
Wederkerigheid en retourbemaling

Bram Bot¹

Inleiding

Mijmerend over bemaling en retourbemaling schoot het beginsel van wederkerigheid me te binnen en ik vermoedde dat daar iets interessants in kon zitten.

Wederkerigheid is zeer eenvoudig, maar niet algemeen bekend - ik kwam het ook pas recent op het spoor - in Bruggeman (1999, pag. 832).

Wederkerigheid geldt voor een willekeurige hoeveelheid grond met verzadigd grondwater, waarbinnen alleen onttrekkingen in de punten A en B plaats vinden, en luidt dan:

De verlaging in A ten gevolge van een onttrekking in B is gelijk aan de verlaging in B ten gevolge van een (even grote) onttrekking in A.

De willekeurige hoeveelheid grond mag heterogeen zijn en een anisotrope doorlatendheid hebben. De hoeveelheid grond met grondwater moet een onveranderlijk stroomdomein zijn. Een freatische grondwaterstand is dus niet toegestaan, maar kan in de praktijk vaak door een dicht vlak worden gesimuleerd als de ondoorlatende basis niet te ondiep is gelegen en de verandering in grondwaterstand niet te groot is. Er mag geen voortschrijdende verstopping optreden, want dan verandert de bodemweerstand. Ook aan de randen van de hoeveelheid grond worden eisen gesteld, maar over het algemeen kunnen wel randen worden gevonden zodanig dat aan die voorwaarden wordt voldaan (zie Bruggeman (1999), hier wordt er niet verder op ingegaan). Superpositie van andere stroombeelden is natuurlijk wel toegestaan, bijvoorbeeld wanneer de totale onttrekking niet nul is en dus ergens naar moet afstromen. Hieronder wordt alleen een stationair stromingsbeeld beschouwd, hoewel wederkerigheid ook voor niet-stationaire gevallen met elastische berging geldt.

De verlaging s_K in een willekeurig punt K ten gevolge van een onttrekking QL [m^3/dag] in L wordt hier beschreven als: [m]

waarin α_{KL} = specifieke verlaging [dag/m^2] in K door een onttrekking in L

en (uiteraard) α_{KK} = specifieke verlaging in K door onttrekking in K

Eenvoudig is in te zien dat:

- $\alpha_{KL} = \alpha_{LK}$ (wederkerigheid)
- $\alpha_{LK} < \alpha_{KK}$ (de verlaging door een onttrekking is het grootst op de plaats van de onttrekking)

¹ Bram Bot; brambot@xs4all.nl

Voor het geval van bemaling en retourbemaling wordt aangenomen dat Q_A de bemaling voorstelt en Q_B (met een negatieve waarde) de retourbemaling. Ook wordt aangenomen dat de bemaling uitsluitend tot doel heeft de stijghoogte ter plaatse van A te verlagen, met een gevraagde waarde S [m]. Dan is:

$$s_A = S = Q_A \alpha_{AA} + Q_B \alpha_{AB} \quad \text{en} \quad s_B = Q_A \alpha_{BA} + Q_B \alpha_{BB}$$

en het benodigde bemalingdebit: $Q_A = \frac{S - Q_B \alpha_{AB}}{\alpha_{AA}}$ [m³/dag] (let wel: Q_B is een negatief getal)

Bemaling zonder retourbemaling

Het benodigde bemalingdebit is: $Q_{A0} = \frac{S}{\alpha_{AA}}$ [m³/dag]

Lozing

Onder 'lozing' wordt hier verstaan een retourinjectie met als enig doel van het water af te raken. De plaats van de lozing kan dan vrij worden gekozen - afgezien van economische en wettelijke overwegingen.

Wanneer wordt aangenomen dat het gehele bemalingdebit weer wordt geïnjecteerd, volgt:

$$Q_{A\text{lozing}} \frac{S}{\alpha_{AA} - \alpha_{AB}} \quad \text{en} \quad s_{B\text{lozing}} = -S \frac{(\alpha_{BB} - \alpha_{AB})}{(\alpha_{AA} - \alpha_{AB})}$$

De plaats A ligt natuurlijk vast (de plaats van de bouwput), dus ook alle α_{iA} liggen vast. De toename van het bemalingdebit volgt dus uit het verlagingbeeld van de ont-trekking - er is geen aparte berekening voor nodig.

Voor het lozen wordt bij voorkeur een plaats (locatie plus diepte) gekozen waarbij de injectie maar weinig verhoging van de stijghoogte veroorzaakt. Injecteren kost dan immers weinig inspanning en de bronconstructie kan relatief eenvoudig zijn. In analogie met de meest effectieve plaats op het tennisracket om de bal te slaan wordt zo'n plaats hier *sweet spot* genoemd. Een *sweet spot* kent een lage α_{BB} , maar dat betekent ook een lage α_{AB} . Het benodigde bemalingdebit zal in dat geval nauwelijks groter zijn.

Retourbemaling leidt nauwelijks tot een verhoogd bemalingdebit als wordt geïnjecteerd op een plaats met een geringe α_{BB} - een sweet spot, waar injectie leidt tot geringe verhoging van de stijghoogte aldaar.

De conclusie gaat alleen niet op wanneer α_{AA} ook laag is - de bouwput ook ter plaatse van een *sweet spot* is gelegen. In die situatie is bemalen überhaupt een lastige klus.

