

CENTRAAL INSTITUUT VOOR LANDBOUWKUNDIG ONDERZOEK  
WAGENINGEN

Publicatie van het Drooglaboratorium Nr. I.

THEORIE OVER HET DROGEN VAN LANDBOUWPRODUCTEN

door

Prof. ir J. J. I. Sprenger

CENTRAAL INSTITUUT VOOR LANDBOUWKUNDIG ONDERZOEK  
Publicatie van het Drooglaboratorium Nr.I.

---

THEORIE OVER HET DROGEN VAN LANDBOUWPRODUCTEN

Korte Inhoud.

Voor het ontwerp van een droger, welke in staat zal zijn één of meer landbouwproducten te verwerken, behoort men over cijfers te beschikken betreffende de verdampingssnelheid in verschillende stadia van het droogproces.

Gebaseerd op experimenteel onderzoek, wordt in dit rapport een wetmatigheid voor de verdampingssnelheid gegeven.

Het droogproces blijkt in drie gescheiden stadia te verlopen, waarvan de beide eerste met grote nauwkeurigheid door een logaritmische functie kunnen worden uitgedrukt, echter voor beide stadia met andere constanten. Het derde stadium wordt buiten beschouwing gelaten, aangezien dit in de droogpraktijk niet bereikt wordt.

Omtrent de formule voor het gevonden verband tussen vochtgehalte en tijd worden enkele mathematische beschouwingen gegeven, waaruit blijkt, dat tussen de constanten voor het eerste en tweede droogstadium een bepaalde betrekking bestaat. Uiteengezet wordt, op welke wijze uit een reeks waarnemingscijfers deze constanten kunnen worden berekend.

Dit rapport vormt de basis voor verder onderzoek aangaande de numerieke waarden voor de bedoelde constanten en hun beïnvloeding door temperatuur, ventilatiesnelheid, aanvangsvochtgehalte, laagdikte etc. alsmede voor het zoeken naar een genormaliseerde methode om de droogeigenschappen van een gegeven gewas te meten.

INHOUD

- Hoofdstuk I. Doelstelling en apparatuur.  
Hoofdstuk II. Enkele inleidende beschouwingen.  
Hoofdstuk III. Een algemene droogwet voor landbouwproducten.  
Hoofdstuk IV. Enkele wiskundige beschouwingen over de algemene droogwet.

## THEORIE OVER HET DROGEN VAN LANDBOUWPRODUCTEN

### Hoofdstuk I. Doelstelling en apparatuur.

Landbouwproducten van zeer uiteenlopende aard (bijv. granen, gras, groenvoedergewassen, mais in kolven, aardappelen) worden tegenwoordig in toenemende mate kunstmatig gedroogd teneinde hun houdbaarheid te verzekeren, waarbij gestreefd behoort te worden naar een zo gering mogelijk kwaliteitsverlies tengevolge van het droogproces. De droging geschiedt gewoonlijk door warme lucht, al of niet met verbrandingsgassen vermengd, langs of door het te drogen materiaal te leiden. Voor het ontwerp van een droger, die of voor één bepaald product, dan wel voor meer producten intermitterend, bruikbaar zal zijn, is in de eerste plaats nodig, dat over een duidelijk inzicht wordt beschikt, hoe snel het vocht uit het te drogen materiaal verdampst. Teneinde misverstand te voorkomen, wordt hier medegedeeld, dat bij de volgende beschouwingen van de veronderstelling is uitgegaan, dat alle gewichtsverlies tijdens de droging als door vochtverdamping veroorzaakt wordt beschouwd. Weggeblazen stofdeeltjes alsmede ademhalingsverliezen zullen dus in het onderstaande worden verwaarloosd, zowel als condensatieverschijnselen.

De principiële vraag, welke onder de ogen moet worden gezien, is dus, of bij droging door een hete luchtstroom een door een formule weer te geven functioneel verband bestaat tussen het vochtverlies van het te drogen materiaal en de tijd, welk verband grafisch kan worden voorgesteld door de droogkromme.

Een moeilijkheid, welke zich bij dit probleem voordoet, is, dat de droogsnelheid ongetwijfeld afhankelijk zal moeten zijn van de temperatuur, en wel niet in de eerste plaats van die van de drooglucht, doch van de temperatuur van het te drogen materiaal zelf. Dit wordt door de drooglucht opgewarmd, waarvan een langzame temperatuurstijging het gevolg zal zijn; ook aan deze temperatuurstijging als functie van de droogtijd behoort dus aandacht te worden besteed.

Een verdere factor in het geding is de stroomsnelheid van de drooglucht door de te drogen stof.

Vervolgens zal bij de beschouwing rekening moeten worden gehouden met de warmte-overdracht van de drooglucht op het materiaal zelf.

Teneinde in dit opzicht onze bedoeling duidelijk te maken, willen wij vermelden, dat wij 10 gram water in een aluminium bakje plaatsen in de Brabender droogstoof, welke achtereenvolgens op temperaturen van 100°, 150° en 170° C werd ingesteld. Het water bleek bij deze proeven binnen resp. 4 - 4½ en 5½ min. tot de constante temp. van resp. 65° - 84,5° en 90,3° C te stijgen, waarna de watertemperatuur niet meer toenam; het kookpunt kon dus niet worden bereikt. Blijkbaar stelde zich een evenwicht in tussen de door de constante verdampingssnelheid aan het water onttrokken hoeveelheid warmte en de warmte-overdracht door de drooglucht, hetgeen ook door berekening kon worden aangetoond. Dit laatste quantum bleek niet voldoende te zijn om het water aan de kook te brengen. Dit zelfde verschijnsel zal ook bij droging van plantaardige stoffen kunnen optreden, waarbij dan nog met de mogelijkheid rekening dient te worden gehouden, dat de ontwijkende waterdamp remmend kan werken op de warmte-overdracht door convectie of straling.

In de literatuur werden enkele aanwijzingen gevonden over vroegere onderzoekingen in de genoemde richting; echter troffen wij nergens een samenvattende beschouwing aan over vele gewassen, waaruit een algemene wet zou kunnen worden afgeleid. De belangrijkste gegevens uit de literatuur zijn:

Donker, H.J. Het drogen van Gewassen B.Graan. Rapport T.A. 97 (1942). Schrijver komt tot de conclusie, dat voor de verdampings-snelheid van granen geldt:

$$- \frac{dw}{dt} = \frac{k}{A} w^{A+1}$$

waarbij de constante A, empirisch bepaald, een lineaire functie van de temperatuur bleek te zijn, en tussen 4,24 en 2,00 schommelt. De grootte k varieert meer ingewikkeld met de temperatuur.

Edholm, H. Undersökningar angående Torkning av Spannmål. Schrijver droogde graan in een geconditioneerde luchtstroom. Hij vond een verband tussen de droogsnelheid en het verschil in waterdampspanning van lucht en graan. De proeven zijn hoofdzakelijk gericht op de invloed van pauzen in de droging.

Müller, W. Verdunstung u. Wärmeübergang beim Getreidetrocknen. Dissertatie Zürich 1943. Müller vindt voor de stofoverdracht een ingewikkelde exponentiële functie.

Sherwood, T.K. Chemical Engineers' Handbook 1941 p 1486:

"The mechanism of drying in the falling rate period has been seen to be complicated, this period being in general divisible into two zones involving two different drying mechanisms".

Een globale logaritmische formule wordt gegeven.

Wijnholds, W.H.J. Rapport T.A. 81 (1942): "De verandering van de transmissiecoëfficiënt van het water tijdens het drogen". Schrijver nam proeven met gras. Hij schrijft het afnemen der droogsnelheid toe aan de combinatie van een weerstand in de plant met een weerstand in de grenslaag der gassen.

De bovenvermelde literatuurbronnen bleken te vaag te zijn, om als uitgangspunt voor het gestelde probleem te kunnen dienen, zodat wij onafhankelijk hiervan een eigen onderzoek hebben ingesteld, waarbij werd uitgegaan van de meetresultaten van droogkrommen, welke bij luchtdroging het functioneel verband tussen het vochtverlies en de droogtijd weergeven.

De toegepaste methodiek komt er steeds op neer, dat een bepaald gewicht materiaal met bekend vochtgehalte gedroogd wordt met periodieke weging, waarbij tijdens de weging de luchtstroom wordt stopgezet. Dit geeft aanleiding tot fouten, veroorzaakt door discontinuïteit, welke echter van beperkte omvang kunnen blijven. Een laboratoriumapparatuur, waarbij dit bezwaar geheel ondervangen wordt, is ontworpen en thans in beproeving.

Verder werd steeds een dunne laag materiaal gedroogd, zodat het "laagdikte-effect" voorlopig buiten beschouwing kan worden gelaten.

