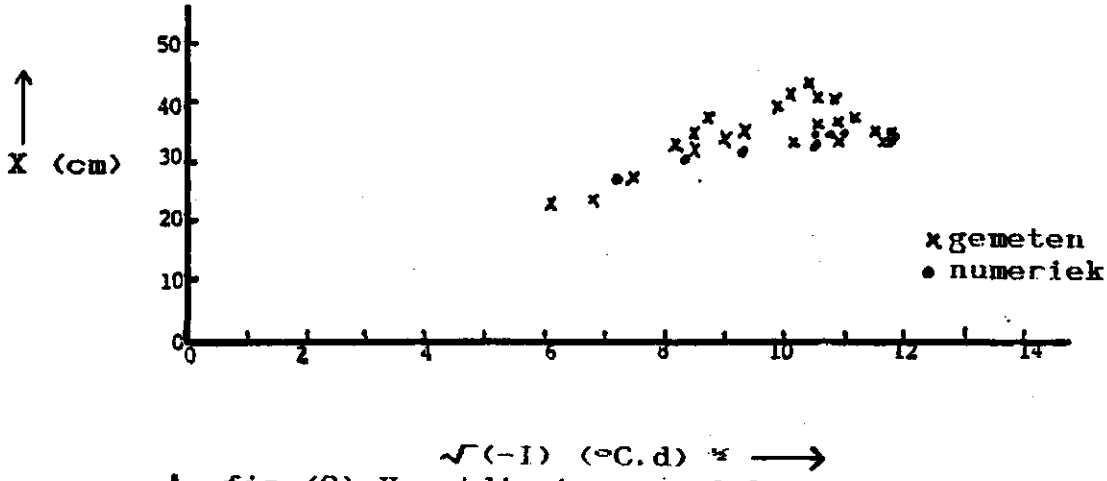
deel 5 Gemeten en berekende waarden voor de vorstdiepte van enkele meetstations; winter 1979

Vorstdiepten, gemeten en berekend, voor de winter 1979 zijn grafisch vergeleken met de wortel uit de vorstindex. De relatie is nagegaan voor 6 verschillende meetstations.

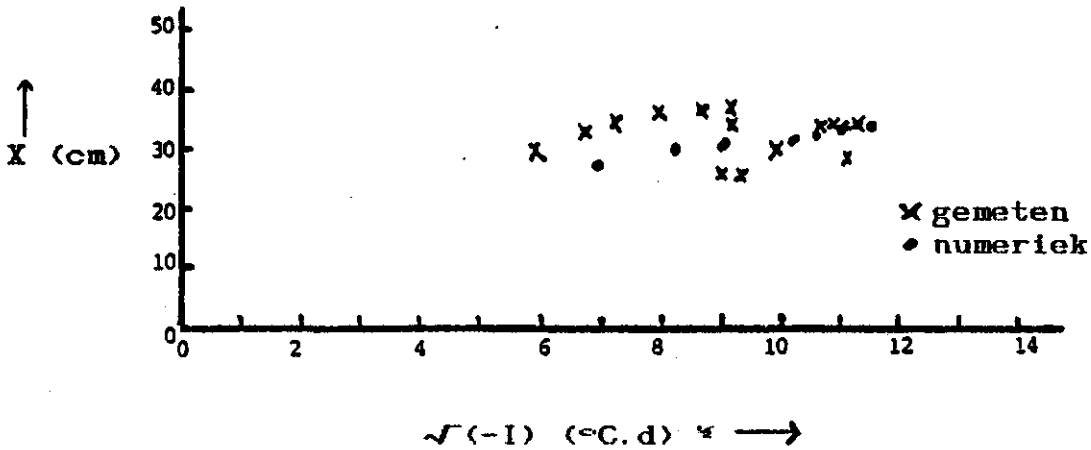
Opm.: De S.I. eenheid voor vorstindex is K.s; In het veld wordt meestal gerekend in °C.d, daarom is deze laatste eenheid aangehouden.



