

PROVINCIE NOORD-BRABANT AFDELING WATER
no. 1960
code 42-96

EXTRAPOLATIE VAN KORTE MEETREEKSEN

UIT LANDBOUWBUIZEN

Auteur : Dr.Ir. F.C. van Geer  
Ing. J.W.M. Lambert  
Rapport nr. : PN 89-03  
Datum : januari 1989

D I E N S T G R O N D W A T E R V E R K E N N I N G T N O

D e l f t / O o s t e r w o l d e

BIDOC PROVINCIEHUIS N-BR.  
  
3 2500 00047 7464

210112

1. Inleiding

Dit rapport is de verantwoording van een onderzoek naar de bruikbaarheid van korte grondwaterstandsreeksen dat is uitgevoerd in het kader van het L & V doelsubsidieproject "geostatistiek voor de agrohydrologie". De doelstelling van dit doelsubsidieproject was:

het ontwikkelen van methoden om de informatie van korte, onderbroken en inhomogene waarnemingsreeksen te kwantificeren, mede in combinatie met andere beschikbare geohydrologische en meteorologische gegevens. Daarbij wordt niet alleen gedoeld op het beschrijven van het karakter van een waarnemingsreeks, maar ook op het kwantificeren van de betrouwbaarheid van die beschrijving. Bovendien is inzicht gewenst over de representativiteit van puntwaarnemingen voor een geohydrologische eenheid of een deel daarvan.

Vanuit deze doelstelling is bij het in dit rapport beschreven onderzoek gekozen voor een beperktere doelstelling:

het onderzoeken van de mogelijkheid om korte waarnemingsreeksen te extrapoleren al dan niet gebruikmakend van neerslag/verdampingscijfers of andere grondwaterstandsmeetreeksen.

In dit rapport wordt in hoofdstuk 2 eerst een probleembeschrijving gegeven. Vervolgens wordt in hoofdstuk 3 ingegaan op de gevolgde werkwijze. Hoofdstuk 4 behandelt de toepassing van de extrapolatie technieken op een aantal meetreeksen. Ten slotte worden in hoofdstuk 5 conclusies getrokken.

2. PROBLEEMBESCHRIJVING

Ten einde over informatie te beschikken over de actuele hoogte en variatie van de freatische grondwaterstand, zijn op een groot aantal lokaties in Nederland ondiepe waarnemingspunten geïnstalleerd (de "landbouwbuizen"). In het Archief van Grondwaterstanden van DGV-TNO zijn meer dan 7000 meetreeksen van landbouwbuizen opgenomen. Veel van de meetreeksen van landbouwbuizen zijn echter niet over langere tijd ononderbroken waargenomen. Dit in tegenstelling tot meetreeksen van diepere peilputten. Frequent voorkomend zijn:

- korte meetreeksen (ca. 5 jaar)
- meetreeksen met veel missende waarnemingen
- beëindigde meetreeksen (al dan niet tijdelijk)
- inhomogene reeksen (bv. door verplaatsing).

In dit rapport wordt alleen ingegaan op de extrapolatie van korte meetreeksen. Bij dit onderzoek is ervan uitgegaan dat er een waarnemingsreeks gedurende vijf jaar is waargenomen met een meetfrequentie van 24 waarnemingen per jaar. Zowel voor als na deze periode zijn er gegevens over de neerslag/verdamping en andere grondwaterstands meetreeksen. In dit onderzoek zijn vier extrapolatie methoden toegepast en vergeleken, waarbij ook de betrouwbaarheid van de extrapolatie is gekwantificeerd.

3. EXTRAPOLATIE METHODEN

De korte grondwaterstandsmeetreeksen van de landbouwbuisen zijn met vier verschillende methoden geëxtrapoleerd:

1. op basis van de waarnemingen van de landbouwbuis zelf
2. op basis van gegevens van het neerslagoverschot
3. op basis van een grondwaterstandsmeetreeks van een peilput uit het onderliggende pakket
4. op basis van een grondwaterstandsmeetreeks van een andere landbouwbuis

Bij de vier methoden wordt gebruik gemaakt van tijdreeks modellering. De principes van tijdreeks modellering zijn kort uiteengezet in bijlage I. Een uitgebreide beschrijving van dit onderwerp is te vinden in Box and Jenkins (1976).

Bij de extrapolatie op basis van de reeks zelf wordt de grondwaterstandsreeks gemodelleerd als een lineaire transformatie van een onbekend witte ruis proces. Zo'n model wordt een ARIMA model genoemd. In figuur 1 is een schematische voorstelling van een ARIMA model gegeven.



Fig. 1. Schematische voorstelling van een ARIMA model.

Mathematisch wordt een ARIMA model geformuleerd als:

$$\{h(t)-c\} = \phi_1\{h(t-1)-c\} + \dots + \phi_p\{h(t-p)-c\} + a(t) - \theta_1 a(t-1) - \dots - \theta_q a(t-q) \quad (1)$$

waarin:

$h(t)$  de grondwaterstand op tijdstip  $t$

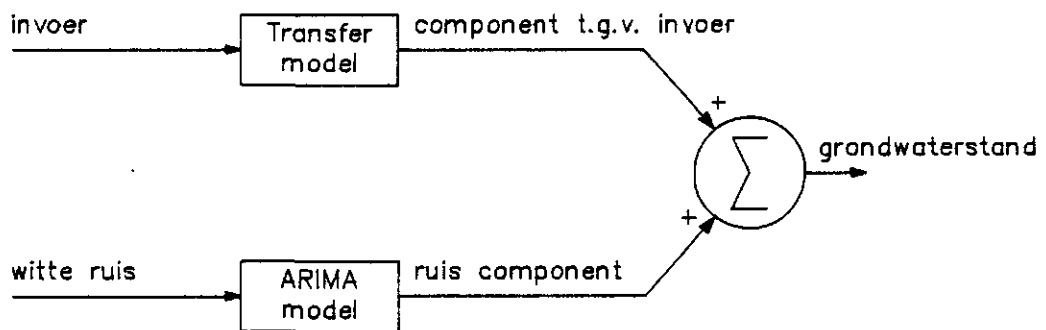
$a(t)$  het witte ruis proces op tijdstip  $t$

$\phi_1, \dots, \phi_p$  model parameter

$\theta_1, \dots, \theta_q$  model parameter

$c$  een constante

Bij de modellering met een ARIMA model wordt getracht het karakter van de reeks met de vijf jaar waarnemingen te beschrijven, waarna zonder verdere informatie de reeks wordt geëxtrapoleerd. Het zal duidelijk zijn dat bij het gebruik van een ARIMA model voor extrapolatie over langere termijn, de geëxtrapoleerde waarden het gemiddelde jaarverloop zullen volgen. Bij de extrapolatie op basis van het neerslagoverschot, een diepe grondwaterstandsreeks of een andere landbouwbuis wordt gebruik gemaakt van een transfer/ruis model. Een schematische voorstelling van een transfer/ruis model is gegeven in figuur 2.



Figuur 2. Schematische voorstelling van een transfer/ruis model.

Mathematisch wordt een transfer/ruis model geformuleerd als:

$$h_1(t) = \delta_1 h_1(t-1) + \dots + \delta_r h_1(t-r) + \omega_0 x(t) - \omega_1 x(t-1) - \dots - \omega_s x(t-s) \quad (2)$$

$$\{n(t)-c\} = \phi_1\{n(t-1)-c\} + \dots + \phi_p\{n(t-p)-c\} + a(t) - \theta_1 a(t-1) - \dots - \theta_q a(t-q) \quad (3)$$

$$h(t) = h_1(t) + n(t) \quad (4)$$

waarin:  $h_1(t)$  de component van de grondwaterstand ten gevolge van de invoer op het tijdstip  $t$

$x(t)$  de invoer op het tijdstip  $t$

$n(t)-c$  de ruis component van de grondwaterstand op het tijdstip  $t$  (met  $c$  een constante)

$a(t)$  het witte ruis proces op het tijdstip  $t$

$h(t)$  de grondwaterstand op het tijdstip  $t$

$\delta_1, \dots, \delta_2$

$\omega_0, \omega_s$  model parameters

$\phi_1, \dots, \phi_p$

$\theta_1, \dots, \theta_q$

De invoerreeks in het transfer/ruis model is in deze studie achter-eenvolgens het neerslagoverschot, de diepe reeks 12H P32 en de landbouwbuis 12H L25. Een voordeel van een transfer/ruis model ten opzichte van het ARIMA model is dat bij de extrapolatie kan worden beschikt over waarnemingen van de invoer van het model. Daarmee wordt de actuele situatie bij de extrapolatie betrokken, zodat de extrapolatie met een transfer/ruis model in het algemeen betere resultaten geeft dan met een ARIMA model.

