

---

# “Representative Elementary Watershed” (REW) modellering voor regen-afvoer-simulatie in natuurlijke stroomgebieden

## Deel 1: Modelstructuur

Tom Rientjes  
Paolo Reggiani

---

### 1 Inleiding

In het Nationaal Onderzoeks Programma Klimaatverandering (NOP-II, 2001) wordt de verwachting uitgesproken dat rond 2050 de hoeveelheid regen in de winter zal toenemen met 6 tot 12%. Dit betekent dat Nederland vaker geconfronteerd gaat worden met extreem hoge rivierafvoeren zoals die sinds 1993 al vaker zijn voorgekomen. Om potentiële overstromingssituaties te voorkomen zijn wij genoodzaakt nu al maatregelen te treffen. Een belangrijk aspect vormt de vraag wat deze (extra) regen voor onze afvoeren zal betekenen in termen van “hoeveel regenwater komt tot afvoer” en “wat betekent dit voor de piek-afvoeren”. Voor het fysisch realistisch simuleren van toekomstige hoogwaterafvoeren moeten modellen gehanteerd worden waarmee het werkelijke afvoergedrag van een stroomgebied gesimuleerd kan worden. In Dunne (1978) is beschreven dat afvoerproductie in een stroomgebied hoofdzakelijk in de ondergrond wordt gegenereerd. Processen van groot belang zijn b.v. infiltratie, exfiltratie, natuurlijke aanvulling, onverzadigde en verzadigde stroming en verzadigde ‘overland flow’ aan het landoppervlak. Een korte beschrijving van het afvoergedrag en afvoerprocessen is gegeven in Rientjes en Zaadnoordijk, (2000). In hetzelfde artikel wordt het gebruik van fysisch gebaseerde regen-afvoer modellen in de afvoerhydrologie besproken. Gesteld wordt dat modelperformance in het algemeen matig is o.a. door hoge data-inputbehoefte, over-parameterisatie en omdat de gangbare Trial en Error modelkalibratie ontoereikend is. Om een aantal van deze beperkende factoren weg te nemen is het REW model ontwikkeld (Reggiani e.a., 1998,1999, 2000; Reggiani en Rientjes, 2003). In dit artikel willen wij het REW-concept bespreken waarbij de aandacht uitgaat naar de gekozen modelstructuur en de ontwikkelde modelvergelijkingen. Internationaal heeft de REW modelbenadering inmiddels al veel aandacht gekregen (zie o.a. Beven, 2001, 2002), nu willen wij deze benadering onder de aandacht brengen van hydrologisch Nederland. Het doel van dit artikel is om het REW-concept te bespreken. Wij hebben getracht

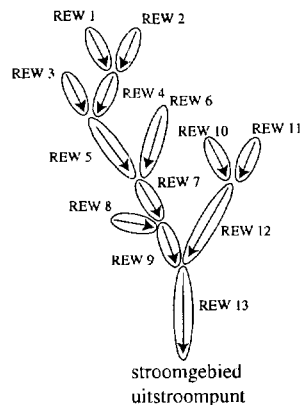
---

**Tom Rientjes** is werkzaam bij de TU Delft, Sectie Hydrologie, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen, Stevinweg 1, 2628 CN Delft, tel (015) 278 42 86, t.rientjes@citg.tudelft.nl. **Paolo Reggiani** is werkzaam bij WL | Delft Hydraulics, Postbus 177, 2600 MH Delft, tel (015) 285 88 82, paolo.reggiani@wldelft.nl.

een (relatief) simpele beschrijving te geven, de complexiteit van het mathematisch model vereist echter dat wij de nodige vergelijkingen hebben moeten opnemen. Een volledige en gedetailleerde beschrijving is opgenomen in Reggiani en Rientjes (2003). In een vervolgartikel willen wij resultaten presenteren van numerieke simulaties voor het stroomgebied van de Geer, een substroomgebied van de Maas.

## 2 Het REW-concept

De ontwikkeling van het vernieuwende fysisch gebaseerde REW-concept is ingegeven door de gedachte dat het mogelijk moet zijn het werkelijke afvoergedrag van een stroomgebied op fysisch realistische grondslag te simuleren zonder dat daarvoor het modeldomein volledig gediscretiseerd moet worden. Gangbare fysisch gebaseerde modellen als MIKE-SHE, (Abbott e.a. 1986), Hillflow (Bronstert, 1999) en Flowsim (Rientjes, 1999) hanteren wel zo'n volledig gediscretiseerd modeldomein en behoren tot de kleine groep van *gedistribueerde fysisch gebaseerde* afvoermodellen. Deze modellen zijn feitelijk gebaseerd op de Freeze en Harlan (1969) "Blueprint" met als hoofdkenmerken dat gebruik wordt gemaakt van een volledig gediscretiseerd modeldomein en mathematische algoritmen gebaseerd op partiële differentiaalvergelijkingen. Een korte beschrijving van deze modellen is gegeven in Rientjes en Zaadnoordijk (1999).



**Figuur 1:** Aggregatie van 13 REW's welke de structuur volgen van een netwerksysteem van rivieren.

In de fysisch gebaseerde REW modellering is voor een fundamenteel andere aanpak gekozen. Nu wordt een stroomgebied opgedeeld in substroomgebieden, de zgn. REW's, en wordt gebruik gemaakt van normale differentiaalvergelijkingen. REW's zijn te interpreteren als grote ruimtelijke schaal eenheden van variabele grootte die onderling verbonden zijn en die een topologische ordening volgen gebaseerd op de structuur van het netwerksysteem van rivieren (zie Figuur 1). Op basis van deze opdeling is het REW-concept geclassificeerd als *semi-gedistribueerd*.