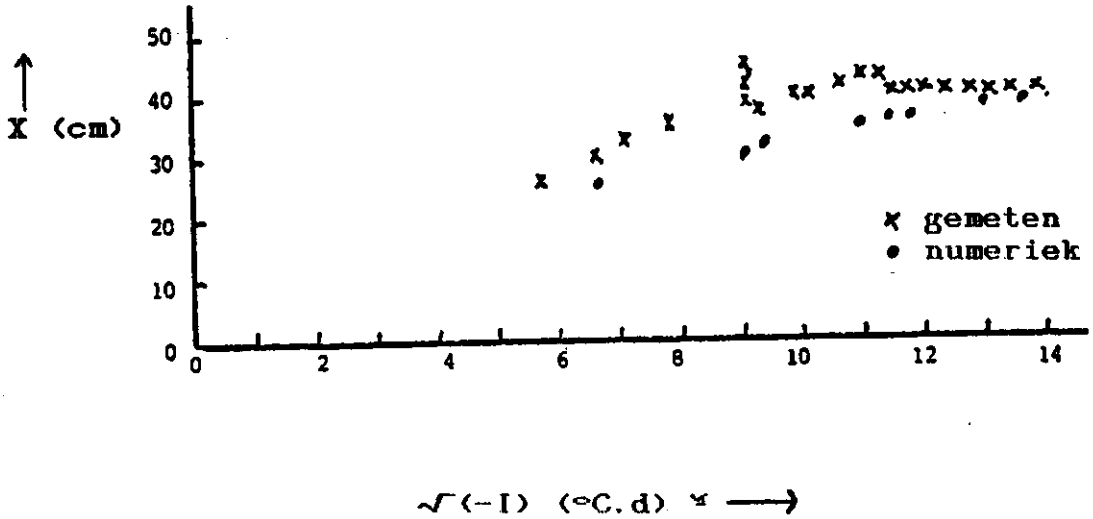
As fig. (1). Vorstdiepte vergeleken met de vorstindex; winterperiode '78-'79; meetstation Twente



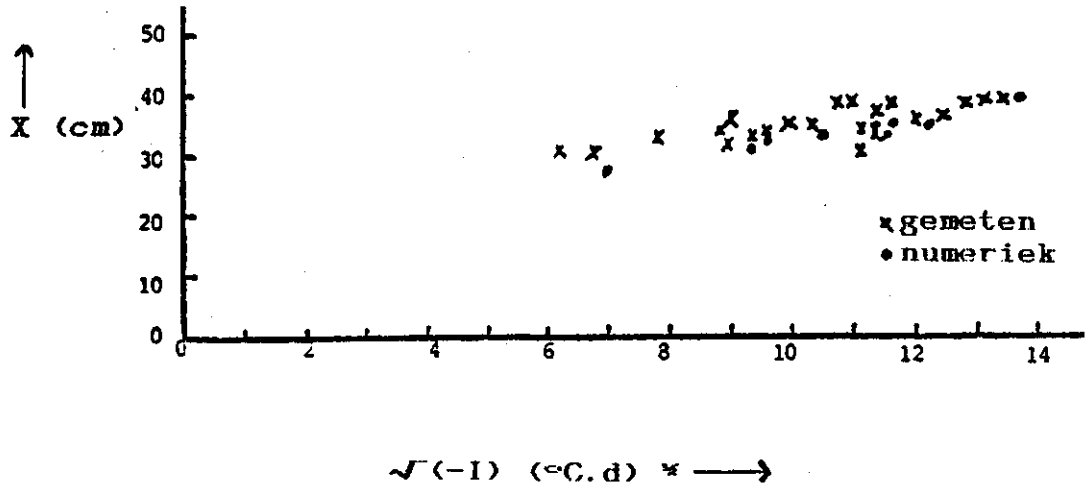
As fig. (2). Vorstdiepte vergeleken met de vorstindex; winterperiode '78-'79; meetstation Gilze Rijen.