#### Betrouwbaarheid

Zowel bij het ARIMA model als bij het transfer/ruis model wordt op twee plaatsen in het extrapolatie proces informatie over de betrouwbaarheid verkregen, bij het schatten van de modelparameters en bij de extrapolatie.

De parameters van een tijdreeks model moeten worden geschat uit de waarnemingen (zie bijlage I). Een consequentie daarvan is dat de geschatte parameters behept zullen zijn met een schattingsfout. Bij de schattingsprocedure wordt een indicatie van de ordegrootte van de schattingsfout gegeven middels de standaardafwijking. De grootte van deze standaardafwijking is afhankelijk van het karakter van de

tijdreeks en van de reekslengte. De standaardafwijking van de schattingsfout kan worden gezien als een maat voor de betrouwbaarheid van het model. In deze studie is geen onderzoek gedaan naar de relatie tussen modelbetrouwbaarheid en reekslengte. Er is volstaan met het controleren of de geschatte parameters statistisch significant zijn.

Een tweede plaats waar sprake is van betrouwbaarheid is bij de extrapolatie. Nadat een tijdreeksmodel is geaccepteerd is het witte ruis proces de enige bron van onzekerheid. In het model is het witte ruis proces gekarakteriseerd door de variantie. Bij de extrapolatie wordt op basis van deze variantie een betrouwbaarheidsinterval geconstrueerd. De grootte van de variantie van het witte ruis proces is afhankelijk van het karakter van de tijdreeks en van de modelvorm (het aantal parameters), maar niet van de reekslengte.

4. TOEPASSING

4.1 Algemeen

Binnen de waterhuishoudkundige eenheid Veenkoloniën werden voor het onderzoek zeven landbouwbuizen en één diepe peilput (12H P32) geselecteerd. De meetpunten zijn gegeven in tabel 1. De lokatie van de meetpunten is gegeven in bijlage II.

Tabel 1

waarnemingspunt	perioden van aaneengesloten waarnemingen
12HL12	1983 t/m 1986
12HL13	1968 t/m 1982
12HL18	1968 t/m 1974, 1975 t/m 1979
12HL21	1964 t/m 1966, 1978 t/m 1986
12HL22	1981 t/m 1986
12HL23	1972 t/m 1986
12HL25	1972 t/m 1986
12HP32	1970 t/m 1986

De in tabel 1 gegeven meetreeksen hebben een basisfrequentie van 24 maal per jaar en zijn opgeslagen in het DGV-TNO archief van grondwaterstanden. De technische gegevens zijn samengevat in bijlage III, terwijl in bijlage IV het stijghoogteverloop is gegeven.

Voor de extrapolatie is de periode 1980 t/m 1986 gekozen. Daarbij is de periode 1981 t/m 1985 gebruikt om de parameters te ijken terwijl de extrapolatie is uitgevoerd voor het jaar 1986. Voor deze periode kwamen de landbouwbuizen 12H L21, 12H L22, 12H L23 en 12H L25 voor extrapolatie in aanmerking. De landbouwbuizen zijn geëxtrapoleerd op basis van:

- het ARIMA model van de landbouwbuis zelf
- het transfermodel met het neerslagoverschot (station Eelde)
- het transfermodel met de diepe meetreeks 12H P32
- het transfermodel met de landbouwbuis 12H L25



Het neerslagoverschot is berekend volgens:

$$N(t) = P(t) - 0.8E_0(t)$$

waarin:

$N(t)$  het neerslagoverschot

$P(t)$  de bruto neerslag

$E_0(t)$  de potentiële verdamping volgens de formule van Penman.

Het neerslagoverschot is ook grafisch weergegeven in bijlage IV.

Zoals gesteld in hoofdstuk 3 is geen onderzoek gedaan naar de relatie tussen de reekslengte en de betrouwbaarheid. Om toch enige indicatie daaromtrent te hebben zijn voor alle in tabel 1 genoemde perioden twee modellen gemaakt:

- een ARIMA model
- een transfer model op basis van het neerslag overschot (Eelde).

Alle modellering resultaten zijn per landbouwbuis verzameld in de bijlage V. Daarin zijn de standaard afwijkingen van de model parameters tussen haakjes opgenomen. De extrapolatie van de landbouwbuizen zijn grafisch weergegeven in de figuren van bijlage VI. In die figuren is steeds de waargenomen grondwaterstand over de jaren 1985 en 1986 gegeven. De waarnemingen over 1985 zijn gebruikt bij de modellering. Voor het jaar 1986 zijn naast de geëxtrapoleerde waarden ook de 90% betrouwbaarheidsbanden opgenomen. De waarnemingen over het jaar 1986 zijn gegeven ter vergelijking met de geëxtrapoleerde waarden.

5. CONCLUSIES

Uit de grafieken op bijlage VI kan worden afgeleid dat een extrapolatie op basis van een ARIMA model niet tot zinvolle resultaten leidt. Bij alle landbouwbuizen is het verschil tussen deze extrapolatie en de waargenomen grondwaterstand groot ten opzichte van de andere drie extrapolatiemethoden. Bovendien loopt de waargenomen grondwaterstand buiten het 90% betrouwbaarheidsinterval. Daarvoor zijn mogelijke verklaringen:

- de modelperiode van vijf jaar is te kort om een betrouwbaar seizoensmodel te maken. Dit komt onder meer tot uiting door een te lage schatting van de variantie van het witte ruis proces. Voor de extrapolatie heeft dat tot gevolg dat de betrouwbaarheidsintervallen te klein zijn, ook al zijn de geschatte modelparameters redelijk. Er wordt dus een grotere nauwkeurigheid gesuggereerd dan in werkelijkheid gehaald wordt.
- de extrapolatie op basis van een ARIMA model is op te vatten als een soort regiemcurve, zonder dat actuele informatie in rekening is gebracht. Dit houdt in dat in "extreme" situaties de waargenomen grondwaterstanden gedurende een aantal maanden buiten het betrouwbaarheidsinterval liggen. Bij een extrapolatie over meerdere jaren zou daar tegenover moeten staan, dat grote delen van de waargenomen grondwaterstand binnen het betrouwbaarheidsinterval liggen.

Overigens is, zoals eerder is gesteld, geen verder onderzoek gedaan naar de relatie tussen reekslengte en modelbetrouwbaarheid.

De drie extrapolatiemethoden op basis van transfer/ruis modellen geven alle drie goed bruikbare resultaten. Daarbij is het opvallend dat voor alle landbouwbuizen de extrapolatie op basis van het neerslagoverschot beter bij de waargenomen grondwaterstand aansluit dan de extrapolatie op basis van de diepe reeks 12H P32. Dit duidt op het feit dat in dit gebied de freatische grondwaterstand directer reageert op het neerslagoverschot dan op de potentiaal in het daaronder gelegen pakket. Overigens kan dit bij een andere geohydrologische gesteldheid anders zijn. In tegenstelling tot de ARIMA

modellen is de modelbetrouwbaarheid van de transfer/ruis modellen over een periode van vijf jaar acceptabel. Dit blijkt uit de vergelijking van de modellen over verschillende periodelengte in bijlage V.

Op basis van de extrapolatie van de landbouwbuisen 12H L21, 12H L22 en 12H L23 kan geen algemene uitspraak worden gedaan welk van de twee modellen (neerslagoverschot of landbouwbuis 12H L25) het beste resultaat geeft. Bij 12H L21 lijkt het model met het neerslagoverschot iets beter aan te sluiten, terwijl bij de andere twee landbouwbuisen het model met 12H L25 dichter bij de waargenomen reeks ligt. Afhankelijk van het beoogde doel kan voor een van beide methoden worden gekozen. Dit wordt hier geïllustreerd aan de hand van twee doelen:

- beschrijven van de "natuurlijke" situatie - kwaliteits controle van waarnemingen

Voor wat betreft de kwaliteitscontrole is van belang dat de reeks zo goed mogelijk beschreven wordt, onafhankelijk van de oorzaak van de relatie tussen invoer- en uitvoerreeks. Opmerkelijk in dit verband is de negatieve piek die in de grondwaterstanden is opgetreden in februari/maart van 1986 (vier tijdstappen na het begin van de extrapolatie). De extrapolatie met het neerslagoverschot volgt die daling niet, terwijl de extrapolatie met 12H L25 wel een piek vertoont (evenals bij de extrapolatie met 12H P32). De negatieve piek is klaarblijkelijk veroorzaakt door een andere regionale oorzaak dan variaties in het neerslagoverschot. Het duidelijkste is dit waar te nemen bij 12H L22. Bij keuze van een model met het neerslagoverschot voor kwaliteitscontrole zal een afwijking gesignaleerd worden. Dit in tegenstelling tot extrapolatie op basis van de landbouwbuis 12H L25. Voor kwaliteitscontrole is een model op basis van de landbouwbuis 12H L25 te prefereren. In het algemeen kan echter gesteld worden dat lang niet altijd een waarnemingsreeks van een landbouwbuis uit de juiste periode beschikbaar is. In dat geval is men genoodzaakt op het neerslagoverschot of een diepe meetreeks terug te vallen. Bij het beschrijven van het natuurlijke regime ligt

de situatie andersom. Bij extrapolatie met de landbouwbuis 12H L25 zou ten onrechte een negatieve piek als natuurlijk aangemerkt kunnen worden. In dit geval geeft een vergelijking van beide methoden het meeste inzicht.