Ruimtelijke begrenzingen van REW's komen overeen met topografische gebiedsgrenzen en representeren substroomgebieden waarin neerslag wordt opgevangen en tot afvoer komt. Aan de bovenkant is een REW begrensd door de atmosfeer terwijl aan de onderkant een waterscheidende laag op een gekozen diepte is gekozen. Het volume van een REW

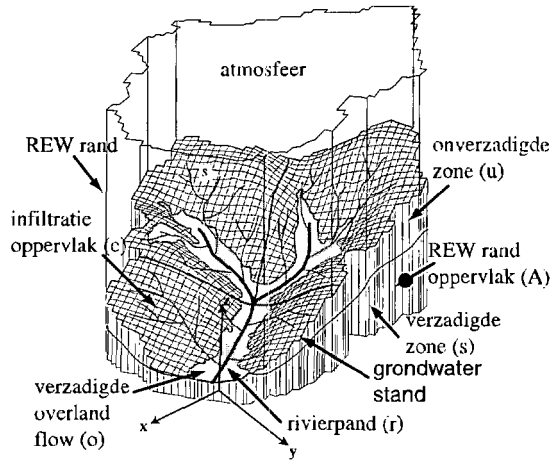
omvat alle deelsystemen die ook in een natuurlijk stroomgebied voorkomen en die van groot belang zijn voor de regen-afvoerrelatie. Onderscheiden deelsystemen zijn 1) de onverzadigde zone, 2) de verzadigde zone, 3) het rivierpand en 4) het 'saturated overland flow' oppervlak. In gangbare Engelstalige literatuur wordt aan dit oppervlak vaak gerefereerd als 'saturation overland flow area' of 'runoff source area'. Een schematische weergave van een stroomgebied opgedeeld in 3 REW's is gegeven in Figuur 2. Voor elk van de deelsystemen wordt de modelstructuur nu kort uitgelegd en worden ontwikkelde balansvergelijkingen voor massa en momentum besproken. De basisvergelijkingen voor kwantificering van massafluxtermen zijn in Tabel 1 opgenomen, voor de momentumtermen worden deze kort besproken. Een volledige en uitvoerige beschrijving is gegeven in Reggiani en Rientjes (2003).

### 2.1 Balansvergelijkingen op de 'mega-schale'

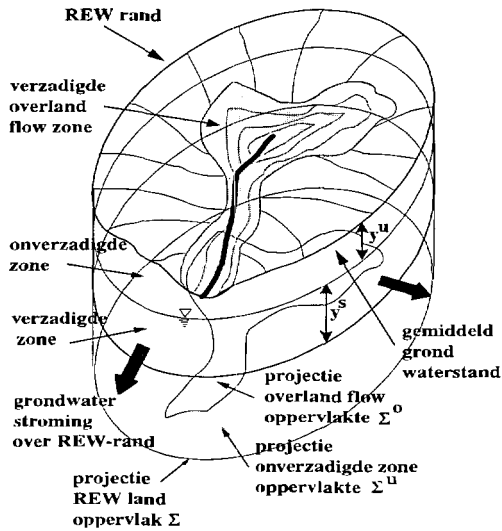
Een belangrijke aanname van het REW-concept is dat balansvergelijkingen van massa, momentum en energie geïntegreerd kunnen worden over het gehele volume van de specifieke deelsystemen. Balansvergelijkingen worden opgesteld voor elk deelsysteem van een REW en resulterende vergelijkingen vormen gewone differentiaalvergelijkingen. Alle balansvergelijkingen voldoen aan de volgende schrijfwijze:

$$\frac{d\psi}{dt} \sum_i e_i^\psi + R + G \quad (1)$$

met  $\psi$  als generieke grootheid zoals massa, momentum of energie,  $e_i^\psi$  een generieke uitwisselingsterm voor  $\psi$ , R een externe bronterm voor  $\psi$ , terwijl G een interne productie-term vormt. De vergelijkingen volgens (1) zijn globale balansvergelijkingen en omvatten geen ruimtelijke informatie. In de vakliteratuur wordt aan dit type vergelijkingen veelal gerefereerd als 'mega-scale' vergelijkingen in navolging van Gray e.a. (1993) De uitwisselingstermen vormen de modelonbekenden en volgen uit een, feitelijk, impliciet toegepaste integratieprocedure over de tijd en ruimteschaal. Voor het parameteriseren van de balansvergelijkingen zijn nu 'constitutive relations' o.t.w. basisvergelijkingen nodig die dienen voor de kwantificering van de modelonbekenden.



**Figuur 2:** 3D view van 3 samengestelde REW's



**Figuur 3:** Schematische 3D weergave van een REW met projecties voor de verzadigde en onverzadigde zone en de overland flow zone.

