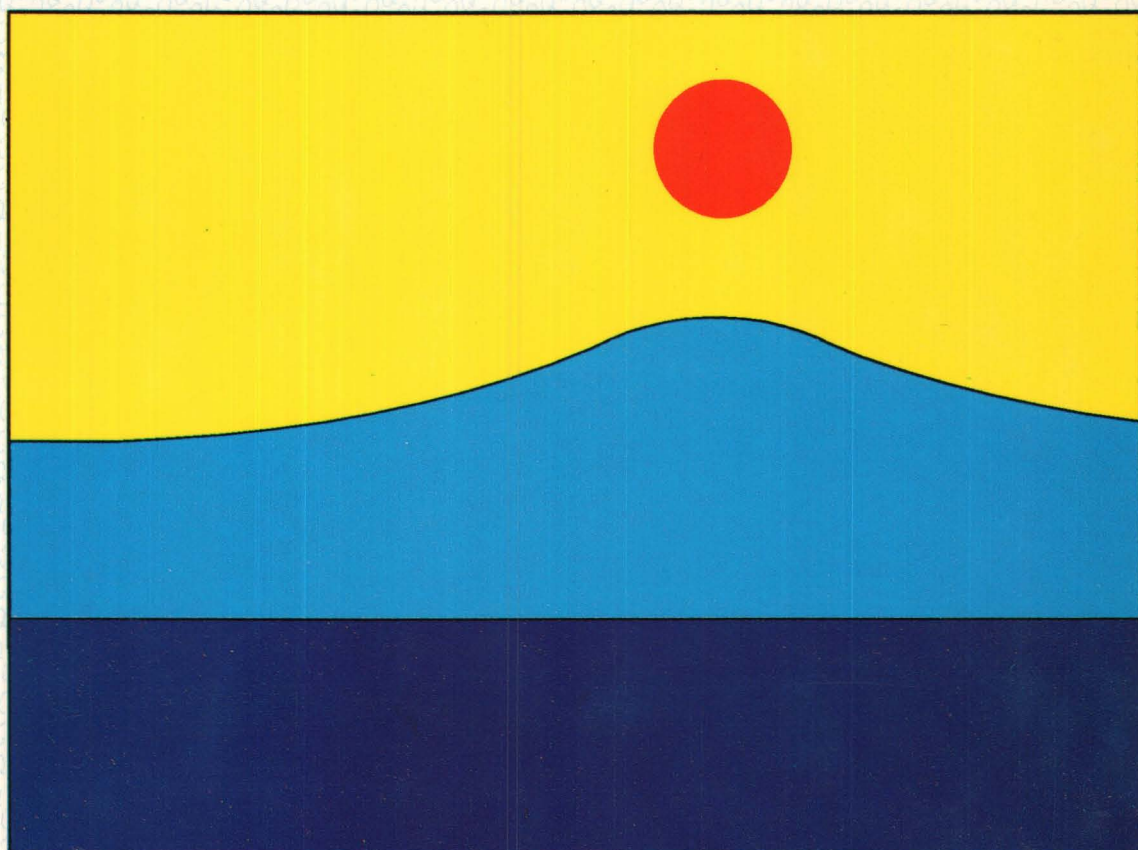

mededeling
nummer **121**

rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater



kiwa

mededeling
nummer 121

rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater

met voorbeelden van toepassingen bij diepinfiltratie

Opdrachtgever:
VEWIN
Hydrologie van Diepinfiltratie
Opdrachtnummer:
881.707.200

Redactie:
ir. J.P. van der Eem
Afdeling:
Winning en Bodem

Onderzoek en Advies
Nieuwegein, november 1992

© 1992 KIWA N.V.

Niets in dit drukwerk mag worden vervaelvoudigd en/of openbaar gemaakt worden door middel van druk, fotokopie, microfilm of welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van KIWA N.V., noch mag het zonder dergelijke toestemming worden gebruikt voor enig ander werk dan waarvoor het is vervaardigd.

kiwa

KIWA N.V.

Certificatie en Keuringen
Sir Winston Churchill-laan 273
Postbus 70
2280 AB Rijswijk
Telefoon (070) 395 35 35
Telefax (070) 395 34 20
Telex 32480 kiwa nl

Onderzoek en Advies
Groningenhaven 7
Postbus 1072
3430 BB Nieuwegein
Telefoon (03402) 6 95 11
Telefax (03402) 6 11 65

mededeling
nummer **121**

rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater

met voorbeelden van toepassingen bij diepinfiltratie

Opdrachtgever:
VEWIN
Hydrologie van Diepinfiltratie
Opdrachtnummer.
881.707.200

Redactie:
ir. J. P. van der Eem
Afdeling.
Winning en Bodem

Onderzoek en Advies
Nieuwegein, november 1992

© 1992 KIWA N.V.

Niets uit dit drukwerk mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt worden door middel van druk, fotokopie, microfilm of welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van KIWA N.V., noch mag het zonder dergelijke toestemming worden gebruikt voor enig ander werk dan waarvoor het is vervaardigd

Bij de omslag:

"Drain in Drie Dichtheden"

De drain onttrekt zoet water. Het onderliggende brakke water wordt opgetrokken, maar er ontstaat een evenwicht tussen de 'aantrekken-de' kracht van de drain en de 'neerwaartse' kracht als gevolg van dichtheidsverschillen. De positie van de scherpe overgang tussen zoet en brak water en de overgang tussen brak en zout water zijn op den duur gefixeerd. Brak en zout water stromen dan niet, hetgeen betekent dat de waterdruk in een horizontaal vlak constant is. Dit is alleen mogelijk als de scherpe overgang tussen brak en zout water horizontaal is.

INHOUDSOPGAVE

VOORWOORD	3
"MOEILIJK..."	5
SAMENVATTING	7
1 INLEIDING	13
2 WETENSWAARDIGHEDEN BIJ REKENEN MET DICHTHEIDS- VERSCHILLEN	15
2.1 De bewegingsvergelijking (wet van Darcy)	15
2.2 Stijghoogten en dichtheidsverschillen	17
2.2.1 Definitie van stijghoogten	17
2.2.2 Rekenen met stijghoogten	21
2.2.3 Presenteren van stijghoogtemetingen	23
2.3 Het Badon-Ghijben principe	32
2.4 Het vortex-principe	35
3 ANALYTISCHE OPLOSSINGEN	37
3.1 Verblijftijd grensvlak in weerstandslaag	37
3.2 Grensvlak onder een drain in een half-oneindig medium	38
3.3 Grensvlak onder meerdere drains of putten	40
3.4 Grensvlakken bij gebruik van de Dupuit aanname	41
3.5 Instationaire grensvlakverplaatsingen	44
3.6 Dispersie langs een grensvlak	45
4 VORTICES	51
4.1 Uitgangspunten	51
4.2 Basisidee	52
4.3 Wat men moet weten	53
4.3.1 Onnauwkeurigheid	53
4.3.2 Instabiliteit	53
4.3.3 Clustering, updating	54
4.4 Mathematische onderbouwing	54
4.5 Voorbeelden	56
5 NUMERIEKE TECHNIEKEN MET SCHERPE GRENSVLAK- BENADERING	65
5.1 Basisidee	66
5.2 Uitgangspunten	67
5.3 Toepassingsmogelijkheden	67
5.4 Plus- en minpunten	68
5.5 Mathematische onderbouwing	68
5.6 Voorbeeld van een toepassing	71

6	HET GEBRUIK VAN DE STROOMFUNCTIE	73
6.1	Basisidee	73
6.2	Mathematische onderbouwing	77
6.3	Voorbeeld van een toepassing	79
7	STOFTRANSPORTMODELLEN	83
7.1	Basisidee	83
7.2	Uitgangspunten	86
7.3	Toepassingsmogelijkheden	87
7.4	Plus- en minpunten	87
7.5	Mathematische onderbouwing	88
7.6	Voorbeeld van een toepassing	91
8	HET ONTWERPEN VAN DIEPINFILTRATIESYSTEMEN	97
8.1	Infiltratie van zoet water in een zout pakket	97
8.2	Diepinfiltratie in een pakket met brak en zout water	100
8.3	Diepinfiltratie boven een pakket met brak en zout grondwater	105
8.4	Diepinfiltratie boven een pakket met zoet, brak en zout water	107
8.5	Tijdelijk alleen winnen	108
9	LITERATUUR	111
10	NOTATIE	117
11	SYMBOLENLIJST	119

BIJLAGEN

- 1 Het berekenen van horizontale en verticale stromingen aan de hand van waterdrukken op een referentieniveau
- 2 Verticale stroming berekend uit de gradiënt van de omgevingsstijghoogte

VOORWOORD

In 1979 is het project Hydrologie van Diepinfiltratie gestart (Roebert, 1979). Als een van de doelstellingen is geformuleerd:

"Ontwikkelen van de methodieken c.q. rekenmodellen voor persputsystemen, waarin de relevante hydrologische ontwerpfactoren op adequate wijze kunnen worden verdisconteerd".

De ontwikkeling van rekenmodellen was gewenst om bij diepinfiltratie meer grip te krijgen op begrippen als 'kwaliteitsafvlakking' en 'voorraadvorming', twee belangrijke doelstellingen van kunstmatige infiltratie.

In 1983 is een belangrijk rapport verschenen dat ingaat op de eerste doelstelling: "Afvlakking van de waterkwaliteit bij persputinfiltratie" (Peters e.a., 1983). Een goede afvlakking van seizoenmatige kwaliteitsfluctuaties in het infiltratiewater kan verkregen worden door water te onttrekken dat verschillende verblijftijden in de bodem heeft ondergaan. Vooral een lineaire verdeling van verblijftijden van het onttrokken water blijkt goed te functioneren, in het bijzonder indien de spreiding van de verblijftijden een heel jaar beslaat.

Parallel aan het spoor van de kwaliteitsafvlakking is de aandacht gericht op het ontwikkelen van rekenmodellen waarmee de stroming van zoet en zout water beschreven kon worden. 'Voorraadvorming' zou immers plaats moeten vinden door het neerwaarts wegdrukken van het zoute water dat diep in de bodem aanwezig is. De 'zoetwaterbel' die daarbij gecreëerd wordt, zou als voorraad beschouwd kunnen worden.

Inmiddels zijn we vele jaren verder. De techniek heeft niet stilge staan. Berekeningen waar tien jaar geleden nog een uiterst kostbare mainframe computer van een universiteit voor nodig was, kunnen nu in een handomdraai en met een veel groter gebruikersgemak op een personal computer uitgevoerd worden. De ontwikkeling van rekenmodellen heeft daardoor wereldwijd een grote vlucht genomen, waardoor in de loop van de tijd in het onderzoeksproject een verschuiving is opgetreden van de ontwikkeling van rekenmodellen naar het implementeren, aanpassen en toepassen van elders ontwikkelde technieken.

We zijn nu in een stadium beland waarop we kunnen stellen dat er voldoende rekentechnieken voorhanden zijn om het gedrag van zoet, brak en zout water rond diepinfiltratiesystemen te kunnen analyseren. Deze mededeling poogt een overzicht te geven van deze technieken.

Van de vele berekeningen die er de afgelopen jaren door hydrologen bij waterleidingbedrijven zijn uitgevoerd, hebben we kunnen leren

dat het niet eenvoudig is om het aantrekken van brak water door de winputten van een diepinfiltratiesysteem te voorkómen, zeker niet als in de uitgangssituatie al brak en zout water in het infiltratiepakket aanwezig is. Om een bedrijfszeker systeem te kunnen realiseren, zal daarom gezocht moeten worden naar lokaties waarin tussen het diepinfiltratiesysteem en het brakke c.q. zoute water voldoende hydraulische weerstand aanwezig is, bijvoorbeeld in de vorm van kleilagen.

Het begrip 'voorraad' heeft in deze context ook een andere betekenis gekregen. De voorraad die aangelegd wordt door neerwaartse verplaatsing van brak en zout water blijkt in de praktijk slecht terug te winnen. Bij diepinfiltratie moeten we daarom niet zozeer denken in termen van 'voorraad' als wel in het beschikbaar hebben van wincapaciteit op het moment dat de kwaliteit van de bron -het oppervlaktewater- onvoldoende is.

Aan de totstandkoming van de voorliggende mededeling heeft in feite iedereen bijgedragen, die in de afgelopen veertien jaar betrokken is geweest bij het onderzoek naar de hydrologie van diepinfiltratie. Vele rapporten van modelonderzoek zijn in werkgroepverband besproken. Veel bijdragen uit deze mededeling zijn afgeleid van deze studies. De volgende bedrijven en instituten zijn bij het onderzoek betrokken geweest: Gemeentelijk Waterbedrijf Groningen, N.V. PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland, N.V. Waterleidingbedrijf Zuid-Kennemerland, Gemeentewaterleidingen Amsterdam, N.V. Energie- en Watervoorziening Rijnland, N.V. Duinwaterbedrijf Zuid-Holland, Technische Universiteit Delft, Rijksinstituut voor Volksgezondheid en Milieuhygiëne en KIWA N.V. Onderzoek en Advies.

Tekstuele bijdragen aan de mededeling zijn van de hand van prof.dr.ir. C. van den Akker (hoofdstuk 6), ir. J.H. Peters (hoofdstuk 4) en ir. J.P. van der Eem, waarbij nuttige suggesties zijn gegeven door ir. G.A. Bruggeman, ir. C. Maas en prof.dr.ir. A. Verruijt.

Ik hoop dat u in deze mededeling uw weg zult vinden als u zich gaat richten op het complexe, maar vooral ook boeiende onderwerp van de stroming van zoet, brak en zout grondwater.

Ir. T.N. Olsthoorn

Voorzitter werkgroep Hydrologie van Diepinfiltratie

"MOEILIJK..."

"Moeilijk, moeilijk, moeilijk, moeilijk... wat wil hij precies hiermee zeggen?", laat Youp van het Hek zijn publiek denken in zijn thea-tershow Alles of Nooit. Ik kan mij voorstellen dat bij de lezer dezelfde gedachten opkomen als hij deze mededeling openslaat. Het ziet er allemaal ingewikkeld uit, en dat is het eigenlijk ook wel. Het rekenen aan de stroming van grondwater met verschillen in dichthe-den is niet eenvoudig.

De maker van rekenmodellen tracht fysische verschijnselen te vertalen in mathematische termen. Vervolgens kan hij het mathema-tische model voor verschillende randvoorwaarden oplossen. De resultaten van zijn simulaties stellen hem in staat zijn inzicht in het fysische proces te vergroten.

De mathematische beschrijving van het fysische systeem is daarom een essentieel element in het opstellen van rekenmodellen en mag in een rapport over het rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater niet ontbreken. Het gevaar dreigt wel dat een publikatie over dit onderwerp alleen nog voor insiders leesbaar is. In deze mededeling is getracht het onderwerp toch toegankelijk te maken door bij de beschrijving van de verschillende rekentechnieken (hoofdstuk 4 tot en met 7) een strakke scheiding aan te houden tussen algemene kenmerken van de techniek (basisidee, uitgangs-punten, toepassingsmogelijkheden, sterke en zwakke punten) en de mathematische formulering voor de gehanteerde schematisatie van het stromingsprobleem. De ingewikkelde vergelijkingen zijn op deze wijze per hoofdstuk geconcentreerd in één paragraaf, die niet tot de 'verplichte leesstof' behoort.

In hoofdstuk 2 over wetenswaardigheden bij het rekenen met dicht-heidsverschillen zijn wel tekst en vergelijkingen met elkaar verwe-ven. Dit hoofdstuk gaat dan ook onder meer over de consequenties van dichtheidsverschillen op de bewegingsvergelijking van grondwa-ter (wet van Darcy) en op een juiste interpretatie van stijghoogteme-tingen. Deze onderwerpen zijn verplichte stof als men serieus wil gaan rekenen aan de stroming van grondwater met verschillen in dichtheid. Het gebruik van de verschillende vergelijkingen wordt bovendien toegelicht aan de hand van voorbeelden.

Hoofdstuk 3, omtrent analytische oplossingen, richt zich met name op eindresultaten en de toepassingsmogelijkheden daarvan. Voor de wijze waarop de eindvergelijkingen verkregen zijn, wordt verwezen naar originele publicaties. Op deze wijze is getracht ook dit hoofd-stuk toegankelijk te houden.

Als extra steun in de rug is tenslotte nog een symbolenlijst en een hoofdstuk over de notatie van mathematische begrippen aan deze mededeling toegevoegd.

Hans van der Eem

SAMENVATTING

Het diepe grondwater in Nederland is zout en bevat ongeveer honderd keer zo veel natrium en chloride als er volgens het Waterleidingbesluit in drinkwater mag zitten. Bij diepe winningen moet er daarom voor gezorgd worden dat alleen zóét water onttrokken wordt.

Bij diepinfiltratie wordt er op grote diepte voorgezuiverd water geïnfilteerd en onttrokken, hetgeen lokaal tot relatief sterke stromingscomponenten kan leiden. Om een bedrijfszeker systeem te kunnen ontwerpen, is inzicht in de stroming van zoet, brak en zout grondwater noodzakelijk. Daarom zijn in het kader van het project Hydrologie van Diepinfiltratie rekentechnieken ontwikkeld, aangepast c.q. toegepast die ons het genoemde inzicht kunnen verschaffen. Overigens kunnen deze technieken ook zonder meer toegepast worden om het effect van gewone diepe winningen te bestuderen.

Als er in de bodem grondwater met verschillende dichtheden aanwezig is, dient de bewegingsvergelijking van het grondwater in drukken toegepast te worden. Bij het afleiden van vergelijkingen moeten altijd de waterdrukken als uitgangspunt dienen.

Het werken met waterdrukken is in de praktijk echter lastig: de getalswaarden spreken nauwelijks tot de verbeelding, mede omdat de druk met de diepte toeneemt, ook als het water niet stroomt. Een praktische oplossing is om met de zogenaamde zoetwaterstijghoogte te werken. Dit is de stijghoogte die in een peilbuis gemeten zou zijn als de buis volledig gevuld was met zoet water. In feite geeft men de waterdrukken daarmee weer in termen van meters zoetwaterkolom ten opzichte van een referentieniveau (meestal NAP).

Het gebruik van de zoetwaterstijghoogte introduceert wel het risico dat men volledig ten onrechte grondwaterstromingen gaat afleiden op basis van gradiënten van zoetwaterstijghoogten. Bij het aanwezig zijn van dichtheidsverschillen is dit zonder meer fout (op een enkele toevallige uitzondering na).

Om horizontale stromingscomponenten te bepalen dienen gemeten stijghoogten eerst omgerekend te worden naar waterdrukken ter plaatse van de peilfilters. Als de peilfilters niet op gelijke diepte aanwezig zijn, dienen de waterdrukken omgerekend te worden naar een gelijk niveau. Hierbij zal veelal een hydrostatische drukverdeling verondersteld kunnen worden. Vervolgens kan de horizontale stroming bepaald worden aan de hand van het drukverschil, de horizontale afstand tussen de peilfilters en stromingskarakteristieken van bodem en grondwater.

Een alternatieve aanpak is om de op een gelijke diepte berekende waterdrukken om te werken naar zoetwaterstijghoogten. In dat geval (uitgaande van waterdrukken op gelijke diepte) kan de horizontale stroming worden bepaald uit de gradiënt van de zoetwaterstijghoogte, net als bij stroming van volledig zoet water.

Om verticale stromingscomponenten te bepalen dienen de gemeten stijghoogten in twee boven elkaar gelegen peilbuizen eerst omgerekend te worden naar waterdrukken ter plaatse van de filters. Vervolgens worden de waterdrukken op basis van een hydrostatische drukverdeling omgerekend naar drukken op een willekeurig niveau tussen de peilfilters. De verticale stroming volgt vervolgens uit het berekende drukverschil en de hydraulische weerstand die tussen beide peilfilters aanwezig is.

Een andere aanpak is om de berekende waterdrukken ter plaatse van de peilfilters om te rekenen naar zogenaamde omgevingsstijghoogten. Dit is de stijghoogte die in een peilbuis gemeten zou zijn als in de peilbuis dezelfde dichtheidsverdeling aanwezig was als direct buiten de buis. De verticale stroming volgt vervolgens direct uit de gradiënt van de omgevingsstijghoogte, net als bij de stroming van volledig zoet water.

Het voordeel van het gebruik van zoetwaterstijghoogten op gelijke diepte voor horizontale stroming en omgevingsstijghoogten voor verticale stroming is dat van deze variabelen per watervoerend pakket contourlijnen (isohypsenbeelden) vervaardigd kunnen worden. De horizontale stroming op de gekozen vaste diepte volgt dan uit het isohypsenbeeld van de zoetwaterstijghoogte op dit niveau. De verticale stroming volgt uit een 'verschilkaart' van de isohypsenbeelden van de omgevingsstijghoogte in twee aangrenzende watervoerende pakketten.

Bij een eerste inschatting van zoet/zout problemen komen twee grondbeginselen vaak goed van pas.

Het Badon-Ghijben principe stelt dat de druk ter plaatse van het grensvlak continu is en dus de drukken aan de zoete en zoute zijde van het grensvlak gelijk dienen te zijn. Hieruit volgt direct een relatie tussen de zoetwaterstijghoogte in het zoete water, de zoutwaterstijghoogte in het zoute water en de positie van het grensvlak. Als de genoemde zoutwaterstijghoogte constant is en gelijk aan zeeniveau, dan geldt onder Nederlandse omstandigheden dat het grensvlak tussen zoet en zout water ruim 40 maal zo diep onder zeeniveau ligt als de zoetwaterstijghoogte die juist boven het grensvlak gemeten is (ten opzichte van zeeniveau). Dit betekent ook direct dat een verandering van de stijghoogte in het zoete water grote gevolgen kan hebben voor de positie van het grensvlak.

Het vortex-principe stelt dat een hellend grensvlak tussen zoet en zout water een zodanige actie introduceert dat het grensvlak een horizontale positie in wil nemen. Een probleem met zoet en zout grondwater kan behandeld worden door eerst uit te gaan van een uniforme dichtheid van het grondwater en vervolgens het effect van het hellende grensvlak (het 'terugdraaien') hierop te superponeren. Hieruit volgt ook direct dat een in evenwicht verkerend grensvlak tussen zoet en zout water in de beginfase geen invloed heeft op het effect van bijvoorbeeld een nieuwe winning. Pas als het grensvlak een andere positie inneemt gaat zij een rol spelen.

Analytische oplossingen geven direct inzicht in de invloed van de verschillende parameters op het stromingsbeeld. Als zodanig zijn zij zeer waardevol. Ook kunnen analytische oplossingen uitstekend gebruikt worden bij het toetsen van numerieke rekenmodellen. Voor de stroming van het grensvlak door een slecht doorlatende laag onder invloed van een plotselinge drukverlaging in het bovenliggende watervoerende pakket is een analytische oplossing beschikbaar. Hetzelfde geldt voor de positie van het grensvlak onder een drain in een zogenaamd halfoneindig medium. Indien in het watervoerende pakket een hydrostatische drukverdeling aangenomen mag worden, kan zelfs voor zeer complex ogende stromingssituaties de positie van het scherpe grensvlak tussen zoet en zout water berekend worden. Het betreft een tweedimensionale oplossing in het horizontale vlak. Aldus wordt een driedimensionaal beeld van het grensvlak verkregen.

Vortex programma's zijn gebaseerd op de analytische uitdrukking voor de vortex-sterkte van geroteerde grensvlakken. Door een grensvlak op te delen in kleine grensvlakstukjes kan per elementje een vortex-sterkte becijferd worden. Iedere vortex introduceert een stromingsveld. De combinatie van stromingscomponenten van alle vortices en van alle overige hydrologische krachten (bijv. bronnen) leveren het totale stromingsbeeld waaruit de verplaatsing van het grensvlak in een tijdsperiode becijferd kan worden. Door de grensvlakelementjes en de tijdstappen klein te kiezen kan iedere gewenste nauwkeurigheid verkregen worden. Vortex-programma's zijn dan ook bijzonder geschikt om numerieke programma's te toetsen. Bovendien kan met vortex-programma's heel inzichtelijk het effect van gewijzigde stromingsparameters in beeld gebracht worden. Als zodanig zijn ze dus ook bijzonder leerzaam.

Een aanpak waarbij uitgegaan wordt van een scherp grensvlak tussen zoet en zout grondwater in combinatie met de aanname van een hydrostatische drukverdeling in het watervoerende pakket, biedt de mogelijkheid om met een tweedimensionale berekening een ruimtelijk, driedimensionaal beeld van de ligging van het grensvlak te krijgen. Deze methode kan geïmplementeerd worden met behulp van krachtige numerieke technieken zoals de eindige elementen methode. Lastige stromingssituaties met sterk variërende bodemparameters en complexe randvoorwaarden kunnen dan uitgerekend worden.

Bij het gebruik van de stroomfunctie wordt direct het stromingsbeeld opgelost, zonder tussenkomst van de waterdrukken. Het verschil in stroomfunctiewaarden in twee afzonderlijke punten beschrijft hoeveel grondwater er over een willekeurige lijn tussen deze twee punten stroomt. De stroomfunctietheorie is juist ook voor zoet/zout vraagstukken bijzonder interessant. Horizontale gradiënten in dichtheden verschijnen als brontermen in de stromingsvergelij-

king en kunnen daardoor eenvoudig meegenomen worden. Aan de hand van het berekende stromingsbeeld kan de verplaatsing van het grensvlak becijferd worden, waaruit een nieuwe positie volgt met bijbehorend stromingsbeeld. Een andere aanpak is om op basis van het stromingsbeeld een zoutbalans voor ieder element (of knoop) van een numeriek netwerk op te stellen, waaruit de verandering van de zoutconcentratie in het betreffende element kan worden becijferd.

Bij stoftransportmodellering wordt het idee van scherpe grensvlakken losgelaten. Zouten in het grondwater worden als opgeloste stof beschouwd, waarbij de zoutconcentratie invloed heeft op de dichtheid en daarmee op het stromingsbeeld. De concentratie van de opgeloste stof verandert in de tijd als gevolg van grondwaterstroming, moleculaire diffusie, infiltraties en onttrekkingen, en tal van fysische en (bio)chemische processen. Bij modellering van verbrakingsvraagstukken wordt de opgeloste stof veelal als conservatief beschouwd.

Het resultaat van een berekening met een stoftransportmodel is de zoutverdeling in de ruimte als functie van de tijd. Door contourlijnen of contourvlakken van de zoet/brak- en brak/zout-grenswaarden te tekenen krijgt men een zeer duidelijk beeld van de beweging van zoet, brak en zout grondwater.

Met de genoemde rekentechnieken zijn bij verschillende waterleidingbedrijven vele modelonderzoeken uitgevoerd, soms aangevuld met (langdurende) praktijkproeven. Uit dit onderzoek zijn een aantal interessante conclusies te trekken.

Het infiltreren van zoet in zout water blijkt goed te gaan, in die zin dat zich niet een enorme brakke zone tussen zoet en zout water vormt. Probleem is echter dat de gevormde zoetwaterbel rond de infiltratieput snel 'inklapt' zodra de infiltratie wordt stopgezet. De opgebouwde voorraad zoet water kan daardoor maar zeer beperkt worden teruggewonnen. Een bijkomend probleem is dat het brakke en zoute water dat zich vóór de infiltratie rond en boven de put bevond, door de infiltratie naar boven wordt weggedrukt. Op termijn zal het bovenliggende watervoerende pakket daardoor verbrakken. In dit pakket zijn veelal winputten gesitueerd. Al met al lijkt het infiltreren van zoet water in zout water, als vorm van opslag van zoet water voor de drinkwatervoorziening, weinig succesvol.

In een ander onderzoek is getracht na te gaan of diepinfiltratie mogelijk was in een pakket waarin zich bij aanvang onderin brak en zout water bevond. Na vele rekenexercities bleek dit praktisch gezien niet haalbaar. Zeker de eerste jaren zouden grote hoeveelheden overinfiltratie nodig zijn (meer dan twee keer zo veel infiltreren als onttrekken). Deze overinfiltratie duwt weliswaar het brakke en zoute water weg, maar kan op termijn elders verzilting veroorzaken. Bovendien leidt de overinfiltratie tot een stijging van grondwaterstanden, welke later weer teniet gedaan wordt als de overinfiltratie wordt gereduceerd. Deze onnatuurlijke grondwaterstandsfluctuaties

zijn ook uit ecologisch oogpunt ongewenst. Tenslotte is overinfiltratie duur omdat veel voorgezuiverd infiltratiewater niet wordt teruggewonnen. Daar komt nog bij dat het in de praktijk moeilijk zal zijn dit systeem te beheersen, omdat het bijzonder lastig is in het veld precies de positie van brak en zout water vast te stellen. Zeer veel waarnemingen zouden daarvoor nodig zijn.

Concluderend kan gesteld worden dat diepinfiltratiesystemen gesitueerd moeten worden op lokaties waar in het watervoerende pakket ter plaatse geen brak of zout water aanwezig is.

Diepinfiltratiesystemen worden mede aangelegd om periodes te kunnen overbruggen waarin de kwaliteit van de bron onvoldoende is. Er kan dan niet geïnfiltreerd worden terwijl de onttrekking voortduurt. Er is dan sprake van een netto winning en de vraag doet zich voor of er in zo'n situatie nog gevaar voor het aantrekken van brak en zout water bestaat. Als het diepinfiltratiesysteem op een juiste lokatie gesitueerd is, dus met het brakke en zoute water (ruim) onder het infiltratiepakket, hoeft hiervoor niet gevreesd te worden. Door de hydraulische weerstand die tussen winmiddelen en het brakke c.q. zoute water aanwezig is, zullen drukveranderingen in het infiltratiepakket alleen gedempt doorwerken. De snelheid waarmee brak en zout water opgetrokken wordt, blijft daardoor beperkt. Omdat ook de duur van de infiltratiestop beperkt zal zijn (één tot enkele weken) is de verplaatsing van het grensvlak tussen zoet en brak water gering en daarmee ook het gevaar voor verbrakking. Deze algemene tendens zal nog wel moeten worden getoetst aan de hand van berekeningen, die op de lokale omstandigheden zijn toegesneden.

1 INLEIDING

Het diepe grondwater in Nederland is zout. Het bevat ongeveer honderd keer zo veel natrium en chloride als er volgens het Waterleidingbesluit in het Nederlandse drinkwater mag zitten. Daarmee is direct het probleem gekenschetst bij het onttrekken van diep grondwater voor de drinkwatervoorziening: vermeden moet worden dat zelfs een klein percentage zout water wordt bijgemengd.

Bij diepinfiltratie wordt er op grote diepte ver voorgezuiverd oppervlaktewater in de bodem geïnfilteerd om het vervolgens na een zekere verblijftijd in de bodem weer terug te winnen¹. Doel hiervan is onder meer het realiseren van een afvlakking van kwaliteitsfluctuaties, desinfectie en het ter beschikking hebben van wincapaciteit op momenten dat de bron (het oppervlaktewater) verontreinigd is.

Door diepe infiltratie en terugwinning wordt lokaal het stromingsbeeld sterk beïnvloed, hetgeen zijn uitwerking heeft naar het onderliggende brakke en zoute water. Brak en zout grondwater zal zich gaan verplaatsen onder het gewijzigde krachtspel. Om bedrijfszekere diepinfiltratiesystemen te kunnen ontwerpen, is het daarom gewenst een concreet beeld te kunnen vormen van het gedrag van het brakke en zoute water.

Rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater impliceert dat men dit proces eerst in mathematische termen formuleert. De stroming van grondwater met verschillende dichtheden wijkt wat dat betreft af van de stroming van alleen zoet grondwater, waar hydrologen in de praktijk meestal mee te maken hebben. De bewegingsvergelijking van grondwater met variabele dichtheid verdient daarom speciale aandacht (hoofdstuk 2). Hetzelfde geldt voor het meten, presenteren en interpreteren van stijghoogtemetingen, wat in dit geval ook 'een vak apart' is.

Als de grondwaterstroming in mathematische termen vertaald is, kan begonnen worden met het oplossen van het geformuleerde probleem. Tegenwoordig zijn numerieke technieken erg in zwang. Neemt niet weg dat analytische oplossingen bijzonder interessant blijven (hoofdstuk 3). Enerzijds omdat zij zeer goed inzicht verschaffen in de invloed van diverse parameters op het stromingsprobleem en anderzijds omdat zij ingezet kunnen worden bij het toetsen van numerieke technieken. Ook de aanpak met vortices bewijst op dit punt zijn kracht (hoofdstuk 4).

¹ Onder 'diepinfiltratie' wordt hier verstaan het gelijktijdig infiltreren en onttrekken van grondwater. De term 'diepe infiltratie' wordt gebruikt om alleen de infiltratie aan te duiden.

Voor gecompliceerde vraagstukken, waarbij bijvoorbeeld de ruimtelijke variatie van bodemparameters een belangrijke rol speelt, zullen al snel numerieke technieken moeten worden toegepast.

Numerieke technieken met scherpe grensvlakken, waarbij tevens een hydrostatische drukverdeling in het watervoerende pakket wordt verondersteld, maken het mogelijk om een driedimensionaal beeld van de positie van het grensvlak te verkrijgen aan de hand van een tweedimensionale berekening (hoofdstuk 5).

Met behulp van de stroomfunctie kunnen elegant en nauwkeurig stroomlijnen berekend worden, ook als er dichtheidsverschillen aanwezig zijn. Verplaatsingen van grensvlakken kunnen zo goed in beeld gebracht worden (hoofdstuk 6).

Stoftransportmodellen gaan niet uit van grensvlakken tussen vloeistoffen met verschillende dichtheden, maar beschouwen het zoutgehalte als een opgeloste stof (hoofdstuk 7). De simulatie van het transport van opgeloste stof geeft dan een beeld van de ruimtelijke verdeling van het zoutgehalte, ofwel de ruimtelijke verdeling van zoet, brak en zout grondwater.

Praktijkproeven en een groot aantal modelonderzoeken hebben de afgelopen jaren ons inzicht in de mogelijkheden van infiltratie en terugwinning in, nabij of boven brak en zout water vergroot. Het afsluitende hoofdstuk gaat in op deze ervaringen.

Hoewel het onderzoek dat in deze mededeling gerapporteerd is, het resultaat is van onderzoek in het kader van diepinfiltratie, kunnen vele opbrengsten zonder meer ook gebruikt worden bij studies naar verbrakking van diepe winningen.

2 WETENSWAARDIGHEDEN BIJ REKENEN MET DICHTHEIDSVERSCHILLEN

Het voorspellen van de beweging van brak en zout grondwater onder invloed van gewijzigde hydrologische krachten is niet eenvoudig. Het 'hydrologisch gevoel' werkt vaak tegen. Als je verwacht dat de grens tussen zoet en zout water als gevolg van een ingreep omlaag zal bewegen, dan is het geen uitzondering wanneer uit een berekening juist weer het omgekeerde volgt. Naderhand kun je dan altijd wel weer aangeven, waarom het eerste vermoeden niet juist was. Al doende leert men en kan men ook steeds meer grip krijgen op de simultane stroming van zoet, brak en zout grondwater.

In dit hoofdstuk zijn een aantal wetenswaardigheden over dichtheidsstroming verzameld. Handigheidjes die van pas komen bij de eerste inschatting van een gegeven probleem. De bewegingsvergelijking van Darcy wordt onder de loep genomen en er wordt ruim aandacht geschonken aan het verwerken van stijghoogtemetingen. Tenslotte komen twee grondbeginselen aan de orde, te weten het Badon-Ghijben principe en het vortex-principe.

Overigens dient opgemerkt te worden dat de grenzen tussen zoet en brak water en tussen brak en zout water niet eenduidig zijn aan te geven. Het hangt vaak af van het doel waarmee naar zoet, brak en zout grondwater gekeken wordt. Zo zijn in drinkwaterputten chlorideconcentraties van meer dan 150 mg/l al hinderlijk. Zijn we daarentegen geïnteresseerd in het effect van dichtheidsverschillen op de grondwaterstroming dan moet het vizier verlegd worden naar concentraties van enkele duizenden milligrammen chloride per liter. Lagere concentraties hebben alleen in uitzonderlijke situaties een duidelijke invloed op het stromingsbeeld.

2.1 De bewegingsvergelijking (wet van Darcy)

Bij stroming van vloeistoffen met uniforme dichtheid geeft de wet van Darcy aan met welke snelheid het grondwater zal stromen indien er tussen twee punten een stijghoogteverschil aanwezig is. In een homogeen medium luidt de wet van Darcy dan:

$$q = -k \nabla \phi \quad (1)$$

waarin	q	= specifieke volumestroom	$[L t^{-1}]$
	k	= doorlatendheid	$[L t^{-1}]$
	ϕ	= stijghoogte	$[L]$

De doorlatendheid is afhankelijk van de eigenschappen van de

grond en van de vloeistof. De specifieke volumestroom is in feite een schijnbare grondwatersnelheid. De werkelijke (gemiddelde) snelheid van het grondwater is groter, en wel omgekeerd evenredig met de porositeit:

$$v = \frac{q}{n} \quad (2)$$

waarin	v	= grondwatersnelheid	$[L t^{-1}]$
	n	= porositeit	$[-]$

Als het grondwater geen uniforme dichtheid heeft, kan vergelijking (1) niet meer worden toegepast. In het geval de dichtheid een gradiënt vertoont, is er geen sprake meer van potentiaalstroming. In zo'n situatie zal een meer algemene vorm van de wet van Darcy toegepast moeten worden, op basis van waterdrukken:

$$q = -\frac{\kappa}{\mu}(\nabla p - \rho g) \quad (3)$$

waarin	κ	= intrinsieke doorlatendheid	$[L^2]$
	μ	= dynamische viscositeit	$[M t^{-1} L^{-1}]$
	p	= waterdruk	$[M L^{-1} t^{-2}]$
	ρ	= dichtheid vloeistof	$[M L^{-3}]$
	g	= zwaartekrachtversnelling	$[L t^{-2}]$

De intrinsieke doorlatendheid κ is uitsluitend een eigenschap van de grond; de vloeistof wordt gekarakteriseerd door de dynamische viscositeit μ en de dichtheid ρ .

In een horizontaal vlak is de stroming evenredig met de gradiënt van de waterdruk, immers de horizontale componenten van de zwaartekrachtversnelling g zijn nul. De waterdruk in de verticaal zal als gevolg van het gewicht van het water toenemen met de diepte. Er is sprake van een hydrostatisch evenwicht als de gradiënt van de waterdruk in evenwicht is met het gewicht van het water. De verticale specifieke volumestroom q_z is dan nul. Als de positieve z -as naar boven gericht is, vinden we:

$$q_z = -\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) = 0 \quad (4)$$

zodat

$$p_1 - p_2 = \int_{z_1}^{z_2} (\rho g) dz = \overline{\rho}_{12} g (z_2 - z_1) \quad (5)$$

waarin $\overline{\rho}_{12}$ de gemiddelde dichtheid is tussen z_1 en z_2 .

2.2 Stijghoogten en dichtheidsverschillen

In de dagelijkse praktijk wordt informatie over de waterdruk verkregen door het peilen van de stijghoogte in waarnemingsfilters. Zo ook als er in de bodem grondwater met variabele dichtheid aanwezig is. In zo'n situatie dienen stijghoogtemetingen zeer zorgvuldig uitgevoerd en uitgewerkt te worden om juiste uitspraken te kunnen doen over de lokale en regionale grondwaterstromingspatronen. In de volgende paragrafen zal hierop nader worden ingegaan.

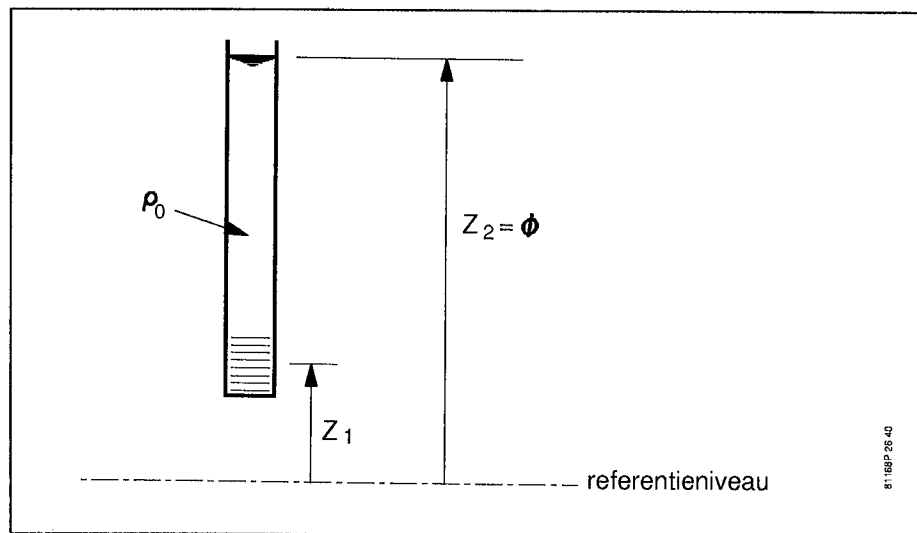
2.2.1 Definitie van stijghoogten

Het verband tussen de stijghoogte ϕ in een peilbuis en de druk ter plaatse van het peilfilter kan uit vergelijking (5) worden bepaald. Als de dichtheid in de peilbuis, ρ_o , constant is, het niveau z_2 samenvalt met het waterpeil ϕ in de buis en het niveau z_1 de positie z van het peilfilter voorstelt, dan geldt (figuur 1):

$$\begin{aligned} p_{z2} &= 0 && \text{(barometrische druk)} \\ p_{z1} &= p_z = \rho_o g(\phi - z) \end{aligned} \quad (6)$$

of

$$\phi = z + \frac{p}{\rho_o g} \quad (7)$$



Figuur 1 Schets van een peilbuis met parameters voor het definiëren van het begrip stijghoogte

Aldus is een eenduidige relatie verkregen tussen de druk p op een diepte z en de stijghoogte ϕ in een peilbuis waarin een vloeistof aanwezig is met dichtheid ρ_o . Als de vloeistof in de peilbuis zoet water is, wordt de stijghoogte aangeduid als zoetwaterstijghoogte. Bij een peilbuis gevuld met zout water wordt gesproken van de zoutwaterstijghoogte.

Advies:

De term 'stijghoogte' dient zorgvuldig gebruikt te worden. Indien er in de bodem grondwater aanwezig is met verschillende dichtheden zal altijd aangegeven moeten worden met welke dichtheid in de peilbuis de stijghoogte bepaald is.

Daarnaast is het wenselijk om bij de presentatie van stijghoogtemetingen aan te geven op welke diepte het filter van de peilbuis geplaatst is. Alleen de combinatie van stijghoogteniveau, dichtheid in peilbuis en diepte peilbuisfilter geeft eenduidige informatie over de waterdrukken ter plaatse van het filter, en daarmee dus ook eenduidige informatie voor het bepalen van de stromingstoestand in de bodem.

Helaas wordt er tegen deze regel veelvuldig gezondigd.

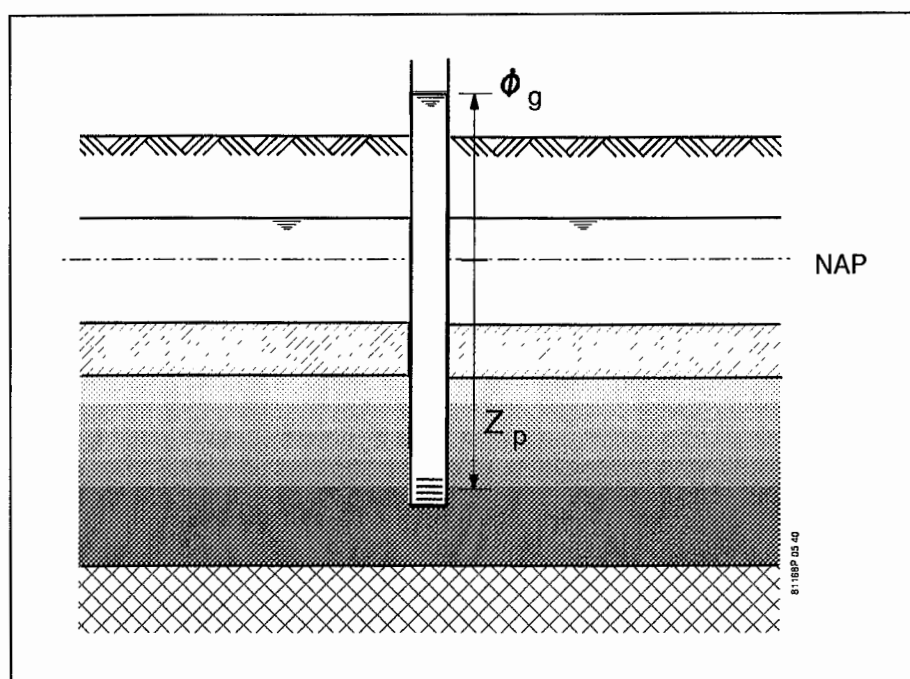
Welke fouten kunnen ontstaan indien de dichtheid van het water in de peilbuis verkeerd wordt ingeschat, is aangegeven in voorbeeld 1.

