Wandschuifspanning en vulhoogte als functie van de afvoer in gedeeltelijk gevulde rioolleidingen

1. Inleiding

Bij het ontwerpen van rioolstelsels dient ernaar te worden gestreefd de vorming van permanente afzettingen te voorkomen. Uit hydraulische beschouwingen blijkt dat het materiaaltransport van niet-cohesieve sedimenten voornamelijk wordt beheerst door de wandschuifspanning langs de natte omtrek van de buis. De berekening van de (gemiddelde) wandschuifspanning als functie van de afvoer is voor gedeeltelijk gevulde leidingen een omslachtige zaak.



ING. H. VAN LUIJTELAAR
afstuderend bij de vakgroep Gezondheidstechniek
Technische Hogeschool Delft



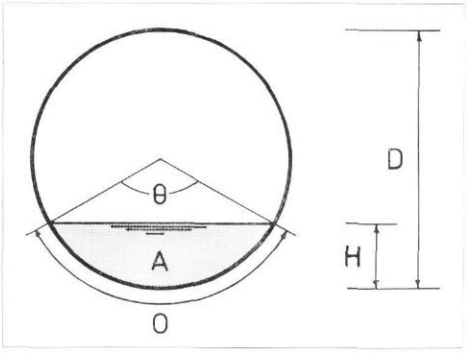
PROF. IR. A. C. J. KOOT
Technische Hogeschool Delft

In dit artikel worden daarom een aantal grafieken gepresenteerd, waaruit het mogelijk is de wandschuifspanning en de vulhoogte als functie van de afvoer en de leidingdiameter af te lezen. Deze grafieken zijn berekend en getekend met behulp van een computer.
Er zal eerst nader worden ingegaan op de hydraulische berekening van gedeeltelijk gevulde leidingen. Het verloop van deze berekening is samengevat in een stroomschema. Vervolgens wordt het gebruik van de grafieken behandeld aan de hand van een voorbeeld. Tenslotte wordt ingegaan op de resultaten van de berekeningen, zoals die zijn afgeleid uit de grafieken.

2. Lijst van symbolen

A	natte doorsnede	m^2
D	leidingdiameter	m
g	zwaartekrachtversnelling	m/s^2
H/D	vulhoogte	
I	verhang	
k	wandruwheid	m
L	leidinglengte	m
O	natte omtrek	m
q	afvoer	m^3/s
R	hydraulische straal	m
Re	Reynoldsgetal	
T	vloeistoftemperatuur	K
v	gemiddelde vloeistofsnelheid	m/s
z	wrijvingsverlies	m
Θ	vulhoek	rad
τ	gemiddelde wandschuifspanning	N/m^2
ν	kinematische viscositeit	m^2/s
λ	wrijvingsfactor	
ρ	vloeistofdichtheid	kg/m^3

N.B. De vermelde eenheden hebben alleen betrekking op de gebruikte formules.



Afb. 1 - Gedeeltelijk gevulde ronde buis.

3. Hydraulische berekening

Bij de berekening van gedeeltelijk gevulde rioolleidingen wordt er uitgegaan van een ronde buis met een diameter D, een wandruwheid k en een verhang I. De vulhoogte H/D wordt als variabele ingevoerd en stap voor stap worden de afvoerfunctie q en de wandschuifspanningsfunctie τ berekend. De berekening is gesplitst in drie delen, te weten de hydraulische straal, de afvoer en de wandschuifspanning. Het verloop van de berekening is weergegeven in een stroomschema.

3.1. *Hydraulische straal*

Voor leidingen met een willekeurige profielvorm is de algemene formule van de hydraulische straal

$$R = \frac{A}{O}$$

waarin A de natte doorsnede en O de natte omtrek is.
Voor een ronde buis zijn met behulp van de goniometrie de volgende formules af te leiden (afb. 1):

vulhoogte $$H/D = 0{,}5 \,.\, (1 - \cos\frac{\Theta}{2})$$

natte doorsnede $$A = \frac{D^2}{4} \,.\, (\frac{\Theta}{2} - \frac{\sin\Theta}{2})$$

natte omtrek $$O = \frac{D}{2} \,.\, \Theta$$

De hydraulische straal van een gedeeltelijk gevulde ronde buis wordt nu

$$R = \frac{A}{O} = \frac{\frac{D^2}{4} \,.\, (\frac{\Theta}{2} - \frac{\sin\Theta}{2})}{\frac{D}{2} \,.\, \Theta} =$$

$$= \frac{D}{4} \,.\, (1 - \frac{\sin\Theta}{\Theta})$$

waarin $\Theta = 2 \,.\, \arccos(1 - 2 \,.\, H/D)$

Er zijn computers die, in plaats van de arcsin- en arccosfunctie, alleen maar kunnen rekenen met de arctanfunctie. De hoek Θ wordt dan op de volgende wijze berekend:

$0 < H/D < 0{,}5$

$$\Theta = 2 \,.\, \arctan \sqrt{\frac{1 - (1 - 2 \,.\, H/D)^2}{(1 - 2 \,.\, H/D)^2}}$$

$H/D = 0{,}5$

$\Theta = 2 \,.\, \pi$

$0{,}5 < H/D \leqslant 1{,}0$

$$\Theta = 2 \,.\, \pi - 2 \,.\, \arctan \sqrt{\frac{1 - (1 - 2 \,.\, H/D)^2}{(1 - 2 \,.\, H/D)^2}}$$

3.2. *Afvoer*

Bij de berekening van de afvoer wordt ervan uitgegaan dat de stroming permanent is. Permanente stroming houdt in dat de snelheid in de tijd en in de stroomrichting constant is. Dit betekent dat I = spiegelverhang = bodemverhang (afb. 2).

