A. TALSMA
Student-assistent aan de leerstoel voor civiele gezondheidstechniek van de Technische Hogeschool te Delft, afdeling Weg- en Waterbouwkunde.

Bij het samenstellen van dit artikel heb ik gebruik mogen maken van de adviezen van prof. ir. S. J. van Kregten van het Ingenieursbureau Dwars, Heederik en Verhey, waarvoor ik hierbij prof. Kregten mijn oprechte dank betuig.

SUMMARY

Rainfall, duration and periodicity

To dimension a sewerage-system we must know data about rainfall, duration and periodicity. At first a synopsis of the used data is given, derived from "Detailanalyse van Pluviogrammen", part A. To become a useful result it is necessary to find streight lines on probability paper so that we can interpolate and, if needed, extrapolate. The probability paper according to Goodrich seems to be the best. With the aid of the coefficient of persistence of Bartels we determine the frequency going with a periodicity of n years. With the results obtained and the used data we can create a table which gives us information about rainfall, duration and periodicity.

Het bepalen van regenduurlijnen voor perioden van 5 tot 90 minuten

Inleiding

Rioleringsdeskundigen hebben voor het ontwerpen van rioleringsnetten gegevens nodig omtrent de regenval, regenduur en de gemiddelde herhalingstijd ten einde een inzicht te krijgen in de maximale af te voeren hoeveelheid regenwater als het te ontwerpen net slechts éénmaal in de n jaar overbelast mag worden.

Tevens is het van belang te weten hoe lang een eventuele overbelasting zal duren.

Tot voor kort was het onmogelijk regenduurlijnen te bepalen voor korte perioden omdat gedetailleerde gegevens hieromtrent ontbraken. In 1968 is bij het KNMI echter een publicatie verschenen getiteld: Detailanalyse van Pluviogrammen, waarin uitgebreide gegevens te vinden zijn over de neerslag in tijdvakken van 5 tot 660 minuten naar regenwaarnemingen te De Bilt in de jaren 1928, 1933 en 1951—1960, uitgezonderd december 1955.

De vraag die we hier willen stellen en aan de hand van bovengenoemde gegevens zullen trachten te beantwoorden, kan als volgt worden geformuleerd:

Hoeveel neerslag kunnen we verwachten in een periode van t minuten, bij een gemiddelde overschrijdingskans van één keer per n jaar.

Gegevens:

In bovengenoemde uitgave van het KNMI zijn de volgende waarden uit de pluviogrammen bepaald:

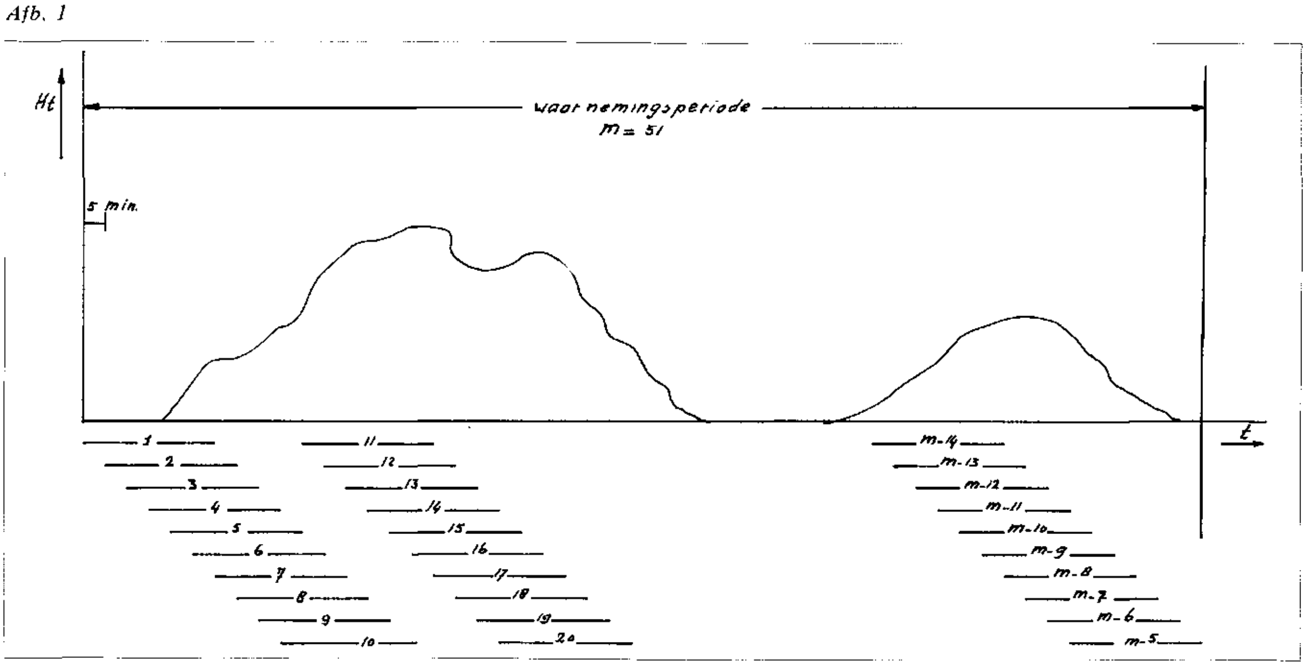
H(t) De hoeveelheid neerslag in een tijdvak t, waarbij t geheel gelegen is in de periode van waarneming. Het tijdvak t kan dus droog, nat of gedeeltelijk nat zijn.