## 2.2 Geometrie

Voor het REW concept zijn een aantal geometrische uitgangspunten vastgelegd en toegepast. Voor de simulatie van uitwisselingsprocessen zijn gevectoriseerde momentumbehoudsvergelijkingen geprojecteerd langs de assen van een Cartesiaans referentiesysteem dat is gepositioneerd bij het uitstroompunt van een stroomgebied. Verder zijn drie eenheidsvectoren  $e_x$ ,  $e_y$  en  $e_z$  gedefinieerd die wijzen in de richting van de assen van het referentiesysteem. In Figuur 2 vormen de  $x$  en  $y$  assen van het referentiesysteem een horizon-

taal vlak dat parallel is aan het vlak waarmee de onderkant van een REW begrensd is. De onderbegrenzing van een REW representeert een ondoorlatende laag met een gemiddelde hoogte,  $z^s$ , boven een referentieniveau en bedekt een oppervlak dat equivalent is aan een horizontaal geprojecteerd landoppervlak  $\Sigma$  (zie Figuur 3). De relatie tussen de REW bodemdikte en de gemiddelde diktes van de verzadigde,  $y^s$ , en onverzadigde,  $y^u$ , zones is als volgt:

$$y^u \omega^u + y^s \omega^s = Z \quad (2)$$

$Z$  is de gemiddelde totale dikte van een REW terwijl  $\omega^u$  en  $\omega^s$  gebiedsfracties vormen voor de onverzadigde en verzadigde zone en zijn ratio's van de geprojecteerde oppervlakten  $\Sigma^u$  en  $\Sigma^s$  en het geprojecteerde REW oppervlak  $\Sigma$ . Een dergelijke projectie is ook gedefinieerd voor de verzadigde overland flow zone. Gebiedsfracties voldoen aan de schrijfwijze:

$$\omega^j = \frac{\Sigma^j}{\Sigma} \quad j = o, u, s \quad (3)$$

Voor de verzadigde zone is  $\omega^s$  gelijk aan 1.

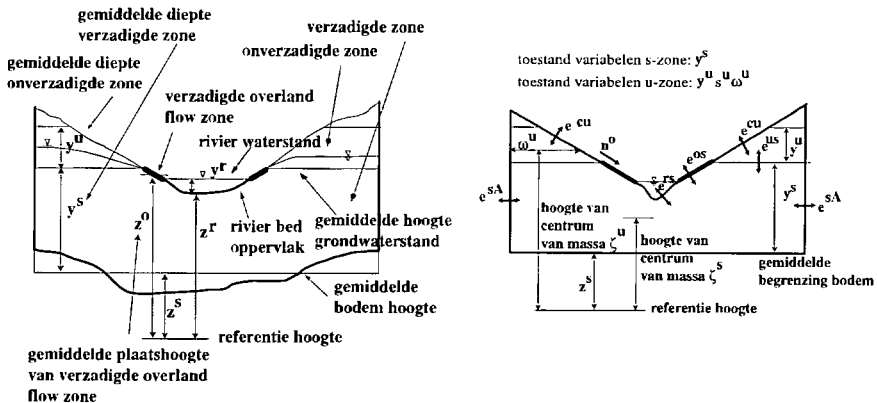
Voor de bodem van het rivierpand is ook een gemiddelde hoogte bepaald t.o.v. het referentieniveau. Verder worden hoogten geïntroduceerd voor het centrum van massa voor de onverzadigde, verzadigde, overland flow zone en het rivierpand. Deze respectievelijke massahogten worden als volgt berekend en zijn in figuren 4b,c aangegeven

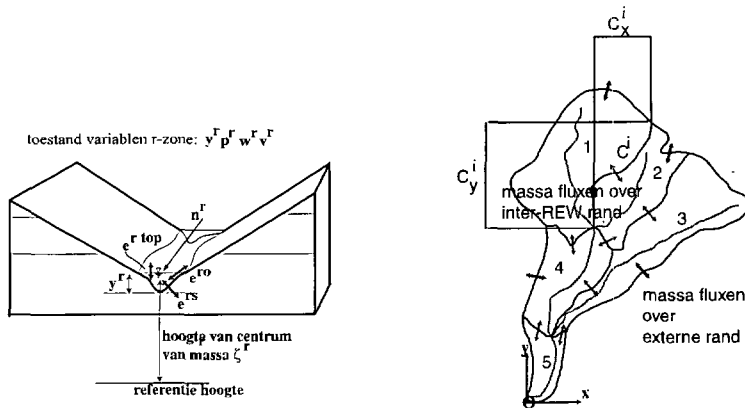
$$\zeta^u = \frac{1}{2} y^u + y^s + z^s \quad (4)$$

$$\zeta^s = \frac{1}{2} y^s + z^s \quad (5)$$

$$\zeta^o = \frac{1}{2} y^o + \frac{1}{2} (y^s + z^s + z^r) \approx \frac{1}{2} (y^s + z^s + z^r) \quad (6)$$

$$\zeta^r = z^r + \frac{y^r}{2} \quad (7)$$





**Figuur 4a,b,c,d:** In Figuur 4a is de geometrie van een REW weergegeven. In de Figuren 4b, 4c zijn massafluxen van de verzadigde-onverzadigde zone en rivierpand weergegeven. In Figuur 4d zijn de massafluxen over inter-REW en externe modelranden weergegeven en is de inter-REW contour  $C^i$  met geprojecteerde doorstroomoppervlakten opgenomen.