De afvoer q wordt berekend met behulp van de formule van Darcy-Weissbach:

$$I = \frac{z}{L} = \frac{\lambda}{4 \,.\, R} \,.\, \frac{v^2}{2g}$$

waaruit volgt dat:

$$v = \sqrt{\frac{8 \,.\, g \,.\, R \,.\, I}{\lambda}}$$

en

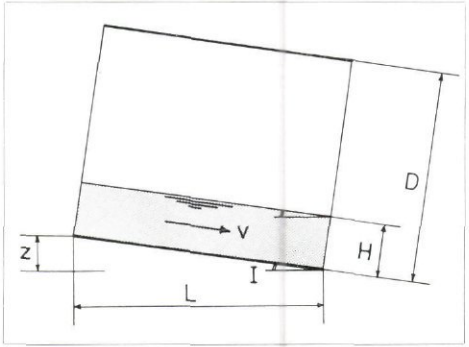
$$q = v \,.\, A$$

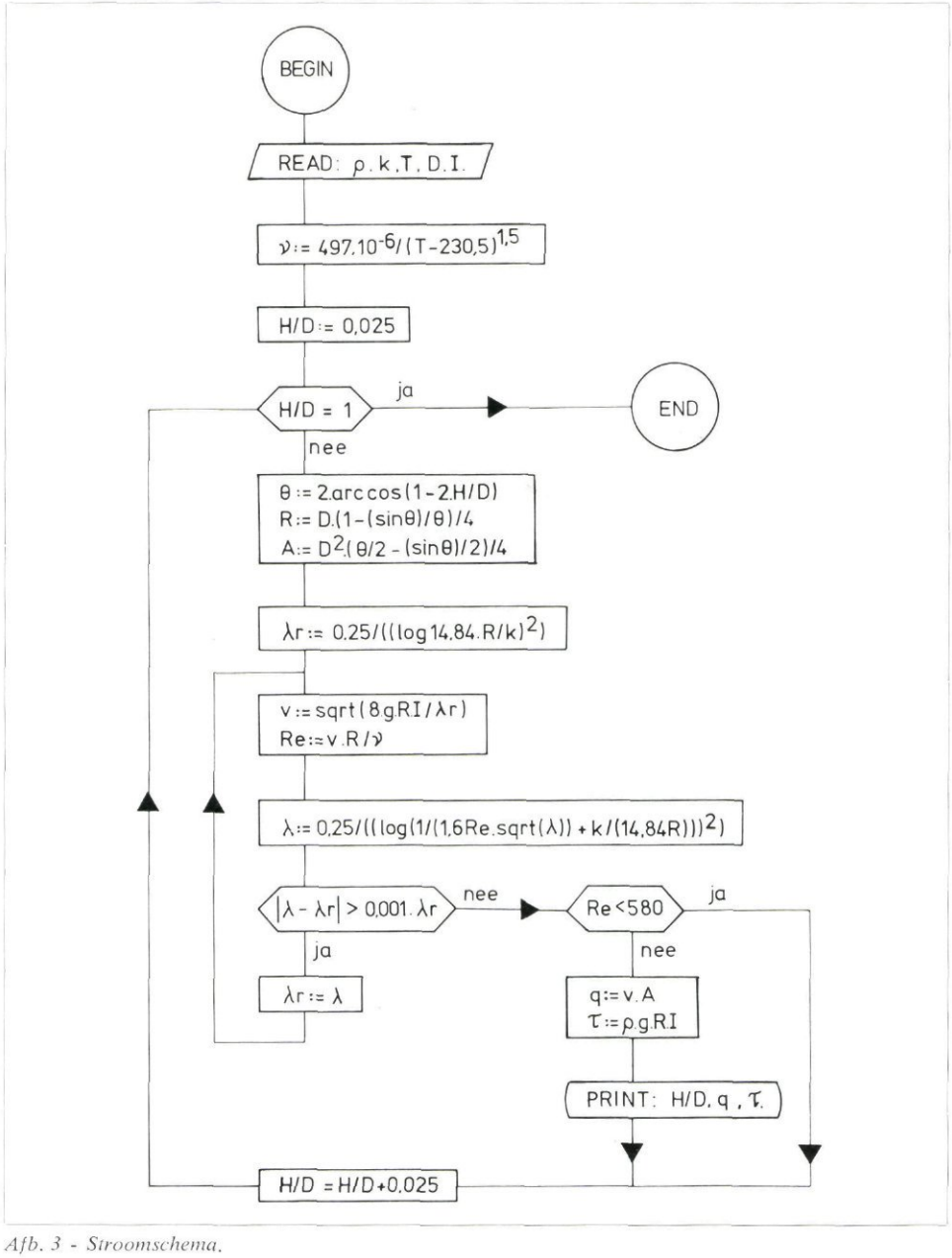
De wrijvingsfactor λ wordt berekend volgens Colebrook:

$$\lambda = \frac{0{,}25}{\left\{\log\left(\frac{1}{1{,}6 \,.\, Re \,.\, \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{14{,}84 \,.\, R}\right)\right\}^2}$$

De waarde van λ is afhankelijk van de relatieve wandruwheid R/k en van de mate van turbulentie gekarakteriseerd door

Afb. 2 - Stroming in een gedeeltelijk gevulde buis, waarbij spiegelverhang = bodemverhang.





Afb. 3 - Stroomschema.

het Reynoldsgetal:

$$Re = \frac{v \cdot R}{\nu}$$

De kinematische viscositeit ν is afhankelijk van de watertemperatuur T. De waarde van ν wordt berekend met de volgende benaderingsformule:

$$\nu = \frac{497 \cdot 10^{-6}}{(T - 230{,}5)^{1{,}5}}$$

De formule van Colebrook mag alleen gebruikt worden voor turbulente stroming, waarvoor geldt dat:

$Re \geqslant 580$

Bij de berekening van gedeeltelijk gevulde rioolleidingen met een wandruwheid k =1 mm, kan laminaire stroming buiten beschouwing worden gelaten.

De berekening van λ verloopt via een iteratieproces, met als eerste benadering:

$$\lambda_r = \frac{0{,}25}{\left\{\log\left(\frac{14{,}84 \cdot R}{k}\right)\right\}^2}$$

Voor het verloop van dit iteratieproces wordt verwezen naar het stroomschema (afb. 3).