Bescherming

Onder 'bescherming' versta ik hier een retourinjection waarmee wordt voorkomen dat de stijghoogte bij een bedreigd object (te ver) daalt. Voorlopig wordt aangenomen dat de retourinjection plaats vindt op de locatie waar de stijghoogte niet mag dalen. Die plaats ligt vast, dus kan nu geen locatie met geringe α_{BB} worden gekozen. Als voorwaarde geldt $s_B = Q_A \alpha_{BA} + Q_B \alpha_{BB} = 0$

Na enig gereken volgt:

$$Q_{A_{\text{schem}}} = S \left(\frac{\alpha_{BB}}{\alpha_{AA} \alpha_{BB} - \alpha_{AB}^2} \right) \quad \text{en} \quad Q_{B_{\text{schem}}} = -S \left(\frac{\alpha_{AB}}{\alpha_{AA} \alpha_{BB} - \alpha_{AB}^2} \right)$$

terwijl $\frac{Q_{B_{\text{schem}}}}{Q_{A_{\text{schem}}}} = \frac{\alpha_{AB}}{\alpha_{BB}}$ (dus altijd < 1 en kleiner naarmate de invloed van de onttrekking geringer bij B). Het resterende debiet kan elders worden geloosd.

Wanneer óf α_{AA} óf α_{BB} gering is (maar niet beide) zal α_{AB}^2 relatief klein zijn en gaat de formule over in $Q_{A_{\text{schem}}} \approx \frac{S}{\alpha_{AA}}$. De benodigde retourbemaling $Q_{B_{\text{schem}}} \approx -S \frac{\alpha_{AB}}{\alpha_{AA} \alpha_{BB}}$ zal in dat geval ook gering zijn. Allemaal geen verrassing want de bemaling zal maar weinig invloed hebben op de stijghoogte in B.

	α_{AA} laag (groot waterbezwaar)	α_{AA} hoog (gering waterbezwaar)
α_{BB} laag (<i>sweet spot</i>)	Zowel bemaling als bedreigd object in goed doorlatende grond. Het waterbezwaar is hoog en zal aanmerkelijk toenemen door de vereiste retourbemaling	Bemaling in slecht doorlatende grond, bedreigd object in goed doorlatende grond. De invloed van de bemaling op het bedreigde object is gering: over het algemeen is geen retourbemaling nodig
α_{BB} hoog	Bemaling in goed doorlatende grond, bedreigd object in slecht doorlatende grond. Hoewel het waterbezwaar aanmerkelijk is, zal over het algemeen geen retourbemaling nodig zijn	Bemaling en bedreigd object in slecht doorlatende grond. Ondanks het geringe waterbezwaar kan hier bescherming nodig zijn, maar met een gering debiet

Bij de situatie van bescherming levert het beginsel van wederkerigheid dus nauwelijks nieuw inzicht.

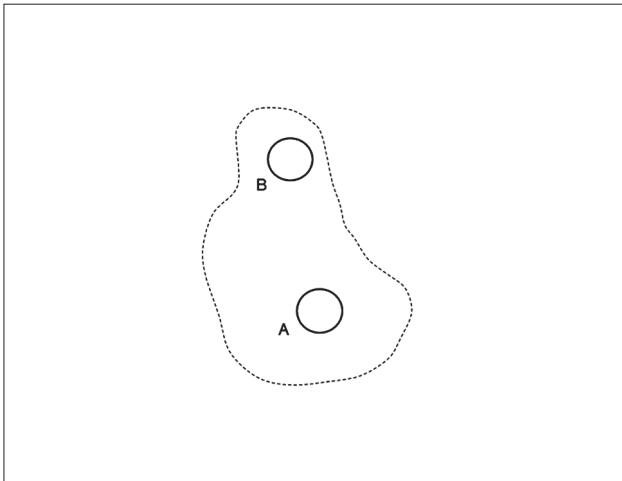
In bovenstaande tabel worden de verschillende mogelijkheden getoond. De specifieke verlaging is hier beschreven in termen van 'goed of slecht doorlatende grond'. Dat is niet helemaal juist. In een kleine pocket goed doorlatende grond, bijvoorbeeld, is de specifieke verlaging niet noodzakelijk laag. De uitspraken in de figuur moeten niet als leidraad voor retourbemaling worden beschouwd, maar alleen als illustratie bij de toepassing van wederkerigheid.

Als de te beschermen plaats een *sweet spot* blijkt te zijn zal deze ook weinig invloed voelen van de bemaling en zal retourbemaling over het algemeen niet nodig zijn (behalve als de plaats van de bemaling ook een *sweet spot* blijkt te zijn).

Andere illustraties van wederkerigheid

Misschien zijn er lezers die andere illustraties kennen van deze relatief onbekende wederkerigheid.

Voor degenen die er in willen duiken heb ik wellicht nog steun te bieden bij het bekijken van figuur 41 van Bruggeman. Bruggeman beschouwt daar een body waarin geen onttrekkingen plaats vinden, met desondanks de onttrekkingen bij A en B. Het duurde even voor ik door had dat het om gatenkaas gaat - kaas met gaten bij A en B. De onttrekkingen vinden plaats in de gaten, de body betreft alleen de kaas.



Figuur 1. Grondwaterbody met gaten

Referentie

Bruggeman, G.A. (1999), Analytical Solutions of Geohydrological Problems, *Developments in Water Science* nr. 46, Elsevier Amsterdam.