

PRIJSINDICES

a. Behoeftenbevrediging

Stel, dat er twee burenen zijn A en B. Ze hebben precies hetzelfde inkomen, precies dezelfde gezinssamenstelling, ze kunnen kopen in dezelfde winkels, enz. Ongetwijfeld heeft hij de grootste behoeftenbevrediging, die het meest ascetisch is. Wil men de behoeftenbevrediging meten, dan moet men eerst de behoefte zelf in een index vastleggen. Het is onwaarschijnlijk, dat dit voor individuen zal gelukken. Voor bevolkingsgroepen gaat het iets beter. Een academische opleiding scheidt b.v. de behoefte aan het kopen van boeken, aan vrije tijd om ze te lezen, aan geld voor een gelijksoortige opvoeding voor hun kinderen. Op grond van dit soort beschouwingen kan men misschien komen tot een behoefteindex voor bevolkingsgroepen, maar van werkelijk meten kan moeilijk sprake zijn.

Bij het woord welstand denkt men onwillekeurig aan de mate van behoeftenbevrediging. Het is dan ook welbewust, dat in het volgende niet wordt gesproken over een welstandsindex, doch over een prijsindex. Bij een prijsindex moeten subjectieve verschillen in behoefte zoveel mogelijk worden uitgeschakeld.

In het voorgaande is gesteld, dat twee personen in gelijke omstandigheden verkeerden en toch ongelijke behoeften hadden. Minstens even belangrijk is de mogelijkheid, dat een individu onder verschillende omstandigheden wordt gedacht. Voor het gemak denken we ons een eenzelfde tweeling. Een van beiden woont in Amerika, de ander in België. Niettegenstaande het verschil in woonplaats zijn beiden even ascetisch gebleven. Beiden hebben op hetzelfde moment hun geld verteerd en moeten dan een erfenis verdelen. Van het belastingvrije deel krijgt ieder de helft. Wie erft nu het meeste?

Om de vraag te beantwoorden moeten we een Amerikaans en een Belgisch goederenpakket met elkaar vergelijken. Deze goederenpakketten moeten door de tweeling als gelijkwaardig worden gevoeld. We nemen aan, dat de eenigheid het tot een duidelijk, kwantitatief, eenstemmig antwoord in staat stelt. Het aantal goederenpakketten, dat ieder met de erfenis kan kopen is nu een maat voor de reële waarde van ieders aandeel.

Practisch iedere prijsverandering heeft tot gevolg, dat er een ander goederenpakket zal worden gekocht. Daarom moet men bij prijsindices noodzakelijk rekening houden met het optimale goederenpakket bij die prijsverhoudingen. Het is daarom onontkoombaar, dat de gelijkwaardigheid van twee goederenpakketten wordt vastgesteld. En hiermede wordt de vraag aangaande de behoeftenbevrediging opnieuw gesteld. De vraag is evenwel niet, welke bevrediging een zelfde pakket aan verschillende mensen geeft, doch welke bevrediging verschillende pakketten aan een bepaald persoon geven. In principe is de laatste vraag te beantwoorden. Men kan een aantal pakketten samenstellen en aan de proefpersoon vragen van deze pakketten de onderlinge waardeverhoudingen te noteren.

In de praktijk blijven er moeilijkheden over. Wij noemen voorlopig slechts, dat er een periode van aanpassing nodig is; men moet zich bewust worden, dat men het nieuwe pakket toch wel waardeert. Anders gezegd: de waarde van een nieuw pakket stijgt nog een tijdje, wanneer de prijzen al weer gestabiliseerd zijn. Omdat dus het subjectieve waardegevoel zich niet synchroon ontwikkelt met de prijsveranderingen, is zelfs bovengenoemde methode om gelijkwaardigheid van pakketten vast te stellen niet bruikbaar. De consequentie zou zijn, dat bij gelijkblijvende prijsstructuur de koopkracht van het geld nog steeg, zodat de prijsindex feitelijk zou moeten dalen; dat bij gelijkblijvende prijzen.

Wij moeten er in berusten, dat gelijkwaardigheid van pakketten niet is vast te stellen door rechtstreekse waarneming. In het volgende zal blijken, dat het mogelijk is, eerst een prijsindex vast te stellen en achteraf te concluderen, dat twee pakketten blijkbaar "gelijkwaardig" zijn. Het is misschien niet uit te maken, of het woord "gelijkwaardig" in dit geval nog een andere betekenis heeft dan een louter formele.

b. De uitdrukkingwijze van prijzen

Het behoeft geen betoog, dat men zinvoller kan spreken over prijsverhoudingen dan over prijsverschillen. Om deze verhoudingen uit te drukken, wordt meestal gebruik gemaakt van procenten. Laat nu van enig goed de prijs eerst 50% dalen en daarna 50% stijgen. Is nu de oude prijs hersteld? Stellig niet. De oude prijs ligt nog 33% boven de nieuwe, immers, deze ligt 25% onder de oude.

