

De kwaliteit van water uit warmwatertoestellen

Samenvatting

Warm water uit 101 warmwatertoestellen (boilers, geysers, e.d.) is onderzocht op de aanwezigheid van negen zware metalen waaronder cadmium, koper en lood, en vergeleken met het normale leidingwater uit het keuringsgebied van de Keuringsdienst van Waren te Haarlem.

De voornaamste resultaten van dit onderzoek zijn:

1. Bij de onderzochte warmwatertoestellen bleek in het uitstromende water het gehalte aan arseen, cadmium, chroom, kwik, lood,



I.R. M. F. NUIJT
Keuringsdienst van Waren
voor het gebied Haarlem



MEVR. L. H. M. WIEGANT-
VAN HOUTEN
Keuringsdienst van Waren
voor het gebied Haarlem

nikkel en seleen in het algemeen ruim beneden de maximaal toelaatbare concentraties te liggen welke zijn genoemd in de EEG-richtlijn betreffende water voor menselijke consumptie.

De in warm water gevonden waarden voor koper en zink waren met name bij boilers verhoogd ten opzichte van de concentratie in koud water. Deze waarden lagen beneden het in de EEG-richtlijn genoemde richtniveau.

2. Het onderzoek geeft derhalve geen steun aan de meningen dat water uit warmwatertoestellen in het algemeen niet geschikt zou zijn voor voedselbereiding.

Niettemin kan verder onderzoek met andersoortig water uitgevoerd worden om uit te maken of er inderdaad bepaalde soorten water zijn, die door verwarming in warmwatertoestellen ongeschikt worden voor voedselbereiding.

3. Er zijn duidelijke aanwijzingen dat de toename van het kopergehalte eerder te wijten is aan het gebruik van koperen leidingen dan aan de warmwatertoestellen. Voor zover lood wordt aangetroffen is dit eerder te wijten aan nog in gebruik zijnde loden leidingen dan aan de gebruikte toestellen.

1. Inleiding

In de afgelopen jaren heeft men verscheidene malen zowel in dagbladen als in tijdschriften mededelingen kunnen lezen dat water uit warmwatertoestellen niet geschikt zou zijn voor menselijke consumptie vanwege een te hoog gehalte aan zware metalen. Weliswaar was eerder uit een summier

Ten geleide

Bijstaand artikel geeft nuttige informatie over mogelijke concentraties aan zware metalen in warm water. Het onderzoek was echter van beperkte opzet, onder andere door het ontbreken van de bacteriologische aspecten. Enige voorzichtigheid voor definitieve en algemene uitspraken is derhalve op zijn plaats. Het KIWA doet momenteel verder onderzoek naar de kwaliteitsaspecten van warmwatervoorzieningen en er wordt gewerkt aan kwaliteitseisen met betrekking tot warmwatersystemen. Na afronding van deze werkzaamheden zal een meer onderbouwd standpunt over de betreffende materie kunnen worden ingenomen.

Wel moet worden onderkend, dat het uitspreken van een voorkeur (of aanbeveling) voor het gebruik van koud water voor consumptie ten opzichte van water uit waterinstallaties niet behoort in te houden, dat het water uit warmwaterinstallaties per definitie en in alle situaties ongeschikt moet worden geacht voor de bereiding van voedsel.

In een aantal gevallen hebben zich in het verleden immers bij warmwaterinstallaties kwaliteitsproblemen voorgedaan. Een belangrijk aspect hierbij is, dat momenteel voor warmwaterinstallaties nog geen kwaliteitscontrole plaatsvindt zoals bij de koudwaterinstallaties gebeurt met het oog op de drinkwaterconsumptie. De kwaliteit van het water uit warmwaterinstallaties kan derhalve op dit moment nog niet op dezelfde wijze worden gegarandeerd als dat van de koudwaterinstallaties.