### 3 Vergelijkingen van massa en momentumbehoud

Zoals in de inleiding gesteld, is het mathematisch model gebaseerd op vergelijkingen van massa en momentumbehoud. Balansvergelijkingen zijn opgesteld voor elk van de vier deelsystemen, hier willen wij ons echter beperken tot het beschrijven van de vergelijkingen voor de verzadigde zone. Voor de overige drie deelsystemen is een volledige beschrijving opgenomen in Reggiani en Rientjes(2003). In Sectie 3.1 en 3.2 worden respectievelijk de vergelijkingen voor massa en momentumbehoud besproken. In beide Secties refereren de superscripts u, s, o, en r aan respectievelijk de onverzadigde zone, de verzadigde zone, de verzadigde overland flow zone en het rivierpand. Superscript c refereert aan de infiltratie zone van het landoppervlak. Voor de kwantificering van elk van de termen worden basisvergelijkingen gepresenteerd in Sectie 4.1 en 4.2.

#### 3.1 Massabalansvergelijkingen

Voor de verzadigde zone is vergelijking (8) ontwikkeld en zijn uitwisselingstermen opgenomen voor, respectievelijk, grondwaterstroming over de inter-REW randen, natuurlijke aanvulling (i.e. massa-uitwisseling onverzadigde-verzadigde zone), exfiltratie (massa-uitwisseling verzadigde zone-verzadigde overland flow zone) en voor rivierkwel (massa-uitwisseling rivierpand-verzadigde zone). Vergelijkingen 8 t/m 11 vormen globale balansvergelijkingen die nog geparameteriseerd moeten worden.

$$\varepsilon \frac{d}{dt} (y^s \omega^s) = \sum_{i=1}^N e^{smi} + e^{su} + e^{so} + e^{sr} \quad (8)$$

waarin:

$$\varepsilon = \text{porositeit}$$

$s^u$	=	verzadigingsgraad onverzadigde zone
$y^u$	=	waterdiepte van de onverzadigde zone
$e^{smi}$	=	massa-uitwisseling over inter-REW en modelranden.

Ontwikkelde massabalansvergelijkingen voor de onverzadigde zone, de verzadigde overland flow zone en het rivierpand zijn als volgt en geven alle overige gesimuleerde massa-uitwisselingstermen weer:

$$\varepsilon \frac{d}{dt} (s^u y^u \omega^u) = e^{us} + e^{uc} + e_{wg}^u \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} (y^o \omega^o) = e^{os} + e^{or} + e^{o \text{ top}} \quad (10)$$

$$l^r \frac{d}{dt} (m^r) = e^{ro} + e^{rs} + e^r \quad (11)$$

waarin:

$y^{s,o}$	=	waterdiepte van de s en o zone respectievelijk
$\omega^{s,o}$	=	gebiedsfracties van de s en o zone respectievelijk
$e^{us, so, su, \dots}$	=	massa-uitwisseling tussen de verschillende zones
$e^{wg}$	=	massa-uitwisseling door fase verandering water-gas
$e^{o, r \text{ top}}$	=	massa-uitwisseling met atmosfeer voor o zone en r zone respectievelijk
$e^{r \text{ in, r out}}$	=	massa-uitwisseling voor samenvloeiende rivierpanden (links + rechts)
$l^r$	=	lengte rivierpand
$m^r$	=	natte doorstroomoppervlak rivierpand

### 3.2 Momentumbalansvergelijkingen

Voor elk van de vier deelsystemen zijn ook momentumbalansvergelijkingen opgesteld die enige gelijkenis vertonen met de vergelijkingen met (8) t/m (11). Een verschil echter is dat momentumbalansvergelijkingen voor onverzadigde en verzadigde zones geprojecteerd moeten worden langs de assen van het geo-referentiesysteem  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  en  $\mathbf{e}^z$  terwijl voor de verzadigde overland flow zone en het rivierpand vergelijkingen geprojecteerd worden langs de resulterende stroomrichting (zie Figuur 4c). In Sectie 4.2. wordt een overzicht van basisvergelijkingen gegeven waarmee momentumbalanstermen gekwantificeerd worden en op basis waarvan vergelijkingen numeriek op te lossen zijn. In de navolgende tekst wordt de vergelijking voor de verzadigde zone beschreven terwijl voor de overige zones en het rivierpand deze vergelijkingen enkel zijn opgenomen. Dit laatste ter completering van het mathematisch model.

De vectorische momentumbalansvergelijking voor de verzadigde zone is als volgt:

$$\varepsilon y^s \omega^s \frac{d}{dt} \mathbf{v}^s - \mathbf{g} \varepsilon y^s \omega^s = \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{smi} + \mathbf{T}^{s \text{ bot}} + \mathbf{T}^{so} + \mathbf{T}^{sr} + \mathbf{T}^{su} + \mathbf{T}_{wm}^s - R^s \mathbf{v}^s \quad (12)$$

waarin  $\mathbf{g}$  de versnelling van de zwaartekracht en  $\mathbf{v}^s$  een Darcy-snelheid. De termen aan de rechterkant zijn de krachten in  $[F L M^{-1}]$  die op het water werken en zijn de som van de krachten voor grondwatertransport door de inter-REW randoppervlakken, de kracht op de bodem van de verzadigde zone, de krachttuitwisseling langs de verzadigde overland flow zone, de krachttuitwisseling langs het rivierbed, de krachttuitwisseling met de onverzadigde zone over de grondwaterspiegel en de kracht onttrokken aan het water door het contact met de bodemmatrix.  $\mathbf{R}^s$  representeert de weerstand van de bodemmatrix tegen stroming en is gelijk aan:

$$\mathbf{R}^s = [K_{sat}]^{-1} \varepsilon y^s \mathbf{g} \quad (13)$$

Voor de onverzadigde zone, de verzadigde overland flow zone en het rivierpand zijn respectievelijk onderstaande vergelijkingen opgesteld:

