

DE BEREKENING MET EEN WATERBALANSMODEL VAN DE
DALING VAN FREATISCH GRONDWATER ALS GEVOLG
VAN GRONDWATERWINNING

G. W. Bloemen

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking.

INHOUD

	blz.
1. INLEIDING	1
2. BEPALING VAN DE VERLAGING VAN HET ONDIEPE GRONDWATER	3
3. DE KD-WAARDE	9
4. VERGELIJKING VAN DE OPTREDENDE MET DE VERWACHTE VERLAGINGEN	11
5. BEREKENING VAN DE VOEDING	13
6. DE VOEDING ALS FUNCTIE VAN DE AFSTAND TOT EN DE OPBRENGST VAN HET POMPSTATION	16
7. DE VOEDING OPGENOMEN IN HET WATER- BALANSMODEL	19
8. EEN REKENVOORBEELD	22
9. SAMENVATTING EN CONCLUSIE	26
LITERATUUR	27

1. INLEIDING

Voor het berekenen van grondwaterstandsverlagingen die door een geprojecteerde grondwateronttrekking te verwachten zijn, wordt meestal gebruik gemaakt van formules voor de cirkel-symmetrische grondwaterstroming naar een put. Niet altijd wordt daarbij in rekening gebracht dat door de grondwaterdaling de potentialen, die de grootte van verschillende termen op de waterbalans bepalen, kunnen veranderen. Het gevolg hiervan is dat de hoeveelheid neerslag, die het grondwater bereikt en niet door drainage verdwijnt, toeneemt waardoor op een bepaald tijdstip een evenwicht ontstaat tussen de grootte van de opbrengst van het pompstation en een nieuwe term op de waterbalans van de gronden in het onttrekkingsgebied. Die nieuwe term noemt men voeding. De grondwaterstandsfluctuaties gaan dan een afspiegeling vormen van een nieuw evenwicht tussen alle termen van de waterbalans. Wanneer soms bij een berekening met put-formules wel rekening met de voeding wordt gehouden, dan worden over de grootte hiervan vaak oncontroleerbare en vereenvoudigende veronderstellingen gedaan. Hierna wordt beschreven hoe verlaging van de stijghoogte van het ondiepe grondwater door grondwateronttrekking met een waterbalansmodel kan worden berekend door in het model de term voeding op te nemen en deze met een passende functie te beschrijven. Het voordeel hiervan is dat de onderlinge samenhang tussen de waterbalanstermen wordt verantwoord.

De gegevens die werden gebruikt zijn:

1. de opbrengsten van het pompstation Het Klooster in m^3 per maand van januari 1969 tot en met december 1972;
2. de stijghoogte van het ondiepe grondwater op 21 punten op verschillende afstand van het pompstation, eveneens uit de jaren 1969 tot en met 1970;

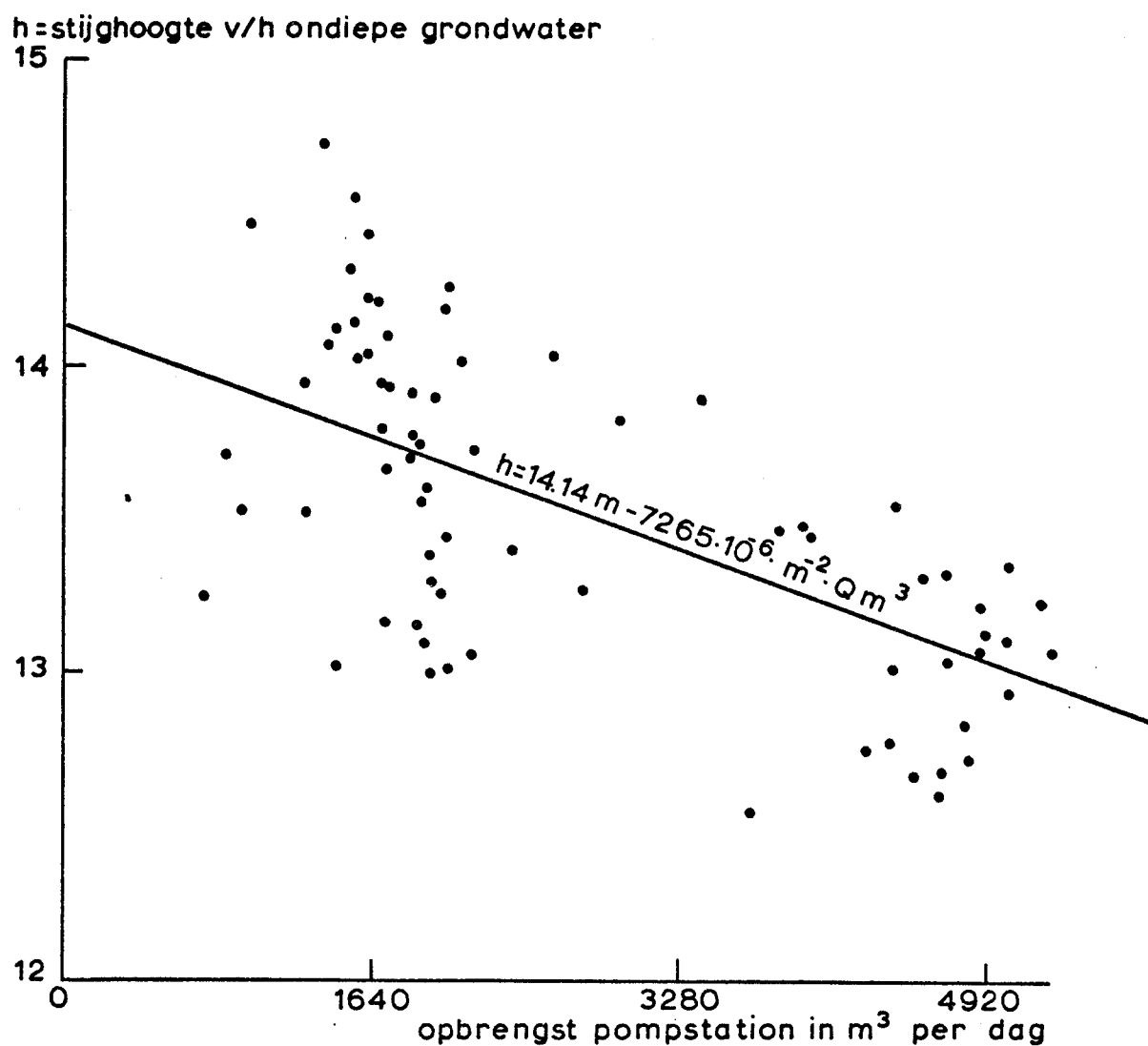


Fig. 1. Tussen de toenemende onttrekking van het pompstation Het Klooster en de stijghoogte van het ondiepe grondwater in de omgeving bestaat een samenhang waarvan de hellingscoëfficiënt berekend kan worden

3. neerslagcijfers in de betreffende jaren van het KNMI-station Doetinchem;
4. verdampingscijfers in de betreffende jaren van het KNMI-station Winterswijk.