Omtrent de gebruikte apparatuur zal later een publicatie volgen. Gebleken is, dat de inrichting voor materialen met een hoog vochtgehalte (gras, veevoedergewassen etc.) anders moet zijn dan bijv. voor granen. Teneinde de hieronder te noemen namen van apparaten nader te verduidelijken wordt hiervan een korte omschrijving gegeven.

De Brabender droogstoof is een apparaat, waarin 10 bakjes met 5 - 10 g materiaal kunnen worden geplaatst in uitsparingen van een ronde draaitafel binnen een droogstoof. De drooglucht wordt door een elektrische ventilator in de stoof geblazen, na een stel verwarmingselementen te zijn gepasseerd; de temperatuur wordt door een thermostaat ( contactthermometer) constant gehouden. De stooftemperatuur kan tussen 40° en 180° C worden ingesteld.

Voor de weging draait men met een knop het te wegen bakje naar voren en zet de ventilatie en verwarming af. Het bakje kan dan door middel van een hefboom op een nauwkeurige balans met oliedemping worden geplaatst; het vochtverlies in procenten wordt direct op een verlichte schaal afgelezen.

De laboratorium-blaasinstallatie bestaat uit een vierkante windtunnel van 12 x 12 cm doorsnede, waarin door een centrifugaal-ventilator lucht wordt geperst. Deze lucht passeert een viertal elektrische verwarmingselementen, en blaast uiteindelijk door een verticaal graanbakje met voor- en achterwand van metaalgaas. Dit bakje, hetwelk ca. 100 g graan kan bevatten, is aan een apothekersbalans opgehangen. Zet men de luchtstroom af, dan kan de weging plaats vinden.

Electro-hydrometer is de naam van een speciale veer-balans aan één arm waarvan een vast tegenwicht hangt, terwijl aan de andere arm een eestbakje met 100 g gras is opgehangen. Bij arrêtering komt dit eestbakje op een drooginrichting te rusten, waarbij een kleine fan warme lucht door het materiaal blaast. Voor de weging wordt deze fan stilgezet; het vochtgehalte wordt rechtstreeks op een schaal afgelezen. Dit apparaat is voor de praktijk onbruikbaar gebleken als gevolg van slechte afwerking van de balans.

De Olland-snelweger is een toonbank-weegschaal met 15 kg maximale belasting en een wijzerschaal 1 - 100 g. Wij hebben het eestbakje van de electro-hydrometer met de drooginrichting op één der schalen van de Olland-snelweger geplaatst, en ter voorkoming van weegfouten door de elektrische toeleidingsdraden een inrichting aangebracht, waarbij de stroom door tussenkomst van naalden in kwikbakjes naar de schaal kan worden gevoerd, zonder de balansstand noemenswaard te beïnvloeden. De nauwkeurigheid bedraagt  $\pm 0,5$  g.

De grote blaasinstallatie is een speciaal voor dit doel ontworpen, tamelijk grote, semi-technische drooginrichting, waarbij zowel de luchtsnelheid als de temperatuur en relatieve vochtigheidsgraad van de drooglucht kunnen worden geregeld (geconditioneerd). Deze lucht blaast boven op een horizontale eestbak, waarop 10 kg graan of 3 kg gras kunnen worden geplaatst. De eestbak rust op een toonbank-snelweger van 20 kg max. belasting, en kan dus gewogen worden na omleiding van de luchtstroom. Met deze installatie kunnen veel grotere luchtsnelheden worden toegepast (3-4 m/sec.) dan met de boven omschreven apparaten. Het gewichtsverlies kan tot op 1 gram nauwkeurig worden bepaald.

## Hoofdstuk II. Enkele inleidende beschouwingen

### A. Vochtgehalte

In de literatuur komt men twee wijzen voor de aanduiding van het vochtgehalte tegen. Zij zijn:

$\bar{m}$  = het vochtgehalte, gemeten in gewichtsprocenten van het ogenblikkelijke totale gewicht (wet basis), en  
 $\bar{w}$  = het vochtgehalte, opgegeven in gewichtsprocenten van de aanwezige vaste stof (dry basis).

In 100 kg materiaal zijn dus  $m$  kg water aanwezig en  $100-m$  kg droge stof; hieruit volgt:

$$w = \frac{100 m}{100 - m} \quad \text{en} \quad m = \frac{100 w}{100 + w}$$

In onderstaande tabel I is dit verband voor enige uiteenlopende waarden van  $m$  uitgerekend.

Tabel I.

$m$ in %	$w$ in %	$m$ in %	$w$ in %
90	900	69	223
88	733	68	213
87	669	67	203
86	614	66	194
85	567	65	186
84	525	60	150
83	488	55	122
82	456	50	100
81	426	45	82
80	400	40	67
79	375	35	53,8
78	355	30	42,9
77	335	25	33,3
76	317	20	25
75	300	15	17,7
74	285	10	11,1
73	270	5	5,3
72	257	0	0
71	245		
70	233		

Wij willen er op wijzen, dat de in de handel algemeen in gebruik zijnde maatstaf  $\bar{m}$  voor berekeningen op het gebied van drogen tot grote moeilijkheden aanleiding geeft.

In de droge zomer van 1947 bedroeg het gemiddelde vochtpercentage van het te drogen gras 73,6 %, in het veel nattere oogstjaar 1948 was dit 77,1 %. Schijnbaar is het verschil niet groot. De overeenkomende cijfers voor  $\bar{w}$  bedragen echter resp. 278,8 en 336,7 %, waaruit blijkt, dat in het laatste geval 21 % meer water moest worden verdampt, een niet te verwaarlozen factor!

Rekent men met "vochtgehalte op nat"  $\bar{m}$ , zo blijkt, dat wanneer men van het materiaal bijv. 10 % vocht afdroogt en er daarna wederom 10 % vocht aan toevoegt, niet het uitgangsvochtgehalte wordt bereikt.

Een normaal vochtgehalte voor te drogen gras is 75 %. Corresponderende met  $\bar{w} = 300$  %. Tabel I leert, dat men bij droging tot 60 % reeds de helft van het aanwezige vocht heeft verwijderd, hetgeen uit de  $\bar{m}$ -cijfers niet blijkt, en daaruit slechts door berekening kan worden afgeleid.

Wordt gras gedroogd van 75 % tot 10 %, dan is de neiging groot, te beweren, dat er 65 % is verdampt. In werkelijkheid is men gegaan van  $\bar{w} = 300$  tot  $\bar{w} = 11,1$ . Verdampd werd  $\bar{w} = 288,9$  overeenkomende met  $\bar{m} = 74,3$  %. Uit het gevonden resultaat blijkt

de ervaringsregel, dat men bij grasdrogers ongeveer even veel vocht moet verdampen als het vochtgehalte van het verse gras bedraagt.

De grote drogerij van Van den Broek te Ens volgt in dit opzicht de Amerikaanse methode, volgens welke de opbrengst van voor droging bestemd lucerne-land wordt uitgedrukt in kg droog product per ha.

Onze conclusie kan niet anders luiden, dan dat de enige bruikbare wijze, om voor droogberekeningen het vochtgehalte aan te geven, zal moeten zijn in gewichtsprocenten van de droge stof, zoals dan ook verder hieronder zal geschieden.

Het ligt niet in het bestek van dit rapport beschouwingen te geven over de techniek van vochtmeting. Daarom zij volstaan met de definitie, dat onder vochtgehalte moet worden verstaan het gewichtsverlies bij droging tot constant gewicht van het gemalen product bij 105° C en in sommige gevallen tot 130° C.

Bij onze proeven werd uitgegaan van plantaardige stoffen met een zeer uiteenlopend vochtgehalte en variërende droogtemperaturen. De droging werd steeds voortgezet tot constant gewicht bij de gebruikte droogtemperatuur, echter zonder vermalen. Omdat het chemisch gebonden water zal verdampen totdat, afhankelijk van de temperatuur, zich een evenwicht zal hebben ingesteld, kan het uit de metingen gevonden vochtgehalte, hetwelk dus steeds berekend werd uit het droge-stofgewicht, enigszins afwijken van dat, hetwelk arbitrair bij definitie is overeengekomen. Hierdoor zal de gehele droogkromme met asymptoot een weinig van de werkelijke hoogteligging kunnen verschillen. De gevolgde methode biedt het voordeel, dat men met vochtgehalten, tot op de eerste decimaal nauwkeurig, en in het tweede stadium zelfs tot op de tweede decimaal, kan werken; hetgeen nodig is ter beoordeling van de nauwkeurigheid der gevonden wetmatigheid.