Blijkbaar is "procent" geen ondubbelzinnige eenheid; in wetenschappelijk onderzoek is het meestal een onbruikbare term. De meest voor de hand liggende maat bij het bestuderen van verhoudingen is het logaritmeververschil. Psychologisch is er nogal weerstand tegen logaritmen, omdat men niet graag met onbencemde getallen werkt. In de techniek is deze weerstand overwonnen door aan $\lg 10 = 1$ de naam bel te geven. In de economie is deze eenheid te groot; het zou aanbeveling verdienen als eenheid de millibel (mB) te gebruiken. In het traject, waar procentcijfers niet hinderlijk zijn, kan gesteld worden, dat $4 \text{ mB} = 1\%$ verschil. Dit geldt dus, wanneer de procentcijfers liggen tussen 96% en 122% .

Wanneer dus een indexcijfer stijgt van 107 naar 110, bedraagt de stijging ongeveer $3 \times 4 = 12 \text{ mB}$; een stijging van 214 naar 220 is eveneens 12 mB .

Clandestien wordt de millibel reeds in de economie gebruikt. Bij het definiëren van het begrip elasticiteit van de vraag, spreekt men over procenten, maar men bedoelt millibels. Door de term millibel ook in de economie in te voeren, kan men de slordige definitie vervangen door een exacte.

c. Verandering in geldswaarde

Stel, dat de waarde van de geldeenheid $a \text{ mB}$ daalt, dan zullen de prijzen evenveel mB moeten stijgen. De enige manier om a te bepalen is, dat we nagaan, hoeveel mB de prijzen gestegen zijn.

Theoretisch wordt een prijs gevormd door vraag en aanbod, in de kleinhandel wordt de prijs eenzijdig vastgesteld door de fabrikant of detaillist. Deze prijsstelling is een gok, blijkt de vraag anders te zijn, dan de fabrikant dacht, dan verandert hij de prijs. Op de lange duur is hier dus zeker een werking van vraag en aanbod. Op korte termijn is dit niet zo zeker.

Laat nu de waarde van het geld plotseling merkbaar veranderen. Alle fabrikanten moeten nu gissen hoeveel mB deze verandering bedraagt. De prijsverhogingen $a_1, a_2, a_3, a_4 \dots$, die de verschillende fabrikanten

toepassen, zijn alle schattingen van de waardedaling a van het geld. Uit deze verschillende waarden a_i kan nu een schatting worden berekend, hoeveel mB a precies is, het is b.v. mogelijk het gemiddelde van de verschillende bedragen a_i te nemen.

Het is ook mogelijk de verschillende bedragen a_i te wegen, ieder met een gewicht g_i . Een hoog gewicht kan worden toegekend, wanneer bekend is, dat de betreffende fabrikant erg deskundig is op prijzengebied, of wanneer er veel concurrenten zijn, zodat ieder gedwongen is de prijs zo nauwkeurig mogelijk te stellen.

De grondgedachte van het voorgaande is, dat er maar één ware waarde a is, dat iedere prijsverandering een schatting van a geeft, dat deze schattingen niet alle even nauwkeurig behoeven te zijn. De geschiktste formule is in dit geval

$$a = \frac{\sum g_i a_i}{\sum g_i} \quad (c 1)$$

Deze formule heeft geen economische interpretatie. Het is de taak van de economie aan te geven, welke grootheid moet worden gemeten; de wiskundige statistiek stelt vast, hoe deze meting het best verloopt.

Een bekend voorbeeld van een niet interpreteerbare, statistische formule is de formule voor de standaardafwijking.

$$s = \sqrt{\frac{\sum u^2}{n-1}}$$

Haberler (Der Sinn der Indexzahlen) gaat in het eerste deel van zijn werk van het axioma uit, dat de formule zelf interpreteerbaar moet zijn; op grond van dit axioma eist hij, dat een prijsindex slechts mag worden berekend door vergelijking van prijsommen. Dit axioma is in strijd met de visie van de wiskundige statistiek.

d. Invloed van vaste lasten

In de voorgaande paragraaf is verondersteld, dat alle fabrikanten moeten gissen, hoeveel mB de geldswaarde veranderd is. Gesteld werd, dat deze zelfde wijziging voor ieder artikel door een even grote

tegengestelde wijziging moest worden opgevangen. In de praktijk mag dit niet worden verwacht.