3.3. *Wandschuifspanning*

Ten gevolge van de stroming ontstaat er tussen vloeistof en wand een schuifspanning τ. Deze wandschuifspanning kan worden bepaald uit het evenwicht van de krachten die werken op een vloeistofmoot (afb. 4).

In de evenwichtstoestand is de ontbondene van de zwaartekracht in de richting van de buisas G . sin α gelijk aan de wrijvingskracht W tussen de wand en de vloeistof:

$$W = G \cdot \sin \alpha$$

De zwaartekracht G die op een vloeistofmoot werkt is gelijk aan:

$$G = \rho \cdot g \cdot A \cdot dL$$

Voor kleine hellingen geldt dat:

$$I = \frac{dz}{dL} = \sin \alpha$$

De wandschuifspanning, dat is de wrijvingskracht per eenheid van nat wandoppervlak wordt nu:

$$\tau = \frac{W}{O \cdot dL} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{O \cdot dL} = \frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot dL \cdot I}{O \cdot dL}$$

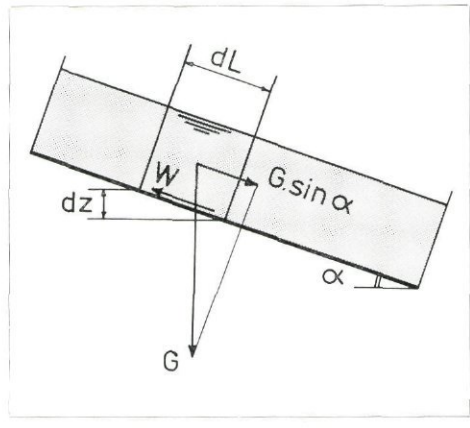
of:

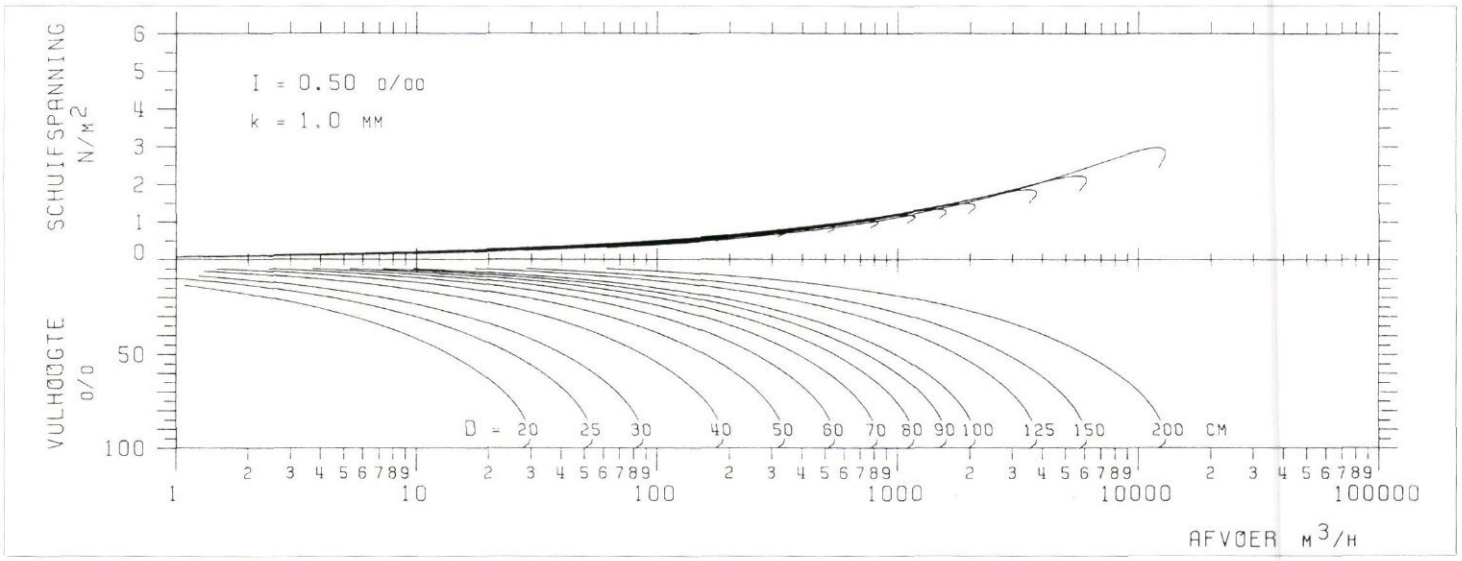
$$\tau = \rho \cdot g \cdot R \cdot I$$

Voor de berekening wordt ervan uitgegaan dat deze schuifspanning gelijkmatig verdeeld is over het natte profiel. In werkelijkheid echter zal de waarde van τ variëren tussen een maximum waarde in het midden van de bodem en een minimum waarde bij het vloeistofoppervlak.
Er zijn aanwijzingen dat de werkelijke schuifspanning langs het gedeelte van de wand waar het materiaaltransport plaatsvindt, minstens zo groot is als de berekende gemiddelde waarde.

