

hoe grondwater stroomt en waarom, en wat wel een effect op de stroming heeft en wat niet. Zoals Haitjema op een politiek correcte manier schrijft in de inleiding: "More often than not, the enthusiastic groundwater modeler loses himself or herself in the overwhelming complexity of the hydrogeology and the effort to include it all in the model ...because (it) exists, not because (it) matters.". Hij presenteert eerst een stapsgewijze aanpak voor het bouwen van grondwatermodellen en geeft daarna een groot aantal voorbeelden om de lezer duidelijk te maken wat 'matters' en wat niet. Zo behandelt hij achtereenvolgens het effect op de grondwaterstroming van de heterogeniteit van het watervoerende pakket, de (horizontale) variatie van de grondwateraanvulling en tijdsafhankelijke randvoorwaarden. Dit resulteert in een dertiental genummerde en een groot aantal ongenummerde regels voor het bouwen van een goed grondwatermodel. Deze regels zijn toepasbaar voor alle grondwatermodellen en dat maakt het boek ook interessant voor modelleers die andere methoden prefereren.

Mark Bakker

Jaco van Kooten (1996) Advective-Dispersive Contaminant Transport towards a Pumping Well; Proefschrift ter verkrijging van de graad van doctor aan de Landbouwniversiteit Wageningen.

Dit proefschrift is de weergave van het werk dat Jaco van Kooten gedurende vier jaar heeft verricht aan de Afdeling Wiskunde van de Landbouwniversiteit Wageningen. Het betrof een project gesubsidieerd door de Stichting Technische Wetenschappen (STW) met als doel theoretisch een methode verder te ontwikkelen om het effect van transversale dispersie te bepalen bij de berekening van intrekgebieden van een puttenveld. Wat is de kans dat een vervuiliingsdeeltje losgelaten in het intrekgebied van een put toch de separatrix (de scheidslijn tussen wel-, niet-aangetrokken worden door de put) overschrijdt door het effect van transversale dispersie (kleine bewegingen loodrecht op de stroomrichting)? Zie de figuur. Een tweede deel van dit project was het operationaliseren van deze theoretische kennis in een computerprogramma dat door derden gebruikt zou kunnen worden. Dat laatste betekende dat er veel aandacht besteed zou moeten worden aan instructie en documentatie voor een potentiële gebruiker. In al deze opzichten is de auteur voortreffelijk geslaagd.

Het proefschrift is een collectie van een vijftal artikelen, waarvan drie theoretisch, één de beschrijving van het programma ECOWELL, en één een toepassing op een praktijksituatie, namelijk het beschermingsgebied bij het pompstation Lochem.

Het onderwerp waar het in dit proefschrift voornamelijk om gaat is het volgende. Beschouw de bekende standaard convectie-dispersie vergelijking in 2 dimensies

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \sum_{i=1}^{i=2} \frac{\partial}{\partial y_i} (v_i c) + \sum_{i=1}^{i=2} \sum_{j=1}^{j=2} \frac{\partial}{\partial y_i} (D_{ij} \frac{\partial c}{\partial y_j}),$$

waarbij

$c(y,t)$ de concentratie op plaats y en tijdstip t ,

$D_{ij} = a_T |v_j| \delta_{ij} + (a_L - a_T) v_i v_j / |v|$, de dispersie-tensor, met

$|v|$ de lengte van de snelheidsvector, $\delta_{ij} = 1$, $i = j$, $\delta_{ij} = 0$, $i \neq j$, en

a_T de transversale, a_L de horizontale dispersiviteit.