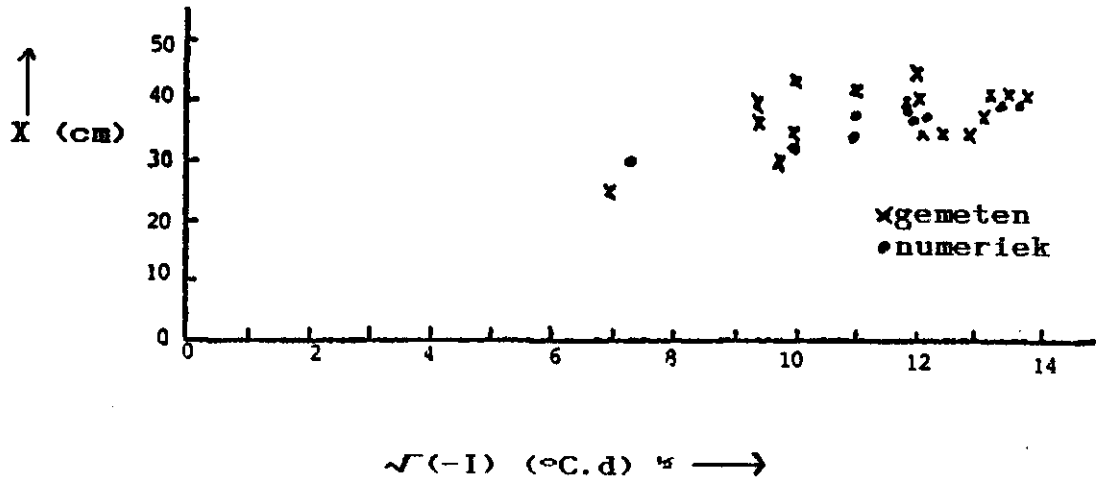
As fig.(3). Vorstdiepte vergeleken met de vorstindex; winterperiode `78-`79; meetstation Eindhoven.



As fig.(4). Vorstdiepte vergeleken met de vorstindex; winterperiode `78-`79; meetstation Volkel.



As fig.(5).Vorstdiepte vergeleken met de vorstindex;winterperiode `78-`79; meetstation Leeuwarden.



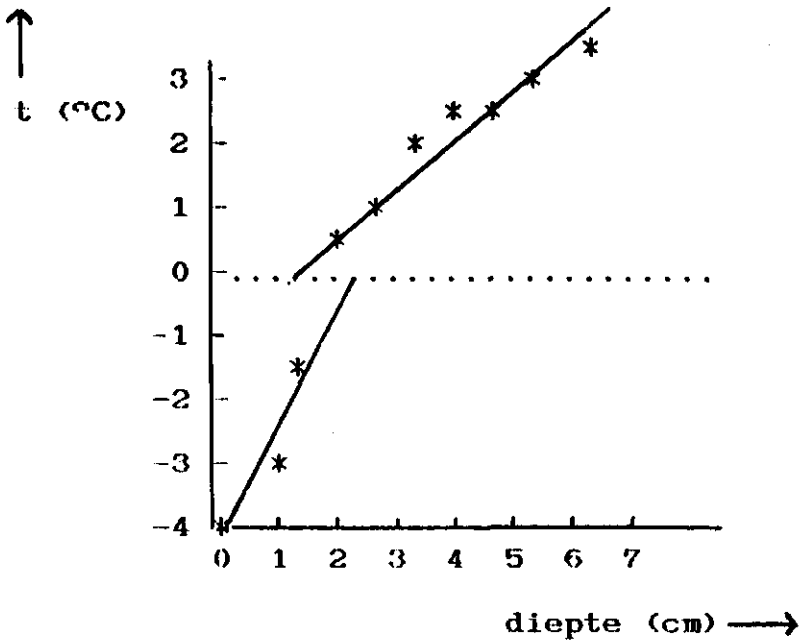
As fig.(6).Vorstdiepte vergeleken met de vorstindex;winterperiode `78-`79; meetstation Deelen.

deel 6 Oplosmethoden.

Twee oplosmethoden zijn gebruikt om de vorstdiepte te kunnen bepalen, een grafische methode en een numerieke methode.

Het numerieke programma is geschreven in basic. Met het programma kunnen vorstdiepten, heffingen en temperatuurgradiënten uitgerekend worden. Ook het wel of niet aanwezig zijn van een vrieszone, is in dit programma verwerkt. Een kopie van de tekst is op de bladzijden 128 en 129 afgedrukt.

De grafische methode is alleen te gebruiken om de vorstdiepte binnen het oorspronkelijke medium te kunnen bepalen. Het mechanisme is eenvoudig. Een lineaire temperatuurverdeling binnen het bevroren deel en een lineaire temperatuurverdeling binnen het niet bevroren deel, worden los van elkaar via de thermokoppelmetingen grafisch bepaald. In het algemeen zullen deze verdelingen niet aan dezelfde plaats een temperatuur van 0°C toewijzen. Een fictief voorbeeld is gegeven in figuur A_6 fig. (1).



A_6 fig. (1). Vorstdiepte bepaling via lineaire temperatuurverdelingen.