2. BEPALING VAN DE VERLAGING VAN HET ONDIEPE GRONDWATER

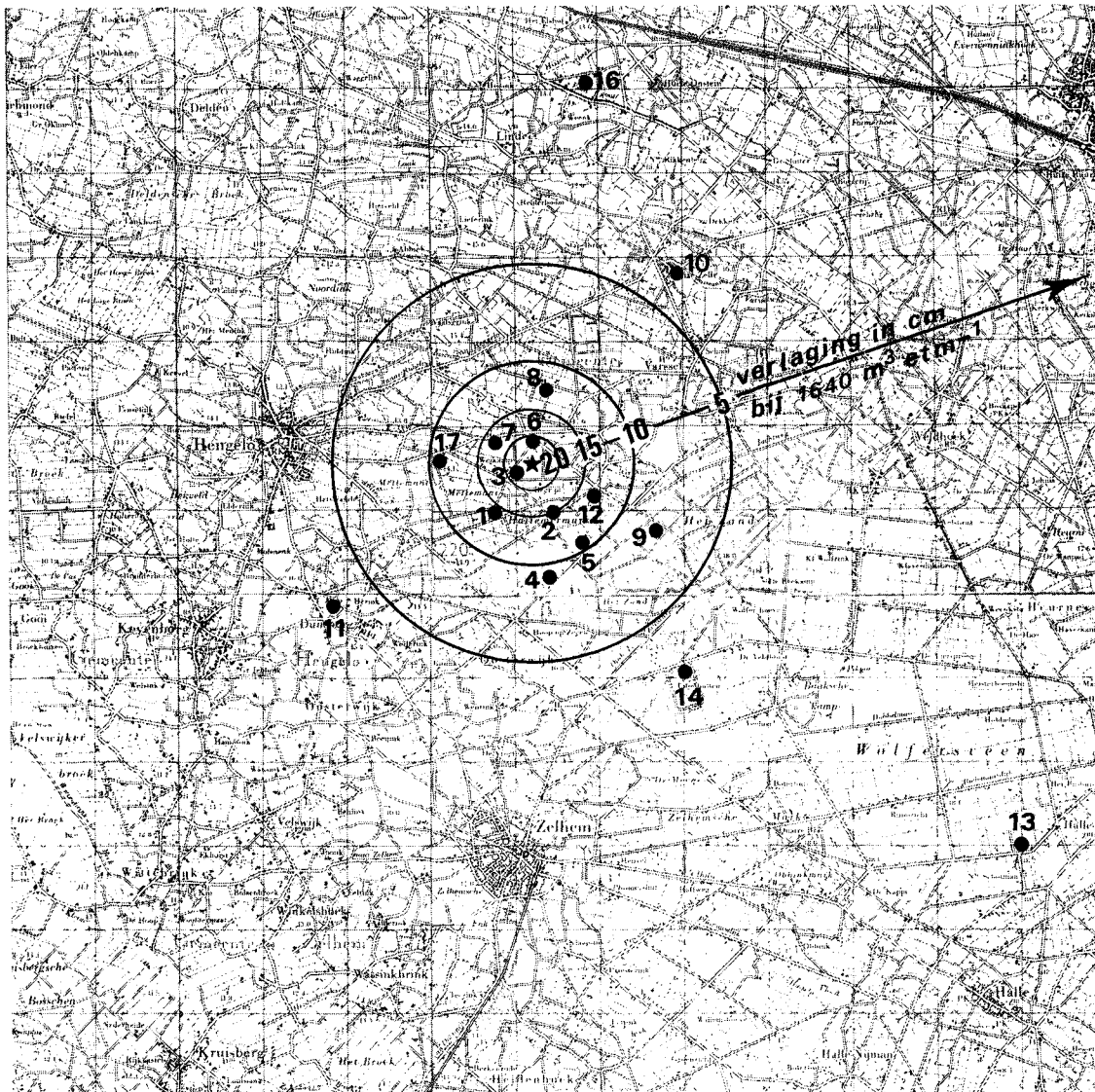
Vanaf het begin van de onttrekking door het pompstation 't Klooster in 1966 is de opbrengst regelmatig gestegen. Er is ook een duidelijke seizoenfluctuatie in de opbrengsten. Volgens geohydrologisch onderzoek in de Achterhoek (ERNST, DE RIDDER en DE VRIES, 1970) ligt het pompstation in een gebied waarin het grondwater in een niet afgedekt watervoerend pakket in freatische toestand is. Het is daarom te verwachten dat de onttrekking door het pompstation een afzuigtrechter in het ondiepe grondwater heeft veroorzaakt. Een bevestiging hiervan geeft fig. 1. Hierin is de toenemende onttrekking in de jaren 1969 tot en met 1972 omgerekend in het daggemiddelde per maand, uitgezet tegen de stijghoogte van het ondiepe grondwater in dezelfde maand. Fig. 1 geldt voor een meetpunt dat op 750 m afstand van het pompstation ligt. De samenhang is duidelijk. De stijghoogte h van het ondiepe grondwater kan op het betreffende punt als een functie van de waterwinning Q worden berekend als

$$h_m = 14,14 \text{ m} - 7265 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-2} \cdot Q \text{ m}^3 \quad (1)$$

De hellingscoëfficiënt van de regressie geeft aan hoe het ondiepe grondwater daalt per eenheid van wateronttrekking.

De spreiding van h bij regressie op Q is nogal groot namelijk 0,29 m. Deze wordt veroorzaakt door de seizoenschommelingen van de grondwaterdiepte, die het gevolg zijn van het klimaat.

De daling van de ondiepe grondwaterstand kan ook verband houden met een ontwikkeling in de weersomstandigheden in de jaren 1969 tot en met 1972 waardoor een in deze jaren met de tijd samenhangende uitzakking van het gemiddelde grondwaterniveau niet onmogelijk is. Een dergelijke grondwaterdaling zal niet aan de afstand tot het pompstation gebonden zijn en door deze afstand als variabele



- Bijlage 1.
-  = centrum waterwinning
 -  = grondwatermeetpunt met volgnummer volgens tabel 1
 -  = lijnen van gelijke verlaging van het ondiepe grondwater in centimeters bij een onttrekking van $1640 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$

in de beschouwing te betrekken kan de grondwaterdaling als gevolg van onttrekking worden gescheiden van die als gevolg van andere tijdgebonden invloeden. Daarom zijn van 21 meetpunten van het ondiepe grondwater op afstanden variërend van 250 m tot 9050 m van het pompstation de coëfficiënten voor de regressie van de stijghoogte h op de grootte van de onttrekking Q berekend. Op Bijlage 1 is de ligging van 17 van deze punten aangegeven. De overige 4 punten liggen respectievelijk westelijk, noordelijk en noordoostelijk van het pompstation op de in tabel 1 voor respectievelijk de punten 18, 19, 20 en 21 opgegeven afstand.

Tabel 1 geeft behalve de afstanden van de meetpunten naar het pompstation de hellingscoëfficiënt voor de regressie van h op Q en de vertaling hiervan in het aantal centimeters dat de gemiddelde grondwaterstanden daalden wanneer 1640 m^3 per etmaal meer werd onttrokken. In fig. 2 is dit aantal centimeters uitgezet tegen de afstanden tot het pompstation. Het blijkt nu

- dat in de loop der jaren 1959 tot en met 1972 een daling van de gemiddelde grondwaterstanden is opgetreden op zo grote afstand van het pompstation dat het niet waarschijnlijk is dat de toegenomen grondwateronttrekking hiervan de oorzaak is;
- dat deze daling zeer verschillend in grootte uitvalt hetgeen verklaard wordt doordat het effect van klimatologische droogte niet overal gelijk zal zijn;
- dat op kleinere afstand van het pompstation de gemiddelde daling van het ondiepe grondwater duidelijk toeneemt en ook minder variatie vertoont. Dit wordt verklaard doordat binnen een gebied met kleinere straal om het pompstation de homogeniteit toeneemt en zowel droogte als grondwateronttrekking een minder variabele invloed zullen hebben.

De conclusie uit fig. 2 is dat een deel van de grondwaterstands-daling, die met toenemende grondwateronttrekking samenhangt, daardoor toch niet veroorzaakt wordt maar het gevolg is van het klimaatsverloop in de vier jaar waaruit de gegevens zijn gebruikt. Hoe groot de invloed van de droogte is geweest kan door te weinig meetpunten voor het ondiepe grondwater in de omgeving van het

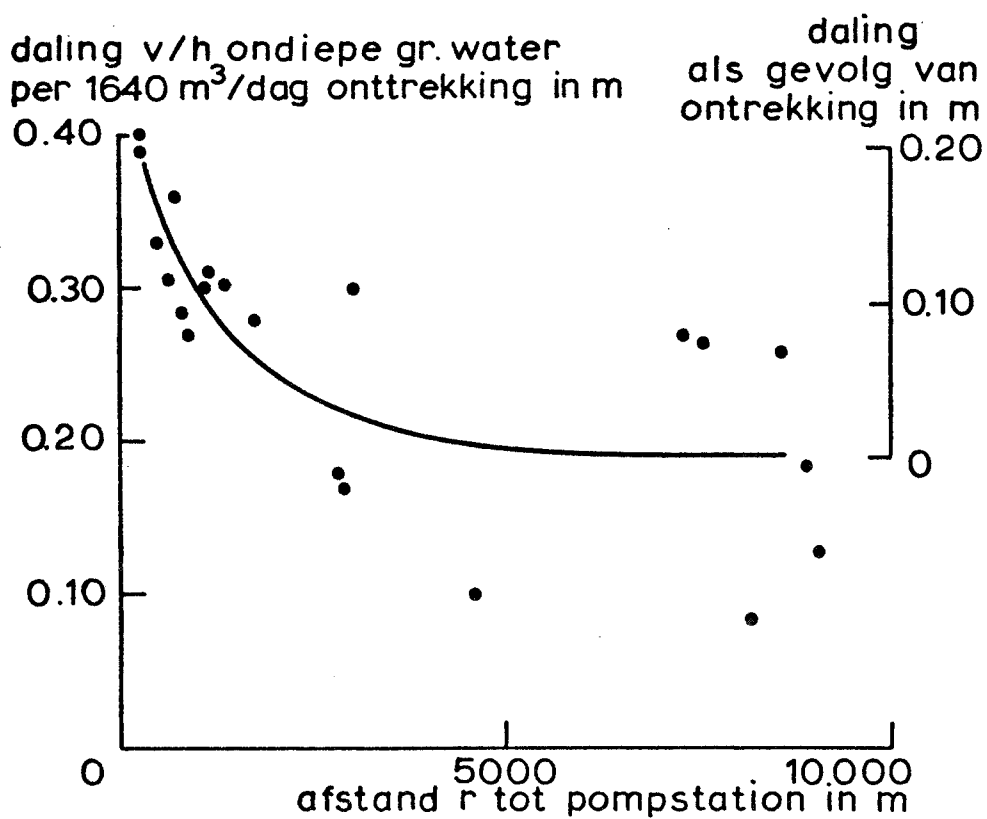


Fig. 2. De samenhang tussen de afstand tot het pompstation en de daling van het ondiepe grondwater per $1640 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$ onttrekking, volgens tabel 1