Globaal kunnen we onderscheid maken tussen vaste lasten en lonen. Immers, ook de grondstoffen zijn door de betreffende leverancier verkregen door vaste lasten en lonen te combineren. De grootste slordigheid zit in het negeren van dividenden, die geen vaste lasten zijn en geen lonen. Als benadering van het probleem willen we deze slordigheid begaan.

Laat nu de waarde van de geldeenheid a mB dalen; laten verder de lonen a mB stijgen; dan is de oorspronkelijke koopkracht van het loon behouden gebleven. De vaste lasten veranderen nominaal niet, reëel dalen ze dus a mB. Omdat de reële loonpost niet veranderd is, zijn de productiekosten reëel lager geworden. De prijzen van de verschillende producten zullen minder dan a mB stijgen, wanneer ook de dividenden reëel gelijkblijven.

Stel nu, dat de prijzen gemiddeld b mB stijgen; $b < a$. Dan is het reële loon van de arbeiders $b-a$ mB verbeterd. Wij wilden evenwel veronderstellen, dat het reële loon gelijk was gebleven. Een loonsverhoging van b is dus voldoende, waardoor de verwachte prijsstijging nog geringer wordt.

We krijgen dus deze conclusie, dat een waardevermindering van het geld slechts gedeeltelijk zichtbaar wordt in een prijsstijging; daarnaast komt deze waardevermindering tot uiting in een welvaartsderving van de rentetrekkingen. Ook deze welvaartsderving is geringer van omvang dan de waardevermindering. Immers, de welvaartsderving is b mB niet a mB.

In het voorgaande is onderscheid gemaakt tussen waarde van het geld en prijsniveau. Dit komt hieruit voort, dat het geld twee functies heeft: ruilmiddel en spaarmiddel. Het prijsniveau is natuurlijk de enige maat voor de waarde van het ruilmiddel. Ik kan momenteel niet overzien, of de uitdrukking "waarde van het spaarmiddel" wel helemaal zinvol is.

Voorlopig zou ik de conclusie zo willen formuleren. Een prijsindex meet de waarde van het ruilmiddel, maar stelt niet ondubbelzinnig vast, welke invloed de geldzijde op het economisch gebeuren heeft gehad.

Een ander gezichtspunt is voor ons belangrijker. Verandering van de waarde van het geld, d.w.z. verandering in de verhouding tussen lonen en vaste lasten, heeft een ongelijke uitwerking op verschillende producten. Loonintensieve producten worden naar verhouding duurder. Een verandering van prijsniveau heeft een verandering van prijsstructuur tot gevolg, zodra er aanpassing van de lonen plaatsvindt. Wij kunnen het prijsniveau niet meten, als we niet tegelijk de invloed van de prijsstructuur vaststellen.

e. Het scheiden van prijsniveau en prijsstructuur

Het feit, dat het prijsniveau niet gescheiden van de prijsstructuur kan worden behandeld, heeft diepgaande invloed op de formule, waarmee we het prijsniveau meten. Verandering van prijsstructuur betekent, dat de afzonderlijke prijsstijgingen $a_1, a_2, a_3 \dots$ niet meer kunnen worden gezien als schatting van de prijsstijging a .

Verandering van prijsniveau bij gelijkblijvende prijsstructuur is praktisch ondenkbaar. Wat echter te denken van: verandering van prijsstructuur bij gelijkblijvend prijsniveau? Hieronder moet blijkbaar worden verstaan, dat een prijsstijging van het ene artikel wordt gecompenseerd door een prijsdaling van het andere.

Met het begrip compenseren komt een nieuw element in onze beschouwingen. In de meeste gevallen moeten statistische gegevens worden gewogen aan de hand van hun nauwkeurigheid; in dit geval moet er worden gewogen aan de hand van het compensatievermogen. Ongetwijfeld hangt het compensatievermogen samen met de grootte van de omzet van het betreffende artikel. Er moeten dus gegevens beschikbaar zijn over de samenstelling van "het" goederenpakket.

Nu lijkt er slechts één zinvolle definitie van "verandering van prijsstructuur bij gelijkblijvend prijsniveau" mogelijk te zijn. Deze verandering komt voor, wanneer "het" goederenpakket niet van prijs verandert, terwijl de samenstellende artikelen wel prijswijzigingen te zien geven.

Inderdaad¹⁾ moet een prijsindex worden berekend door de prijs van twee goederenpakketten met elkaar te vergelijken. In dit opzicht heeft Haberler gelijk. De motivering kan evenwel verbeterd worden. Deze eis moet gesteld worden, omdat de definitie van prijsstructuur dit meebrengt; niet, omdat iedere formule, die in de statistiek gebruikt wordt, economisch interpreteerbaar moet zijn.