Aan de hand van dit voorbeeld wordt uitgelegd hoe de vorstdiepte is bepaald. Gezien vanuit het bevroren deel, is de plaats van de 0°C-isotherm op 2cm diepte. Gezien vanuit het niet bevroren deel is deze plaats op 1 cm diepte. Als plaats van de vorstdiepte wordt dan genomen 1 cm + 0.3 cm. De toevoeging van 0.3 cm is een gevolg van het aantal thermokoppels in het bevroren deel, dat 3 bedraagt. Het totale aantal thermokoppels is 10. Het verschil in plaats van de 0°C-isothermplaatsen bedraagt 1 cm.

```
10  PRINTCHR$(12):PRINT"Vorst onderzoek ":CLEAR900
20  INPUT"Hoeveel onderzoeken";NO
30  DEF FN G$(U,W)=CHR$(4)+CHR$(U)+CHR$(W):DIM ARRAY A$(NO)
40  FOR AO=1 TO NO
50  PRINTCHR$(12):INPUT"Dit is het onderzoek aan";A$(AO)
60  READCF,CU,CI,CW:DATA 2,2.1,2.1,4.2:REM in j/cm3,k
70  READLF,LU,LI,LW:DATA 98,80,76,20.4:REM labda in j/cm,uur,k
80 DL=0:REM INPUT"Geef dlABDA";DL
90  PRINTCHR$(12):READBO,B1,BM:DATA 0.26,0,0.28:REM INPUT"Geef BO,B1,Bm volumiek
";BO,B1,BM:PRINTCHR$(12)
100 READ RV,RU,RI,RW:DATA2.1,2.1, 0.9,1:PRINTCHR$(12)
110 READ LH,KO:DATA 333,0.39:REM ko in cm/uur
120 READ S,L,TS,DT:DATA 15.6,1,4,0
130 PRINTCHR$(12):INPUT"Geefte in + of - teken";TE:PRINTCHR$(12):     REM te= te
m-oppervlak als x=1cm
140 INPUT"Geef ty en het begintijdstip by";TY,BY:PRINTCHR$(12)
150 B=KO*L/BM:C2=CU:L2=LU:REMC2=(1-BM)*CU+(BO+B1/2)*CW:L2=(1-BM)*LU+(BO+B1/2)*LW
160 PRINTCHR$(12):INPUT"Hoeveel meetplaatsen zijn er";N1
170 DIMZ(N1):FOR I=1 TO N1-1
180 READZ(I):DATA 0,3,5,7,10,15,19.5:NEXT I: PRINTCHR$(12):REM INPUT"Geef diepte
    van meetplaats in cm";Z(I):NEXT I
190 PRINTCHR$(12):INPUT"Hoeveel tijdstippen zijn er";M:PRINTCHR$(12)
200 DIMT(N1,M):DIMX(M):DIMH(M):DIMI(M):DIMY(M)
210 H(0)=0:X(0)=1:Z(N1)=S:I(0)=BY*TE/24
220 C1=(1-BM)*CF+CI*RI*((BO+B1/(2*X(0))/RW)):L1=(1-BM)*LF+RI*LI*((BO+B1/(2*X(0))
    /RW)):D1=C1:D2=C2
230 INPUT"gradient uitrekenen of niet";B$
240 PRINTCHR$(12):INPUT"eigen labda waarden";C$
250 FOR J=1 TO M
260 A2=0:T(N1,J)=TS: X1=X(J-1):H1=H(J-1):A=0:PRINTCHR$(12)
270 IF J>1 THEN 310
280 IFC$="j" OR C$="J" THEN 290 ELSE310
290 PRINTCHR$(12):INPUT"Geef labda frozen";L1:INPUT"Geef labda unfrozen";L2:
    INPUT"geef volumieke warmte frozen";C1:INPUT"geef volumieke warmte unfrozen"
  ;C2
300 PRINTCHR$(12)
310 IF B$="j" OR B$="J" THEN320 ELSE 360
320 FOR I=1 TO N1-1
330 PRINTCHR$(12):INPUT "Geef temperatuur op diepte i";T(I,J)
340 IF T(I,J)<0 THEN A=A+1
350 NEXT I:GOTO 370