$$\varepsilon s^u y^u \omega^u \frac{d}{dt} \mathbf{v}^u - \mathbf{g} \varepsilon s^u y^u \omega^u = \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{umi} + \mathbf{T}^{us} + \mathbf{T}^{uc} + \mathbf{T}_{wm}^u + \mathbf{T}_{wg}^u - \mathbf{R}^u \mathbf{v}^u \quad (15)$$

waarin:

$$\mathbf{R}^u = \frac{\varepsilon s^u y^u \omega^u \mathbf{g}}{K_{sat} (s^u)^\eta} \quad (16)$$

$$y^o \omega^o \frac{d}{dt} \mathbf{v}^o = \mathbf{g} y^o \omega^o + \mathbf{T}^{os} + \mathbf{T}^{or} + \mathbf{T}^{o top} \quad (17)$$

$$(l^r m^r) \frac{d}{dt} \mathbf{v}^r = \mathbf{g} m^r l^r + \mathbf{T}^{rs} + \mathbf{T}^{r out} + \mathbf{T}^{r in} + \mathbf{T}^{l in} + \mathbf{T}^{r top} \quad (18)$$

## 4 Parameterisatie van de balansvergelijkingen

### 4.1 Parameterisatie massabalans

Om tot parameterisatie van de massabalansvergelijkingen (8) t/m (11) te komen moeten basisvergelijkingen gevonden worden voor kwantificering van de massabalans termen. Deze termen representeren alle fluxtermen van hydrologische processen die van invloed zijn op het regen-afvoergedrag van een stroomgebied en moeten voldoen aan condities van continuïteit over zonegrenzen en REW randen. Zonegrenzen zijn bijvoorbeeld de grondwaterspiegel, het onverzadigde en verzadigde landoppervlak, de rivierbodem en inter-REW randoppervlakken. Voorbeelden van belangrijke fluxtermen zijn infiltratie aan het landoppervlak, exfiltratie in de runoff source areas, verdamping in het rivierpand en verdamping van het verzadigd en onverzadigd landoppervlak, natuurlijke aanvulling, inter-REW grondwaterstroming. Voor elk van deze fluxtermen zijn basisvergelijkingen ontwikkeld en toegepast. Fluxen zijn veelal weergegeven als functies van de stroomsnelheden aan weerskanten van de randen en van het verschil in hydraulische potentialen  $p/\rho g + \zeta$  waarin  $p$  de druk en  $\zeta$  de hoogte van het centrum van massa van de zones. Voor kwantificering van fluxtermen is de volgende linearisatie toegepast:



$$e^{jk} = -e^{kj} = \alpha^{jk} \left[ \frac{p^k}{\rho g} + \zeta^k - \frac{p^j}{\rho g} - \zeta^k \right] - \beta^{jk} \left[ \frac{v^k + v^j}{2} \right] \bullet \mathbf{A}^{jk} \quad (19)$$

waarin  $\alpha^{jk}$  en  $\beta^{jk}$  papameters zijn waar stroomgebiedkarakteristieken in opgenomen kunnen worden.  $\mathbf{A}^{jk}$  is een gebiedsvector en vormt de grens tussen zones j en k en voorbeelden hiervan zijn de waterspiegel  $\mathbf{A}^{us}$ , het infiltratieoppervlak  $\mathbf{A}^{uc}$ , het exfiltratieoppervlak  $\mathbf{A}^{uo}$  en de rivierbodem  $\mathbf{A}^{sr}$ . In de oplossingen zijn eenheidsvector  $\mathbf{n}^{jk}$  normaal gedefinieerd t.o.v. de gebiedsvectoren  $\mathbf{A}^{jk}$  en zijn naar buiten gericht. Praktisch gezien betekent dit dat deze benadering equivalent is aan de benadering in (18) en stelt dat een massa-uitwisselings-term bepaald wordt door de lineaire super-impositie van een component gerelateerd aan de gemiddelde stroomsnelheid en een component gerelateerd aan drukhoogteverschillen. In onze (voorlopige) benadering hanteren wij echter de linearisatie van één van de twee componenten door één van de parameters  $\alpha^{jk}$  en  $\beta^{jk}$  op nul te stellen. In Reggiani en Rientjes (2003) zijn de basisvergelijkingen voor elk van de uitwisselingstermen verder uitgewerkt en verder toegelicht. Gezien het doel van dit artikel beperken wij ons nu tot het presenteren van tabel 1 waarin alle resulterende vergelijkingen zijn opgenomen.