H(t*) De hoeveelheid neerslag in een tijdvak t*, waarbij t* geheel binnen een periode ligt met neerslag. Het tijdvak t* kan dus alleen nat zijn.

M(t*) De maximum hoeveelheid neerslag die tijdens een bui is gevallen in een tijdvak t* dat geheel binnen de bui ligt. Elke bui die langer duurt dan t* minuten heeft één waarde M (t*).

Om een inzicht te krijgen in de frequentie van een hoeveelheid neerslag is het nodig dat we de waarnemingen van alle perioden gebruiken, ook die van de gedeeltelijk natte perioden. De waarnemingen van H(t*) zijn voor dit doel dus niet geschikt. De tabellen voor M(t*) geven voor elke bui slechts

Afb. 1



één waarneming en wel de maximum hoeveelheid neerslag in het tijdvak t*. Andere hoge neerslaghoeveelheden in dezelfde bui worden hier buiten beschouwing gelaten terwijl ze toch wel een belangrijke rol kunnen spelen bij de frequentieverdeling van de hoeveelheid neerslag in het betreffende tijdvak. Wij zijn bij het oplossen van de bovengenoemde vraagstelling dus aangewezen op de tabellen voor H(t).

De waarnemingsperiode en het tijdvak t (zie afb. 1)

De waarnemingsperiode waaraan de gegevens zijn ontleend is hierboven reeds omschreven en bevat in totaal een periode van 4353 dagen oftewel 1.253.664 tijdvakken van 5 minuten. Men heeft deze periode verdeeld in tijdvakken van t minuten zodanig dat het eerste tijdvak begint bij het eerste 5 minuten tijdvak, het tweede t minuten tijdvak bij het tweede 5 minuten tijdvak, enzovoort tot het laatste t minuten tijdvak dat eindigt bij het laatste 5 minuten tijdvak. Dit geldt voor alle vier perioden, waarin de hele periode is onderverdeeld, afzonderlijk. De t minuten liggen dus allemaal binnen één van de perioden van waarneming en liggen onderling telkens 5 minuten verschoven ten opzichte van de voorgaande (zie afb. 1).
Is $t = g \times 5$ minuten en hebben we in de beschouwde periode totaal m tijdvakken van 5 minuten, dan vinden we in die periode $(m + 1 - g)$ waarnemingen voor H(t).
We vinden zo voor elke t een totaal aantal waarnemingen die slechts weinig verschillen. Voor $t = 5$ minuten vonden we reeds een totaal aantal van 1.253.664 waarnemingen en voor $t = 90$ minuten wordt dit 1.253.596 waarnemingen. Een verschil van slechts 68 waarnemingen oftewel 0,00545 %. Dit verschil is zo klein dat het bij de berekening van de frequentie van de waarnemingen verwaarloosd is.