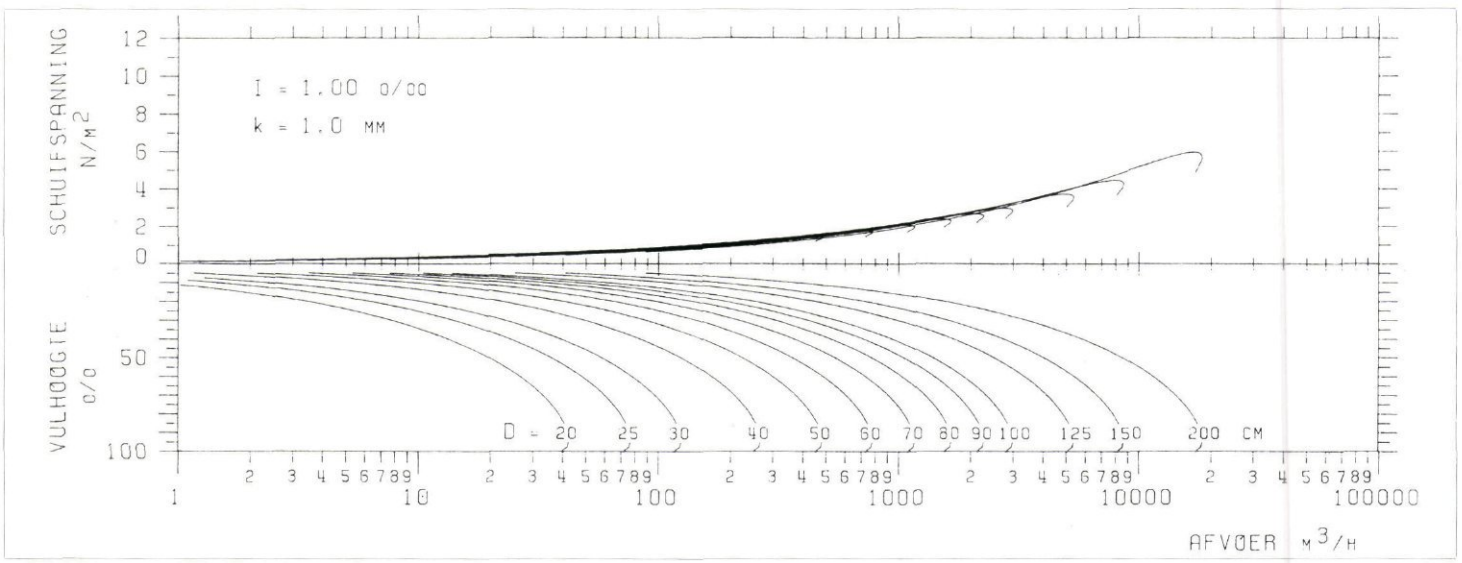
De kritische schuifspanning, dat is de schuifspanning waarbij geen vervuiling van rioolleidingen optreedt, moet in riolen van het gemengde rioolstelsel 2,5 - 3,5 N/m² zijn. De zanddeeltjes in regenwaterriolen vereisen een hoger grenswaarde, namelijk een schuifspanning van 3 - 4 N/m². Voor lichtere deeltjes die normaliter in vuilwaterriolen van het gescheiden rioolstelsel voorkomen kan de kritische schuifspanning op 1,5 - 2,5 N/m² worden gesteld.

Afb. 4 - Krachten uitgeoefend door de stromende vloeistof op de wand van de leiding.