Wat is nu de prijs van een goederenpakket? Blijkbaar is het $\sum p_i q_i$, wanneer p_i de prijs van een bepaald artikel i aangeeft en q_i het aandeel in het goederenpakket. We hebben hier te maken met een som van producten. We komen hiermee op het terrein van de matrix algebra. Dit is een terrein, waar procentcijfers soms de voorkeur verdienen boven millibels. De veranderingen in prijsstructuur hebben dus ^(misschien) een diepgaande invloed op de gehele aanpak van het probleem.

f. Mathematisering van het probleem

Laat het goederenpakket bestaan uit de goederen $x_1, x_2 \dots x_m$. Bij de ene prijsstructuur zijn de hoeveelheden in het pakket $q_{11}, q_{12} \dots q_{1m}$ en de prijzen $p_{11}, p_{12} \dots p_{1m}$. Bij de andere prijsstructuur zijn de hoeveelheden $q_{21}, q_{22}, \dots q_{2m}$ en de prijzen $p_{21}, p_{22} \dots p_{2m}$.

Gelijkheid van prijsniveau bij ongelijke prijsstructuur betekent, dat

$$\sum_i p_{1i} q_{1i} = \sum_i p_{2i} q_{2i} \quad (f \ 1)$$

Over het algemeen is de grootte van een pakket met bepaalde behoeftebevrediging niet bekend, slechts de opbouw, de samenstelling is waar te nemen. D.w.z. voor beide leden van (f 1) moet een onbekende evenredigheidsconstante worden geplaatst. De formule bevat geen mogelijkheid de verhouding van deze constanten te schatten. Een mogelijkheid om hieraan te ontkomen is deze, dat men de betreffende goederenpakketten aan elkaar gelijkmaakt. De pakketten q_{1i} en q_{2i} worden beide vervangen door een pakket q_i . Bij gelijk prijsniveau geldt nu $\sum_i p_{1i} q_i = \sum_i p_{2i} q_i$ of $\frac{\sum_i p_{2i} q_i}{\sum_i p_{1i} q_{1i}} = 1$.

Bij ongelijk prijsniveau is

$$\frac{\sum p_{2i} q_i}{\sum p_{1i} q_i} = a \quad (f \ 2)$$

een index om het prijsniveau te meten.

Wat is nu een geschikte keuze van q_1 ?

Bekend zijn de volgende keuzen:

Laspeyre $q_i = q_{1i}$ (f 3)

Paasche $q_i = q_{2i}$ (f 4)

Beide zijn uitersten; het ligt voor de hand, dat er een compromisformule moet zijn, die beter is. Haberler toont aan, dat de beste schatting van a tussen de grenzen van Laspeyre en Paasche ligt.

g. Gelijkwaardige pakketten

We willen even vooruitlopen op het resultaat en aannemen, dat de juiste prijsindex reeds bekend is. Door een herleiding kan worden bereikt, dat de prijzen p'_{1i} en p'_{2i} op hetzelfde niveau liggen. Bij de prijsstructuur p'_{1i} is aan pakket q_{1i} de voorkeur gegeven, bij prijsstructuur p'_{2i} aan pakket q_{2i} . Wij kunnen nu de pakketten q_{1i} en q_{2i} gelijkwaardig noemen, indien

$$p'_{1i} q_{1i} = p'_{2i} q_{2i} \quad (g \ 1)$$

Door deze vergelijking is de grootteverhouding van q_{1i} en q_{2i} vastgelegd.

De waarde van een pakket wordt in een prijs uitgedrukt, maar wordt niet veroorzaakt door die prijs. De gelijkwaardigheid van q_{1i} en q_{2i} zal bij alle prijsstructuren gelden, al zal gelijkheid van prijs niet vaak voorkomen.

Wat is nu de waarde van het pakket $\frac{1}{2}(q_{1i} + q_{2i})$?

Het lijkt een pakket, dat gelijkwaardig is met q_{1i} en q_{2i} .

In het algemeen lijken alle pakketten $(1-\alpha)q_{1i} + \alpha q_{2i}$ onderling gelijkwaardig. Toch geeft deze gedachte moeilijkheden. Bij prijsstructuur p_{1i} is q_{2i} duurder dan q_{1i} . Laat de prijs van $q_{1i} = x$ zijn en van $q_{2i} = y$.

De prijs van $(1-\alpha)q_{1i} + \alpha q_{2i}$ is dan $(1-\alpha)x + \alpha y$. Stel nu, dat $\alpha = \frac{1}{2}$. De prijs is dan $(x - \frac{1}{2}(y-x))$. Dit is minder dan x . Het genoemde pakket zou zeker gekozen zijn in plaats van q_{1i} , indien het gelijkwaardig was.