360 A=1:INPUT"Geef temp aan oppervlak";T(1,J)
370 I(J)=I(J-1)+T(1,J)*TY/24:FOR T1=1 TO TY
380 GOSUB 590
390 IF C$="j" OR C$="J" THEN420
400 C1=(CF*X(J-1)+H(J-1)*CI)/(X(J-1)+H(J-1))
410 L1=(LF*X(J-1)+H(J-1)*LI)/(X(J-1)+H(J-1))
420 DE=DT*(S-X(J-1))/(TS-DT):GG=0.5*(BO+B1*DE/(S-X(J-1)))
430 IF DE=0 THEN 440 ELSE 450
440 V=B*BO/((S-X(J-1))):GG=0.5*BO:GOTO 460
450 V=B*((BO+B1*DE/(S-X(J-1)))/(DE*(S-X(J-1))+B1/(S-X(J-1))))
460 TA=(Z(1)-TE)/(10*TY):TE=Z(1):TI=1
470 Z(1)=TE+TA
480 A2=A2+1:IF A2>1 THEN490
490 PRINTCHR$(12)
500 GOSUB 700
510 TROFF: REM XF=0.5*(X1*TE*D1-X(J)*Z(1)*C1)/TY:XU=TS*((S-X1)*D2-(S-X(J))*C2)/(
TY*2)
520 REM D1=C1:D2=C2
530 NEXT T1:PRINT"x="X(J),"x1="X1,"h="H(J),"h1="H1:INPUT:PRINTCHR$(12):NEXT J
540 GOSUB 750


560 ERASEZ,T,X,H,I,Y
570 NEXT AO
580 END
```

```
590 IF B$="j" OR B$="J" THEN 620
600 GF=-(T(1,J)-DT)/(X1+H1)
610 GU=(TS-DT)/(S-X1):RETURN
620 IF A<2 THEN 600
630 DZ=GU=GF=0
640 FOR I1=1 TO A-1
650 DZ=DZ+(T(I1+1,J)-T(I1,J))/(Z(I1+1)-Z(I1)):NEXT I1
660 GF=0.5*((DZ*Z(A))/((A-1)*Z(A)+H(J-1))-(T(1,J)-DT)/(X(J-1)+H(J-1)))
670 FOR I1=A+1 TO N1-1
680 GU=0.5*(GU+(T(I1+1,J)-T(I1,J))/(Z(I1+1)-Z(I1))):NEXT I1
690 GU=0.5*(GU/(N1-1-A)+(T(N1,J)-DT)/(S-X(J-1))):RETURN
700 TRON: PRINTCHR$(12):XT=(L1*GF-(L2+DL*GG)*GU-LH*RW*V-XU-XF)/(LH*RW*2*GG-(2*DT
)*C2-(   DE*(DT-T(1,J))*C1/(X1+H1+DE))):REM warmtecapaciteit ingevoerd via xu en
 xf
710 REM PRINT"l1="L1" l2="L2:PRINT"gf="GF" gu="GU:PRINT"c1="C1" c2="C2:PRINT"xt=
    "XT" xf="XF" xu="XU
720 X(J)=X1+XT*TI:X1=X(J):X(J)=(INT(10*X(J)))/10:Y(J)=(INT(10*(X(J)-X(J-1)     ))
)/10:PRINT"x="X(J)TAB(15)"j="JTAB(6)"xt="XT:PK= GM*XT*TI:HK=RW/RI*(GO*XT*TI+V*TI
)
725 IFPK>HK THEN 730 ELSE 735
730 H(J)=H1:PRINT"h="H(J):PRINT"h1="H1:INPUT:RETURN
735 IFXT<0 THEN 737 ELSE740 :REMH(J)=H(J-1) ELSE740:H1=H(J):INPUT:RETURN
737 H(J)=H1:INPUT:RETURN
740 H(J)=H1+(RW*GO/RI-GM)*(X1*TI)+RW*((G1*DE*T1)/(S-X(J))+V*TI)/RI:H1=H(J):PRINT
"h="H(J):INPUT:RETURN
750 PRINTCHR$(12):POKE&H60B0,79
760 PRINT"Dit is het onderzoek aan "A$(AO):PRINT"tijd"TAB(7)"x-cm"TAB(10)"h-cm"T
    AB(10)"i-cd"TAB(10)"dx-cm"TAB(10)"sqr(I)"
770 IF M>20 THEN M1=15 ELSE M1=M
780 FOR J=0 TO M1
790 TD=TY*J+BY: PRINTTDTAB(5)X(J)TAB(14)H(J)TAB(22)I(J)TAB(31)Y(J)TAB(42)SQR(ABS
    (I(J))):NEXT J:INPUT
800 PRINTCHR$(5):IFM>20 THEN 820
810 PRINTCHR$(12):POKE&H60B0,39:RETURN
820 PRINTCHR$(12): FOR J=M1 TO M
830 PRINTTY*JTAB(5)X(J)TAB(14)H(J)TAB(22)I(J)TAB(31)Y(J):NEXT J
840 PRINTCHR$(5):POKE&H60B0,39:RETURN
```