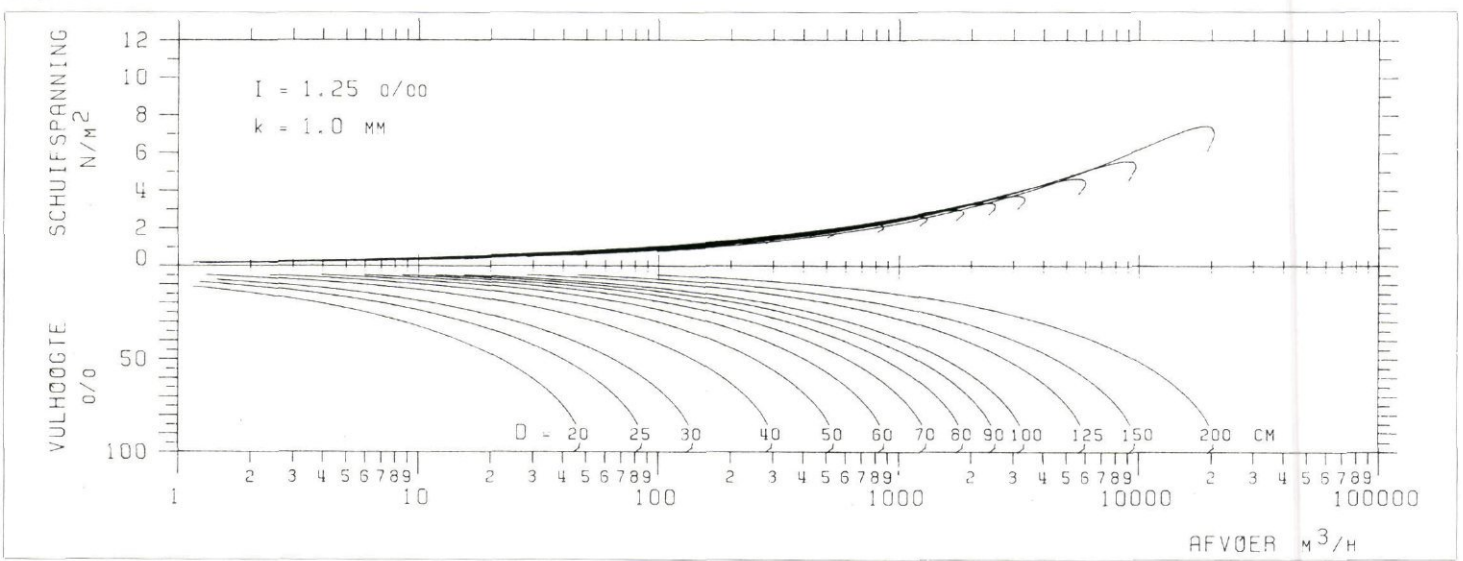


Grafiek 1

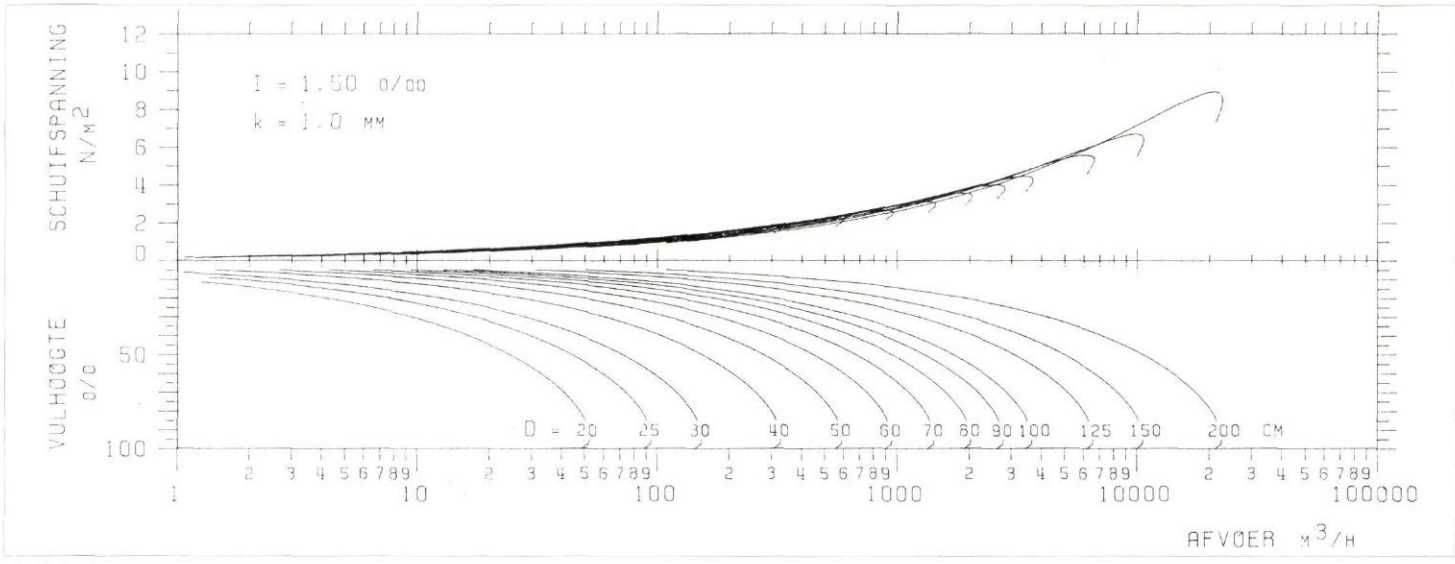


Grafiek 2

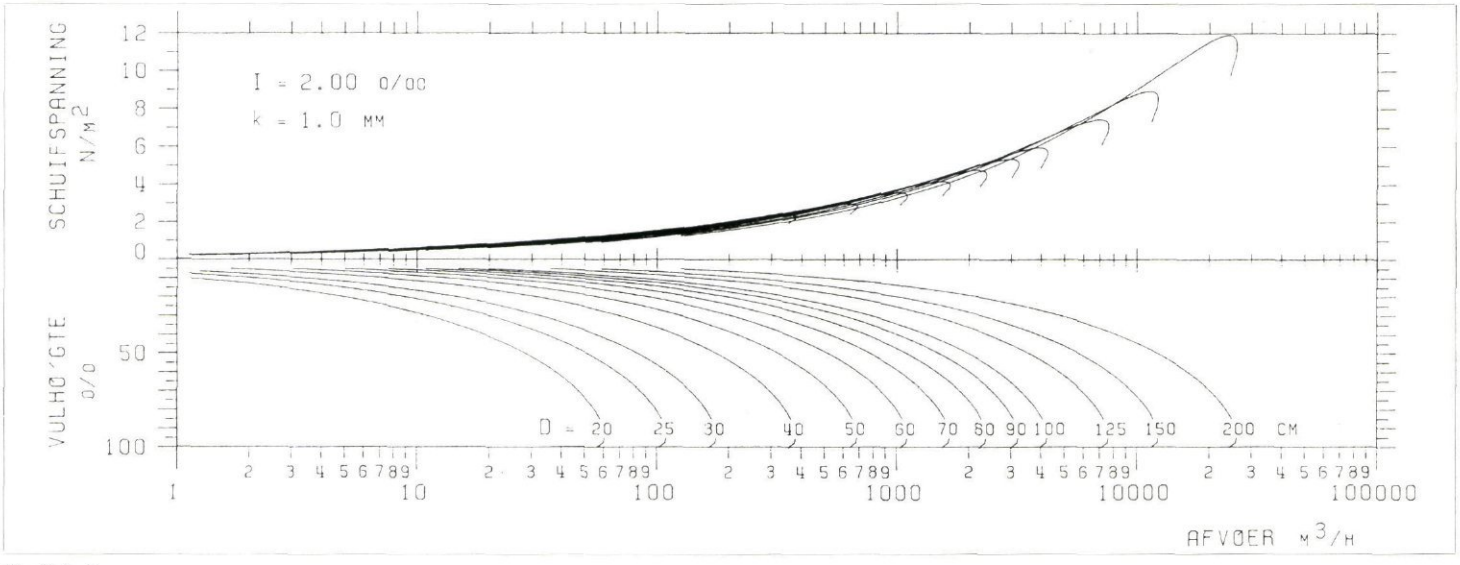
Grafiek 3



Grafiek 1 t/m 3 - Het verband tussen afvoer, (wand)schuifspanning en vulhoogte in gedeeltelijk gevulde leidingen.