Tabel 1. Code, afstand tot pompstation, hellingscoëfficiënt van de regressie $h = a - b Q$ en het aantal centimeters grondwaterdaling bij toename van de grondwateronttrekking met $1640 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$ voor 21 meetpunten op Bijlage 1

nr.	code	b	cm
1	W II	$-7,265 \cdot 10^6$	36,3
2	W III A	$-6,115 \cdot 10^6$	30,5
3	W IV A	-7,824	39,1
4	W VII	-5,984	29,9
5	W VIII	-6,330	31,6
6	W X	-7,985	39,9
7	W XI	-6,608	33,0
8	W XIV	-5,443	27,2
9	W VI	-5,634	28,2
10	34C/1-38	-3,442	17,2
11	40F/1-3	-3,687	18,4
12	34C/1-47	-5,726	28,6
13	41A/1-7	-5,380	26,9
14	41A/1-1	-6,056	30,2
15	41A/1-12	-3,730	18,6
16	34C/1-17	-2,020	10,1
17	W XII	-6,080	30,4
18	33H/1-30	-5,380	26,9
19	34C/1-4	-5,281	26,4
20	34C/1-24	-2,659	13,3
21	33H/1-17	-1,721	8,6

pompstation hoogstens als gemiddelde worden geschat. Aangenomen wordt dat de zes meetpunten die op grotere afstand dan zeven kilometer van het pompstation liggen, buiten de invloed hiervan vallen. De grondwaterdaling op deze punten bedroeg gemiddeld 19 cm per 1640 m^3 onttrekking per etmaal. Dit is beschouwd als uitsluitend het gevolg van klimatologische oorzaken in de jaren 1969 tot en met 1972. De gevolgen van grondwateronttrekking zijn hierop gesuperponeerd. In fig. 2 is de kromme geschat die de relatie tussen afstand tot het pompstation en de gemiddelde verlaging als gevolg van grondwateronttrekking aangeeft.

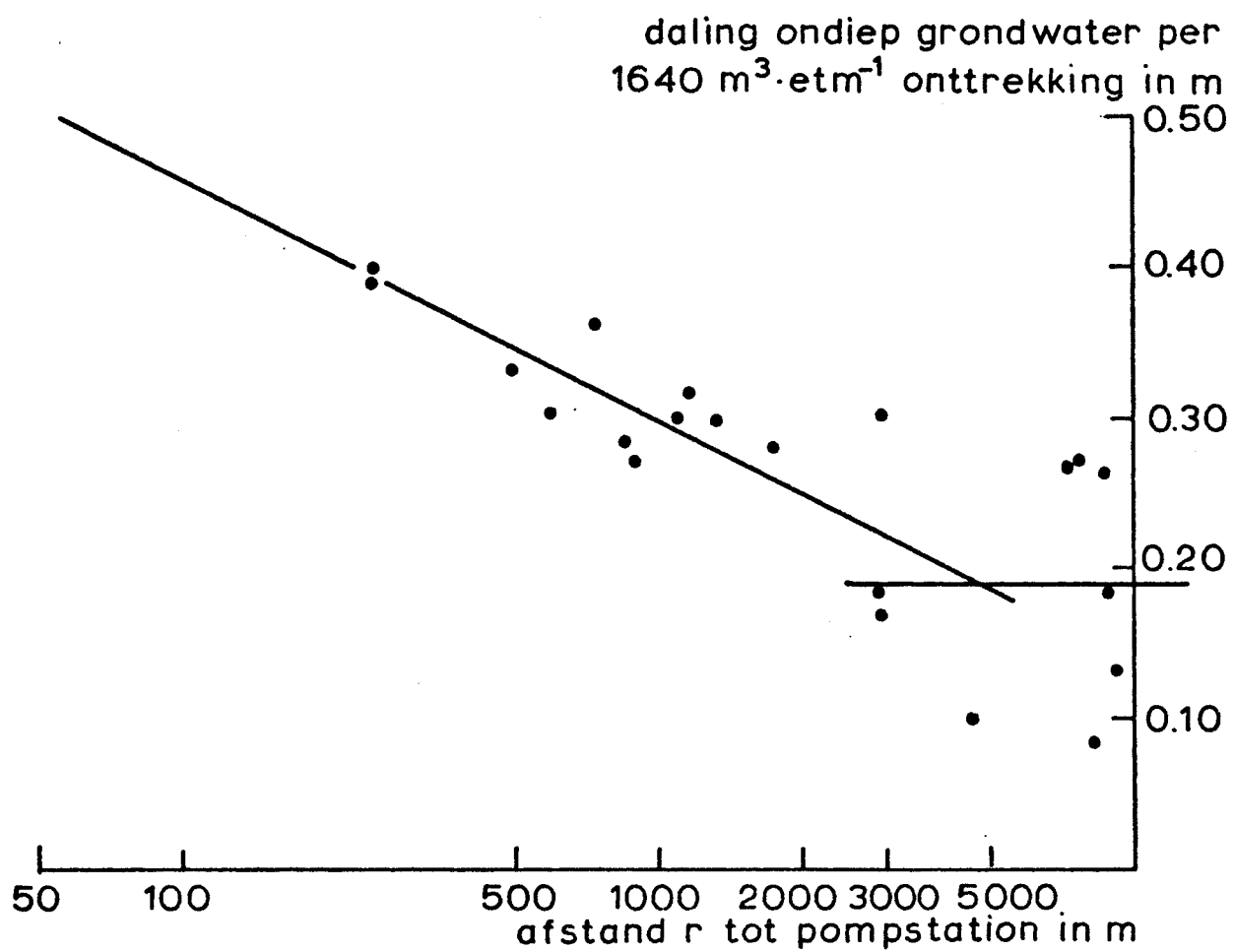


Fig. 3. Als fig. 2, maar met de afstand r op logaritmische
schaal

3. DE KD-WAARDE

Een beschrijving van de grondwaterstandsverlaging als gevolg van een bekende onttrekking kan worden gegeven met de formule van Thiem-Dupuit (KRUSEMAN en DE RIDDER, 1970). Volgens deze formule hangen de verlaging van het ondiepe grondwater door grondwateronttrekking en de afstand tot het onttrekkingspunt rechtlijnig samen als de verlaging op lineaire schaal tegen de afstand op logaritmische schaal is uitgezet. In fig. 3 zijn de punten uit fig. 2 op die wijze uitgezet. De gemiddelde grondwaterdaling door droogte van 19 cm per 1640 m³ onttrekking is met een horizontale lijn aangegeven. Door de punten met een kleinere afstand dan 3 km van het pompstation is een regressielijn berekend. Deze geeft het gevolg van grondwateronttrekking op de stijghoogte van het ondiepe grondwater weer. Bovendien blijkt eruit dat de invloed van de onttrekking op een afstand tussen 4500 en 5000 m van het pompstation niet meer van betekenis is. Hier wordt de invloed van andere balanst termen blijkbaar veel groter dan die van de onttrekking.

Op Bijlage 1 is de gemiddelde verlaging van het ondiepe grondwater door onttrekking geschematiseerd weergegeven.