Redactie H₂O

oriënterend onderzoek van de Keuringsdienst van Waren gebleken, dat warmwatertoestellen in het algemeen geen reden tot ongerustheid geven, maar niettemin werd op instigatie van drs. W. G. Alderhoff, inspecteur bij de Hoofdspectie Levensmiddelen van Staatstoezicht op de Volksgezondheid besloten om nu toch een groter opgezet nader onderzoek in te stellen. Persmededelingen als boven vermeld hebben de neiging onrust te veroorzaken, zowel bij particulieren als bij levensmiddelenbedrijven (bijv. in de horecasector) die water uit warmwatertoestellen voor voedselbereiding gebruiken. Bovendien kan de voedselbereiding in Nederland en de controle daarop ten onrechte in een verkeerd daglicht komen. In het hierna volgende worden de voornaamste aspecten en resultaten van het onderzoek kort weergegeven. Het onderzoek werd uitgevoerd door de Keuringsdienst van Waren te Haarlem. Deze dienst is speciaal aangewezen voor het

TABEL I – Onderzochte warmwatertoestellen naar soort en merk.

		Totaal
Elektrische boilers	Daalderop	7
	Inventum	2
	Gems	1
		10
Gas boilers	A. O. Smith	11
	Sentry	6
	Rheen	1
	Nibe	1
	Landis-Gyr	1
	Biral	1
	AFA	1
	Thermia	1
	Ferrol	1
	Onbekend	1
		25
Gas geysers	Fasto	22
	Vaillant	15
	Junkers	7
	Saunier-Dual	1
	Chaffoteaux	1
	Onbekend	1
		47
Gas combi-toestel	Thermia	2
	Burnham	1
	ACV	1
	Culligan	1
	Buderus	1
	Rodiac	1
	Strebel	1
	Chaffoteaux	1
	Vanandel	1
	Speicher	1
	Onbekend	1
		12
overig		7
TOTAAL		101

onderzoek van de migratie van anorganische bestanddelen uit verpakkingen en gebruiksartikelen in eet- en drinkwaren en beschikt derhalve over veel ervaring en een goede instrumentele uitrusting voor het onderhavige onderzoek.

2. Opzet en uitvoering van het onderzoek

2.1. Opzet

In eerste instantie werd overwogen water van een 300-tal warmwatertoestellen van diverse fabrikaten te onderzoeken, er rekening mee houdend dat in de praktijk water wordt afgetapt zowel direct na een periode van stilstand van het water in leidingen en toestellen (bijv. gedurende een weekend), als nadat een zekere doorstroming in acht is genomen, of uit continu in bedrijf zijnde toestellen.

Verder dient het afgetapte water vergeleken te worden met het koude 'uitgangswater'. Aldus werden in principe per apparaat drie watermonsters genomen: twee uit het aftappunt van het warmwaterapparaat: het ene direct na het openzetten van het apparaat en het andere 30 seconden nadat het apparaat was opengezet, dus nadat een zekere doorstroming had plaatsgevonden. Het derde monster is een koudwatermonster uit het waterleidingnet genomen uit een aftappunt zo dicht mogelijk gelegen bij het warmwatertoestel. Er dient op gewezen te worden dat bij de meeste warmwaterapparaten het

TABEL II – *Vergelijking van alle gevonden waarden met de EEG-richtlijn.*

Element	Maximaal toelaatbare concentratie volgens EEG-richtlijn in µg/l	Percentiel waarde in µg/l				Hoogste waarde gevonden in dit onderzoek in µg/l
		90e	95e	98e	99e	
Arseen	50	< 5	5	5	6	6
Cadmium	5	< 0,5	< 0,5	< 0,5	< 0,5	1,5
Chroom	50	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5
Koper *	3.000	710	1.040	1.510	1.700	1.980
Kwik	1	< 0,2	< 0,2	< 0,2	< 0,2	< 0,2
Lood	50	7	12	21	34	48
Nikkel	50	< 10	< 10	11	14	47
Seleen	10	< 2	< 2	< 2	< 2	< 2
Zink *	5.000	100	160	290	390	720

* Voor koper en zink zijn de richtniveaus opgegeven welke gelden 'vlak voor de levering aan de verbruiker' (EEG-richtlijn). Voor water bij het verlaten van het pompstation geldt voor beide metalen 100 µg/l.

aftappunt zich op enige afstand van het apparaat bevindt, dus dat het afgetapte water meestal een stuk koperen leiding doorstroomd heeft. Dit geldt overigens ook voor het 'koude-leidingwater'.