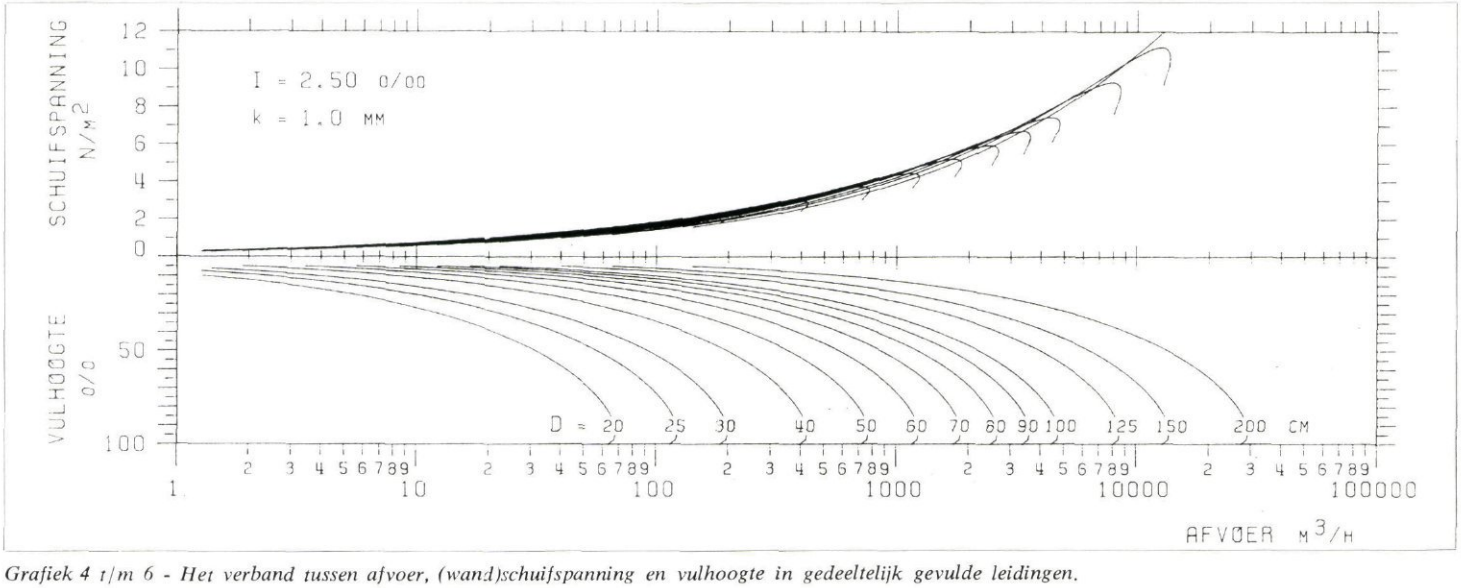


Grafiek 4

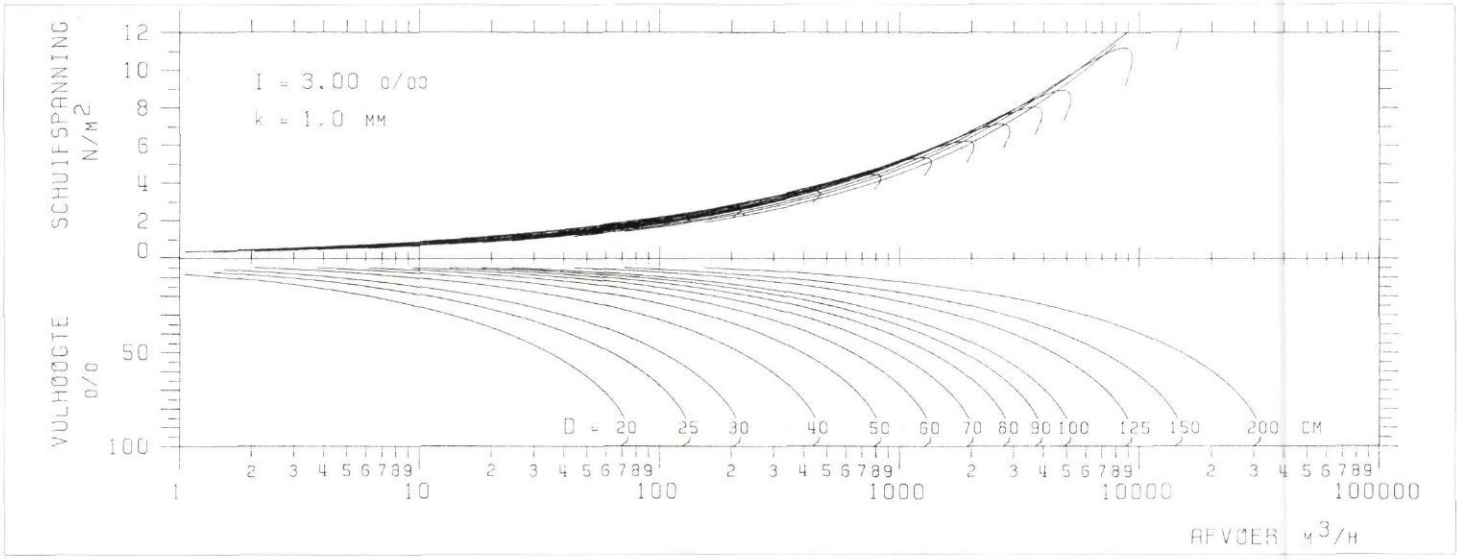


Grafiek 5

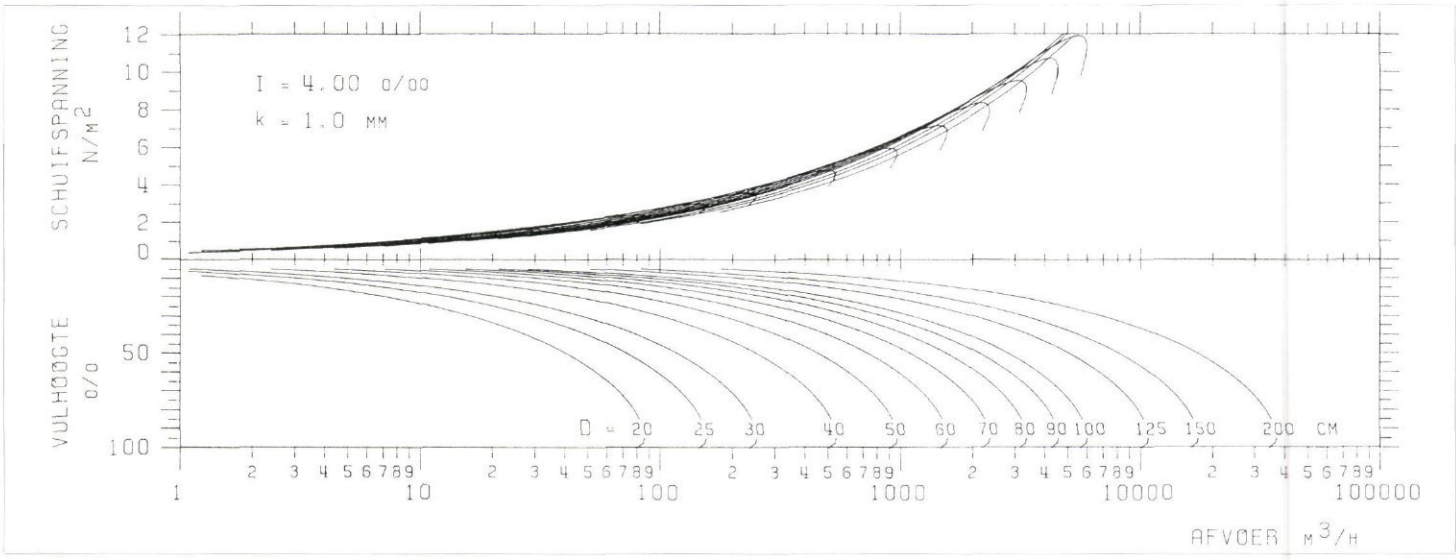
Grafiek 6



Grafiek 4 t/m 6 - Het verband tussen afvoer, (wand)schuifspanning en vulhoogte in gedeeltelijk gevulde leidingen.