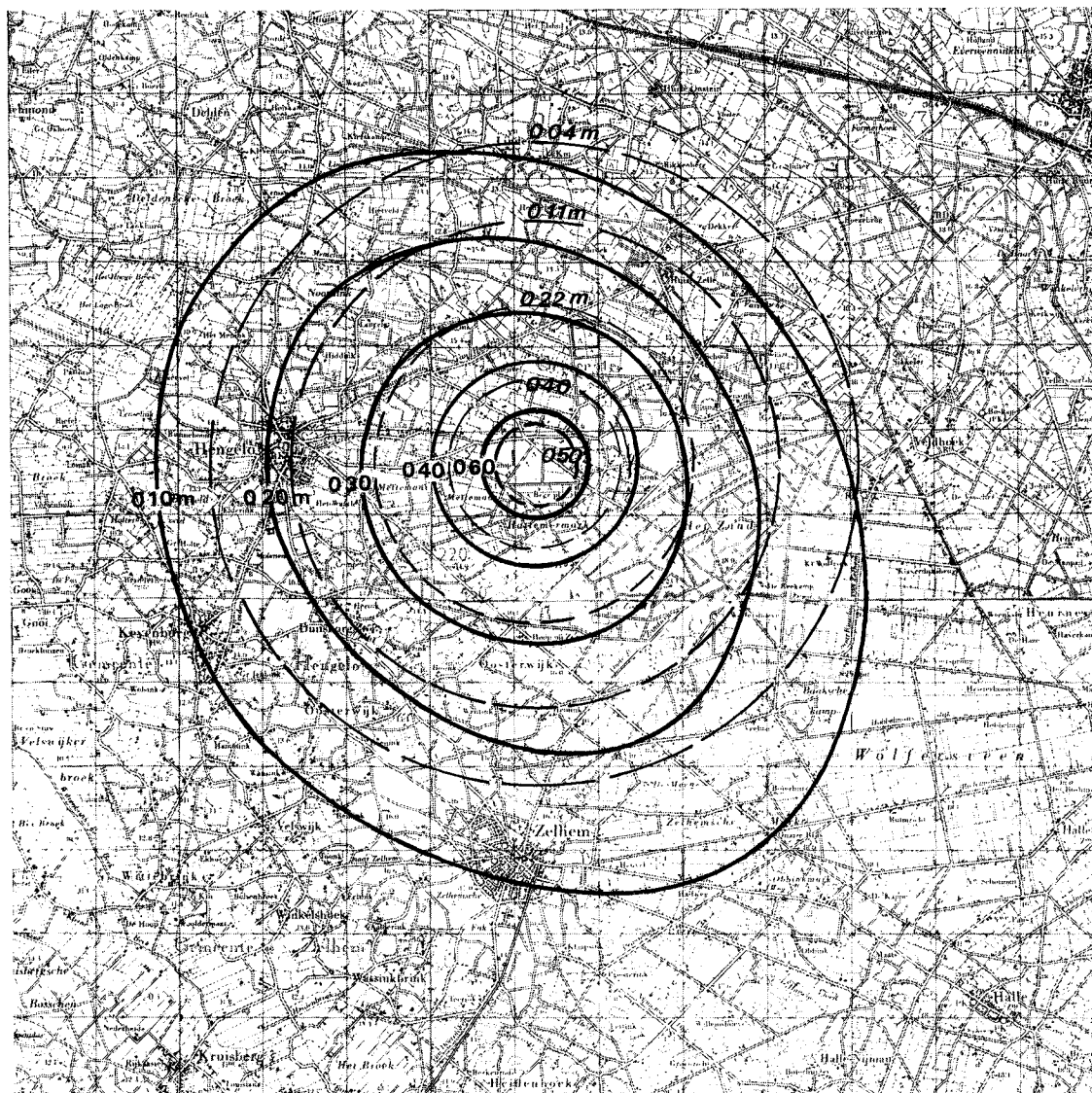
Uit de helling van de regressielijn in fig. 3 kan een gemiddelde kD-waarde voor de omgeving van het pompstation worden berekend als:

$$kD = \frac{Q}{2\pi(v_1 - v_2)} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (2)$$

waarin Q de opbrengst van het pompstation voorstelt, v_1 de grondwaterstandsverlaging op afstand r_1 van het pompstation. Uit fig. 3 volgt dat

$$\begin{aligned} kD &= \frac{1640}{2\pi \cdot 0,165} \times 2,3 = \\ &= 3641 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

Op grond van de gegevens van een in 1964 uitgevoerde pomp-proef zijn twee berekeningen gemaakt van de te verwachten grond-

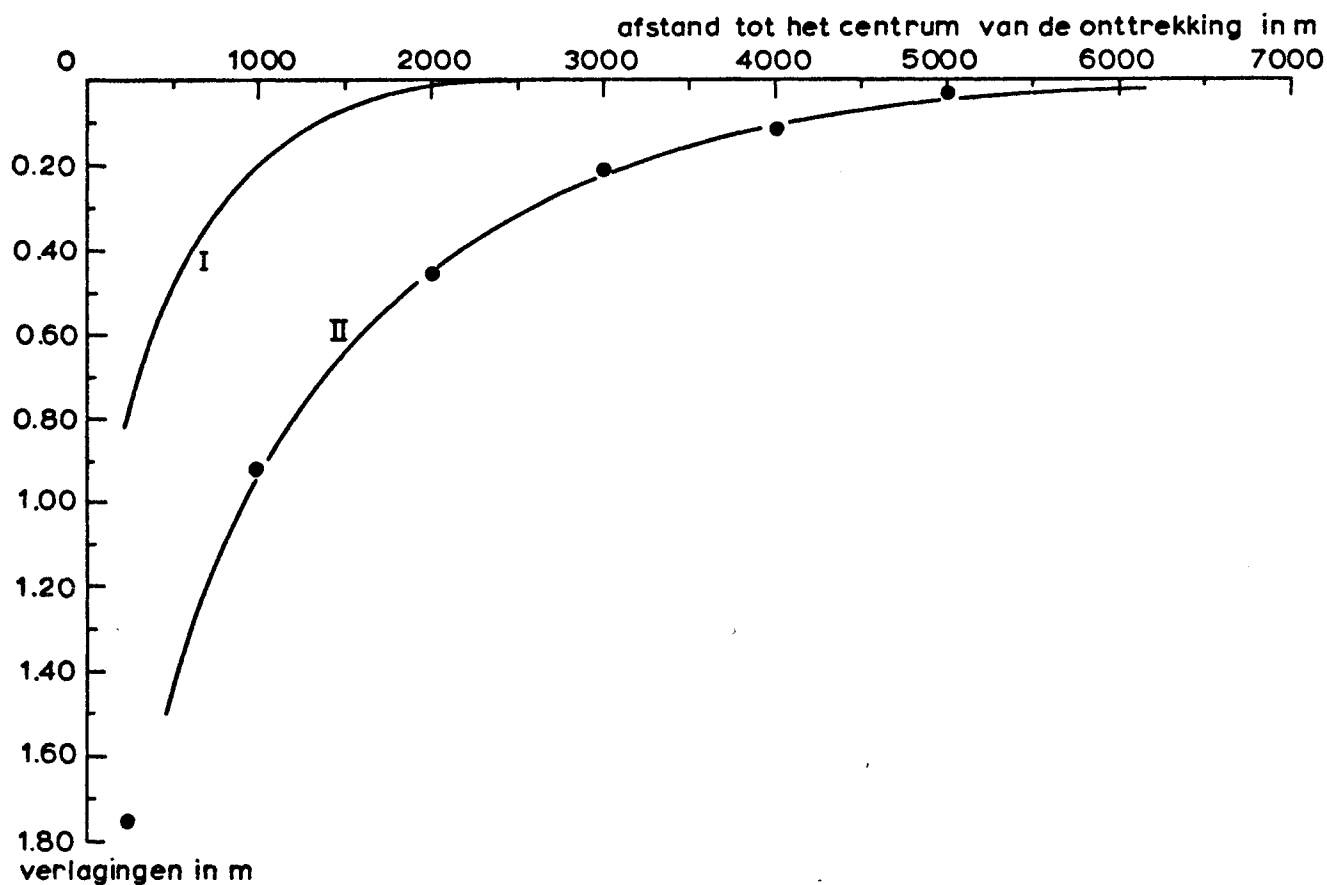


Bijlage 2. De getrokken lijnen geven de verwachte daling van het on-
diepe grondwater aan volgens WIT en DE RIDDER bij een
onttrekking van $2,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ per jaar. De gebroken lijnen
geven de uit grondwaterstandsmeting afgeleide daling,
omgerekend naar dezelfde onttrekking

waterstands dalingen bij het pompstation 't Klooster. Beide prognoses maken gebruik van vergelijking (2) om uit de grondwaterstandsdalingen tijdens de pompproef te berekenen dat $kD = 3400 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$. Dit is wat lager dan in vergelijking (3) is berekend. Het verschil is vermoedelijk wel te verklaren uit de onnauwkeurigheid van beide bepalingen. Toch zou een systematisch verschil moeten optreden als vergelijking (2) wordt toegepast op de verlagingen tijdens een pompproef of op die als gevolg van een al jaren aanwezige grondwateronttrekking. Vergelijking (2) houdt geen rekening met vermindering van de verdamping en van de afvoer door de sloten. Deze verminderingen ontstaan door de grondwaterstandsdaling. Bij langdurige onttrekkingen zal dit een compensatie van een stukje grondwaterdaling betekenen en in werkelijkheid zullen de grondwaterstandsdalingen wat kleiner zijn dan met vergelijking (2), die alleen voeding uit waterhoudende leidingen aan de grens van het onttrekkingsgebied veronderstelt, worden berekend. Daaruit volgt dat de verlaging van 0,165 m per log-eenheid, die in vergelijking (3) is ingevuld, wat te klein is om aan de vergelijking te voldoen. Daardoor valt de berekende kD -waarde wat te hoog uit.