**Tabel 1:** Basisvergelijkingen voor massabalansenstermen.

Massaterm	Linearisatieterm	Linearisatie coefficient $\alpha - \beta$	Lengte schaal $\Lambda$
$e^{uc} = -e^{cu}$	$\min \left[ I\omega^u, \alpha^{uc} \left( y^c + \zeta^c + h(\theta) - \zeta^i \right) \right]$	$\alpha^{uc} = \frac{K_{sat}\omega^r}{\Lambda^u}$	$\Lambda^u = y^u s^u$
$e^{us} = -e^{su}$	$\beta^{us} \omega^u \varepsilon v^u  z$	$\beta^{us} = 1$	n.v.t.
$e^{smi}$	$\alpha^{si} \left( \frac{y_i^s}{2} + \zeta_i^s - \frac{y^s}{2} - \zeta^s \right)$	$\alpha^{si} = \frac{y^{Ci}}{\Lambda^{sij}} C^i K_{sat}$	$\Lambda^{si}$
$e^{so} = -e^{os}$	$\alpha^{so} \left( \zeta^o - \frac{y^s}{2} - \zeta^s \right)$	$\alpha^{so} = \frac{K_{sat}\omega^o}{\cos \gamma^o \Lambda^s}$	$\Lambda^s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Sigma}{\pi}}$
$e^{sr} = -e^{rs}$	$\alpha^{sr} \left( \frac{y^r}{2} + \zeta^r - \frac{y^s}{2} - \zeta^s \right)$	$\alpha^{sr} = \frac{P^r l^r K_{bot}^r}{\Lambda^r}$	$\Lambda^r$
$e^{lin}$	$\beta^{lin} \left( v^r + v^{lin} \right) / 2$	$\beta^{lin} = m^{lin}$	n.v.t.
$e^{rin}$	$\beta^{rin} \left( v^r + v^{rin} \right) / 2$	$\beta^{rin} = m^{rin}$	n.v.t.
$e^{rout}$	$\beta^{rout} \left( v^r + v^{rout} \right) / 2$	$\beta^{rout} = m^{rout}$	n.v.t.
$e^{rtop}$	$w^r l^r \left( I - e_p \right)$	n.v.t.	n.v.t.
$e^{ro} = -e^{or}$	$\beta^{ro} 2l^r v^o$	n.v.t.	n.v.t.
$e^{otop}$	$\min \left[ e^{so}, \omega^o e_p \right]$	n.v.t.	n.v.t.

## 4.2 Parameterisatie momentumbalans

Voor de parameterisatie van de momentumbalansvergelijkingen zijn ook basisvergelijkingen ontwikkeld en toegepast. Deze vergelijkingen bestaan uit een evenwicht (equilibrium) term en niet-evenwicht (non-equilibrium) term. De evenwichtsterm is van toepassing op de

drukhoogten terwijl de niet-evenwichtsterm van toepassing is op stroomweerstand. Evenals in de Secties 3.1. en 3.2 wordt in deze Sectie ook één afleiding besproken en worden voor de overige zones enkel de vergelijkingen opgenomen (zie hiervoor Reggiani en Rientjes, 2003). Voor kwantificering van momentumtermen worden eerst een aantal fysisch realistische aannames besproken die leiden tot drastische versimpelingen van de momentumbalansvergelijkingen. Specifieke aannames zijn:

- 1 Verticale grondwaterstroming wordt genegeerd

$$\mathbf{v}^s \cdot \mathbf{e}_z \approx 0 \quad (20)$$

- 2 De helling van het landoppervlak van een REW is klein zodat horizontale krachten werkend op het water in onverzadigde en verzadigde landoppervlak zones genegeerd kunnen worden:

$$\mathbf{T}^{uc} \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{T}^{uc} \cdot \mathbf{e}_y = \mathbf{T}^{so} \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{T}^{so} \cdot \mathbf{e}_y \approx 0 \quad (21)$$

- 3 De grondwaterstand is verondersteld horizontaal waardoor horizontale componenten van krachten genegeerd kunnen worden:

$$\mathbf{T}^{us} \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{T}^{us} \cdot \mathbf{e}_y = \mathbf{T}^{su} \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{T}^{su} \cdot \mathbf{e}_y \approx 0 \quad (22)$$

- 4 De ondoorlatende bodemlaag waarmee de bodem van een REW wordt gesimuleerd ligt horizontaal:

$$\mathbf{T}^{s\ bot} \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{T}^{s\ bot} \cdot \mathbf{e}_y = 0 \quad (23)$$

- 5 De rivieroever is orthogonaal geprojecteerd t.o.v. de eenheid normaal vector tangent tot de overland flow zone:

$$\mathbf{T}^{or} \cdot \mathbf{n}^o = 0 \quad (24)$$

Voor de onverzadigde zone is (25) ontwikkeld waarin evenwicht en niet-evenwichtkrachten zijn opgenomen die gelijk aan nul worden indien een hydrostatische evenwichtstoestand bereikt wordt.

$$\left( \mathbf{T}^{us} + \mathbf{T}^{uc} + \mathbf{T}_{wg}^u + \mathbf{T}_{wm}^u \right) \cdot \mathbf{e}_z = \left( \mathbf{T}^{us} \Big|_e + \mathbf{T}^{uc} \Big|_e + \mathbf{T}_{wg}^u \Big|_e + \mathbf{T}_{wm}^u \Big|_e \right) \cdot \mathbf{e}_z - \bar{\tau}^u \cdot \mathbf{e}_z \quad (25)$$

De evenwichtkrachten welke uitgeoefend worden op de grondwaterspiegel en welke uitgeoefend worden door de waterfase op de gasfase zijn op nul gesteld en zijn gelijk aan de atmosferische druk. In Reggiani e.a. (1999) is aangetoond dat (24) reduceert tot:

$$\mathbf{T}_{wm}^u \Big|_e + \mathbf{T}^{uc} \Big|_e \cdot \mathbf{e}_z = \left[ \frac{p^u}{\rho} + g \frac{y^u}{2} \right] \quad (26)$$

waarbij  $p^u$  bepaald kan worden met de Brooks-Corey vergelijking (Brooks-Corey, 1964). Het niet-evenwicht deel van (25) wordt gelijk gesteld aan een term die equivalent is aan de Darcy wet.

$$\bar{\tau}^u \cdot \mathbf{e}_z = -R^u \cdot v^u \quad (27)$$

Voor homogene en isotrope bodems is de weerstand  $R^u$  een functie van de verzadigingsgraad en geometrie van de onverzadigde zone uitgedrukt in de gemiddelde diepte  $y^u$ , de gebiedsfractie  $\omega^u$  en de porositeit  $\epsilon$ . (zie (16)).