#### B. Dampdrukisotherm

Een belangrijke vraag voor het droogproces is, tot hoever men gras, veevoedergewassen enz. moet indrogen teneinde de houdbaarheid te verzekeren. Er is uitvoerig literatuurmateriaal ter beschikking waaruit blijkt, dat dit het geval zal zijn bij een evenwichtsvochtgehalte, hetwelk voor Nederland correspondeert met 70 - 75 % relatieve vochtigheid van de lucht. Uit beproevingsmateriaal is gebleken, dat dit in de buurt ligt van  $w = 11 - 13\frac{1}{2}$  %, waarbij de temperatuurfluctuaties slechts klein zijn. Dit komt goed overeen met de thans geldende verkoopsvoorwaarden, waarbij een max. vochtpercentage groot  $m = 12$  % bindend wordt voorgeschreven.

Rekening houdende met kleine bedrijfsschommelingen, willen wij  $m = 10$  % ( $w = 11,1$  %) als een voor normale berekeningen alleszins bruikbaar gemiddelde aannemen.

#### Hoofdstuk III. Een algemene droogwet voor landbouwproducten

Op de wijze, zoals in het eerste hoofdstuk werd beschreven, hebben wij een groot aantal droogkrommen bepaald, en getracht uit het verloop van deze krommen een algemene wetmatigheid af te leiden. Dit is inderdaad gelukt en daarom menen wij, dat wel van een algemene droogwet mag worden gesproken. Het blijft natuurlijk steeds min of meer speculatief te veronderstellen, dat



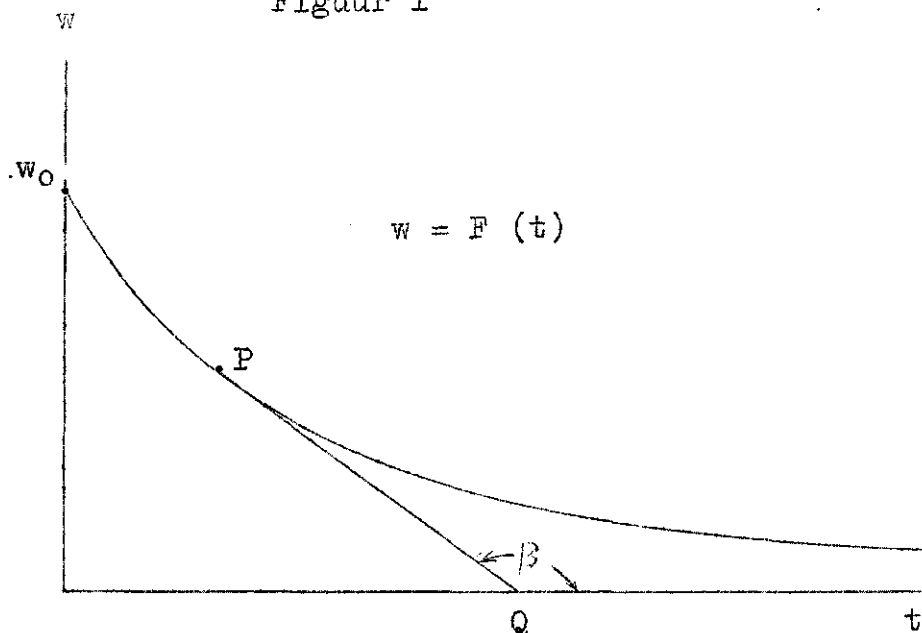
de gevonden wet ook zal opgaan voor niet-onderzochte gewassen, doch hiertegenover staat, dat de anatomische opbouw van vele planten een zodanige overeenkomst vertoont, dat de droogsnelheid, welke toch van de structuur van vezels en cellen afhankelijk moet zijn, met een grote mate van waarschijnlijkheid ook voor niet sterk-afwijkende landbouwproducten analoog zal verlopen.

Ons onderzoek heeft zich uitgestrekt tot gras, lucerne, voederbieten, wortelen, sojabonen, aardnoten, rijst, tarwe, gerst, mais en lijnzaad, en voor al deze gewassen of vruchten werd de bedoelde wetmatigheid gevonden.

Tot goed begrip van de na te noemen droogwet moge eerst een inleidende beschouwing worden gegeven.

Zij:  $w_t$  = vochtgehalte in gewichts % van de droge stof op het tijdstip  $t$ ;  $w_0$  = aanvangsvochtgehalte;  
 $t$  = tijd, verlopen sedert het begin van de droging,  
dan geeft de droogkromme aan het functioneel verband tussen  $w$  en  $t$ .

Figuur 1



Denken wij in een willekeurig punt  $P$  van de droogkromme de raaklijn  $PQ$  getekend, dan maakt deze lijn met de horizontale as een hoek  $\beta$ , waarvan de tangens volgens de differentiaalrekening gelijk is aan  $\frac{dw}{dt}$ , dit is de droogsnelheid. De hoek  $\beta$  ligt steeds in het tweede  $\frac{dw}{dt}$  quadrant, waardoor de droogsnelheid negatief wordt. Dit is rationeel; bij een elementaire toename van de tijd ( $dt$ ) neemt het vochtgehalte immers af ( $-dw$ ), zodat aan  $\frac{dw}{dt}$  het negatieve teken behoort te worden toegekend.

Verder is het logisch te veronderstellen, dat de droogsnelheid bij toename van  $t$  steeds zal verminderen; ergo wordt de kromtestraal van de droogkromme voortdurend groter. Na een zeer lange tijd -hetzij eindig of oneindig- zal de droogkromme aan de horizontale as moeten raken; is hiervoor een oneindig grote droogtijd nodig, dan noemen wij de nadering asymptotisch.

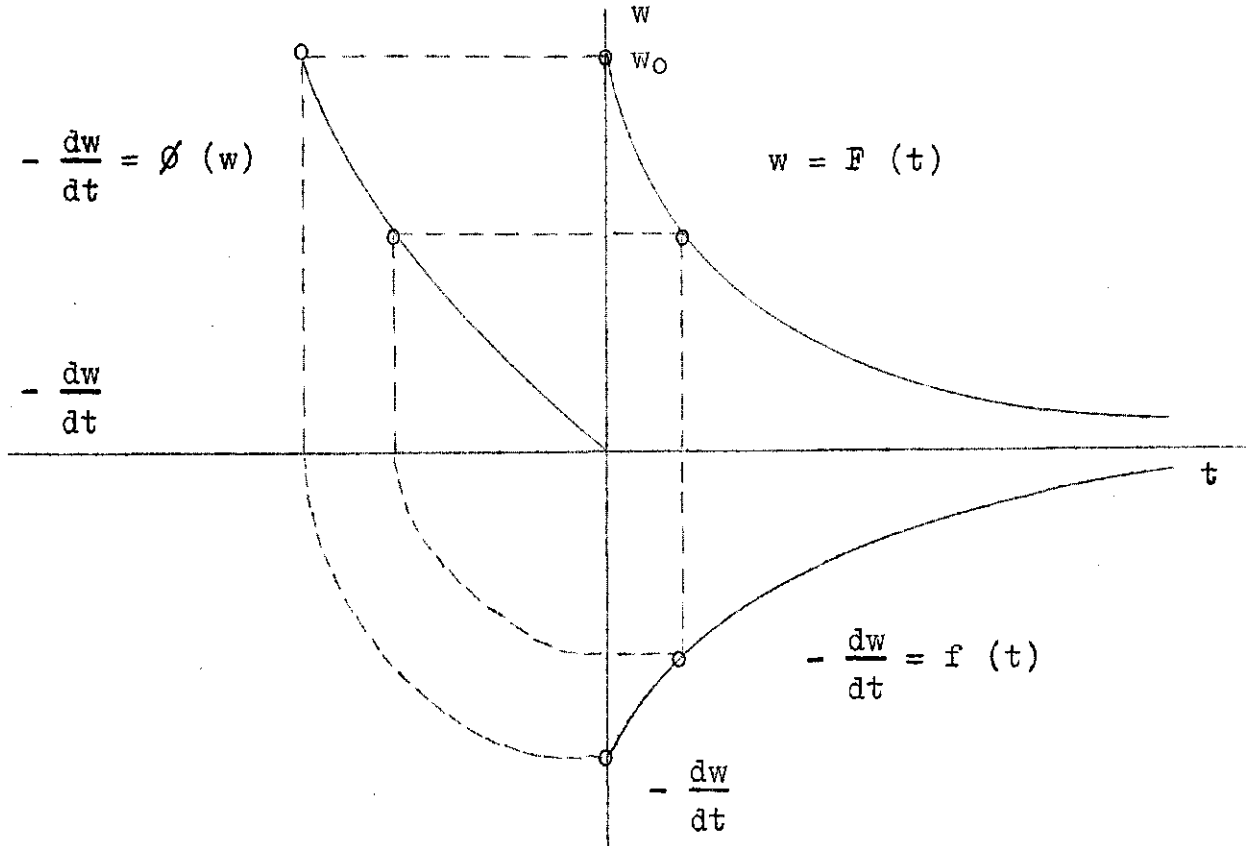
Natuurlijk kunnen wij uit het functioneel verband der droogkromme:

$$w = F(t)$$

ook afleiden:

$$-\frac{dw}{dt} = f(t) \quad \text{alsmede:} \quad -\frac{dw}{dt} = \phi(w)$$

Figuur 2



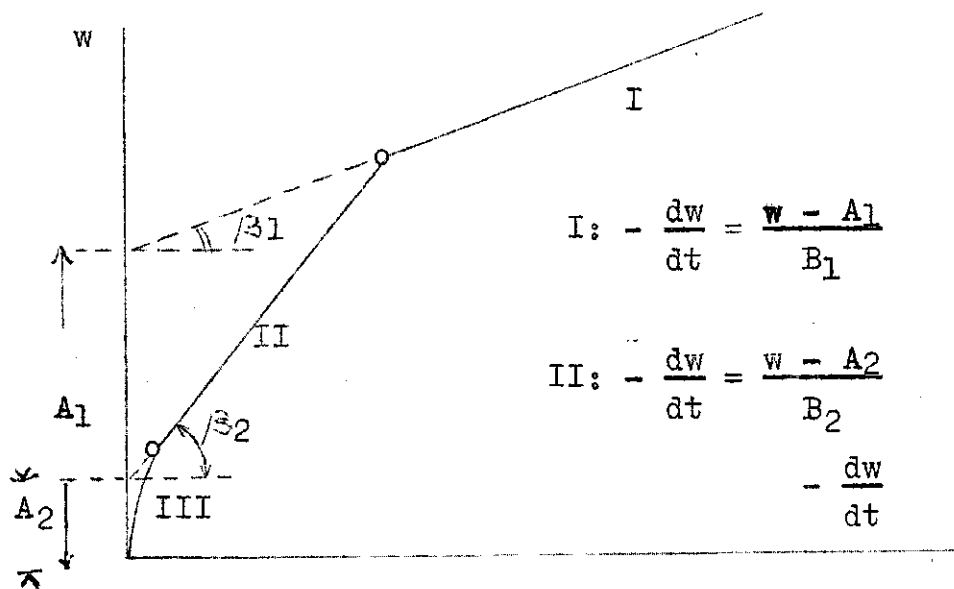
Grafisch voorgesteld, bestaat tussen de drie genoemde functies het hierboven geschetste verband.

Uit ons experimenteel onderzoek is gebleken, dat de functie

$$-\frac{dw}{dt} = \phi(w)$$

in den regel bestaat uit drie afzonderlijke stadia, waarvan de beide eerste lineair verlopen.

Figuur 3



Het derde stadium begint slechts bij enkele procenten vocht, en wordt derhalve bij de praktijkdroging nimmer bereikt; daarom zal hierop verder in dit rapport niet worden ingegaan.

In een formule uitgedrukt, geldt:

$$\text{voor het Stadium I : } - \frac{dw}{dt} = \frac{w - A_1}{B_1} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{voor het Stadium II: } - \frac{dw}{dt} = \frac{w - A_2}{B_2} \dots\dots\dots(2)$$

waarbij de betekenis der constanten  $B_1$  en  $B_2$  kennelijk is:

$$B_1 = t_g \beta_1 \quad \text{en} \quad B_2 = t_g \beta_2$$

Gaan wij de vergelijkingen (1) en (2), welke samengevat, in algemene vorm geschreven kunnen worden:

$$- \frac{dw}{dt} = \frac{w - A}{B}$$

integreren, dan is het resultaat:

$$\boxed{\ln (w - A) = - \frac{t}{B} + C} \dots\dots\dots(3)$$

waarmede een algemene uitdrukking voor de droogwet gevonden is.

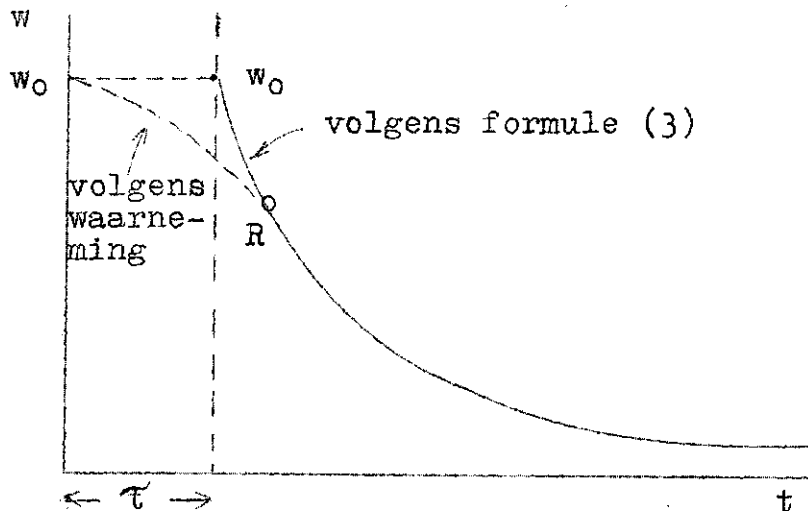
Voor Stadium I geldt:  $t = 0 \quad w = w_0$   
waarmede formule (3) overgaat in:

$$\ln (w - A) = - \frac{t}{B} + \ln (w_0 - A)$$

$$\text{of: } t = B \ln \frac{w_0 - A}{w - A} \dots\dots\dots(4)$$

Toch willen wij aan de schrijfwijze volgens formule (3) de voorkeur geven, en zulks om de volgende reden. In het begin der droging zal het (koude) materiaal door de drooglucht opwarmen. De droogsnelheid is afhankelijk van de materiaalt temperatuur, en zal dus aanvankelijk wat achterblijven bij de waarde, uit formule (1) becijferd. Wij kunnen hiervan de volgende voorstelling tekenen:

Figuur 4



Hier geeft de getrokken lijn de formule weer:

$$\ln (w - A) = - \frac{t - \tau}{B} + \ln (w_0 - A) \dots\dots\dots(5)$$

en de gestippelde lijn het werkelijke verloop der droogkromme. Rechts van het punt R vallen beide krommen samen.

Indien wij dus formule (5) toepassen voor de ware droogkromme, zijn in het begin kleine afwijkingen te verwachten, verderop niet.

Formule (5) kan ook worden geschreven:

$$\ln (w - A) = - \frac{t}{B} + \left[ \ln (w_0 - A) + \frac{\tau}{B} \right]$$

Dit is dezelfde vorm als (3) met dien verstande, dat de waarde der constante C een constant bedrag groter is dan  $\ln (w_0 - A)$ . Door uit punten rechts van R de waarden der drie constanten A, B en C empirisch te bepalen, wordt dus automatisch met de opwarmperiode rekening gehouden.

De volgende vraag moet zijn, welke fysische betekenis aan de drie constanten behoort te worden toegekend.

Uit 
$$- \frac{dw}{dt} = \frac{w - A}{B}$$

volgt, dat bij een gegeven vochtgehalte de droogsnelheid omgekeerd evenredig met de constante B verloopt. Behalve van de materiaalt temperatuur en ventilatiesnelheid, zal de waarde van B sterk afhankelijk zijn van de aard van het gewas, alsmede van de voorgeschiedenis (bijv. vóórdroging op het veld, waardoor de huidmondjes zich openen).

De waarde van C blijkt in de eerste plaats beheerst te worden door het aanvangsvochtgehalte, en in mindere mate door de opwarmtijd. Aangezien deze constante het karakter bezit van een integratieconstante, heeft de waarde van C geen invloed op de droogsnelheid.

Veel moeilijker is het, enig inzicht te verkrijgen in de factoren, welke de waarde van A beïnvloeden. Hiervoor willen wij eerst de vraag onder ogen zien, hoe het mogelijk is, dat het rechtlijnig verloop der droogsnelheid in Stadium I discontinu kan overgaan in een ander lineair verloop in Stadium II.

Allereerst zij opgemerkt, dat uit onze waarnemingen blijkt, dat de overgang niet volkomen discontinu is, zoals de grafiek doet voorkomen. Er bestaat in werkelijkheid tussen beide rechten een klein overgangsboogje, hetgeen echter voor alle numerieke beschouwingen verwaarloosd mag worden.