4. VERGELIJKING VAN DE OPTREDENDE MET DE VERWACHTE VERLAGINGEN

De eerste prognose (WIT en DE RIDDER, niet gedateerd) berekent voor de maximale onttrekking van de eerste vier in gebruik genomen pompputten, welke onttrekking in 1972 nog niet was bereikt, een grondwaterstandsverlaging zoals aangegeven op Bijlage 2. Tevens is de verlaging aangegeven, die bij maximale opbrengst van de vier pompputten volgens fig. 3 optreedt. Dichtbij het pompstation is deze verlaging wat kleiner dan volgens de prognose, wellicht ook als gevolg van de hierboven aangegeven oorzaak. Op grotere afstand tot het pompstation worden de verschillen groter. Een belangrijke oorzaak hiervoor lijkt, dat bij de prognose de buitenste grens van de invloed van de onttrekking werd aangepast aan de loop van 's zomers waterhoudende leidingen.



Bijlage 3. ● = gemiddelde verlaging van het ondiepe grondwater afgeleid uit grondwaterstandsmetingen, omgerekend naar een onttrekking van $5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ per jaar

lijn I = de resterende verlagingen aan het einde van een winterhalfjaar volgens het rapport 'Waterwinplaats Het Klooster' (RID, 1965) bij een onttrekking van $5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ per jaar

lijn II = de verlagingen aan het eind van een normale zomerperiode, volgens dezelfde bron als lijn I

De tweede prognose (R. I. D., 1965) verwerkt een schatting van het gedeelte van de neerslag, dat de voeding voor de grondwaterwinning gaat vormen, in de berekening. Aangenomen wordt dat in de zomer geen voeding beschikbaar is en dat het jaarlijks neerslagoverschot in zijn geheel 's winters beschikbaar komt. Dat door de grondwaterstandsverlagingen dit neerslagoverschot door vermindering van de verdamping kan toenemen, is niet in de beschouwingen betrokken. Op Bijlage 3 is een samenvatting van de tweede prognose gegeven. Er blijkt uit dat aan het eind van het winterhalfjaar een aanzienlijk kleinere verlaging wordt verwacht dan aan het eind van een zomerhalfjaar. Op Bijlage 3 is ook aangegeven welke verlaging volgens fig. 2 behoort bij de geldende onttrekking. Deze gemiddelde verlaging komt vrijwel overeen met die voor het einde van een normaal zomerhalfjaar volgens de tweede prognose en zal dus groter zijn dan de gemiddelde verlaging volgens deze prognose. Aangezien in het betreffende rapport niet expliciet wordt aangegeven hoe de verlagingen zijn berekend is niet na te gaan waar de oorzaak van dit verschil ligt.

5. BEREKENING VAN DE VOEDING

De verlaging van het ondiepe grondwater door grondwateronttrekking kan een lagere oppervlakkige afvoer en een lagere verdamping veroorzaken. In hoeverre dit het geval is kan worden berekend met een model waarin functies voor de berekening van verdamping E , afvoer A en bergingscoëfficiënt μ uit grondwaterdiepte h voorkomen. Hiertoe kan het 15-parameter waterbalansmodel worden gebruikt (VISSER, 1972). De moeilijkheid hierbij is echter dat men alleen de grondwaterstanden tijdens grondwateronttrekking kent. De dag voor dag berekening hiervan zou moeten verlopen als:

$$h_k'' = h_{k-1}'' - \frac{N_k - A_k'' - E_k'' - (A_k' - A_k'' + E_k' - E_k'')}{\mu_k''} \quad (4)$$

Hierin geeft een enkel accent de toestand voor het begin der grond-

wateronttrekking weer, het dubbele accent de toestand daarna.

A'_k en E'_k zijn echter onbekend. De grondwaterstandsverlaging v_k kan echter met vergelijking (2) worden berekend als Q_k bekend is.

Het principe van het aangepaste model van de waterbalans wordt dan:

$$h''_k + v_k = h''_{k-1} + v_{k-1} - \frac{N_k - A'_k - E'_k}{\mu_k} \quad (5)$$

Het gebruikte model wijkt verder van het bekende waterbalans-model af doordat de term voor drainage door ondiepe, dichtbij elkaar gelegen sloten is geschrapt omdat in de omgeving van het pompstation nauwelijks van open afvoer sprake is.

De dagelijkse verlagingen van het ondiepe grondwater worden berekend als:

$$v_{k1} - v_{ko} = \frac{Q_k \ln\left(\frac{r_o}{r_1}\right)}{2\pi kD} \quad (6)$$

waarin r_1 de afstand van het pompstation is tot de plaats waar een verlaging v_1 optreedt. r_o is de buitengrens van de invloedssfeer van het pompstation. De hier optredende verlaging v_o is te verwaarlozen, zodat:

$$v_k = \frac{Q_k \ln\left(\frac{r_o}{r_1}\right)}{2\pi kD} \quad (7)$$

Door V_k te berekenen uit Q_k als daggemiddelde voor de achtereenvolgende maanden met behulp van vergelijking (7) kan men vervolgens door optelling van deze uitkomsten bij de gemeten grondwaterstanden het grondwaterstandsbeloop voor de jaren 1969 tot en met 1972 berekenen alsof geen grondwateronttrekking zou hebben bestaan.

Voor de parameters in de functies voor de berekening van afvoer, verdamping en bergingscoëfficiënt kunnen nu oplossingen worden gevonden door minimalisatie van de kwadraatsom van de af-

wijking tussen de op $Q = 0$ herleide gemeten grondwaterstanden en de met het model berekende grondwaterstanden (BLOEMEN, 1972). Met deze parameterwaarden kunnen afvoersommen en verdampings-sommen uit de gemeten grondwaterstanden en uit de op $Q = 0$ herleide grondwaterstanden worden berekend, evenals de verschillen $A_k' - A_k''$ en $E_k' - E_k''$ in vergelijking (4).

In tabel 2 is voor vijf meetpunten van het ondiepe grondwater in de omgeving van het pompstation het resultaat van deze berekeningen samengevat. Er blijkt uit dat het neerslagoverschot dat het grondwater bereikt toeneemt als de opbrengst van het pompstation groter wordt en als de afstand tot het pompstation kleiner wordt. De twee cijfers bij elke balansterm, op 250 m van de put gelegen, stellen twee waarnemingspunten voor, die onderling wat afwijken mogelijk door bodemheterogeniteit, vereffenings-onnauwkeurigheden of verschil in hydrologische omstandigheden.

Tabel 2. De vermindering van verdamping, afvoer en de grootte van de voeding bij toenemende opbrengst van het pompstation en op verschillende afstand daarvandaan

Jaar		1969	1970	1971	1972
Opbrengst pompst. $Q \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$		1870	2620	4080	4830
$\sum(E' - E'')$ mm/jaar	op 200 m	23	55	85	94
	250 m	44	70	124	120
	600 m	34	52	95	87
	1150 m	21	35	66	60
	1725 m	1,6	2,6	3,7	4,1
$\sum(A' - A'')$ mm/jaar	op 200 m	49	53	88	102
	250 m	56	76	111	144
	600 m	47	63	89	120
	1150 m	30	44	72	85
	1725 m	2,0	3,0	5,3	5,8
$\sum(E' - E'') + \sum(A' - A'') = P$ mm/jaar	op 200 m	72	108	173	196
	250 m	100	136	235	264
	600 m	81	115	194	207
	1150 m	47	79	139	145
	1725 m	3,6	5,6	9,0	9,9
$P \text{ mm} \cdot \text{etm}^{-1}$ Voeding	op 200 m	0,204	0,316	0,455	0,528
	250 m	0,275	0,372	0,640	0,721
	600 m	0,217	0,332	0,522	0,550
	1125 m	0,147	0,227	0,378	0,396
	1725 m	0,010	0,013	0,025	0,027