De bemonstering geschiedde zoveel mogelijk bij bedrijven waarbij op ambachtelijke danwel fabrieksmatige wijze warm water uit heetwatertoestellen wordt verwerkt bij de voedselbereiding. Dit waren voornamelijk bakkerijen en horecabedrijven, daarnaast ook verpleegtehuizen en bedrijfskantines, alle gelegen in het gebied van de Keuringsdienst van Waren Haarlem. Dit gebied strekt zich globaal uit tussen het Noordzeekanaal en de Oude Rijn en wordt aan de oostkant begrensd door de lijn Zwanenburg-Bodegraven.

De waterleidingbedrijven in dit gebied leveren voornamelijk al dan niet geïnfiltreerd duinwater met een matige tot hoge hardheidsgraad. De bemonstering vond voetstoots plaats in het begin van 1983, dat wil zeggen dat de bedrijven op generlei wijze voor dit doel werden uitgezocht. De bemonsterde merken zullen dus tevens een indruk geven van de verspreiding van deze merken binnen het Keuringsgebied Haarlem. Naast deze monsters van bedrijven werden 12 warmwaterapparaten uit privé-huishoudens onderzocht, afkomstig van personeelsleden van de eigen dienst.

Tevens werd bij de bemonstering geïnformeerd naar de ouderdom van het toestel en in hoeverre het warme water gebruikt werd voor de voedselbereiding.

De monsters zijn geanalyseerd op het gehalte aan arseen, cadmium, chroom, koper, kwik, lood, nikkel, seleen en zink volgens methoden als hieronder beschreven. In totaal zijn ca.

2.500 elementbepalingen verricht.

Werd in eerste instantie overwogen om 300 toestellen te onderzoeken, het thans uitgevoerde onderzoek heeft betrekking op 101 apparaten. De reden hiervan is dat zoals uit het navolgende blijkt bij het voort-schrijden van het onderzoek 'steeds maar

geen hoge metaalconcentraties gevonden werden'.

Derhalve werd in overleg met de Hoofdinspectie Levensmiddelen besloten het onderzoek 'na het 100-ste apparaat' voorlopig te beëindigen.

2.2. Onderzochte warmwatertoestellen

In tabel I wordt een overzicht gegeven van de onderzochte toestellen. Het betreft voornamelijk niet-industriële toestellen, dat wil zeggen toestellen welke ook in private huishoudens worden gebruikt.

De 7 overige toestellen betreffen industriële installaties. In totaal bleek er 14 maal een ontharder voor het warmwatertoestel te staan.

Meer dan een derde van deze toestellen is aangeschaft in dit decennium (resp. in 1980: 16, in 1981: 10, in 1982: 10 en in 1983: 2). Veertig procent is aangeschaft in de tweede helft van de jaren zeventig (resp. in 1975: 6, in 1976: 2, in 1977: 8, in 1978: 16 en in 1979: 8).

De rest van de toestellen is van vóór 1975 of onbekend (8 stuks).

2.3. Methoden van onderzoek

2.3.1. Apparatuur

Atomaire absorptie spectrofotometer Perkin Elmer 5000 voorzien van:

- grafietoven: Perkin-Elmer 500 met magneet, geschikt om samen met het basisapparaat Zeeman achtergrondcorrectie uit te voeren.
- Automatisch monsterinjectiesysteem Perkin-Elmer AS-40.
- EDL-lampen voor Cd, Pb, As en Se.
- Holle kathodelampen voor Ni en Cr.
- Data-Station: Perkin-Elmer 3600 + printer.

Atomaire absorptie spectrofotometer Jarrell-Ash 811, met acetyleen-luchtbrander, en holle kathodekammen voor Cu, Zn en Hg. Flesjes van 250 ml welke gedurende minstens 16 uur met verdund salpeterzuur zijn weggezet en na verwijdering hiervan met gedemineraliseerd water zijn nagespoeld.

2.3.2. Reagentia

- Salpeterzuur 65% m/m.
- Standaardoplossingen van de te meten elementen.