Persistentie

Behalve voor $t = 5$ minuten overlappen de tijdvakken elkaar telkens. Dit overlappen heeft tot gevolg dat de waarnemingen in een bepaalde periode niet meer onafhankelijk zijn van de voorafgaande en volgende waarnemingen. Het verschijnsel dat twee waarnemingen elkaar beïnvloeden doordat de perioden elkaar overlappen noemt men persistentie.
Zouden we wel te maken hebben met onafhankelijke waarnemingen, zoals dit in ons geval geldt voor $t = 5$ minuten, dan is de gemiddelde herhalingstijd met de aftelmethode eenvoudig te bepalen.

Bijvoorbeeld:

We rangschikken de waarnemingen H(t) uit een periode van n jaar naar grootte en nummeren de waarnemingen als volgt:
1, 2, 3, 4, 5, 6, ... i .... m.

Hierin is:

$H(t_1) > H(t_2) > H(t_3) > \ldots\ldots H(t_i) > \ldots\ldots\ldots H(t_m)$.

De gemiddelde herhalingstijd van de i-de waarneming is te vinden uit:

$$p = \frac{n}{i} \text{ jaar}$$

Treedt er echter wel persistentie op dan is deze methode niet zonder meer toepasbaar. Doordat de waarnemingsperioden elkaar hier overlappen zullen we bij een periode met grote neerslag meer dan 1 hoge waarneming krijgen. De frequenties van de waarnemingen op zich en de daarbij behorende gemiddelde herhalingstijden zijn wel goed. Dat wil zeggen, als we in een periode van 6 jaar waarnemingen gaan doen volgens de door het KNMI gevolgde methode dan zal van de hier gebruikte waarnemingen de hoogste ontbreken maar de andere waarnemingen zullen wel zo ongeveer overeenkomen.
Nemen we uit de hier gebruikte waarnemingsperiode van ongeveer 12 jaar de beide hoogste waarnemingen dan vinden we hiervoor een gemiddelde herhalingstijd van achtereenvolgens 12 en 6 jaar. Beide waarnemingen kunnen echter uit dezelfde bui afkomstig zijn die op zich een gemiddelde herhalingstijd van 12 jaar heeft. Willen we een rioleringsnet zodanig dimensioneren dat het gemiddeld slechts één keer in de 6 jaar gedurende t minuten wordt overbelast, dan is het fout om in dit geval de op één na hoogste waarneming als maatgevend te beschouwen. We zullen voor de maatgevende H(t) verder moeten afdalen in de naar grootte gerangschikte reeks. In plaats van de waarneming i moeten we hier rekenen met de waarde

$$i_{eff.} = i \cdot \omega(g)$$

Hierin ω (g) de persistentiecoëfficient volgens Bartels die hem als volgt berekent. (5)

$$\omega(g) = 1 + 2\left[\frac{g-1}{g}\rho_1 + \frac{g-2}{g}\rho_2 + \frac{g-3}{g}\rho_3 \ldots\ldots + \frac{1}{g}\rho_{g-1}\right]$$

Hierin is:

g het aantal vakjes van 5 minuten in het tijdvak t.

$t = g \times 5$ minuten.

ρ_i de autocorrelatiecoëfficient van de i-de orde.

Volgens dr. C. Levert mogen we voor deze autocorrelatiecoëfficient in dit geval nemen: (6)

$$\rho_i = \frac{g-i}{g}$$

De vergelijking voor ω (g) wordt nu:

$$\omega(g) = 1 + 2\left[\frac{g-1}{g}\right]^2 + \left[\frac{g-2}{g}\right]^2 + \ldots\ldots\left[\frac{g-i}{g}\right]^2 + \ldots$$

$$+ \ldots\ldots\left[\frac{1}{g}\right]^2 \quad \omega(g) = \frac{2\,g^2 + 1}{3g}$$

Met behulp van deze formule kunnen we voor elke t de ω (g) en de i_{eff} bepalen.