6. DE VOEDING ALS FUNCTIE VAN DE AFSTAND TOT EN DE OPBRENGST VAN HET POMPSTATION

In tabel 2 is het resultaat gegeven van een vijftal steekproeven naar de grootte van de term $E' - E'' + A' - A''$ in mm. Gerekend over het gehele oppervlak waar het pompstation zijn invloed doet gelden moet deze hoeveelheid gelijk zijn aan de opbrengst van het pompstation. Alleen de regelmatige toename van de opbrengst van jaar tot jaar kan een verschil veroorzaken omdat hierdoor water uit de grondwaterberging wordt onttrokken. Aangenomen wordt dat deze hoeveelheid gemiddeld per dag verwaarloosbaar klein is. Om te kunnen beoordelen of de in tabel 2 gegeven waarden van $P \text{ m} \cdot \text{etm}^{-1}$ met de grootte van de grondwateronttrekking overeenkomen moet

een veronderstelling worden gedaan over de verdeling van de voeding P over het onttrekkingsgebied. Een gemakkelijk te integreren functie heeft de voorkeur. Aangenomen wordt dat

$$P_r = a e^{-br} \quad (8)$$

waarin P_r de term $E' - E'' + A' - A''$ op de afstand r van de pomp-put voorstelt. a en b zijn constanten. Om te kunnen berekenen hoe groot het totaal van P_r is over het gehele onttrekkingsgebied moet geïntegreerd worden naar P_r en naar r . Aangenomen wordt weer dat het onttrekkingsgebied cirkelvormig is met een straal R en met het pompstation in het centrum. De herhaalde integraal wordt geschreven als

$$\sum P = \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^R a e^{-br} r dr \right\} d\varphi \quad (9)$$

De oplossing luidt

$$\sum P = 2\pi \left(-\frac{a}{b} R e^{-bR} - \frac{a}{b^2} e^{-bR} + \frac{a}{b^2} \right) \quad (10)$$

Tabel 3. Functiewaarden voor $P_r = a e^{-br}$ in mm. etm^{-1} . $R = 4800$ m

Nr.	a		b		r in meters					$\sum P$ m^3
	m. etm^{-1}		m^{-1}		100	1000	2000	3000	4000	
1	0,00015	0,00122	0,398	0,132	0,0392	0,0116	0,0034	1898		
2	0,00035	0,0010825	0,314	0,119	0,0404	0,0137	0,0047	1876		
3	0,000313	0,001	0,283	0,115	0,0420	0,0156	0,0057	1965		
4	0,00026	0,0009	0,238	0,106	0,0430	0,0170	0,0070	2016		
5	0,00022	0,00083	0,203	0,097	0,042	0,0188	0,0083	2054		

In tabel 3 zijn enige combinaties van waarden voor a en b in verg. (8) gegeven, die voor het jaar 1969 de waarde van $\sum P$ in vergelijking (9) over een oppervlak met een straal van 4800 meter gelijk berekenen aan de gemiddelde dagelijkse opbrengst van het pompstation, namelijk 1870 m^3 per etmaal. De tweede van deze combinaties levert blijkens figuur 4 een kromme, die het beste

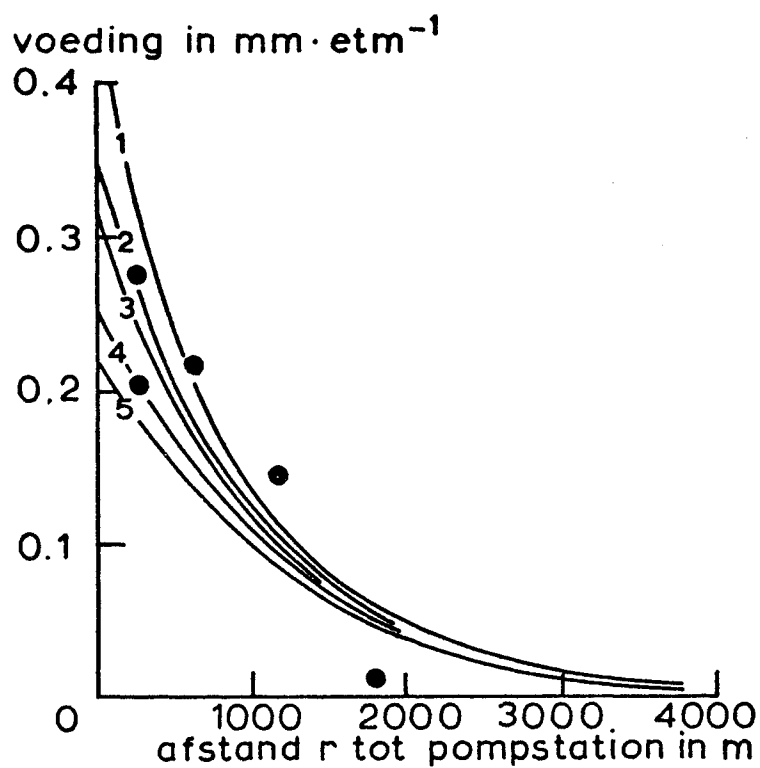


Fig. 4. De voeding P als functie van de afstand r tot het pompstation met verschillende waarden van a en b in $P_r = a e^{-br}$, volgens nrs. 1 t/m 5 in tabel 3. $R = 4800$ meter
 ● = voor grondwaterstandsm Meetpunten berekende voeding

past bij de steekproeven naar de grootte van de voeding, zoals berekend met het waterbalansmodel. De afwijkingen van de steekproeven ten opzichte van een gemiddelde kromme kunnen verklaard worden door het niet homogeen zijn van het gebied en door onnauwkeurigheid van de parameterwaarden, die gebruikt zijn in het waterbalansmodel. Van belang is ook dat van de tweede combinatie de grenswaarde, berekend als

$$(L \infty R) \sum P = \frac{2 \pi a}{b^2} \quad (11)$$

niet noemenswaardig hoger is dan $\sum P$ berekend met $R = 4800\text{m}$. Ook in de volgende drie jaren is met $b = 0,0010825$ de totale voeding en het verloop daarvan vanuit het centrum van het onttrekkingsgebied naar buiten goed te berekenen. De waarde van a neemt dan uiteraard toe met de grootte van de onttrekking. In tabel 4 zijn de waarden voor a opgegeven die bij benadering passen bij de opbrengst van het pompstation in de jaren 1969 tot en met 1972.

Tabel 4. De waarde van a in $P_r = a e^{-br}$. $b = 0,0010825$

Jaar	a m. etm^{-1}	$R = 4800$	$\sum P$ $R = \infty$	Opbr. pompst. m^3/dag als mnd. gem.
1969	0,000350	1860 m^3	1876 m^3	1870 m^3
1970	0,000490	2604	2626	2620
1971	0,000765	4065	4099	4080
1972	0,000905	4809	4850	4830

7. DE VOEDING OPGENOMEN IN HET WATERBALANSMODEL

In de voorgaande paragrafen is gebleken dat een directe bepaling van de verlaging van het ondiepe grondwater door het pompstation Het Klooster uit grondwaterstandsmetingen mogelijk was, doordat de opbrengst van het pompstation in het verloop van vier jaar nogal was toegenomen. Verder bleek dat deze verlagingen in

het waterbalansmodel kunnen worden ingevoerd en dat dan de voeding van de onttrekking door toename van de hoeveelheid neerslag, die het grondwater bereikt, als functie van de afstand tot het pompstation kan worden berekend. Deze was in overeenstemming met de grootte van de onttrekking.

De betekenis hiervan is dat, als men de procedure omkeert, met het waterbalansmodel voor een punt waar geen onttrekking plaatsvindt en waarvan de waarden, die de parameters in het model hebben, bekend zijn de verlaging van het ondiepe grondwater kan worden berekend, die zou optreden als een bekende hoeveelheid water op een afstand r zou worden onttrokken. Tot nu toe was de moeilijkheid hier dat dan de grootte van de voeding op een gegeven afstand niet bekend was. Nu blijkt dat deze met de twee parameters a en b in vergelijking (8) berekend kan worden. Deze zijn onbekend. Uit vergelijking (11) volgt echter dat de parameter a vervangen kan worden door de parameter O , d.i. de verwachte opbrengst van het te stichten pompstation, want

$$a = \frac{O b^2}{2\pi} \quad (12)$$

dus

$$P_r = \frac{O b^2}{2\pi} e^{-br} \quad (13)$$

Er blijft dus ter bepaling alleen de parameter b over. De fysische betekenis hiervan wordt duidelijk uit een beschrijving van de voeding met

$$P_r \approx \frac{O}{2\pi kD(w+c)} K_0 \frac{r}{\sqrt{kD(w+c)}} \quad (14)$$

waarin w de drainageweerstand in de bovenlaag is en c de verticale weerstand in een tussenlaag voorstelt (ERNST, persoonlijke mededeling). Deze beschrijving geldt voor niet te kleine afstand r tot de pompput en dan kan tevens de volgende omrekening worden toegepast:

$$2 e^{-1,5 x} \approx K_0(x) \quad (15)$$

zodat

$$P \approx \frac{0}{\pi kD(w+c)} e^{\frac{-1,5 r}{\sqrt{kD(w+c)}}} \quad (16)$$

Voor b in vergelijking (13) geldt dus

$$b = \frac{1,5}{\sqrt{kD(w+c)}} \quad (17)$$

en dat a in b wordt uitgedrukt is in overeenstemming met vergelijking (14) want

$$a = \frac{0,25}{2\pi kD(w+c)} \approx \frac{0}{\pi kD(w+c)} \quad (18)$$

Voor het pompstation Het Klooster werd gevonden dat $b = 0,0010825 \text{ m}^{-1}$. Een eenvoudige berekening wijst uit dat dit een reële waarde is.