Voor de verzadigde zone is (28) ontwikkeld.

$$\begin{aligned} & \left( \mathbf{T}^{sr} + \mathbf{T}^{su} + \mathbf{T}^{so} + \mathbf{T}^{s bot} + \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{sm i} + \mathbf{T}_{wm}^s \right) \bullet \mathbf{e}_z = \\ & \left( \mathbf{T}^{sr} \Big|_e + \mathbf{T}^{su} \Big|_e + \mathbf{T}^{so} \Big|_e + \mathbf{T}^{s bot} \Big|_e + \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{sm i} \Big|_e + \mathbf{T}_{wm}^s \Big|_e \right) \bullet \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (28)$$

Na introductie van aanname 1 t/m 4 reduceert (28) tot een statische vergelijking van (29) waarbij de resterende krachten in het horizontale vlak de krachten zijn op het rivierbed, het REW randoppervlak en de krachten opgenomen door de bodemmatrix. Verder is aangenomen dat de stijghoogteniveaus tussen REW's onderling verschillen en dat van een evenwichtsituatie geen sprake is waardoor grondwaterstroming over de REW rand plaatsvindt.

$$\begin{aligned} & \left( \mathbf{T}^{sr} \Big|_e + \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{sm i} \Big|_e + \mathbf{T}_{wm}^s \Big|_e \right) \bullet \mathbf{e}_\lambda = \\ & \sum_{i=1}^N \left( \left[ -\frac{p^s}{\rho} + g(\zeta_i^{sm} - \zeta^s) \right] A_\lambda^{sm} + \left[ -\frac{p^s}{\rho} + g(\zeta_{ext}^{sm} - \zeta^s) \right] A_{\lambda,ext}^{sm} \right) - \bar{\tau}^s \bullet \mathbf{e}_x \end{aligned} \quad (29)$$

waarin

$$p^s = \rho g \left[ y^s + z^s - \frac{1}{2} y^s - z^s \right] = \frac{1}{2} \rho g y^s \quad (30)$$

$$\bar{\tau}^s \bullet \mathbf{e}_z = R^s v_\lambda^s \quad (31)$$

Voor de verzadigde overland flow zone is (31) ontwikkeld

$$\left( \mathbf{T}^{or} + \mathbf{T}^{os} + \mathbf{T}^{o top} \right) \bullet \mathbf{n}^o = \left( \mathbf{T}^{or} \Big|_e + \mathbf{T}^{os} \Big|_e + \mathbf{T}^{o top} \Big|_e \right) \bullet \mathbf{n}^o - \bar{\tau}^o \bullet \mathbf{n}^o \quad (32)$$

die gereduceerd is tot

$$\bar{\tau} \bullet \mathbf{n}^o = R^o v^o + M^o |v^o| v^o \quad (33)$$

De linearisatie-coëfficiënt  $R^o$  wordt gelijk aan nul gesteld en de tweede orde coëfficiënt  $M^o = \omega^o \chi^o$  waarin  $\chi^o$  een Chezy-Manning weerstandcoëfficiënt representeert.

Voor het rivierpand is de gereduceerde vergelijking (34) ontwikkeld:

$$\left( \mathbf{T}^{r out} + \mathbf{T}^{r in} + \mathbf{T}^{l in} + \mathbf{T}^{rs} \right) \bullet \mathbf{n}^r = -\frac{p^r}{\rho} A^{out} + \frac{p^r}{\rho} A^{r in} + \frac{p^r}{\rho} A^{l in} - \bar{\tau}^r \bullet \mathbf{n}^r \quad (34)$$

waarin  $A^{out} = \mathbf{A}^{out} \bullet \mathbf{n}^r$ ,  $A^{rin} = \mathbf{A}^{rin} \bullet \mathbf{n}^r$  en  $A^{l in} = \mathbf{A}^{l in} \bullet \mathbf{n}^r$ ; de geprojecteerde natte oppervlakken van het uitstromende rivierpand en de instromende rivierpanden respectievelijk. De hydrostatische druk  $p^r$  is gelijk aan (zie figuur 4c):

$$p^r = \rho g \left[ y^r + z^r - \frac{1}{2} y^r - z^r \right] = \frac{1}{2} \rho g y^r \quad (35)$$

Voor de weerstandterm in (34) is (36) ontwikkeld

$$\vec{\tau} \bullet n^r = R^r v^r + M^r |v^r| v^r \quad (36)$$

waarin  $M^r = \frac{1}{8} p^r l^r f^r$ . De linearisatie-term  $R^r$  is ook hier gelijk aan nul gesteld.  $l^r$  is de lengte van het rivierpand,  $p^r$  is de natte omtrek terwijl  $f^r$  een dimensieloze Darcy-Weissbach-coëfficiënt is.