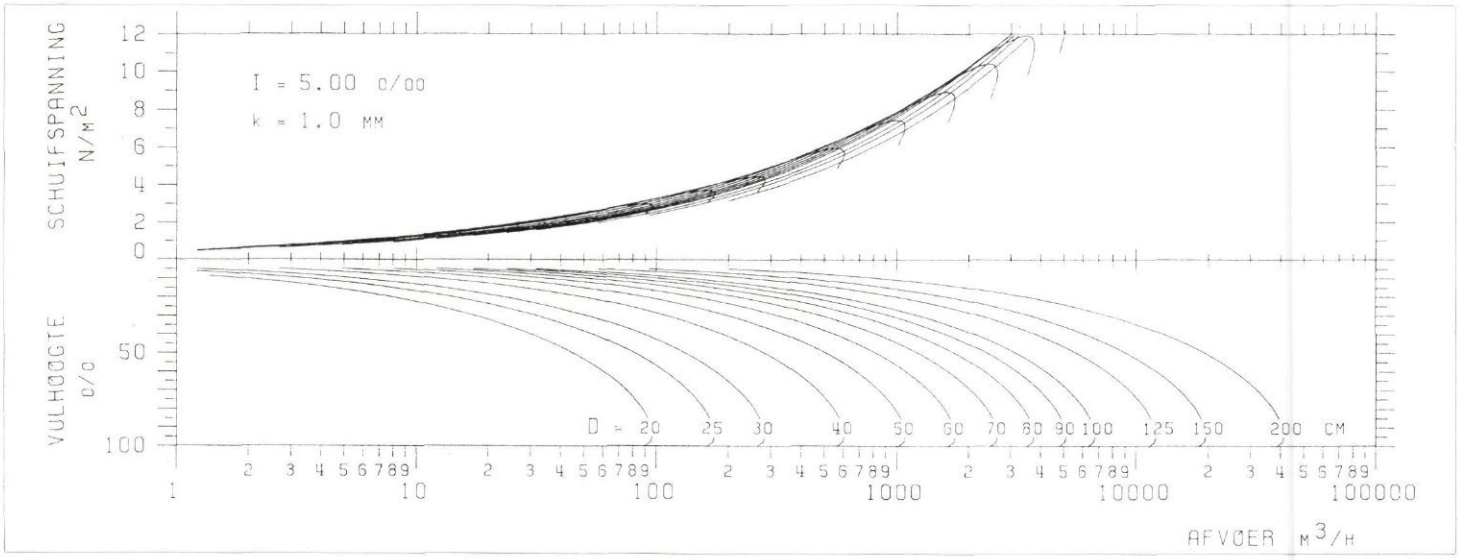


Grafiek 7

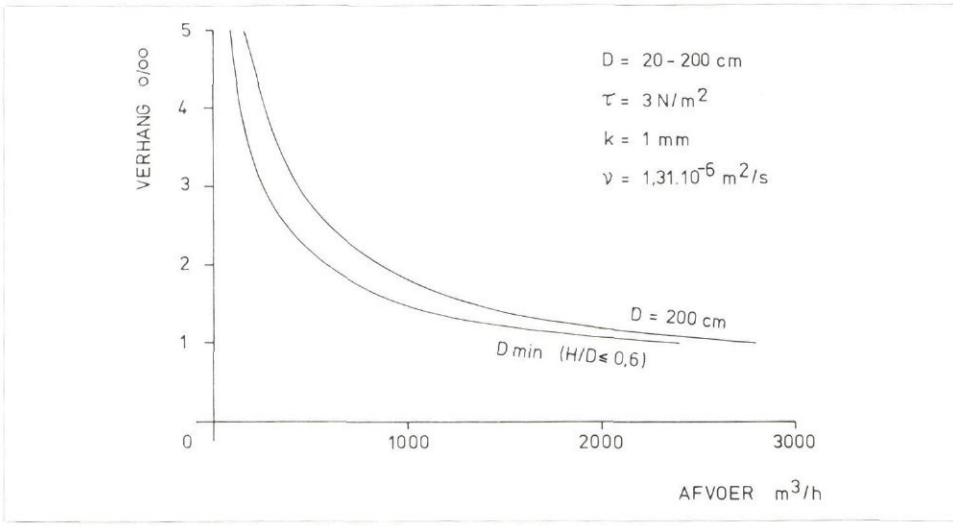


Grafiek 8

Grafiek 9



Grafiek 7 t/m 9 - Het verband tussen afvoer, (wand)schuifspanning en vulhoogte in gedeeltelijk gevulde leidingen.



Afb. 5 - Het verband tussen afvoer en verhang bij een wandschuifspanning $\tau = 3$ N/m².