Deze partiële differentiaalvergelijking kan nu worden geschreven als

$$\frac{\partial c}{\partial t} = M c,$$

met

$$M c = - \sum_{i=1}^{i=2} \frac{\partial}{\partial y_i} (a_i(y) c) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=2} \sum_{j=1}^{j=2} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} (b_{ij}(y) c),$$

waarbij

$$a_i = v_i + \frac{\partial}{\partial y_i} D_{ij}, \quad b_{ij} = 2D_{ij},$$

Deze vergelijking kan worden opgevat als een beschrijving van een 'random walk' proces. Als $p(y,t|x)$ de verdelingsfunctie is voor een deeltje losgelaten in het punt $x \in \mathbb{R}^2$, dan voldoet p aan:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = M p, \quad p(y,0|x) = \delta(x-y).$$

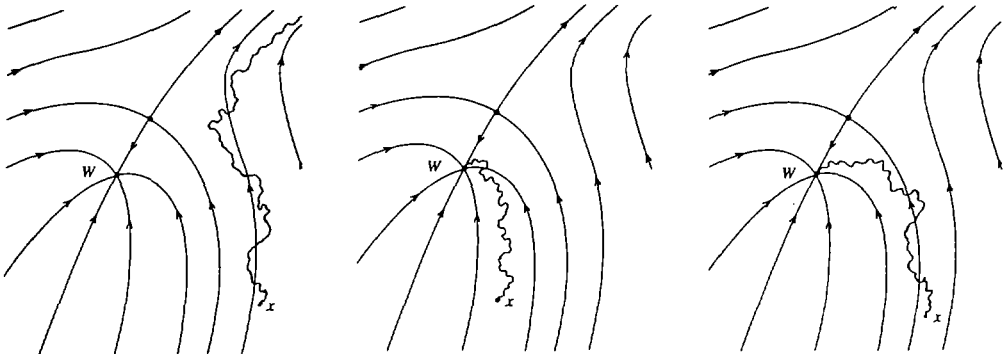
In deze vorm staat de vergelijking bekend onder de naam van Fokker-Planck vergelijking, of ook de 'forward Kolmogorov' vergelijking. Van belang is nu ook de volgende vraag. Gegeven dat een deeltje wordt aangetroffen op tijdstip t op plaats y , wat is dan zijn beginpositie geweest? De verdelingsfunctie $p(y,t|x)$ voldoet aan de 'backward Kolmogorov' vergelijking

$$\frac{\partial c}{\partial t} = L c, \text{ met } L \text{ de geadjungeerde operator}$$

t.o.v. M ,

$$L c = M^* c$$

$$= - \sum_{i=1}^{i=2} a_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} c + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=2} \sum_{j=1}^{j=2} b_{ij}(x) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} c.$$



Verontreiniging losgelaten buiten intrekgebied

Verontreiniging losgelaten binnen intrekgebied

Verontreiniging losgelaten dichtbij scheidende stroomlijn

Let op, de differentiaties zijn nu met betrekking tot de x -variabele. Al eerder heeft Uffink technieken vanuit de hoek van de stochastische differentiaalvergelijkingen toegepast op dit transportprobleem (Uffink (1989, 1990)). Met behulp van deze operator kan worden afgeleid dat de waarschijnlijkheid u dat een deeltje losgelaten in een punt $x \in \Omega$, een gebiedje in \mathbb{R}^2 , dat gebiedje verlaat door een gedeelte van de rand $\partial\Omega_1$, voldoet aan

$$\begin{aligned} Lu &= 0, \quad x \in \Omega, \text{ met} \\ u &= 1, \quad x \in \partial\Omega_1, \\ u &= 0, \quad x \in \partial\Omega/\partial\Omega_1 \text{ (dat is dus de} \\ &\text{overgebleven rand).} \end{aligned}$$

Voortbouwend op het werk van de initiator Grasman met zijn medewerkers Van der Hoek en Van Herwaarden (zie Referenties) heeft de auteur in zijn eerste artikel adsorptie en eerste orde afbraak meegenomen. In zijn tweede artikel leidt hij behalve de voorspelling over de gemiddelde aankomsttijd van een vervuiliingsdeeltje bij een put ook de bijbehorende variantie af en bepaalt hij in feite de aankomstverdeling door middel van het aangeven hoe de momenten berekend zouden kunnen worden.