Door pompproeven werd gevonden dat $kD = 3400 \text{ m}^2 \text{ etm}^{-1}$. Voor de verticale weerstand c kan een schatting worden gedaan doordat van twee punten waar de voeding is berekend (op 200 m en op 600 m afstand, vergelijk tabel 2) behalve ondiepe ook diepe grondwaterstanden bekend zijn. Uit over vier jaren berekende verschillen tussen de stijghoogte H van het diepe en de stijghoogte h van het ondiepe grondwater volgde volgens

$$c = \frac{H - h}{P} \quad (19)$$

waarin P de berekende voeding voorstelt, dat de verticale weerstand $c = 425$ dagen. Voor de drainageweerstand w geldt nu

$$\sqrt{w} = \frac{1,5}{\sqrt{kD c}} \quad \text{of} \quad w = \frac{2,25}{kD c} \quad (20 \text{ a en b})$$

hetgeen de schatting $w = 325$ dagen oplevert. Dit is voor hogere zandgronden een normale waarde.

8. EEN REKENVOORBEELD

De term P_r volgens vergelijking (13) neemt in de waterbalans-vergelijking de plaats in van $A'_k - A''_k + E'_k - E''_k$ in vergelijking (4) zodat deze wordt

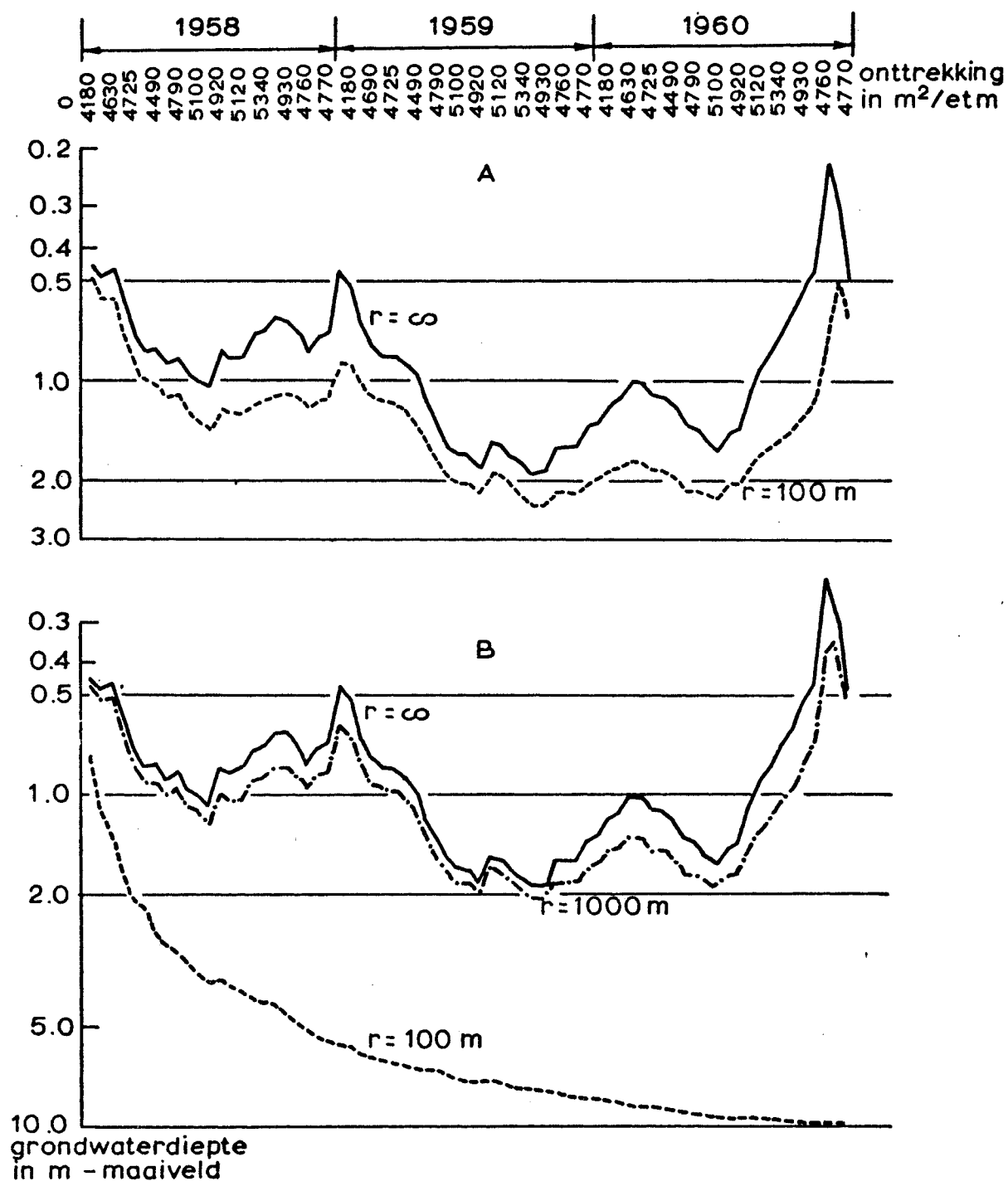
$$h''_k = h''_{k-1} - \frac{N_k - A''_k - E''_k - P_k}{\mu''_k} \quad (21)$$

Als in vergelijking (13) geldt dat $O = 0$ of $r = \infty$ dan betreft het een toestand zonder grondwateronttrekking of een zo grote afstand van het onttrekkingspunt dat geen voeding optreedt. Voor constante of variabele opbrengsten van het fictieve pompstation op willekeurige afstand $r < \infty$ kan de te verwachten grondwaterstands daling worden berekend. Als voorbeeld werd deze berekening uitgevoerd met het gemiddelde van de waarden voor de 15 parameters in het waterbalansmodel die zijn gevonden door minimalisatie van de kwadraatsom van de verschillen tussen gemeten en met het waterbalansmodel herberekende grondwaterstanden (BLOEMEN, 1972).

De waarde van b werd berekend door in vergelijking (17) de kD -waarden volgens een voorlopige kD -waardenkaart (POMPER, 1972) te vermenigvuldigen met een gemiddelde waarde voor de drainageweerstand van 375 dagen, die werd afgeleid uit de waarden die met een afvoermodel werden gevonden door minimalisatie van de kwadraatsom van de verschillen tussen gemeten en met het afvoermodel herberekende afvoeren (BLOEMEN, 1973). De verticale weerstand wordt door deskundigen in Salland van weinig of geen betekenis geacht.

Uit kD -waarden tussen $4000 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ in het noorden van Salland en $800 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ in het zuiden volgt dat de parameter b zal variëren tussen $\pm 0,001$ en $\pm 0,003$.

Met gemiddelde parameterwaarden en $b = 0,001$ en $0,003$ is nu het grondwaterstandsverloop over de jaren 1958 tot en met 1960 berekend voor waarden van r in vergelijking (13) van 100, 1000, 2000, 3000 en 4000 m en een fictieve grondwateronttrekking O beginnend op de eerste dag van de tijdreeks, die overeenkomt met die van het pompstation Het Klooster in 1972. Deze varieerde van $4180 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$



Bijlage 4. Beloop van de grondwaterdiepte over drie jaar met een fictieve grondwateronttrekking zoals aangegeven voor gemiddelde waarden van de bodemeigenschappen in Salland en uiterste waarden voor kD van $4000 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ in het noorden en $800 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ in het zuiden (volgens POMPER, 1972)

in januari tot $5340 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$ in september. In Bijlage 4 zijn de tijdstijghoogtelijnen van het ondiepe grondwater, die voor de gegeven afstanden van een fictief pompstation naar het meetpunt zijn berekend, vergeleken met de tijdstijghoogtelijn voor $O = 0 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$.