Een dergelijke discontinuïteit is o.i. slechts uit twee mogelijke oorzaken verklaarbaar:

- a. dat het in de twee stadia verdampende vocht anders van aard, oppervlaktespanning of plaats in de plant is, dan wel
- b. dat de droogluchtstroom door een of andere oorzaak van karakter verandert en beneden het kritische getal van Reynolds komt, zodat dan de lucht van turbulent in de laminaire stromingstoestand overgaat.

De juiste verklaring zal slechts uit nader onderzoek kunnen blijken.

Voorlopig willen wij ons met de volgende werkhypothese tevreden stellen. Uit de waarneming, dat de droogsnelheid in Stadium I voortdurend afneemt (er treedt dus geen "constant rate period" op) volgt, dat geen vrij oppervlaktewater aanwezig kan zijn. Het in dit stadium verdampte vocht is blijkbaar afkomstig uit plantendelen, welke dit gemakkelijk loslaten (grove poriën). Is echter dit water uitgeput, dan moet het door de fijne poriën (capillairen) c.q. door de celwanden naar het oppervlak worden getransporteerd, waarbij het door oppervlaktetenspanning (gekromde meniscus), moeilijker diffusie, alsmede wegens afnemen der poriëndiameters door krimp wordt geremd.

Aldus beschouwd, is  $A_1$  het vochtpercentage, dat in het materiaal zou achterblijven, indien de droging uiteindelijk geheel volgens stadium I zou verlopen (een hypothetisch geval).

Wij vinden dan voor de overgang van Stadium II naar Stadium III een analoge beschouwing. In dit laatste stadium wordt n.l. het fysisch-chemisch gebonden water uitgedreven, eindigende in een temperatuur-evenwicht met de drooglucht. Daarom zal  $A_2$  niet veel kunnen afwijken van de hoeveelheid fysisch-chemisch gebonden water, welke slechts enkele procenten bedraagt.

Uit de genoemde werkhypothese -welke wellicht later op grond van meer ervaringsmateriaal zal moeten worden herzien- volgt, dat de constanten  $A_1$  in hoofdzaak afhangen van de aard van het te drogen gewas en van het groeistadium, verder van de vorm (stengels of bladeren, al of niet gehakseld), terwijl de constanten  $A_2$  meer bepaald door de plantstructuur beheerst worden.

Hoofdstuk IV. Enkele wiskundige beschouwingen over de algemene droogwet.

In het vorige Hoofdstuk is gevonden, dat de droging in Stadium I verloopt volgens de formule:

$$\ln (w - A_1) = - \frac{t}{B_1} + C_1$$

met:  $-\frac{dw}{dt} = \frac{w - A_1}{B_1}$

en in Stadium II overeenkomstig:

$$\ln (w - A_2) = - \frac{t}{B_2} + C_2$$

en  $-\frac{dw}{dt} = \frac{w - A_2}{B_2}$

Uit:  $\frac{w_g - A_1}{B_1} = \frac{w_g - A_2}{B_2}$

vindt men voor  $w_g = \frac{A_1 B_2 - A_2 B_1}{B_2 - B_1}$

$w_g - A_1 = B_1 \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1}$        $w_g - A_2 = B_2 \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \dots\dots\dots (6)$

*w<sub>g</sub> = het overgangspunt van Stadium I naar Stadium II.  
t<sub>g</sub> = de hiermede corresponderende tijd.*

Wij hebben in een formule tot uitdrukking gebracht, dat in het aansluitingspunt van de stadia I en II zowel de vochtgehalten als de droogsnelheden van beide takken even groot moeten zijn. Meetkundig beschouwd, passen de twee krommen verticaal zonder knik aan elkaar. Echter dient de aansluiting ook horizontaal in orde te zijn, m.a.w. in het punt  $w_g$  behoren ook de  $t_g$ -waarden overeen te stemmen.

$$t_g = B_1 C_1 - B_1 \ln(w_g - A_1) = - B_2 C_2 - B_2 \ln(w_g - A_2) \dots \dots (7)$$

$$C_1 = \frac{B_2}{B_1} C_2 + \ln(w_g - A_1) - \frac{B_2}{B_1} \ln(w_g - A_2) \dots \dots \dots (8a)$$

Door substitutie van de waarden voor  $(w_g - A_1)$  en  $(w_g - A_2)$  van formule (6) volgt hieruit:

$$C_1 = \frac{B_2}{B_1} C_2 + \frac{B_1 \ln B_1 - B_2 \ln B_2}{B_1} - \frac{B_2 - B_1}{B_1} \ln \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \dots \dots \dots (8b)$$

Voorts bezit de kromme

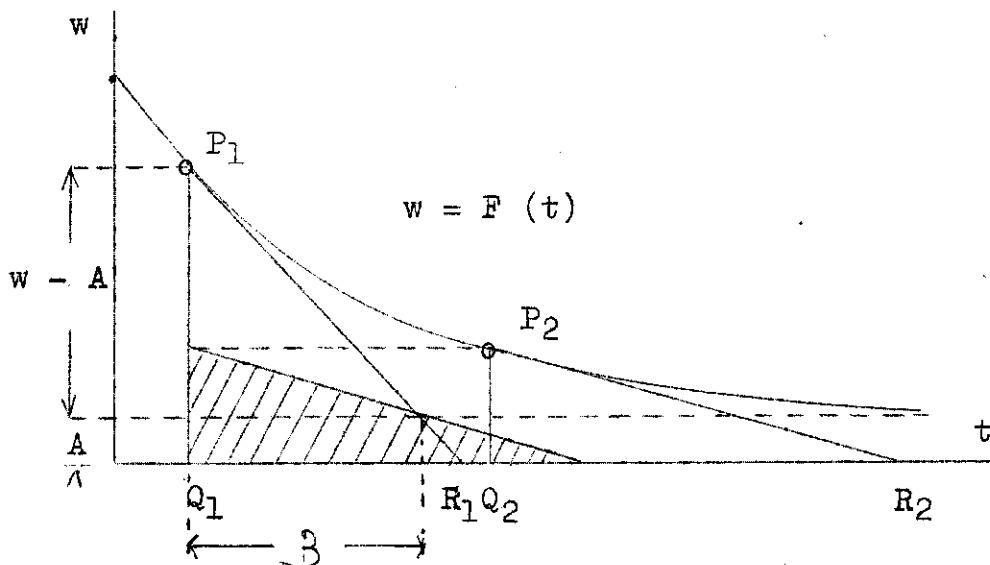
$$\ln(w - A) = - \frac{t}{B} + C$$

de eigenschap, dat

$$t_g \beta = \frac{dw}{dt} = - \frac{w - A}{B}$$

Dit wil zeggen, dat van de lijn  $w = A$  (waaraan de kromme asymptotisch raakt) door de verticaal en de raaklijn overal een stuk van de constante lengte  $B$  wordt afgesneden (constante subtangens)

Figuur 5



a) De genoemde eigenschap van een constante subtangens stelt ons in staat, met name van het Stadium I de constanten  $A$  en  $B$  (welke laatste de dimensie heeft van een tijd) grafisch te bepalen. Nadat door een aantal punten  $w = F(t)$  in tekening is gebracht, en door de punten een vloeiende kromme is getrokken, worden in enige punten de verticaal en de raaklijn getrokken

(men kan de raaklijn nauwkeurig tekenen met behulp van een spiegel-tje; kromme en spiegelbeeld mogen dan geen knik vertonen. In deze stand schraapt men langs het spiegel-tje de normaal af; de raaklijn staat hier loodrecht op).

Men zou nu door proberen de lijn  $w = A$  op zodanige hoogte kunnen trekken, dat tussen de verticaal en de raaklijn van enige punten een constant stuk wordt afgesneden. Echter is hiervoor een meer elegante constructie beschikbaar.

Nemen wij  $\Delta P_2Q_2R_2$  op, en verschuiven wij hem evenwijdig over de  $t$ -as tot  $P_2Q_2$  op  $P_1Q_1$  valt, dan geeft het snijpunt van  $P_2Q_2$  met  $P_1R_1$  de juiste hoogteligging van de asymptoot  $w = A$  terwijl van deze lijn het stuk B wordt afgesneden.