Uiteraard kunnen op basis van enkele modellen geen definitieve conclusies over de ruimtelijke representativiteit worden getrokken. Desalniettemin geven de modellen wel een aantal aanwijzingen in die richting. Uit het feit dat de reeksen 12H L21, 12H L22 en 12H L23 goed met de reeks 12H L25 geëxtrapoléerd kunnen worden valt af te leiden dat er een ruimtelijk verband aanwezig is. Dit is ook niet verwonderlijk aangezien alle landbouwbuisen sterk door het neerslagoverschot zijn beïnvloed. Wel interessant zijn de volgende twee constateringen:

- Er is geen enkele aanwijzing dat er een relatie bestaat tussen de afstand van het beschouwde meetpunt tot het meetpunt 12H L25 en de mate waarin de extrapolatie aansluit bij de waarnemingen. Zo volgt het model in het punt 12H L23 veel beter de waarnemingen dan in het punt 12H L21.
- Naar aanleiding van de in de vorige paragraaf genoemde negatieve piek in alle grondwaterstandsreeksen kan geconcludeerd worden dat er een regionale oorzaak aanwezig is die niet samenhangt met het neerslagoverschot. Aangezien de negatieve piek ook in het onderliggende watervoerende pakket (12H P32) aanwezig is, kan de hypothese worden gepostuleerd dat de relatie tussen twee landbouwbuisen in hoofdzaak kan worden verklaard door het neerslagoverschot en het onderliggende watervoerende pakket. De extrapolatie zou daarom mogelijk verbeterd kunnen worden door tegelijkertijd gebruik te maken van gegevens over het neerslagoverschot en de potentiaal in het onderliggende pakket.

Literatuur

Box, G.E.P. en Jenkins, G. (1976)

Time series analysis; forecasting and control. Holden Day,  
San Francisco, USA

## Bijlage 1

### 1. ARIMA MODELLEN

Bij univariate modellering wordt een model voor de meetreeks opgesteld en de waarden van de parameters geschat uit de informatie die in de meetreeks aanwezig is. Daartoe wordt de uitvoerreeks (de stijghoogtemeetreeks) beschouwd als een lineaire transformatie van een witte ruisreeks (een reeks, opgebouwd uit stochastisch onafhankelijke trekkingen uit één verdeling). De tijdreeksmodellen die zo'n lineaire transformatie beschrijven worden Auto Regressive Integrated Moving Average Modellen genoemd (ARIMA). Een visuele illustratie van een ARIMA-model is gegeven in het blokschema van fig. I. De algemene formulering van een ARIMA-model is:

$$\{h(t)-c\} = \phi_1\{h(t-1)-c\} + \dots + \phi_p\{h(t-p)-c\} + a(t) - \theta_1 a(t-1) - \dots - \theta_q a(t-q)$$

(I.1)

waarin:

$h(t)$  de stijghoogte op het tijdstip  $t$

$a(t)$  de witte ruis op het tijdstip  $t$

$\phi_1$  t/m  $\phi_p$  de autoregressieve coëfficiënten

$\theta_1$  t/m  $\theta_q$  de moving average coëfficiënten

$c$  een constante



Fig. I.1 - Blokschema van een ARIMA-model

In feite beschrijft zo'n model de stijghoogte op een bepaald tijdstip als een lineaire combinatie van de stijghoogte op voorgaande tijdstippen, aangevuld met een lineaire combinatie van waarden van de witte ruis.

In (I.1) is een ARIMA-model gegeven voor een niet-periodieke tijdreeks. Dit model kan zonder theoretische moeilijkheden worden

uitgebreid tot een periodiek model. Een voorbeeld van een periodiek model met een periode  $s$  is:

$$h(t) = \phi_s h(t-s) + a(t) - \theta_s a(t-s) \quad (I.2)$$

Ook een combinatie van een periodiek en een niet-periodiek model is mogelijk.

Sommige tijdreeksen zijn statistisch niet-stationair, dat wil zeggen dat ze een trendmatig verloop vertonen. Onder bepaalde omstandigheden kan zo'n reeks gemodelleerd worden door het model niet toe te passen op de tijdreeks zelf maar op een gedifferentieerde reeks (verschil-reeks). Bij voorbeeld een éénmaal gedifferentieerde reeks is:

$$w(t) = h(t) - h(t-1) \quad (I.3)$$

en een "seizoens-gedifferentieerde" reeks is:

$$w(t) = h(t) - h(t-s) \quad (I.4)$$

## 2. TRANSFER/RUISMODELLEN

Bij het beschrijven van een stijghoogtemeetreeks met behulp van een ARIMA-model wordt alleen de informatie van de stijghoogtemetingen zelf gebruikt. Vaak beschikt men echter over meer informatie in de vorm van tijdreeksen (invoerreeksen) zoals bijvoorbeeld meetreeksen van stijghoogte in andere meetputten, neerslag, onttrekkingen, enz. Bij transfermodellering wordt getracht een zo groot mogelijk deel van de te modelleren stijghoogtereeks te verklaren uit één of meer invoerreeksen. In feite worden de invoerreeksen gezien als een oorzaak van het stijghoogteverloop. Behalve waargenomen invoerreeksen kunnen ook artificiële reeksen als invoer bij transfermodellen worden gebruikt, zoals bijvoorbeeld een stapfunctie of een lineair verloop. Met artificiële invoerreeksen kunnen soms relaties worden gelegd met oorzaken van stijghoogteveranderingen, die niet of

moeilijk kwantificeerbaar zijn (bijv. ruilverkavelingen). De gedachtengang achter een transfermodel kan onderverdeeld worden in drie stappen.

- A. Het is niet mogelijk alle oorzaken die de stijghoogtereeks beïnvloeden met een transfermodel te modelleren, omdat uit een beperkte hoeveelheid gegevens maar een beperkt aantal relaties tussen invoerreeksen enerzijds en de stijghoogtereeks anderzijds bepaald kan worden en bovendien niet alle oorzaken in de vorm van tijdreeksen beschikbaar zijn. Daarom worden de oorzaken in twee groepen gesplitst:
- a. een klein aantal belangrijke oorzaken, waarvan tijdreeksen beschikbaar zijn. In deze groep vallen ook eventuele artificiële reeksen;
  - b. alle overige oorzaken. Deze worden samengevoegd tot één (denkbeeldige en onbekende) oorzaak, die de "ruis" wordt genoemd.
- B. Elke oorzaak is verantwoordelijk voor een component van de stijghoogtereeks. Iedere component van de stijghoogte is de uitvoerreeks van een lineair model (= een transfermodel) met de bijbehorende oorzaak als invoerreeks. De algemene wiskundige formulering van zo'n transfermodel geeft veel overeenkomsten met het ARIMA-model:

$$h_1(t) = \delta_1 h_1(t-1) + \dots + \delta_r h_1(t-r) + \omega_0 x(t-b) - \omega_1 x(t-b-1) - \dots - \omega_s x(t-b-s) \quad (I.5)$$

waarin:  $h_1(t)$  de component van de stijghoogte ten gevolge van de invoerreeks  $x(t)$  op het tijdstip  $t$   
 $x(t)$  een invoerreeks op tijdstip  $t$   
 $\delta_1$  t/m  $\delta_r$  de autoregressieve coëfficiënten  
 $\omega_0$  t/m  $\omega_s$  de moving average coëfficiënten  
 $b$  de vertragingstijd

Het belangrijke verschil met een ARIMA-model is dat de invoerreeks geen onbekende witte ruis is, maar een gemeten reeks.



Dit heeft als consequentie dat de coëfficiënten  $\omega_0$  t/m  $\omega_s$  niet dimensieloos zijn en dat de coëfficiënt  $\omega_0$  optreedt als een soort schalingsparameter. Bovendien kan er sprake zijn van een vertraagde reactie van de stijghoogte op een oorzaak. Het is bijvoorbeeld goed mogelijk dat de invloed van een winning op de stijghoogte in een ander watervoerend pakket pas na enige tijd merkbaar is. Daarom is in een transfermodel de vertragingstijd  $b$  opgenomen.

Voor de component van de stijghoogte ten gevolge van de ruis  $n(t)$  is de formulering van het lineaire model gelijk aan het ARIMA-model (I.1), waarbij weer wordt aangenomen dat de drijvende kracht een witte-ruisproces is.