Er blijkt uit dat de grondwaterstandsverlaging geen constante waarde heeft maar in perioden met grote neerslagtekorten toeneemt en in perioden met neerslagoverschotten weer voor een deel teniet gaat. Dit is niet geheel in overeenstemming met de opvatting dat de grootte van de seizoenschommelingen van het freatisch oppervlak niet erg beïnvloed zullen worden door grondwateronttrekking met diepe putten, terwijl de daling van dat oppervlak als gevolg van onttrekking gelijk gesteld kan worden aan de verlaging door stationaire stroming naar de put (ERNST, 1971). De oorzaak hiervan moet gezocht worden in de grote fluctuaties in het neerslagoverschot en in de daarmee samenhangende uitputting van het grondwaterreservoir. De grootte van de onttrekking speelt hierin uiteraard ook een belangrijke rol. In Bijlage 4 blijkt dat een grondwaterwinning van de grootte van die van Het Klooster in 1972 in het zuiden van Salland tot een steeds toenemende uitputting van het grondwaterreservoir in de omgeving van het pompstation zou leiden. In fig. 5 is weergegeven hoe de verlaging van het ondiepe grondwater al zou zijn geweest na de extreme droogte in 1959 en 1960, als de onttrekking op 1 januari 1958 zou zijn begonnen. Het verschil tussen potentiële winplaatsen met hoge en met lage kD -waarden spreekt voor zichzelf.

Uit vergelijking (13) volgt dat bij een onttrekking van gemiddeld $4800 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$ en $b = 0,003$ de voeding op een afstand van minder dan $\pm 500 \text{ m}$ van een pompstation meer dan $1,5 \text{ mm} \cdot \text{etm}^{-1}$ zou moeten bedragen en zelfs tot bijna 7 mm zou moeten oplopen op zeer korte afstand. De grootst mogelijke voeding, d. i. het gemiddeld neerslagoverschot bij zeer diepe grondwaterstanden zal echter niet veel meer dan $1,5 \text{ mm} \cdot \text{etm}^{-1}$ bedragen. De onttrekking van $4800 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$ zal daarom in het zuiden van Salland onmogelijk zijn. Als de grootte van de maximale voeding die mogelijk is het enige criterium zou zijn, dan zou de maximale opbrengst van een geprojecteerd pompstation kunnen worden berekend als:

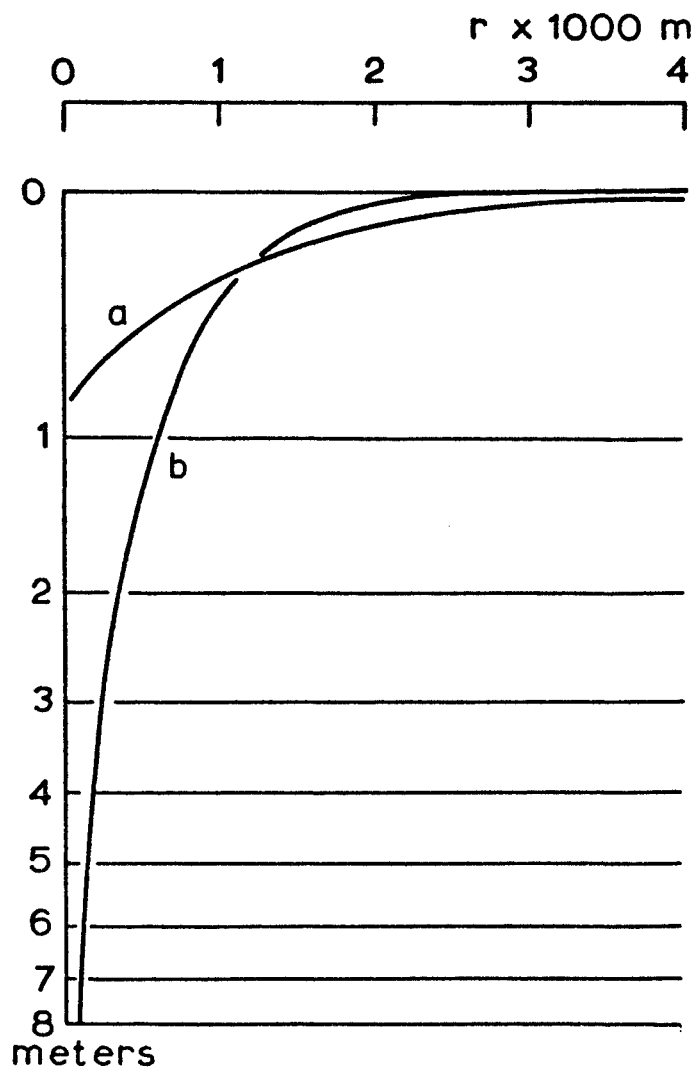


Fig. 5. De verlaging van het ondiepe grondwater op toenemende afstand r van een fictief pompstation en berekend voor gemiddelde waarden voor de bodemeigenschappen in Salland en de uiterste waarden voor kD van $4000 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ in het noorden (a) en $800 \text{ m}^2 \cdot \text{etm}^{-1}$ in het zuiden (b). Drainageweerstand is 375 dagen, verticale weerstand is te verwaarlozen

$$O = \frac{a}{b^2} \tilde{\pi} \quad (22)$$

Als het maximaal gemiddeld neerslagoverschot $1,5 \text{ mm} \cdot \text{etm}^{-1}$ zou zijn dan is in het geval B van fig. 5 deze maximale opbrengst $\pm 1000 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$, in het geval A $\pm 9400 \text{ m}^3 \cdot \text{etm}^{-1}$.

9. SAMENVATTING EN CONCLUSIE

Het is mogelijk om met een model van de waterbalans waarin een functie voor de voeding van een grondwateronttrekking voorkomt, de daling van het ondiepe grondwater afhankelijk van de afstand tot en de capaciteit van een fictief pompstation te voorspellen, uitgaande van de veronderstelling dat het gebied homogeen is. Deze voorspelling kan worden gegeven voor verschillende seizoenen en voor gemiddelde of afwijkende klimatologische omstandigheden. De voorgaande beschouwing heeft betrekking op gebieden waarin het grondwater freatisch is.

Voorwaarde voor de berekening is dat de parameters in het toegepaste model bekend zijn. Ook in de functie voor de voeding komt een parameter voor waarvan de passende waarde voor potentiële waterwinplaatsen moet worden bepaald. Daarvoor is plaatselijk onderzoek nodig. In beginsel is het mogelijk om alle van belang zijnde parameters te bepalen door minimalisatie van de kwadraatsom van het verschil tussen met een model berekende en ter plaatse van het geprojecteerde pompstation gemeten grondwaterstanden. In dit model moeten behalve de parameters voor drainage, verdamping en berging ook die voor laterale stroming door de watervoerende laag en voor verticale stroming vanuit een afdekkende laag voorkomen. Dat betekent dat potentiaalverschillen in de richting van de helling van het freatisch vlak moeten worden gemeten, evenals potentiaalverschillen tussen het diepe en het ondiepe grondwater.

Dat nog geen techniek beschikbaar is waarbij de correlatie van parameterinvloeden geen effect op de parameteroplossingen heeft, zodat deze eenduidig zijn, is een nadeel dat kan worden opgevangen door de waarnemingen bij potentiële waterwinplaatsen in meervoud

te doen en met het gemiddelde van de parameteroplossingen te werken.

LITERATUUR

- BLOEMEN, G. W. 1972. Een numerieke oplossing van de parameters in de waterbalansvergelijking I. Nota ICW 664.
- _____, 1973. Een numerieke oplossing van de parameters in de waterbalansvergelijking II. Nota ICW 726.
- ERNST, L. F. 1971. Analysis of groundwater flow to deep wells in areas with a non-linear function for the subsurface drainage Journ. of Hydr. 14: 158-180.
- _____, N. A. DE RIDDER and J. J. DE VRIES. 1970. A geohydrologic study of East Gelderland (Netherlands). Geologie en Mijnbouw 49, 6.
- KRUSEMAN, G. P. and N. A. DE RIDDER. 1970. Analysis and evaluation of pumping test data. Intern. Inst. for Land Recl. and Impr. Bulletin 11.
- POMPER, A. B. Toelichting bij een voorlopige kD-waardenkaart van Salland. Nog niet gepubliceerd.
- R. I. D. 1965. Waterwinplaats 'Het Klooster' van de N. V. Waterleiding Oostelijk Gelderland.
- VISSER, W. C. 1972. Mathematisch onderzoek naar de watertoe- deling aan landbouw en waterwinning en de waterschapstaak daarbij. Comm. voor Hydr. Onderz.
- WIT, K. E. en N. A. DE RIDDER. Geohydrologisch onderzoek naar de te verwachten daling van de grondwaterstand tengevolge van de waterwinning in een te stichten pompstation in Kloosterbos, gem. Hengelo (Geld.). Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding. Niet gedateerd.