Verder kan een nuttig gebruik worden gemaakt van de volgende eigenschap der kromme:

$$\ln (w - A) = - \frac{t}{B} + \ln (w_0 - A)$$

$$\ln \frac{w - A}{w_0 - A} = - \frac{t}{B}$$

Noemen wij  $\frac{w - A}{w_0 - A} = y$  en  $\frac{t}{B} = x$ , zo wordt de kromme:

$$\ln y = -x \quad y = e^{-x}$$

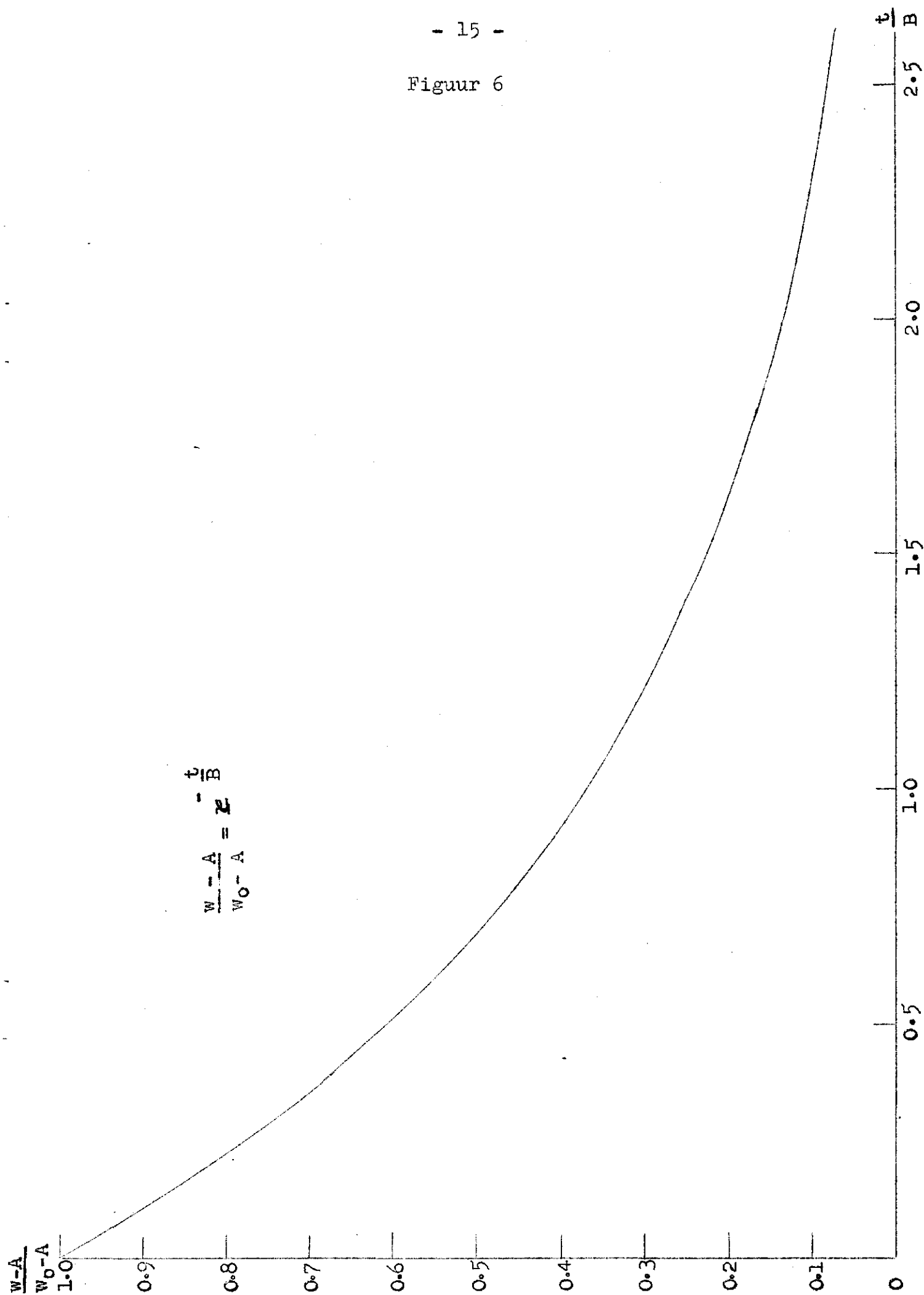
Deze functie is nu geheel onafhankelijk van  $w_0$ , A en B geworden, en geldt daarom voor alle droogkrommen.

Men kan hiervoor gebruik maken van de Tabel II dan wel van de grafiek volgens Figuur 6.

Tabel II. Waarden voor  $y = e^{-x}$

x	y	x	y
0	1,000	1,10	0,333
0,05	0,951	1,20	0,301
0,10	0,905	1,30	0,273
0,15	0,861	1,40	0,247
0,20	0,819	1,50	0,223
0,25	0,779	1,60	0,202
0,30	0,741	1,70	0,183
0,35	0,705	1,80	0,165
0,40	0,670	1,90	0,150
0,45	0,638	2,--	0,135
0,50	0,607	2,50	0,082
0,60	0,549	3,--	0,050
0,70	0,497	3,50	0,030
0,80	0,449	4,--	0,018
0,90	0,407	4,50	0,011
1,00	0,368	5,00	0,007

Figuur 6



$$\frac{W-A}{W_0-A} = \mathcal{E}^{-\frac{t}{B}}$$



Wenst men verder C te kennen, dan kan men thans, uitgaande van enige punten, deze grootheid berekenen met behulp van een logaritentafel uit de formule:

$$C_1 = \ln (w - A_1) + \frac{t}{B_1}$$

en van de gevonden  $C_1$ -waarden het gemiddelde nemen.

Beschikt men niet over een tafel van natuurlijke logaritmen, dan kan men een gewone (Briggiaanse) logaritentafel nemen:

$$\ln (w - A_1) = 2,303 \times {}^{10}\log (w - A_1)$$

Vervolgens kan men uit

$$C_1 = \ln (w_0 - A_1) + \frac{t}{B_1}$$

de waarde van t becijferen.

De integratie is ook grafisch uitvoerbaar, doch dit blijkt veel bewerkelijker te zijn.

b) De beschreven grafische methode geeft goede resultaten in het gebied, waar de droogkromme een behoorlijke kromming bezit, i.c. voor Stadium I. Wordt echter de hoek  $\beta$  klein, dan kan men op deze wijze geen nauwkeurige waarde voor A en B vinden. Daarom zal voor Stadium II een andere grafische methode dienen te worden gevolgd.

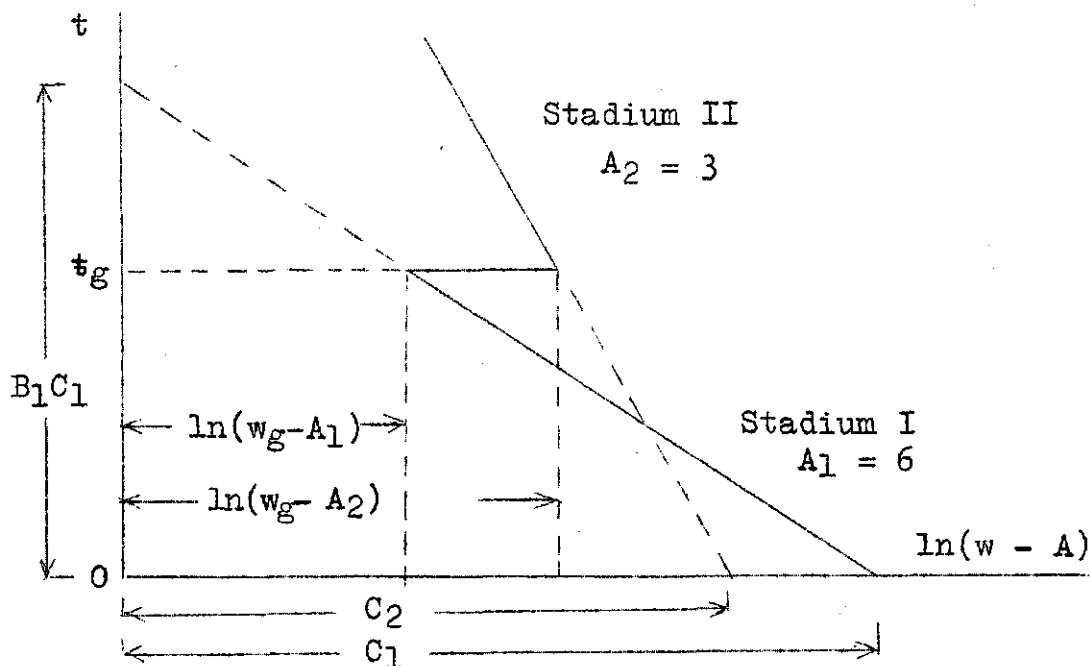
Wij gaan wederom uit van formule (3):

$$\ln (w - A) = - \frac{t}{B} + C$$

Zetten wij op semi-logaritmisch papier  $w - A$  uit op de logaritmische as tegenover t op de lineaire as, dan moet blijkens de formule een rechte lijn resulteren. Dit scheidt de mogelijkheid, de constante A zo lang te variëren, totdat een rechte lijn het resultaat is.