Het construeren van regenduurlijnen

Een regenduurlijn voor een bepaalde gemiddelde herhalingstijd geeft ons de hoeveelheid neerslag uitgezet tegen de tijd waarin deze neerslag is gevallen. In „Detailanalyse van pluviogrammen" vinden we voor elke t een tabel die ons voor een gemeten H(t) het aantal waarnemingen en hun frequentie geeft. Met behulp hiervan kunnen we voor elke t een frequentielijn construeren die ons het verband geeft tussen H(t) en de frequentie waarmee deze H(t) is waargenomen. We berekenen nu de frequentie die bij een bepaalde gemiddelde herhalingstijd p hoort en kunnen op de frequentielijn voor een bepaalde t de H(t) aflezen.
We doen dit voor een gewenste p bij elke gegeven t en zetten de gevonden waarden voor H(t) uit tegen de t. Door deze punten te verbinden door een vloeiende kromme vinden we de regenduurlijn voor een gemiddelde herhalingstijd p.

De frequentielijn

Voor een goede interpolatie en extrapolatie zou het gunstig zijn dat we een lineair verband trachten te vinden tussen H(t) en de frequentie. Op lineaire schaal is dit niet mogelijk maar wel is het mogelijk hiervoor een waarschijnlijkheidsschaal te vinden die dit lineair verband geeft. Het meest geschikt hiervoor is waarschijnlijkheidspapier met een verdeling naar Goodrich [4]. We zitten met de hoge waarnemingen echter in de zeer kleine frequenties en in dat geval kunnen we in plaats van de waarschijnlijkheidsschaal volgens Goodrich de logarithmische schaal nemen. Bij het waarschijnlijkheidspapier met een verdeling volgens Goodrich wordt de hoeveelheid neerslag uitgezet op logarithmische schaal zodat we in dit geval dubbel logarithmisch papier moeten nemen.
Bij het toepassen van het dubbellogarithmisch papier is het echter nog niet mogelijk een rechte door de gevonden pun-