Voorbeeld 1. Effect van onjuiste inschatting dichtheid in peilbuis

Stijghoogtemetingen in een peilbuis worden gebruikt om informatie te krijgen over de waterdrukken ter plaatse van het peilfilter. Zoals bij elke meting heeft het meten slechts zin als dit plaatsvindt met een geijkt meetapparaat. Bij stijghoogtemetingen is dit veelal geen probleem. De dichtheid van het water in de peilbuis is zoet, waardoor de omrekening van stijghoogtemeting naar waterdruk eenvoudig en nauwkeurig uitgevoerd kan worden. Anders is het als het peilfilter zich in brak of zout water bevindt. Opeens ontstaat er dan onduidelijkheid over het water in de peilbuis: is dit zoet, brak of zout? Zolang de dichtheid niet bekend is, is het meetinstrument niet geijkt. Het waarnemen van de stijghoogte is dan weinig zinvol. In grote lijnen zijn er twee manieren om de dichtheid in de peilbuis te bepalen. Bij de eerste methode wordt voor aanvang van de meting het water in de peilbuis vervangen door langzaam zoet water in de peilbuis te laten stromen. Als men zeker is dat de hele meetkolom gevuld is met zoet water, wordt de toevoer gestopt en gewacht totdat zich in de peilbuis een constant peil heeft ingesteld, waarna de zoetwaterstijghoogte afgelezen kan worden. Een tweede methode werkt juist omgekeerd. Het peilfilter wordt voor de meting afgepompt, net zolang tot het uitstromende water

een constant geleidingsvermogen heeft. Het geleidingsvermogen kan tevens als maat dienen voor de dichtheid van het water in de buis. Na beëindiging van het afpompen wordt gewacht tot zich een vast peil in de buis heeft ingesteld. De stijghoogte wordt vervolgens gemeten en samen met de dichtheid van het water in de peilbuis genoteerd.

Zoals vermeld betekent onduidelijkheid over de dichtheid van het water in de peilbuis in feite een meting met een ongeijkt meetinstrument. Dat hierdoor grote fouten geïntroduceerd worden toont het volgende voorbeeld aan.



Figuur 2 Peilbuis in een watervoerend pakket met verschillende dichtheden

Het filter van een peilbuis is geplaatst in een regio met brak en zout water (figuur 2). Het peilfilter bevindt zich op een diepte z_p van -100 meter ten opzichte van het referentieniveau (NAP). Er is een stijghoogte ϕ_g gemeten van 2,00 meter +NAP. Men neemt aan dat het grondwater in de peilbuis ρ_p zoet is; men neemt dus aan dat er een zoetwaterstijghoogte gemeten is. In werkelijkheid is het grondwater in de peilbuis echter niet zoet, waardoor er een fout ontstaat in het vaststellen van de waterdruk ter plaatse van het peilfilter. Deze fout kan uitgedrukt worden in meters zoetwaterkolom. Voor het berekenen van de werkelijke waterdruk en de werkelijke zoetwaterstijghoogte in onderstaande tabel is vergelijking (7) gebruikt:

<i>gemeten stijghoogte</i>	<i>werkelijke dichtheid</i>	<i>werkelijke waterdruk</i>	<i>werkelijke zoetwater- stijghoogte</i>	<i>fout in zoetwater- stijghoogte</i>
ϕ_g <i>m +NAP</i>	ρ_p <i>kg/m³</i>	p_z <i>10⁶ N/m²</i>	ϕ_f <i>m +NAP</i>	$\Delta\phi_f$ <i>m</i>
2,00	1000	1,00063	2,00	0,00
2,00	1005	1,00562	2,51	0,51
2,00	1010	1,01063	3,02	1,02
2,00	1015	1,01563	3,53	1,53
2,00	1020	1,02063	4,04	2,04
2,00	1025	1,02564	4,55	2,55

Uit de laatste kolom in bovenstaande tabel blijkt dat een onjuiste beoordeling van de dichtheid in de peilbuis aanleiding kan geven tot fouten in de orde van grootte van meters zoetwaterkolom. Een en ander kan leiden tot volstrekt verkeerde conclusies over de grootte en richting van de grondwaterstroming. Het voorbeeld geeft eens te meer aan dat een stijghoogtemeting in brak of zout water alleen zinvol is indien de dichtheid in de peilbuis bekend is.

Dus:

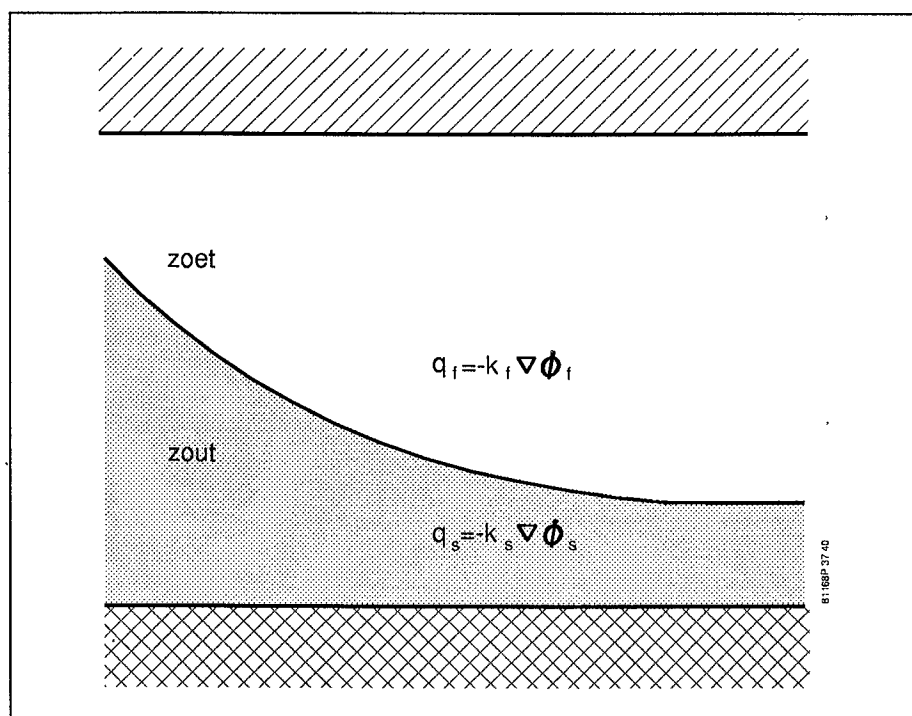
- Om een waardevolle meting te hebben moet de dichtheid van het water in de peilbuis bekend zijn.*
- Bij elke stijghoogtemeting moet aangegeven worden welke dichtheid in de peilbuis tijdens de meting aanwezig was. Bij voorkeur wordt deze informatie aangevuld met de positie van het peilfilter ten opzichte van het referentieniveau. Stijghoogte, dichtheid en positie filter tezamen geven eenduidige informatie over de waterdrukken ter plaatse van het peilfilter.*

In paragraaf 2.1 is aangegeven dat de bewegingsvergelijking voor grondwater bij het voorkomen van dichtheidsverschillen uitgewerkt dient te worden in waterdrukken (vergelijking (3)). Het werken met waterdrukken is in de dagelijkse praktijk echter vervelend omdat de numerieke waarden groot kunnen zijn en niet tot de verbeelding spreken (de waterdruk neemt toe met de diepte, ook als er geen stroming optreedt) en omdat er zelden waterdrukken gemeten worden, maar meestal stijghoogten. Met behulp van vergelijking (7) kunnen nu de waterdrukken uit vergelijking (3) eenduidig herschreven worden in termen van stijghoogten. Daarbij zal wel aangegeven moeten worden welke dichtheid in de peilbuis aanwezig is c.q. aangenomen wordt. In de volgende paragrafen wordt hierop nader ingegaan.

2.2.2 Rekenen met stijghoogten

Als er een scherpe overgang tussen zoet en zout grondwater aanwezig is, kunnen twee zones met uniforme dichtheid worden onderscheiden, een zone met uitsluitend zoet grondwater en een zone met uitsluitend zout grondwater. Omdat er in de afzonderlijke zones geen dichtheidsgradiënten aanwezig zijn, kan er in beide zones op de gebruikelijke wijze met stijghoogten gerekend worden. Het is dan wel noodzakelijk om in de volledig zoete zone met de zoetwaterstijghoogte ϕ_f (f=fresh) te rekenen en in de volledig zoute zone met de zoutwaterstijghoogte ϕ_s (s=salt). De bewegingsvergelijkingen voor beide zones worden dan (figuur 3):

$$q_f = -k_f \nabla \phi_f \quad \text{en} \quad q_s = -k_s \nabla \phi_s \quad (8)$$



Figuur 3 Watervoerend pakket met zoet en zout water gescheiden door een scherp grensvlak

Merk op dat er onderscheid gemaakt moet worden tussen de doorlatendheden voor het zoete en zoute grondwater:

$$k_f = \frac{\kappa}{\mu_f} \rho_f g \quad \text{en} \quad k_s = \frac{\kappa}{\mu_s} \rho_s g \quad (9)$$

De dichtheid van zout water is in Nederlandse omstandigheden tot 2,3% groter dan die van zoet water en de viscositeit is circa 1% groter. Het verwaarlozen van de verschillen in doorlatendheden voor zoet en zout grondwater bij het bepalen van stroomsnelheden uit

gemeten zoet- of zoutwaterstijghoogten is geoorloofd, gezien de onnauwkeurigheden die in de overige termen schuilen. Bij het afleiden van meer theoretische relaties voor de stroming tussen zoet en zout grondwater is het wenselijk rekening te houden met verschillen in doorlatendheden.

Ook als er sprake is van een geleidelijke overgang tussen zoet en zout grondwater kan er met zoet- en zoutwaterstijghoogten gerekend worden in het zoete, respectievelijk zoute deel van het pakket. Vergelijking (8) kan echter niet in de overgangszone zelf toegepast worden. De juiste bewegingsvergelijkingen voor deze zone, uitgedrukt in zoetwaterstijghoogten, krijgen we door de relatie tussen de zoetwaterstijghoogte en de waterdruk (vergelijking (7) met $\rho_o = \rho_f$) te substitueren in de algemene wet van Darcy (vergelijking (3)):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q} &= -\frac{\kappa}{\mu} \left(\nabla(\rho_f g(\phi_f - z)) - \rho \mathbf{g} \right) \\
 &= -\frac{\kappa}{\mu} \rho_f g \left(\nabla(\phi_f - z) + \frac{\rho}{\rho_f} \mathbf{e}_z \right) \\
 &= -\frac{\mu_f}{\mu} k_f \left(\nabla(\phi_f - z) + \frac{\rho}{\rho_f} \mathbf{e}_z \right)
 \end{aligned} \tag{10}$$

waarin $\mathbf{e}_z$ de eenheidsvector in positieve z-richting is en μ en ρ de lokale dynamische viscositeit en dichtheid. Vergelijking (10) kan als volgt uitgeschreven worden voor een x,y,z-assenstelsel:

$$\begin{aligned}
 q_x &= -\frac{\mu_f}{\mu} k_f \frac{\partial \phi_f}{\partial x} \\
 q_y &= -\frac{\mu_f}{\mu} k_f \frac{\partial \phi_f}{\partial y} \\
 q_z &= -\frac{\mu_f}{\mu} k_f \left(\frac{\partial \phi_f}{\partial z} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \right)
 \end{aligned} \tag{11}$$

Hieruit blijkt dat horizontale stroming direct kan worden bepaald uit de horizontale gradiënt van de zoetwaterstijghoogte in x- en y-richting (let wel: de zoetwaterstijghoogten moeten op een gelijke diepte bepaald zijn!). Voor de verticale stroming dient de gradiënt van de zoetwaterstijghoogte echter gecorrigeerd te worden voor het relatieve dichtheidsverschil tussen de lokale vloeistof en zoet grondwater.

In bijlage 1 wordt aangegeven hoe horizontale en verticale stromingscomponenten berekend kunnen worden door eerst de gemeten stijghoogten om te werken naar drukken op een referentieniveau. In de volgende paragraaf wordt echter een andere methode uitgewerkt waarbij de stijghoogtemetingen op een zodanige wijze worden gepresenteerd dat daaruit direct de horizontale en verticale stromingscomponenten afgeleid kunnen worden.

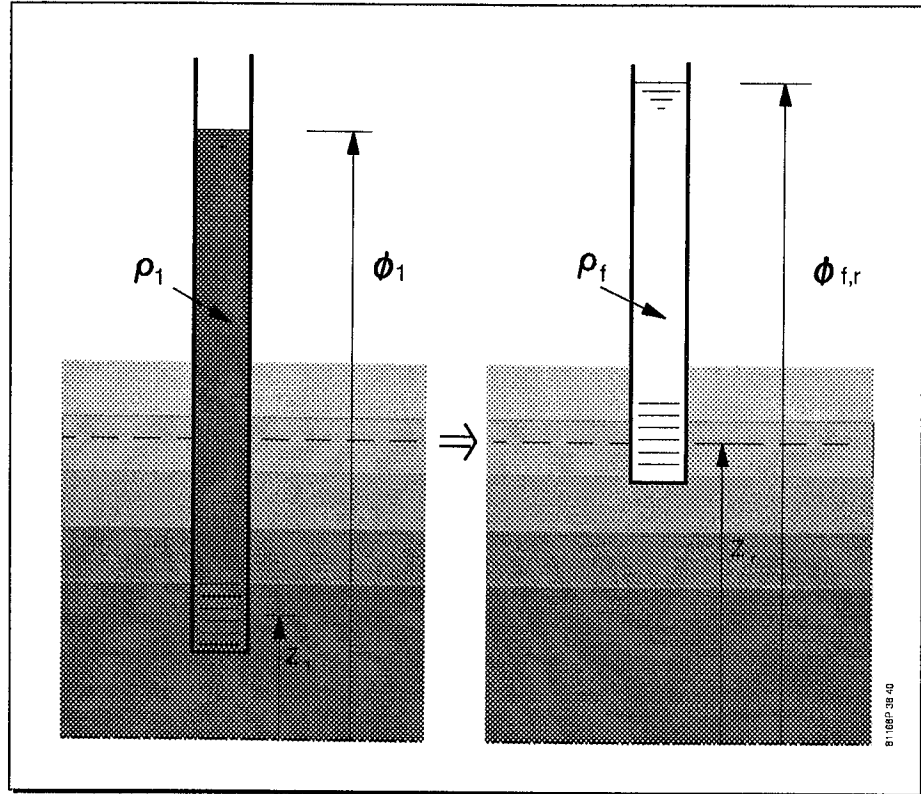
2.2.3 Presenteren van stijghoogtemetingen

Stijghoogtemetingen in het veld worden veelal omgezet naar isohypsenkaarten. Uit deze kaarten kan snel een indruk van de grondwaterstroming worden verkregen. Voor grondwatersystemen die uitsluitend zoet grondwater bevatten, dient de zoetwaterstijghoogte in beeld gebracht te worden. Dit wordt feitelijk vanzelf gedaan omdat nu eenmaal zoetwaterstijghoogten gemeten worden. Voor (deel)syste- men met uitsluitend zout grondwater kan het wenselijk zijn om de zoutwaterstijghoogte in beeld te brengen omdat hieruit direct de stromingsrichting van het zoute water afgeleid kan worden. Men dient er hierbij op bedacht te zijn dat in het veld niet altijd de zoutwaterstijghoogte gemeten wordt. Men zal dus moeten verifiëren dat de peilbuis volledig gevuld is met zout grondwater.

Indien er zowel zoet als zout grondwater aanwezig is, dient men zeer zorgvuldig om te gaan met het presenteren van isohypsenkaarten. Voor het afleiden van horizontale stroming uit de isohypsen- kaart moeten zoetwaterstijghoogten uitgezet worden die op een zelfde diepte z gemeten zijn. Als er in een watervoerend pakket niet op een en dezelfde diepte gemeten is, zullen de gemeten stijghoog- ten naar een referentieniveau moeten worden omgerekend, bijvoor- beeld de gemiddelde diepte van het midden van het watervoerende pakket. Deze omrekening gaat als volgt in het werk.

Stel we hebben een peilbuis op diepte z_1 gevuld met een uniforme vloeistof met dichtheid ρ_1 (figuur 4). In de buis wordt een stijg- hoogte ϕ_1 gemeten. Gevraagd is de zoetwaterstijghoogte op het referentieniveau z_r ter plaatse van de peilbuis. Aangenomen mag worden dat er in het watervoerende pakket een hydrostatische drukverdeling aanwezig is.

De gevraagde zoetwaterstijghoogte kan het makkelijkste berekend worden door de waterdruk ter plaatse van het referentieniveau te bepalen. Op diepte z_1 is de waterdruk $p_1 = \rho_1 g(\phi_1 - z_1)$. Bij een hydrostatische drukverdeling is de druk ter hoogte van het referen- tieniveau z_r dan gelijk aan (vergelijking (5)):



Figuur 4 Omrekening van gemeten stijghoogten naar zoetwaterstijghoogten op een referentieniveau

$$p_r = p_1 - \int_{z_1}^{z_r} (\rho g) dz = p_1 - \overline{\rho_{1r}} g (z_r - z_1) \quad (12)$$

waarin $\overline{\rho_{1r}}$ de gemiddelde dichtheid buiten de peilbuis tussen het niveau van het peilfilter en het referentieniveau voorstelt. De zoetwaterstijghoogte op de referentiehoogte is nu:

$$\begin{aligned} \phi_{f,r} &= z_r + \frac{p_r}{\rho_f g} = z_r + \frac{p_1 - \overline{\rho_{1r}} g (z_r - z_1)}{\rho_f g} \\ &= z_r + \frac{p_1}{\rho_f g} - \frac{\overline{\rho_{1r}}}{\rho_f} (z_r - z_1) \end{aligned} \quad (13)$$

Substitutie van de uitdrukking voor p_1 levert tenslotte:

$$\phi_{f,r} = z_r + \frac{\rho_1}{\rho_f} (\phi_1 - z_1) - \frac{\overline{\rho_{1r}}}{\rho_f} (z_r - z_1) \quad (14)$$

Met behulp van vergelijking (14) kunnen gemeten stijghoogten, met

de lokale dichtheid ter plaatse van het filter in heel de peilbuis, omgerekend worden naar zoetwaterstijghoogten op een referentieniveau in het watervoerende pakket. Van deze zoetwaterstijghoogten kunnen vervolgens isohypsenkaarten vervaardigd worden, waaruit op basis van vergelijking (11) direct uitspraken gedaan kunnen worden over de *horizontale* stromingsrichting en -sterkte ter hoogte van het referentieniveau. De geringe verschillen in viscositeiten kunnen hierbij praktisch gezien verwaarloosd worden.

Een directe uitdrukking voor de horizontale stroming in x-richting op basis van gemeten stijghoogten kan verkregen worden door combinatie van de vergelijkingen (11) en (14). Men vindt dan:

$$q_{x,1 \rightarrow 2} \approx -k_f \frac{\rho_2(\phi_2 - z_2) - \overline{\rho_{2r}}(z_r - z_2) - \rho_1(\phi_1 - z_1) + \overline{\rho_{1r}}(z_r - z_1)}{\rho_f(x_2 - x_1)} \quad (15)$$

waarin $\overline{\rho_{1r}}$ de gemiddelde dichtheid tussen het referentieniveau en het peilfilter ter plaatse van waarnemingsput 1 voorstelt, en $\overline{\rho_{2r}}$ de gemiddelde dichtheid tussen referentieniveau en peilfilter ter plaatse van buis 2.

Als de dichtheidsverdelingen rond de beide peilbuizen niet gelijk zijn, zal er op verschillende diepten sprake zijn van verschillende horizontale stromingscomponenten tussen de beide waarnemingspunten. De selectie van het juiste referentieniveau dient dan ook zorgvuldig plaats te vinden. Als men geïnteresseerd is in de stroming van zoet water in het bovenste deel van een watervoerend pakket, kan het handig zijn de bovenzijde van deze watervoerende laag als referentievlak te kiezen. Vermenigvuldigen van de dikte van de zoetwaterlaag met de berekende horizontale stromingscomponent levert dan direct de totale volumestroom zoet water op (als althans uitgegaan kan worden van een hydrostatische drukverdeling in het watervoerende pakket).

Het gebruik van de verschillende vergelijkingen voor het bepalen van horizontale stromingscomponenten wordt gedemonstreerd in voorbeeld 2.

Voorbeeld 2. Bepalen van horizontale grondwaterstroming aan de hand van stijghoogtemetingen

In dit voorbeeld hebben we twee waarnemingsputten die op een onderlinge afstand van 75 meter gesitueerd zijn. In beide putten is de stijghoogte in het diepe watervoerende pakket gemeten. De daarvoor beschikbare peilbuizen hebben hun filters echter op verschillende diepte: buis 1, in de eerste waarnemingsput, op 90

meter -NAP en buis 2, in de andere waarnemingsput, op 100 meter -NAP. In de peilbuizen zijn respectievelijk de stijghoogten ϕ_1 en ϕ_2 gemeten bij een dichtheid in de peilbuizen van ρ_1 en ρ_2 . Voor deze parameters is gevonden: $\phi_1=1,25\text{m} +\text{NAP}$, $\phi_2=1,20\text{m} +\text{NAP}$, $\rho_1=1004\text{ kg/m}^3$ en $\rho_2=1006\text{ kg/m}^3$. Ter plaatse van de diepe waarnemingsput 2 is tussen 90m en 100m -NAP een gemiddelde dichtheid van $1005,5\text{ kg/m}^3$ aanwezig. De dichtheid van zoet water bedraagt 1000 kg/m^3 . Voor de hydraulische doorlatendheid (k_f) kan 20 m/d aangehouden worden.

Gevraagd: de horizontale stromingscomponent tussen beide waarnemingsputten op een diepte van 90 meter -NAP.

In het voorbeeld doen zich twee problemen voor: (1) de dichtheid in beide buizen was tijdens de meting niet gelijk en (2) de peilfilters bevinden zich niet op dezelfde diepte. Om uitspraken te kunnen doen over de horizontale stromingscomponent tussen de beide waarnemingsputten worden de stijghoogten omgewerkt naar zoetwaterstijghoogten op een gelijk (referentie)niveau van 90 meter -NAP. (N.B.: dit niveau moet niet verward worden met het NAP-niveau ten opzichte waarvan de metingen aangeduid worden.)

Met behulp van vergelijking (14) wordt voor iedere peilbuis de zoetwaterstijghoogte ter plaatse van het vaste referentieniveau in het watervoerende pakket bepaald. Vervolgens kan met de eerste term uit vergelijking (11) de horizontale stromingscomponent worden vastgesteld.

peilbuis nummer	gemeten stijg- hoogte	dicht- heid in peilbuis	positie peilbuis- filter	dicht- heid tussen filter en vast niveau	zoet- water- stijg- hoogte op vast niveau
i	ϕ_i	ρ_i	z_i	$\overline{\rho_{i,r}}$	$\phi_{f,r}$
	m +NAP	kg/m ³	m +NAP	kg/m ³	m +NAP
1	1,25	1004	-90	n.v.t.	1,62
2	1,20	1006	-100	1005,5	1,75

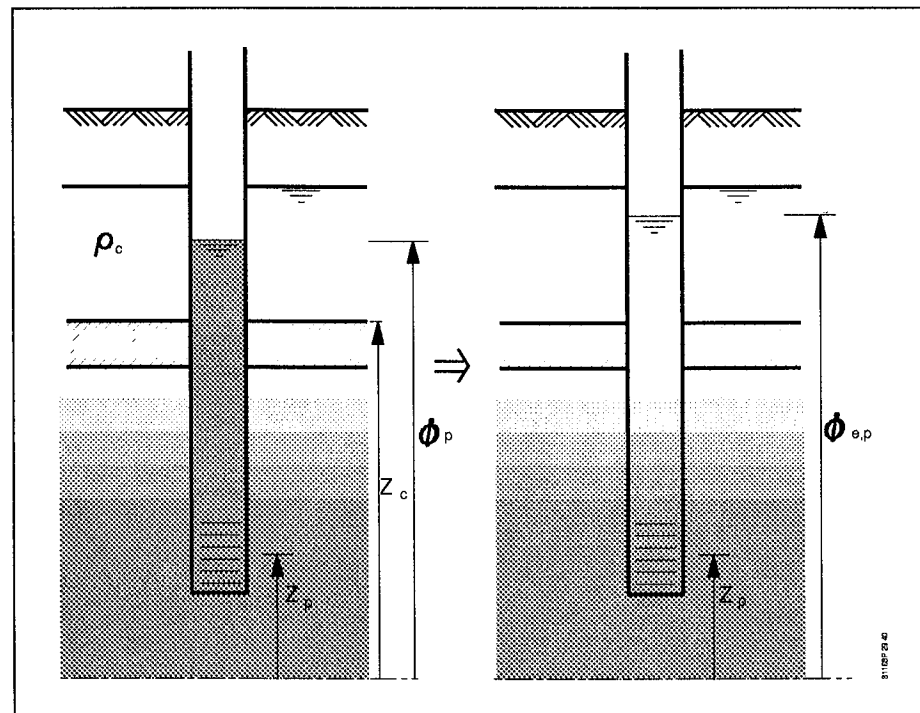
De horizontale stromingscomponent is gericht van waarnemingsput 2 naar waarnemingsput 1. De specifieke volumestroom bedraagt 0,037 m/d ($\Delta\phi_f=0,13\text{m}$ en $\Delta x=75\text{m}$).

Merk op dat zowel de grootte als richting van de horizontale grondwaterstromingscomponent afwijkt van de waarden die we zouden krijgen als we (abusievelijk) direct de gemeten stijghoogten hadden ingevuld in de bewegingsvergelijking van Darcy.

Indien we wél de gemeten stijghoogten hadden omgerekend naar zoetwaterstijghoogten, maar niet naar een gelijk referentieniveau,

zouden we in peilbuis 2 een zoetwaterstijghoogte van 1,81m berekend hebben. De horizontale stromingscomponent zou dan met bijna 40% overschat zijn (een stijghoogteverschil van 0,19m in plaats van 0,14m).

Nu we een correct isohypsenbeeld hebben kunnen vervaardigen om uitspraken te doen over de horizontale stroming in watervoerende pakketten, ligt het voor de hand om uit te zien naar een wijze van presenteren waaruit conclusies getrokken kunnen worden over verticale stromingen, bijvoorbeeld door een slecht doorlatende laag tussen twee watervoerende pakketten. Uit isohypsenbeelden van zoetwaterstijghoogten in de beide pakketten kunnen in het algemeen geen juiste conclusies getrokken worden (zie bijvoorbeeld ook Santing, 1980), tenzij er in de beide pakketten tussen de referentieniveaus uitsluitend zoet water aanwezig is. Dit volgt uit de uitdrukking voor q_z in vergelijking (11).



Figuur 5 Omrekening van gemeten stijghoogten naar omgevingsstijghoogten

Om uitspraken te kunnen doen over verticale stromingen aan de hand van isohypsenbeelden kunnen we het begrip *omgevingsstijghoogte* introduceren (Luszczynski, 1961; De Wiest, 1969). De omgevingsstijghoogte ϕ_e (e=environmental) is de stijghoogte die gemeten zou zijn als in de buis dezelfde concentratieverdeling aanwezig was als direct buiten de buis (figuur 5). Een uitdrukking voor de omgevingsstijghoogte kan worden verkregen door de druk ter plaatse van het peilfilter die volgt uit de gemeten stijghoogte, gelijk te stellen

aan de druk die volgt uit de omgevingsstijghoogte:

$$\rho_p g(\phi_p - z_p) = \int_{z_p}^{\phi_{e,p}} \rho g dz \quad (16)$$

waarin	z_p	= diepte peilbuisfilter	[L]
	$\phi_{e,p}$	= omgevingsstijghoogte ter plaatse van het peilbuisfilter	[L]
	ϕ_p	= gemeten stijghoogte met uniforme dichtheid ρ_p in peilbuis	[L]
	ρ_p	= uniforme dichtheid in peilbuis	[ML ⁻³]
	ρ	= dichtheid direct buiten de peilbuis	[ML ⁻³]

De omgevingsstijghoogte ϕ_e kan alleen uit deze vergelijking worden afgeleid als de primitieve van ρ bekend is. In de praktijk is dit in het algemeen niet het geval. Toch is ϕ_e relatief eenvoudig te bepalen als aangenomen kan worden dat de dichtheid van het grondwater vanaf een zekere diepte z_c tot aan de grondwaterspiegel constant is ter grootte ρ_c . Over dit traject is dan namelijk wel de primitieve van ρ bekend, te weten $\rho_c z$. Er kan dan geschreven worden:

$$\begin{aligned} \rho_p g(\phi_p - z_p) &= \int_{z_p}^{z_c} \rho g dz + \int_{z_c}^{\phi_{e,p}} \rho_c g dz \\ &= \overline{\rho_{pc}} g(z_c - z_p) + \rho_c g(\phi_{e,p} - z_c) \end{aligned} \quad (17)$$

waarin $\overline{\rho_{pc}}$ de gemiddelde dichtheid tussen z_p en z_c voorstelt. Voor de omgevingsstijghoogte wordt gevonden:

$$\phi_{e,p} = \frac{\rho_p}{\rho_c}(\phi_p - z_p) + z_c - \frac{\overline{\rho_{pc}}}{\rho_c}(z_c - z_p) \quad (18)$$

Als nu de omgevingsstijghoogten in twee boven elkaar liggende peilbuizen met filters op verschillende diepte gelijk zijn, dan treedt er geen verticale grondwaterstroming op. Immers de dichtheidsverdelingen in de peilbuizen en daaromheen zijn identiek. In de peilbuizen heerst een hydrostatische drukverdeling; die zal dan ook buiten de buis aanwezig zijn. Als er wel een verschil in omgevingsstijghoogte bestaat, dan is er sprake van verticale stroming in de richting van de afnemende omgevingsstijghoogte. De verticale specifieke volumestroom is daarbij gelijk aan:

$$q_z = -\frac{\kappa_p}{\mu_p} \rho_c g \frac{\partial \phi_{e,p}}{\partial z} \approx -k_{f,p} \frac{\partial \phi_{e,p}}{\partial z} \quad (19)$$

Het bewijs voor deze relatie wordt geleverd in bijlage 2. De fout die geïntroduceerd wordt door de doorlatendheid k_f voor zoet water aan te houden is praktisch gezien te verwaarlozen.

Analoog aan de situatie met een uniforme dichtheid van het grondwater kan er nu voor verschillende watervoerende pakketten een isohypsenbeeld gemaakt worden voor de omgevingsstijghoogte². Uit de verschillen in omgevingsstijghoogte tussen twee pakketten mogen nu conclusies getrokken worden met betrekking tot de *verticale* stroming:

$$q_z \approx -\frac{\Delta \phi_e}{c} \quad (20)$$

waarin c de weerstand is van de slecht doorlatende laag tussen de beide watervoerende pakketten tegen stroming van zoet grondwater.

Aan de hand van twee stijghoogtemetingen uit boven elkaar gelegen peilfilters in een waarnemingsput kan met de vergelijkingen (18) en (20) direct de verticale stroming worden afgeleid ($\rho_c = \rho_f$):

$$q_{z,1 \rightarrow 2} = -\frac{1}{\rho_f c} \left(\rho_2 (\phi_2 - z_2) - \rho_1 (\phi_1 - z_1) + \overline{\rho_{12}} (z_2 - z_1) \right) \quad (21)$$

Dezelfde uitdrukking kan natuurlijk ook verkregen worden door eerst de gemeten stijghoogten om te rekenen naar waterdrukken (vergelijking (7)) en vervolgens bewegingsvergelijking (3) uit te werken (zie ook bijlage 1).

Voorbeeld 3. Bepalen van verticale grondwaterstroming aan de hand van stijghoogtemetingen

In een waarnemingsput zijn op verschillende diepten peilbuizen geplaatst. Twee daarvan bevinden zich op grote diepte in het brakke c.q. zoute water. Tot een diepte van 50 meter onder NAP is het grondwater ter plekke overigens zoet.

In beide buizen is de stijghoogte gemeten nadat eerst voldoende

²

De omgevingsstijghoogten dienen alle op dezelfde ρ_c in het bovenste deel van de bodem gebaseerd te zijn. Alleen dan kunnen uitspraken gedaan worden over verticale stroming op basis van geïnterpoleerde waarden van de omgevingsstijghoogte (i.c. de isohypsenbeelden).

lang de buizen zijn afgepompt. De dichtheid van het water in de peilbuizen is vastgesteld aan de hand van een geleidbaarheidsmeting. Daartoe is in een eerder stadium voor de lokale omstandigheden een ijklijn opgesteld voor de relatie tussen de geleidbaarheid en de dichtheid van het grondwater. Tussen de beide peilfilters is een slecht doorlatende laag aanwezig met een hydraulische weerstand van 200 dagen. Men is geïnteresseerd in de verticale stroming door deze laag, zowel in richting als grootte.

Van de bovenste peilbuis in het brakke water zijn de volgende gegevens bekend: positie filter $z_1 = -70\text{m}$ t.o.v. NAP, gemeten stijghoogte $\phi_1 = 1,15\text{m}$ +NAP en de dichtheid in de buis $\rho_1 = 1005\text{ kg/m}^3$. Voor de diepe buis in het zoute water zijn de gegevens: $z_2 = -100\text{m}$, $\phi_2 = 1,05\text{m}$ en $\rho_2 = 1015\text{ kg/m}^3$. De gemiddelde dichtheid tussen de beide filters bedraagt 1008 kg/m^3 , hetgeen bepaald is uit het dichtheidsverloop over de diepte zoals dat met behulp van zoutwachters is vastgesteld. Tussen 50 en 70 meter onder NAP bedraagt de gemiddelde dichtheid 1003 kg/m^3 . De gemiddelde dichtheid tussen 50 en 100 meter onder NAP is dan ook bekend, namelijk 1006 kg/m^3 .

De verticale stromingscomponent kan bepaald worden door eerst de stijghoogtemetingen met vergelijking (18) om te zetten naar omgevingsstijghoogten en vervolgens vergelijking (20) toe te passen. Hetzelfde resultaat kan ook bereikt worden door direct vergelijking (21) uit te werken.

peilbuis nummer	gemeten stijg- hoogte	dicht- heid in peilbuis	positie peilbuis- filter	dicht- heid tussen filter en	omge- vings- stijg- hoogte
				$\frac{z_c}{\bar{\rho}_{i,z}}$	
i	ϕ_i	ρ_i	z_i	$\bar{\rho}_{i,z}$	$\phi_{e,i}$
	$\text{m} + \text{NAP}$	kg/m^3	$\text{m} + \text{NAP}$	kg/m^3	$\text{m} + \text{NAP}$
1	1,15	1005	-70	1003	1,45
2	1,05	1015	-100	1006	2,27

Er is een gradiënt in omgevingsstijghoogte aanwezig van het diepste naar het bovengelegen filter. Er is dus ook een opwaarts gerichte stroming. Merk op dat uit de stijghoogtemetingen zonder correctie (abusievelijk) tot een neerwaartse stroming geconcludeerd zou kunnen worden.

De grootte van de opwaartse stromingscomponent bedraagt $0,0041\text{ m/d}$ (stijghoogteverschil van $0,82\text{m}$ bij een weerstand van 200 dagen).

Bij het afleiden van vergelijkingen en het opstellen van modellen verdient het de voorkeur om consequent in drukken te werken. Voor de presentatie van metingen uit het veld heeft het gebruik van de omgevingsstijghoogte echter het voordeel dat een verschil in omgevingsstijghoogte over een slecht doorlatende laag direct een maat is voor de stroming over de laag. Bovendien heeft de omgevingsstijghoogte een 'herkenbare' waarde terwijl de getalswaarden voor drukken niet tot de verbeelding spreken. Een eerste controle van meetgegevens is daardoor mogelijk.

Conclusies:

In het veld worden stijghoogtemetingen verricht, waarbij in de diverse peilbuizen grondwater aanwezig kan zijn met verschillende dichtheden. Het afleiden van stroomsnelheden en -richtingen uit deze metingen dient zorgvuldig te gebeuren.

Een algemene aanpak is om de stijghoogtemetingen eerst om te werken naar waterdrukken (vergelijking (7)) en vervolgens de stroming aan de hand van de algemene bewegingsvergelijking vast te stellen (vergelijking (3)). Zie ook bijlage 1.

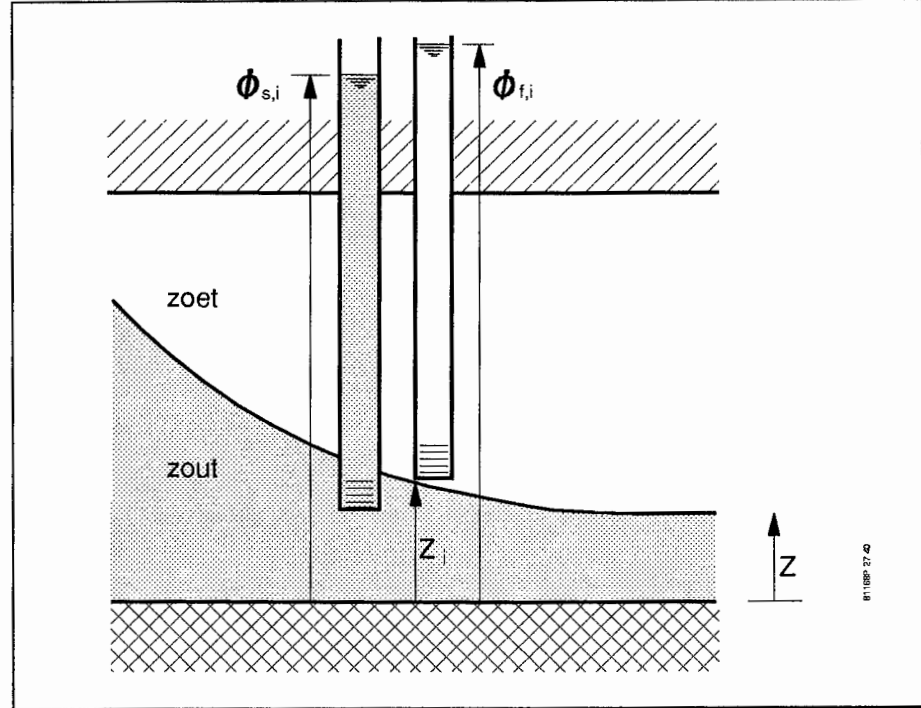
Een praktische aanpak voor *horizontale* stroming is om de gemeten stijghoogten om te werken naar een *zoetwaterstijghoogte op een vast referentieniveau*, zoals bijvoorbeeld de gemiddelde positie van het midden van het watervoerende pakket (vergelijking (14)). De horizontale stroming op dat niveau volgt dan direct uit de gradiënt van deze zoetwaterstijghoogte (vergelijking (11)). Vergelijking (15) geeft een directe relatie tussen de horizontale stroming en de gemeten stijghoogten.

Voor de *verticale* stroming door slecht doorlatende lagen kan gebruik gemaakt worden van de zogenaamde *omgevingsstijghoogte*. Dit is de stijghoogte die in een peilbuis gemeten zou zijn als in de buis dezelfde dichtheidsverdeling aanwezig was als buiten de buis. Door de gemeten stijghoogten om te werken naar omgevingsstijghoogten (vergelijking (18)) kan de verticale stroming direct afgeleid worden uit het verschil in omgevingsstijghoogten (vergelijking (20)).

Vergelijking (21) geeft een directe relatie tussen de verticale stroming en de gemeten stijghoogten.

2.3 Het Badon-Ghijben principe

Indien de overgang tussen zoet en zout water als scherp kan worden beschouwd, kan op basis van drukevenwicht een relatie worden afgeleid tussen de zoet- en zoutwaterstijghoogten aan beide zijden van het grensvlak en de diepteligging van het grensvlak (figuur 6).



Figuur 6 Het Badon-Ghijben principe in beeld: drukevenwicht ter plaatse van het grensvlak tussen zoet en zout water

Stel, in het zoete water heerst net boven het grensvlak een zoetwaterstijghoogte $\phi_{f,i}$ ten opzichte van het referentieniveau; in het zoute water net onder het grensvlak heerst een zoutwaterstijghoogte $\phi_{s,i}$. Het grensvlak tussen zoet en zout water bevindt zich op een diepte z_i ten opzichte van hetzelfde referentieniveau. Continuïteit van de druk ter plaatse van het grensvlak vereist (zie vergelijking (7)):

$$\rho_f(\phi_{f,i} - z_i)g = \rho_s(\phi_{s,i} - z_i)g \quad (22)$$

waaruit volgt:

$$z_i = \frac{\rho_s \phi_{s,i} - \rho_f \phi_{f,i}}{\rho_s - \rho_f} \quad (23)$$

In de Nederlandse kustgebieden staat het zoute water in contact met de zee. Als het zeeniveau als referentie wordt aangehouden en als er bovendien sprake is van stilstaand zout water, dan is $\phi_{s,i}$ nul. Er bestaat dan een lineair verband tussen de zoetwaterstijghoogte boven zeeniveau en de diepte van het zoet/zout grensvlak:

$$z_i = -\frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \phi_{f,i} \quad (24)$$

In 1888 is door Badon-Ghijben op deze relatie tussen de diepte van het grensvlak en de stijghoogte ten opzichte van zeeniveau gewezen. Er wordt vaak gesproken over het Badon-Ghijben principe. In feite zou de eer echter toe moeten komen aan Du Commun, die al in 1827 het verband heeft aangegeven (afbeelding 7).

174 On the Cause of Fresh Water Springs, Fountains, &c.

ART. XXV.—On the Cause of Fresh Water Springs, Fountains, &c.; by JOSEPH DU COMMUN.

In the Harmony Gazette, November 21, 1827, there is a *Nut for the philosophers*, picked, it is said from the National Gazette. I have endeavored to crack it, and I now present you with the kernel, leaving to your taste to determine whether it is palatable.

The questions proposed are two in number, 1st, Why the fresh water issuing from the depth of two hundred and twenty feet, by boring in solid rock near the city of New Brunswick, rises from eight to fourteen feet above the surface of the Raritan river? and 2d, Why the quantity of water corresponds exactly and continually with the rising and falling of the tide?

If we take an inverted glass syphon ACB and pour water into it, the two sides will be filled in part, and the water will rise in each side to the same height, say a and b .

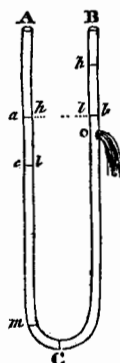
If instead of water, we introduce mercury in the branch A and rain water in the branch B, one inch of mercury at m will support above thirteen inches of water in the branch B.

And lastly, if in the branch A we have a fluid denser than common water, as salt water for instance, the column of fresh water will be supported in the branch B, at the height b , by a column of the salt water inferior to it in height, in the inverse ratio of their densities, say to the height c only.

But now, cannot the branch B, of our syphon represent the subterranean stream winding through the crevices of the rocks, until it reaches, at some depth or other, the great oceanic reservoir, and cannot the column of salt water in the branch A represent, in like manner, the height and pressure of the salt water of the ocean?

If so, it explains why the fresh water, in boring by the sea shore, is raised and flows above the level of the sea water; thus, one of the two given questions seems to be solved.

The answer to the second may be deduced from the same principle.



On the Cause of Fresh Water Springs, Fountains, &c. 175

Let us suppose that a hole has been opened in the branch B, a little below lb the level of the water at ebb; the water will then flow with a velocity that may be represented by 1, but at high tide the water might be supported at the height h , if the opening in the tube did not permit it to flow out, and it then must flow with the same velocity as if pressed under a column of fluid of that elevation. The quantity of water so running may be as 3, 4, 5, &c. according to the height of the tide; and finally, it must continually and exactly follow its oscillations.

Such is our solution for the two problems proposed.

To these considerations several might be added, for example: Knowing the proportional densities of the fresh water and the sea water, and the difference of the two levels, to determine at what depth the subterranean stream empties itself in the ocean. If we calculate the particular case here given, we shall find, the density of fresh water being represented by 1000, that of sea water by 1029 (Dr. Murray,) the difference of the levels being fifteen feet, we shall find, I say that the depth at which they join under ground must be five hundred feet.

Thence it follows, that if the junction of the two different kinds of water should take place at five thousand feet, or one mile, below the surface, the fresh water should rise at one hundred and fifty feet; if at fifty thousand feet, or ten miles, as one thousand five hundred feet, &c. This I think may account for the springs on high ground, and even at the top of insulated mountains.

Proceeding on, and drawing conclusions from the above principle, if admitted, it explains why there are during winter, places in our rivers, and each year the same, called air holes, where the water is very transparent, and will never freeze.

It seems that streams, rivulets and rivers under ground, are as numerous as on the surface of the earth, that they join together to form main streams, and that they are all directed towards the sea, where they empty at various depths, we may suppose also that there are lakes various in extent, and then we shall be compelled to admit, that the tide must not have a more apparent effect on the springs that are opened at remote, or elevated points of the surface, than the tide of the Ocean has on the Mediterranean and Black sea, although in open communication with them.