NOTATIES

SYMBOLEN

Symbolen met hun S.I.eenheden zijn gegeven.
Tussen haakjes is aangegeven welke eenheid
bij het vorstonderzoek is gebruikt.

symbool	beknopte omschrijving	S.I.eenheid
A	evenredigheidsconstante	--
B	deel vochtpotentiaal	m
a	temperatuurvereffenings coëfficiënt	$m^2.s^{-1}$
c	soortelijke warmte	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
C	volumieke soortelijke warmte	$J.m^{-3}.K^{-1}$
D	correctiecoëfficiënt	--
f	oppervlakte temperatuur	°C
g	begintemperatuur	°C
g	zwaartekrachtversnelling	$m.s^{-2}$
h	heffing	m
I	vorstindex	K.s (°C.d)
K	hydraulische conductiviteit	$m.s^{-1}$
l	lengte	m
L	latente warmte	$J.kg^{-1}$
P	druk	Pa
q	warmtefluxdichtheid	$W.m^{-2}$
r	warmtecapaciteit	$J.m^{-3}.K^{-1}$
r	(kromte-)straal	m
S	plaats warme zijde	m
t	tijd	s (d;h)
t	temperatuur	°C
T	temperatuur	K
v	transportsnelheid	$m.s^{-1}$
V	volume	m^3
V	specifiek volume	$m^3.kg^{-1}$
x	fractie	$m^3.m^{-3}$of kg.kg-1
X	vorstdiepte	m
y	translatiefactor	--
z	coördinaatas	m
Z	potentiaal	m
ϵ	gehalte	$m^3.m^{-3}$
δ	vrieszone	m
ρ	dichtheid	$kg.m^{-3}$
λ	warmtegeleidings-coëfficiënt	$W.m^{-1}.K^{-1}$
σ	oppervlaktespanning	$N.m^{-1}$
Ø	vochtpotentiaal door zwaartekr.	m
Φ	totale vochtpotentiaal	m

τ	evenredigheidsconstante	--
τ	kinematische viscositeit	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
Γ	warmtecontactcoëfficiënt	--
α	evenredigheidsconstante	$m.(K.s)^{-1/2}$ ($m.(^{o}C.d)^{-1/2}$
β	evenredigheidsconstante	--
ς	translatie coördinaat	m
$\varsigma, \theta, \omega, \mu, \Xi, \Pi, \alpha, \beta, p$	variabelen in het Portnovmodel	

subscripten

	omschrijving
a	air, lucht
i	ijs
w	water
f	frozen, bevroren
u	unfrozen, niet bevroren
c	kritiek
d	damp
j	deel 2 vrieszone
z	zand
S	warme eind
o	karakteristiek
0	vriespuntdaling
k	integer
m	soort stof
vl	vloeistof
max	maximaal
tot	totaal
red	gereduceerd

0,1,2,3,4,5,6

enkele functie-notaties

e,exp	exponentiële functie
erf	errorfunctie
erfc	errorfunctie
Δ	verschil
Σ	sommatie
∂	differentiatie
	integratie
	Laplacetransformatie
F_1, F_2	Laplcegetransformeerden van functies Φ_1, Φ_2.
v(p)	Laplacegetransformeerdefunctie van de temperatuurfunctie
U	eenheidsvector

LITERATUURLIJST

(1) Portnov, I.G., 1962. EXACT SOLUTION OF FREEZING PROBLEM WITH ARBITRARY TEMPERATURE VARIATION ON FIXED BOUNDARY. Soviet Physics-Doklady, volume 7, number 3, september.

(2) Heidemij Nederland bv Arnhem Afdeling Speurwerk, 1979. Bepaling van de α-waarde in een formule voor de berekening van de vorstdiepte in wegverhardingsconstructies uit meetcijfers afkomstig van de vorstperiode januari-februari 1979. Rapportno. 79/11/89966.

(3) Penner, E., Walton, T., 1979. EFFECTS OF TEMPERATURE AND PRESSURE ON FROST HEAVING. Engineering Geology 13 page 29-page 39.