2.3.3. Werkwijze

Per monsternamen werd 250 ml water opgevangen in een voorbehandelde glazen fles.

Direct na binnenkomst aan de dienst werd aan ieder monster 0,25 ml salpeterzuur toegevoegd. Zo spoedig mogelijk daarna werden de elementbepalingen uitgevoerd. De detectiegrens is over het algemeen 10% soms 20% van de in de EEG-richtlijn genoemde maximaal toelaatbare concentratie. Cadmium, lood en nikkel werden met de grafietoventechniek gemeten met een detectiegrens van respectievelijk 0,5; 5 en 10 µg/l.

Arseen en seleen werden eveneens met deze techniek geanalyseerd waarbij nikkel werd toegevoegd. De detectiegrenzen waren respectievelijk 5 en 2 µg/l.

Ook het chroomgehalte werd met deze techniek bepaald met een detectiegrens van 5 µg/l, waarbij gebruik werd gemaakt van pyrogecoate buisjes. Koper en zink werden met behulp van de vlamtechniek bepaald met een detectiegrens van 10 µg/l.

Kwik werd bepaald met behulp van de koude damp atomaire absorptie met een detectiegrens van 0,2 µg/l.

3. Resultaten

3.1. Gebruik apparaten

Overeenkomstig de verwachting wordt het water van het overgrote deel van de bemonsterde warmwatertoestellen ook voor voedselbereiding gebruikt: 80 van de 101 toestellen.

3.2. Zware metaalgehalten van de watermonsters

Het totaal aantal elementbepalingen bedraagt 2.500. Kwik en seleen zijn niet in alle monsters bepaald, maar slechts in de monsters genomen van de eerste 24 respectievelijk 37 apparaten, die bemonsterd werden. Daar deze elementen niet aantoonbaar bleken te zijn 'in deze eerste monsters', zijn de volgende monsters niet meer op deze elementen onderzocht.

Tabel II geeft een overzicht van de gevonden gehalten en de maximum toelaatbare concentraties volgens de EEG-richtlijn 80/778/EEG inzake voor menselijke consumptie bestemd water.

Deze richtlijn heeft voor 'toxische stoffen' de 'maximaal toelaatbare concentratie' vastgesteld, terwijl voor 'ongewenste stoffen' zoals koper en zink meestal een 'richtniveau' wordt genoemd.

Met de in tabel genoemde percentielwaarde wordt bedoeld het percentage van de

TABEL III – Overzicht van de gehalten aan koper, lood en zink gerangschikt per categorie warmwatertoestel. Alle gehalten in $\mu\text{g/l}$.

	Aantal	Elemen- ten	Monster 1 direct uit toestel			Monster 2 na 30 seconden			Monster 3 referentie koud water		
			laagste waarde	medi- aan	hoogste waarde	laagste waarde	medi- aan	hoogste waarde	laagste waarde	medi- aan	hoogste waarde
Boilers elekt.	10	Cu	270	355	780	120	220	470	20	105	320
		Pb	< 5	< 5	47	< 5	< 5	48	< 5	< 5	43
		Zn	20	70	240	10	40	120	10	20	160
Boilers gas	25	Cu	80	320	1.730	30	210	780	10	120	1.510
		Pb	< 5	< 5	7	< 5	< 5	13	< 5	< 5	12
		Zn	< 10	40	720	10	20	160	10	20	80
Geisers gas	47	Cu	10	170	1.700	10	100	960	10	70	1.090
		Pb	< 5	< 5	22	< 5	< 5	29	< 5	< 5	34
		Zn	< 10	40	500	10	20	80	10	20	110
Combi- toestellen	12	Cu	50	195	1.980	50	175	1.280	10	105	1.380
		Pb	< 5	< 5	8	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5	5
		Zn	10	25	190	10	20	80	10	20	110
Overig	7	Cu	10	650	1.040	10	360	750	80	160	380
		Pb	< 5	< 5	7	< 5	< 5	10	< 5	< 5	10
		Zn	30	100	390	10	50	100	10	20	30

waarnemingen dat onder de genoemde grens ligt.