## Samenvatting

In dit artikel zijn het REW-concept met bijbehorende modelvergelijkingen voor simulatie van regen-afvoer relaties in natuurlijke stroomgebieden kort besproken. De REW modelbenadering is geclassificeerd als semi-gedistribueerd waarbij een stroomgebied opgedeeld is in kleine substroomgebieden de zgn. REW's die bepaald zijn op basis van een topografische analyse. REW's omvatten vier deelsystemen van een natuurlijk stroomgebied die van groot belang en van grote invloed zijn op de regen-afvoer relatie. Deze deelsystemen omvatten de onverzadigde zone, de verzadigde zone, de verzadigde overland flow zone en het rivierpand waarvoor modelvergelijkingen zijn ontwikkeld die gebaseerd zijn op behoudswetten van massa en momentum. Mathematische modellen zijn gebaseerd op het gebruik van gewone differentiaalvergelijkingen waardoor de modelbenadering feitelijk schaalonafhankelijk wordt. Wat betreft de toegepaste discretisatieprocedure en het ontwikkelde mathematisch model wijkt de REW modelbenadering sterk af van gangbare fysisch gebaseerde regen-afvoer modellen die gebruik maken een volledig gedistribueerd modeldomein en een mathematisch model gebaseerd op partiële differentiaalvergelijkingen. In dit artikel is een korte beschrijving opgenomen van het REW-concept waarbij de aandacht vooral is uitgegaan naar de beschrijving van ontwikkelde modelvergelijkingen en simplificerende modelaannames. Het geheel is ontwikkeld om de beperkingen die verbonden zijn met volledig gedistribueerde fysisch gebaseerde afvoermodellen voor een belangrijk deel weg te nemen. Modelresultaten zijn niet opgenomen maar zullen gepresenteerd worden in een vervolgartikel.

## Dankwoord

Het werk is gedeeltelijk uitgevoerd binnen het DAUFIN-project dat financieel ondersteund is door het vijfde kaderprogramma van de EG onder contractnummer EVK1-CT1999-00022. Het werk is mede gefinancierd door het Delft Cluster onderzoeksprogramma, project nummer 03.06.04, "Oppervlakte Hydrologie".

## Referenties

**Abbott, M.B., J.C. Bathurst, J.A. Cunge, P.E. O'Connell, en J. Rasmussen (1986)** An introduction to the European Hydrological System - Système Hydrologique Européen, "SHE", 1: History and philosophy of a physically-based, distributed modeling system; in:

- Journal of Hydrology*, vol 87, pag 45–59.
- Beven, K.J. (2001)** How far can we go in distributed hydrological modeling?; in: *Hydrology & Earth System Sciences*, 5(1), pag 1–12.
- Beven, K.J. (2002)** Towards an alternative blueprint for a physically based digitally simulated hydrologic response modeling system; in: *Hydrological Processes*, 16, pag 189–206.
- Bronstert, A. (1999)** Capabilities and limitations of detailed hillslope hydrological modeling; in: *Hydrological processes*, 13, pag 21–48.
- Dunne T. (1978)** Field studies of Hillslope flow processes; in: M.J. Kirkby (red): *Hillslope Hydrology*, John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, UK.
- Freeze, R.A. en Harlan (1969)** Blueprint for a physically-based, digitally-simulated hydrologic response model; in: *Journal of Hydrology*, 9, pag 237–258.
- Gray, W. G., A. Leijnse, R.L. Kolar en A.C. Blain (1993)** Mathematical Tools for Changing Spatial Scales; in: *Analysis of Physical Systems*, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- NOP-II (2001)** Klimaatverandering een aanhoudende zorg: Eindrapportage tweede fase Nationaal Onderzoek Programma (NOP II); Uitgave Programma Bureau NOP, Bilthoven.
- Reggiani, P. en T. Rientjes (2003)** The Representative Elementary Watershed (REW) approach as alternative modelling blueprint: application to a natural basin, aangeleverd aan *Water Resources Research*, pag 55.???
- Reggiani, P., M. Sivapalan en S.M. Hassanizadeh (1998)** A unifying framework of watershed thermodynamics: 1 Balance equations for mass, momentum, energy and entropy and the second law of thermodynamics; in: *Advances in Water Resources*, 22(4), pag 367–398.
- Reggiani, P., M. Sivapalan, S.M. Hassanizadeh en W.G. Gray (1999)** A unifying framework of watershed thermodynamics: 2 Constitutive relationships; in: *Advances in Water Resources*, 23(1), pag 15–39.
- Reggiani, P., M. Sivapalan en S.M. Hassanizadeh (2000)** Conservation equations governing hillslope responses; in: *Water Resources Research*, 38(7), pag 1845–1863.
- Reggiani, P., M. Sivapalan, S.M. Hassanizadeh en W.G. Gray (2001)** Balance equations for mass and momentum in a channel network: theoretical derivation and computational experiments; *Royal Society Proceedings, London A*, 457, pag 157–189.
- Rientjes, T.H.M. (1999)** Description of the Physically Based Rainfall-Runoff model Flowsim; *Mededelingen van de Afdeling Watermanagement*, nr 84, Technische Universiteit Delft, 83 pag.
- Rientjes, T. en P. Reggiani (2001)** Physically-based rainfall-runoff modelling: setbacks and solutions; *Proceedings of the International Workshop on Runoff Generation and Implications for River Basin Modelling, Freiburger Schriften zur Hydrologie (Band 13)*, Freiburg., pag 257-265.
- Rientjes T. en W.J. Zaadnoordijk (2000)** Hoogwatervoorspelling: Fysisch gebaseerde regen-afvoermodellering Dilemma of Déjà vu?; in: *Stromingen*, jrg 6, nr 1, pag 33–44.