And to conclude, it might throw some light on that phenomenon related by voyagers, of spaces of several miles in extent, in the open sea, where they have met with water perfectly fresh and soft; supposing these places to be above the mouth of one of these immense and subterraneous rivers, the water of which, being lighter, would ascend to the surface and spread to a great distance, until tide, wind, wave and current have mixed it with the salt water of the sea.

West-Point, Dec. 20th, 1827.

Figuur 7 Du Commun (1827) heeft als eerste het principe beschreven van drukevenwicht op de grens van zoet en zout water

In vergelijking (24) is $\phi_{f,i}$ de zoetwaterstijghoogte net boven het zoet/zout-grensvlak. Als er tussen het grensvlak en het bovenste grondwater geen slecht doorlatende lagen aanwezig zijn, dan zal $\phi_{f,i}$ bij benadering gelijk zijn aan de grondwaterstand (Dupuit-benadering).

Uit vergelijking (24) volgt dat de positie van het grensvlak zeer gevoelig is voor veranderingen in de zoetwaterstijghoogte boven het grensvlak. De term $(\rho_f/(\rho_s-\rho_f))$ zal onder Nederlandse omstandigheden tussen de 40 en 50 liggen. Een verlaging van de zoetwaterstijghoogte van 1 meter zou uiteindelijk een verhoging van het grensvlak met 40 à 50 meter kunnen betekenen. Uit dit voorbeeld zal duidelijk zijn dat het onttrekken van grondwater boven een zoet/zout-grensvlak, hetgeen gepaard gaat met een stijghoogteverlaging in het zoete water, alleen op beperkte schaal mogelijk is. Bij voorkeur dient er dan ook tussen de winmiddelen en het grensvlak een slecht doorlatende laag aanwezig te zijn, waardoor stijghoogteverlagingen alleen gedempt optreden ter hoogte van het grensvlak. Het is ook mogelijk het optrekken van zout water te beperken door het installeren van putten met korte putfilters ('onvolkomen putten') ruim boven het grensvlak.

De tendens die vergelijking (24) aanduidt, is zeer goed bruikbaar bij een eerste inschatting van effecten van hydrologische ingrepen op de positie van de scheiding tussen zoet en zout grondwater. Een verlaging van de zoetwaterstijghoogte boven het grensvlak zal, bij gelijkblijvende (stationaire) zoutwaterstijghoogte onder het grensvlak, leiden tot een hogere ligging van het zoet/zout-grensvlak.

2.4 Het vortex-principe

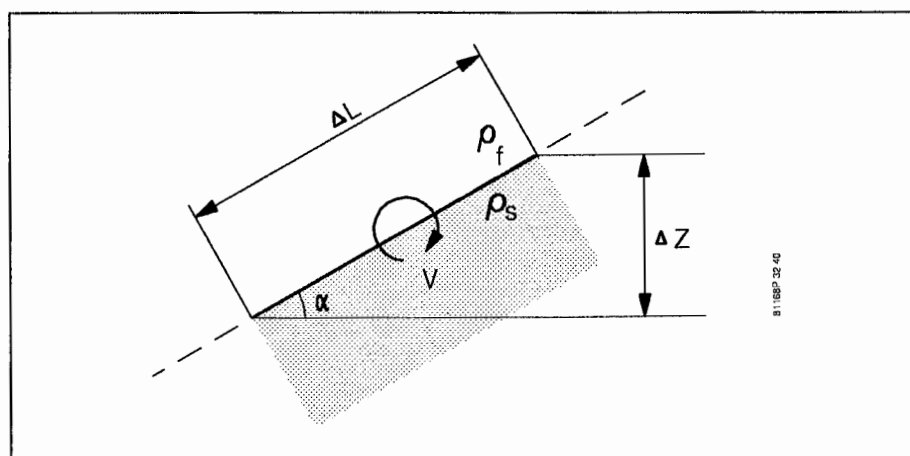
Naast het Badon-Ghijben principe kan ook het vortex-principe uitstekend gebruikt worden bij een eerste analyse van zoet/zout vraagstukken. Het vortex-principe geeft aan dat een hellend grensvlak tussen zoet en zout water aanleiding geeft tot een rotatie van het grensvlak in zo'n richting dat het grensvlak uiteindelijk weer een horizontale positie inneemt, met het zoete water boven het zwaardere zoute water.

De drijvende kracht, de vortex-sterkte V , is evenredig met de helling van het grensvlak (de sinus van de hellingshoek α), het dichtheidsverschil $\Delta\rho$ tussen zoet en zout water en de intrinsieke doorlatendheid κ van het poreuze medium, en omgekeerd evenredig met de dynamische viscositeit μ (figuur 8). In een verticale snede is de vortex-sterkte voor een lijnelementje ΔL van een grensvlak gelijk aan (Peters, 1981b):

$$\begin{aligned} V &= -\frac{\kappa}{\mu}(\rho_s-\rho_f)g \Delta L \sin\alpha = -\frac{\kappa}{\mu}\Delta\rho g \Delta z \\ &= -k_f \frac{\Delta\rho}{\rho_f} \Delta z \end{aligned} \quad (25)$$

Een negatieve vortex duidt op een rotatie met de wijzers van de

klok mee. In vergelijking (25) is verondersteld dat de dynamische viscositeit voor beide vloeistoffen gelijk is.



Figuur 8 De vortex behorend bij een hellend grensvlak tussen twee vloeistoffen met verschillende dichtheden

Een stromingsprobleem waarbij dichtheidsverschillen een rol spelen, kan worden opgelost door de aanwezige vloeistof te vervangen door één uniforme vloeistof en daarbij ter plaatse van horizontale gradienten in dichtheden vortices aan te brengen. De invloed van putten op het stromingsveld en de invloed van de vortices kunnen vervolgens worden gesuperponeerd (zie bijvoorbeeld Peters, 1983b en hoofdstuk 4).

Het vortex-principe leert dat een geroteerd grensvlak als gevolg van dichtheidsverschillen de neiging zal hebben weer een horizontale positie in te nemen. Als er sprake is van een stationair hellend grensvlak, dan betekent dit dat andere hydrologische factoren, bijvoorbeeld onttrekkingen, in evenwicht zijn met de stroming die door de dichtheidsverschillen wordt veroorzaakt. Indien er in deze dynamische evenwichtssituatie een verandering optreedt, dan zal het grensvlak tussen zoet en zout water een nieuwe positie innemen, zodanig dat er weer van een evenwichtssituatie sprake is (indien dit mogelijk is).

Het vortex-principe leert ook dat een horizontaal grensvlak geen invloed heeft op de grondwaterstroming. Als een winning en/of infiltratie wordt gestart boven een horizontaal grensvlak, dan kan de initiële verplaatsing van het grensvlak worden berekend op basis van snelheden die uit een volledig 'zoete' beschouwing volgen. Hetzelfde geldt voor het berekenen van de effecten van veranderingen indien vóór de veranderingen het grensvlak in dynamisch evenwicht verkeerde. Uit het snelheidsveld ten gevolge van de verandering (in onttrekkingssterkte bijvoorbeeld) kan de verplaatsing van het grensvlak worden voorspeld. Een en ander betekent dat in deze gevallen gebruik gemaakt kan worden van alle software die beschikbaar is voor het doorrekenen van problemen met een uniforme dichtheid.

3 ANALYTISCHE OPLOSSINGEN

De huidige rekentechnieken en rekenmiddelen stellen ons in staat om zeer complexe vraagstukken op te lossen. Numerieke technieken, waarbij de krachtige eigenschappen van de computer ten volle worden benut, gaan daarbij een steeds belangrijker rol spelen. De aandacht voor analytische methoden lijkt daardoor te verminderen. Begrijpelijk, maar toch ook wel jammer. Een analytische aanpak kan namelijk zeer goed gebruikt worden om een probleem 'in de vingers te krijgen'. Alleen al het feit dat uit een analytische oplossing veelal direct de invloed van een bepaalde stromingsparameter afgeleid kan worden, is van onschatbare waarde. Bovendien zijn analytische technieken en oplossingen onmisbaar bij het toetsen van numerieke rekenmodellen. Daarom in dit hoofdstuk aandacht voor enkele interessante analytische oplossingen van zoet/zout stromingsproblemen.

3.1 Verblijftijd grensvlak in weerstandslaag

Bruggeman (1987) berekent de eendimensionale verticale stroming door een weerstandbiedende laag als gevolg van een plotseling aangebracht (zoetwater)stijghoogteverschil over de laag (figuur 9).

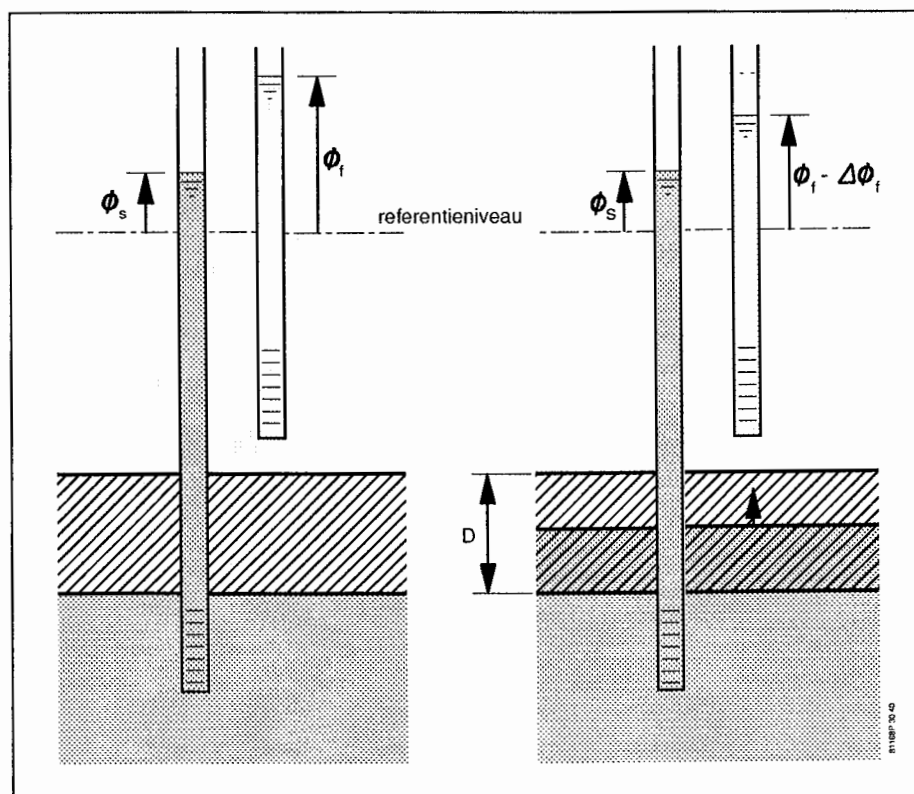
In het begin bevindt het scherp gedachte grensvlak tussen zoet en zout grondwater zich juist aan de onderzijde van de weerstandslaag en is er sprake van evenwicht. Het opgelegde stijghoogteverschil zorgt vervolgens voor een verticale opwaartse stroming. Als randvoorwaarde geldt dat de zoutwaterstijghoogte aan de onderzijde van de weerstandslaag constant blijft.

Indien viscositeitsverschillen tussen de beide watertypen verwaarloosd worden, is de tijd die het grensvlak nodig heeft om de weerstandbiedende laag te doorlopen gelijk aan:

$$t_v = \frac{n_e D}{k_f \alpha} \ln \left(\frac{\Delta \phi_f}{\Delta \phi_f - \alpha D} \right) \quad (26)$$

waarin	t_v	=	verblijftijd van grensvlak in weerstandslaag	[L]
	n_e	=	porositeit	[-]
	k_f	=	hydraulische geleidbaarheid zoet water	[L t ⁻¹]
	α	=	relatief dichtheidsverschil $(\rho_s - \rho_f)/\rho_f$	[-]
	D	=	dikte weerstandslaag	[L]
	$\Delta \phi_f$	=	opgelegd (zoetwater)stijghoogteverschil	[L]

Indien het opgelegde stijghoogteverschil veel groter is dan de maximale stijghoogteverandering door verplaatsing van het grens-



Figuur 9 Verplaatsing van een scherp grensvlak tussen zoet en zout water in een slecht doorlatende laag als gevolg van een plotselinge verlaging van de zoetwaterstijghoogte in het bovenste watervoerende pakket

vlak ($\Delta\phi_f \gg \alpha D$) dan nadert de verblijftijd naar die van een waterdeeltje in een slecht doorlatende laag bij uniforme dichtheid van het grondwater:

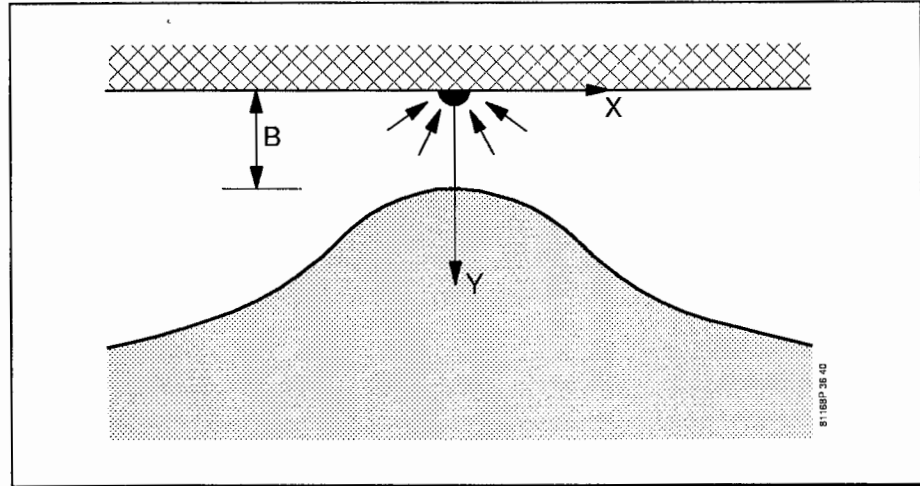
$$t_v = \frac{n_e D^2}{k_f \Delta\phi_f} \quad (27)$$

Is echter het opgelegde stijghoogteverschil relatief klein, dan kan het dichtheidsverschil belangrijke invloed hebben op de verblijftijd. In een extreem geval, als het opgelegde stijghoogteverschil kleiner is dan het maximale dichtheidseffect ($\Delta\phi_f < \alpha D$), ontstaat er een nieuwe evenwichtssituatie waarbij het grensvlak zich op een afstand $\Delta\phi_f/\alpha$ boven de onderzijde van de slecht doorlatende laag bevindt.

3.2 Grensvlak onder een drain in een half-oneindig medium

Bear & Dagan (1964) geven een aantal exacte oplossingen voor tweedimensionale grensvlakproblemen. Eén daarvan is bijzonder geschikt om numerieke modellen te toetsen. Het betreft de positie

van een grensvlak tussen zoet en zout water onder een drain in een half-oneindig medium (figuur 10). Dit laatste houdt in dat het watervoerende pakket aan de bovenzijde begrensd is door een ondoorlatende laag. Aan de onderzijde is het pakket onbegrensd. De drain bevindt zich boven in het watervoerende pakket. Indien de positie van de top van het grensvlak onder de drain bekend is, dan kan met de oplossing van Bear & Dagan het hele grensvlak geconstrueerd worden.



Figuur 10 Scherp grensvlak onder een drain in een half-oneindig medium

Stel dat de top van het grensvlak zich op een afstand B onder de drain bevindt, dan kunnen met de volgende parametervergelijkingen de overige punten van het grensvlak gevonden worden (v is de parameter met $0 < v < \infty$):

$$x = \frac{2Q}{\pi^2 \alpha k} \left(\left(\frac{\pi \alpha k B}{Q} - \ln 2 \right) v + \int_0^v s \tanh(s) ds \right) \quad (28)$$

$$y = B + \frac{Q}{\pi \alpha k} \ln(\cosh(v))$$

x en y zijn hierbij de horizontale en verticale coördinaten van een punt van het grensvlak ten opzichte van de drain en s is een integratie-variabele; Q is de onttrekkingssterkte van de drain, k de hydraulische doorlatendheid en α het relatieve dichtheidsverschil $(\rho_s - \rho_f)/\rho_f$ tussen zoet en zout water. De gegeven vergelijkingen kunnen redelijk eenvoudig worden geprogrammeerd, waarmee een analytische oplossing voor een grensvlakprobleem is verkregen. De numerieke integratie in de vergelijking van x dient daarbij wel nauwkeurig uitgevoerd te worden.

Bij de oplossing wordt nog opgemerkt dat de top van het grensvlak

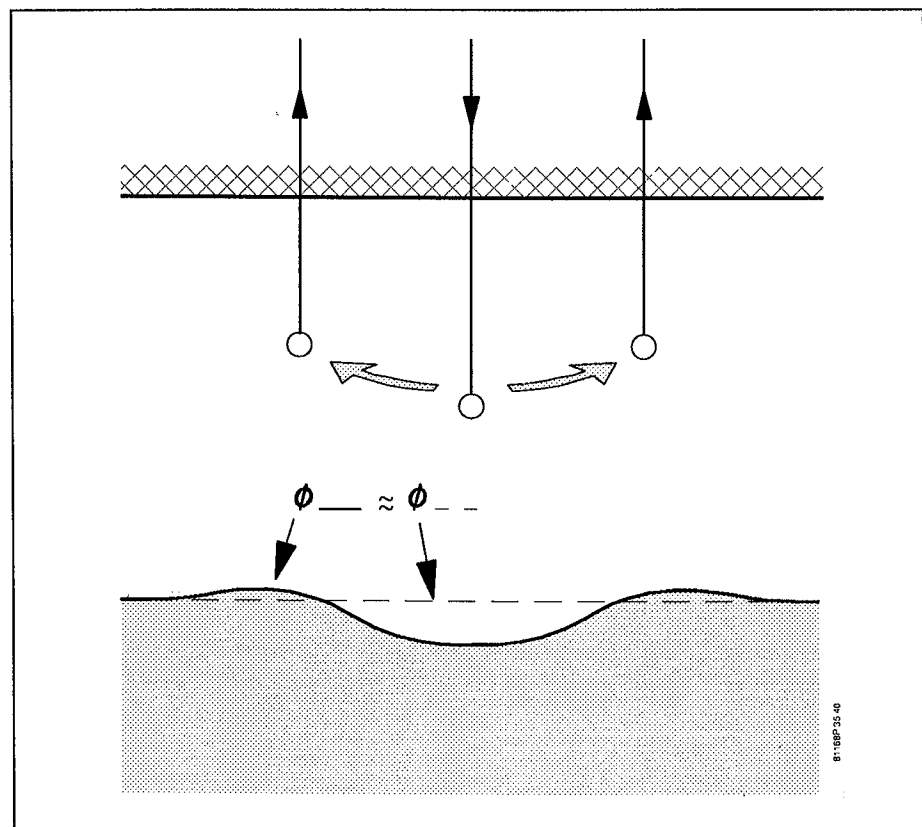
zich minimaal op een afstand

$$B_{kritisch} = \frac{Q}{\pi \alpha k} \ln 2 \quad (29)$$

onder de drain moet bevinden. Boven deze kritische positie is er geen stabiel grensvlak mogelijk en breekt het zoute water door in de winning.

3.3 Grensvlak onder meerdere drains of putten

Indien aangenomen kan worden dat de stationaire grensvlakverplaatsing gering is ten opzichte van de dikte waarover het zoete water naar de drains of de putten stroomt, kan een benaderende oplossing voor de positie van het grensvlak worden gevonden (figuur 11). De benadering is voorgesteld door Muskat (1937; zie bijvoorbeeld ook Bear, 1979).



Figuur 11 De benadering van Muskat: de stijghoogteverdeling ter plaatse van de werkelijke positie van het grensvlak wordt gelijk gesteld aan de stijghoogteverdeling ter plaatse van de originele positie van het grensvlak.

Stel dat er onder de drains c.q. putten een horizontaal grensvlak aanwezig is. Dit grensvlak wordt als ondoorlatende basis beschouwd. Door infiltratie en/of terugwinning zal het grensvlak enigszins verplaatsen. Indien de stationaire verplaatsing gering is, zal de stijghoogteverdeling langs het grensvlak sterk overeenkomen met de stijghoogteverdeling die langs het niet-verplaatste grensvlak berekend wordt. Indien nu aangenomen kan worden dat er op ruime afstand van de winning, ter hoogte van het grensvlak geen stijghoogteverandering optreedt, kan voor elk ander punt van het grensvlak de stijghoogteverandering met analytische of numerieke reken technieken worden bepaald. In combinatie met het Badon-Ghijben principe (paragraaf 2.3) kan daaruit de stationaire verplaatsing van het grensvlak worden berekend.

3.4 Grensvlakken bij gebruik van de Dupuit aanname

Als de weerstand tegen verticale stroming in een watervoerend pakket met zoet en zout water verwaarloosd kan worden (Dupuit aanname) en als de zoutwaterstijghoogte overal gelijk is, dan is de zoetwaterstijghoogte constant over de hoogte van de zoetwaterlaag en is er een direct verband tussen deze stijghoogte en de positie van het grensvlak (Badon-Ghijben principe, zie paragraaf 2.3). Deze aannamen worden door Strack (1989) gebruikt om op een elegante manier de ruimtelijke positie van het zoet/zout grensvlak analytisch vast te kunnen stellen.

Hij introduceert de volumestroompotential Φ ('discharge potential') in het zoete water als:

$$\begin{aligned} Q_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ Q_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{aligned} \quad (30)$$

Q_x en Q_y zijn hierin de volumestromen in x- en y-richting over de volledige hoogte van de zoetwaterlaag. De continuïteitsvergelijking voor stationaire stroming kan nu geschreven worden als:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - N = 0 \quad (31)$$

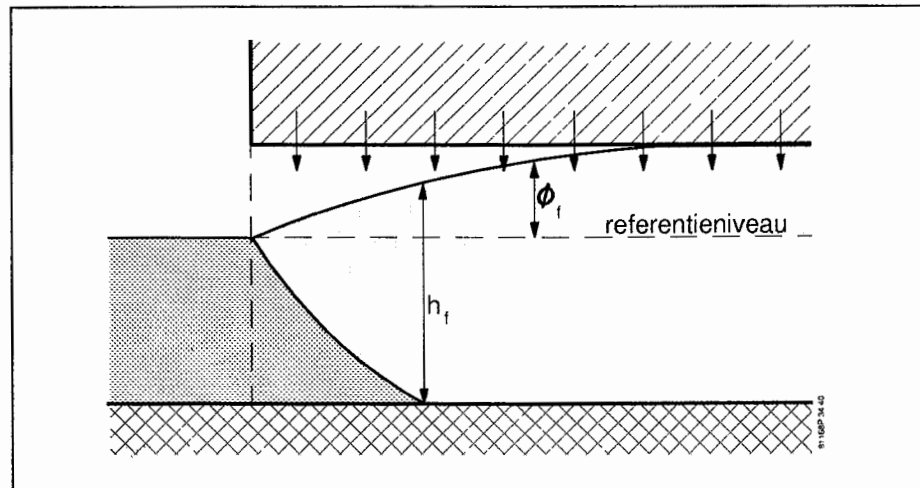
waarin N de grondwateraanvulling uit neerslag voorstelt. Door de uitdrukkingen voor de volumestroompotential te substitueren wordt de volgende basisvergelijking verkregen:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -N \quad (32)$$

De introductie van de volumestroompotentiaal heeft twee gunstige consequenties. De eerste is dat de resulterende basisvergelijking lineair is. Direct gevolg is dat het effect van een put op de volumestroompotentiaal Φ en het effect van de grondwateraanvulling gesuperponeerd kunnen worden. Voor deze effecten kunnen standaard uitdrukkingen afgeleid worden. Zo wordt voor de potentiaal als gevolg van een puntonttrekking Q gevonden:

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{r}{C_r} \quad (33)$$

waarin r de afstand tot de put beschrijft en C_r een constante die bepaald wordt door randvoorwaarden.



Figuur 12 Voorbeeld van een (semi-driedimensionaal) zoet/zout-probleem dat door het gebruik van de volumestroompotentiaal elegant en relatief eenvoudig kan worden opgelost.

Een tweede voordeel van het gebruik van de volumestroompotentiaal is dat we vooraf geen onderscheid hoeven te maken tussen freatische of afgesloten watervoerende pakketten en tussen het al dan niet aanwezig zijn van het grensvlak in het watervoerende pakket. Voor een probleem zoals geschetst in figuur 12 kan in één keer de volumestroompotentiaal worden berekend. Pas bij de interpretatie van de waarde van Φ wordt vastgesteld met welke van de vier mogelijkheden we te maken hebben: (1) freatisch met grensvlak, (2) freatisch zonder grensvlak, (3) afgesloten pakket met grensvlak of (4) afgesloten pakket zonder grensvlak. De bepaling van de stijghoogte ϕ_f uit een oplossing voor de volumestroompotentiaal Φ , en daarmee ook de bepaling van de positie van het

grensvlak (Badon-Ghijben!), gaat als volgt.

Uitgaande van de Badon-Ghijben relatie bestaat er een lineair verband tussen de dikte van de zoetwaterlaag h_f en de zoetwaterstijghoogte (figuur 12):

$$h_f = a\phi_f + b \quad (34)$$

Als de dikte van de zoetwaterlaag een functie is van de zoetwaterstijghoogte ($a \neq 0$) vinden we voor de volumestroom in x-richting:

$$Q_x = -kh_f \frac{\partial \phi_f}{\partial x} = -k(a\phi_f + b) \frac{\partial \phi_f}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ka}{2} \left(\phi_f + \frac{b}{a} \right)^2 \right) \quad (35)$$

Een analoge vergelijking geldt voor de volumestroom in y-richting. Uit de definitie voor de volumestroompotentiaal Φ (vergelijking (30) volgt nu:

$$\Phi = \frac{ka}{2} \left(\phi_f + \frac{b}{a} \right)^2 + C \quad (a \neq 0) \quad (36)$$

waaruit voor de zoetwaterstijghoogte ϕ_f volgt:

$$\phi_f = \sqrt{\left(\frac{2\Phi}{ka} - C \right)} - \frac{b}{a} \quad (37)$$

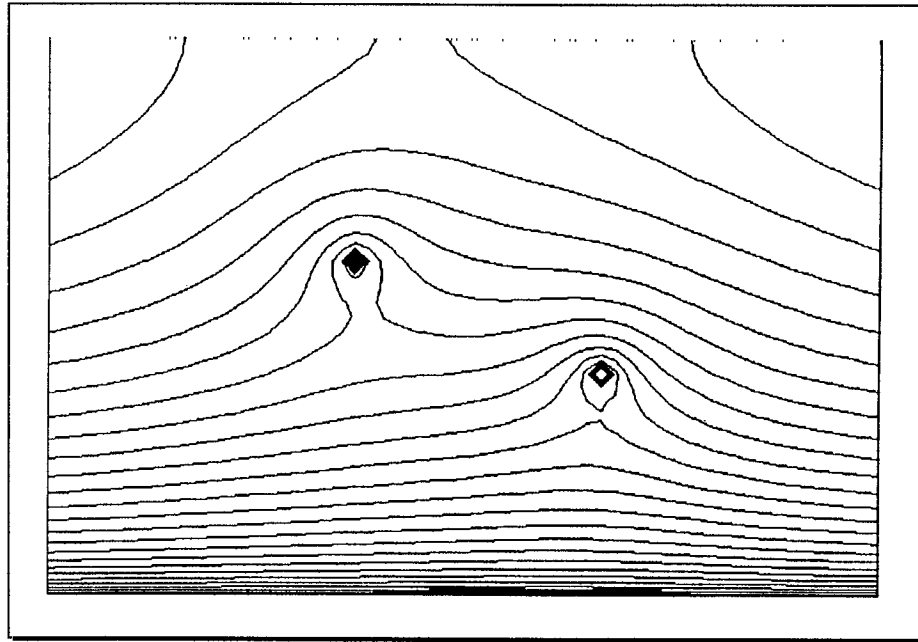
In het geval de dikte van de zoetwaterlaag géén functie van de zoetwaterstijghoogte is ($a=0$) en we dus te maken hebben met een afgesloten pakket zonder grensvlak dan wordt voor de volumestroompotentiaal en de zoetwaterstijghoogte gevonden:

$$\Phi = kb\phi_f + C \quad \text{en} \quad \phi_f = \frac{\Phi}{kb} - C \quad (38)$$

De constante C volgt uit de vergelijking voor Φ en de randvoorwaarden die in termen van de zoetwaterstijghoogte ϕ_f in het zoete water gegeven zijn. Combinatie van de vergelijkingen (33) en (38) levert, zoals verwacht mocht worden, de vergelijking van Dupuit op voor het stijghoogteverloop rond een put in een afgesloten watervoerend pakket zonder grensvlak.

Verruijt (1992) maakt van de techniek gebruik om het grensvlak in een oneindige landstrook te bepalen. Als randvoorwaarden voor de

strook gelden aan één zijde een ondoorlatende rand en aan de andere zijde de verbinding met de zee met een constant peil. Water kan onttrokken worden met meerdere putten en in de landstrook kunnen zowel freatische als afgesloten condities optreden. Ook kan het grensvlak de onderzijde van het watervoerende pakket snijden. Een voorbeeld van de resultaten van dit testgeval is gegeven in de figuur 13).



Figuur 13 Voorbeeld van de berekende positie van het grensvlak in een landstrook onder invloed van twee winningen. Aan de bovenzijde is een ondoorlatende rand aanwezig; aan de onderzijde de zee.

Duidelijk is dat met de aanpak van Strack analytische grensvlakposities kunnen worden bepaald in complexe situaties. De techniek leent zich bij uitstek om programma's te testen die ook gebaseerd zijn op de Dupuit aanname en een scherp grensvlak tussen zoet en zout water, zoals beschreven in hoofdstuk 5.

3.5 Instationaire grensvlakverplaatsingen

Analytisch rekenen aan de instationaire verplaatsingen van grensvlakken is gecompliceerd. Voor kleine verplaatsingen kan de methode van de kleine verstoringen toegepast worden. Zie bijvoorbeeld Bear (1979). Er zal hier niet nader op deze techniek ingegaan worden.

Wel is het nuttig om op te merken dat instationaire rekenmodellen op enkele punten getoetst kunnen worden door te bedenken dat de verplaatsing van een grensvlak na de start van een winning in eerste

instantie in het geheel niet beïnvloed wordt door dichtheidsverschillen, als althans het grensvlak voor aanvang van de winning in evenwicht verkeerde. De snelheidscomponenten loodrecht op het grensvlak kunnen dan met rekentechnieken voor grondwaterstroming met uniforme dichtheden vastgesteld worden, waaruit ook de beginverplaatsing van het grensvlak volgt.

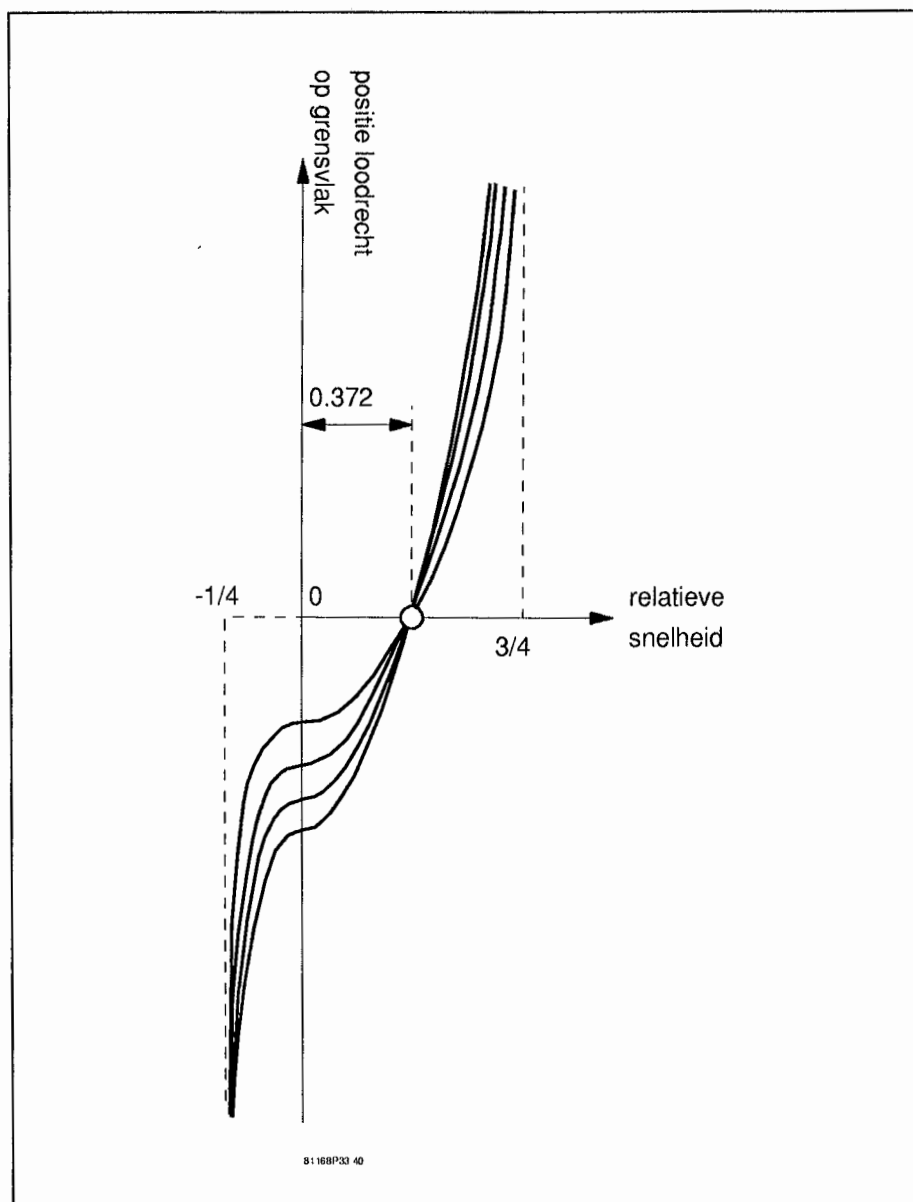
Een meer geavanceerde techniek om instationaire grensvlakkberekeningen te maken, wordt gevonden in het gebruik van de vortex-methode (zie hoofdstuk 4). Door het grensvlak te verdelen in kleine elementen en door kleine tijdstappen toe te passen kan de beweging van het grensvlak onder een systeem van infiltratie- en winningsdrains met elke gewenste nauwkeurigheid worden gesimuleerd. Op deze manier is een goede toetsing mogelijk van rekentechnieken die van een zuiver numerieke benadering van het stromingsprobleem uitgaan, zoals bijvoorbeeld de eindige elementen methode.

3.6 Dispersie langs een grensvlak

Voor de drinkwaterproductie is niet zozeer de positie van een scherp verondersteld grensvlak tussen zoet en zout grondwater van belang maar veeleer de zoutconcentratie in de brakke overgangszone. Immers, indien het brakke water door de winputten wordt aange-trokken, kan al snel een overschrijding van streef-/normwaarden van enkele kwaliteitsparameters optreden. Deze situatie wil men vermijden, hetgeen inzicht in het gedrag en de vorming van brak water vereist.

Om de geschetste problematiek te analyseren kunnen de zouten in het grondwater als een opgeloste stof beschouwd worden. Vervolgens worden voor deze opgeloste stof bewegings- en continuïteitsvergelijkingen opgesteld. Hierbij wordt ook rekening gehouden met het feit dat sterke ruimtelijke concentratieverschillen in de loop van de tijd zullen afnemen als gevolg van diffusie en de onregelmatige stroming van het grondwater door het bodemmateriaal (dispersie). Op deze wijze worden twee basisvergelijkingen verkregen: een stromingsvergelijking, die de snelheid van het grondwater beschrijft, en een stoftransportvergelijking, die de zoutconcentratie bepaalt. Beide vergelijkingen zijn gekoppeld, omdat enerzijds de stroming van het grondwater natuurlijk ook de verplaatsing van opgeloste stof met zich meebrengt, en anderzijds veranderingen van zoutconcentraties de dichtheid van het grondwater doen veranderen en daarmee ook invloed doen gelden op het stromingsbeeld. Het simultaan oplossen van beide vergelijkingen is analytisch zeer lastig.

Van Duijn (1986) geeft een zeer fraai beeld van de ontwikkeling van een brakke overgangszone als functie van de tijd. Hij gaat uit

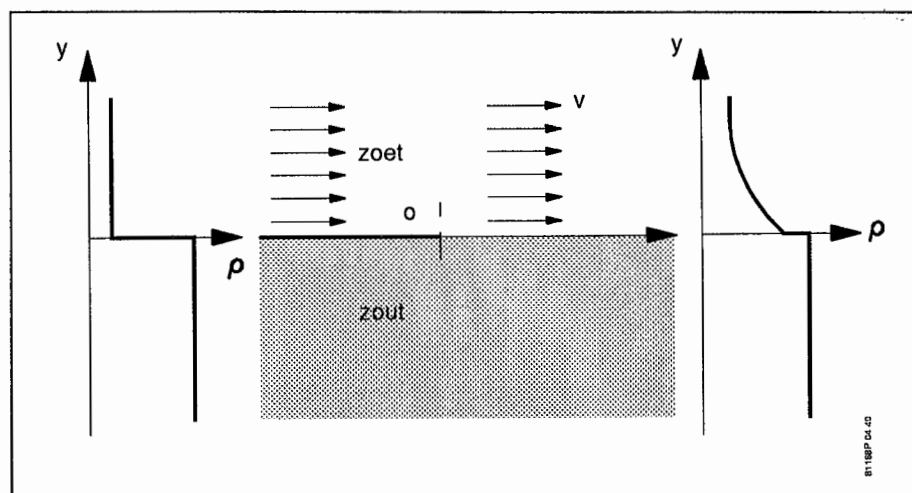


Figuur 14 De door Van Duijn berekende snelheidsverdeling als functie van de tijd loodrecht op het van oorsprong scherpe grensvlak.

van een scherp hellend grensvlak tussen zoet en zout water. Het grensvlak is bovendien vlak en oneindig uitgestrekt. Ter plaatse van het grensvlak is er een sprong in de specifieke volumestromen in het zoete en zoute water, waarbij het zoute water in een richting stroomt tegengesteld aan die van het zoete water. De brakke overgangszone ontwikkelt zich door dispersie loodrecht op de stromingsrichting, de zogenaamde transversale dispersie. Moleculaire diffusie wordt verwaarloosd. Vanwege de eenvoud van de beginvoorwaarden en het 'randloze' karakter van het stromingsdomein kan verwacht worden dat het soortelijk gewicht van het water op ieder moment alleen nog varieert in een richting loodrecht op het grensvlak. Onder deze voorwaarden blijkt er ook een lineair verband te bestaan tussen het soortelijk gewicht en de specifieke volumestroom. Uiteindelijk

schetst Van Duijn het verloop van de specifieke volumestroom als functie van de tijd en de plaats loodrecht op het oorspronkelijk grensvlak (figuur 14). Opvallende conclusie is dat het vlak waar geen stroming optreedt naar beneden verplaatst met een snelheid evenredig met de wortel uit de verstreken tijd. Een andere interessante conclusie is dat de specifieke volumestroom, en daarmee ook het soortelijk gewicht van water, ter plaatse van de oorspronkelijke positie van het grensvlak constant is. Voor een uitgebreide beschouwing wordt verwezen naar het originele artikel van Van Duijn. De door Van Duijn gegeven oplossing voor het stromings- en transportprobleem rond het grensvlak verhoogt ons inzicht in de ontwikkeling van de brakwaterzone. Wel dient opgemerkt dat de gestelde uitgangspunten, met name voor wat betreft de oneindige uitgestrektheid van het stromingsveld, een belangrijke praktische beperking inhouden. In de praktijk zullen de randvoorwaarden belangrijke invloed kunnen hebben op de feitelijke ontwikkeling van de brakwaterzone.

Verruijt (1971) en Uffink (1990) beschouwen de stationaire verdeling van de zoutconcentratie onder meer praktijkgerichte randvoorwaarden. Zij gaan er van uit dat er op een bepaald punt een scherpe overgang aanwezig is tussen zoet en zout water. Vanaf dit punt ontwikkelt zich een brakke overgangszone in de richting van de zoetwaterstroming. Een dergelijke situatie kan zich bijvoorbeeld voordoen onder een serie infiltratieputten. Door het wegspoelen van het brakke water zal de overgangszone tussen zoet en zout water onder de infiltratieputten beperkt zijn.



Figuur 15 Het door Verruijt gehanteerde rekenschema. Vanaf het punt *O* kan dispersie optreden. De dichtheid in het zoute water blijft echter ongewijzigd, evenals het stromingsveld.

Verruijt neemt voor zijn aanpak van het probleem aan dat dispersie geen invloed heeft op het stromingsveld. Het zoete water blijft daardoor met dezelfde uniforme snelheid stromen en het zoute water

is stagnant. Bovendien blijft de concentratie in het zoute water ongewijzigd (figuur 15). Verbrakking treedt vervolgens op door transport van zouten vanuit het zoute water. Voor dit transport wordt aangenomen dat de gradiënt van de concentratie in de brakwaterzone, juist boven en loodrecht op het grensvlak, evenredig is met het verschil in concentraties juist boven en onder de oorspronkelijke positie van het grensvlak. De evenredigheid wordt uitgedrukt in de vorm van een overdrachts-weerstandscoefficiënt, c_{ow} , die onafhankelijk is van de snelheid in het zoete water:

$$\alpha_T v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{c - c_0}{c_{ow}} \quad (39)$$

waarin c_0 de concentratie in het zoute water voorstelt, c de concentratie juist boven het zoute water, c_{ow} de overdrachts-weerstandscoefficiënt, v de snelheid in het zoete water, α_T de transversale dispersiviteit en y de richting loodrecht op het grensvlak tussen brak en zout water. Onder deze voorwaarden wordt voor grote horizontale afstanden ten opzichte van het begin van de brakwaterlaag een normale verdeling van zouten loodrecht op het grensvlak verkregen, echter gereduceerd met een term evenredig met de snelheid in het zoete water. Hoe harder het water stroomt, des te lager zal de concentratie in de brakke zone zijn. Er is zo dus sprake van een zeker uitspoelingseffect. Voor de concentratie juist boven het grensvlak wordt verkregen:

$$\frac{c}{c_0} \approx 1 - c_{ow} v \sqrt{\frac{\alpha_T}{\pi x}} \quad (40)$$

waarin x de horizontale afstand voorstelt tot het begin van de brakwaterlaag. De vergelijking geldt uitsluitend voor grote waarden van x (veel groter dan de longitudinale dispersiviteit α_L en veel groter dan $c_{ow} v (\alpha_T \alpha_L)^{1/2}$).

Uit bovenstaande relatie blijkt duidelijk dat het gesignaleerde uitspoeleffect sterk afhankelijk is van de evenredigheidsconstante c_{ow} die het transport van zout vanuit het zoute water beschrijft. Uffink geeft in zijn proefschrift aan dat deze coëfficiënt afhankelijk kan zijn van de snelheid v . In een extreem geval, als c_{ow} omgekeerd evenredig is met de stroomsnelheid, treedt er helemaal geen uitspoeleffect op. Gebaseerd op experimenten uit de warmtegeleiding, waarbij vergelijkbare processen optreden, is het niet onwaarschijnlijk dat de snelheid inderdaad invloed heeft de evenredigheidsfactor c_{ow} .

Ook Uffink (1990) geeft een oplossing voor de zoutconcentratie en de watersnelheden in de overgangszone. Hij maakt daarvoor gebruik

van de zogenaamde grenslaagmethode en krijgt op die manier een benaderende oplossing die nauwkeuriger is naarmate de afstand tot het begin van de brakwaterlaag toeneemt. Voor het krijgen van praktische gegevens is nog wel een numerieke integratie van de opgestelde vergelijkingen nodig.

Een zeer praktische conclusie uit zijn analyses is dat de dikte van de brakwaterzone bij benadering gegeven wordt door:

$$d = 5\sqrt{\alpha_T x} \quad (41)$$

waarin d de dikte van de overgangszone voorstelt, α_T de transversale dispersiviteit en x de afstand tot het begin van de brakwaterzone. Hierbij is aangenomen dat het zoute water niet stroomt.

Deze eenvoudige relatie kunnen we toepassen op de situatie in het Nederlandse kustduingebied. Uitgaande van een dikte van de brakwaterzone van zo'n 5 meter op 1000 meter afstand van het centrum van de zoetwaterbel, vinden we een waarde van slechts 0,001 meter voor de transversale dispersiviteit.