De eerste conclusie is dat de in de EEG-Richtlijn genoemde maximaal toelaatbare concentraties en richtniveaus (voor koper en zink) niet worden overschreden. Gesteld kan worden, dat de gevonden concentraties voor koper in het algemeen liggen beneden de grens van $1.000 \mu\text{g/l}$. Dit houdt niet alleen in dat in het onderhavige gebied goed water wordt geleverd door de waterleidingbedrijven, maar ook dat dit na opwarmen goed blijft.

De resultaten per element zijn als volgt:

Arseen

In de omgeving van Leiden werd in het water ca. $5 \mu\text{g/l}$ aangetroffen, verder kwam arseen niet voor.

Cadmium

Slechts in twee monsters kon cadmium worden aangetoond, de gehalten lagen juist boven de detectiegrens ($0,8 \mu\text{g/l}$ en $1,5 \mu\text{g/l}$). Het betrof hier respectievelijk een monster van het koude uitgangswater en een warm water monster direct uit een toestel afgetapt.

Chroom

In geen enkel monster kon chroom worden aangetoond (detectiegrens: $5 \mu\text{g/l}$).

Koper

Het kopergehalte in het eerste monster water, direct dat wil zeggen zonder een doorstroomperiode in acht te nemen, uit het warmwatertoestel genomen, was in vrijwel alle gevallen hoger dan het kopergehalte in het tweede monster water, uit het warmwatertoestel na een halve minuut doorstromen (waarneming 1). Dit laatste heeft doorgaans weer een hoger kopergehalte dan het koude uitgangswater (waarneming 2).

Wat de kopergehalten van het koude uitgangswater betreft, valt op, dat deze soms vrij hoog zijn. Zie tabel III.

Dit laatste is waarschijnlijk te wijten aan een onvoldoende doorspoeling van de (koperen) toevoerleiding.

Uit waarneming 1 volgt dat een periode van stilstand van warm water in de koperen leiding tot een verhoging van het kopergehalte leidt.

Uit waarneming 2 volgt dat opwarming van het water tot een verhoging van het kopergehalte leidt. Dit hoeft echter niet veroorzaakt te zijn door het warmwater-apparaat. Veeleer kan gedacht worden aan de relatief lange koperen leidingen van de toestellen naar de tappunten.

Vooral bij boilers, zowel elektrisch als gas, was deze toename goed waarneembaar. Bij gasgeisers was dit nauwelijks waarneembaar.

Kwik

Het kwikgehalte werd slechts bij de eerste 24 bemonsterde toestellen, dus in totaal 72 maal, gemeten.

Daar in geen van deze gevallen een gehalte boven de detectiegrens van $0,2 \mu\text{g/l}$ gevonden werd, werd van verdere bepalingen afgezien.

Lood

In totaal werd bij 75 toestellen in geen enkel watermonster lood aangetroffen. Bij 12 toestellen werd in alle drie de monsters lood aangetoond. Bij de resterende 14 toestellen was het lood in 9 gevallen in één van de drie monsters nog aantoonbaar en in vijf gevallen was in 2 monsters water een loodgehalte waarneembaar dat echter maar juist boven de detectiegrens lag. Het lood is hoogstwaarschijnlijk afkomstig van de nog aanwezige loden leidingen.

In één geval (een gasboiler) werd een forse overschrijding van de norm voor lood gevonden: $900 \mu\text{g/l}$.

Bij herhaalde bemonstering waarbij alle tappunten in het bedrijf zijn onderzocht, werd dit hoge gehalte niet meer gevonden. Het eerst gevonden gehalte is niet te verklaren, mogelijk is de oorzaak gelegen in een losgeraakt deeltje van bijv. de loden leiding.