Het is ook niet juist $\frac{1}{2}(q_{1i} + q_{2i})$ gelijkwaardig te achten aan q_{1i} en q_{2i} . Wanneer 2 kg pinda's gelijkwaardig is aan 1 kg vlees, dan is een pakket van 1 kg pinda's en 1 pond vlees meer waard. De tweede kg pinda's geeft minder bevrediging dan de eerste, het eerste pond vlees meer dan het tweede.

Toch moet er een formule zijn, die uit q_{1i} en q_{2i} een hele reeks gelijkwaardige pakketten afleidt. Practisch is de enige bruikbare een logaritmische

$$\lg q_{xi} = (1-\alpha) \lg q_{1i} + (\alpha) \lg q_{2i} \quad (g \ 2)$$

Een gemiddeld pakket q_i wordt verkregen als $\alpha = \frac{1}{2}$, dus

$$\lg q_i = \frac{1}{2} (\lg q_{1i} + \lg q_{2i}) \quad (g \ 3)$$

Een bijzonderheid van (g 3) is, dat goederen, die in slechts een van beide perioden voorkwamen, niet in q_i worden opgenomen. Dit is juist.

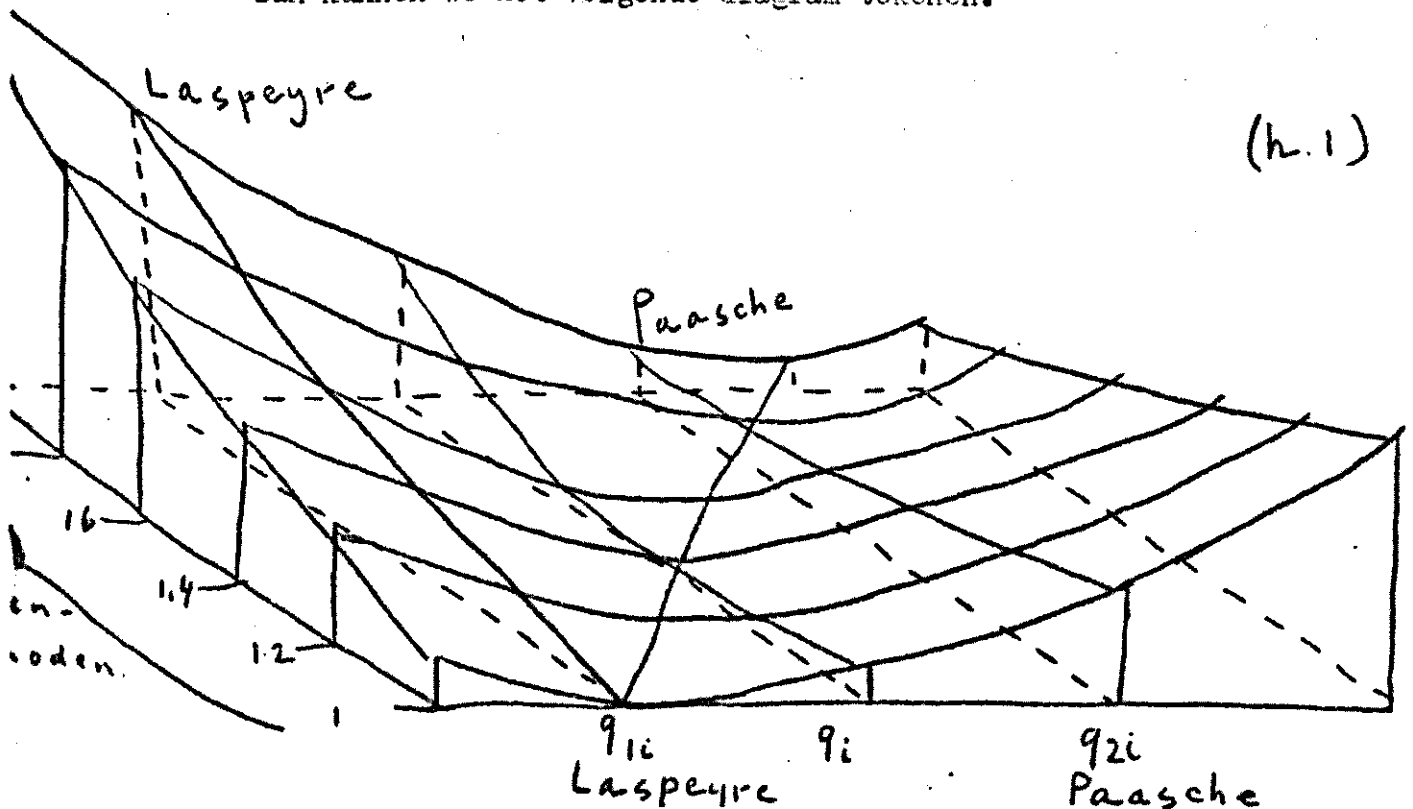
Een verder voordeel van de logaritmische formule is, dat de gelijkwaardigheid van q_{1i} en q_{2i} niet behoeft te worden vastgesteld. Immers, $\lg 2 q_{2i} = \lg q_{2i} + \lg 2$. De constante $\lg 2$ heeft geen invloed op de structuur van q_i . Dit is alleen met logaritmen te bereiken.