	t = 90 min.			t = 60 min.			t = 45 min.			t = 30 min.			t = 15 min.			t = 10 min.			t = 5 min.		
H(t)	aantal	cum. aantal	cum. %	aantal	cum. aantal	cum %	aantal	cum. aantal	cum. %	aantal	cum. aantal	cum. %	aantal	cum. aantal	cum. %	aantal	cum. aantal	cum. %	aantal	cum aantal	cum. %
45	1	1	.00008																		
44	5	6	.00048																		
43	2	8	.00064	2	2	.00016															
42	1	9	.00072	1	3	.00024															
41	1	10	.00080	1	4	.00032	1	1	.00008												
40																					
39	1	11	.00088	1	5	.00040	1	2	.00016												
38																					
37	1	12	.00096																		
36	1	13	.00104	2	7	.00056	1	3	.00024												
35																					
34	1	14	.00112	1	8	.00064	1	4	.00032												
33																					
32	1	15	.00120				1	5	.00040												
31				1	9	.00072															
30	1	16	.00128	1	10	.00080	2	7	.00056	1	1	.00008									
29										2	3	.00024									
28										1	4	.00032									
27	9	25	.00199	3	13	.00104	1	8	.00064	1	5	.00040									
26	6	31	.00247	5	18	.00144	4	12	.00096	1	6	.00048									
25	7	38	.00303	2	20	.00160	2	14	.00112	1	7	.00056									
24	3	41	.00327	3	23	.00184	1	15	.00120	1	8	.00064									
23	2	43	.00343	2	25	.00200	1	16	.00128	1	9	.00072									
22	3	46	.00367	3	28	.00223	3	19	.00152	1	10	.00080									
21	2	48	.00383	2	30	.00239	2	21	.00168	2	12	.00096									
20	1	49	.00391	1	31	.00247															
19	3	52	.00415	3	34	.00271	4	25	.00199	4	16	.00128	2	2	.00016						
18	18	70	.00558	2	36	.00287															
17	12	82	.00654	6	42	.00335	4	29	.00231	1	17	.00136	4	6	.00048	1	1	.00008			
16	24	106	.00846	11	53	.00423	5	34	.00271	2	19	.00152	2	8	.00064						
15	11	117	.00933	9	62	.00495	4	38	.00303	3	22	.00175									
14	31	148	.01181	10	72	.00576	6	44	.00351	2	24	.00191	1	9	.00072	2	3	.00024			
13	50	198	.01579	19	91	.00726	11	55	.00439	4	28	.00223	2	11	.00088	1	4	.00032			
12	60	258	.02058	28	119	.00949	16	71	.00566	13	41	.00327	3	14	.00112	1	5	.00040			
11	70	328	.02616	31	150	.01196	26	97	.00774	8	49	.00391	2.	16	.00128	3	8	.00064			
10	78	406	.03238	50	200	.01595	25	122	.00973	11	60	.00479	6	22	.00175	1	9	.00072			
9.5	72	478	.03813	37	237	.01890	26	148	.01181	16	76	.00606	1	23	.00183	2	11	.00088	1	1	.00008
9.0	48	526	.04196	25	262	.02090	16	164	.01308	12	88	.00702	3	26	.00207	1	12	.00096			
8.5	75	601	.04794	47	309	.02943	19	183	.01460	11	99	.00790	4	30	.00239	5	17	.00136	3	4	.00032
8.0	155	756	.06030	70	379	.03023	39	222	.01771	11	110	.00877	6	36	.00287	1	18	.00144	1	5	.00040
7.5	122	878	.07003	50	429	.03422	43	265	.02114	20	130	.01037	8	44	.00351	3	21	.00168	1	6	.00048
7.0	163	1041	.08304	51	480	.03829	25	290	.02313	30	160	.01276	5	49	.00391	5	26	.00207	1	7	.00056
6.5	250	1291	.10298	104	584	.04658	60	350	.02792	21	181	.01444	9	58	.00463				1	8	.00064
6.0	384	1675	.13361	163	747	.05959	76	426	.03398	37	218	.01739	12	70	.00558	6	32	.00255	3	11	.00088
5.5	528	2203	.17572	210	957	.07634	142	568	.04531	45	263	.02098	21	91	.00726	9	41	.00327	1	12	.00096
5.0	629	2832	.22590	309	1266	.10098	168	736	.05871	69	332	.02648	25	116	.00925	17	58	.00463	3	15	.00120
4.5	834	3668	.29258	407	1673	.13345	226	962	.07673	111	443	.03534	24	140	.01117	15	73	.00582	6	21	.00168
4.0	1256	4924	.39277	562	2235	.17828	344	1306	.10417	170	613	.04890	42	182	.01452	20	93	.00742	3	24	.00191
3.5	1736	6660	.53124	893	3128	.24951	467	1773	.14143	231	844	.06732	57	239	.01906	28	121	.00965	6	30	.00239
3.0	2479	9139	.72898	1395	4523	.36078	820	2593	.20683	352	1196	.09540	89	328	.02616	55	176	.01403	17	47	.00375
2.5	3814	12953	1.03321	2218	6741	.53770	1443	4036	.32194	626	1822	.14533	174	502	.04004	69	245	.01954	37	84	.00670
2.0	5829	18782	1.49817	3697	10438	.83530	2515	6551	.52525	1309	3131	.24975	373	875	.06980	185	430	.03430	47	131	.01045
1.5	8660	27442	2.18894	6236	16674	1.33002	4438	10989	.87655	2606	5737	.45762	779	1654	.13193	346	776	.06190	101	232	.01851
1.0	15386	42828	3.41622	11601	28275	2.25538	9302	20291	1.61853	6127	11864	.94634	2159	3813	.30415	1077	1853	.14781	314	546	.04355

TABEL I

ten te trekken. Zetten we op de verticale schaal in plaats van de waarde H(t) een waarde H(t) + k uit dan is het mogelijk de waarde a zodanig te kiezen dat alle gevonden punten bij benadering op een rechte liggen.