Dat men met de interpretatie van de cijfers toch enige voorzichtigheid in acht moet nemen blijkt uit het volgende: Een werknemer van deze dienst die meedeed aan dit onderzoek tapte 's morgens volgens de instructie 3 monsters. De loodgehalten waren respectievelijk 10, 29 en $7 \mu\text{g/l}$. Voor zover men zou denken aan verontreiniging door het toestel, moet echter worden bedacht dat de toevoerleiding in de tuin nog uit lood bestaat en de leidingen in huis uit koper. Het eerste monster nu is van water dat na passage van het warmwatertoestel 's nachts in huis stilgestaan had en bevatte weinig lood maar veel koper. Het tweede monster evenwel is van water, dat waarschijnlijk 's nachts in de leiding buiten het huis stilgestaan had en dientengevolge meer lood bevatte. Het derde monster water had 's nachts waarschijnlijk nog buiten de tuin stilgestaan en bevatte weer minder lood. Ter controle van deze theorie werd daarna op een ochtend op verschillende tijden koud water getapt. Inderdaad bleek het water voor doorstroming een hoger loodgehalte te hebben dan het water na 1 minuut doorstromen.

Nikkel

Slechts enkele malen werd een gehalte boven de detectiegrens vastgesteld. Meestal werd dit aangetoond in het eerste monster. Mogelijk is een vernikkeld uiteinde van een kraan bij een tappunt hiervan de oorzaak.

Seleen

Bij geen der eerste 37 onderzochte toestellen was seleen in aantoonbare hoeveelheden aanwezig. Derhalve is het daarna niet meer bepaald.

Zink

De meeste zinkgehalten lagen tussen 10 en $50 \mu\text{g/l}$.

Hogere waarden werden vaak waargenomen bij het eerste monster, dat enige tijd had stilgestaan.

Tenslotte wordt in tabel III een overzicht gegeven van de gehalten aan koper, lood en zink – de drie elementen, die kwantitatief het meest voorkomen – per categorie warmwatertoestel.

3.3. Invloed ontharder en leeftijd van de toestellen

In 14 gevallen was een ontharder aanwezig

voor het warmwatertoestel. Er zijn evenwel geen aanwijzingen verkregen, dat het gebruik hiervan invloed heeft op de metaalgehalten van het water.

Indien we op de koperwaarden van monster 2 de toets van Wilcoxon toepassen blijkt er geen significant verschil te bestaan tussen de koperwaarden welke verkregen zijn uit watertoestellen zonder ontharder en watertoestellen met ontharder.

Evenmin werden aanwijzingen verkregen voor de invloed van de ouderdom van de toestellen op de aanwezigheid van metalen.

4. Conclusies en aanbevelingen

1. Slechts voor enkele metalen is een toename van het gehalte geconstateerd in water verwarmd in een warmwatertoestel.
2. Van de onderzochte zware metalen blijven de gehalten aan arseen, cadmium, chroom, kwik, lood, nikkel en seleen onder de maximaal toelaatbare concentraties genoemd in de EEG-Richtlijn betreffende water voor menselijke consumptie, behoudens één enkele, ondanks herhaald onderzoek niet reproduceerbare, uitschieter voor lood.

De waarden voor koper en zink liggen ook steeds beneden het in de EEG-Richtlijn voor deze elementen genoemde richtniveau. Iets verhoogde waarden werden vooral gevonden bij water dat lang in de leidingen had gestaan.

3. Het warme water uit de *onderzochte toestellen* is voor zover het de aanwezigheid van zware metalen betreft, zonder meer geschikt voor de bereiding van voedsel. Het onderzoek geeft geen aanleiding om warm water uit warmwatertoestellen *in het algemeen* hiervoor ongeschikt te verklaren.

4. De onder punt 1. genoemde toename betreft met name koper, maar er zijn duidelijke aanwijzingen dat de toename van het kopergehalte niet zozeer moet worden toegeschreven aan de invloed van het warmwatertoestel zelf, maar aan de soms lange koperen leidingen die het water na verwarmen nog doorstroomt.

5. In het onderzoek is geen invloed gevonden van ontharding van het water of de leeftijd van het warmwatertoestel op het gehalte aan zware metalen van het water.

6. Het verdient aanbeveling het onderzoek te herhalen in gebieden met andersoortig water. Hierbij zou gedacht kunnen worden aan van nature zacht of zeer hard water.

• • •

commentaar

Naar aanleiding van het artikel van ir. P. S. Grashoff (*H₂O* 17, 148) kan het volgende worden opgemerkt.