4 VORTICES

Voor de berekening van grondwaterstromingen waarbij ook verschillen in volumieke massa ('dichtheid') van het water voorkomen, zijn vele theorieën en modellen in zwang. Ze verschillen in complexiteit, vereenvoudigingen, veronderstellingen. Zo zijn er theorieën waarbij wordt aangenomen dat de stromingsweerstand van één vloeistof (meestal het zoute water) nihil is. De (zoutwater)stijghoogte in het zoute water is dan constant waardoor er een directe relatie ontstaat tussen de (zoetwater)stijghoogte in het zoete water en de positie van het scherp gedachte grensvlak (Badon-Ghijben, zie paragraaf 2.3). Ook kan worden aangenomen dat het zoete en zoute water slechts horizontaal stromen, de zogenaamde Dupuit- of Dupuit-Forchheimer aanname (Dietz, 1953; De Josselin de Jong, 1981). Dit is echter niet noodzakelijk bij een aanpak gebaseerd op randelementen (Van der Veer, 1978) eindige elementen (Verruijt, 1981; Van den Akker, 1982) en vortexbeleggingen (De Josselin de Jong, 1960, 1977, 1979 en 1981; Haitjema, 1977 en 1980; Peters, 1981, 1982 en 1983). Een nadeel van de vortex-methode is dat aan de bodem relatief strenge eisen gesteld moeten worden voor wat betreft uitgestrektheid en homogeniteit in doorlatendheid. De kracht van de methode zit dus niet zo zeer in het praktisch nut doch in de mogelijkheid hiermee numerieke modellen te toetsen en zicht te krijgen op de parameters die direct van belang zijn. De stroming van het water wordt met vortices namelijk analytisch, exact berekend.

4.1 Uitgangspunten

Vóór bespreking van de vortex-aanpak is het nodig de aannamen te noemen. Verondersteld wordt dat

- er sprake is van zogenaamde mengbare vloeistoffen; er is dus geen verschil van oppervlaktespanning, aan beide zijden van een (scherp) grensvlak is de druk gelijk;
- verdringing van een vloeistof door een andere is volledig;
- er is slechts sprake van verschillen in dichtheid en niet van verschillen in viscositeit;
- doorlatendheid is constant in ruimte, richting (isotropie) en tijd³ en
- vloeistoffen en ondergrond zijn onsamendrukbaar.

³ Bij een verandering van het zoutgehalte kan door kation-uitwisselingsprocessen een zwellen van kleimineralen optreden, die de doorlatendheid van de aquifer beïnvloedt.

4.2 Basisidee

De stroming is niet vrij van rotatie daar waar de dichtheid van het water verandert in een horizontale richting (zie paragraaf 2.4). Daar zijn inwendige krachten aanwezig die rotatie veroorzaken. Immers, een grensvlak (tussen een lichte en zware vloeistof) dat niet horizontaal is, zal neigen naar een uiteindelijk horizontale positie. Het principe van een vortexbelegging is nu om de vloeistoffen in gedachten te vervangen door één enkele vloeistof en 'vortices' te introduceren daar waar de dichtheid verandert en wier actie overeenkomt met genoemde inwendige krachten. De sterkte van de vortices die gelegd ('gedacht') worden langs een grensvlak is de totale hoeveelheid rotatie van die stukken van het grensvlak die door een afzonderlijke vortex wordt gerepresenteerd. De sterkte is afhankelijk van het relatieve verschil in dichtheid, de doorlatendheid van de ondergrond voor het zoete water en de plaatselijke steilheid van het grensvlak (zie vergelijking (25)). De resulterende stroming van de vloeistof is de som van de stromingen ten gevolge van conventionele krachten (bijvoorbeeld putten of randvoorwaarden) en daarbij opgeteld de stromingen ten gevolge van alle afzonderlijke vortices. Er bestaan al vele hydrologische programma's waarmee water ('een waterdeeltje') in de tijd kan worden gevolgd. De programma's berekenen aldus van begin- tot eindpunt (voor een hele rekenperiode) een stroombaan of -lijn (zie bijvoorbeeld de FLOP-software; Van den Akker, 1982). Als de berekening voor een stroombaan- of lijn is afgerond, wordt gestart met een nieuwe stroombaan of -lijn. De aanpak bij vortices is een iets andere. Omdat het stromingsbeeld gedurende de rekenperiode verandert, moeten tegelijkertijd in ieder geval de punten die gezamenlijk de vorm van het grensvlak bepalen, worden gevolgd. Voor elk punt van het grensvlak wordt de grootte en richting van de snelheid berekend. De verandering van de plaats is dan de snelheid maal de tijdstap. Gedurende de tijdstap wordt het stromingspatroon (het vectorbeeld) constant gehouden. Na elke tijdstap worden het vectorbeeld en achtereenvolgens de positie van het grensvlak opnieuw berekend. Als de periode waarvoor de stroming wordt gesimuleerd, wordt opgedeeld in NT tijdstappen ter grootte DT en het grensvlak in NIP punten, heeft het skelet van een vortex-programma in twee dimensies de volgende opbouw in quasi-`fortran`:

```

DO I=1,NT
  DO J=1,NIP
    CALCULATE VX(J,I)
    CALCULATE VZ(J,I)
  ENDDO
  DO J=1,NIP
    X(J,I+1)=X(J,I)+VX(J,I)·DT
    Z(J,I+1)=Z(J,I)+VZ(J,I)·DT
  ENDDO
ENDDO

```

Hierin zijn $X(J,I)$ en $Z(J,I)$ de plaats-coördinaten van de punten J van het grensvlak voor tijdstap I en zijn $VX(J,I)$ en $VZ(J,I)$ de werkelijke watersnelheden op dat moment in x - en z -richting.

4.3 Wat men moet weten

Bij gebruik van een programma dat gebaseerd is op vortex-beleggingen is er een aantal zaken waarop gelet moet worden. Op deze 'gebruikersinstructies' wordt in volgende paragrafen de aandacht gevestigd.

4.3.1 Onnauwkeurigheid

Als er ter plaatse van het grensvlak grote verschillen en veranderingen zijn in de snelheid, bijvoorbeeld als het grensvlak een onttrekking nadert, dan ligt onnauwkeurigheid op de loer. Ten eerste moet het aantal punten waaruit het grensvlak is opgebouwd voldoende zijn om dit voldoende nauwkeurig te kunnen weergeven. Tevens wordt in een tijdstap het vectorbeeld dat de watersnelheid representeert, constant gehouden. Feitelijk zou dit gedurende een tijdstap moeten worden aangepast. Men zou dit kunnen ondervangen door per tijdstap te checken of deze tijdstap wellicht moet worden verkleind om voldoende nauwkeurigheid te waarborgen. Dit principe wordt ook toegepast in de FLOP-software. Ook kan zo op rekentijd worden bespaard als zou blijken dat met een grotere tijdstap kan worden volstaan. De tijdstap is dus in verband met nauwkeurigheid aan de bovenzijde begrensd.

4.3.2 Instabiliteit

Een fysisch stabiel proces is te definiëren als een proces waarbij elke verstoring (zonder uitwendige krachten) wordt opgeheven. In die gevallen waarbij een lichte vloeistof aanwezig is boven een relatief zwaardere vloeistof, veroorzaakt een onregelmatigheid in

een grensvlak stroming om dat te corrigeren. Gedurende de volgende tijdstap (gedurende welke het vectorbeeld constant gehouden wordt) mag die corrigerende verplaatsing niet groter zijn dan tweemaal de oorspronkelijke verstoring. De tijdstap is dus ook om stabiliteitsredenen aan de bovenzijde begrensd. Voor de maximum tijdstap geldt (Peters, 1983b)

$$T_{stab} = 2 \frac{nd \rho_f}{k_f \Delta \rho} \quad (42)$$

Hierin is d de kleinste afstand tussen de vortices, n de effectieve porositeit met betrekking tot de stroming, ρ_f de dichtheid van het zoete water, k_f de doorlatendheid voor het zoete water en $\Delta \rho$ het verschil in dichtheid.

4.3.3 Clustering, updating

In de buurt van een onttrekking is sprake van convergerende stroomlijnen. Punten van een grensvlak zullen zich daar opeenhopen, waardoor zich stabiliteitsproblemen kunnen voordoen. Immers de kleinste afstand d tussen de vortices wordt steeds kleiner waardoor ook de maximaal te hanteren tijdstap steeds verder afneemt (vergelijking (42)).

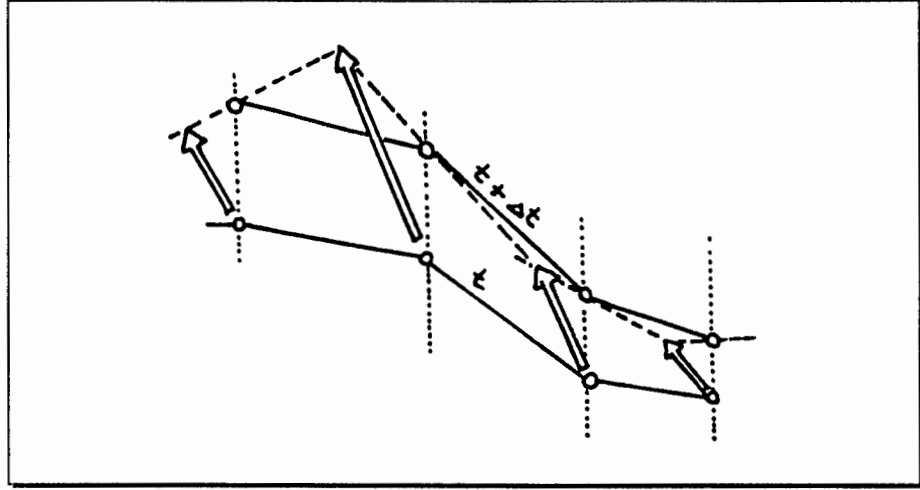
Nabij een infiltratie bewegen de punten zich uit elkaar, daar is sprake van divergerende stroomlijnen. De punten van een grensvlak kunnen te ver uit elkaar komen te liggen, met onnauwkeurige resultaten tot gevolg.

Om te voorkomen dat de punten van een grensvlak door een onttrekking worden 'opgeslurpt' of door een infiltratie worden 'weggespoeld', kunnen de bewegende punten van het grensvlak gecorrigeerd worden naar een vaste x -waarde. Dit gebeurt dan na elke tijdstap. Deze 'updating' is door Haitjema beschreven (Haitjema, 1977 en 1980), zie figuur 16.

Updaten heeft een afvlakkend effect op het grensvlak. Daar waar het grensvlak sterk gekromd is, moet de afstand tussen de verschillende elementen (vortices) niet te groot zijn, wil updaten niet onnauwkeurigheid introduceren (zie voorbeeld 6). Updating moet natuurlijk achterwege blijven als bijvoorbeeld een plaatselijk sterk hellend grensvlak in de tijd wordt gevolgd.

4.4 Mathematische onderbouwing

In het programma MICA (zie ook paragraaf 4.5) worden vergelijkingen gebruikt voor de stroming ten gevolge van putten ('drains')



Figuur 16 'Updating' van de punten van het grensvlak. Merk op dat dit proces een afvlakkende werking heeft op de vorm van het grensvlak.

en ten gevolge van vortices tussen twee horizontale, ondoorlatende randen. Hierbij wordt gebruik gemaakt van superpositie en de 'methode van spiegelen' om aan de randvoorwaarden aan de boven- en onderkant van het pakket te kunnen voldoen. Bij ondoorlatende randen zullen deze immers fungeren als stroomlijnen. Het blijkt dat de formules voor de oneindige reeksen putten en vortices (in verband met de spiegelingen) met behulp van algebra sterk kunnen worden vereenvoudigd (Peters, 1983b). Voor de componenten van de snelheid in x - en z -richting in een punt (x,z) ten gevolge van een infiltratie Q in het punt (a,b) geldt:

$$v_x = \frac{Q}{4Dn} \left(\frac{\sinh \frac{\pi(x-a)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(z-b)}{D}} + \frac{\sinh \frac{\pi(x-a)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(z+b)}{D}} \right) \quad (43)$$

en

$$v_z = \frac{Q}{4Dn} \left(\frac{\sin \frac{\pi(z-b)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(z-b)}{D}} + \frac{\sin \frac{\pi(z+b)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(z+b)}{D}} \right) \quad (44)$$

waarbij D de dikte is van het pakket en n de effectieve porositeit. Voor de componenten van de werkelijke watersnelheid in x - en z -richting in een punt (x,z) ten gevolge van een vortex met sterkte V

in het punt (a,b) geldt:

$$v_x = \frac{V}{4Dn} \left(\frac{\sin \frac{\pi(b-z)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(b-z)}{D}} + \frac{\sin \frac{\pi(b+z)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(b+z)}{D}} \right) \quad (45)$$

en

$$v_z = \frac{V}{4Dn} \left(\frac{\sinh \frac{\pi(x-a)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(b-z)}{D}} - \frac{\sinh \frac{\pi(x-a)}{D}}{\cosh \frac{\pi(x-a)}{D} - \cos \frac{\pi(b+z)}{D}} \right) \quad (46)$$

4.5 Voorbeelden

Het principe van een vortex-programma en de mogelijk optredende complicaties zullen worden geïllustreerd met het programma MICA (Peters, 1983). Het is een Fortran-code voor een 'Moving Interface in a Confined Aquifer'. Elk consistent eenheden-stelsel (massa, lengte en tijd) kan worden gebruikt. Het berekent de veranderende positie van een grensvlak onder invloed van een dichtheidsverschil, onttrekkingen en infiltraties in een tweedimensionale, verticale doorsnede van een aquifer met constante dikte, doorlatendheid en porositeit. Verondersteld wordt dat de bovenste vloeistof niet zwaarder is dan de onderste, de boven- en ondergrens horizontaal zijn en dat er slechts sprake is van stroming (en dus ook slechts gradiënten) in het xz -vlak. De x -coördinaat is horizontaal (van links naar rechts; de x -as valt samen met de onderrand van de aquifer), de z -coördinaat is verticaal naar boven gericht. MICA is een interactief programma voor een PC onder MS-DOS waarbij gebruik gemaakt wordt van een mathematische coprocessor, als aanwezig. De positie van het grensvlak wordt op het scherm getekend voor opgegeven tijdstippen. Updating kan met een switch-parameter al dan niet worden ingeschakeld. In de aquifer kan sprake zijn van een natuurlijke afstroming (specifieke volumestroom of Darcy-snelheid; positief van links naar rechts) en van meerdere onttrekkingen (negatief) of infiltraties (positief).

Het model wordt geïllustreerd met een reeks berekeningen. In een 40 meter dik pakket bevindt zich een horizontaal grensvlak op 10 m

afstand van de basis. De vortices bevinden zich op een onderlinge afstand van 5m. Op een hoogte van 30m bevindt zich een drain die 50 dagen in werking is, waarna de onttrekking wordt gestopt. De positie van het grensvlak wordt ook daarna nog 50 dagen gevolgd. In de figuren wordt telkens hetzelfde gedeelte van het watervoevende pakket en van de positie van het grensvlak afgebeeld. Het kader van de figuren (100 m breed en 40 m hoog) komt overeen met de lijnen $x=-25\text{m}$, $x=75\text{m}$, $z=0\text{m}$ en $z=40\text{m}$.

De parameterwaarden van de doorgerekende varianten zijn verzameld in tabel 1.

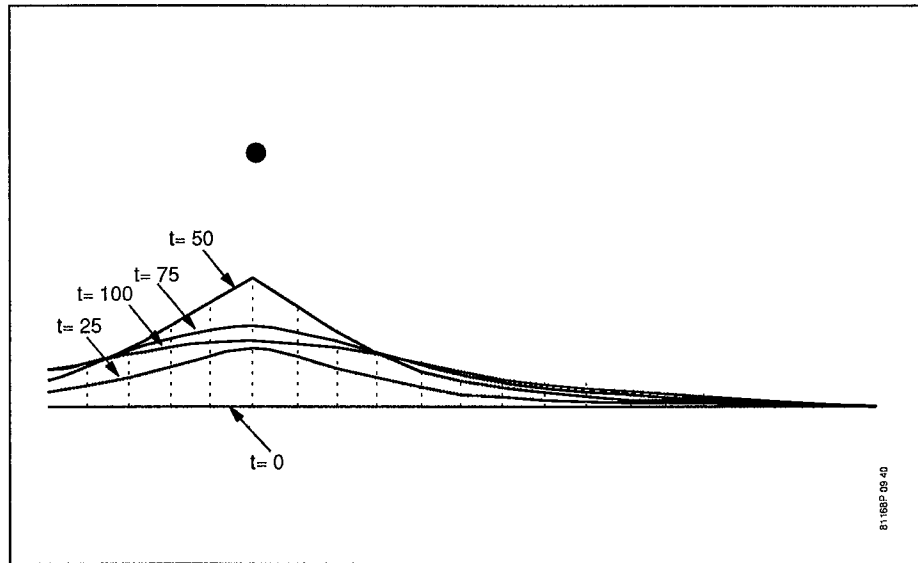
Tabel 1 De parameter-sets van de acht berekeningen. Ze verschillen in doorlatendheid, dichtheidsverschil, grootte van de tijdstap en natuurlijke afstroming. Niet in alle berekeningen worden de x -coördinaten vastgehouden.

voor- beeld	door- latend- heid	dicht- heids- verschil	tijd- stap	natuur- lijke afstro- ming	x vast- houden? (updaten)	stabili- teits- crite- rium
	k m/d	$\Delta\rho$ kg/m ³	Δt d	NA m/d	UPD -	T_{stab} d
1	10	25	2.5	0.0	j	7
2	5	25	2.5	0.0	j	14
3	5	0	5.0	0.0	j	∞
4	5	0	2.5	0.0	j	∞
5	5	25	2.5	0.1	j	14
6	5	0	2.5	0.1	j	∞
7	5	0	2.5	0.1	n	∞
8	5	25	2.5	0.1	n	<14

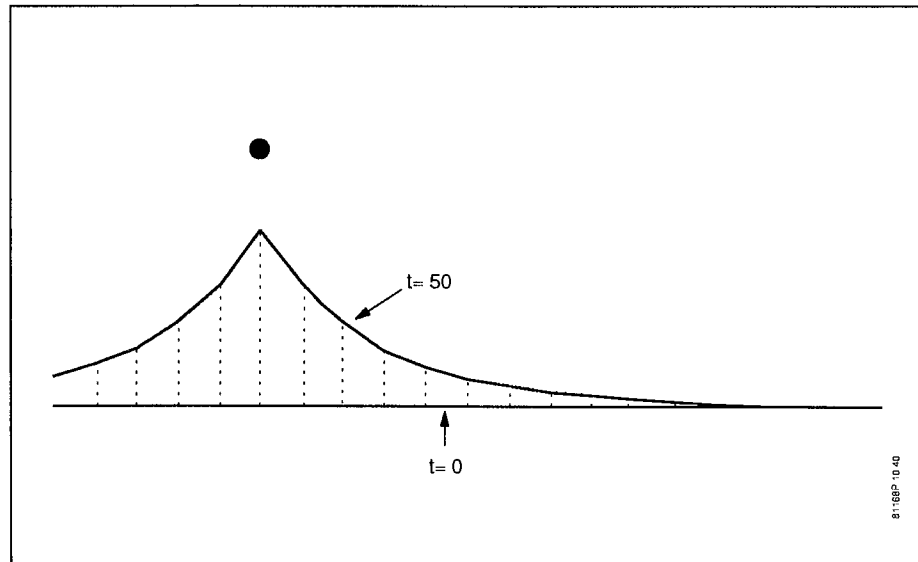
Berekening 1 (figuur 17) toont de positie van het grensvlak na 25, 50, 75 en 100 dagen. Op het moment dat de onttrekking wordt gestaakt is het grensvlak ongeveer 10m omhoog gekomen. Die beweging wordt tegengewerkt door de rotatie die groeit langs het grensvlak en die recht evenredig is met het dichtheidsverschil én met de doorlatendheid.

Berekening 2 veronderstelt een doorlatendheid van 5 m/d in plaats van 10 m/d. Figuur 18 toont de positie na 50 dagen onttrekking. Duidelijk blijkt dat het convectieve transport ten gevolge van de rotatie die verzilting van de bron tegenwerkt, geringer is bij een lagere doorlatendheid. Convectie ten gevolge van de onttrekking overheerst. De verplaatsing van het grensvlak is groter bij een lagere doorlatendheid.

Convectief transport ten gevolge van rotatie is niet alleen afhankelijk van de doorlatendheid maar ook van het dichtheidsverschil.

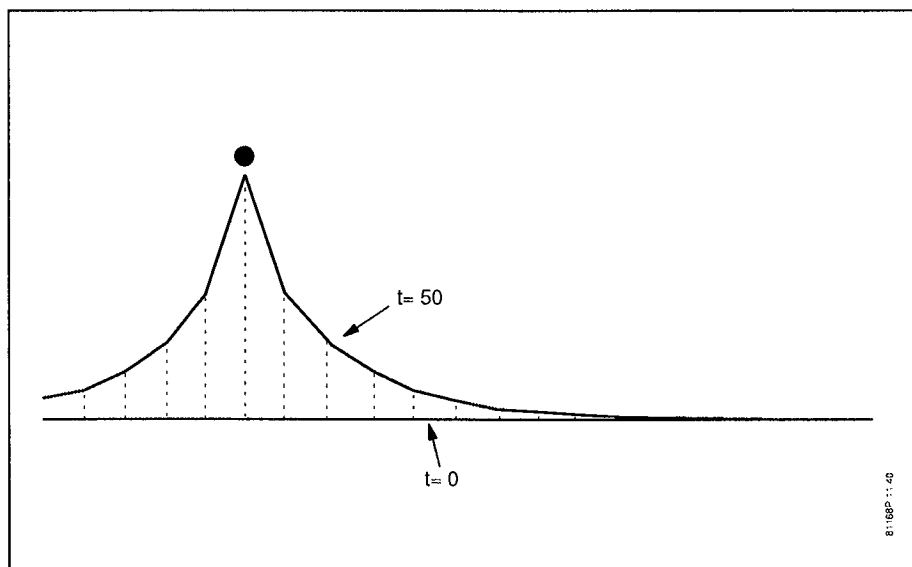


Figuur 17 Positie van het grensvlak onder invloed van onttrekking door een drain gedurende de eerste 50 dagen (voorbeeld 1).

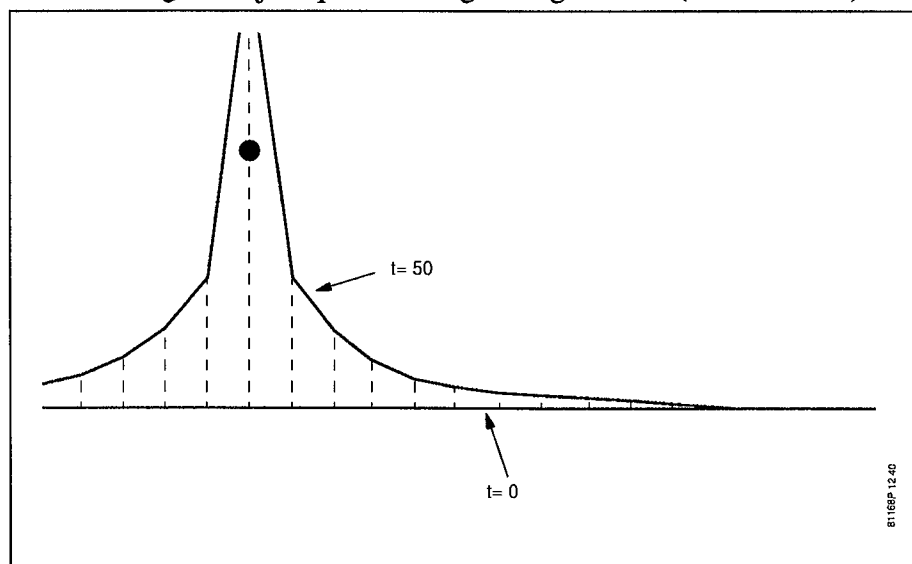


Figuur 18 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking. Door de lage doorlatendheid is het grensvlak hoger opgetrokken dan in voorbeeld 1.

Figuren 19 en 20 tonen het bewegende grensvlak na 50 dagen onttrekking. In figuur 19 is sprake van een tijdstap van 5 dagen, het grensvlak bereikt met deze tijdstap na 50 dagen nog net niet de drain. In figuur 20 is de tijdstap 2,5 dag. Het grensvlak beweegt met toenemende snelheid. Een te grote tijdstap onderschat dus de verplaatsing. Na circa 48 dagen bereikt het grensvlak de drain en schiet daaraan voorbij. Feitelijk zou het punt van het grensvlak in de drain moeten worden gefixeerd om té grote onnauwkeurigheid te voorkomen.



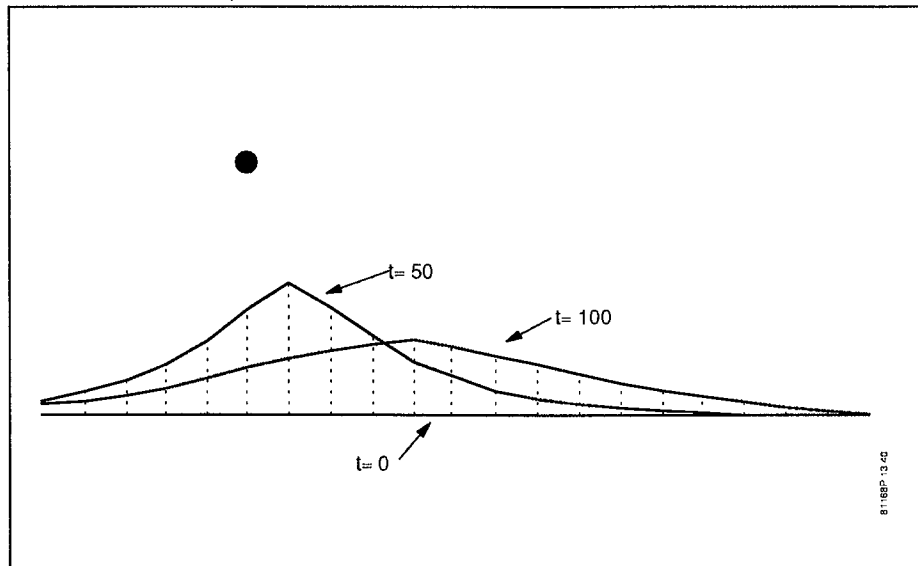
Figuur 19 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking indien er geen dichtheidsverschillen aanwezig zijn. Een relatief grote tijdstap van 5 dagen is gebruikt. (Voorbeeld 3)



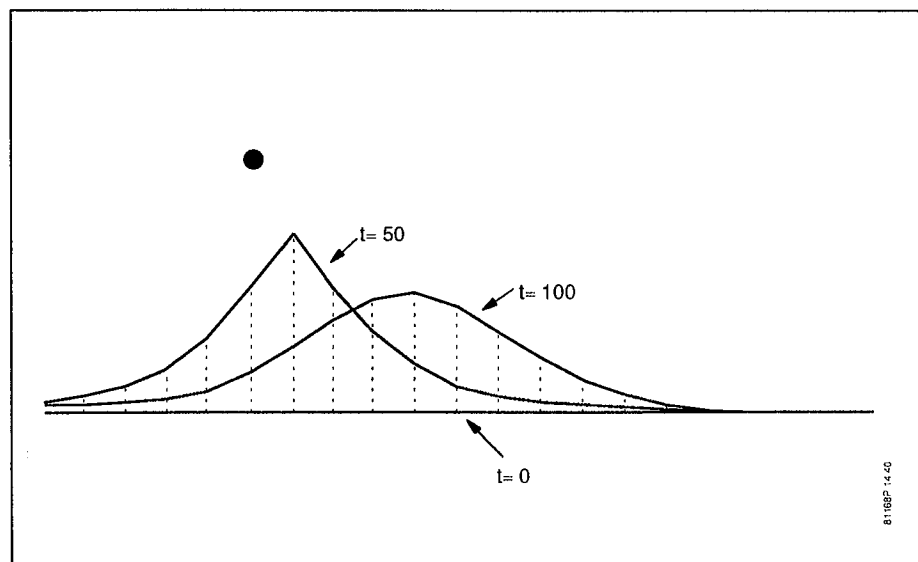
Figuur 20 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking als geen dichtheidsverschillen aanwezig zijn. Door het gebruik van een kleine tijdstap wordt een nauwkeuriger resultaat verkregen dan bij voorbeeld 3.

Berekening 5 (figuur 21) is vergelijkbaar met 2 (figuur 18). Het enige verschil is dat in berekening 5 sprake is van een natuurlijke afstroming. Opvallend is dat het grensvlak minder omhoogkomt. Een sterke natuurlijke (niet door de beschouwde winning geïnduceerde) stroming in een watervoerend pakket verkleint de risico's van verzilting.

Berekeningen 6 en 7 (figuren 22 en 23) illustreren de onnauwkeurigheid die wordt geïntroduceerd door het 'updaten'. In de beide berekeningen is geen sprake van verschil in dichtheid. Toch lijkt in figuur 22 het grensvlak uit te zakken.



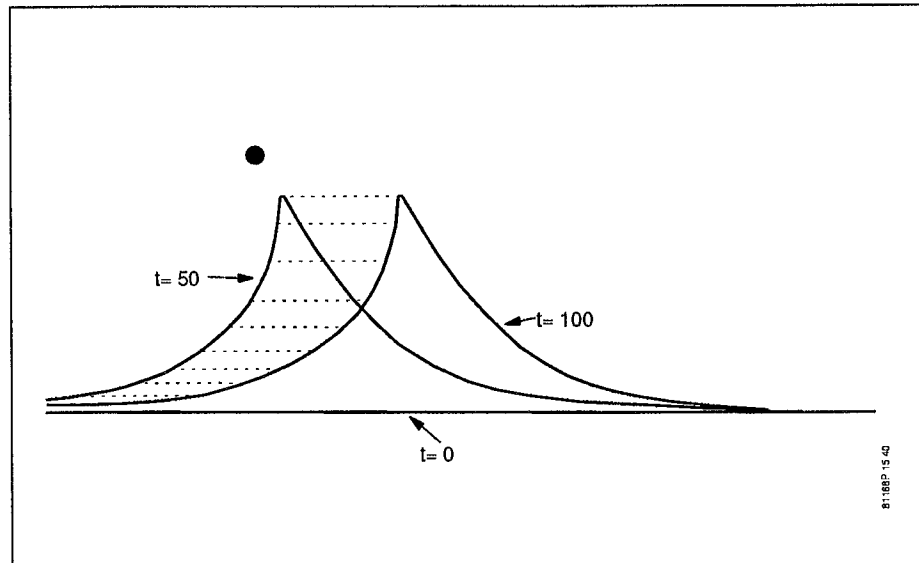
Figuur 21 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking gevolgd door 50 dagen stilstand. In het watervoerende pakket is een natuurlijke afstroming aanwezig. (Voorbeeld 5)



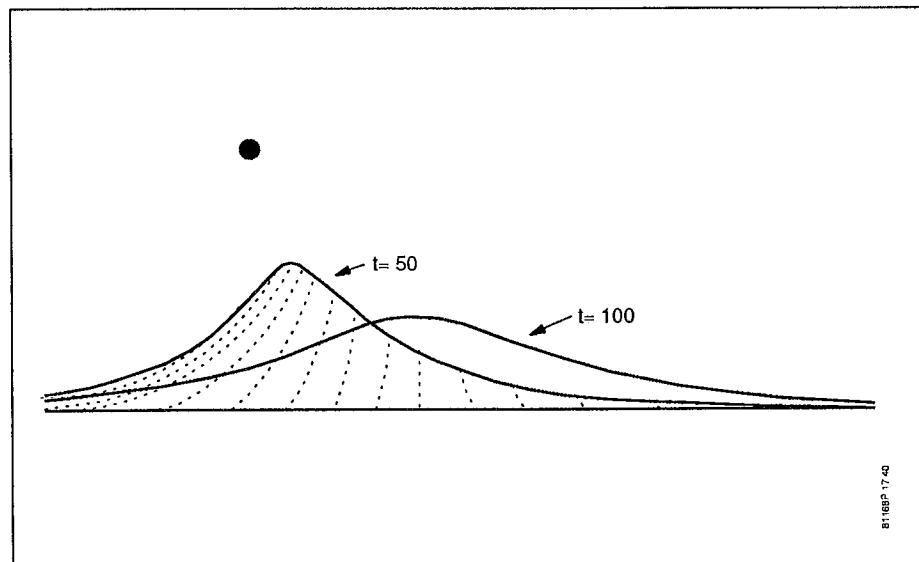
Figuur 22 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking gevolgd door 50 dagen stilstand. Beide vloeistoffen zijn even zwaar. Door het 'updaten' van grensvlakkpunten treedt een sterke afvlakking op. (Voorbeeld 6)

Dit wordt veroorzaakt door het updaten. Een grensvlak dat sterk gekromd is, veroorzaakt een numerieke fout c.q. afvlakking. Updaten moet dan achterwege blijven, dan wel het aantal vortices moet worden opgevoerd.

Berekening 8 (figuur 24) is met berekening 5 (figuur 21) vergelijkbaar. Onnauwkeurigheid door updaten blijft bij berekening 8 achterwege. Echter het gevaar van instabiliteit ligt op de loer. Bij de onttrekking clusteren de punten van het grensvlak waardoor de tijdstap die nodig is voor stabiliteit kleiner zou kunnen worden dan



Figuur 23 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking en 50 dagen stilstand. Beide vloeistoffen zijn even zwaar. Doordat er geen 'updating' wordt toegepast, verplaatst het grensvlak zuiver horizontaal. (Voorbeeld 7)



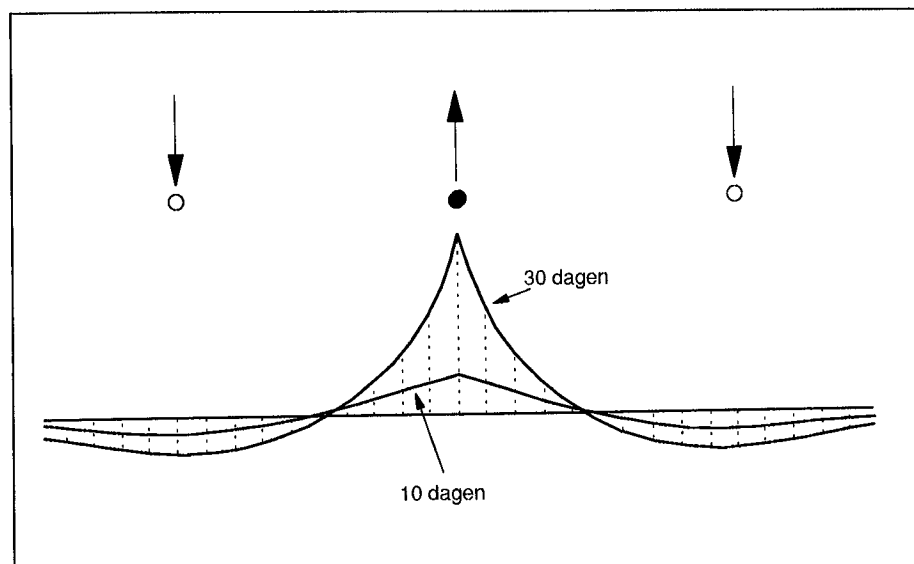
Figuur 24 Positie van het grensvlak na 50 dagen onttrekking en 50 dagen stilstand. Nauwkeurige resultaten worden verkregen doordat geen 'updaten' plaatsvindt. (Voorbeeld 8)

de gebruikte tijdstap.

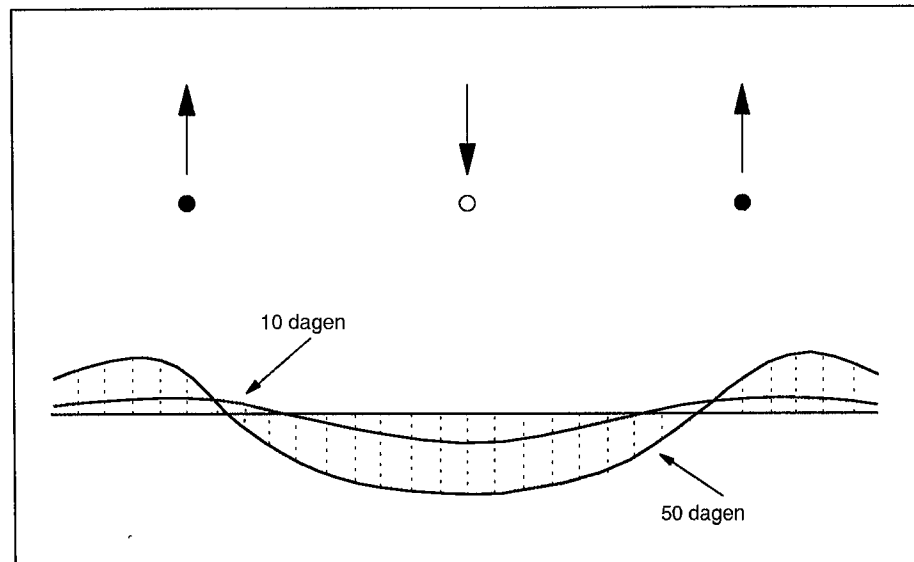
Uit de voorbeelden wordt duidelijk dat met vortices zeer inzichtelijk (en snel) het effect van variaties in stromingsparameters kan worden vastgesteld. 'Spelen' met een programma als MICA is dan ook zeer leerzaam.

Als aanvulling op de gepresenteerde voorbeelden wordt nog een probleem met een diepinfiltratiesysteem beschouwd. Bij diepinfiltratie doet zich de vraag voor of de winputten centraal opgesteld

moeten worden, omgeven door infiltratieputten, of juist andersom. De eerste opstelling lijkt op het eerste gezicht een betere bescherming te bieden tegen verzilting omdat de winmiddelen door de infiltratie afgeschermd worden.



Figuur 25 Beweging van het grensvlak onder een diepinfiltratiesysteem waarbij de winmiddelen tussen de infiltratiemiddelen zijn geplaatst. Na circa 30 dagen bereikt het grensvlak de winmiddelen.



Figuur 26 Beweging van het grensvlak onder een diepinfiltratiesysteem waarbij de infiltratiemiddelen tussen de winmiddelen zijn geplaatst. Na 50 dagen heeft het grensvlak de winmiddelen nog niet bereikt.

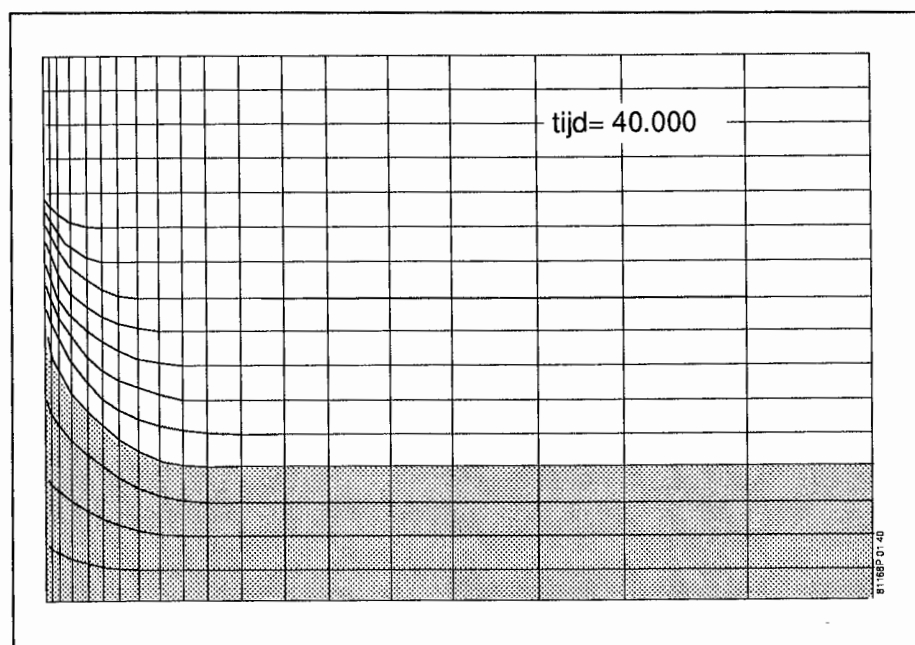
De figuren 25 en 26 tonen de berekende posities van het grensvlak voor beide opstellingen. In figuur 25 is te zien dat bij een centrale winning al na 30 dagen verzilting van de winmiddelen optreedt, ondanks een overinfiltratie van 10%. Indien de infiltratiemiddelen

daarentegen centraal geplaatst worden (figuur 26) is zelfs na 50 dagen nog geen ernstige opkegeling onder de winmiddelen waar te nemen. Een opstelling met centrale infiltratieputten, omgeven door winputten, verdient derhalve de voorkeur.

5 NUMERIEKE TECHNIEKEN MET SCHERPE GRENSVLAKBENADERING

Numerieke rekentechnieken zoals de eindige elementen en eindige differentie methode hebben hun kracht bewezen in het oplossen van complexe stromingsproblemen (zie bijvoorbeeld Bear & Verruijt, 1987 of Kinzelbach, 1986). Ook als er dichtheidsverschillen in het spel zijn, kunnen de technieken worden toegepast. Een speciale klasse vormt de toepassing waarbij het grensvlak tussen zoet en zout water als een scherpe overgang geschematiseerd wordt. In grote lijnen kunnen dan twee werkwijzen gehanteerd worden.

De eerste aanpak simuleert de stroming van zoet en zout grondwater in een verticale snede. Over het te beschouwen stromingsdomein wordt een numeriek rekennetwerk geprojecteerd, en wel op zo'n manier dat het grensvlak beschreven wordt door een aantal knopen en elementranden. Het stromingsprobleem wordt vervolgens numeriek opgelost. Eén van de resultaten daarbij is de stroming loodrecht op het grensvlak. Daaruit kan de verplaatsing van een grensvlak-knoop gedurende een zekere numerieke tijdstap worden afgeleid, waaruit de nieuwe positie van het grensvlak volgt. Voor de nieuwe positie wordt (automatisch) een netwerk gegenereerd met knopen en elementranden die weer samenvallen met het grensvlak. Daarna kan het rekenproces herhaald worden (Figuur 27).



Figuur 27 Eindige elementen benadering met scherp grensvlak in verticaal vlak. Door aanpassing van het netwerk valt het grensvlak steeds samen met elementranden.

De aanpak vertoont grote overeenkomsten met de vortex-benadering (hoofdstuk 4), zij het dat nu het stromingsbeeld numeriek wordt

bepaald.

De beschreven berekeningswijze wordt om twee redenen niet veel toegepast. De netwerkaanpassing die nodig is om knopen en elementranden samen te laten vallen met het grensvlak vergt veel 'administratie'. Zeker bij grote grensvlakverplaatsingen en bij sterke krommingen van het grensvlak is een zeer intelligente netwerkgenerator vereist, vooral ook als de bodemparameters van plek tot plek moeten kunnen variëren. Een tweede beperking is gelegen in de opzet van het rekenproces: de verplaatsing van het grensvlak wordt bepaald *nadat* het stromingsprobleem is opgelost. Deze expliciete vaststelling van de grensvlakverplaatsing maakt het noodzakelijk om voor een stabiele oplossing korte numerieke tijdstappen te hanteren. Het doorrekenen van grote simulatieperioden zal dan veel rekentijd gaan vergen.

De werkwijze voor stroming in verticale sneden wordt niet verder uitgewerkt. Voor nadere informatie zij verwezen naar Bear & Verruijt (1987).

Voor regionale problemen kan de weerstand tegen verticale stroming in watervoerende pakketten veelal verwaarloosd worden ten opzichte van de horizontale stromingsweerstand. De aanname van een scherp grensvlak biedt dan de mogelijkheid om een ruimtelijk beeld van de positie van het grensvlak te krijgen. Omdat deze aanpak veel wordt toegepast, zal zij in dit hoofdstuk nader worden toegelicht.

5.1 Basisidee

Door te veronderstellen dat er een scherpe overgang tussen zoet en zout water aanwezig is, kunnen voor de beide zones afzonderlijk stromingsvergelijkingen opgesteld worden. Koppeling van de systemen vindt plaats door de eis dat aan beide zijden van het grensvlak een gelijke druk aanwezig dient te zijn. Door bovendien de weerstand tegen verticale stroming in het watervoerend pakket te verwaarlozen, ontstaat er een hydrostatische drukverdeling over de verticaal (de Dupuit-Forchheimer aanname). Twee parameters beschrijven dan volledig de drukverdeling in het zoete en zoute water en de positie van het grensvlak op ieder punt in de ruimte. Elk tweetal van de parameters

- zoetwaterstijghoogte in de zoetwaterlaag,
- zoutwaterstijghoogte in de zoutwaterlaag en
- de positie van het grensvlak

kan hiervoor gebruikt worden. De derde parameter volgt direct uit de overige twee (zie vergelijking (23), paragraaf 2.3). Natuurlijk kan ook in plaats van de genoemde zoet- en zoutwaterstijghoogte elke andere parameter gekozen worden die eenduidig de druk in beide zones beschrijft.