- C. De derde stap is dat de optredende stijghoogte de som is van alle componenten (inclusief de ruiscomponent).

In formulevorm:

$$h(t) = h_1(t)h_2(t) + \dots + n(t)$$

Het blokschema van een transfer/ruismodel is gegeven in figuur I.2.

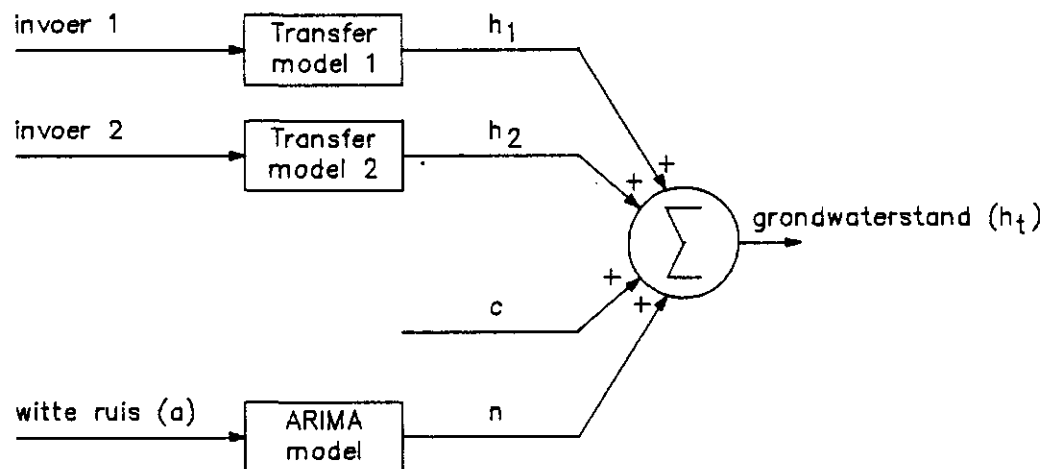


Fig. I.2. Blokschema van een transfer/ruismodel

### 3. VOORONDERSTELLINGEN

Bij de transfer/ruismodellen zijn de volgende vooronderstellingen gemaakt:

1. Elk afzonderlijk model is lineair met constante parameters. Met andere woorden de relatie tussen de invoerreeks en de betreffende component van de grondwaterstand wordt verondersteld lineair te zijn.
2. De optredende grondwaterstand is de som van de afzonderlijke componenten (superpositie beginsel).
3. De ruiscomponent is een stationair proces. Dat houdt onder andere in dat de ruiscomponent geen trend mag vertonen.
4. De ruiscomponent en de component ten gevolge van het neerslagoverschot zijn onafhankelijk. De seizoensfluctuaties moeten geheel uit de fluctuaties in het neerslagoverschot verklaard worden. De ruiscomponent mag geen seizoenscomponent bevatten.
5. De ruiscomponent en de component ten gevolge van de invoerreeksen zijn onafhankelijk. Met andere woorden er is geen andere oorzaak die het grondwater op dezelfde wijze beïnvloed als de betreffende invoerreeks.

Deze vooronderstelling zal in elk individuele situatie aannemelijk gemaakt moeten worden.

Alle parameters van het transfer/ruismodel worden simultaan met de Maximum Likelihood methode bepaald. Voor nadere informatie over de keuze van de modelvorm (het aantal parameters) en het bepalen van de waarden van de parameters, wordt verwezen naar Box en Jenkins (1976), waarin tevens de theoretische grondslagen van transfer/ruismodellen wordt behandeld.

### 4. WERKWIJZE MODELBEREKENING

De transfermodellen en het ruismodel zijn op voorhand niet bekend en moeten uit waarnemingen worden geschat. Deze schatting verloopt volgens een vaste procedure, bestaande uit:

1. Identificatie, waarbij een verkenning plaatsvindt van het statistisch karakter van de reeksen.

2. Schatting, waarbij voor een beperkt aantal modelvormen de parameters worden geschat.
3. Validatie, waarbij wordt gecontroleerd of de modellen voldoen aan de vooronderstellingen (zie 3). Indien meerdere modellen voldoen, wordt in deze fase een keuze gemaakt tussen de modellen.

ad. 1. Identificatie

In principe is, door het variëren van het aantal termen in elk model van het transfer/ruismodel een groot aantal modelvormen mogelijk. Het doel van de identificatie is het beperken van het aantal modelvormen waarvan de parameters worden geschat. De selectie van in aanmerking komende modelvormen geschiedt in hoofdzaak door visuele verkenning van de auto- en cross correlogrammen van de tijdreeksen. De correlogrammen verschaffen veel informatie over het karakter van de reeksen en over de relaties tussen de reeksen.

ad. 2. Schatting

Voor de geselecteerde modelvormen worden met behulp van een Maximum Likelihood schatter de waarden van de parameters geschat. Behalve de waarden van de parameters zelf wordt voor elk model ook de covariantie matrix van de schattingsfouten bepaald. De covariantie matrix geeft een maat voor de betrouwbaarheid van de modelparameters.

De betrouwbaarheid van de modelparameters is afhankelijk van:

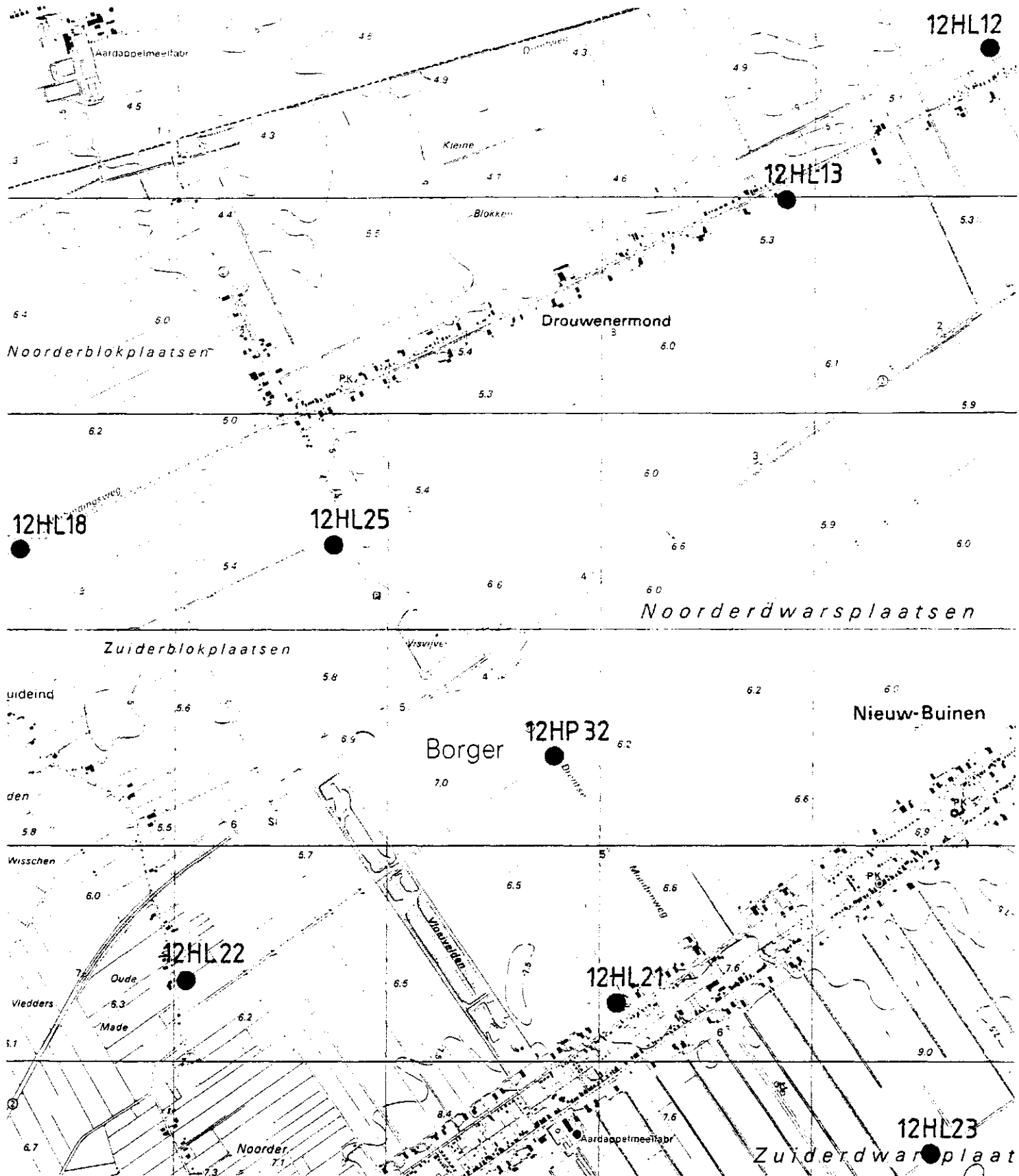
- de geohydrologische gesteldheid
- de reekslengte
- de fluctuaties in de invoerreeks.