De formule van Forchheimer voor de stroming naar een half-bolvormige put in een half-oneindig stromingsveld kan worden geschreven als:

$$\Delta \phi = \frac{Q_0}{2\pi k} \left\{ \frac{1}{r_b} - \frac{1}{R} \right\} \quad (1)$$

waarin $\Delta \phi$ het verschil is in stijghoogte tussen een punt op een afstand R uit het middelpunt en een punt op de omtrek van de put, op afstand r_b van het centrum.

Ook bij de aanwezigheid van een ondoorlatende laag, op een diepte H beneden dit middelpunt, blijft deze formule bij benadering geldig in de onmiddellijke omgeving van de put. De invloed van deze laag wordt eerst op enige afstand van de put merkbaar.

De exacte oplossing van het vraagstuk is reeds geruime tijd bekend. Het eerst is de oplossing gegeven voor de verdeling van de elektrische potentiaal in de omgeving van een reeks op een rechte lijn gelegen puntladingen [Madelung, 1918]. Later is deze oplossing door Muskat [1942] toegepast op grondwaterstromingen naar reeksen van onttrekkingspunten. Daarvoor geldt, in de thans gebruikte notatie:

$$\Delta \phi = \frac{q}{2\pi k} \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0(2\pi n \rho_p) - \sum_{n=1}^{\infty} K_0(2\pi n \rho) + \ln(\rho/\rho_p) \right]$$

met

$$q = Q_0/H \quad \rho_p = r_b/2H \quad \rho = R/2H \quad (2)$$

en waarin K_0 de gemodificeerde Bessel-functie is van de tweede soort en orde nul. Overeenkomstige formules gelden voor de stroming naar geperforeerde drainbuizen [Dierickx en Van der Molen, 1981].

Als ρ_p of ρ klein is ten opzichte van 1, dan convergeert de betreffende reeks slechts langzaam. Zij kan dan beter worden vervangen door gebruik te maken van:

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0(2\pi n x) = C + \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{2x} + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2 + m^2}} - \frac{1}{m} \right\} \quad (3)$$

waarin $C = 0,577216$ (constante van Euler). Deze vervanging wordt voordelig als $2\pi x < 1$. Het uitwerken van deze formules op een programmeerbare rekenmachine (bijv. HP 41CV) levert geen bijzondere moeilijkheden op en verloopt snel. Voor de functie K_0 kan daarbij gebruik worden gemaakt van poly-

noombenaderingen [Abramowitz & Stegun, 1972, p. 379].

Een vergelijking met de uitkomsten volgens de formule van Grashoff leert, dat de overeenkomst uitstekend is, mits $R \geq H$. In dat geval is de veel eenvoudiger formule van Grashoff duidelijk in het voordeel (tabel I). Voor kleinere R treden afwijkingen op en kan men, althans voor $R \ll H$, de formule van Forchheimer, (1), als snelle benadering gebruiken.

Tabel I – Waarden voor $\Delta \phi(m)$, indien $r_b = 0.81 m$; $Q = 3.54 m^3/d$; $k = 1.00 m/d$; $H = 10 m$.

R (m)	Exact (2,3)	Grashoff	Forchheimer (1)
5.000	1.0001	.9989	—
1.000	.9094	.9082	—
500	.8703	.8691	—
100	.7797	.7785	—
50	.7406	.7394	—
20	.6889	.6878	—
10	.6465	.6487	(.6392)
5	.5849	(.6097)	.5829
2	.4141	(.5581)	.4139
1	.1322	(.5190)	.1322

Literatuur

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A. (1972). *Handbook of mathematical functions*. 9e druk, New York.
Dierickx, W. and Molen, W. H. van der (1981). *Effect of perforation shape and pattern on the performance of drain pipes*. Agr. Water Management 4, 429-443.
Grashoff, P. S. (1984). *Gegraven putten en hun debiet*. *H₂O* (17), nr. 7, 148.
Madelung, E. (1918). *Das elektrische Feld in Systemen von regelmässig angeordneten Punktladungen*. Physik. Zeitschr. 19, 524-533.
Muskat, M. (1942). *The effect of casing perforations on well productivity*. Petr. Technology 5, 175-187.

W. H. van der Molen

• • •