We vinden zo op logarithmisch papier een rechte met vergelijking:

$$ax + by + c = 0 \qquad (1)$$

Op lineaire schaal geeft dit

de kromme: $a.10^x + b.10^y + 10^c = 0$

of: $a.u + b.v + d = 0$

waarin: $x = \log u$; $y = \log v$ en $c = \log d$

en: $v = H(t) + a$

u de frequentie behorende bij H(t)

De vraag is nu nog: welke frequentie behoort bij een gemiddelde herhalingstijd p.

Hebben we totaal N waarnemingen in n jaar dan is dat per jaar $\frac{N}{n}$ waarnemingen, en wegens de optredende persistentie

$\frac{N}{n.\omega(g)}$ effectieve waarnemingen.

De frequentie behorende bij een gemiddelde herhalingstijd van 1 jaar (p = 1) is dus:

$$f_{(1)} = \frac{100.n.\omega(g)}{N} \%$$

$$\text{en } f_{(p)} = \frac{100.n.\omega(g)}{N.p} \% = u, \text{ met } x = \log u$$

Op deze manier kunnen we v, x en y bepalen en vinden we H(t) + k voor elke gewenste p.

Voorbeeld

Uit de gegevens van het KNMI is tabel I te destilleren. De lage waarnemingen zijn hier weggelaten omdat deze in ons geval minder interessant zijn. Alleen de waarnemingen boven de getrokken lijn zijn gebruikt voor het bepalen van de frequentielijnen. Door bij de gegevens uit de tabel voor H(t) een waarde k = 40 mm op te tellen is het mogelijk de op dubbel logarithmisch papier uitgezette punten door een rechte te benaderen. Dit benaderen kunnen we doen door zo goed mogelijk door de uitgezette punten een rechte te trekken maar beter is het deze rechte wiskundig te benaderen met één van de vele methoden die hiervoor bekend zijn. In dit geval hebben we hiervoor de methode van de kleinste kwadraten genomen.

We vinden nu voor vergelijking (1) de volgende waarden bij variabele t.

TABEL II

t = 5 min.	y = 1,55592 — 0,0347 x
t = 10 min.	y = 1,52602 — 0,05564 x
t = 15 min.	y = 1,49413 — 0,07582 x
t = 30 min.	y = 1,47557 — 0,09962 x
t = 45 min.	y = 1,46636 — 0,11409 x
t = 60 min.	y = 1,43332 — 0,13374 x
t = 90 min.	y = 1,51156 — 0,12011 x

Bepalen we nu de frequentie $f_{(p)}$ en substitueren we de daarbij behorende waarde voor x in bovenstaande vergelijkingen dan vinden we voor elke gewenste p een H(t) en een t.

In onderstaande tabel zijn de eindresultaten verzameld voor elke t.

TABEL III

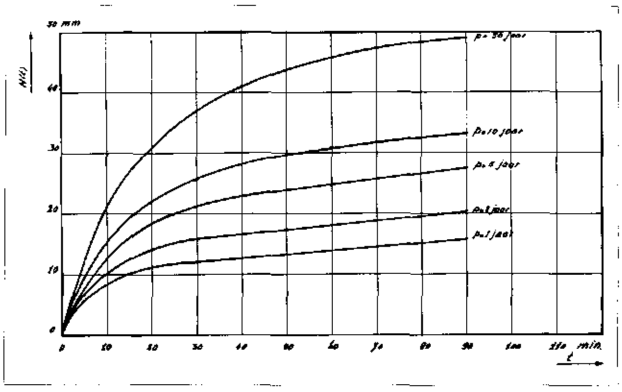
t	p	$\omega(g)$	f_p	H(t)	i(t)
5	1	1,00	0,0009514	5,8	1,16
	2		0,0004757	6,9	1,38
	5		0,0001903	7,9	1,58
	10		0,00009514	9,6	1,92
	50		0,00001903	12,4	2,48
10	1	1,50	0,001427	8,3	0,83
	2		0,0007136	10,1	1,01
	5		0,0002855	12,9	1,29
	10		0,0001427	14,9	1,49
	50		0,00002855	20,0	2,00
15	1	2,11	0,002007	10,0	0,67
	2		0,001004	12,7	0,81
	5		0,0004015	16,3	1,09
	10		0,0002007	19,5	1,30
	50		0,00004015	27,2	1,80
30	1	4,06	0,003806	12,1	0,40
	2		0,001903	15,8	0,58
	5		0,0007612	21,1	0,70
	10		0,0003806	25,5	0,85
	50		0,00007612	36,9	1,23
45	1	6,00	0,005708	12,8	0,28
	2		0,002854	17,1	0,38
	5		0,001142	23,4	0,52
	10		0,0005708	28,6	0,64
	50		0,0001142	42,4	0,94
60	1	8,00	0,007604	12,1	0,20
	2		0,003802	17,1	0,29
	5		0,001521	24,6	0,41
	10		0,0007604	30,9	0,52
	50		0,0001521	47,9	0,80
90	1	12,00	0,01142	15,6	0,17
	2		0,005708	20,4	0,23
	5		0,002284	27,4	0,30
	10		0,001142	33,3	0,37
	50		0,0002284	48,9	0,54