Het zoet/zout probleem wordt nu opgelost door over het stromingsdomein, zoals dat zich in het horizontale vlak uitstrekt, een elementennetwerk te construeren. Numeriek worden in iedere knoop de stijghoogten in het zoete en zoute water en de positie van het grensvlak bepaald. Dit betekent derhalve dat een driedimensionaal beeld van de positie van het grensvlak verkregen wordt. De aanpak leent zich dan ook uitstekend voor regionale studies.

Voor lokale studies, zoals voor diepinfiltratie, waarbij de Dupuit-Forchheimer aanname niet voldoende nauwkeurig is, heeft Van der Eem (1989) aangegeven dat een gemengd analytisch-numerieke aanpak mogelijk is. Het effect van de onvolkomenheid van putfilters (dat wil zeggen dat het filter kort is ten opzichte van de dikte van de zoetwaterlaag) wordt analytisch uitgerekend. Vervolgens wordt dit effect als correctieterm in de eindige elementen formulering van het stromingsprobleem opgenomen. Met deze aanpassing blijkt het tijdsafhankelijke gedrag van het zoet/zout grensvlak beter beschreven te worden, hoewel er sprake is van een onderschatting van de grensvlakverplaatsing.

5.2 Uitgangspunten

Voor de regionale, semi-driedimensionale benadering gelden als uitgangspunten:

- Geen weerstand tegen verticale stroming in watervoerende pakketten (de Dupuit-Forchheimer aanname).
- Het zoet/zout-grensvlak bevindt zich in één watervoerend pakket.
- Een scherp grensvlak tussen zoet en zout grondwater.
- Drukevenwicht aan beide zijden van het grensvlak.

Afhankelijk van de wijze waarop de techniek geïmplementeerd is, kunnen nog aanvullende uitgangspunten gelden, zoals bijvoorbeeld homogene watervoerende pakketten, geen verschil in viscositeit tussen zoet en zout grondwater, etc.

5.3 Toepassingsmogelijkheden

De semi-driedimensionale aanpak leent zich uitstekend voor regionale studies. Denk bijvoorbeeld aan de zoutwaterintrusie in kustgebieden. Ook de invloed van wijzigingen in onttrekkingen op de positie van het grensvlak kunnen worden doorgerekend. Simulaties kunnen een zeer lange periode beslaan.

Zeer lokale effecten nabij winputten kunnen minder goed worden beschreven. De gehanteerde aanpak impliceert namelijk dat het putfilter altijd over de volledige hoogte van de zoetwaterlaag aanwezig is. Dit is wel een veilige aanname zolang het grensvlak de put niet te dicht benaderd is.

5.4 Plus- en minpunten

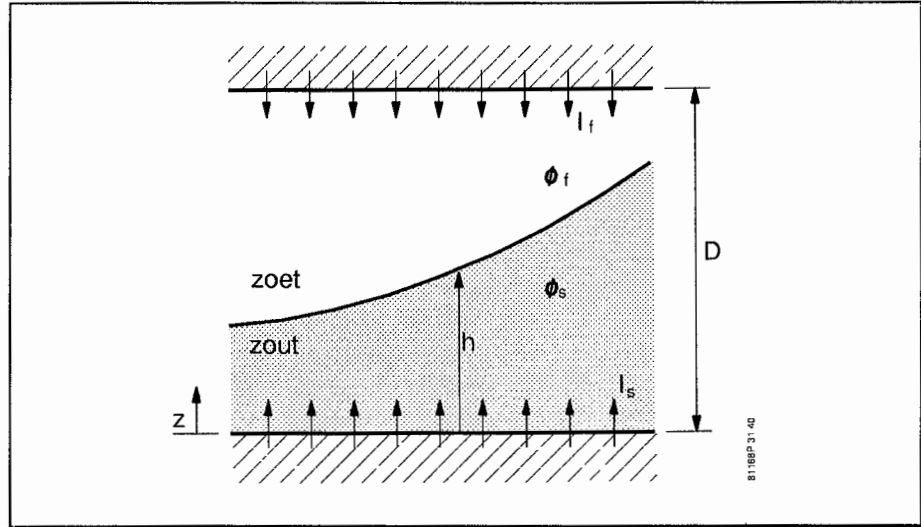
De charme van de regionale Dupuit-Forchheimer aanpak is gelegen in het feit dat met een tweedimensionale benadering een driedimensionaal beeld van de positie van het grensvlak verkregen kan worden. De methode wordt dan ook frequent toegepast. Doordat de positie van het grensvlak één van de variabelen is in een numerieke knoop kan het rekenproces impliciet opgezet worden: de positie van het grensvlak op het nieuwe tijdstip wordt tegelijk met het nieuwe stromingsbeeld uitgerekend. Dit heeft als voordeel dat de tijdstapgrootte alleen nog bepaald wordt door de gewenste nauwkeurigheid van de oplossing. In de praktijk komt het er op neer dat lange simulatieperioden relatief snel doorgerekend kunnen worden.

Een gering nadeel vormt het feit dat onttrekkingsputten in de zoetwaterlaag direct boven het zoute water als volkomen putten worden beschouwd. De verplaatsing van het grensvlak zal daardoor meestal overschat worden, hetgeen als veilig beschouwd kan worden. Als de onvolkomenheid van de putten een heel belangrijke rol speelt, kan overwogen worden de aanpak van Van der Eem te volgen (zie paragraaf 5.1)

Een praktisch nadeel is gelegen in het feit dat het grensvlak in één watervoerend pakket dient te liggen. In principe is het weliswaar mogelijk om meerdere watervoerende pakketten met een grensvlak in ieder pakket te definiëren, maar dan moet wel een oplossing gevonden worden voor de lek van zoet water naar zoutwaterlagen en van zout water naar zoetwaterlagen. In werkelijkheid zal hierdoor menging van zoet en zout water optreden. Met een scherpe grensvlakbenadering kan deze menging natuurlijk niet beschreven worden.

5.5 Mathematische onderbouwing

Voor de mathematische onderbouwing gaan we er van uit dat als vrije variabelen de zoetwaterstijghoogte ϕ_f in de zoetwaterlaag en de positie van het grensvlak $z=h$ gebruikt wordt (figuur 28). De zoutwaterstijghoogte in de zoutwaterlaag kan direct uit deze twee parameters worden afgeleid. We gaan verder voor de eenvoud uit van een constante dikte van het watervoerend pakket, dat zich uitstrekt van $z=0$ tot $z=D$. Zowel in het zoete als in het zoute water kan aanvulling plaatsvinden met een sterkte van I_f resp. I_s [Lt^{-1}]. Voor de drukverdeling in het zoete en zoute water kan geschreven worden:



Figuur 28 Schematisatie ten behoeve van de scherpe grensvlakbenadering in combinatie met de Dupuit-Forchheimer aanname.

$$\begin{aligned} h < z < D: \quad p &= \rho_f g \phi_f - \rho_f g z \\ 0 < z \leq h: \quad p &= \rho_f g \phi_f - \rho_s g z + (\rho_s - \rho_f) g h \end{aligned} \quad (47)$$

Zowel in het zoete als zoute water geven deze vergelijkingen een hydrostatische drukverdeling weer: $\partial p / \partial z = -\rho g$. De druk ter plaatse van het grensvlak is continu. Het referentievlak voor de stijghoogte is het niveau $z=0$.

De grondwaterstroming in het horizontale vlak is bepaald door de wet van Darcy:

$$\mathbf{q} = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \quad (48)$$

met κ de intrinsieke doorlatendheid van het poreuze medium en μ de dynamische viscositeit van het grondwater. De viscositeit voor beide vloeistoffen wordt gelijk verondersteld. Combinatie van de vergelijkingen (47) en (48) geeft:

$$\begin{aligned} h < z < D: \quad \mathbf{q}_f &= -k \nabla \phi_f \\ 0 < z \leq h: \quad \mathbf{q}_s &= -k \nabla \phi_f + \alpha k \nabla h \end{aligned} \quad (49)$$

waarin k de hydraulische doorlatendheid voor zoet water voorstelt en α het relatieve dichtheidsverschil $(\rho_s - \rho_f) / \rho_f$. De continuïteitsvergelijking voor het zoete water wordt nu:

$$S_f \frac{\partial \phi_f}{\partial t} - S_h \frac{\partial h}{\partial t} = I_f - \nabla \cdot \{(D-h)q_f\} \quad (50)$$

en voor het zoute water:

$$S_h \frac{\partial h}{\partial t} = I_s - \nabla \cdot (hq_s) \quad (51)$$

S_f is de freatische bergingscoëfficiënt (eventueel nul voor afgesloten watervoerende pakketten). Voor de eenvoud wordt hier aangenomen dat de freatische berging geen invloed heeft op de dikte van de doorstroomde laag. S_h is de bergingscoëfficiënt behorend bij verplaatsingen van het grensvlak.

Substitutie van de uitdrukkingen voor de specifieke volumestromen (49) in de continuïteitsvergelijkingen (50) en (51), levert:

$$S_f \frac{\partial \phi_f}{\partial t} - S_h \frac{\partial h}{\partial t} = I_f + \nabla \cdot \{k(D-h)\nabla \phi_f\} \quad (52)$$

$$S_h \frac{\partial h}{\partial t} = I_s + \nabla \cdot (kh\nabla \phi_f) + \nabla \cdot (\alpha kh\nabla h)$$

Deze tweede orde partiële differentiaalvergelijkingen kunnen met numerieke technieken als de eindige elementen of eindige differentie methode worden opgelost. Een probleem daarbij is nog wel dat er sprake is van niet-lineaire vergelijkingen in h . Een mogelijke oplossing is om voor h in de transmissiviteitstermen $k(D-h)$ en kh de waarde uit een voorgaande numerieke tijdstap of iteratiestap te nemen.

Soms biedt het voordelen om in plaats van de continuïteitsvergelijking voor de zoetwaterlaag de continuïteitsvergelijking voor het gehele pakket te beschouwen. Deze wordt verkregen door de vergelijkingen voor zoet en zout water te sommeren. De bergingsterm als gevolg van verplaatsing van het grensvlak wordt dan geëlimineerd:

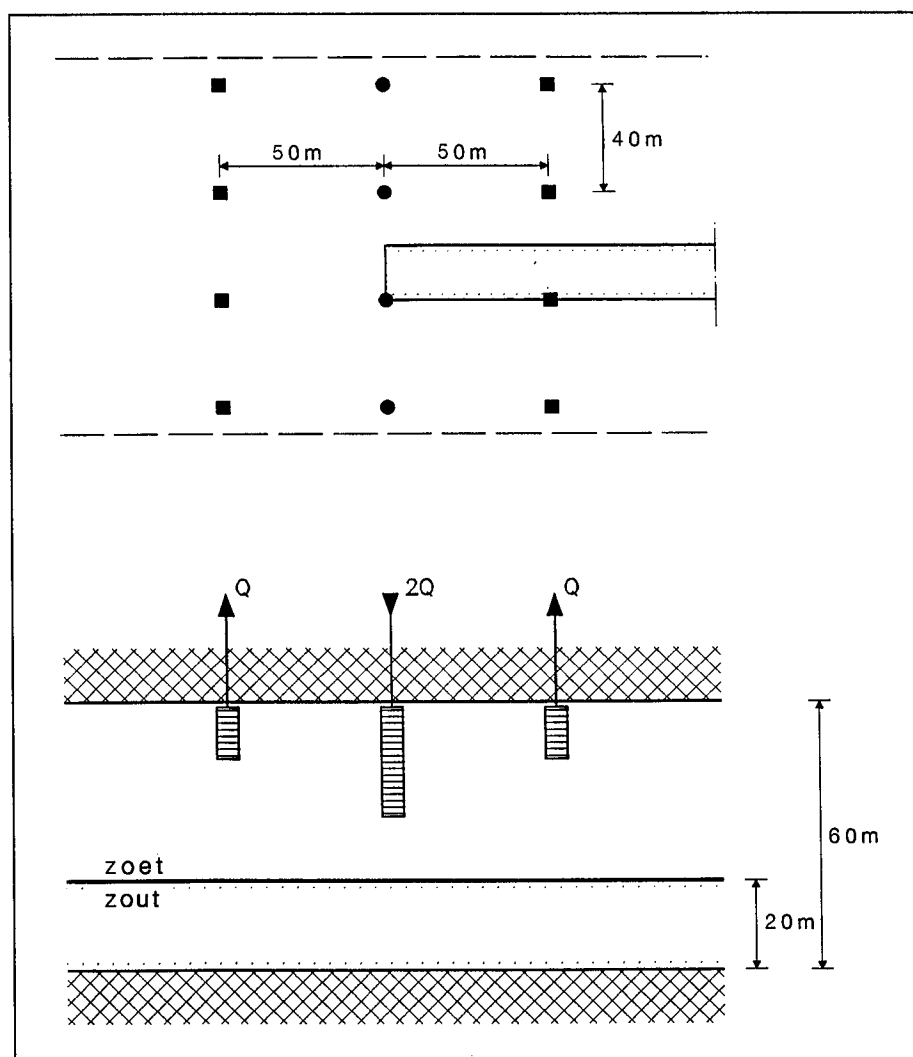
$$S_f \frac{\partial \phi_f}{\partial t} = I_f + I_s + \nabla \cdot (kD\nabla \phi_f) + \nabla \cdot (\alpha kh\nabla h) \quad (53)$$

In de gegeven mathematische onderbouwing zijn de stijghoogte in het zoete water en de positie van het grensvlak als variabelen beschouwd (zie ook bijvoorbeeld Bear & Verruijt, 1989). Het is ook mogelijk om de zoet- en zoutwaterstijghoogten in respectievelijk het zoete en zoute water als variabelen te beschouwen. Het voordeel van deze laatste aanpak is dat randvoorwaarden in stijghoogten gegeven worden. Zo is het bijvoorbeeld mogelijk om simulaties te

maken waarbij de zoutwaterstijghoogte constant is en gelijk aan zeeniveau.

5.6 Voorbeeld van een toepassing

Het voorbeeld van het gebruik van een scherpe grensvlakbenadering in combinatie met een hydrostatisch drukverloop in het watervoerend pakket is ontleend aan Van der Eem (1988). Een diepinfiltratiesysteem wordt beschouwd met een centrale rij infiltratieputten, aan beide zijde begrensd door series winputten.

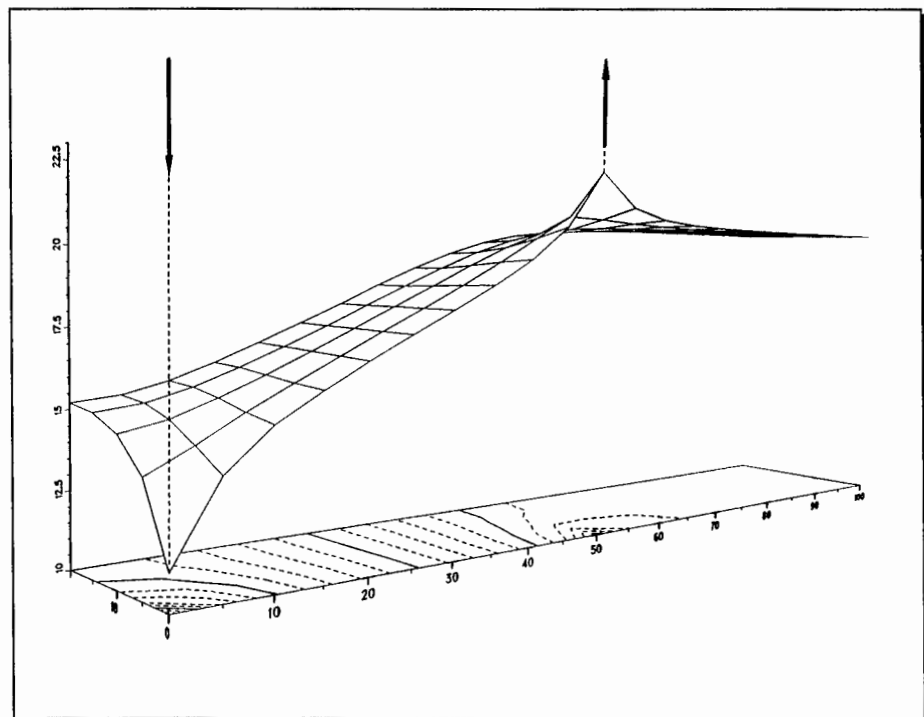


Figuur 29 Bovenaanzicht en dwarsdoorsnede van het rekenvoorbeeld voor de numerieke benadering met scherpe grensvlakken. In het bovenaanzicht is door middel van arceering het gemodelleerde gebied aangegeven.

De putreksen zijn oneindig uitgestrekt en er wordt precies even veel water geïnfiltreerd als onttrokken. Infiltratie en terugwinning vindt plaats in een volkomen afgesloten watervoerend pakket waarin

op 20 meter boven de onderzijde een scherpe overgang tussen zoet en zout water aanwezig is. Het hele pakket is 60 meter dik. Figuur 29 geeft een schets van de situatie. Vanwege de symmetrie van het probleem is op voorhand aan te geven langs welke lijnen geen stroming plaats zal vinden. Deze lijnen kunnen als ondoorlatende randen gemodelleerd worden. Op deze wijze ontstaat binnen het totale stromingsdomein een klein deelgebied dat gemodelleerd dient te worden (figuur 29).

De simulatieberekeningen zijn uitgevoerd met het programma SALTP, een BADON-achtige code (Van der Eem, 1985 en 1988; Verruijt, 1990). Het resultaat van de berekeningen is gegeven in figuur 30. Onder de infiltratieput is na één jaar een sterk neerwaarts weggedrukken van het zoet/zout grensvlak waarneembaar. Onder de winputten is het grensvlak enkele meters omhoog gekomen. Opge-merkt wordt dat de aldus berekende resultaten een overschatting van de verplaatsing van het grensvlak weergeven. Door de gehanteerde rekentechniek hebben de filters van de infiltratie- en terugwinputten als het ware een lengte die overeenkomt met de (variabele) dikte van de zoetwaterlaag ter plaatse. In werkelijkheid hebben we echter te maken met onvolkomen putfilters, waardoor drukveranderingen als gevolg van infiltratie en terugwinning gedempt doorwerken naar het grensvlak. Hierdoor zal ook de verplaatsing van het grensvlak in werkelijkheid kleiner zijn dan in figuur 30 is weergegeven.



Figuur 30 Berekende positie van het grensvlak onder invloed van infiltratie en terugwinning. In het grensvlak zijn de eindige elementen ingetekend. De (getrokken) contourlijnen geven intervallen van 2,5 meter weer.

6 HET GEBRUIK VAN DE STROOMFUNCTIE

Bij het rekenen aan grondwaterstromingsproblemen wordt meestal gebruik gemaakt van de stijghoogte. Hierbij wordt uitgegaan van het gegeven dat de dichtheid ρ van het water een constante is. Is dit laatste niet het geval dan is het verstandiger om de druk p te gebruiken (hoofdstuk 2).

In de praktijk is men vaak geïnteresseerd in de stijghoogte of druk van het grondwater. Te denken valt bijvoorbeeld aan de verlagingen van de stijghoogte door grondwateronttrekkingen of aan drukveranderingen die geotechnische gevolgen kunnen hebben. De laatste decennia is men daarnaast geconfronteerd met het transport van verontreinigingen door het grondwater. De bepaling van stroombanen om de transportweg en de reistijd vast te stellen, is een voor de hand liggende keus.

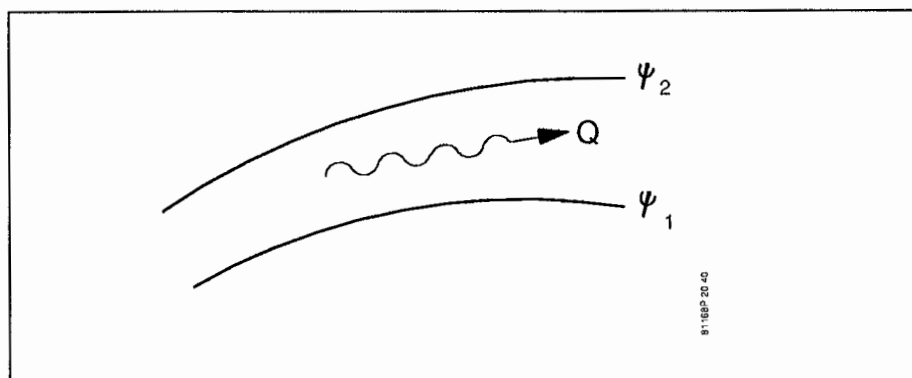
Een gebruikelijke methode om stroombanen te berekenen is het bepalen van de snelheid van het grondwater uit het stijghoogtebeeld. Door integratie van de snelheid vinden we de stroombaan en de reistijd. Deze methode wordt bijvoorbeeld toegepast in de FLOP-programmatuur (Van den Akker e.a., 1981; Veling, 1988). Een nadeel is dat men bij gekromde stroombanen of inhomogeniteiten (snelheids-veranderingen) met kleine tijdstappen moet werken. In plaats van stroombanen te berekenen via stijghoogten, waarbij door differentiatie snelheden worden bepaald die na integratie de stroombanen leveren, is het aantrekkelijker om direct de stroombanen vast te stellen. Voor een aantal gevallen is het daarbij heel handig om de stroomfunctie te introduceren. Met name voor tweedimensionale stromingsgevallen levert het stroomfunctiebeeld in één slag de gewenste stroombanen die in dat geval samenvallen met de stroomlijnen. Is bovendien de randvoorwaarde van het stromingsprobleem uit te drukken in een stroomfunctiewaarde, dan is de bepaling van de lijnen waarlangs het transport van grondwater plaatsvindt een zeer stabiele methode. Bijkomend voordeel is de relatief eenvoudige aanpak van stromingen van vloeistoffen met verschillende dichtheden die worden gescheiden door een scherp grensvlak.

6.1 Basisidee

Bij stationaire tweedimensionale stroming in een isotroop poreus medium staan de stroombanen loodrecht op de lijnen met gelijke stijghoogte. Dit betekent dat elk waterdeeltje stroomt langs een zekere stroombaan en niet naar een andere stroombaan kan overspringen. De begrippen stijghoogte en lijnen van gelijke stijghoogte (in het horizontale vlak vaak isohypsen genoemd) zijn genoegzaam bekend. Anders ligt het met de begrippen stroomlijnen en stroomfunctie. De begrippen stroomlijnen en stroomfunctie laten zich als

volgt verklaren.

Indien men uitgaat van een tweedimensionale stationaire grondwaterstroming in een isotroop poreus medium dan is bekend dat het water stroomt in een richting loodrecht op de lijnen van gelijke stijghoogte. Immers, de wet van Darcy stelt dat er alleen dan een stromingscomponent is als er tevens een stijghoogtegradiënt aanwezig is. Aangezien er op een lijn van gelijke stijghoogte per definitie geen gradiënt aanwezig is, kan er dus alleen een stromingscomponent aanwezig zijn loodrecht op de lijn van gelijke stijghoogte.



Figuur 31 Strooming tussen twee stroomlijnen met verschillende stroomfunctiewaarden

Laten we nu de meetkundige plaats van alle deeltjes die langs dezelfde lijn stromen een stroomlijn noemen. We kunnen deze lijn karakteriseren door deze lijn een kwantitatieve waarde te geven. Veelal wordt hiervoor de griekse letter ψ gebruikt. Deze ψ heeft een vaste, vooralsnog onbekende, numerieke waarde. Indien twee nabijgelegen stroomlijnen worden beschouwd (zie figuur 31) dan wordt als bijkomende eis gesteld (per definitie) dat de hoeveelheid water per tijd die tussen de lijnen stroomt (per meter loodrecht op het stromingsvlak) gelijk is aan het verschil van de waarden ψ van beide stroomlijnen. Dus als de ene lijn een waarde ψ_1 heeft en de andere de waarde ψ_2 dan is de hoeveelheid water per tijdseenheid die door de stroombuis gaat gelijk aan:

$$Q = \psi_2 - \psi_1 \quad (54)$$

Stel nu dat de stroomlijnen dicht bij elkaar liggen en de afstand tussen de lijnen is Δn (n is de richting loodrecht op de stromingsrichting s). De hoeveelheid water per tijdseenheid die dan tussen de beide stroomlijnen stroomt, is ΔQ en gelijk aan het verschil in de stroomfunctiewaarden van beide stroomlijnen, dus:

$$\Delta Q = (\psi + \Delta\psi) - \psi = \Delta\psi \quad (55)$$

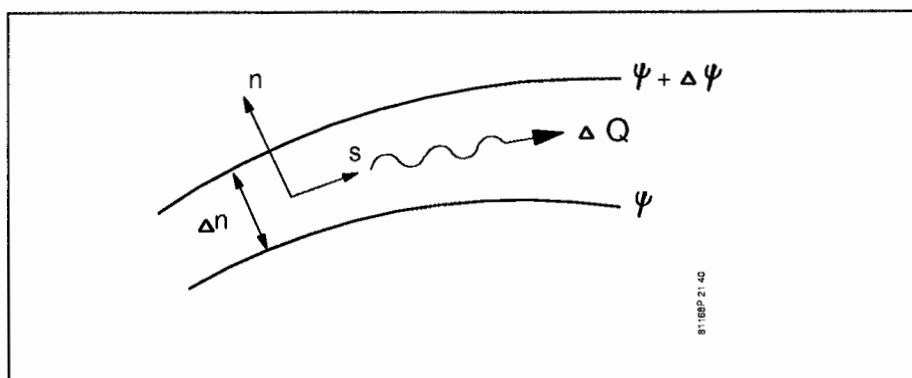
Voor de stroming ΔQ tussen twee stroomlijnen kunnen we ook schrijven:

$$\Delta Q = q \cdot \Delta n \quad (56)$$

waarbij q de volumestroomdichtheid voorstelt. Uit de vergelijkingen (55) en (56) volgt nu ook:

$$q \cdot \Delta n = \Delta \psi \quad \text{en dus} \quad q = \frac{\Delta \psi}{\Delta n} \quad (57)$$

In woorden betekent dit dat de volumestroomdichtheid gelijk is aan de verandering van de stroomfunctiewaarde in de richting loodrecht op de stromingsrichting (zie figuur 32)



Figuur 32 Stroming tussen twee nabijgelegen stroomlijnen. Definitie van n - en s -coördinaten.

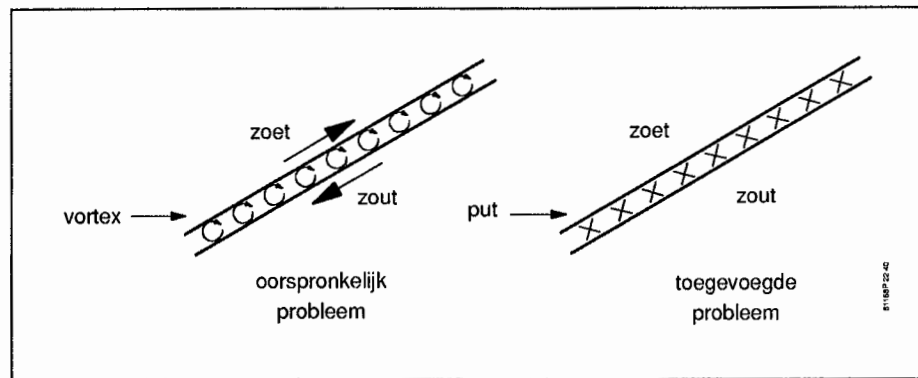
Nu we een relatie hebben gevonden tussen de volumestroomdichtheid q en de stroomfunctie ψ zijn we in staat ook de continuïteitsvergelijking van het water te schrijven in termen van de stroomfunctie. Deze vergelijking kan, net als de continuïteitsvergelijking in termen van de stijghoogte ϕ , met analytische of numerieke reken technieken opgelost worden. De contourlijnen van de berekende stroomfunctiewaarden representeren vervolgens de stroomlijnen van waterdeeltjes. De gradiënt in stroomfunctiewaarden is daarbij een maat voor de stroming tussen twee stroomlijnen.

De stroomfunctie leent zich ook goed voor berekeningen aan zoet/zout stroming. Hierbij kan op een nette manier gebruik worden gemaakt van de eigenschap dat elk tweedimensionaal stationair grondwaterstromingsprobleem een zogenaamd toegevoegd probleem kent. De lijnen van gelijke stijghoogte in het ene probleem zijn dan de stroomlijnen in het toegevoegde probleem en andersom. Deze eigenschap wordt bijvoorbeeld gebruikt bij de constructie van een vierkantennet met behulp van teledeltos papier. Door de randvoor-

waarden te veranderen van 'stijghoogteranden' (Dirichlet) in 'stromingsranden' (Neuman) en de reciproke k-waarde te nemen, krijgt men het toegevoegde probleem.

Het scherpe grensvlak tussen zoet en zout water kan worden beschreven met vortices (paragraaf 2.4 en hoofdstuk 4). Men moet zich hierbij een soort jacobs ladder voorstellen, dat wil zeggen één transportband die over een groot aantal rollen draait (figuur 33). Boven de 'transportband' is het zoete water en eronder is het zoute water.

In het toegevoegde probleem wordt een vortex echter een put. Dat wil zeggen dat een grensvlak in termen van de stroomfunctie kan worden gerepresenteerd door een rij putten. Een rij putten kan in de programmatuur voor tweedimensionale stationaire grondwaterstroming 'standaard' worden ingevoerd.



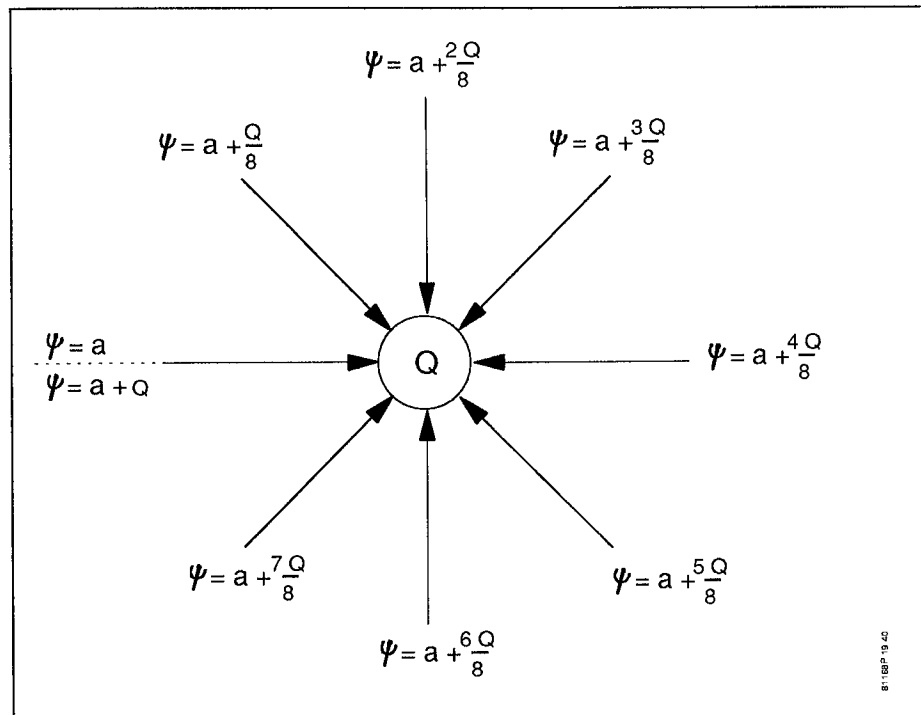
Figuur 33 Modellering van een scherp grensvlak in het oorspronkelijke en toegevoegde probleem. Dichtheidseffecten worden gerepresenteerd door vortices c.q. bronnen.

In een situatie waarin het grensvlak tussen zoet en zout water niet in een evenwichts-situatie verkeert, kan aldus de initiële snelheid waarmee het grensvlak zich verplaatst, worden berekend. Door een aantal tijdstappen door te rekenen, kan een verplaatsing van het grensvlak in de tijd worden gesimuleerd. De methode is theoretisch uitgewerkt in het proefschrift van Van den Akker (1982).

In een numeriek rekenmodel is het overigens ook mogelijk om op basis van het berekende stromingsveld naar elke numerieke knoop een zoutbalans voor deze knoop op te stellen. Uit deze zoutbalans volgt de verandering van de zoutconcentratie in de knoop aan het eind van een numerieke tijdstap. De verdeling van zoutconcentraties over de knopen wordt daarna gebruikt bij het bepalen van de stromingssituatie in de volgende tijdstap. Olsthoorn (1990) heeft deze aanpak gebruikt bij zijn simulaties van grondwaterstromingsproblemen met behulp van een spreadsheet (zie paragraaf 6.3).

Uiteraard kleven er ook nadelen aan het gebruik van de stroomfunctie. Zo is het doorrekenen van effecten van interne bronnen een

lastige zaak vanwege de meerwaardigheid van de stroomfunctie rond een put. De stroming naar een put is radiaal gericht. De stroomlijnen waaieren daardoor als het ware uit rond een put. Aan iedere stroomlijn kan een stroomfunctiewaarde toegekend worden, waarvoor weer geldt dat het verschil in stroomfunctiewaarden de hoeveelheid water voorstelt die tussen de stroomlijnen stroomt. Zoals uit figuur 34 is af te lezen, impliceert dit dat dezelfde stroomlijn naar of van een put meerdere waarden kan bezitten, namelijk a , $a+Q$, $a+2Q$..., indien Q de putsterkte voorstelt. Van den Akker (1982) heeft een methode beschreven om dit probleem op te lossen.



Figuur 34 Stroomlijnen met stroomfunctiewaarden rond een win-put.

6.2 Mathematische onderbouwing

Uitgaande van een cartesisch coördinatenstelsel kan vergelijking (57) als volgt worden geschreven:

$$\begin{aligned} q_x &= -\frac{\partial \psi}{\partial z} \\ q_z &= \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \tag{58}$$

Het minteken in deze vergelijking wordt toegevoegd om te voldoen

aan de continuïteitsregel:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (59)$$

We zijn dus nu in staat om grondwaterstroming te beschrijven met een vergelijking die veel weg heeft van de wet van Darcy, alleen wordt nu in plaats van de stijghoogte de stroomfunctie gebruikt.

Om de stromingsvergelijking van grondwater met variabele dichtheid in termen van de stroomfunctie te kunnen definiëren, wordt eerst de bewegingsvergelijking van het water in drukken gememoreerd:

$$\begin{aligned} q_x &= -\frac{\kappa_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \\ q_z &= -\frac{\kappa_z}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) \end{aligned} \quad (60)$$

waarin κ_x en κ_z de intrinsieke permeabiliteiten van het poreuze medium zijn in x - respectievelijk z -richting (z positief naar boven). Door substitutie van de definitie van de stroomfunctie in deze bewegingsvergelijking en partieel differentiëren naar z respectievelijk x volgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial x} &= + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{\kappa_x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} &= - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\kappa_z} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\rho g) \end{aligned} \quad (61)$$

Omdat de druk p een continue functie is, geldt:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial x} \quad (62)$$

zodat uit vergelijking (61) volgt:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\kappa_z} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{\kappa_x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho g) = 0 \quad (63)$$

Door deze uitdrukking te delen door het soortelijk gewicht $\rho_f g$ van zoet water en de viscositeitsverschillen als gevolg van verschillen in zoutgehalte te verwaarlozen ($\mu \approx \mu_f$), resulteert tenslotte:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{k_z} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{k_x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{\rho_f} \right) = 0 \quad (64)$$

waarin k_x en k_z de bekende hydraulische doorlatendheden voor zoet grondwater in x - resp. z -richting zijn.

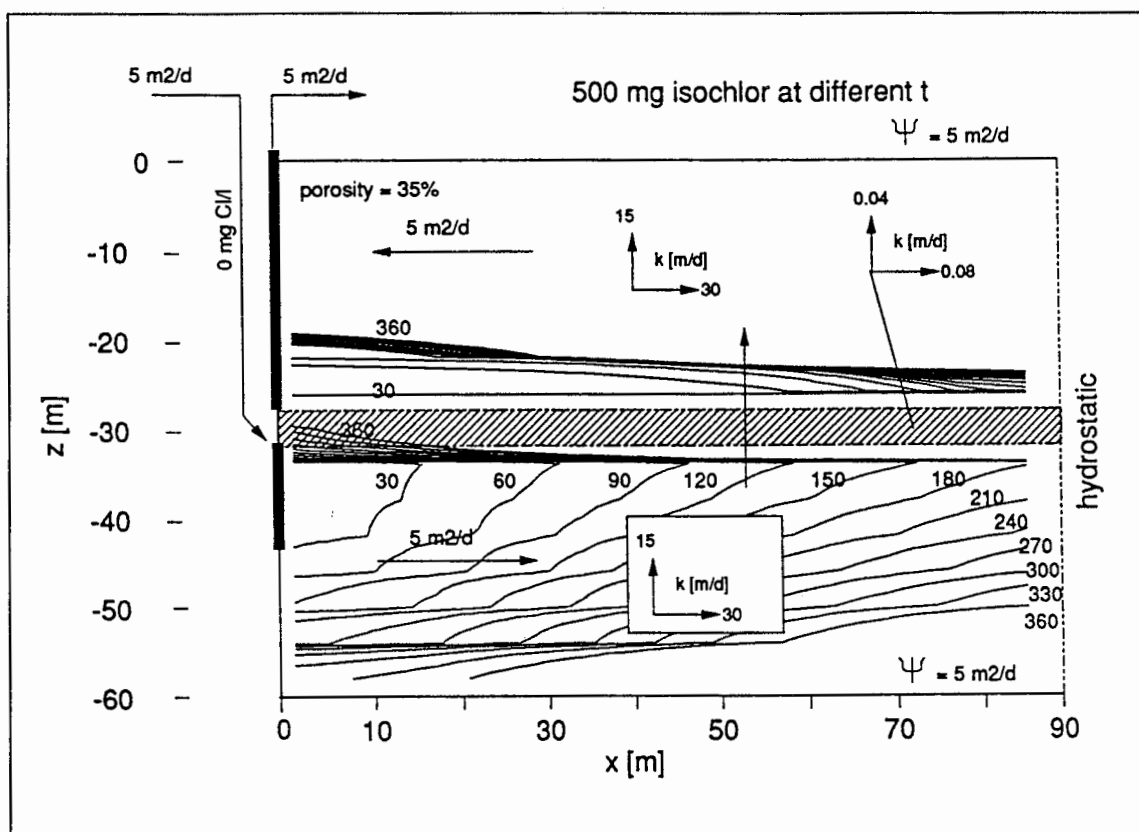
De vorm van de differentiaalvergelijking voor de stroomfunctie ψ is dezelfde als die voor de stijghoogte ϕ in een pakket met zoet water. De doorlatendheden k_x en k_z zijn echter van plaats verwisseld en moeten nu reciprook worden genomen, terwijl de term voor bronnen is vervangen door het dichtheidseffect $(1/\rho_f) \cdot (\partial \rho / \partial x)$. Als de dichtheid op een zeker moment vastligt, is deze bronterm van te voren te berekenen. De stroomfunctie kan dan zelfs met een standaard grondwaterstromingsmodel worden bepaald door een juiste interpretatie van doorlatendheden en bronnen, aangevuld met geëigende randvoorwaarden. Daarvoor geldt dat een rand met een vaste stroomfunctiewaarde overeenkomt met een ondoorlatende rand en een rand waar de gradiënt van de stroomfunctie gelijk nul is, overeenkomt met stroming juist loodrecht op de rand. De randvoorwaarden van de stroomfunctie vormen dus de tegenpolen van de randvoorwaarden in termen van stijghoogten.

6.3 Voorbeeld van een toepassing

De voorbeelden van toepassing van de stroomfunctie zijn ontleend aan Olsthoorn (1990a en 1990b). Het betreft tweedimensionale berekeningen in een verticaal vlak.

Het eerste voorbeeld toont het idee van voorraadvorming door infiltratie van zoet water onder een slecht doorlatende laag en terugwinning van dat water uit het bovenliggende watervoerende pakket. Het infiltratiewater stroomt dus via de scheidende laag naar het winmiddel (zie ook paragraaf 8.1).

Voor dit probleem is een verticale snede gemodelleerd waarbij puttenseries vervangen zijn gedacht door 'drainschermen' (een onttrekkings- c.q. infiltratievlak loodrecht op de verticale snede). Bij aanvang van de infiltratie en winning is het onderste pakket volledig zout (18000 mg/l chloride met een dichtheid van 1025 kg/m³). De chloride-concentratie in de scheidende laag bedraagt 9000 mg/l. De overige parameters zijn in figuur 35 weergegeven. In de figuur is ook de berekende positie van de 500 mg/l lijn weergegeven op verschillende tijdstippen. Figuur 36 toont voor hetzelfde voorbeeld



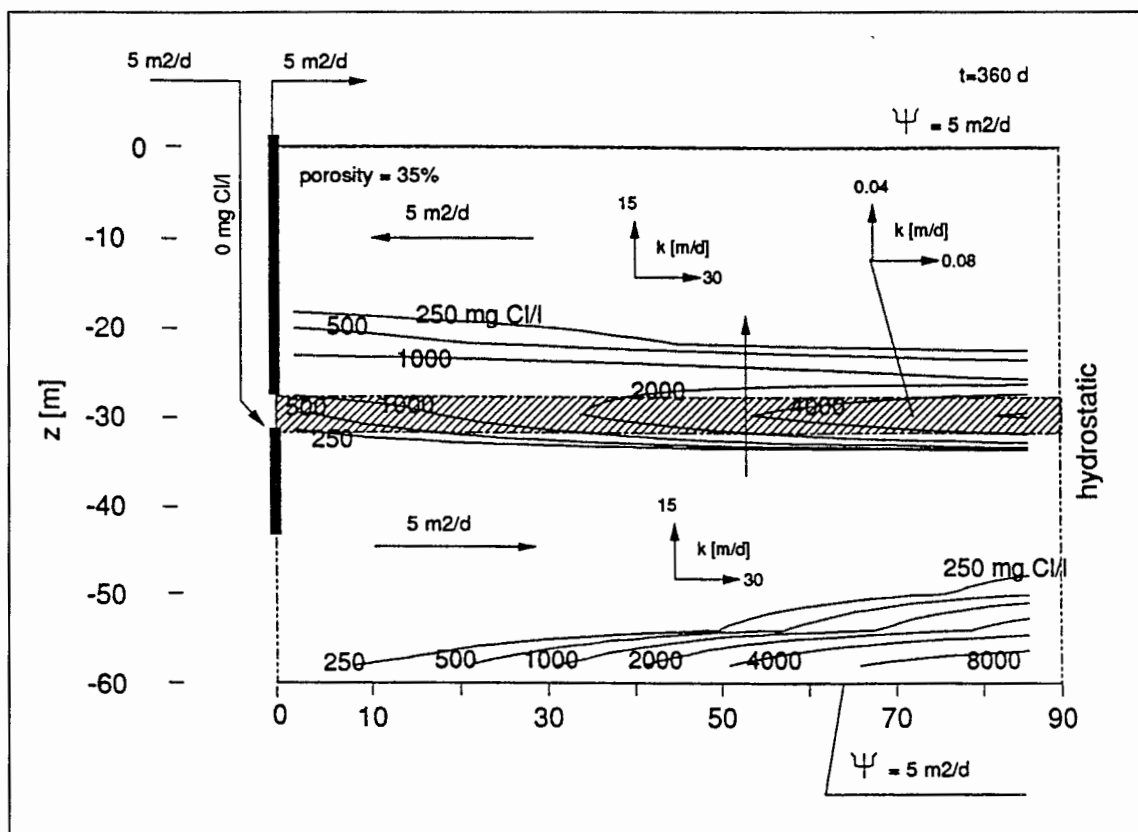
Figuur 35 Indringing van zoet water in een zoute aquifer met onttrekking in het bovenliggende pakket. Weergegeven zijn isolijnen van 500 mg Cl/l op verschillende tijdstippen (d).

de berekende concentratieverdeling na 360 dagen infiltreren en terugwinnen.

In het diepe pakket is duidelijk de opbouw van een zoetwaterlaag waar te nemen. In het onttrekkingspakket zien we echter ook dat daar brak water vanuit de slecht doorlatende laag omhoog treedt. Het teruggewonnen water bevat dus niet alleen zoet, maar ook voor een deel brak c.q. zout water.

Hoe ernstig de verbrakking van de winning zou kunnen zijn, is aangegeven in figuur 37. Daarbij is onderscheid gemaakt tussen een beginsituatie waarin de slecht doorlatende tussenlaag sterk brak is (chloridegehalte van 9000 mg/l) en een situatie waarin deze laag volledig zoet is.