De eerste oorzaak is gebiedsgebonden. Ten aanzien van de reekslengte en de fluctuaties in de invoerreeks kan worden gesteld dat grotere reekslengten en grotere fluctuaties leiden tot betrouwbaarder modelparameters.

ad. 3. Validatie

De validatie van de modellen waarvoor de parameters zijn geschat bestaat uit drie onderdelen.

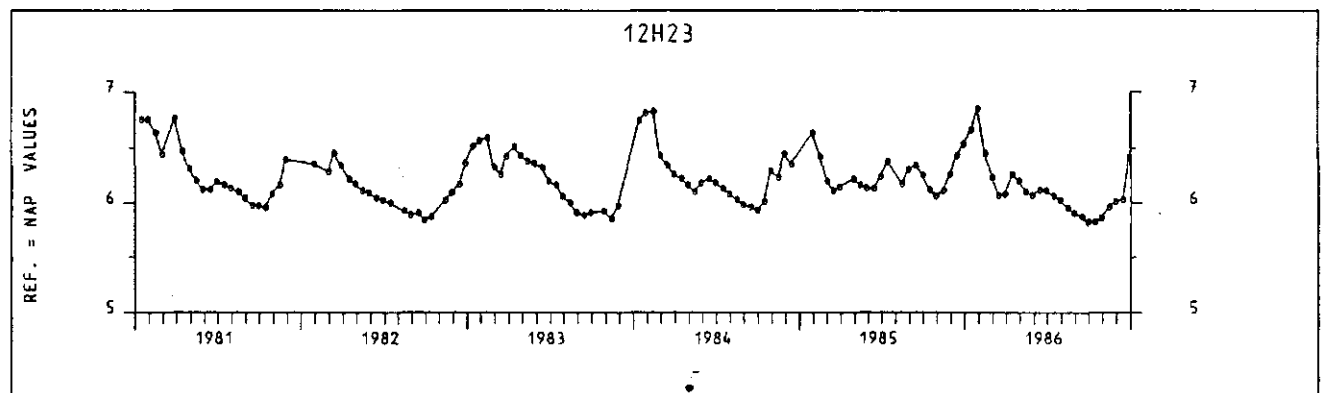
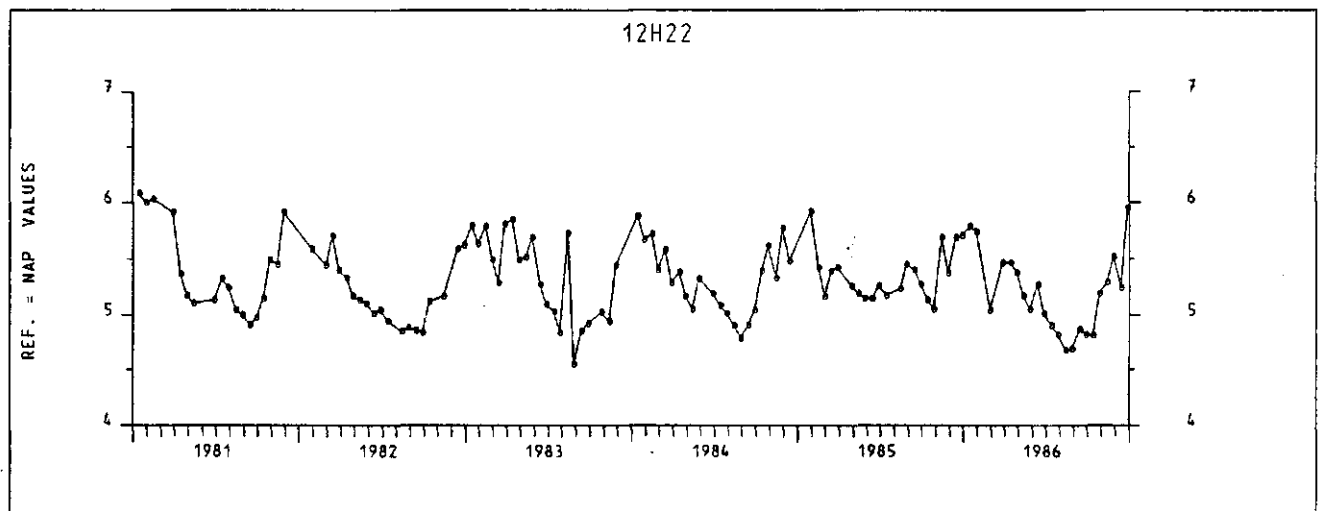
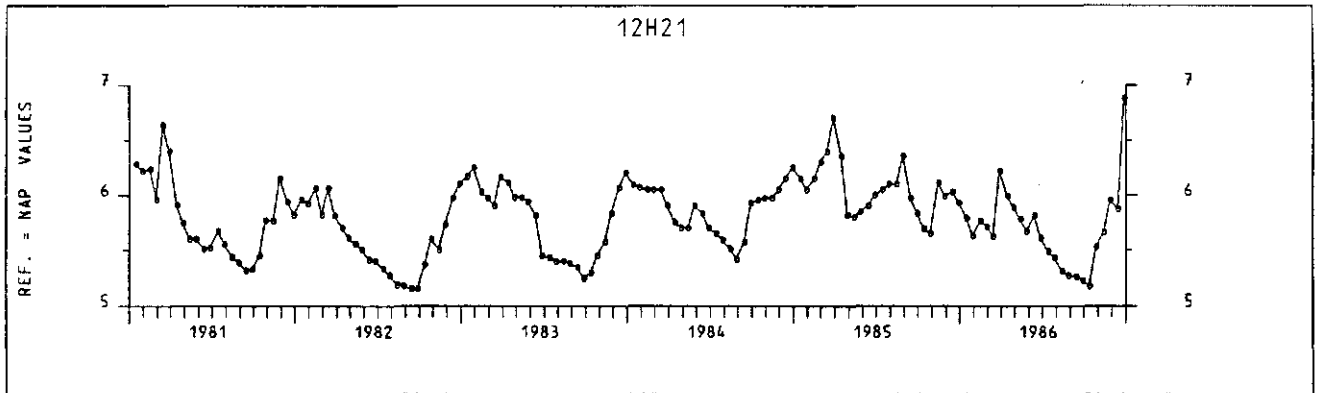
Eerst wordt per transfer/ruismodel gecontroleerd of aan de vooronderstelling (zie 3) is voldaan. Daarna wordt aan de hand van de covariantie matrix van de schattingsfouten beoordeeld of alle geschatte parameters significant zijn. Het laatste onderdeel van de validatie is, indien meerdere significante modellen voldoen aan de vooronderstellingen, het kiezen van het "beste" model. Deze keuze wordt gemaakt op basis van een aantal criteria, waarvan de belangrijkste zijn het aantal parameters en de mate waarin het model aansluit bij de waarnemingen. Bij de validatie blijkt ook of er aanleiding is om andere modelvormen door te rekenen.