Met behulp van (f 2) kan nu de prijsindex worden gevonden, waarna de grootteverhouding van q_{1i} en q_{2i} kan worden gevonden uit (g 1).

h. Het prijsdal

Gewoonlijk worden de prijzen regelmatig waargenomen; het goederenpakket slechts zo nu en dan. We willen aannemen, dat tussen de perioden 1 en 2 een aantal prijswaarnemingen bestaat, aangegeven als 1,2, 1,4, 1,6, enz. We nemen aan, dat de prijsstructuur vrij geleidelijk gewijzigd is.

Dan kunnen we het volgende diagram tekenen.



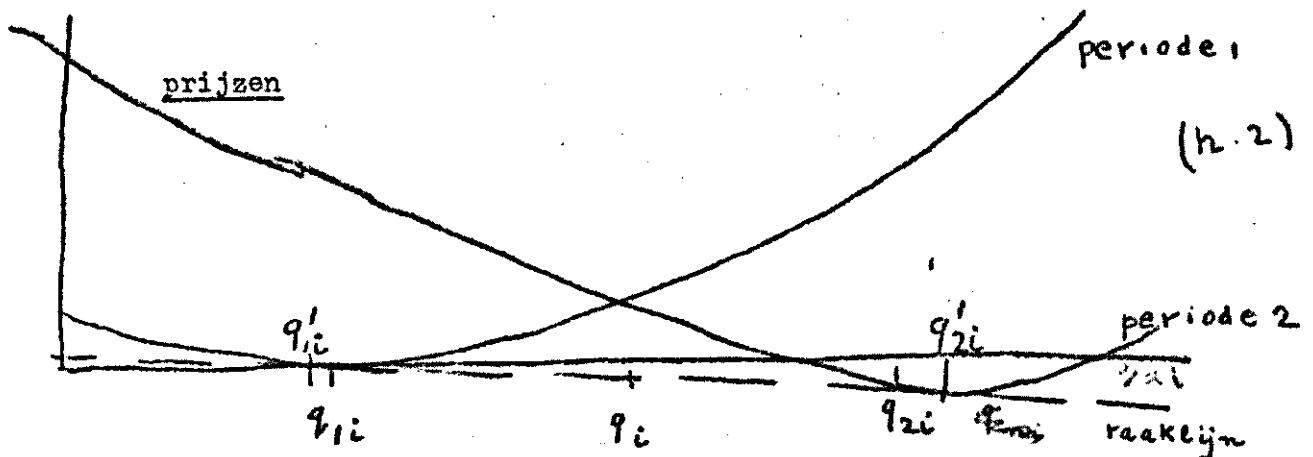
Horizontaal zijn de gelijkwaardige pakketten p_{xi} afgezet; deze vormen een continue reeks als α continu verandert. Tot deze gelijkwaardige pakketten behoren q_{1i} , q_i en q_{2i} . Langs de wijkende as zijn de perioden en tussenperioden aangegeven, waarin prijswaarnemingen zijn verricht. In de perioden 1 en 2 is ook het pakket waargenomen. Verticaal is de prijs aangegeven van de diverse pakketten in diverse perioden.

In de tekening is aangenomen, dat q_{1i} in de eerste periode het goedkoopst was van de gelijkwaardige pakketten. Daarentegen is q_{2i} niet het goedkoopste pakket in de tweede periode, de aanpassing is nog niet volledig. Het minimum in de tweede periode ligt hoger dan het minimum in de eerste periode, er is dus inderdaad sprake van een prijsstijging.

Uit het diagram zien we, dat de Laspeyre-index geleidelijk stijgt, maar in te sterke mate, de Paasche-index daalt tot periode 1,7 en stijgt daarna iets, de index, die met behulp van q_i wordt berekend, daalt tot periode 1,4 om daarna vrij veel te stijgen. Tenslotte is er een lijn over de bodem van het prijsdal; het lijkt zinvol de hoogte van deze lijn als prijsindexcijfer te zien. Deze definitie houdt in, dat geen indexcijfers kunnen worden berekend voor het pakket q_{2i} bekend is. Het is dus nodig zich over de recente perioden van een interim indexcijfer te bedienen, dat misschien Laspeyre karakter dient te hebben. Misschien ook is het mogelijk na periode 2 nog een tijd lang de prijscurve voor pakketten q_{xi} te berekenen en dus de dalbodem nog een tijd lang te vervolgen.