Olsthoorn komt op basis van de simulaties tot de volgende heldere conclusie: "Het is voor de praktijk relevant dat de verzilting van het bovenpakket bij een dergelijke inrichting altijd zal optreden. Kort na het begin van de infiltratie bevat het onderste pakket immers alleen in de directe omgeving van de putten zoet water. De drukverhoging in het onderste pakket en de drukverlaging in het bovenste pakket spreiden zich echter vrijwel onmiddellijk uit over een groot gebied, zodat over dit gehele oppervlak zout water vanuit het onderste pakket in de scheidende laag en vanuit de scheidende laag in het bovenste pakket wordt gedrukt. Een zekere mate van verzilting van

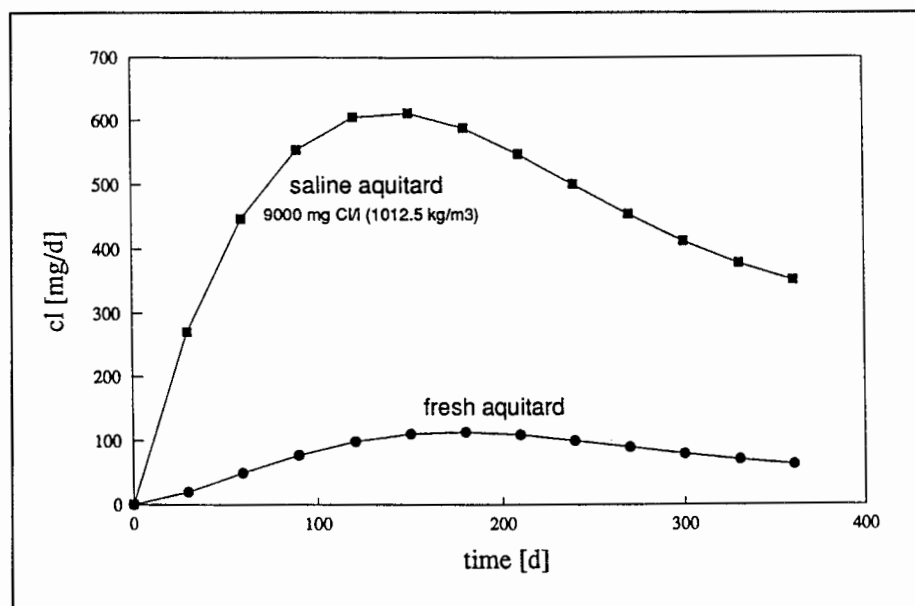


Figuur 36 Berekende chlorideverdeling na 360 dagen infiltratie onder de scheidende laag met gelijktijdige terugwinning in het bovenpakket.

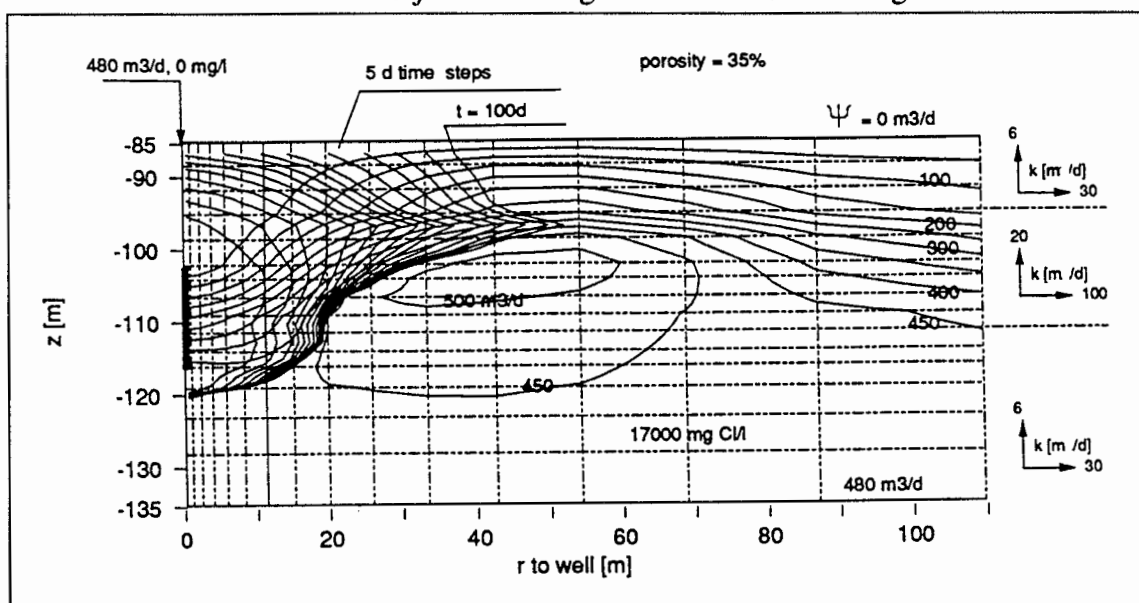
het bovenste pakket is zodoende op deze wijze niet te vermijden en zou gedurende een zeer lange tijd tot een onbruikbare kwaliteit van het gewonnen water kunnen leiden."

Een tweede voorbeeld betreft de simulatie van een radiaalsymmetrisch stromingsprobleem, namelijk het door middel van een put infiltreren van zoet water in een gelaagd pakket met zout water. De diverse relevante parameters zijn weergegeven in figuur 38. Het front van het oprukkende zoete water weerspiegelt de gelaagdheid van de bodem. De in figuur 38 getekende stroomlijnen laten bovendien zien hoe zeer de dichtheid het stromingsbeeld beïnvloedt. Het zoete water wordt tegen de bovenzijde van het pakket geduwd. Op grotere afstand van de put is alleen zout water in het pakket aanwezig. De stroomlijnen zullen zich daar uiteindelijk over de gehele hoogte van het pakket verdelen in overeenstemming met de heterogeniteit van de bodemopbouw. Door de sterke anisotropie zal dit echter pas op grote afstand van de put gebeuren.

Bij de gepresenteerde voorbeelden wordt opgemerkt dat de zogenaamde numerieke dispersie van invloed is op de becijferde chlorideverdelingen (zie ook paragraaf 7.1). Scherpe overgangen tussen zoet en zout water worden daardoor afgevlakt. Dit fenomeen heeft echter geen invloed op de gesignaleerde tendensen.



Figuur 37 Verloop van de chloridetoename in het opgepompte water. De bovenste curve bij een initieel chloridegehalte van 9000 mg/l in de scheidende laag. De onderste curve bij een volledige zoete scheidende laag.



Figuur 38 Infiltratie van zoet water in een zout pakket. De contourlijnen van de stroomfunctie representeren stroomlijnen.

Uit de gegeven voorbeelden is duidelijk dat de stroomfunctietheorie een krachtige techniek levert voor het oplossen van grondwaterstromingsproblemen waarin dichtheidsverschillen een rol spelen. Doordat ook de randvoorwaarden voor de stromingsproblemen in termen van de stroomfunctie gegeven worden (volumestromen over de randen), is wel enige gewenning nodig bij het definiëren van deze voorwaarden.

7 STOFTRANSPORTMODELLEN

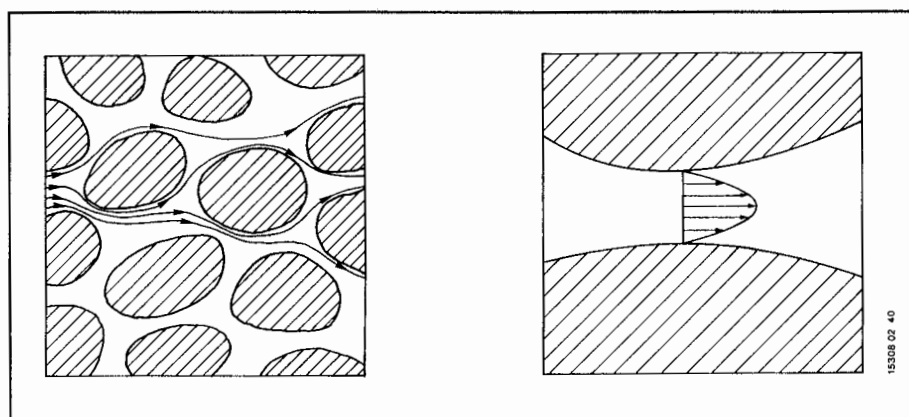
Tussen zoet en zout grondwater is in praktijksituaties altijd een brakke overgangszone aanwezig. Deze kan variëren van enkele decimeters tot vele tientallen meters. Het brakke water reageert vaak directer op wijzigingen in grondwateronttrekkingen dan zout water omdat het dichtheidsverschil met zoet water beperkter is. Het brakke water is voor vele grondwatergebruikers van groot belang omdat het aantrekken ervan door de winputten tot relatief grote veranderingen in het zoutgehalte van het gewonnen water kan leiden. Om een beeld te krijgen van de verdeling van zoet, zout én brak water kan gebruik gemaakt worden van zogenaamde stoftransportmodellen.

7.1 Basisidee

In een numeriek stoftransportmodel wordt het zout als een opgeloste stof beschouwd. De stroming van het grondwater en de verplaatsing c.q. veranderingen van de opgeloste stof worden simultaan beschreven. Niet alleen voor het water wordt een massabalans opgesteld maar ook voor de opgeloste stof, het zout. Beide balansen zijn gekoppeld: de zoutconcentratie beïnvloedt de dichtheid en daarmee het stromingsbeeld, en omgekeerd bepaalt de stroming het transport van zouten en daarmee de zoutconcentratie.

In principe kan de massabalans voor een opgeloste stof bijzonder complex zijn omdat de stofconcentratie kan veranderen door afbraak, chemische reacties en adsorptie aan het bodemmateriaal. Als we echter chloride als opgeloste stof beschrijven, zullen deze processen een ondergeschikte rol spelen. Veranderingen in chlorideconcentraties zijn dan vooral het gevolg van de stroming van grondwater en diffusie.

Het beschrijven van de grondwaterstroming vormt een speciaal punt van aandacht. We zijn gewoon om het poreuze stromingsmedium te benaderen als een continu medium: de wet van Darcy geeft aan hoe groot de specifieke volumestroom is, dat wil zeggen de gemiddelde grondwaterstroming over de beschouwde doorsnede inclusief het korreloppervlak. De werkelijke grondwatersnelheid zal gemiddeld een factor groter zijn, en wel de reciproke waarde van de porositeit. Beschouwen we de grondwaterstroming op de schaal van de korrels van het poreuze medium, dan blijkt de grondwatersnelheid sterk van plaats tot plaats te kunnen verschillen (figuur 39). Zo zal een waterdeeltje dat midden tussen twee korrels doorstroomt een grotere snelheid bezitten dan een deeltje dat vlak langs het korreloppervlak gaat. Evenzo zullen sommige waterdeeltjes een korte weg om een korrel zoeken terwijl andere een langere en langzamer weg kiezen. Het gevolg van dit onregelmatige stromingspatroon is dat een klein volume water zich na verloop van tijd zal hebben verspreid. Dit heeft natuurlijk ook gevolgen voor de concentratie: scherpe verschil-



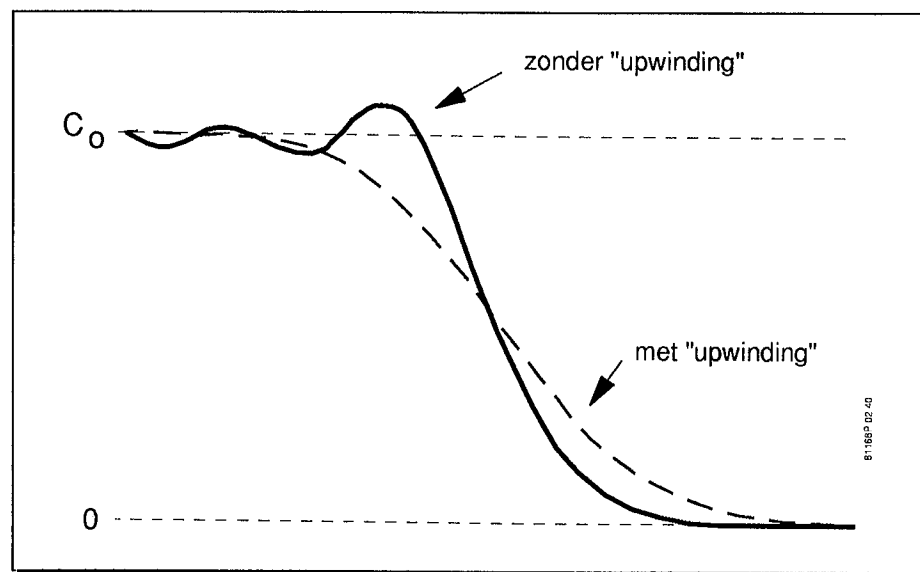
Figuur 39 Snelheidsvariaties ten gevolge van de stroming van grondwater rond het bodemmateriaal.

len in concentratie worden door de verschillen in grondwatersnelheid en -richting afgevlakt. Dit proces wordt dispersie genoemd. In combinatie met diffusie, dat eenzelfde effect op het concentratiebeeld heeft, spreken we over hydrodynamische dispersie.

Omdat het niet mogelijk is in praktijkgevallen het gehele korrelskelet 'korreltje voor korreltje' te modelleren, wordt ook voor de beschrijving van het transport van stoffen het poreuze medium vervangen gedacht door een continu medium. Om toch het gesignaleerde proces van concentratie-afvlakking door fluctuaties in grondwatersnelheden te beschrijven, wordt in de transportvergelijking een dispersieterm meegenomen. Dispersie wordt daarbij analoog aan diffusie beschreven, zij het dat de sterkte van de dispersie afhangt van de stromingsrichting en de grondwatersnelheid.

De stromingsvergelijking kan uitstekend met behulp van een eindige elementen of eindige differentie techniek worden opgelost. Voor de stoftransportvergelijking kunnen deze technieken ook worden toegepast, hoewel zij enkele problemen opleveren. Door de aard van de transportvergelijking treedt er zogenaamde numerieke dispersie op: ook als men door middel van parameterinvoer aan het programma opgeeft dat er geen hydrodynamische dispersie plaatsvindt, zal het programma toch een zekere spreiding van de opgeloste stof berekenen. Naast deze numerieke dispersie is er nog een ander probleem, namelijk dat van instabiliteiten in de berekeningen nabij concentratiefronts (veelal aangeduid als 'over and undershoot'). Het programma berekent dan concentraties hoger dan de hoogst mogelijke en lager dan de laagst mogelijke. Dergelijke resultaten 'verkopen' slecht. Voor zowel de numerieke dispersie als de instabiliteiten kunnen met gebruik van de gewone eindige elementen en eindige differentie technieken oplossingen gevonden worden. Numerieke dispersie kan onderdrukt worden door zogenaamde centrale differenties toe te passen of door (zeer) kleine elementen en numerieke tijdstappen te gebruiken. Instabiliteiten kunnen vermeden worden door rekening te houden met de richting van de grondwaterstroming bij het oplossen van de transportvergelijking (zogenaamd 'upwin-

ding'). Helaas leidt het onderdrukken van de numerieke dispersie door centrale differenties juist tot instabiliteiten en leidt het onderdrukken van de instabiliteiten tot extra numerieke dispersie (figuur 40). Het gebruik van kleine elementen en tijdstappen leidt tot grote rekentijden en vereist veel geheugencapaciteit. Kortom, de normale eindige elementen en differentie technieken kunnen wel gebruikt worden voor het oplossen van stoftransportproblemen, maar het gebruik van deze technieken verlangt veel ervaring en inzicht bij de gebruiker (Voss, 1984). Die moet immers een juiste balans zien te vinden tussen het onderdrukken van instabiliteiten en numerieke dispersie en moet tegelijk de rekentijden en het geheugengebruik acceptabel houden (Meijer & Van der Eem, 1990).

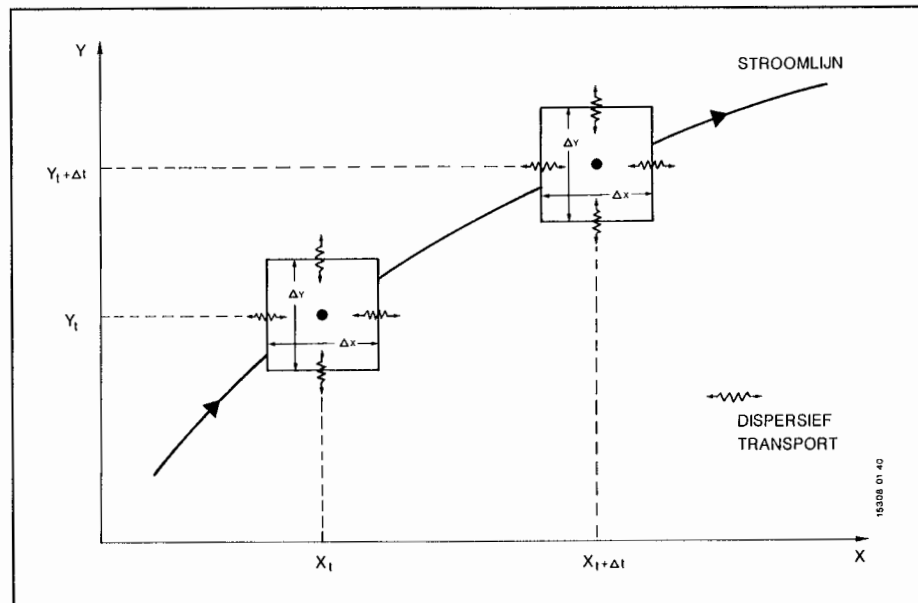


Figuur 40 Stoftransportmodellering met conventionele numerieke technieken kan aanleiding geven tot instabiliteiten. Deze kunnen onderdrukt worden door 'upwinding' toe te passen, hetgeen evenwel tot numerieke dispersie leidt.

De numerieke dispersie en de instabiliteiten hebben geleid tot de ontwikkeling van alternatieve oplosmethoden voor de transportvergelijking (Van der Eem, juni 1992). De numerieke dispersie blijkt veroorzaakt te worden door de term uit de transportvergelijking die het transport met de gemiddelde grondwatersnelheid beschrijft, het zogenaamde convectieve transport. Door nu de transportvergelijking 'meebewegend met de stroming' te beschrijven, zal deze term verdwijnen. We spreken dan van de methode der karakteristieken (figuur 41).

Daarmee is wel een nieuw probleem geïntroduceerd: hoe kunnen we in een model 'meebewegen' met de stroming? Een aantal alternatieven zijn bekend:

- Deeltjes die een bepaalde concentratie vertegenwoordigen worden verplaatst met de gemiddelde grondwatersnelheid. De gemiddelde concentratie van de deeltjes rond een knoop van een netwerk wordt toegekend aan deze knoop. Op basis van deze concentra-



Figuur 41 Methode der karakteristieken. Deeltjes met een zekere concentratie worden met de grondwaterstroming verplaatst. Het dispersieve transport wordt daarna op conventionele wijze numeriek berekend.

- ties en het stromingsbeeld wordt het dispersieve transport berekend. Zie bijvoorbeeld Konikow & Bredehoeft (1978).
- Om het convectieve transport vast te stellen wordt gekeken waar een waterdeeltje ter plaatse van een numerieke knoop zich een numerieke tijdstap eerder bevond. Dit zal doorgaans midden tussen een aantal knopen zijn. Door een nauwkeurige interpolatieroutine wordt de concentratie bepaald. Daarna kan weer het dispersieve transport met de eindige elementen of eindige differentie methode worden berekend. Zie bijvoorbeeld Farmer (1985).
- De massa opgeloste stof wordt door deeltjes met gelijke massa beschreven. Hoe meer deeltjes per volume, des te groter de concentratie. Ieder deeltje wordt verplaatst met de gemiddelde grondwatersnelheid. Daarna krijgt het een extra verplaatsing die mede bepaald wordt door toeval. Zie bijvoorbeeld Uffink (1990). Bij deze aanpak wordt gebruik gemaakt van de analogie tussen de transportvergelijking en stochastische vergelijkingen ('random walk').

7.2 Uitgangspunten

Het belangrijkste uitgangspunt dat aan de stoftransportmodellen ten grondslag ligt is de wijze waarop de diverse transportprocessen van opgeloste stof beschreven worden. Voor het rekenen aan zoet, brak en zout grondwater is met name de formulering van het dispersieve

transport van belang. Zoals in de voorgaande paragraaf toegelicht, is het dispersieve transport in feite het gevolg van lokale variaties in grondwatersnelheden die niet adequaat beschreven kunnen worden. Op laboratoriumschaal kan gedacht worden aan variaties op korrelniveau. In praktijksituaties zullen variaties als gevolg van spreiding in hydraulische doorlatendheden door een dispersieterm gekarakteriseerd worden (macrodispersie). Dispersie is daarmee niet louter een fysisch begrip, maar hangt sterk samen met de nauwkeurigheid waarmee het werkelijke stromingsmedium weergegeven wordt. Over dispersie is in de literatuur zeer veel gepubliceerd (zie onder meer Bear, 1979). Meestal wordt het dispersief transport analoog aan diffusie beschreven: het dispersief transport is evenredig met de gradiënt in concentraties. De evenredigheidsfactor is geen constante, maar hangt af van de lokale grondwatersnelheid. In een isotroop medium wordt het dispersief gedrag vastgelegd met twee parameters: de longitudinale en transversale dispersiviteit (zie ook paragraaf 7.5). In een anisotroop medium zijn veel meer parameters nodig. In de praktijk is het echter welhaast onmogelijk om de waarde van deze parameters vast te stellen.

7.3 Toepassingsmogelijkheden

Stoftransportmodellen zijn in staat om het gedrag van zoet, brak en zout water te beschrijven. Ten opzichte van andere technieken voegen zij dus het inzicht in het gedrag van het brakke water toe. Omdat de modellen complex zijn, zullen zij niet in het beginstadium van een ontwerp worden toegepast. Het ligt meer voor de hand om met eenvoudige modellen een eerste analyse uit te voeren. Pas in het eindstadium, als een vorm van controle op eerdere berekeningen, zullen stoftransportmodellen worden ingezet.

Tot op heden beperkt het gebruik van de modellen zich nog voornamelijk tot tweedimensionale simulaties. Het toevoegen van de derde dimensie is zonder meer mogelijk (bijvoorbeeld Leijnse, 1992). Probleem vormt echter de invoer, de benodigde grote reken capaciteit en de interpretatie van de driedimensionale resultaten.

7.4 Plus- en minpunten

Stoftransportmodellen berekenen de concentratie van de opgeloste stof als functie van de tijd en de plaats. Door van deze concentratie contourlijnen c.q. contourvlakken te produceren, wordt direct een duidelijk en begrijpelijk beeld van de positie van zoet, brak en zout grondwater verkregen. Hoewel we te maken hebben met ingewikkelde programma's zijn juist de resultaten van de berekeningen voor een ieder te begrijpen; een belangrijk punt bij de overdracht van informatie van de modelbouwer naar het beleid.

Een ander evident voordeel van de techniek is het inzicht dat verkregen kan worden in het gedrag van het brakke water.

Nadeel vormt de uitgebreide invoer die nodig is voor een berekening. Ook is een goede kennis van de numerieke technieken gewenst, zo niet noodzakelijk, om voldoende nauwkeurige resultaten te verkrijgen en om onjuiste resultaten te kunnen opsporen en corrigeren.

7.5 Mathematische onderbouwing

De basisvergelijkingen voor het grondwaterstromings- en stoftransportmodel worden al vrij snel zeer complex. Hier wordt een vereenvoudigde versie gepresenteerd waarbij aangenomen is dat het grondwater onsamendrukbaar is en dat de concentratie van de opgeloste stof geen invloed heeft op het watervolume. Eén kilogram water zonder zouten neemt dus hetzelfde volume in als één kilogram water waarin 25 gram zout opgelost is. In dit geval mag de massabalans voor het water plus opgeloste stof vervangen worden door een 'volumebalans' van het water. Bovendien wordt gebruik gemaakt van zoetwaterstijghoogten om drukken en daaruit af te leiden stroomsnelheden aan te geven. Voor de waterbalans wordt gevonden:

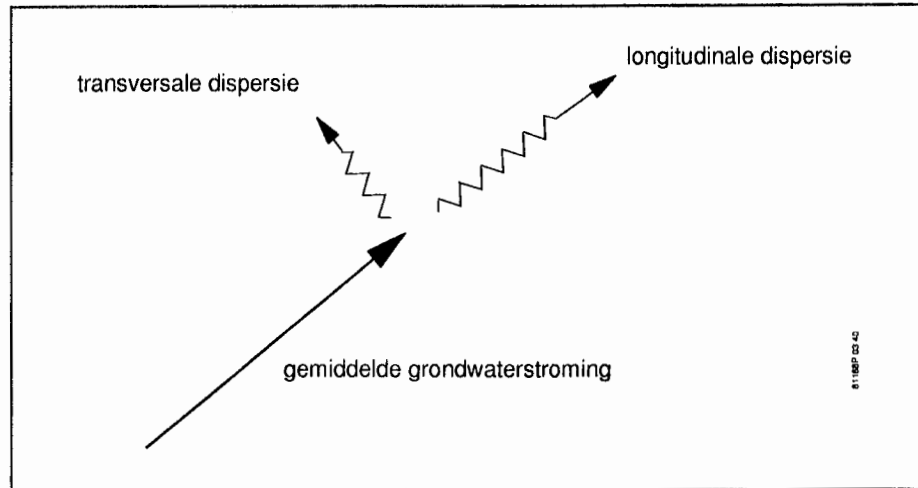
$$S' \frac{\partial \phi_f}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x_i} + q_w \quad (65)$$

waarin S' de specifieke bergingscoëfficiënt voorstelt en q_w een infiltratie per volume-eenheid. Substitutie van de uitdrukkingen voor de specifieke volumestroom (vergelijking (11); dynamische viscositeit constant) levert:

$$S' \frac{\partial \phi_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \frac{\partial \phi_f}{\partial x_i} \right) + \frac{k_f}{\rho_f} \frac{\partial \rho}{\partial z} + q_w \quad (66)$$

De stromingsvergelijking voor een onsamendrukbare vloeistof met variabele dichtheid in een homogeen medium blijkt één extra term ten opzichte van de situatie met uniforme dichtheid te bevatten: de afgeleide van de dichtheid in de positieve z-richting (= tegengesteld aan de zwaartekracht).

De stoftransportvergelijking kan verkregen worden door de massabalans voor de opgeloste stof te beschouwen. Daarin komt, zoals in voorgaande paragrafen aangegeven, een dispersieterm voor (figuur



Figuur 42 Transport van een opgeloste stof door grondwaterstroming wordt beschreven door de gemiddelde grondwatersnelheid in combinatie met longitudinale en transversale dispersie.

42). Aangenomen wordt dat het stoftransport door dispersie evenredig is met de gradiënt in concentratie c van de opgeloste stof. Als de gemiddelde stroming parallel aan de x -as gericht is, dan geldt voor het stoftransport in x -richting per eenheid van oppervlak loodrecht op de x -as en per tijdseenheid:

$$-nD_L \frac{\partial c}{\partial x} \quad (67)$$

en loodrecht op de stromingsrichting:

$$\begin{aligned} -nD_T \frac{\partial c}{\partial y} & \quad \text{in } y\text{-richting} \\ -nD_T \frac{\partial c}{\partial z} & \quad \text{in } z\text{-richting} \end{aligned} \quad (68)$$

D_L en D_T zijn hierin de dispersiecoëfficiënten in longitudinale en transversale richting en n is de porositeit. De dispersiecoëfficiënten zijn evenredig met de grootte van de grondwatersnelheid v :

$$D_L = \alpha_L |v| \quad \text{en} \quad D_T = \alpha_T |v| \quad (69)$$

waarin α_L en α_T de longitudinale en transversale dispersiviteiten zijn.

Als de stroming niet evenwijdig aan één van de hoofdrichtingen van het assenstelsel gericht is, verschijnen er ook kruistermen in de uitdrukkingen voor de dispersie. In algemene zin geldt voor de

dispersieve flux in x-richting:

$$-n(D_{xx}\frac{\partial c}{\partial x} + D_{xy}\frac{\partial c}{\partial y} + D_{xz}\frac{\partial c}{\partial z}) \quad (70)$$

of in elke willekeurige richting:

$$-nD_{ij}\frac{\partial c}{\partial x_j} \quad (71)$$

De uitdrukkingen voor de negen dispersiecoëfficiënten worden ook gecompliceerder:

$$D_{xx} = \alpha_L \frac{v_x^2}{|v|} + \alpha_T \frac{v_y^2}{|v|} + \alpha_T \frac{v_z^2}{|v|} \quad (72)$$

$$D_{xy} = (\alpha_L - \alpha_T) \frac{v_x v_y}{|v|}$$

Analoge uitdrukkingen worden gevonden voor de overige coëfficiënten.

De stoftransportvergelijking kan nu worden afgeleid door de stofbalans over een eenheidselement van de bodem te nemen. Er volgt uiteindelijk, indien de porositeit constant wordt verondersteld en er geen afbraak of adsorptie van de opgeloste stof optreedt:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(v_i c) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_m \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \quad (73)$$

$$+ \frac{q_{wi}}{n} c_i + \frac{q_{wa}}{n} c$$

waarin D_m de coëfficiënt voor moleculaire diffusie is, q_{wi} een infiltratie per volume-eenheid en q_{wa} een onttrekking per volume-eenheid (beide positief bij infiltratie); c_i is de concentratie van de opgeloste stof in het infiltratiewater.

De eerste term uit het rechterlid beschrijft het transport door de gemiddelde grondwatersnelheid, het zogenaamde convectieve transport. De tweede en de derde term beschrijven het dispersieve en diffuse transport. Beide uitdrukkingen zijn analoog, zij het dat de dispersie afhankelijk is van de grondwatersnelheid en de diffusie niet. De beide laatste termen vertegenwoordigen de concentratieveranderingen door externe bronnen of putten.

De stromingsvergelijking (66) en de stoftransportvergelijking (73) tezamen beschrijven het gedrag van de opgeloste stof in grondwater. Wel is nog een aanvullende vergelijking nodig voor de koppeling tussen de dichtheid ρ uit de stromingsvergelijking en de concentratie c uit de transportvergelijking, bijvoorbeeld:

$$\rho = \rho_{water} + c \quad (74)$$

Bij het gebruik van de methode der karakteristieken (zie paragraaf 7.1) wordt de transportvergelijking niet afgeleid door de massabalans voor een vast stukje bodem af te leiden, maar door mee te bewegen met de gemiddelde grondwaterstroming. De resulterende stoftransportvergelijking wordt dan:

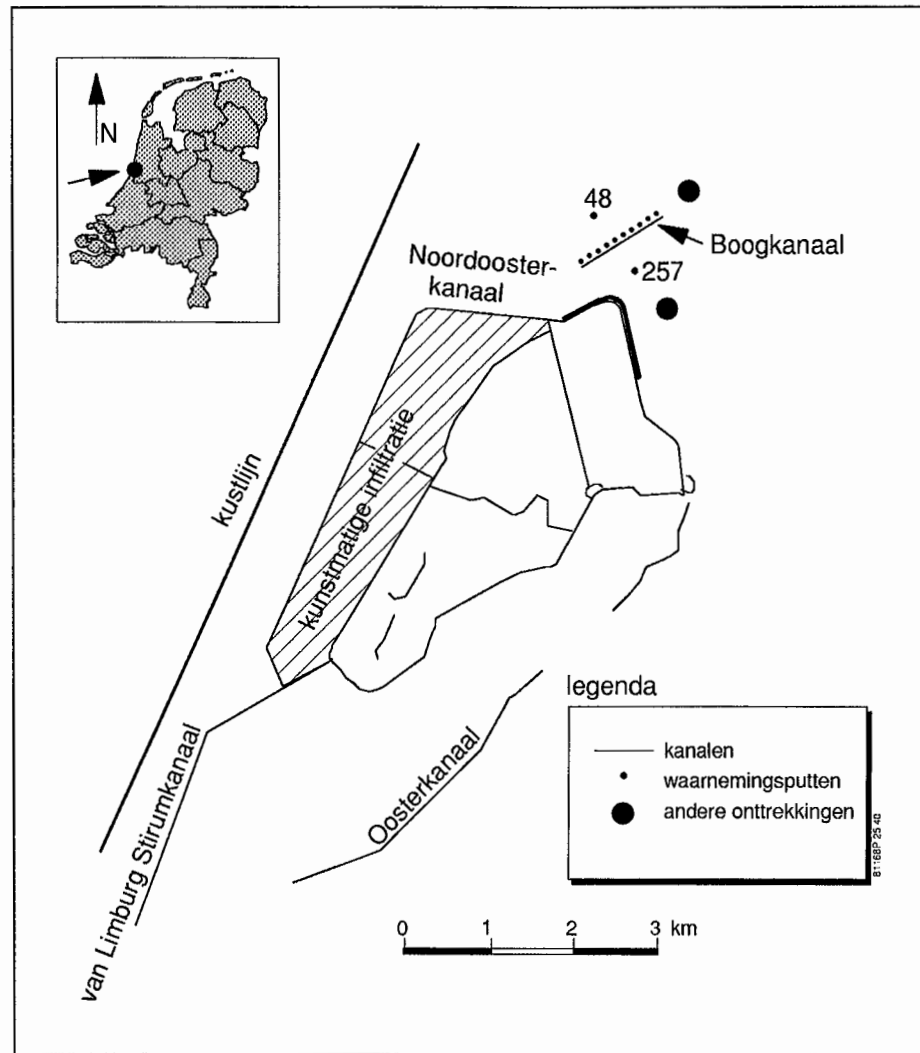
$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_m \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) + \frac{q_{wi}}{n} (c_i - c) \quad (75)$$

De partiële afgeleide van de concentratie naar de tijd blijkt vervangen door een algehele, materiële afgeleide naar de tijd. De eerste beschrijft de concentratieverandering in de tijd voor een vast punt in de ruimte, terwijl de laatste de concentratieverandering beschrijft die een waterdeeltje al stromend ondervindt. Bovendien is in vergelijking (75) geen term voor het convectief transport meer aanwezig, zoals verwacht kon worden. Ook zijn de concentratieveranderingen door externe bronnen alleen nog afhankelijk van het verschil in concentratie tussen het infiltrerende en het ter plaatse aanwezige water.

7.6 Voorbeeld van een toepassing

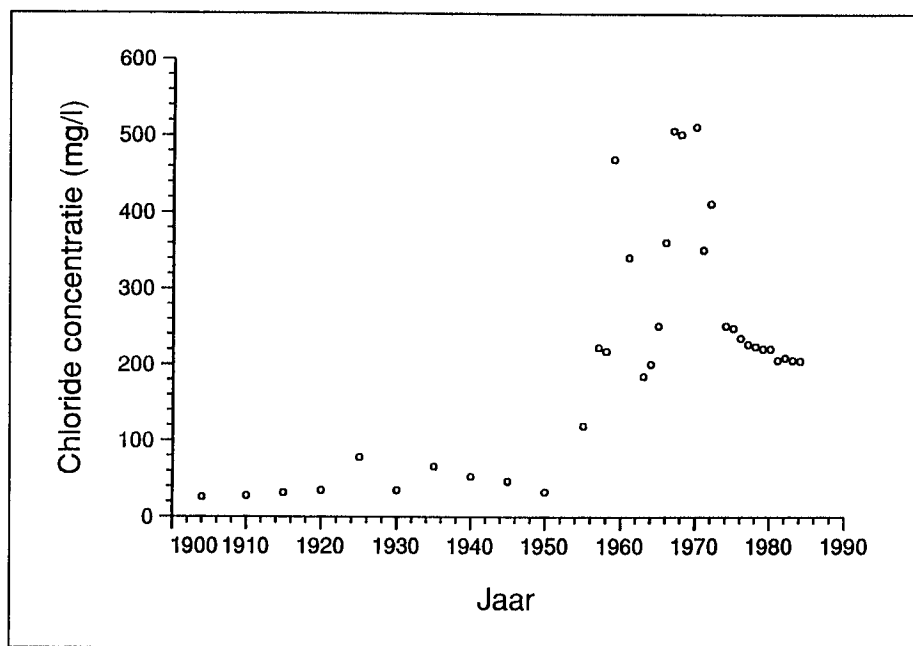
Het Boogkanaal is een winmiddel van Gemeentewaterleidingen Amsterdam in het duingebied nabij Vogelenzang (figuur 43). Water wordt reeds sinds het begin van deze eeuw onttrokken. Eerst alleen met een gegraven kanaal, later ook door middel van een diepe winputtenreeks. De winning veroorzaakte een optrekken van vooral brak water onder de winmiddelen. In de zeventiger jaren is de diepe winning daarom stopgezet.

Met behulp van een stoftransportprogramma is getracht inzicht te verkrijgen in het opkegelings-proces ('upconing') ter plaatse van het Boogkanaal (Kooiman e.a., 1986). Een voor dichtheden aangepaste versie van de door Konikow & Bredehoeft (1978) ontwikkelde code is hiervoor gebruikt.

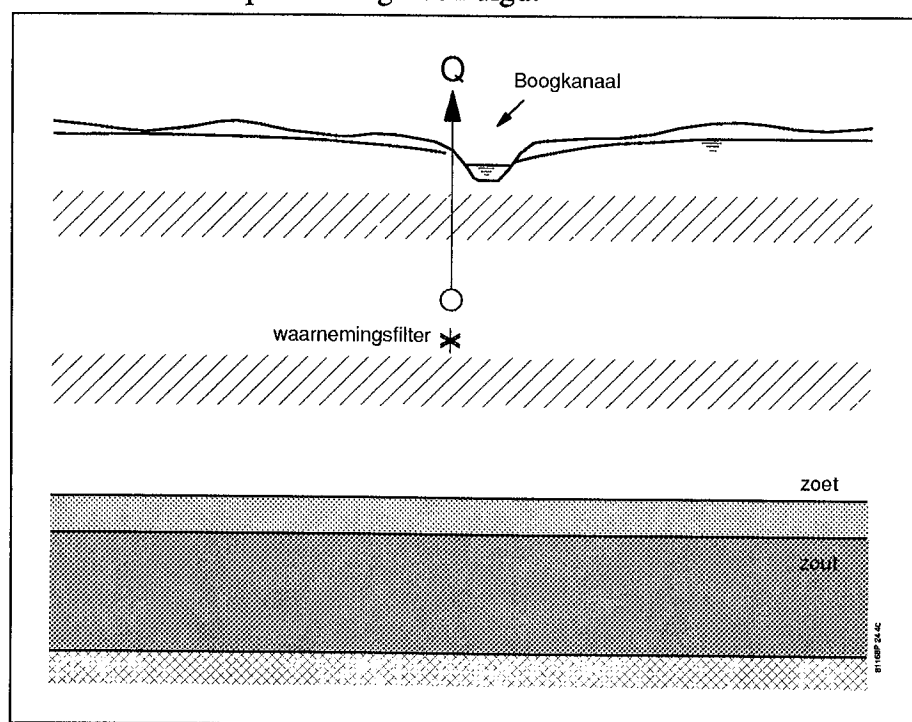


Figuur 43 Situering van het Boogkanaal in het wingebied van Gemeentewaterleidingen in de duinen bij Vogelenzang.

Het Boogkanaal is een lijnvormig onttrekkingsmiddel met een lengte van circa één kilometer. Loodrecht op het midden van het kanaal zijn een aantal waarnemingsmiddelen geplaatst, die vanaf het begin van de onttrekkingen in 1903 bemonsterd en bemeten zijn. Zo kon een goed beeld van het verloop van de stijghoogte en het chloridegehalte worden geconstrueerd. Het chlorideverloop onder de diepe winputten blijkt een stijgende tendens te zien te geven van 1903 tot het eind van de zestiger jaren. Daarna, na het reduceren en uiteindelijk stopzetten van de diepe winning, is het chloridegehalte geleidelijk afgenomen. Uit het chloride-verloop in de tijd lijkt geconcludeerd te kunnen worden dat het opgetrokken brakke water na het stopzetten van de winning weer langzaam is weggezakt (figuur 44). Vanwege de uitgestrektheid van het Boogkanaal is het stromingspatroon naar het midden van het kanaal voornamelijk tweedimensionaal in een verticaal vlak: isohypsenlijnen lopen bijna evenwijdig aan het kanaal. Daardoor is het mogelijk om dwars over het Boogkanaal een verticale snede te modelleren.



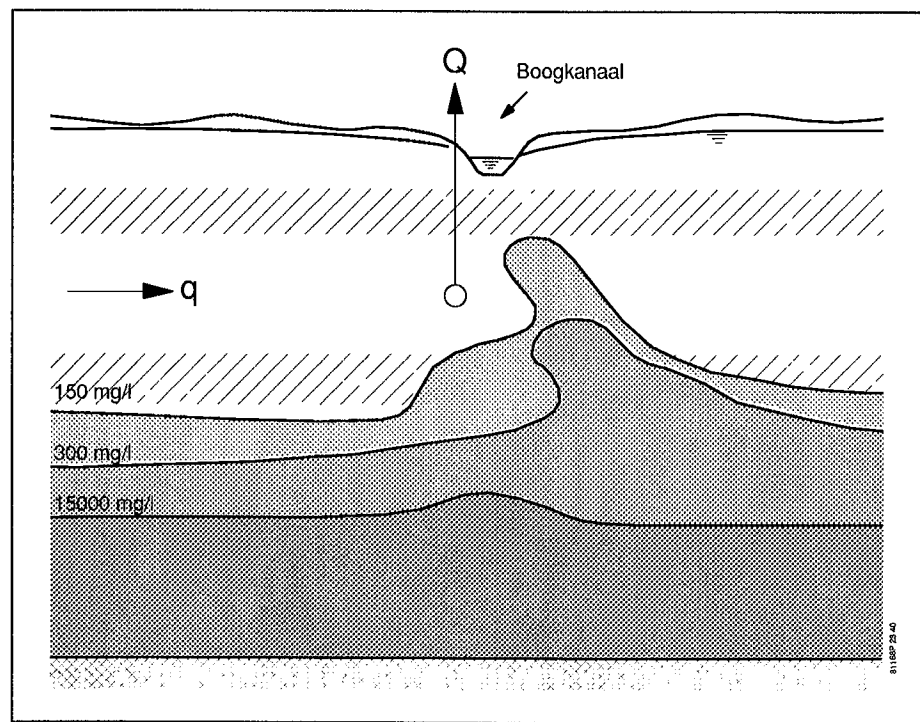
Figuur 44 Chlorideverloop in een peilfilter onder de diepe winning ter plaatse van het Boogkanaal. Begin zeventiger jaren is de diepe winning beëindigd.



Figuur 45 Geohydrologische schematisatie ter plaatse van het Boogkanaal. Tevens is de oorspronkelijke positie van het grensvlak weergegeven zoals dat in 1903 is vastgesteld.

Het geohydrologisch profiel is weergegeven in figuur 45. Na ijkning van het stijghoogtebeeld op basis van stijghoogtemetingen is het transportdeel van het model geijkt aan het chlorideverloop. Vooral de dispersiviteit loodrecht op de stromingsrichting (transversale dispersiviteit) is hierbij gevarieerd. Uiteindelijk werd een zeer kleine

waarde van twee millimeter gevonden. Grotere waarden gaven een duidelijke overschatting van het verziltingsproces te zien. Een simulatie zonder transversale dispersie leidde daarentegen tot een duidelijke onderschatting van de opkegeling. Op basis van een theoretische beschouwing in combinatie met waarnemingen uit de praktijk is in paragraaf 3.6 overigens ook geconcludeerd dat de waarde van de transversale dispersiviteit in de orde van grootte van een millimeter dient te zijn.



Figuur 46 Berekende chlorideverdeling in een verticale snede loodrecht op het Boogkanaal. Het betreft de situatie in 1982, enkele jaren na het stopzetten van de diepe winning.

Met het geijkte rekenmodel is de chloride-verdeling in 1982, loodrecht op het Boogkanaal becijferd (figuur 46). Het brakke water dat in de loop der jaren door de winmiddelen is aangetrokken, is nog steeds duidelijk in het middeldiepe pakket aanwezig, ondanks het beëindigen van de diepe onttrekking in de zeventiger jaren. Door de natuurlijke stromingscomponent in het pakket is de brakke kegel wel in oostelijke richting verplaatst. In de waarnemingsmiddelen onder het Boogkanaal lijkt het daardoor alsof de brakke kegel weggezakt is. Niets is echter minder waar!