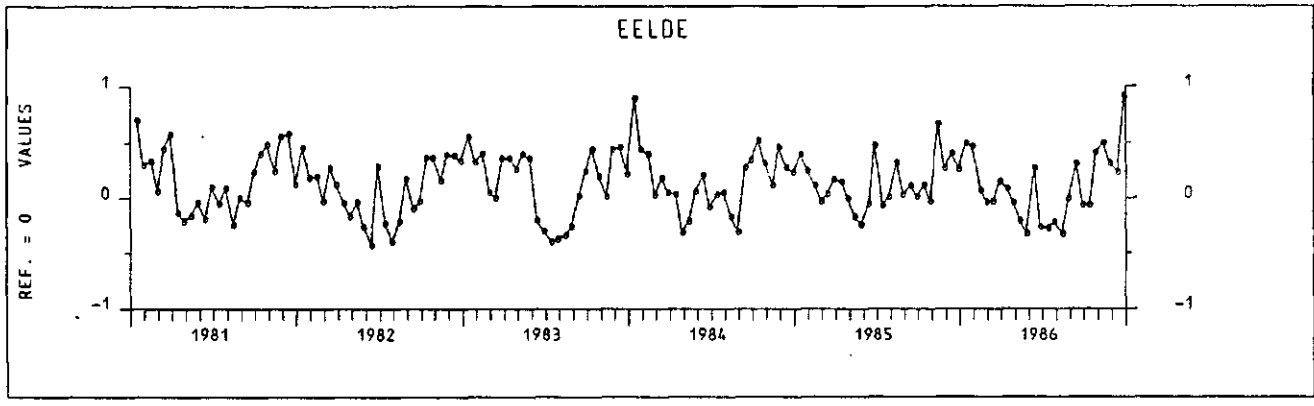
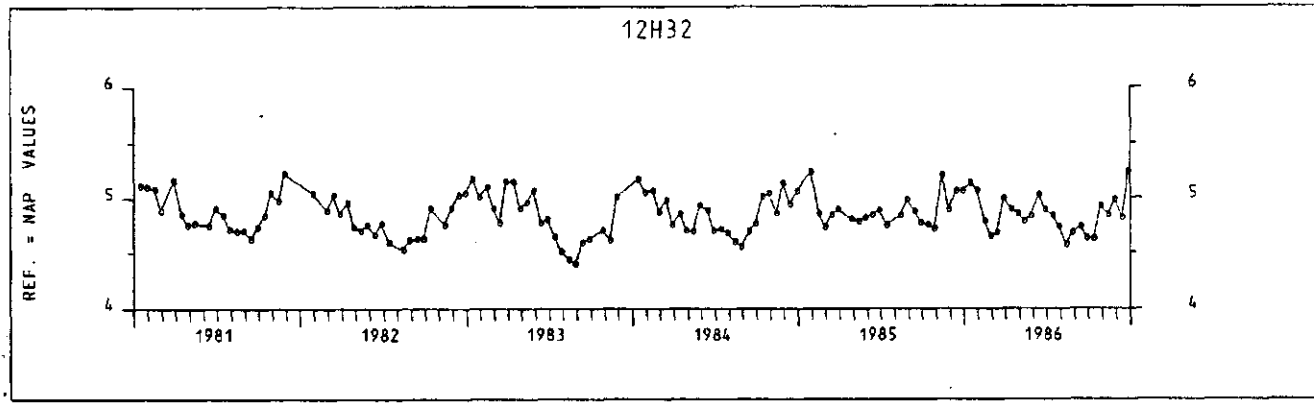
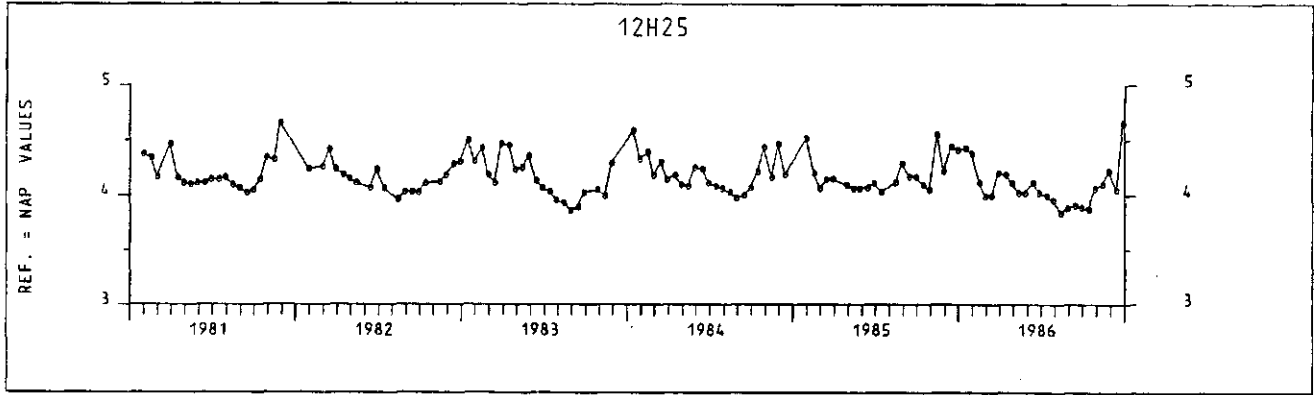
Bijlage II: Lokatie van de meetpunten

waarnemings- filter	x-coörd.	y-coörd.	meetp. t.o.v. NAP (m)	filter t.o.v. NAP (m)
12HL0021	257090	552250	7.25+	5.05+ - 4.05+
12HL0022	255080	552380	7.05+	4.85+ - 4.35+
12HL0023	258570	551570	8.96+	5.46+ - 4.96+
12HL0025	255740	554380	5.87+	3.62+ - 3.12+
12HP003201	256780	553400	6.36+	5.97- - 6.97-

Bijlage III: Technische gegevens, geldend in de periode 1981 t/m 1986.



Bijlage IV: Stijghoogteverloop van de meetreeksen 12HL 21, L22, L 23, L25, P32 en neerslagoverschot (Eelde).





12 H L 21		transfermodel			ruismodel	
invoer	periode	$\vartheta_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\varnothing$	$\sigma_a^2$
Eelde	81-85	0.84 (0.05)	0.34 (0.05)	-	0.72 (0.07)	217.2
Eelde	78-86	0.85 (0.04)	0.50 (0.05)	0.16 (0.06)	0.66 (0.05)	235.0
P 32	81-85	-	0.64 (0.09)	-0.32 (0.10)	0.82 (0.05)	190.0
L 25	81-85	-	0.70 (0.10)	-0.31 (0.08)	0.86 (0.05)	173.1
		ARIMA model				
		$\vartheta_1$	$\Theta_1$	c		$\sigma_a^2$
81-85		0.76 (0.07)	0.41 (0.13)			324.8
78-86		0.72 (0.05)	0.82 (0.08)			329.7

Bijlage V.1: Resultaten van de modellering van landbouwbuis 12HL21.

12 H L 22		transfermodel			ruismodel	
invoer	periode	$\partial_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\emptyset$	$\sigma_a^2$
Eelde	81-85	0.84 (0.04)	0.63 (0.08)	0.27 (0.10)	0.07 (0.11)	264.1
Eelde	81-86	0.86 (0.03)	0.66 (0.07)	0.31 (0.08)	0.11 (0.10)	243.7
P 32	81-85	-	1.32 (0.11)	-0.34 (0.11)	0.17 (0.11)	201.0
L 25	81-85	-	1.56 (0.11)	-0.36 (0.11)	0.20 (0.12)	200.4
		ARIMA model				
		$\emptyset_1$	$\Theta_1$	c	$\sigma_a^2$	
81-85		0.33 (0.10)	0.96 (0.15)		392.4	
81-86		0.32 (0.10)	0.97 (0.14)		445.1	

Bijlage V.2

Resultaten van de modellering van  
landbouwbuis 12HL22.

12 H L 23		transfermodel			ruismodel	
invoer	periode	$\vartheta_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\vartheta$	$\sigma a^2$
Eelde	81-85	0.84 (0.03)	0.25 (0.04)	-0.03 (0.04)	0.67 (0.08)	76.4
Eelde	72-86	0.87 (0.02)	0.27 (0.02)	-	0.64 (0.04)	106.7
P 32	81-85	-	0.46 (0.06)	-0.43 (0.06)	0.81 (0.07)	70.3
L 25	81-85	-	0.60 (0.06)	-0.47 (0.06)	0.86 (0.06)	57.8
		ARIMA model				
		$\vartheta_1$	$\Theta_1$	c	$\sigma a^2$	
81-85		0.81 (0.06)	0.70 (0.14)		91.1	
72-86		0.72 (0.04)	0.78 (0.05)		151.0	