In onze figuur zien we, dat ook (f 2) niet de goede schatting van het indexcijfer geeft, indien we het pakket q_i gebruiken. Dit betekent, dat we de grootteverhouding van de pakketten q_{1i} en q_{2i} verkeerd schatten. Wanneer nu q_{2i} met een factor z moet worden vergroot, wordt ook de prijs met z vermenigvuldigd. Indien we afspreken, dat de prijzen in logaritmische schaal zijn afgezet, betekent dit, dat de figuur bij q_{2i} met een constante $\lg z$ moet worden verhoogd. Deze verhoging is voor de pakketten q_{xi} evenredig met α .

Op de volgende wijze kan een correctie worden aangebracht. Met pakket q_i berekenen we een voorlopige prijsindex voor periode 2. De prijzen van periode 2 reduceren we met behulp van deze index. In diagram (h. 2) zijn nu de herleide prijzen van de pakketten q_{xi} voor beide perioden weergegeven.



Voor pakket q_i liggen de beide lijnen nu natuurlijk even hoog. Het pakket q_{ni} is gelijkwaardig met q_{1i} en is volgens deze schaal goedkoper. Nu hebben we de prijsniveaux gelijkgemaakt, dus is pakket q_{ni} te klein gekozen.

Een goede keuze krijgen we door de gemeenschappelijke raaklijn aan beide curven te trekken. De raakpunten zijn q'_{1i} en q'_{2i} . Laat de hellingstangens van de raaklijn $\frac{-1g_{2i}}{\sigma}$ zijn, dat moet q_{2i} met de factor z worden vermenigvuldigd om te bereiken, dat de minima van beide curven na de correctie even hoog liggen. Na deze correctie is de plaats van de minima verschoven, van q_{1i} naar q'_{1i} en van q_{2i} naar q'_{2i} . De eigenschap, dat met pakket q_i de definitieve prijsindex wordt berekend, wordt door deze correctie niet beïnvloed.

1. Verschuiving van het minimum

Indien q_{1i} en q_{2i} inderdaad de meest aangepaste goederenpakketten zijn, behoren zij in (h. 1) en (h. 2) de plaats van het minimum in de prijscurven aan te geven. Het is a priori niet zeker, dat dit met definitie (g. 2) bereikt wordt. Immers, deze definitie is geboren uit wiskundige overwegingen. Indien het geval zich voordoet, dat wij

getekend hebben in (h 1), dat het minimum voor de tweede periode niet bij q_{2i} ligt, maar verder naar rechts, dan moet men met conclusies over niet aangepast zijn nog uiterst voorzichtig blijven. Om dit aan te tonen zullen we laten zien, dat het minimum steeds bij q_{1i} en q_{2i} kan worden gelegd.

Er is reeds opgemerkt, dat de verticale schaal logaritmisch gedacht is, de verticale eenheden zijn dus millibels. Nu kan iedere prijs t mB worden verlaagd, door het pakket t mB kleiner te maken. Het gemakkelijkst is de volgende functie $t = k\alpha^2 + l\alpha + m$ (i 1) waarbij α de constante uit (g 2) is.

De constanten k en l moeten zo gekozen worden, dat de parabool (i 1) aan beide curven in (h 2) raakt in de punten q_{1i} en q_{2i} . De gemeenschappelijke raaklijnen in q_{1i} en q_{2i} hebben richtingen, die worden gegeven door in $\frac{dt}{d\alpha} = 2k\alpha + l$ de waarde van α in te vullen. In q_{1i} is de richting l , in q_{2i} is ze $2k + l$. De waarden l en $2k+l$ zijn empirisch te bepalen.

De aangegeven methode laat zien, dat het niet mogelijk is de mate van aangepastheid tussen prijsstructuur en goederenpakket te meten. Wanneer enige ervaring is verkregen met (i . 1) zal het misschien mogelijk zijn.

De goederenpakketten, die gecorrigeerd zijn met (i 1) willen we aanduiden als q'_{xi} . Als meest juiste prijsindex voor de tussenliggende perioden (1,2, 1,4, ...) kan nu worden beschouwd de prijs van het goedkoopste pakket uit de reeks q'_{xi} . Omdat deze index de hoogte van het prijsdal opmeet, zouden we het een prijdsdalindex kunnen noemen.