Wij nemen dus een willekeurige waarde voor A aan, en zetten de bekende waarnemingspunten uit met  $w - A$  op de logaritmische as versus t verticaal. Er ontstaat een vloeiende kromme, welke wij met de voor A aangenomen waarde merken. Dit herhalen wij met andere A-waarden; men vindt een bundel krommen, welke zich als de nerven van een palmbaad spreiden. Door langs deze curven te kijken of er een lineaal langs te plaatsen ziet men snel, welke van deze krommen in Stadium I, en welke in Stadium II rechtlijnig verloopt (zie Figuur 8).

Figuur 7



Men zal dan opmerken, dat de twee gevonden rechte lijnen discontinu (met een sprong) in elkaar overgaan, zodat de eerste vraag is, waar het gemeenschappelijke snijpunt  $w_g$  gelegen is. Uit de bovenstaande figuur blijkt, dat dit punt gevonden kan worden uit de voorwaarde, dat daar de horizontale afstand tussen beide punten  $A_1 - A_2$  (op de logarithmische schaal) moet bedragen (de beide  $A$ -waarden te ontleenen aan de bij de krommen geschreven merken). Aangezien er in werkelijkheid een kleine overgangsbocht in het  $-\frac{dw}{dt} = \phi(w)$  diagram optreedt, behoort deze horizontale

afstand niet te worden gemeten tussen de (benaderings) rechte lijnen, doch tussen de punten van beide gebogen krommen. (zie fig. 8)

Uit:  $\ln(w - A_1) = -\frac{t}{B} + C$  volgt, dat voor  $t = 0$

de waarde van  $C_1$  gevonden wordt, echter op logarithmische schaal. Zo is in het voorbeeld van Figuur 7 en 8:

$$C_1 = \ln 45,6 = 3,820 \quad (3,819)$$

Verlengen wij de lijn I, totdat deze de tijdas snijdt, zo wordt voor dit snijpunt  $t = 119$  min. afgelezen. Aldaar is

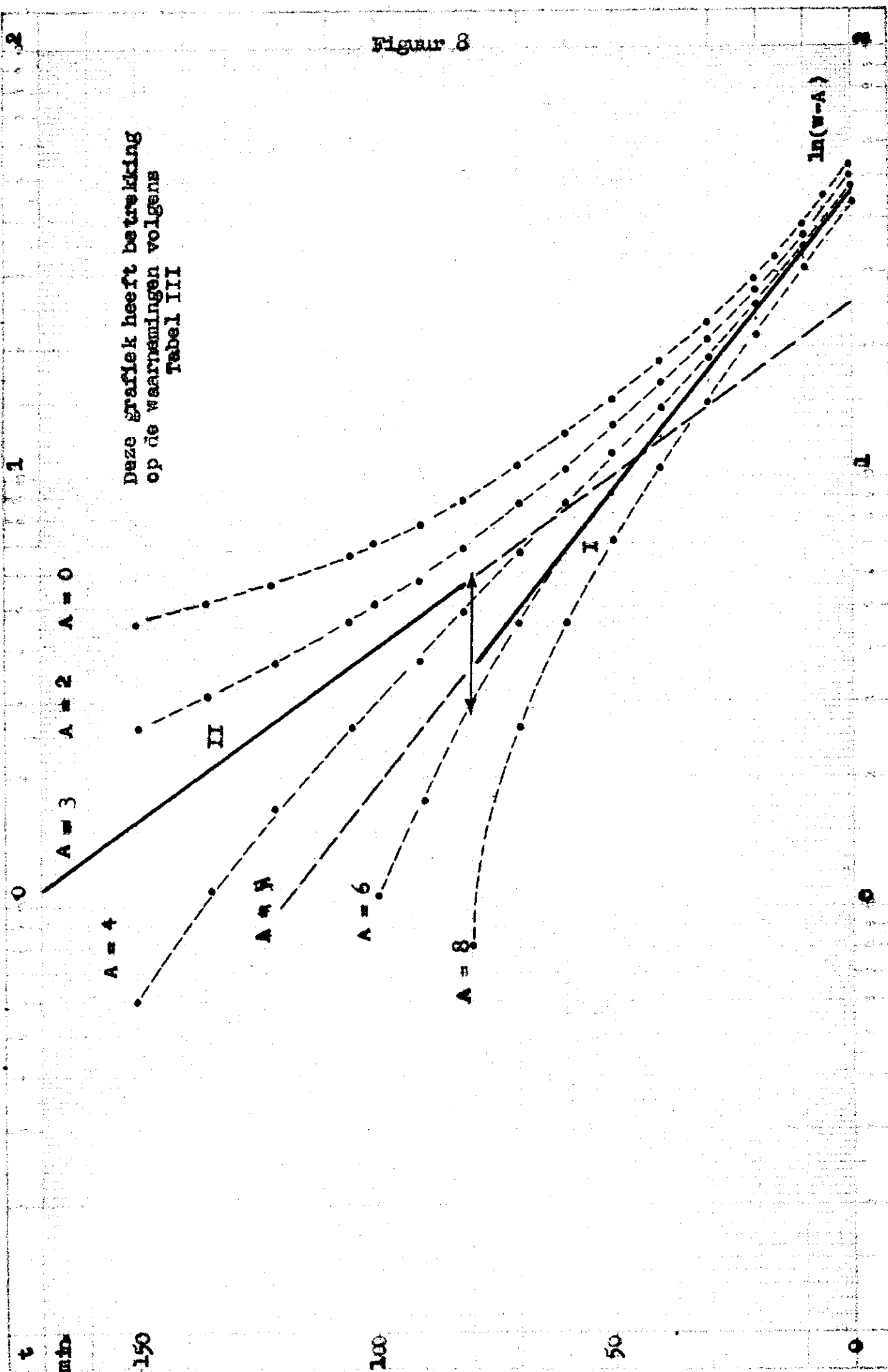
$$w - A_1 = 1 \quad \ln(w - A_1) = 0, \text{ dus } \frac{t}{B_1} = C_1 \quad B_1 = \frac{t}{C_1} = \frac{119}{3,820} = 31,2 \quad (30,9)$$

Op geheel overeenkomstige wijze vinden wij:

$$C_2 = \ln 25 = 3,219 \quad (3,008)$$

$$B_2 = \frac{174}{3,219} = 54,1 \quad (67,7)$$

Figuur 8



Door de bewerking te herhalen op semi-logaritmisch papier met een ruimere verdeling, kan desgewenst de nauwkeurigheid worden opgevoerd.

c) Zou men uit de gemeten droogkromme de constanten A, B en C algebraïsch willen berekenen, dan is dit zeer goed mogelijk. Men trekt door de waargenomen punten met behulp van een mal een vloeiende kromme, en zoekt drie punten uit, welke goed op deze kromme liggen en niet te dicht bijeen.

Wij hebben dan de drie vergelijkingen

$$\ln (w_1 - A) = - \frac{t_1}{B} + C \dots\dots\dots(9-a)$$

$$\ln (w_2 - A) = - \frac{t_2}{B} + C \dots\dots\dots(9-b)$$

$$\ln (w_3 - A) = - \frac{t_3}{B} + C \dots\dots\dots(9-c)$$

met de drie onbekenden A, B en C, waaruit deze dus moeten kunnen worden afgelost. De te volgen weg is dan:

$$9-a) - 9-b) : \ln \frac{w_1 - A}{w_2 - A} = \frac{t_2 - t_1}{B} \dots\dots\dots(9-d)$$

$$9-b) - 9-c) : \ln \frac{w_2 - A}{w_3 - A} = \frac{t_3 - t_2}{B} \dots\dots\dots(9-e)$$

$$9-d : 9-e \quad \frac{\ln(w_1 - A) - \ln(w_2 - A)}{\ln(w_2 - A) - \ln(w_3 - A)} = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_2} \dots\dots\dots(9-f)$$

Men neemt nu een bepaalde waarde voor A aan, berekent met behulp van een logarithmentafel de term links van het gelijkteken, en gaat na, of deze even groot is als die rechts daarvan. Dit zal in het algemeen niet het geval zijn; door proberen wijzigt men A zo lang, totdat aan 9f voldaan is. Vervolgens becijfert men uit 9d) of 9e) B, en daarna uit de oorspronkelijke 3 vergelijkingen C.

De berekening met een logarithmentafel is uiteraard nauwkeurig. Verder worden de w-waarden door weging bepaald, en t met behulp van een stophorloge, dus eveneens met grote nauwkeurigheid.