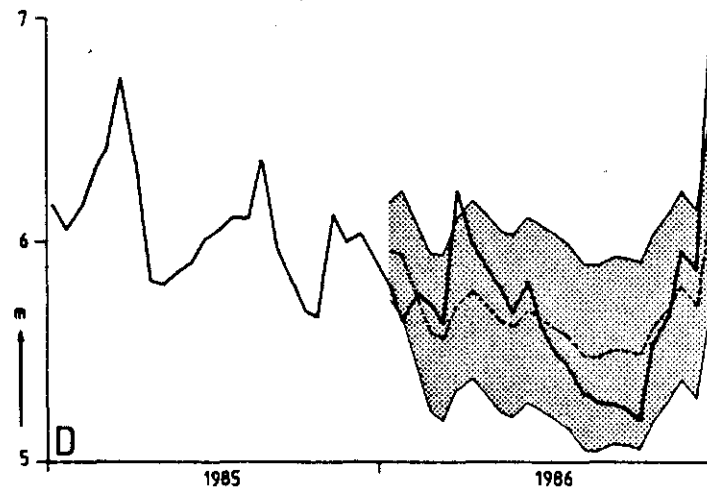
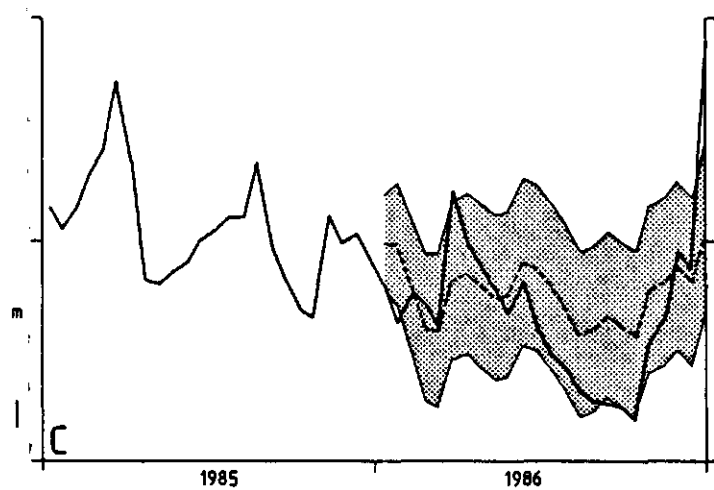
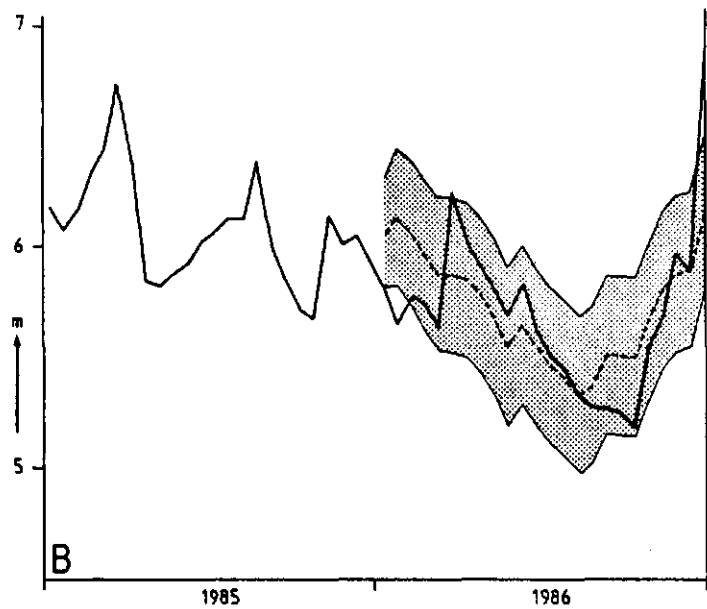
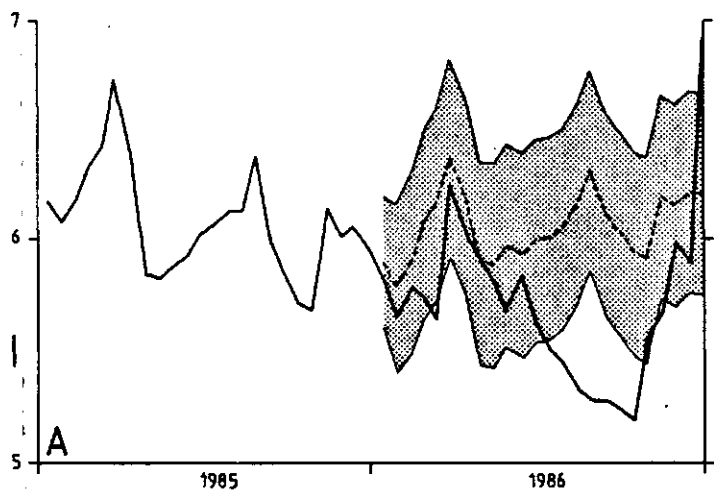
Bijlage V.3

Resultaten van de modellering van  
landbouwbuis 12HL23

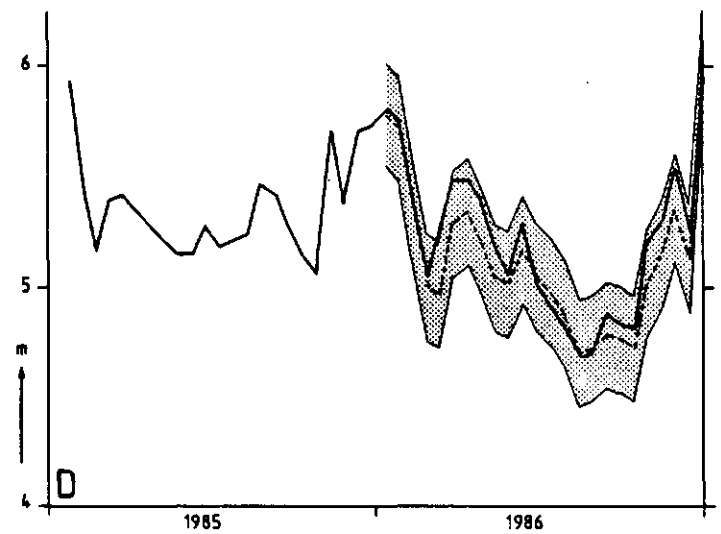
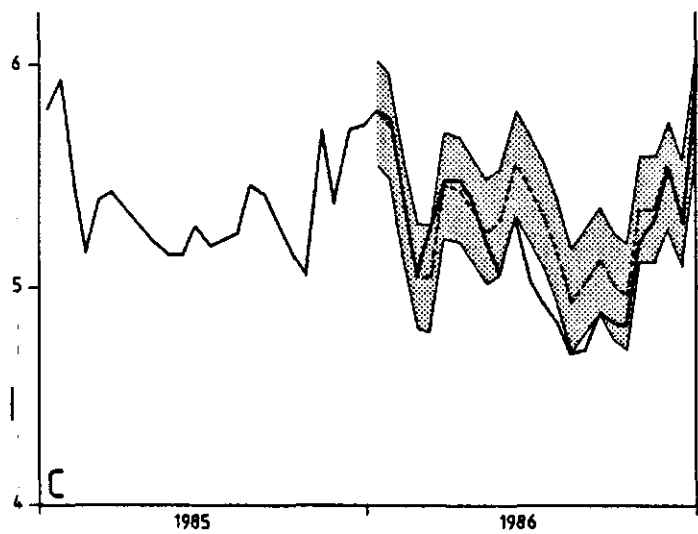
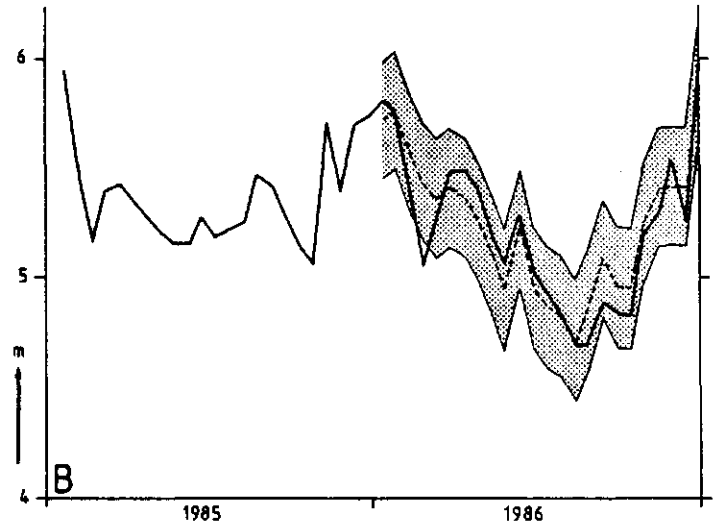
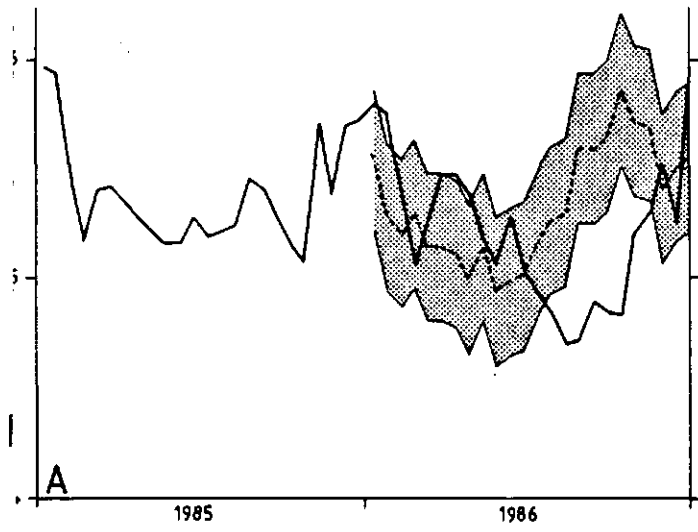
12 H L 25		transfermodel			ruismodel	
invoer	periode	$\partial_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\emptyset$	$\sigma_a^2$
Eelde	81-85	0.90 (0.05)	0.44 (0.04)	0.30 (0.06)	0.22 (0.11)	68.6
Eelde	72-86	0.95 (0.03)	0.47 (0.04)	0.35 (0.05)	0.28 (0.09)	71.2
P 32	81-85	-	0.83 (0.03)	-	0.30 (0.11)	29.0
L 25	81-85	-	-	-	-	-
		ARIMA model				
		$\emptyset_1$	$\Theta_1$	c	$\sigma_a^2$	
81-85		0.29 (0.10)	0.96 (0.15)		119.7	
72-86		0.30 (0.10)	0.95 (0.14)		142.0	