Hoofdstuk 3 bevat een nieuw element. Van Kooten representeert de oplossing van de convectie-diffusie vergelijking waaraan gekoppeld is een gewone differentiaalvergelijking die de overgang beschrijft van vaste naar opgeloste fase, volledig in termen van een soort convolutie-integraal van de oplossing van de vergelijking met instantane adsorptie (dat is dus de bekende transportvergelijking) met de Bessel-functies I_0 of I_1 . Dit soort integralen duikt ook al op in het werk van De Smedt & Wieringa (1979) en andere auteurs. Van Kooten toont echter aan dat deze expressies ook blijven gelden indien de snelheid en de dispersie-coëfficiënt plaatsafhankelijk zijn. Dit heeft grote consequenties. Zo kan men bijvoorbeeld een gecompliceerd convectie-dispersie probleem

met plaatsafhankelijke coëfficiënten (waarschijnlijk noodgedwongen) numeriek oplossen en bewaren. Met behulp van de formules van Van Kooten kan dan de oplossing van het volledige stelsel (dus met kinetische adsorptie) bepaald worden. In formule vorm: als gegeven is het stelsel

$$\frac{\partial c}{\partial t} = Mc - k_1 c + k_2 s, \quad \frac{\partial s}{\partial t} = k_1 c - k_2 s,$$

met begin-, en randvoorwaarden, dan kan de oplossing hiervan worden gevonden in termen van de oplossing van het probleem

$$\frac{\partial c}{\partial t} = Mc, \text{ met begin- en randvoorwaarden.}$$

Dit is een technisch diepgravend proefschrift. Het staat vol met formules en dat zal de gemiddelde hydroloog wel niet zo aanspreken. Als het daar bij zou zijn gebleven, dan zou wellicht de methode in schoonheid zijn gestorven en niet ten nutte zijn gekomen van de hydrologische wereld, want wie gaat er nu dergelijke gecompliceerde formules implementeren in zijn eigen werk? De enige die daarvoor in aanmerking komt is natuurlijk de auteur zelf en gelukkig heeft hij dat ook, samen met Oscar Buse gedaan. Dit was in feite ook de opdracht van STW. Er is dus nu een programma (ECOWELL) beschikbaar, dat al deze theoretisch ontwikkelde kennis dienstbaar laat zijn aan praktijksituaties. En daarmee mogen wij het Wageningse team feliciteren.

De levering van ECOWELL verloopt via het hydrologische software-house IGWMC (International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, Colorado 80401-1887, USA, phone (303)2733103, fax (303)3842037). De prijs voor deze PC-versie bedraagt \$ 250.-. Vereist is een coprocessor en 4 MegaByte intern geheugen. Het programma draait ook onder Windows.

Referenties

De Gee, M., J. Grasman, J.J.A. van

Kooten en O.A. Buse (1995) Voorspelling van de mate van verontreiniging van opgepompt grondwater; in: *H₂O*, jrg 28, nr 15, pag 463–464.

Herwaarden, O.A. van (1994) Spread of pollution by dispersive groundwater flow; in: *SIAM J. of Appl. Math.*, jrg 54, nr 1, pag 26–41.

Herwaarden, O.A. van en J. Grasman (1991) Dispersive groundwater flow and pollution; in: *Math. Models and Methods in Appl. Sci.*, jrg 1, pag 61–81.

Hoek, C.J. van der (1992) Contamination of a well in a uniform background flow; in: *Stochastic Hydrol. Hydraul.*, jrg 6, pag 191–208.

Smedt, F. de en P.J. Wieringa (1979) A Generalized Solution for Solute Flow in Soils With Mobile and Immobile Water; in: *Water Resources Research*, jrg 15, nr 5, pag 1137–1141

Uffink, G.J.M. (1989) Application of Kolmogorov's backward equation in random walk simulation of groundwater contaminant transport; in: Kobus en Kinzelbach (red) *Contaminant Transport in Groundwater*; Symposium Stuttgart, Balkema, Rotterdam, pag 283–289.

Uffink, G.J.M. (1990) Analysis of dispersion by the random walk method, Academische Proefschrift, Technische Universiteit Delft.

E.J.M. Veling