Gaat men dus met behulp van de gevonden formule:

$$\ln (w - A) = - \frac{t}{B} + C$$

waarvan thans A, B en C bekend zijn, bijv. uitgaande van de verschillende t-waarden de bijbehorende w's becijferen en vergelijkt men de gevonden resultaten met de waarnemingen, zo vindt men een aanwijzing, in hoeverre de bedoelde wet al of niet nauwkeurig geldt. De aldus gevonden wetmatigheid bleek al onze verwachtingen te overtreffen.

Bij een bepaalde meting aan mais, bevochtigd en onvermalen gedroogd in de Brabender stoof bij 100° C, hebben wij bijv. gevonden:

Tabel III

Eerste Stadium			Tweede Stadium		
$\ln(w-5,9) = -\frac{t}{30,9} + 3,819$			$\ln(w-2,4) = -\frac{t}{67,7} + 3,008$		
Meting		Berekend	Meting		Berekend
t min.	w %	w %	t min.	w %	w %
0	51,98	51,5	70,03	10,6	9,6
4,30	47,5	45,6	81,30	8,8	8,5
6,06	45,0	43,3	90,10	7,76	7,75 x
8,03	41,85	41,0	100,-	7,06	7,02
x 10,15	38,7	38,7	105,-	6,60	6,69
13,01	35,5	35,8	121,8	5,70	5,75
16,02	32,5	33,1	135,1	5,10	5,16
20,02	29,2	29,7	150,2	4,60	4,60 x
25,30	25,3	26,0	180,-	3,79	3,82
30,04	22,85	23,15	210,-	3,31	3,31 x
x 40,10	18,3	18,3	240,-	2,88	2,99
50,08	15,1	14,9	270,-	2,62	2,78
60,01	12,6	12,5	300,-	2,46	2,64
x 70,03	10,6	10,6			
81,30	8,8	9,1			
90,10	7,76	8,37			
100,-	7,06	7,69			

De uitgangspunten voor de berekening zijn met x gemerkt. De omraamde cijfers geven het geldigheidsgebied van de gevonden droogwet aan. De overeenstemming tussen gemeten en berekende waarden voor w is zodanig frappant, dat deze de nauwkeurigheid, voor de berekening van drogers vereist, verre overtreft.

Hoewel het theoretisch mogelijk is, met behulp van de theorie der kleinste vierkanten de empirische kromme zo dicht mogelijk bij alle waarnemingspunten te brengen (bij de berekening werd de kromme slechts door 3 punten vastgelegd), blijkt in dit opzicht het daaraan verbonden werk niet de minste zin te hebben.

Wij controleren thans nog de theoretisch afgeleide betrekkingen:

$$w_g - A_1 = B_1 \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} = 30,9 \times \frac{3,5}{36,8} = 30,9 \times 0,0951 = 2,94$$

$$w_g = 2,94 + 5,9 = 8,84$$

$$\text{of: } w_g - A_2 = B_2 \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} = 67,7 \times 0,0951 = 6,44$$

$$w_g = 6,44 + 2,4 = 8,84$$

$$\ln(w_g - A_1) = \ln 2,94 = 1,0784 = -\frac{t_g}{30,9} + 3,819 \quad t_g = 84,7 \text{ min.}$$

$$\ln(w_g - A_2) = \ln 6,44 = 1,8625 = -\frac{t_g}{67,7} + 3,008 \quad t_g = 77,6 \text{ min.}$$

verschil = 7,1 min.

Dit verschil is nogal groot; de horizontale aansluiting is kennelijk niet in orde. De oorzaak hiervan moet worden gezocht in de omstandigheid, dat het laatste uitgangspunt van het eerste stadium ( $t = 70,03$ ) en het eerste punt van het tweede stadium ( $t = 90,10$ ) tamelijk ver van elkaar verwijderd liggen. Wij herhalen daarom de berekening met het gemeenschappelijk punt  $t = 81,30$ :

Tabel IV

Eerste Stadium			Tweede Stadium		
$\ln(w-5,2) = -\frac{t}{31,9} + 3,832$			$\ln(w-2,5) = -\frac{t}{62,5} + 3,145$		
Meting		Berekend	Meting		Berekend
t min.	w %	w %	t min.	w %	w %
0	51,98	51,4			
4,30	47,5	45,5	70,03	10,6	10,1
6,06	45,0	43,3	81,30	8,8	8,8 x
8,03	41,85	41,1	90,10	7,76	7,99
x 10,15	38,7	38,8	100,-	7,06	7,19
13,01	35,5	35,9	105,-	6,60	6,83
16,02	32,5	33,2	121,8	5,70	5,81
20,02	29,2	29,8	135,1	5,10	5,23
25,30	25,3	26,0	150,2	4,60	4,60 x
30,04	22,85	23,2	180,-	3,79	3,80
x 40,10	18,3	18,35	210,-	3,31	3,31 x
50,08	15,1	14,80	240,-	2,88	3,00
60,01	12,6	12,2	270,-	2,62	2,81
70,03	10,6	10,3	300,-	2,46	2,69
x 81,30	8,8	8,8			
90,10	7,76	7,94			
100,-	7,06	7,21			

$$w_g - A_1 = 31,9 \times \frac{5,2 - 2,5}{62,5 - 30,4} = 31,9 \times 0,0888 = 2,83$$

$$w_g - A_2 = 62,5 \times 0,0888 = 5,55$$

$$w_g = 2,83 + 5,2 = 8,03 \%$$

$$w_g = 5,55 + 2,5 = 8,05 \%$$

$$t_g = 89,1 \text{ min.}$$

$$t_g = 89,4 \text{ min.}$$

De aansluiting is thans zeer bevredigend.

Aangezien de vermelde waarnemingsreeks betrekking heeft op bevochtigd mais met een vochtgehalte tot max. 34 % (m) zou twijfel kunnen rijzen, of de gevonden wetmatigheid ook blijft opgaan voor producten met een hoog natuurlijk vochtgehalte. Ten bewijze hiervan wordt het beproevingsresultaat van een meting aan voederbieten hier gegeven (Olland weegschaal, 100° C). Aanvangsvochtgehalte  $m_0 = 88,85 \%$ .

Tabel V

Eerste Stadium			Tweede Stadium		
$\ln(w-39,8) = -\frac{t}{8,11} + 6,449$			$\ln(w + 0,4) = -\frac{t}{25,6} + 5,059$		
Meting		Berekend	Meting		Berekend
t min.	w %	w %	t min.	w %	w %
0	797	672	35	41,35	39,7
1	697	599	40	33,1	32,6
2	602	534	50	21,9	21,9
3	519,4	477	60	14,1	14,7
4	448	426	70	9,82	9,84
5	391,5	381	80	6,43	6,52
x 6	341,5	342	90	4,28	4,28
7	302,5	306	100	2,67	2,76
8	271,1	276			
9	243,0	249			
10	219,2	224			
12	180,7	183,5			
14	151,0	152,3			
x 16	127,7	127,7			
18	109,1	108,5			
20	94,6	93,6			
23	78,2	76,9			
x 26	65,4	65,4			
30	52,6	55,5			
35	41,4	48,25			

$$w_{gI} = 58,44 \% \quad t_{gI} = 28,6 \text{ min.}$$

$$w_{gII} = 58,43 \% \quad t_{gII} = 25,2 \text{ min.}$$

$$\frac{w_{gI} - A_1}{B_1} = \frac{w_{gII} - A_2}{B_2} = 2,298 \text{ \%/min.}$$

De tamelijk grote afwijkingen in de eerste minuten zijn ongetwijfeld toe te schrijven aan onvolkomenheden in de beproevingsmethode. Zij zijn in de Brabender stoof veel kleiner (zie Tabel III), en min of meer inhaerent aan de Olland-balans. Getracht zal worden, hierin verbetering te brengen.

De omstandigheid, dat voor  $A_2$  een negatieve waarde werd gevonden, is vermoedelijk te wijten aan een fout in het aanvangsvochtgehalte  $w_0$ . Men kan natuurlijk op ca. 800 % gemakkelijk een fout van de orde van 5 % maken. Ook dit punt vraagt nader onderzoek.

Tenslotte moge worden opgemerkt, dat een berekening der constanten volgens de methode der Kleinste Vierkanten het mogelijk maakt een zodanige voorwaarde te stellen, dat tussen beide stadia volkomen aansluiting wordt verkregen, dus ook wat de tijd betreft. Hiervoor zal vermoedelijk de beste weg zijn, op de in

dit rapport beschreven methode een globale waarde voor de bedoelde constanten te becijferen, en vervolgens met behulp van de waarschijnlijkheidsrekening hierop correcties aan te brengen. Dit kan zin hebben voor het researchwerk; voor de praktijk is een zodanige v er opgevoerde nauwkeurigheid overbodig.

Wageningen, Juni 1950.

S.nr.701

70 ex.