Bijlage V.4

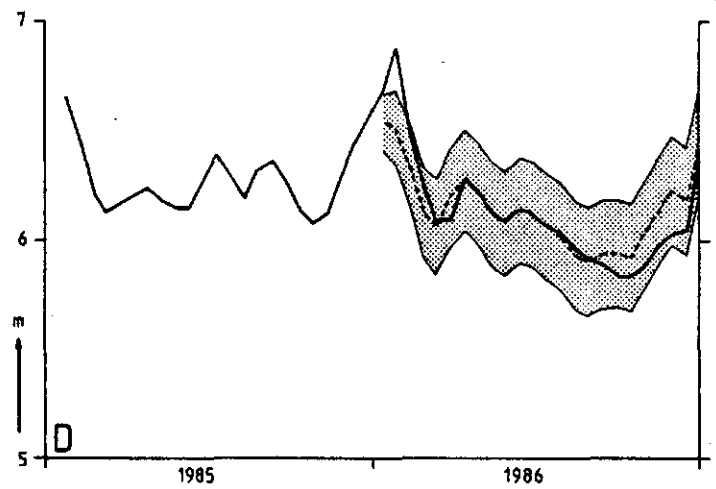
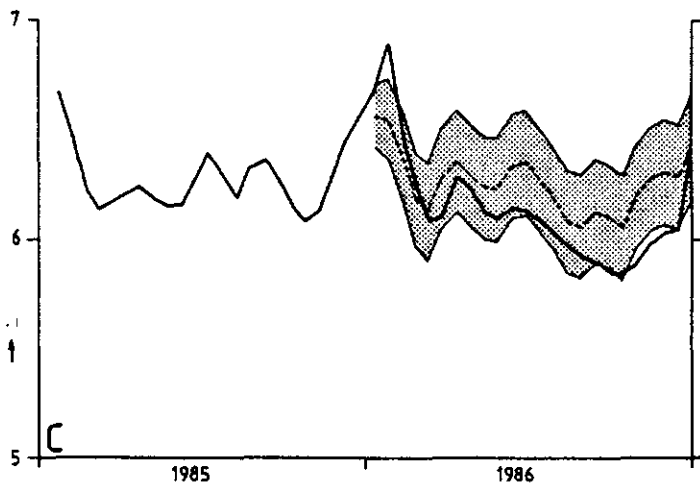
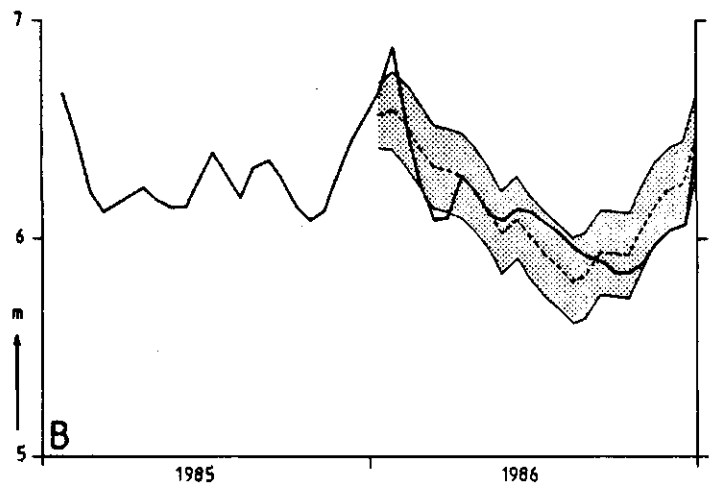
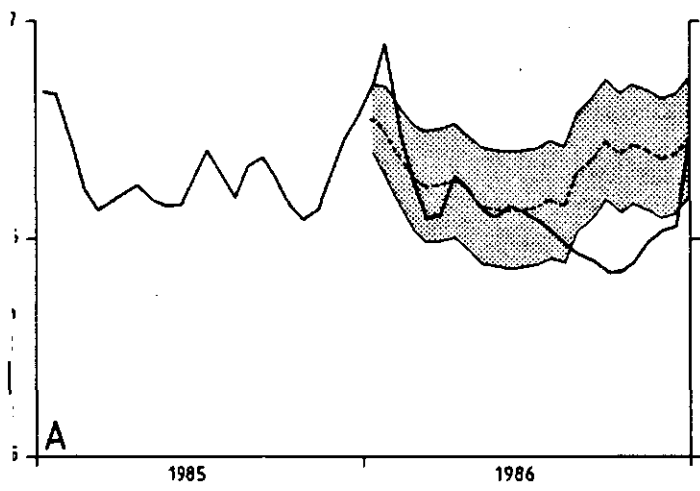
Resultaten van de modellering van  
landbouwbuis 12HL25.



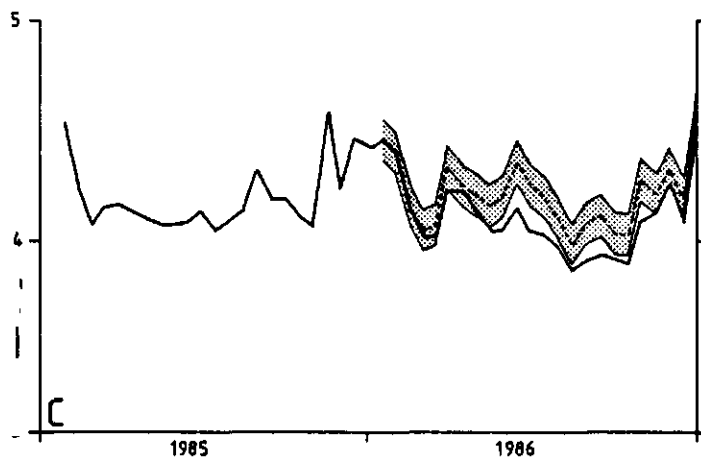
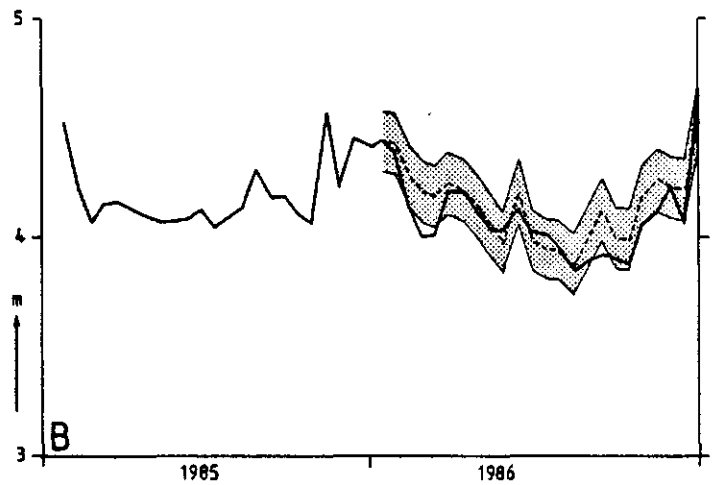
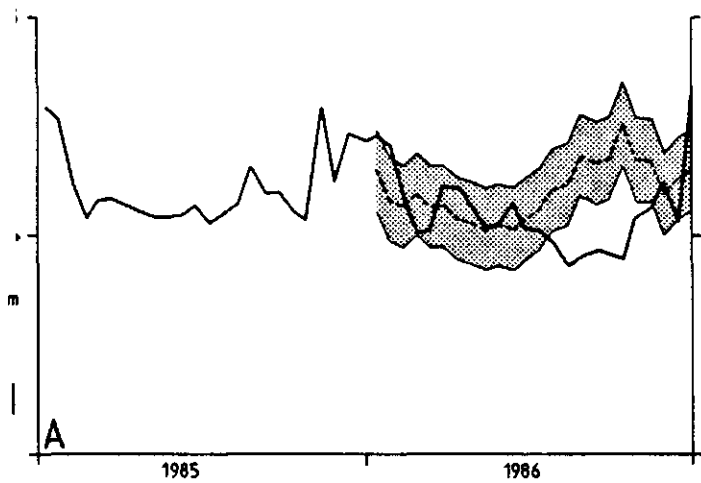
Bijlage VI.1: Extrapolatie van landbouwbuis 12HL21  
 (legenda zie bijlage VI.4)



Bijlage VI.2 : Extrapolatie van landbouwbuis 12HL22  
 (legenda zie bijlage VI.4)



Bijlage VI.3 : Extrapolatie van landbouwbuisc 12HL23  
 (legenda zie bijlage VI.4)



**LEGENDA :**

Extrapolatie op basis van :

A : het ARIMA-model

B : het neerslagoverschot

C : peilput 12HP 32

D : landbouwbuis 12HL25

— : waargenomen grondwaterstand

▨ : geëxtrapoleerde waarden met 90 %  
betrouwbaarheidsinterval

Bijlage VI.4: Extrapolatie van landbouwbuis 12HL25