(4) Vignes-Adler, M., 1976. ETUDE FONDAMENTALE DE LA CONGELATION DES MILIEUX DISPERSES A L'ECHELLE DU PORE, C.N.R.S., THESE, Parijs.

(5) Berg, R.L., Guymon, G.L., Johnson, T.C., 1980. Mathematical model to correlate frost heave of pavements with laboratory predictions. CRREL Report 80-10, Hanover, New Hampshire, U.S.A.

(6) V. Wijk, W.R., 1963. PHYSICS OF PLANT ENVIROMENT, NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY AMSTERDAM.

(7) V. Haneghem, I.A., Leij, F., 1985. Thermal properties of moist porous media at temperatures below 0°C, 9 ETPC Proceedings page 495, High Temperature-High Pressures, 1985, volume 17.

(8) Taylor, G.S., Luthin, J.N., 1976. Numerical Results of Coupled Heat-Mass Flow During Freezing and Thawing, Proc. 2nd Conference on Soil-Water Problems in Cold Regions, Edmonton, page 155-172.

(9) Lewis, G.N., Randall, M., 1965. THERMODYNAMICS second edition, McGraw-Hill Book Company, New York.

(10) Giancoli, D.C., 1985. PHYSICS: PRINCIPLES WITH APPLICATIONS, second edition, Prentice-Hall, New Jersey.

(11) Carslaw, H.S., Jaeger, J.C., 1947. Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press London.

(12) Everett, D.H., Haynes, J.M., 1965. CapillaryProperties of Some Model Pore Systems With Special Reference to Frost Damage, R.I.L.E.M. Bull. new series 27, page 31-38.

(13) Koopmans, R.W.R., Wartena, L., 1969. Het bevriezen van grond, wegen no 648, 327-335.

(14) Koopmans, R.W.R., Miller, R.D., 1966. Soil Freezing and Soil Water Characteristic Curves, SOIL SCIENCE SOCIETY OF AMERICA PROCEEDINGS vol 30, No 6, page 680-685, Madison, Wisconsin, U.S.A.

(15) Hoekstra, P., 1974. Frost Heaving Pressures, C.R.R.E.L., New Hampshire

(16) Holden, J.T., Jones, R.H., Dudek, S.J-M, 1980. Heat and Mass Flow Associated with a Freezing Front, preprints of the 2nd International Symposium on ground freezing, Trondheim, Norway.

(17) Miller, R.D., 1977 (?). FREEZING AND HEAVING OF SATURATED AND UNSATURATED SOILS, Cornell university.

(18) Miller, R.D., Loch, J.P.G., Bresler, E., 1975. Transport of Water and Heat in a Frozen Permeameter, Cornell University, Agronomy Paper no 1122.

(19) Takashi, T., Ohrai, T., 1982. Proceedings of The Third International Symposium on Ground Freezing, C.R.R.E.L., Hanover, New Hampshire, U.S.A.

(20) De Vries, D.A., 1962. Een mathematisch -fysische behandeling van het transport van warmte en vocht in poreuze media, De Ingenieur, 13-7-1962.

(21) De Vries, D.A., 1962. THERMODYNAMICA collegedictaat, T.U. Eindhoven.

(22) V. Haneghem, I.A., 1981. Een niet-stationaire naaldmethode (warmtegeleiding, warmtecapaciteit contactweerstand), Landbouw Universiteit Wageningen, proefschrift.

(23) Werkgroep E4, 1986. 't Kan vriezen of dooien. Studie Centrum Wegenbouw, Arnhem, mededeling 55.

(24) Frivik, P.E., 1980. State-of-the-Art Report: Ground Freezing: Thermal Properties. Modelling of Processes and Thermal Design, preprints of The 2nd International Symposium on ground freezing, Trondheim, Norway.

(25) Outcalt, S.I., 1980. A Step Function Model of Ice Segregation, preprints of the 2nd International Symposium on ground freezing, Trondheim, Norway.