Het voorbeeld geeft aan hoe het inzicht in de beweging van brak en zout water kan worden vergroot door het uitvoeren van simulatieberekeningen. Bovendien levert de nieuwe informatie weer interessante aanknopingspunten voor het vervolg. Zo zou men bijvoorbeeld kunnen overwegen om de diepe winningen weer te gaan gebruiken. Het brakke water mag daarbij de winputten niet bereiken. We kunnen dit realiseren door op de juiste plaats een waarnemingsput te

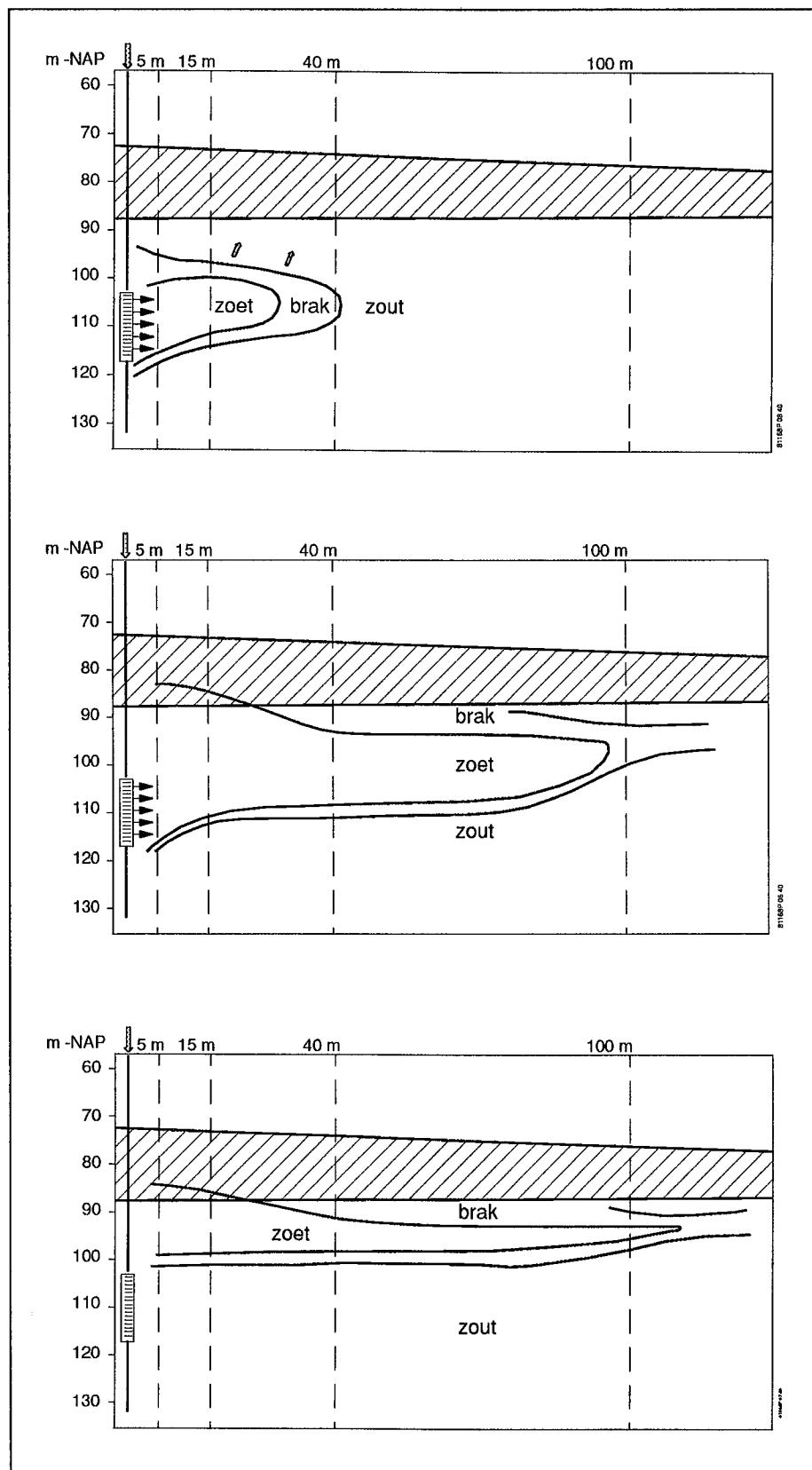
installeren, die tijdig signaleert voor een dreigende verbraking. Gezien de resultaten van het modelonderzoek lijkt een waarnemingspunt *stroomafwaarts* van de winning een goede keuze. De berekende chloride-verdeling uit 1982 kan daarbij gebruikt worden om ook anderen te overtuigen van de op het eerste gezicht onlogische positie van het waarnemingsmiddel.

8 HET ONTWERPEN VAN DIEPINFILTRATIE-SYSTEMEN

Onderzoek naar de techniek van diepinfiltratie is vooral uitgevoerd door waterleidingbedrijven die in de duinen kunstmatige infiltratie van (voorgezuiverd) oppervlaktewater toepassen. Op hydrologisch gebied mag Gemeentewaterleidingen Amsterdam (GWA) als pionier gezien worden, met name wat betreft het infiltreren van zoet water in zoute pakketten. De N.V. Energie- en Watervoorziening Rijnland (EWR) was het eerste bedrijf met concrete plannen voor een diepinfiltratiesysteem. De daarvoor uitgekozen lokatie 'Hertenwei' bleek na uitvoerig onderzoek naar de beweging van brak en zout water echter minder geschikt. N.V. PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland (PWN) is in 1990 gestart met het diep infiltreren en onttrekken van water op praktijkschaal. Een en ander gebeurt in een watervoerend pakket dat van het onderliggende brakke en zoute water gescheiden is door een sliblaag. Bij het ontwerp van het systeem is veel aandacht besteed aan het voorkómen van verbraking. Ook de N.V. Duinwaterbedrijf van Zuid-Holland (DZH) is in 1990 gestart met diepinfiltratie. Het systeem aldaar is echter gunstig gesitueerd ten opzichte van brak en zout water in de bodem. Wel is het bedrijf, samen met de EWR, nieuwe lokaties aan het selecteren voor diepinfiltratie. Het ontwerp van diepinfiltratiesystemen op de verschillende lokaties wordt aangepast aan de lokale omstandigheden met betrekking tot de positie van brak en zout water. In de volgende paragrafen zal het hydrologisch onderzoek ten behoeve van de verschillende systemen worden toegelicht, voor zover dit betrekking heeft op de analyse van de stroming van brak en zout grondwater.

8.1 Infiltratie van zoet water in een zout pakket

Een van de belangrijkste doelen van kunstmatige infiltratie is het creëren van een voorraad grondwater die aangesproken kan worden in perioden waarin geen infiltratie plaats kan vinden, bijvoorbeeld omdat de bron, het oppervlaktewater, verontreinigd is. Bij diepinfiltratie kan men niet echt spreken van het vergroten van de watervoorraad omdat de hoeveelheid grondwater in de bodem nauwelijks toeneemt door infiltratie in een (gedeeltelijk) afgesloten watervoerend pakket. Echter, door het neerwaarts wegdrukken van het brakke en zoute grondwater zou wel de lokaal beschikbare hoeveelheid zóet grondwater toe kunnen nemen. Om de haalbaarheid van infiltratie van zoet water in zout water te onderzoeken heeft Gemeentewaterleidingen Amsterdam (GWA) vanaf 1981 experimenten met proefputten uitgevoerd. Door het uitvoeren van vele metingen kon de verbreiding van het opgebouwde zoetwaterlichaam in beeld worden gebracht (figuur 47).

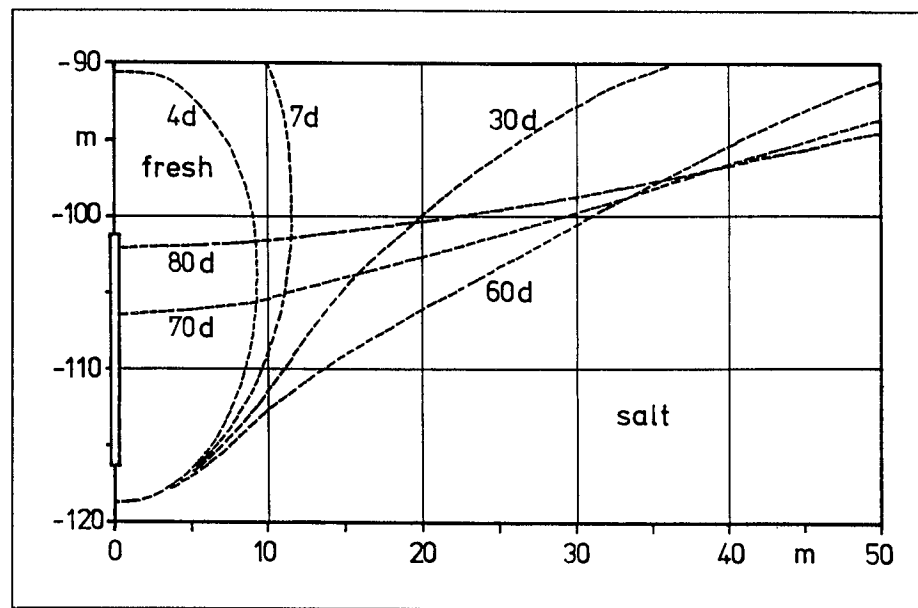


Figuur 47 Gemeten verdeling van zoet, brak en zout grondwater rond een proefinfiltratieput van Gemeentewaterleidingen. (a) na 50 dagen infiltratie, (b) na 500 dagen infiltratie en (c) na 180 dagen stilstand.

Het effect van verschillen in dichtheid kon duidelijk worden vastgesteld: het infiltratiewater wordt door het van nature aanwezige zoute water als het ware opgestuwd naar de bovenzijde van het watervoerende pakket.

Later zijn de proeven op meerdere wijzen door middel van berekeningen nagebootst (Peters, 1983; Uffink & Kooiman, 1986; Nijhoff-Pan, 1986; Olsthoorn, 1990). Verschillende technieken zijn daarbij toegepast, die een fraai beeld geven van de ontwikkeling van de rekentechnieken in de tijd. Peters (1983) maakte gebruik van vortices (hoofdstuk 4), Uffink (1986) van de stroomfunctie met een scherpe grens tussen zoet en zout water, Nijhoff-Pan (1986) van de stroomfunctie zonder dichtheidsverschillen maar wel met ruim aandacht voor de beweging van brak water, en Olsthoorn (1990) tenslotte van de stroomfunctie mét dichtheidsverschillen.

Uit de proeven en uit de simulatieberekeningen werd duidelijk dat het infiltreren van zoet water in een zout pakket weinig perspectieven biedt, indien ingezet ten behoeve van de drinkwatervoorziening, waarbij een relatief kleine toename van het zoutgehalte in het opgepompte water al ongewenst is. Een belangrijk probleem dat door de infiltratie geïntroduceerd wordt, is dat het brakke en zoute water boven het filter van de infiltratieput naar boven verdreven wordt, naar het bovenliggende zoete pakket waar de diepe winningen aanwezig zijn. Een verbrakking van de winmiddelen dreigt daardoor.



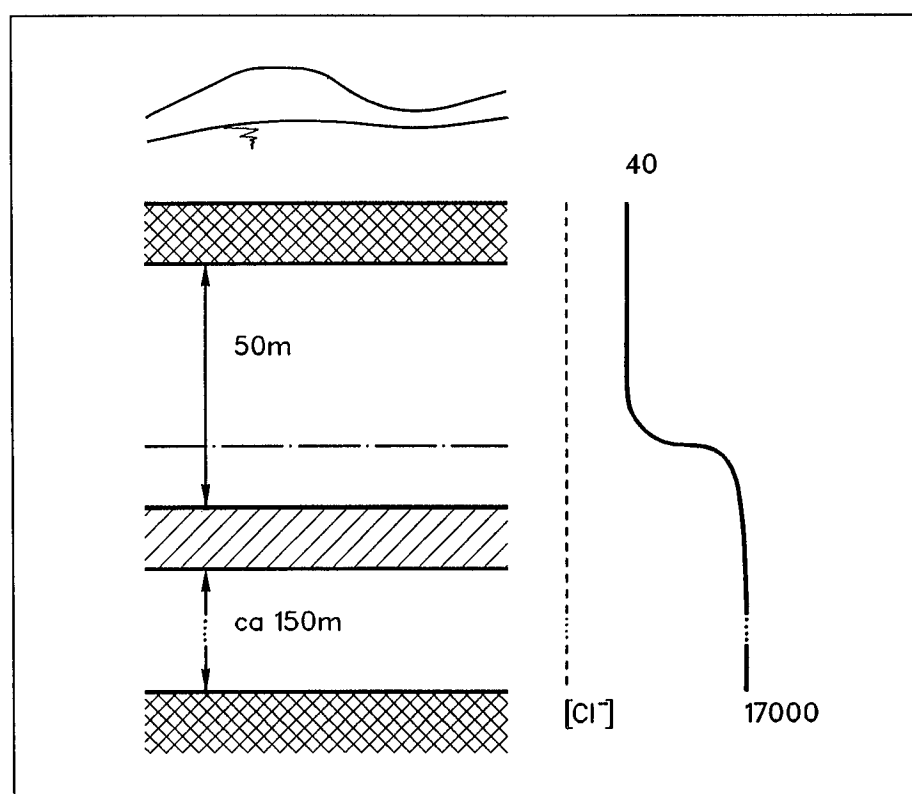
Figuur 48 Met behulp van vortices berekende positie van de grens tussen geïnfiltreerd zoet water en oorspronkelijk zout water. Na 60 dagen is de infiltratie gestopt, waarna het grensvlak rond de put snel omhoog komt.

Een ander nadeel van het infiltreren van zoet in zout water is dat de opgebouwde zoetwaterbel weinig stabiel is. Zodra de infiltratie

wordt stopgezet, zal de bel rond de infiltratieput onder invloed van het zoute water naar boven drijven (figuur 48). De onderzijde van het putfilter zal al snel omringd zijn door zout water. Het terugwinnen van de opgebouwde zoetwatervoorraad zal daardoor in de praktijk nauwelijks mogelijk zijn. Het bergingsproces is inefficiënt. Het idee van opslag van zoet water in een watervoerend pakket dat zout water bevat is inmiddels verlaten.

8.2 Diepinfiltratie in een pakket met brak en zout water

In het begin van de jaren tachtig had de N.V. Energie- en Watervoorziening Rijnland (EWR; toen nog N.V. Leidsche Duinwater Maatschappij) het voornemen om een diepinfiltratieproject te ontwikkelen op de lokatie Hertenwei, ten zuid-oosten van het zuiveringsbedrijf te Katwijk. Onder in het watervoerende pakket waarin infiltratie en terugwinning plaats zou moeten vinden is echter brak en zout water aanwezig. Het geohydrologische profiel in figuur 49 geeft de situatie ter plaatse weer.



Figuur 49 Geohydrologische schematisatie en chlorideverdeling ter plaatse van de lokatie Hertenwei nabij Katwijk.

Van der Eem, Mulder en Verlouw (1989; Van der Eem, 1990) hebben onderzocht of diepinfiltratie op de lokatie mogelijk was zonder verbrakking van de winmiddelen. Op basis van de resultaten van het onderzoek heeft de EWR uiteindelijk afgezien van hun

voornemen.

In het genoemde onderzoek zijn een veelvoud van technieken toegepast om een goed basisontwerp van het diepinfiltratiesysteem te kunnen maken en een duidelijk beeld te krijgen van de beweging van brak en zout water. Iedere techniek heeft zijn specifieke voor- en nadelen, zodat het inzetten van het juiste instrument op het juiste moment interessante voordelen kan opleveren.

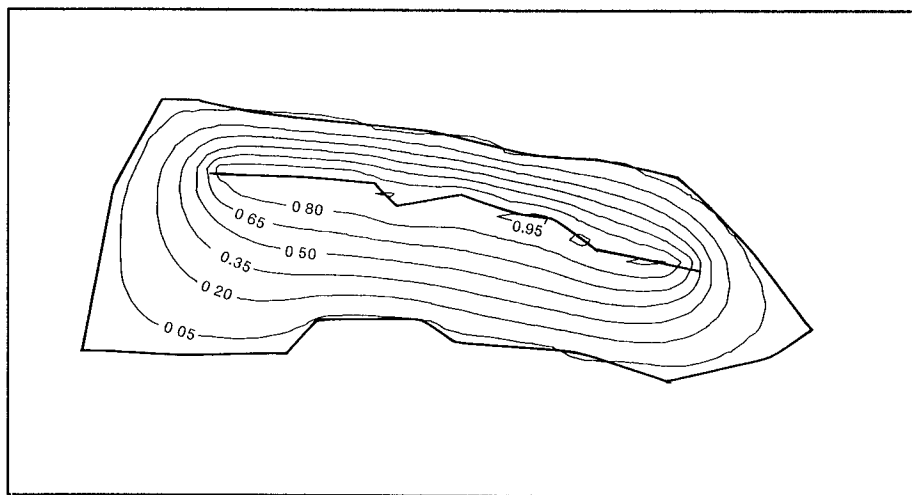
Bij het ontwerp is gestart met het formuleren van de hydrologische doelen en randvoorwaarden. De wens om met het diepinfiltratiesysteem een goede kwaliteitsafvlakking te realiseren is vertaald in het streven naar een gemiddelde verblijftijd van het water in de bodem van acht maanden, in combinatie met een lineaire verblijftijdspreiding van een jaar. Op deze wijze kan een seizoenmatige fluctuatie van de waterkwaliteit uitstekend worden afgevlakt.

Als randvoorwaarde is gesteld dat de winmiddelen niet mogen verbrakken. Verwacht mag worden dat het gevaar voor verbrakking het geringst is als in alle winputten dezelfde afpompings optreedt en daarmee ook eenzelfde mate van opkengelen van brak en zout water onder de put. Bij het gebruik van onderwaterpompen is het daarnaast ook wenselijk eenzelfde volumestroom per put te onttrekken. Twee eisen die niet eenvoudig te verenigen zijn.

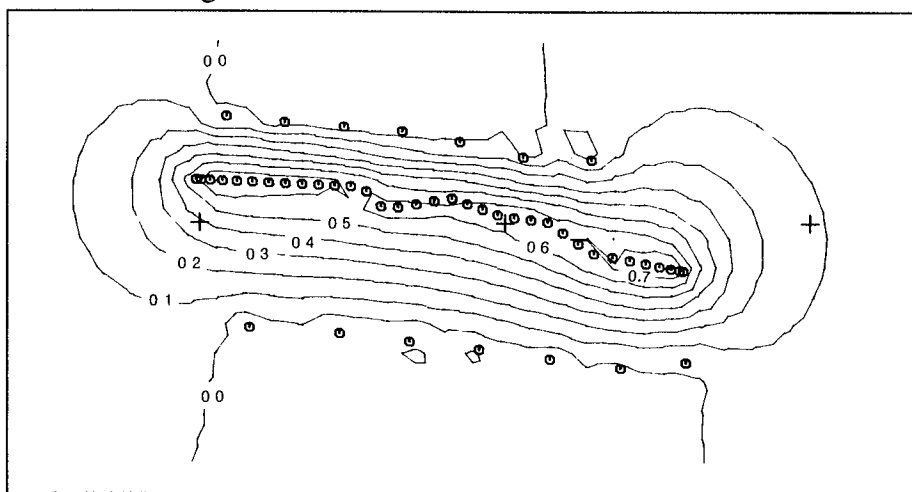
Voor de infiltratieputten geldt ook dat de volumestroom per put gelijk moet zijn, in dit geval echter om de verstopping van de infiltratieputten gelijk te laten verlopen. Om dit eenvoudig te kunnen sturen is het gewenst de stijghoogtetoeename in iedere put gelijk te houden. Kortom voor zowel onttrekkings- als infiltratieputten wordt als randvoorwaarde gesteld dat zowel de stijghoogte als de volumestroom van de putten zo gelijk mogelijk is. En daar komt vanuit ecologisch oogpunt nog als voorwaarde bij dat leidingen en putten zo veel mogelijk langs bestaande wegen en paden geprojecteerd dienen te worden.

De analytische elementen methode (Strack, 1989) blijkt een uiterst geschikt instrument om aan dit complex van randvoorwaarden te voldoen. Door de tracés van win- en infiltratieputten te beleggen met lijnonttrekkingen met een vast peil is het mogelijk om de verdeling van de toe- en afstroming over de win- en infiltratietracés te bepalen (figuur 50). Uit deze verdeling kunnen vervolgens eenvoudig de noodzakelijke putafstanden afgeleid worden. Het stijghoogtebeeld kan daarna getoetst worden door een berekening uit te voeren met putten in plaats van lijnelementen (figuur 51). Op deze wijze wordt er voor gezorgd dat het puttenplan gunstige voorwaarden bezit om zowel het gevaar voor verbrakking te minimaliseren als ook het verstoppingsproces van de infiltratieputten gelijkmatig te laten verlopen.

Een volgende stap in het onderzoek betrof het analyseren van de beweging van het brakke en zoute water dat in de uitgangssituatie in het watervoerende pakket aanwezig is. Stroomlijnprogrammatuur leent zich uitstekend voor het voorspellen van deze bewegingen.



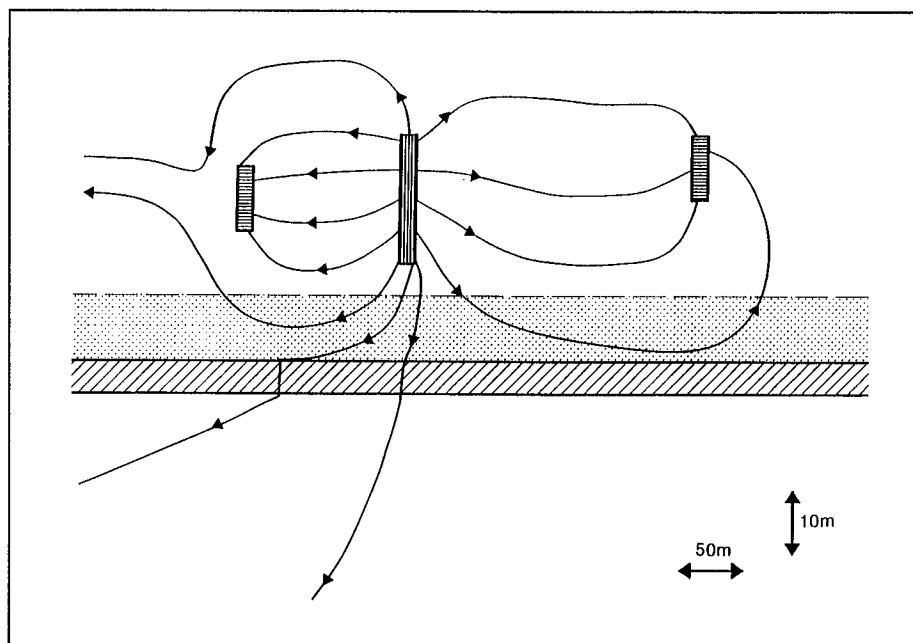
Figuur 50 Met behulp van de analytische elementen methode berekende stijghoogteverdeling tussen infiltratie- en onttrekkingstracé's.



Figuur 51 Berekende stijghoogteverdeling nadat de lijnvormige infiltratie- en onttrekkings-elementen zijn vervangen door putten.

Omdat dichtheidsverschillen direct na de start van de infiltratie en onttrekking nog geen invloed hebben op de wijzigingen in het stromingsbeeld (zie paragraaf 2.4) kan een groot scala aan programma's toegepast worden om het initiële stroomlijnenbeeld in kaart te brengen.

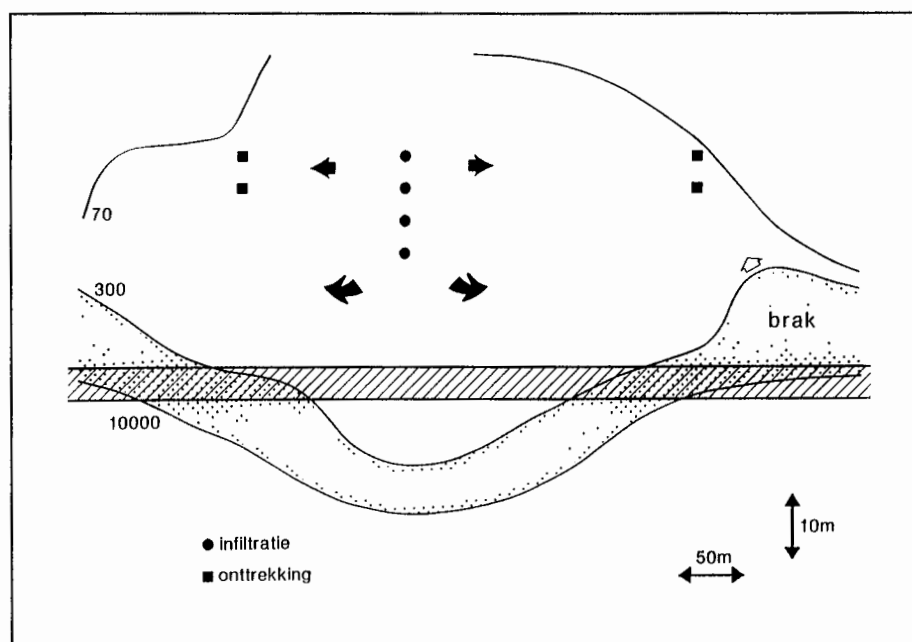
In dit geval is gebruik gemaakt van een techniek die gebaseerd is op de stroomfunctietheorie (Van den Akker, 1983). Een tweedimensionale benadering in een verticaal vlak is gehanteerd om snel een groot aantal varianten door te kunnen rekenen. Het sterk driedimensionale stromingspatroon rond de onvolkomen winputten kan daarvoor niet goed worden beschreven. In werkelijkheid zal als gevolg van de puntonttrekking een sterker aantrekken van brak en zout water plaatsvinden dan uit de berekeningsresultaten volgt. Hiermee kan bij de interpretatie van resultaten rekening worden gehouden. Figuur 52 toont een voorbeeld van een dergelijke berekening.



Figuur 52 Berekend tweedimensionaal stroomlijnenbeeld bij diepinfiltratie op locatie Hertenwei. Stroomlijnen lopen door de brakke c.q. zoute zone onder in het infiltratiepakket naar de winmiddelen.

Duidelijk is te zien dat er direct na de start van de infiltratie en onttrekking stroomlijnen lopen vanuit de brakke en zoute zone naar de winmiddelen. Ondanks de onveilige tweedimensionale schematisatie lijkt dus een verbrakking van de winmiddelen te verwachten. Door onder meer de mate van overinfiltratie te variëren is getracht een gunstiger stromingsbeeld te verkrijgen. De simulaties gaven aan dat al gauw aan tientallen procenten overinfiltratie gedacht moest worden.

Door de voorafgaande rekenexercities konden daarna doelgericht berekeningen gemaakt worden met een numeriek stoftransportmodel, en wel een voor dichtheidseffecten aangepaste versie van het Konikow-Bredehoeft programma (1978). Hiermee kon de ruimtelijke verdeling van de dichtheid als functie van de tijd worden berekend. Bovendien was het mogelijk om tijdens de simulatieperiode het pompregime aan te passen zodat onderscheid gemaakt kon worden tussen een aanlooperperiode en een normale bedrijfssituatie. Uit de simulaties kwam naar voren dat zelfs bij een overinfiltratie van 130% gedurende de eerste twee jaar, gevolgd door een blijvende overinfiltratie van 15%, nog enige verbrakking van de winmiddelen te verwachten valt. Figuur 53 toont dit aan, waarbij opgemerkt moet worden dat ook in het stoftransportmodel gewerkt is met een onveilige tweedimensionale benadering. In werkelijkheid zal de verbrakking dus sterker zijn dan de figuur doet vermoeden.



Figuur 53 Met behulp van een stoftransportmodel berekende concentratieverdeling na twee jaar infiltreren op 115% van de ontwerpcapaciteit en onttrekking op halve kracht (50%).

Merk overigens op dat het beeld dat met het stoftransportmodel wordt verkregen overeenkomt met de verwachtingen die gebaseerd waren op het eerder gehanteerde stroomlijnenprogramma (vergelijk figuren 52 en 53).

De sterke overinfiltratie levert een aantal bezwaren op: (1) het brakke water dat door de overinfiltratie weggespoeld wordt, zal elders omhoog komen en daar het watervoerende pakket verbrakken; (2) de sterke, tijdelijke overinfiltratie leidt tot een verhoging van de grondwaterstand die later weer voor een groot deel zal worden teruggedraaid; dergelijke onnatuurlijke grondwaterstandsfluctuaties zijn uit ecologisch oogpunt ongewenst; (3) de overinfiltratie is duur. Naast deze bezwaren moet nog opgemerkt worden dat het in de praktijk zeer lastig zal zijn om de werkelijke beweging van het brakke en zoute water efficiënt waar te nemen. Zeer veel waarnemingsmiddelen zijn daarvoor nodig. Ook op het punt van de procesbeheersing kan men zich afvragen of er sprake is van een uitgebalanceerd systeem.

De inzichten die het gehele onderzoek hebben opgeleverd, hebben er uiteindelijk toe geleid dat de EWR heeft afgezien van diepinfiltratie op de Hertenwei locatie. Meer in algemene termen kon geconcludeerd worden dat diepinfiltratie in een pakket waarin zich brak of zout water bevindt niet goed mogelijk is. Bij het zoeken naar een geschikte locatie voor diepinfiltratie dient dit als uitgangspunt gehanteerd te worden.

8.3 Diepinfiltratie boven een pakket met brak en zout grondwater

De N.V. PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland (PWN) heeft in 1989 een diepinfiltratiesysteem aangelegd in de duinen nabij Castricum. Het project is vernoemd naar de lokatie: DWAT, diepinfiltratie Watervlak.

Infiltratie en terugwinning vindt plaats op een diepte van circa 50 tot 90 meter beneden NAP. Onder het watervoerende pakket is een sliblaag aanwezig, die het infiltratiepakket scheidt van het onderliggende diepe watervoerende pakket. De overgang van zoet naar brak water bevindt zich in of net onder deze sliblaag. Bij het ontwerp van het puttenplan is uitvoerig aandacht besteed aan het stromingsbeeld dat door de infiltratie en winning zal ontstaan. Vooral het potentiële verbrakkingsgevaar van de winningen stond daarbij centraal.

Als uitgangspunt bij het ontwerp is gesteld dat de winputten niet mogen verzilten. In hydrologische termen is dit vertaald naar de eis dat onder de winputten een neerwaartse stroming door de sliblaag aanwezig diende te zijn. Dit kan gerealiseerd worden door de winputten als sterk onvolkomen putten uit te voeren, dus met een kort filter boven in het watervoerende pakket, in combinatie met een voldoende mate van overinfiltratie. Het percentage overinfiltratie is uiteindelijk vastgesteld op 10%, hetgeen wil zeggen dat er 10% meer water wordt geïnfiltreerd dan onttrokken.

Voor de hydrologische analyses is, naast een scherp grensvlakmodel (hoofdstuk 5), met name gebruik gemaakt van analytische rekenmodellen, waarin de effecten van dichtheidsverschillen niet zijn opgenomen (Stakelbeek, 1988). De berekeningsresultaten geven dan ook vooral een beeld van de stroming direct na de start van de infiltratie en terugwinning. Zoals in de vorige paragraaf is aangegeven kunnen hieruit toch goede conclusies getrokken worden over de beweging van het brakke en zoute water.

De keuze voor analytische modellen is vooral gebaseerd op het feit dat deze modellen het stijghoogteverloop in de nabijheid van putten veel beter kunnen beschrijven dan numerieke rekenmodellen. In numerieke modellen hebben we altijd te maken met een zogenaamde numerieke putstraal, die circa een-vijfde van de knooppuntsafstand bedraagt (Kono, 1974; Van der Eem, 1985). Zeer kleine elementen zijn nodig om het stijghoogtebeeld rond de put nauwkeurig te beschrijven.

Met de onvolkomenheid van de infiltratie- en winputten kan in analytische modellen op twee manieren rekening worden gehouden. Bij de eerste methode wordt één watervoerend pakket (het infiltratiepakket) gemodelleerd, waarbij lek naar een aangrenzend watervoerend pakket met een vast peil mogelijk is. Voor deze situatie is een analytische vergelijking voor het radiaalsymmetrische, tweedimensionale stijghoogtebeeld beschikbaar (Anonymus, 1964):

$$\phi(r,z) = \frac{Q}{2\pi kD} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + \frac{Q}{\pi^2 kh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{n\pi b}{D} - \sin \frac{n\pi a}{D} \right) \cdot \cos \frac{n\pi z}{D} \cdot K_0\left(\frac{n\pi r}{D} \sqrt{k_z/k}\right) \quad (76)$$

waarin	ϕ	= stijghoogtetoeename	[L]
	r	= horizontale afstand tot put	[L]
	z	= verticale afstand tot onderkant WVP	[L]
	Q	= volumestroom put (+ = infiltratie)	[L ³ t ⁻¹]
	k	= horizontale doorlatendheid	[Lt ⁻¹]
	k_z	= verticale doorlatendheid	[Lt ⁻¹]
	D	= dikte watervoerend pakket	[L]
	K_0	= Besselfunctie, eerste soort, orde 0	[-]
	λ	= spreidingslengte (kDc) ^{1/2}	[m]
	c	= weerstand slecht doorlatende laag	[T]
	h	= lengte putfilter	[L]
	a	= afstand onderzijde putfilter tot onderzijde watervoerend pakket	[L]
	b	= afstand bovenzijde putfilter tot onderzijde watervoerend pakket	[L]

De vergelijking mag alleen toegepast worden als de spreidingslengte λ groot is ten opzichte van de dikte D van het watervoerende pakket. Bruggeman (1992) geeft overigens vergelijkingen voor het tijdsafhankelijke stijghoogtebeeld bij willekeurige waarden voor de spreidingslengte.

Het voordeel van deze aanpak is dat de onvolkomenheid van de put nauwkeurig in de berekeningen wordt meegenomen. Nadeel is de sterke vereenvoudiging die doorgevoerd moet worden in de geohydrologische schematisatie. De lek naar aangrenzende pakketten zal daardoor niet altijd even nauwkeurig berekend worden.

Een alternatieve aanpak is om met een zogenaamd meerlagenmodel te werken (zie bijvoorbeeld Maas, 1986). Alle watervoerende en slecht doorlatende lagen die in het geohydrologisch schema worden onderscheiden, kunnen bij deze methode worden gemodelleerd. Bovendien kan het watervoerende pakket waarin infiltratie en terugwinning plaatsvindt nog worden onderverdeeld in een aantal sublaagjes, waardoor het mogelijk is rekening te houden met de onvolkomenheid van putten door het filter slechts in één sublaagje te plaatsen. Voor de weerstanden van de scheidingslagen tussen de sublaagjes moet overigens de verticale stromingsweerstand van het zand tussen de middens van de sublaagjes worden ingevoerd. Het verdient verder aanbeveling om de dikten van de diverse sublaagjes niet te sterk te variëren.

Bij deze tweede methode wordt de onvolkomenheid van putfilters weliswaar benaderend meegenomen, maar de lektermen naar de

aangrenzende pakketten zullen als gevolg van de betere schematisatie van de ondergrond nauwkeuriger worden becijferd. Voor beide methodes gelden overigens de beperkingen die voor elke analytische aanpak geldt: de bodemparameters kunnen niet of slechts beperkt van plaats tot plaats variëren.

Voor het onderzoek ten behoeve van DWAT zijn beide methodes toegepast. Uit de simulaties volgt dat het mogelijk is om onder de winputten een neerwaartse stromingscomponent door de sliblaag te realiseren. Inmiddels is uit waarnemingen op een groot aantal punten gebleken dat een en ander ook in de praktijk volgens verwachting functioneert (Stakelbeek, 1992).

Uit de ontwerpberekeningen kwam ook naar voren dat er buiten de grenzen van het diepinfiltratiesysteem een opwaartse stroming vanuit het diepe, brakke en zoute pakket te verwachten is, analoog aan de brakwatervorming zoals die bij het Hertenwei-onderzoek gevonden is (figuur 53, paragraaf 8.2). Rond het systeem ontstaat hierdoor een brakwaterring in het infiltratiepakket. Bij een voldoende grote overinfiltratie kan dit brakke water rond het systeem geleid worden. Als de overinfiltratie te klein is, zal het brakke water door de natuurlijke stromingscomponent in het pakket naar de winmiddelen van het diepinfiltratiesysteem stromen. Omdat we te maken hebben met licht brak water dat met zeer geringe snelheid naar een beperkt aantal winputten stroomt, is de verwachting dat dit proces geen grote toename van het zoutgehalte in het gemengde opgepompte water tot gevolg zal hebben.

8.4 Diepinfiltratie boven een pakket met zoet, brak en zout water

Er is sprake van een gunstige Ausgangssituatie voor diepinfiltratie indien in het infiltratiepakket zelf en aan de bovenzijde van het onderliggende watervoerende pakket zoet grondwater aanwezig is. Het gevaar voor verbrakking is dan gering. Toch is het verstandig om in het ontwerp rekening te houden met een zekere mate van overinfiltratie. Deze hoeft niet direct gebruikt te worden, maar kan aangewend worden indien waarnemingen in het veld aangeven dat de overgangszone tussen zoet en brak water te zeer in de richting van de winmiddelen opschuift.

De N.V. Duinwaterbedrijf Zuid-Holland (DZH) en de N.V. Energie- en Watervoorziening Rijnland (EWR) hebben het voornemen om op grote schaal diepinfiltratie toe te passen. In het kader van een milieu-effectrapportage worden daarom op een groot aantal lokaties diepinfiltratiesystemen ontworpen. Zij houden in hun systemen de mogelijkheid open voor een zekere mate van overinfiltratie. Bij een

gunstige uitgangssituatie voor wat betreft de positie van brak en zout water, gaan zij er van uit dat de extra lek naar aangrenzende pakketten, die ontstaat als gevolg van de infiltratie en onttrekking, gecompenseerd moet kunnen worden door overinfiltratie. Op deze wijze wordt er voor gezorgd dat de hoeveelheid water die uit het infiltratiepakket gewonnen wordt, ook daadwerkelijk door infiltratie in het pakket is gebracht. Een soort waterbalans-benadering eigenlijk: wat er het watervoerende pakket inkomt door infiltratie minus wat er uitstroomt door extra lek naar aangrenzende pakketten mag onttrokken worden. Een praktisch toepasbaar en eenvoudig ontwerp-criterium.

Als de uitgangspositie minder gunstig is, zoals bij DWAT (paragraaf 8.3) of de Hertenwei-lokatie (paragraaf 8.2), kan de balansbenadering gebruikt worden voor een eerste inschatting van het benodigde percentage overinfiltratie. In dergelijke omstandigheden blijven echter wel aanvullende berekeningen nodig om voldoende inzicht te verkrijgen in de beweging van brak en zout water.

8.5 Tijdelijk alleen winnen

Uit het onderzoek dat door de verschillende bedrijven is uitgevoerd, blijkt dat voor het succesvol toepassen van diepinfiltratie gezocht moet worden naar watervoerende pakketten waarin zich ter plaatse geen brak of zout water bevindt. Bij voorkeur bevindt zich in het onderliggende watervoerende pakket ook nog een zoetwaterlaag van enkele meters. Onder deze randvoorwaarden, en bij een goed ontwerp van het systeem, is het mogelijk om zonder risico's op grote diepte water te infiltreren en te onttrekken. Verbrakking van de winmiddelen hoeft dan niet gevreesd te worden, hoewel natuurlijk altijd een vinger aan de pols gehouden zal moeten worden. Het installeren van een groot aantal diepe waarnemingsmiddelen blijft zeer gewenst.

Hoe zit het nu als tijdelijk de infiltratie moet worden gestaakt, bijvoorbeeld omdat de bron -het oppervlaktewater- ernstig verontreinigd is? In zo'n situatie zal in principe de winning gecontinueerd worden, immers de vraag naar drinkwater zal blijven bestaan. Het staken van de winning zal meestal niet langer dan ongeveer een week hoeven te duren. Een verontreiniging op de rivieren is dan doorgespoeld. Alleen in zeer bijzondere omstandigheden zal er van een langere uitval sprake zijn, in de orde van grootte van enkele weken tot een maand.

Als nu het diepinfiltratiesysteem op een gunstige lokatie gesitueerd is, met het brakke en zoute water ruim onder het infiltratiepakket, dan zal een onderbreking van de infiltratie niet tot ernstige problemen leiden. Immers, doordat er tussen het infiltratiepakket en het brakke en zoute water een slecht doorlatende laag aanwezig is, zullen de drukveranderingen in het infiltratiepakket slechts gedempt

doorwerken in het onderliggende, diepere pakket. Ook de daarmee corresponderende stroomsnelheden zijn klein. Opwaartse verplaatsing van de overgangszone tussen zoet en zout water zal dus wel optreden, maar omdat de snelheid beperkt is en de infiltratiestop een beperkte duur heeft, zal de verplaatsing gering zijn. Voor verbraking hoeft dan ook niet direct gevreesd te worden. Natuurlijk zal deze veronderstelling nog wel voor elk diepinfiltratiesysteem getoetst moeten worden. Bijvoorbeeld aan de hand berekeningen met analytische rekentechnieken, waarbij de verticale snelheid ter plaatse van de overgangszone wordt bepaald. In combinatie met de duur van de infiltratiestop volgt hieruit een verplaatsing van deze zone.

Een gunstig gesitueerd diepinfiltratiesysteem voldoet daarmee aan de doelstelling om wincapaciteit ter beschikking te hebben op het moment dat om enige reden de infiltratie gestaakt dient te worden. Opgemerkt wordt wel dat er geen sprake is van 'voorraadvorming': de winbare hoeveelheid zoet grondwater is door de diepinfiltratie niet of nauwelijks toegenomen. In plaats van 'voorraad' kan daarom bij diepinfiltratie beter gedacht worden in termen van 'overbruggingscapaciteit'.

9 LITERATUUR

- AKKER, C. VAN DEN, J.B.S. GAN & J.H. PETERS (1981). "Handleiding bij het gebruik van het computerprogramma FLOP". KIWA rapport SWE-330, Nieuwegein.
- AKKER, C. VAN DEN (1982) Numerical analysis of the stream function in plane groundwater flow, PhD-thesis, Delft.
- ANONYMOUS (1964). "Steady flow of groundwater towards wells". Prc. Comm. Hydrol. Research TNO No. 10, 179p.
- BADON GHJBEN, W. EN J. DRABBE (1888). "Nota over de voorgenomen putboring nabij Amsterdam." Tijdschrift van het Koninklijk Instituut voor Ingenieurs 1888/1889, p203-223.
- BEAR, J. (1979). "Hydraulics of groundwater". McGraw-Hill, New York.
- BEAR, J. & G. DEAGAN (1964). "Some exact solutions of interface problems by means of the hodograph method". Journal of geophysical research, Vol. 69, No. 8, p1563-1572.
- BEAR, J. & A. VERRUIJT (1987). "Modeling Groundwater flow and pollution". Theory and applications of transport in porous media, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- BRUGGEMAN, G.A. (1975). "Analytical treatment of moving fronts in two- and three-dimensional groundwater flow". International hydrological decade - Fourth Salt-water Intrusion Meeting (Swim), Proceedings, Ghent, August 28-30, 1974, p59-84.
- BRUGGEMAN, G.A. (1983). "Use of pressure generators in solving three-dimensional salt-fresh ground-water problems". Geologia applicata e idrogeologia, Proceedings of the 8th salt water intrusion meeting, Bari 25-29 may 1983, Vol XVIII Part 2, p227-238.
- BRUGGEMAN, G.A. (1987). "Niet-stationaire eendimensionale dichtheidsstroming door een c-laag". Bilthoven, persoonlijke communicatie.
- BRUGGEMAN, G.A. (1992). "Analyse pompproeven Leiduin ten behoeve van een diepinfiltratiesysteem." Groenekan.
- DIENST DER ZUIDERZEEWERKEN & RID (1936). "Geohydrologische gesteldheid van de Wieringermeer". Rapporten en mededelingen betreffende de Zuiderzeewerken, No 5.
- DIETZ, D.N. (1953) A Theoretical approach to the problem of encroaching and bypassing edgewater. Proc. Kon. Ned. Acad. Wetenschappen, Series B, 56, no 1, p83-92.
- DU COMMUN, J. (1828). "On the causes of fresh water springs, fountains, etc." Am. Journ. Sci., 1st ser., Vol. 14, p174-176
- DUIJN, C.J. VAN (1986). "A mathematical analysis of density dependent dispersion in fresh-salt groundwater flow". Proceedings 9th Salt Water Intrusion Meeting, Delft, p317-328.
- EEM, J.P. VAN DER (1984). "SALT1, een komputerprogramma voor het berekenen van de positie van het zoet/zout-grensvlak in een drielaags watervoerend systeem." Afstudeerscriptie Technische Universiteit Delft.