In afb. 2 en 3 ziet u achtereenvolgens de regenval en de intensiteit uitgezet tegen de tijd waarin de neerslag is gevallen voor gemiddelde herhalingstijden van resp. 1, 2, 5, 10 en 50 jaar.

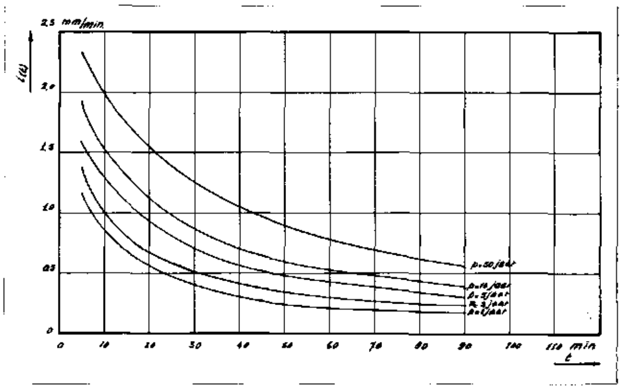
Bij de hier gevonden resultaten dient het volgende nog te worden opgemerkt.

We werken hier met waarnemingen over slechts 12 jaar. Alleen wanneer we mogen aannemen dat deze steekproef van 12 jaar een volkomen aselecte steekproef is uit de gehele populatie zijn deze lijnen juist. Dit is echter niet aannemelijk en we doen er dan ook beter aan de hier gevonden waarden naar alle waarschijnlijkheid voor de hele populatie een goede benadering geven.

Doet er zich echter een geval voor dat we beslist gegevens



Afb. 2



Afb. 3

nodig hebben omtrent de regenval bij een grotere gemiddelde herhalingstijd dan is hier boven een methode aangegeven die ons die gegevens verschaft, ook al moeten ze met de nodige voorzichtigheid voor waar worden aangenomen.

Literatuur

KNMI, *Detailanalyse van pluviogrammen*, Deel A, De Bilt 1968.

KNMI, *Frequenties van k-daagse neerslagsommen op Nederlandse stations*, De Bilt 1965.

KNMI, *De persistentie van de dagelijkse hoeveelheden neerslag*, De Bilt 1955, W.R. 55-004 (III-150).

Begeman, S. H. A., *Toepassing van de waarschijnlijkheidsleer op hydrologische waarnemingen*, De Waterstaatingenieur 1931.

Van der Bijl, W., *Toepassing van statistische methoden in de klimatologie*, Proefschrift 1952.

Levert, C., *Das Phänomen der Persistenz und dessen Auswirkung bei statistischer Bearbeitung*, La Météorologie 1957, pag. 165.

Levert, C., *Toepassing van de theorie der extreme waarden op vraagstukken uit de praktijk*, Cursus Statistiek Stichting Postakademiale Vorming, TH Delft.

TNO, *Regenwaarnemingscijfers II, Verslagen en Mededelingen no 14*, Commissie voor Hydrologisch Onderzoek.