4. Grafieken

In de grafieken 1 t/m 9 zijn de vulhoogte H/D en de wandschuifspanning τ weergegeven als functie van de afvoer Q. Voor iedere grafiek zijn er dertien diameters berekend, variërend van D = 20 - 200 cm. De wandruwheid k en de kinematische viscositeit ν zijn constant gehouden:
k = 1 mm
$\nu = 1{,}31.10^{-6}$ m²/s
Het verhang I varieert van 0,5 – 5,0 ‰. De vulhoogte kan bij een gegeven afvoer eenvoudig worden afgelezen. Het aflezen van de bijbehorende wandschuifspanning is wat moeilijker, omdat de lijnen van de verschillende diameters dicht langs elkaar lopen of in elkaar overvloeien. Via interpolatie kan de waarde van τ redelijk worden benaderd. Uitgangspunt hierbij is dat bij een gegeven afvoer de waarde van de wandschuifspanning evenredig toeneemt naarmate de diameter kleiner wordt. Leidingen met een vulhoogte groter dan 60 % (H/D > 0,6) worden bij deze interpolatie buiten beschouwing gelaten in verband met de afwijkende vorm van dit deel van de schuifspanningsgrafiek.

Voorbeeld:

Gegeven een leiding met een wandruwheid k = 1 mm en een verhang I = 2 ‰. Gevraagd wordt de wandschuifspanning in de leidingen die een afvoer Q = 1000 m³/h kunnen verwerken.
Uit grafiek 5 volgt dat voor Q = 1000 m³/h, de waarde van τ varieert van 3,3 - 3,8 N/m².
Bij deze minimum en maximum waarde van τ worden respectievelijk de maximum en minimum diameter bepaald:
D_{max} = 200 cm
D_{min} = de kleinst mogelijke diameter bij een vulhoogte kleiner dan 60 %.
τ_{min} = 3,3 N/m² D_{max} = 200 cm
τ_{max} = 3,8 N/m² D_{min} = 70 cm
Voor de tussenliggende diameters kan τ worden bepaald met behulp van de volgende interpolatieformule:

$$\tau_D = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_{min}) \cdot \left(\frac{D - D_{min}}{D_{max} - D_{min}}\right)$$

Voor D = 100 cm wordt de waarde van τ:

$$\tau_{100} = 3{,}8 - (3{,}8 - 3{,}3) \cdot \left(\frac{100 - 70}{200 - 70}\right) =$$

$$= 3{,}7 \text{ N/m}^2$$

In de volgende tabel is een overzicht gegeven van H/D en τ voor leidingen met een afvoer Q = 1000 m³/h bij een verhang I = 2 ‰. Tussen haakjes is de rechtstreeks berekende waarde vermeld.

D(cm)	H/D (%)	τ (N/m²)
60	80 > 60	3,6 (3,6)
70	59	3,8 (3,8)
80	47	3,8 (3.8)
90	40	3,7 (3,7)
100	34	3,7 (3,7)
125	25	3,6 (3,6)
150	20	3,5 (3,5)
200	14	3,3 (3.3)

De afgelezen en geïnterpoleerde waarden van τ blijken nauwelijks af te wijken van de rechtstreeks berekende waarden. Deze interpolatiemethode is alleen van belang voor het aflezen van de grafieken voor de grotere verhangen I ⩾ 2 ‰. Voor de kleinere verhangen is de gemiddelde aflezing van τ meestal nauwkeurig genoeg.

5. Resultaten

De wandschuifspanning in gedeeltelijk gevulde leidingen is bij een gegeven afvoer afhankelijk van de diameter en het verhang. Vooral bij kleine verhangen van 0,5 - 1,25 ‰, blijkt de keuze van de diameter nauwelijks van invloed te zijn op de grootte van τ. Bij de grote verhangen 4 - 5 ‰, kan de keuze van een grotere diameter een aanzienlijke afname van τ veroorzaken.

Voorbeeld:

Gegeven Q = 100 m³/h en k = 1 mm.

I = 0,5 ‰	D = 40 cm	τ = 0,5 N/m²
	D = 150 cm	τ = 0,4 N/m²
I = 5,0 ‰	D = 40 cm	τ = 3,1 N/m²
	D = 150 cm	τ = 2,4 N/m²

De keuze van het verhang heeft een duidelijke invloed op de grootte van de wandschuifspanning:

$\tau = \rho . g . R . I$

Uit de formule blijkt dat de wandschuifspanning τ evenredig is met het verhang I en de hydraulische straal R. Bij een gegeven afvoer betekent een toename van I een afname van R, omdat voor eenzelfde afvoer een kleinere vulhoogte nodig is.
De invloed van het verhang op de wandschuifspanning is geïllustreerd in afb. 5. Voor τ = 3 N/m² en D = 20 – 200 cm is het minimaal benodigde verhang weergegeven als functie van de afvoer. D_{min} is bij een gegeven Q en I, gelijk aan de kleinst mogelijke diameter bij een vulhoogte niet groter dan zestig procent.
Uit afb. 5 blijkt dat voor een kleine afvoer een relatief groot verhang nodig is, om een schuifspanning van bijvoorbeeld 3 N/m² te handhaven. Bij een afvoer van 600 m³/h is minimaal een verhang van 2 ‰ nodig voor een schuifspanning van 3 N/m².

6. Conclusies

Voor rioolleidingen kan worden nagegaan, hoe groot de wandschuifspanning is ten gevolge van DWA-afvoer of beperkte neerslaghoeveelheden.
Nader onderzoek zal erop gericht kunnen zijn om rioolstelsels, aan de hand van de optredende schuifspanningen, te kwalificeren met betrekking tot de vuiluitworp.

Literatuur

Al-Layla, M. A. et al. *Handbook of Wastewater Collection and Treatment*. New York, 1980.
Huisman, L. *Stromingsweerstanden in leidingen*. Rijswijk, KIWA mededeling nr. 14, 1969.
Koot, A. C. J. *Inzameling en transport van rioolwater*. Delft, Waltman, 1977.
Ven Te Chow. *Open-Channel Hydraulics*. Tokyo, McGraw-Hill Kogakusha Ltd., 1959.
Wolsleger, A. en Huisman, L. *Zakrekenmachines en de stroming door leidingen*. H₂O 1981, nr. 23.
Yao, K. M. *Sewer Line Design Based on Critical Shear Stress*. Journal of the Environmental Engineering Div., ASCE, 100 : E22, april 1974.
Rapport van de Commissie Riolering en Waterverontreiniging van de afdeling voor gezondheidstechniek van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs. H₂O 1972, nr. 10 en 12.

● ● ●