- EEM, J.P. VAN DER (1985). "Een fysisch-numerieke afleiding van de ekwivalente putstraal en een bepaling van de relatieve fout bij radiaalsymmetrische stromingsproblemen". Bijlage bij afstudeerverslag 'Diepinfiltratie Texel, bepaling bodemkonstanten', Technische Hogeschool Delft, afdeling der Civiele Techniek.
- EEM, J.P. VAN DER (1988). "Partially penetrating wells in a Dupuit type fresh/saline finite element model". Proceedings of the 10-th Salt-Water Intrusion Meeting, Ghent, 1988; Natuurwetenschappelijk tijdschrift, vol. 70, 1988, p210-218. Ook verschenen als KIWA rapport SWE 89.011, Nieuwegein.
- EEM, J.P. VAN DER (1989). Modelleren van stoftransport in grondwater -methode der karakteristieken-. KIWA rapport SWE 89.012, Nieuwegein.
- EEM, J.P. VAN DER, M.A.A. MULDER & J.G.W. VERLOUW (1989). "Hydrologisch onderzoek ten behoeve van diepinfiltratie bij de N.V. Leidsche Duinwater Maatschappij". KIWA rapport SWE 88.017, Nieuwegein.
- EEM, J.P. VAN DER (1992, June). "Modelling groundwater pollution". Lecture notes, International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering, Delft.
- ESSAID, H.I. (1986). "A comparison of the coupled fresh water - salt water flow and the Ghyben-Herzberg sharp interface approaches to modeling of transient behaviour in coastal aquifer systems". Journal of Hydrology, No. 86, p169-193.
- ESSAID, H.I. (1990). "A multilayered sharp interface model of coupled freshwater and saltwater flow in coastal systems: model development and application". Water resources research, Vol. 26, No. 7, p1431-1454.
- HAITJEMA, H.M. (1977). "Numerical application of vortices to multiple fluid flow in porous media". Delft progress report No.2 Civil Engineering, p237-248.
- HAITJEMA, H.M. (1980) "The use of vortex-rings for modeling salt water upconing." LGM-mededelingen, Vol 11, no 2.
- HAITJEMA, H.M. & S.R. KRAEMER (1988). "A new analytic function for modeling partially penetrating wells". Water resources research, Vol. 24, No. 5, p683-690.
- HUBBERT, M.K. (1956). "Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids". Petroleum transactions A.I.M.E., Vol. 207, p222-239.
- HUYAKORN, P.S., P.F. ANDERSEN, J.W. MERCER & H.O. WHITE JR. (1987). "Saltwater intrusion in aquifers: Development and testing of a three-dimensional finite element model". Water resources research, Vol. 23, No. 2, p293-312.
- HUYAKORN, P.S., B.G. JONES, & P.F. ANDERSEN (1986). "Finite element algorithms for simulating three-dimensional groundwater flow and solute transport in multilayer systems". Water resources research, Vol. 22, No. 3, p361-374.
- JOSSELIN DE JONG, G. DE (1960). "Singularity distributions for the analysis of multiple-fluid flow through porous media". Journal of

- geophysical research Vol. 65 , No. 11, p 3739-3758.
- JOSSELIN DE JONG, G. DE (1977) "Review of vortex theory for multiple fluid flow." Delft Progr. Rep., 2, p225-236.
- JOSSELIN DE JONG, G. DE (1979) Vortex theory for multiple fluid flow in three dimensions. Delft Progr. Rep., 4, p87-102.
- JOSSELIN DE JONG, G. DE (1981) The simultaneous flow of fresh and salt water in aquifers of large horizontal extensions determined by shear flow and vortex theory. Proc. Euromech 143, Balkema Rotterdam.
- JOSSELIN DE JONG, G. DE & C.J. VAN DUIJN (1986). "Transverse dispersion from an originally sharp fresh-salt interface caused by shear flow". Journal of hydrology, No. 84, p55-79.
- KEMBLOWSKI, M. (1987). "The impact of the Dupuit-Forchheimer approximation on salt-water intrusion simulation". Ground water, Vol. 25, No. 3, p331-336.
- KHUBLARYAN, M.G. & A.P. FROLOV (1989). "Seawater intrusion into estuaries and aquifers", "Systems analysis applications to water research - a Soviet-Finnish project". Publication of the Water and Environment Research Institute, No. 3, p40-47.
- KINZELBACH, W. (1986). "Groundwater modelling - an introduction with sample programs in BASIC-". In: Developments in Water Science, vol. 25. Elsevier, Amsterdam.
- KONIKOW, L.F. & J.D. BREDEHOEFT (1978). "Computer model of two-dimensional solute transport and dispersion in ground water". Techniques of water resources investigations of the United States Geological Survey, Book 7, chapter C2. United States government printing office, Washington.
- KONO, I. (1974). "The equivalent radius of a source in numerical models of groundwater flow". Trans. Japan Soc. of Civil Eng., Vol. 5, p148-149.
- KOOIMAN, J.W., J.H. PETERS & J.P. VAN DER EEM (1986). "Upcoming of brackish and salt water in the dune area of Amsterdam Waterworks and modelling with the Konikow-Bredehoeft program". Proceedings of the 9th Salt Water Intrusion Meeting, Delft, 1986. Ook verschenen als KIWA rapport SWE 86.013, Nieuwegein.
- KOOIMAN, J.W. & G.J.M. UFFINK (1986). "Deep-well infiltration in the dune area of Amsterdam Waterworks and modelling of the moving interface". Proceedings of the 9th Salt Water Intrusion Meeting, Delft, May 1986. Delft University of Technology.
- KRUSEMAN, G.P. & N.A. DE RIDDER (1970). "Partially penetrated aquifers". Bulletin 11, Analysis and evaluation of pumping test data, IILRI Wageningen, p146-155.
- LEIJNSE, T. (1992). "Three dimensional modeling of coupled flow and transport in porous media". Proefschrift University of Notre Dame, Indiana, USA.
- LUSCZYNSKI, N.J. (1961). "Head and flow of ground water of variable density". Journal of Geophysical Research (25) no.12, p4247-4256.

- MAAS, C. (1987). "Voorkomen en gedrag van zout grondwater in relatie tot de drinkwaterwinning". Nieuwegein (KIWA).
- MAAS, C. (1986). "The use of matrix differential calculus in problems of multiple-aquifer flow". *Journal of Hydrology*, 88, p43-67.
- MC.ELWEE, C. & M. KEMBLOWSKI (1990). "Theory and application of an approximate model of saltwater upconing on aquifers". *Journal of Hydrology*, No. 15, p139-163.
- MERRIT, M.L. (1986). "Recovering fresh water stored in saline limestone aquifers". *Ground water*, Vol. 24, No. 4, p516-529.
- MEIJER, J.A. & J.P. VAN DER EEM (1990). "Ervaringen met SUTRA, een tweedimensionaal model voor stoftransport en grondwaterstroming". KIWA rapport SWI 90.113.
- NIJHOFF-PAN, I. (1986). "Onderzoek naar de optimale putafstand in een diepinfiltratiesysteem". *Afstudeerverslag Technische Hogeschool Delft, Afdeling der Civiele Techniek*.
- OBDAM, A.N.M. (1981). "Calculation of the salinity process of partially penetrating wells in a semi-confined anisotropic aquifer". *Proceedings Salt Water Intrusion Meeting, Hannover*, p.159-175.
- OLSTHOORN, T.N. (1989). "Modellering met behulp van een spreadsheet... simultane stroming van zoet en zout grondwater". *H₂O*, Vol. 22, No. 19, p595-601.
- OLSTHOORN, T.N. (1990a). "Grondwatermodellering met behulp van een spreadsheet... voorraadvorming bij variabele dichtheid in een heterogene bodem (1)". *H₂O*, Vol. 23, No. 23, p640-645.
- OLSTHOORN, T.N. (1990b). "Grondwatermodellering met behulp van een spreadsheet... voorraadvorming bij variabele dichtheid in een heterogene bodem (2)". *H₂O*, Vol. 23, No. 24, p664-669.
- PETERS, J.H. (1981a) "Application of vortex distributions in modelling the storage of fresh water in saline aquifers." KIWA-report SWE-365, 26 p.
- PETERS, J.H. (1981b). "Het principe van een vortexbelegging en de stroming van zoet en zout grondwater; enige analytische berekeningen". KIWA rapport SWE-402, Nieuwegein.
- PETERS, J.H. (1982) Een directe berekening van de stroming van zoet en zout grondwater nabij een discontinuïteit in doorlatendheid door middel van gespiegelde rotatie. KIWA-rapport SWE-419, 44 p.
- PETERS, J.H. (1983a). "The movement of fresh water injected in salaquifers". *Proceedings of the 8th Salt Water Intrusion Meeting. Geologia Applicata e Idrogeologia*, Vol. 43, deel 2, Bari.
- PETERS, J.H. (1983b). "De stroming van zoet en zout grondwater in een 'confined aquifer' berekend met vortexbeleggingen". KIWA rapport SWE-83.002, Nieuwegein.
- PETERS, J.H., C. VAN DEN AKKER & J.B.S. GAN (1983). "Afvlakking van de waterkwaliteit bij persputinfiltratie". KIWA rapport SWE 83.017, Nieuwegein.
- RAJAGAPOLAN, S.P. & U.V. JOSE (1987). "Digital simulation model

- for brine coning in unconfined anisotropic auifers". Nordic hydrology, No. 18, p43-58.
- REILLY, T.E. & A.S. GOODMAN (1985). "Quantitative analysis of saltwater-freshwater relationships in groundwater systems -a historical perspective". Journal of Hydrology, No. 80, p 125-160.
- REILLY, T.E., M.H. FRIMPTER, R.D. LEBLANC & A.S. GOODMAN (1987). "Analysis of steady-state salt-water upconing with application at Truro well field, Cape Cod, Massachusetts". Ground water, Vol. 25, No. 2, p194-206.
- REILLY, T.E. & A.S. GOODMAN (1987). "Analysis of saltwater upconing beneath a pumping well". Journal of hydrology, No. 89, p169-204.
- ROEBERT, A.J. (1979). "Werkgroep hydrologie van persputsystemen geïnstalleerd". H₂O (12), nr.15, p341-343.
- RUBIN, H. & A. PISTINER (1986). "Modelling fresh water injection into a partially saline fresh (paspaf) aquifer. Journal of hydrology, No. 87, p351-378.
- SANTING, G. (1980). "Een probleem bij de stroming van zoet en zout grondwater: de correcties op de stijghoogten". H₂O, Vol. 13, No. 22, p544-548.
- SENGER, R.K. & G.E. FOGG (1990). "Stream functions and equivalent freshwater heads for modeling regional flow of variable-density groundwater. 1. Review of theory and verification". Water resources research, Vol. 26, No. 9, p2089-2096.
- STAKELBEEK, A. (1988). "Diepinfiltratieproject DWAT -ontwerp en uitgangspunten 3-". PWN rapport OP 88/015838, Bloemendaal.
- STAKELBEEK, A. (1992). "Diepinfiltratie Watervlak - ervaringen 2^e en 3^e fase- 26/10/1990-15/7/1992". PWN rapport 92/011049, Bloemendaal.
- STRACK, O.D.L. (1972). "Some cases of interface flow towards drains". Journal of engineering mathematics, Vol. 6, No. 2, p.175-191.
- STRACK, O.D.L. (1976). "A single-potential solution for regional interface problems in coastal aquifers". Water resources research, Vol. 12, No. 6, p1165-1174.
- SUGIO, S. & C.S. DESAI (1987). "Residual flow procedure for sea water intrusion in unconfined aquifers". International journal for numerical methods in engineering, Vol. 24, p1439-1450.
- UFFINK, G.J.M. (1987). "Modeling of solute transport with the random walk method". Nato-ARW on "Advances in analytical and numerical groundwater flow and quality modeling", Lisboa, Portugal, June 2-6, 1987.
- UFFINK, G.J.M. (1990). "Analysis of dispersion by the random walk method." PhD Thesis, Delft University of Technology.
- URISH, D.W. (1980). "Asymmetric variation of Ghyben-Herzberg lens". Journal of the hydraulics division, July 1980, p1149-1158.
- VEER, P. VAN DER (1977). "The pattern of fresh and salt water flow in a coastal aquifer". Delft progress report No. 2 Civil Engineering, p137-142.

- VEER, P. VAN DER (1977). "Analytic solution for a two-fluid flow in a coastal aquifer involving a phreatic surface with precipitation". *Journal of hydrology*, No. 35, p271-278.
- VEER, P. VAN DER (1978) "Calculation methods for two-dimensional groundwater flow". PhD-thesis Delft.
- VELING, E.J.M. (1988). "Computer program FLOPZN; Pathlines in quasi-threedimensional groundwater flow in a system of layered homogeneous aquifers". RIVM, Bilthoven.
- VERRUIJT, A. (1971). "Steady dispersion across an interface in a porous medium". *Journal of hydrology*, No. 14, p337-347.
- VERRUIJT, A. (1980). "The rotation of a vertical interface in a porous medium". *Water resources research*, Vol. 16, No. 1, p239-240.
- VERRUIJT, A. (1981) "A numerical model for multiphase flow in porous media". *Proc. Euromech 143*, p135-138, Balkema Rotterdam.
- VERRUIJT, A. (1987). "A finite element model for interface problems in groundwater flow". *Microcomputers in engineering applications*, John Wiley & Sons Ltd., p251-271.
- VERRUIJT, A. (1990). "BADON 2.2, User's manual". A. Verruijt, Delft.
- VOSS, C.I. (1984). "SUTRA, saturated-unsaturated transport." U.S. Geological Survey, National Center Reston, Virginia.
- WIEST, R.J.M. DE (1969). "Fundamental principles of ground-water flow". In: *Flow through porous media*, p1-p52. Academic Press, London.

10 NOTATIE

Scalaire grootheden (dit zijn grootheden zonder richting zoals bijvoorbeeld de stijghoogte), worden met een normaal lettertype aangeduid. Vectorgrootheden worden vet weergegeven, evenals tensoren (een tensor verbindt als het ware twee vectoren; zo koppelt de doorlatendheidstensor de vectoren van de snelheid en de stijghoogtegradiënt).

Als er in het rapport gebruik gemaakt wordt van een x,y,z -assenstelsel, dan liggen de x - en y -as in het horizontale vlak en de positieve z -as is naar boven gericht.

Voor de gradiënt van een functie en voor de divergentie van een vector worden in dit rapport twee verkorte schrijfwijzes gehanteerd. De gradiënt geeft overigens aan in welke mate en in welke richting een grootheid in de ruimte varieert; de gradiënt van een functie is dus een vector. De divergentie geeft aan hoezeer een vectorveld uiteen gericht is. Zo zal nabij een infiltratieput het grondwaterstromingsveld sterk divergent zijn. De divergentie van een vector is een grootheid zonder richting, een scalaire grootheid dus.

De eerste schrijfwijze maakt gebruik van indices, waarbij $x \equiv x_1$, $y \equiv x_2$ en $z \equiv x_3$. Alle hoofdrichtingen kunnen nu in één keer aangegeven worden als x_i . Als deze term in een uitdrukking voorkomt, wordt stilzwijgend aangenomen dat x_i alle mogelijke waarden aanneemt. In een tweedimensionale ruimte is dit x en y ; in een driedimensionale ruimte x, y en z . De gradiënt van een functie f kan nu geschreven worden als:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right) = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

Voor de divergentie van een vector $\mathbf{v}=(v_x, v_y, v_z)$ wordt geschreven:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$$

In de hydrologie komt vaak de divergentie van de gradiënt van een functie voor, bijvoorbeeld bij combinatie van de bewegingsvergelijking met de continuïteitsvergelijking. Bij de operatie is dan ook meestal een tensor betrokken, zoals de hydraulische geleidbaarheid k . Voor de divergentie van het stromingsveld kan nu kort geschreven worden (ϕ is de stijghoogte):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \\
& \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{zx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{zy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{zz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)
\end{aligned}$$

De tweede notatie die gehanteerd wordt, maakt gebruik van de nabla-vector, die omschreven kan worden als:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Voor de gradiënt van de functie f en de divergentie van de vector $\mathbf{v}$ kan nu geschreven worden:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right) = \nabla f$$

en

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{v}$$

Voor de divergentie van de gradiënt van een functie schrijven we:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) = \nabla \cdot (\mathbf{k} \cdot \nabla \phi)$$

Beide notaties resulteren in korte en overzichtelijke vergelijkingen. De notatie met de nabla-vector is volledig onafhankelijk van het te hanteren assenstelsel. Wel vergt het afleiden van vergelijkingen op deze wijze enige kennis van vectorrekening. Bij de notatie met impliciete sommatie over de indices bestaat er een directe koppeling met een assenstelsel. Afleiden van vergelijkingen kan plaatsvinden door het beschouwen van een element $dx_1 dx_2 dx_3$. Beide schrijfwijzen sluiten goed aan bij de notaties die in de vakliteratuur worden gebruikt.

11 SYMBOLENLIJST

romeins

a	afstand tussen onderkant watervoerend pakket en onderkant putfilter	[L]
b	afstand tussen onderkant watervoerend pakket en bovenkant putfilter	[L]
c	• weerstand slecht doorlatende laag	[t]
	• concentratie opgeloste stof	[ML ⁻³]
c_i	concentratie opgeloste stof in infiltratiewater	[ML ⁻³]
c_o	concentratie opgeloste stof in onttrokken grondwater	[ML ⁻³]
c_{ow}	overdrachts-weerstandscoefficiënt	[tL ⁻¹]
d	• dikte van de brakke overgangszone	[L]
	• kleinste afstand tussen vortices	[L]
g	zwaartekrachtsversnelling	[Lt ⁻²]
h	• positie zoet/zout grensvlak ten opzichte van onderzijde watervoerende pakket	[L]
	• lengte putfilter	[L]
h_f	dikte zoetwaterlaag	[L]
k	hydraulische doorlatendheid	[Lt ⁻¹]
k_f	hydraulische doorlatendheid voor zoet water	[Lt ⁻¹]
k_s	hydraulische doorlatendheid voor zout water	[Lt ⁻¹]
k_z	verticale hydraulische doorlatendheid	[Lt ⁻¹]
n	porositeit	[-]
p	waterdruk	[ML ⁻¹ t ⁻²]
q	specifieke volumestroom ("Darcy-snelheid")	[Lt ⁻¹]
q_{wa}	onttrekking per volume-eenheid (negatief)	[t ⁻¹]
q_{wi}	infiltratie per volume-eenheid (positief)	[t ⁻¹]
r	radiale afstand	[L]
t	tijd	[t]
t_v	verblijftijd in weerstandbiedende laag	[t]
v	grondwatersnelheid	[Lt ⁻¹]
x	coördinaat in horizontaal vlak	[L]
y	coördinaat in horizontaal vlak loodrecht op x	[L]

z	coördinaat in verticaal vlak loodrecht op x en y en positief verticaal omhoog	[L]
z_i	positie grensvlak (interface)	[L]

ROMEINS

B	afstand tussen drain en top grensvlak tussen zoet en zout water	[L]
D	dikte watervoerend pakket	[L]
D_{ij}	dispersiecoëfficiënten	[L ² t ⁻¹]
D_L	longitudinale dispersiecoëfficiënt	[L ² t ⁻¹]
D_m	coëfficiënt voor moleculaire diffusie	[L ² t ⁻¹]
D_T	transversale dispersiecoëfficiënt	[L ² t ⁻¹]
I_f	regionale aanvulling van zoet water	[Lt ⁻¹]
I_s	regionale aanvulling van zout water	[Lt ⁻¹]
Q	putvolumestroom	[L ³ t ⁻¹]
Q_x	stroming in de zoetwaterlaag in x -richting	[L ² t ⁻¹]
Q_y	stroming in de zoetwaterlaag in y -richting	[L ² t ⁻¹]
S'	specifieke bergingscoëfficiënt	[L ⁻¹]
S_f	freatische bergingscoëfficiënt	[-]
S_h	bergingscoëfficiënt bij verplaatsing van het zoet/zout-grensvlak	[-]
T_{stab}	stabiliteitscriterium, maximale tijdstap	[t]
V	Vortex-sterkte	[L ² t ⁻¹]

grieks

α	· hellingshoek van het grensvlak	[-]
	· relatief dichtheidsverschil, $(\rho_s - \rho_f)/\rho_f$	[-]
α_L	longitudinale dispersiviteit	[L]
α_T	transversale dispersiviteit	[L]
ϕ	stijghoogte	[L]
ϕ_e	omgevingsstijghoogte (e=environmental); stijg- hoogte die gemeten zou zijn als in de peilbuis dezelfde dichtheidsverdeling aanwezig was als direct buiten de peilbuis	[L]
ϕ_f	zoetwaterstijghoogte (f=fresh); stijghoogte die gemeten zou zijn als in de peilbuis zoet water aanwezig was	[L]

ϕ_s	zoutwaterstijghoogte (s=salt); stijghoogte die gemeten zou zijn als in de peilbuis zout water aanwezig was	[L]
κ	intrinsieke permeabiliteit	[L ²]
λ	spreidingslengte ($\sqrt{(kDc)}$)	[L]
μ	dynamische viscositeit	[Mt ⁻¹ L ⁻¹]
μ_f	dynamische viscositeit van zoet water	[Mt ⁻¹ L ⁻¹]
μ_s	dynamische viscositeit van zout water	[Mt ⁻¹ L ⁻¹]
ψ	stroomfunctie	[L ² t ⁻¹]
ρ	dichtheid; volumieke massa van het water (functie van plaats en tijd)	[ML ⁻³]
ρ_o	constante dichtheid	[ML ⁻³]
ρ_f	dichtheid zoet water	[ML ⁻³]
$\overline{\rho}_{ij}$	gemiddelde dichtheid tussen punt i en j	[ML ⁻³]
ρ_s	dichtheid zout water	[ML ⁻³]

GRIEKS/MATHEMATISCH

Δ	verandering van een parameter	
∇	differentiaal-operator (zie hoofdstuk 10)	
Φ	volumestroompotential (zie paragraaf 3.4)	[L ³ t ⁻¹]

Bijlage 1. Het berekenen van horizontale en verticale stromingen aan de hand van waterdrukken op een referentieniveau

Probleemstelling

Het berekenen van horizontale en verticale stroming aan de hand van gemeten stijghoogten en bij aanwezigheid van dichtheidsverschillen.

Oplossing voor horizontale stroming

Reken de gemeten stijghoogte om naar een waterdruk ter plaatse van het peilfilter. Bereken vervolgens de bijbehorende waterdruk op een vast referentieniveau, uitgaande van een hydrostatische drukverdeling. De horizontale stroming kan dan direct worden bepaald uit de horizontale gradiënt van de waterdruk.

Bewijs

Volgt direct uit de wet van Darcy:

$$q_x = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

of in differentievorm:

$$q_x = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{\kappa}{\mu} \rho_f g \left(\frac{\frac{\Delta p}{\rho_f g}}{\Delta x} \right) = -k_f \left(\frac{\Delta p}{\rho_f g} \right) \frac{1}{\Delta x}$$

waarbij aangenomen is dat de dynamische viscositeit bij benadering gelijk is voor zoet en zout water. Merk op dat $(\Delta p / \rho_f g) / \Delta x$ gelijk is aan de gradiënt van de zoetwaterstijghoogte.

Opmerkingen:

- de drukgradiënt $\Delta p / \Delta x$ moet bepaald worden op eenzelfde referentiediepte;
- de voorgestelde aanpak is alleen gerechtvaardigd indien er een hydrostatische drukverdeling aanwezig is tussen het niveau van het peilfilter en het referentieniveau.

Oplossing voor verticale stroming

Neem twee peilfilters. Reken de gemeten stijghoogten om naar waterdrukken ter plaatse van de peilfilters. Bereken hieruit vervolgens de waterdrukken op een referentieniveau tussen de twee peilfilters, uitgaande van een hydrostatische drukverdeling. De verticale stroming volgt dan uit:

$$q_z = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{\Delta p_r}{\Delta z} = -\frac{\kappa}{\mu} \rho_f g \frac{\left(\frac{\Delta p_r}{\rho_f g} \right)}{\Delta z} = -\frac{\left(\frac{\Delta p}{\rho_f g} \right)}{c}$$

waarin Δp_r het ter plaatse van het referentieniveau berekende drukverschil is en c de hydraulische weerstand voor zoet water tussen de twee peilfilters.

Bewijs

Ter plaatse van het bovenste peilfilter wordt een stijghoogte gemeten corresponderend met een waterdruk p_1 . Ter plaatse van het onderste filter heerst een druk p_2 . De uitdrukking voor verticale stroming geschreven in de vorm van een differentievergelijking luidt:

$$q_z = -\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{z_1 - z_2} + \overline{\rho}_{12} g \right)$$

waarin $\overline{\rho}_{12}$ de gemiddelde dichtheid tussen de peilfilters representeert.

Gesteld wordt dat de verticale stroming kan worden geschreven als

$$q_z = -\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{(p_1 + \overline{\rho}_{1r} g(z_1 - z_r)) - (p_2 + \overline{\rho}_{2r} g(z_r - z_2))}{(z_1 - z_2)} \right)$$

waarin de index r verwijst naar het referentieniveau. De teller bevat de naar deze referentiediepte omgerekende waterdrukken. Herschikken van de termen levert

$$q_z = -\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{z_1 - z_2} + \frac{\overline{\rho}_{1r} g(z_1 - z_r) + \overline{\rho}_{2r} g(z_r - z_2)}{z_1 - z_2} \right)$$

Dat de tweede term gelijk is aan $\overline{\rho}_{12} g$ kan gezien worden door deze als volgt te schrijven

$$\begin{aligned}
\frac{g}{z_1 - z_2} \left(\overline{\rho}_{1r}(z_1 - z_r) + \overline{\rho}_{2r}(z_r - z_2) \right) &= \frac{g}{z_1 - z_2} \left(\int_{z_r}^{z_1} \rho dz + \int_{z_2}^{z_r} \rho dz \right) \\
&= \frac{g}{z_1 - z_2} \int_{z_2}^{z_1} \rho dz = \overline{\rho}_{12} g
\end{aligned}$$

waarmee de juistheid van de voorgestelde oplossing is aangetoond.

**Bijlage 2. Verticale stroming berekend uit de
gradiënt van de omgevingsstijghoog-
te**

Probleemstelling

Het berekenen van verticale stroming aan de hand van gemeten stijghoogten en bij aanwezigheid van dichtheidsverschillen.

Oplossing

Introduceer het begrip omgevingsstijghoogte ϕ_e . De omgevingsstijghoogte in een peilbuis is de stijghoogte die gemeten zou zijn als in de buis dezelfde concentratieverdeling aanwezig was als direct buiten de buis. Een uitdrukking voor de omgevingsstijghoogte kan worden verkregen door de druk ter plaatse van het peilfilter die volgt uit de gemeten stijghoogte, gelijk te stellen aan de druk die volgt uit de omgevingsstijghoogte:

$$\rho_p g(\phi_p - z_p) = \int_{z_p}^{\phi_{e,p}} \rho g dz$$

waarin	z_p	= diepte peilbuisfilter	[L]
	$\phi_{e,p}$	= omgevingsstijghoogte ter plaatse van het peilbuisfilter	[L]
	ϕ_p	= gemeten stijghoogte met uniforme dichtheid ρ_p in peilbuis	[L]
	ρ_p	= uniforme dichtheid in peilbuis	[M/L ³]
	ρ	= dichtheid direct buiten de peilbuis	[M/L ³]

De omgevingsstijghoogte ϕ_e kan alleen uit deze vergelijking worden afgeleid als de primitieve van ρ bekend is. In de praktijk is dit in het algemeen niet het geval. Toch is ϕ_e relatief eenvoudig te bepalen als aangenomen kan worden dat de dichtheid van het grondwater vanaf een zekere diepte z_c tot aan de grondwaterspiegel constant is ter grootte ρ_c . Over dit traject is dan namelijk wel de primitieve van ρ bekend, te weten $\rho_c z$. Er kan dan geschreven worden:

$$\rho_p g(\phi_p - z_p) = \int_{z_p}^{z_c} \rho g dz + \int_{z_c}^{\phi_{e,p}} \rho_c g dz = \bar{\rho} g(z_c - z_p) + \rho_c g(\phi_{e,p} - z_c)$$

waarin $\bar{\rho}$ de gemiddelde dichtheid tussen z_p en z_c voorstelt. Voor de omgevingsstijghoogte wordt gevonden:

$$\phi_{e,p} = \frac{\rho_p}{\rho_c}(\phi_p - z_p) + z_c - \frac{\bar{\rho}}{\rho_c}(z_c - z_p)$$

De verticale stroming kan vervolgens rechtstreeks berekend worden

uit de afgeleide omgevingsstijghoogten.

Bewijs

Voor de verticale stroming q_z geldt:

$$q_z = -\frac{\kappa_p}{\mu_p} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_p g \right)$$

waarin de index p verwijst naar parameters ter plaatse van het peilfilter. Substitutie en uitwerken van de uitdrukking voor ϕ_e levert:

$$\begin{aligned} q_z &= -\frac{\kappa_p}{\mu_p} \left\{ \frac{\partial}{\partial z_p} \left(\int_{z_p}^{\phi_{e,p}} \rho g dz \right) + \rho_p g \right\} \\ &= -\frac{\kappa_p}{\mu_p} \left\{ \left(\rho_{\phi_{e,p}} g \frac{\partial \phi_{e,p}}{\partial z_p} - \rho_p g \right) + \rho_p g \right\} \end{aligned}$$

ofwel met de dichtheid ρ_c boven in de peilbuis:

$$\begin{aligned} q_z &= -\frac{\kappa_p}{\mu_p} \rho_c g \frac{\partial \phi_{e,p}}{\partial z_p} \\ &= -\frac{\rho_c}{\rho_f} k_{f,p} \frac{\partial \phi_{e,p}}{\partial z_p} \end{aligned}$$

In deze vergelijking is $k_{f,p}$ de doorlatendheid voor zoet water ter plaatse van het peilfilter; ρ_c zal in praktische gevallen (vrijwel) gelijk zijn aan ρ_f .

Voor het berekenen van verticale stroming over een slecht doorlatende laag met hydraulische weerstand c (voor zoet water) wordt tenslotte een differentiebenadering toegepast:

$$q_z = -k \frac{\Delta \phi_e}{\Delta z} = -\frac{\Delta \phi_e}{c}$$

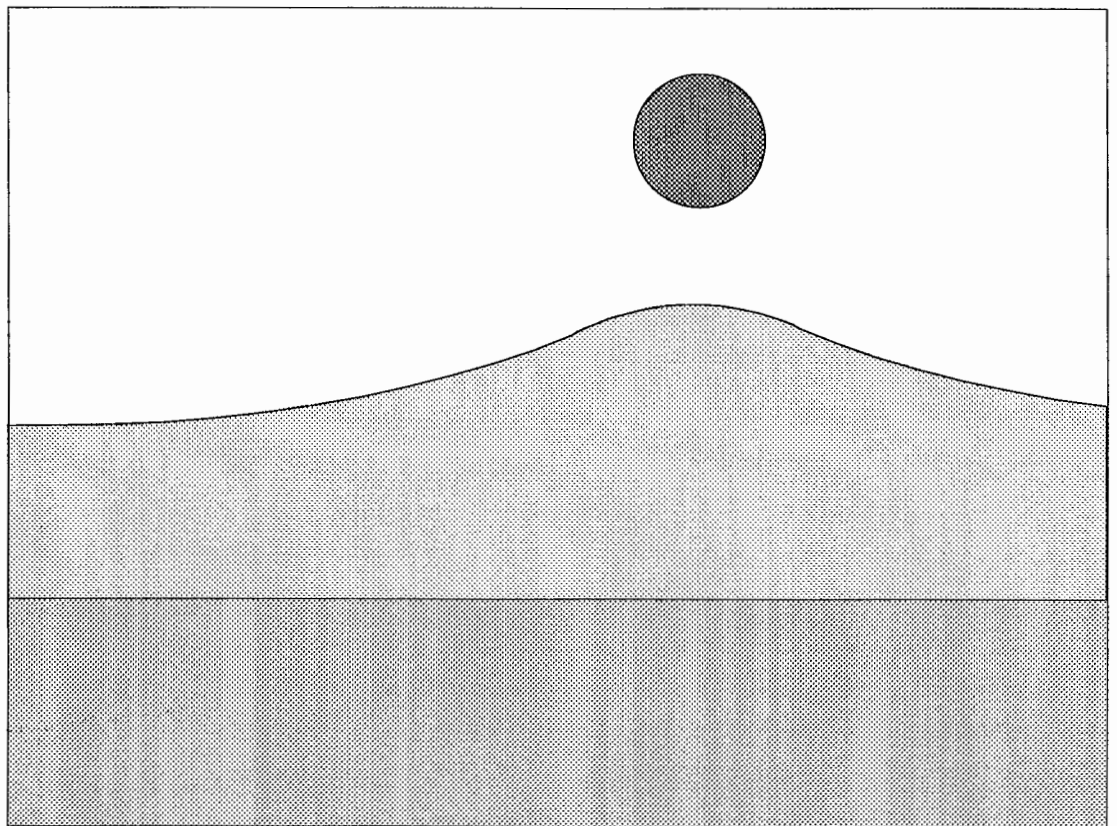
Hieruit blijkt dat in geval van dichtheidsverschillen de omgevingsstijghoogte op gelijke wijze toegepast kan worden voor het bereke-

nen van verticale stroming als de (zoetwater)stijghoogte bij uniform
zoet water.

bijvoegsel bij
kiwa mededeling
nummer **121**

rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater

- beknopt overzicht programmatuur -



bijvoegsel bij
kiwa mededeling
nummer **121**

rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater - beknopt overzicht programmatuur -

Opdrachtgever	: VEWIN
	: Hydrologie van Diepinfiltratie
Opdrachtnummer	: 881.707.200
Auteur	: ir. J.P. van der Eem
Afdeling	: Winning en Bodem

Onderzoek en Advies
Nieuwegein, november 1992

© 1992 KIWA N.V.

Niets uit dit drukwerk mag worden vervoelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van KIWA N.V., noch mag het zonder dergelijke toestemming worden gebruikt voor enig ander werk dan waarvoor het is vervaardigd.

1 INLEIDING

In KIWA mededeling 121 over het rekenen aan de stroming van zoet, brak en zout grondwater, worden enkele analytische oplossingen van zoet/zout vraagstukken en een aantal numerieke rekentechnieken beschreven. In de mededeling wordt niet of nauwelijks gesproken over specifieke rekenprogramma's, voornamelijk omdat dergelijke informatie snel door de tijd achterhaald wordt.

In de praktijk bestaat er natuurlijk wel belangstelling voor de namen en mogelijkheden van rekenprogramma's. In deze notitie wordt daarom een beknopt overzicht gegeven van programma's die in het kader van het project Hydrologie van Diepinfiltratie zijn toegepast. Soms is dit aangevuld met enige actuele informatie. De nummers achter de titels van de verschillende paragrafen verwijzen naar de nummers van de corresponderende paragrafen in de mededeling. Voor de ideeën achter de gepresenteerde analytische oplossingen en de (numerieke) rekentechnieken wordt naar de mededeling verwezen.

Voor verdere informatie over beschikbare programmatuur en/of aanpak van stromingsproblemen met dichtheidsverschillen kunt u natuurlijk altijd contact opnemen met medewerkers van de afdeling Winning en Bodem van KIWA N.V. Onderzoek en Advies in Nieuwegein.

2 ANALYTISCHE OPLOSSINGEN

Grensvlak onder een drain in een half-oneindig medium (3.2)

Voor het bepalen van de stationaire positie van het grensvlak onder een drain in een halfoneindig medium is bij KIWA het programma INCA beschikbaar: Interface in a Confined Aquifer. INCA berekent de positie in een tweedimensionaal verticaal vlak. De drain bevindt zich daarbij aan de bovenzijde van het watervoerende pakket. Aan de hand van één opgegeven punt van het grensvlak kan het programma elk ander punt van het scherpe grensvlak tussen zoet en zout water berekenen.

INCA komt zeer goed van pas bij het toetsen van tweedimensionale rekenprogramma's.

Grensvlak onder meerdere drains of putten (3.3)

Het programma DRACA (Drain in a Confined Aquifer) berekent de stijghoogteverandering in een volkomen afgesloten watervoerend pakket als gevolg van onttrekking of infiltratie door meerdere

drains. Net als INCA werkt het stationair in een verticale snede. De verandering wordt berekend ten opzichte van een op te geven referentiepunt. Op basis van de (geringe) stijghoogteverandering kan, in combinatie met het Badon-Ghijben principe, een schatting gemaakt worden van de positie van het grensvlak. Ook deze aanpak leent zich goed voor het testen van software.

Het programma DRACA is beschikbaar bij KIWA

Grensvlakken bij gebruik van de Dupuit aanname (3.4)

Verruijt (1992) beschrijft de oplossing voor de positie van een grensvlak in een oneindige landstrook met aan de ene zijde een on-doorlatende rand en aan de andere zijde uitstroming naar zee. De oplossing geeft het stationaire, driedimensionale beeld van het grensvlak tussen zoet en zout water. Van de geformuleerde oplossing is het programma STRIP beschikbaar. Het programma berekent onder meer de zoetwaterstijghoogte in het zoete water en de positie van het grensvlak. Bovendien tekent het programma het stroomlijnenpatroon.

3 SEMI-ANALYTISCHE EN NUMERIEKE REKENTECHNIEKEN

Vortices (4)

Voor de berekening van de tijdsafhankelijke positie van een grensvlak in een volkomen afgesloten watervoerend pakket onder invloed van infiltratie, onttrekking en natuurlijke afstroming is het programma MICA beschikbaar (Moving Interface in a Confined Aquifer).

Met dit interactieve programma kunnen snel simulaties worden uitgevoerd in een verticale snede, bijvoorbeeld voor het bepalen van de positie van het grensvlak onder een drain of onder een lijnvormige serie dicht bij elkaar geplaatste putten. Het programma is door KIWA in het kader van het onderzoeksproject Hydrologie van Diepinfiltratie opgesteld.

Numerieke technieken met scherpe grensvlakbenadering (5)

Een eindige elementen techniek vormt de basis van het programma BADON (Verruijt, 1990). Dit programma berekent de tijdsafhankelijke positie van een grensvlak in één watervoerend pakket als functie van de plaats in een horizontaal vlak. Er wordt zo een

driedimensionaal beeld van het grensvlak verkregen. BADON kan via A. Verruijt (TU Delft) aangeschaft worden.

In het programma SALTP (Van der Eem, 1988) is de invloed van de onvolkomenheid van putten op de drukverdeling in het watervoerende pakket verdisconteerd. Dit gebeurt door in de zoet- en zoutwaterlaag te rekenen met gemiddelde zoet- en zoutwaterstijghoogten over de dikte van beide lagen. Het grensvlak bevindt zich bij SALTP in het onderste van drie watervoerende pakketten. SALTP geeft vooral een beter beeld van het tijdsafhankelijke gedrag van een grensvlak onder een puttenveld. De uitbreiding voor onvolkomen putten is door KIWA in het kader van het project Hydrologie van Diepinfiltratie ingebracht.

Het gebruik van de stroomfunctie (6)

Zoals in mededeling 121 is uiteengezet kan in principe elk willekeurig programma voor de berekening van stijghoogten van grondwater met uniforme dichtheid gebruikt worden om de tweedimensionale stroming in een verticale snede te berekenen in geval van variabele dichtheid. De resultaten van zo'n berekening zijn de stroomsnelheid bij de huidige verdeling van zoet, brak en zout grondwater. Infiltraties en onttrekkingen midden in het stromingsveld (aangeduid als interne bronnen) kunnen echter niet worden gemodelleerd.

Het programma SLEM van Van den Akker (Stroomlijnen met de Eindige Elementen Methode), dat in zijn geheel toegesneden is op het gebruik van de stroomfunctie, kan wel met interne putten rekenen. Het programma bepaalt overigens wel het stromingsveld, maar niet de nieuwe positie van zoet, brak en zout grondwater als gevolg van de berekende grondwaterstroming.

Olsthoorn (1990a en 1990b) berekent met zijn spreadsheet het stromingsbeeld en de tijdsafhankelijke verdeling van zoet, brak en zout grondwater. Dit laatste doet hij op basis van een zoutbalans, die eenvoudig volgt uit het berekende stromingsbeeld. Bij de interpretatie van de rekenresultaten dient wel rekening gehouden te worden met numerieke dispersie. Bovendien kunnen geen interne bronnen worden gesimuleerd.

Stoftransportmodellen (7)

Het programma SUTRA (Voss, 1984) kan het tweedimensionale transport van stoffen in grondwater berekenen, ook als de opgeloste stof de dichtheid van het grondwater beïnvloedt. Het programma is gebaseerd op een eindige elementen benadering. Zoals in de mededeling is aangegeven zal dus veel aandacht besteed moeten worden aan het beheersen van de numerieke dispersie en het beperken of onderdrukken van de instabiliteiten. De invoer van het programma

is overigens omvangrijk en behoorlijk gecompliceerd. SUTRA wordt in Nederland gedistribueerd door het IGWMC in Delft.

Het door Konikow en Bredehoeft (1978) opgestelde programma is wellicht de bekendste numerieke code op het gebied van stoftransport in grondwater. Het maakt gebruik van de methode der karakteristieken (MOC, Method Of Characteristics), waaraan het programma zelfs zijn naam ontleend. Het originele programma houdt geen rekening met dichtheidsverschillen. In een later stadium is de MOC-Dense code uitgebracht (Sanford & Konikow, 1985), waarin deze dichtheidsverschillen wel verwerkt zijn. De auteur heeft met een eerste versie van dit MOC-Dense programma nogal wat problemen ondervonden. Inmiddels is een nieuwe versie verschenen. Of daarmee ook alle problemen zijn opgelost, is niet bekend. Bij KIWA wordt gebruik gemaakt van een aangepaste versie van de originele MOC-code, zoals voorgesteld door Lebbe (1984). De benodigde aanpassingen zijn overigens gering (Van der Eem, 1987).

Met dit aangepaste MOC programma kunnen simulaties in een verticale snede worden uitgevoerd. Gezien de wijze waarop het stoftransport in het programma is geïmplementeerd, is het overigens niet mogelijk om met MOC een radiaalsymmetrisch probleem uit te werken. Met de eerder vermelde SUTRA code kan dit wel.

Inmiddels zijn er ook driedimensionale stoftransportmodellen beschikbaar. In Nederland is vooral de METROPOOL code van het RIVM bekend. Het betreft in feite een verzameling van rekencodes, waaraan voor- en nabewerkingsprogramma's zijn toegevoegd.

Bij de modellering van een stromingsprobleem wordt uitgegaan van kubusachtige elementen. Het aantal rijen, kolommen en lagen in het netwerk is constant. Wel kunnen afstanden tussen rijen, kolommen en lagen van plaats tot plaats variëren. Hetzelfde geldt overigens voor de meeste stromings- en stoftransportparameters. Voor het oplossen van zowel de stromings- als de stoftransportvergelijking wordt de eindige elementen techniek toegepast.

Vanwege het driedimensionale karakter van METROPOOL vergt het doorrekenen van reële stoftransportproblemen krachtige computers.

- AKKER, C. VAN DEN (1982) Numerical analysis of the stream function in plane groundwater flow, PhD-thesis, Delft.
- EEM, J.P. VAN DER (1984). "SALT1, een komputerprogramma voor het berekenen van de positie van het zoet/zout-grensvlak in een drielaags watervoerend systeem." Afstudeerscriptie Technische Universiteit Delft.
- EEM, J.P. VAN DER (1987). "Aanpassing Konikow-Bredehoeft voor dichtheidsverschillen". Interne KIWA notitie.
- EEM, J.P. VAN DER (1988). "Partially penetrating wells in a Dupuit type fresh/saline finite element model". Proceedings of the 10th Salt-Water Intrusion Meeting, Ghent, 1988; Natuurwetenschappelijk tijdschrift, vol. 70, 1988, p210-218. Ook verschenen als KIWA rapport SWE 89.011, Nieuwegein.
- KONIKOW, L.F. & J.D. BREDEHOEFT (1978). "Computer model of two-dimensional solute transport and dispersion in ground water". Techniques of water resources investigations of the United States Geological Survey, Book 7, chapter C2. United States government printing office, Washington.
- LEBBE, L. (1983). "Mathematical model of the evolution of the fresh water lens under the dunes and beach with semi-diurnal tides". Proceedings of the 8th Salt Water Intrusion Meeting, Bari, Italy.
- LEBBE, L. (1984). "Numerische simulatie van grondwaterkwaliteitsproblemen als hulp bij het beheer van de watervoorraden in het Vlaamse kustgebied". Tijdschrift Becewa (76).
- OLSTHOORN, T.N. (1990a). "Grondwatermodellering met behulp van een spreadsheet... voorraadvorming bij variabele dichtheid in een heterogene bodem (1)". H₂O, Vol. 23, No. 23, p640-645.
- OLSTHOORN, T.N. (1990b). "Grondwatermodellering met behulp van een spreadsheet... voorraadvorming bij variabele dichtheid in een heterogene bodem (2)". H₂O, Vol. 23, No. 24, p664-669.
- PETERS, J.H. (1983b). "De stroming van zoet en zout grondwater in een 'confined aquifer' berekend met vortexbeleggingen". KIWA rapport SWE-83.002, Nieuwegein.
- SANFORD, W.E. & L.F. KONIKOW (1985). "A two-constituent solute-transport model for ground water having variable density". U.S. Geological Survey. Water Resources Investigations Report 85-4279. Denver, Colorado.
- VERRUIJT, A. (1990). "BADON 2.2, User's manual". A. Verruijt, Delft.
- VERRUIJT, A. (1992). "Interface flow in an infinite strip". Delft University of Technology.
- VOSS, C.I. (1984). "SUTRA, saturated-unsaturated transport." U.S. Geological Survey, National Center Reston, Virginia.