CURRICULUM VITAE

Petrus, Henricus, Johannes, Maria Ketelaars werd geboren op 20 februari 1951 te Tilburg. Na de lagere school volgde hij voortgezet onderwijs aan het St. Pauluslyceum te Tilburg. In juni 1969 werd het diploma H.B.S-b gehaald. Hierna begon hij zijn studie aan de Technische Hogeschool te Eindhoven. Een combinatie van een actieve deelname aan het studentenleven en de studie aan de afdeling der Technische Natuurkunde bleek mogelijk.
De préstages en de stages tijdens de opleiding hadden alle een nadrukkelijk experimenteel karakter.
Een van de stages was het onderzoek naar de werking van een ultra-sound scanner verricht in het Grote Zieken Gasthuis te 's-Hertogenbosch onder leiding van Ir. Kosakowski.
Onder leiding van Prof. dr. D. A. de Vries en onder de supervisie van Dr. K. M. Dijkema werd een verlengde stage-periode doorgebracht bij de groep Warmtetransport.
Dit stage-onderzoek naar de warmtegeleidingscoëfficiënt van gassen werd voortgezet in het afstudeeronderwerp.
Op 20 juni 1975 werd het ingenieursdiploma behaald, waarbij tevens de aantekening van eerstegraads les-bevoegdheid voor de vakken wiskunde, natuurkunde en mechanica werd verkregen.
Vanaf 1 augustus 1975 is hij werkzaam in het middel-bare onderwijs als docent wis-en natuurkunde. Vanaf 1 augustus 1984 bestaat zijn leraarschap ook uit het lesgeven op de internationale baccalaureaat afdeling van het Van der Puttlyceum te Eindhoven.
Naast de functie in het onderwijs zijn door hem een aantal cursussen gevolgd.

DANKWOORD

Een promotie-onderzoek naast een volledige baan in het onderwijs was voor mij een grote klus. Vooral als het noodzakelijke onderzoek verspreid wordt over tijd en over plaats. Met de hulp en supporting van velen is het dan toch geklaard. Heel veel dank ben ik daarom aan al deze mensen verschuldigd. Daarom vanaf deze plaats mijn oprechte dank aan jullie allen voor jullie inzet, jullie inzicht en jullie bereidheid om mij te helpen. Een paar mensen wil ik hieruit benoemen:

Ing. H. Post, Beste Hans, je gastvrijheid, thuis en in het laboratorium te Groningen was enorm.

Kapitein Verhoeven, vliegbasis Eindhoven, afdeling meteorologie. Uw onmiddellijke medewerking zal ik niet vergeten.

Aguire Puente, Cher Aguire Puente, merci beaucoup pour l'obtenir l'article de Portnov.

Studie Centrum Wegenbouw. Het bijwonen van het tweede internationale symposium over het bevriezen van gronden maakte U voor mij mogelijk.

R. Altman en H. Boshoven, Landbouw Universiteit Wageningen, afdeling Natuur-en weerkunde. Jullie goede zorg voor de metingen en de noteringen hiervan, waren uitstekend en voor mij onontbeerlijk.

Veel energie en tijd heb ik gevraagd van een zevental personen. Hun wil ik daarom extra noemen.

Prof. Dr. Ir. L. Wartena, promotor; Beste Bert, 9 jaar lang heb je geduldig mijn geschriften nagelezen, mijn ideeen en verhalen aangehoord. Jouw ideeen en adviezen hebben mij steeds vooruit geholpen. Als mens heb ik je goed leren kennen en waarderen.
Bedankt Bert voor alle moeite.

Dr. I. A. van Haneghem, co-promotor; Beste Ies, wat een werkstukken corrigeren! Nauwgezet keek jij ze na. Jouw zorg voor de "zilverzand-opstelling" maakte het mogelijk, dat ik meetresultaten van het gesloten systeem verkreeg. Bedankt Ies voor je goede zorgen.

Ir.C.Nieuwvelt,Beste Cor,"daar heb je me weer". Jij durfde het 9 jaar geleden aan om mij in contact te brengen met Bert.Je onderhield de contacten en bekritiseerde opbouwend mijn inwerking in het vriesproces.Al in een vroeg stadium zei je dat ik alles "goed" moest opschrijven.Het proefschrift kwam ook onder jouw ogen.Mijn geluk!Beste Cor bedankt dat je ondanks je drukke werkzaamheden steeds tijd en energie voor me had.

B.v.Gool,Beste Ben,het taalkundig corrigeren van een natuurkundig proefschrift is een kunst. Jij bleek een ware kunstenaar hierin te zijn. Ben bedankt!

Hanny,mijn lieve vrouw en onze kinderen, Manon en Lôan bedankt voor jullie geduld en stimulans.Jullie zijn mijn schabollekes!