Het is waarschijnlijk, dat deze index ongeveer hetzelfde verloop vertoont als het geometrisch (logaritmisch) gemiddelde van de indices van Laspeyre en Paasche. Het voordeel van de prijsdalindex is, dat hij na periode 2 nog als extrapolatieformule kan worden gebruikt. Met het gemiddelde van Laspeyre en Paasche is dit niet het geval, omdat Paasche dan ook Laspeyre karakter heeft.

j. Kwaliteitsverschillen

Tot dusver hebben we aangenomen, dat het voldoende was in een bepaalde periode de prijs en de verbruikte hoeveelheid van de diverse goederen te noteren. Speciaal is verondersteld, dat de twee goederenpakketten q_{1i} en q_{2i} alleen in hoeveelhedsverhoudingen verschillen. In werkelijkheid vindt aanpassing aan een andere prijsstructuur vaak mede plaats door aanpassing van de kwaliteit.

Het moet mogelijk zijn de kwaliteitsverschillen nominaal tot aantalsverschillen te herleiden. Een huis met een huurprijs van f. 100,- per maand kan worden gelijkgesteld met 2,5 huis van f. 40,- per maand. Op praktische moeilijkheden willen we verder niet ingaan.

k. Technische vooruitgang

Tot dusver is verondersteld, dat het goederenpakket volledig beheerst wordt door de prijsstructuur. Pakket q_{1i} is anders dan q_{2i} , omdat prijsstructuur p_{1i} de prijs van q_{1i} lager maakt dan die van q_{2i} . Vaak is de reden een geheel andere. Bepaalde artikelen, die in q_{2i} aanwezig zijn, ontbreken in q_{1i} bijna of geheel, omdat het nieuwe vindingen zijn. In het gemiddelde pakket q_i ontbreken ze ook, omdat $lg 0 = -\infty$. Het is gunstig, dat nieuwe artikelen in q_i ontbreken. Aanvankelijk zijn wijzigingen in de prijs meer een gevolg van technische perfectionering, dan van wijzigingen in prijsniveau.

De grote moeilijkheid ligt in de vraag, wat een nieuw product is. In zeker opzicht is een nylonkous een ander product dan een andere kous; het is evenwel ook mogelijk hiervan een kwaliteitsverschil te spreken. Zo zijn de huidige wasmiddelen andere producten dan zeep, het is ook mogelijk hier van kwaliteitsverschillen te spreken. Het is zelfs mogelijk een televisietoestel als een gekapitaliseerde vorm van bioscoopbezoek te zien.

De moeilijkheden, die hier liggen, geven waarschijnlijk een grotere onzekerheid aan het indexcijfer, dan de andere moeilijkheden tezamen. Immers, wanneer we de moderne wasmiddelen zien als een nieuw product, dan heeft hun ontstaan geen invloed op de prijsindex. Zien we ze als een andere vorm van waskracht, dan hebben ze waarschijnlijk de betekenis van een prijsverlaging van zeep, ze beïnvloeden dus de prijsindex. Deze beïnvloeding is sterker, indien we ze mede zien als een vervanging van een aantal uren huishoudelijke hulp.

Willen we de prijsindex gebruiken als maat voor de welstandsontwikkeling, dan zal men nieuwe producten in verband moeten brengen met oude. Wil men een "objectieve" prijsindex, dan moet de technische vooruitgang worden uitgeschakeld, bij gelijk prijsniveau geeft de techniek dan meer of mindere welvaart.

Het lijkt mij onwaarschijnlijk, dat hier een ondubbelzinnige keuze mogelijk is.

l. Meer perioden

Laten er nu drie perioden zijn met de prijsgegevens p_{1i} , p_{2i} , p_{3i} en de pakketten q_{1i} , q_{2i} en q_{3i} . Op de besproken wijze kunnen er nu drie indexcijfers worden berekend: periode 3 tegenover 1 of 2 en 2 tegenover 1. Deze indexcijfers willen we resp. noemen i_{13} , i_{23} en i_{12} . Mag nu worden verwacht, dat $i_{13} = i_{12} \times i_{23}$? Theoretisch mag dit worden geëist, doch het zou niet redelijk zijn aan deze eis nauwkeurig te voldoen. Immers, artikelen, die in de periode 2 reeds in de handel waren, doch niet in periode 1, kunnen worden gebruikt om i_{23} zo nauwkeurig mogelijk te berekenen. Voor de berekening van i_{13} en i_{12} zijn ze onbruikbaar. De extra nauwkeurigheid van i_{23} maakt het zinloos te eisen, dat i_{13} rechtstreeks berekend hetzelfde oplevert als $i_{12} \times i_{23}$.

Het bovenstaande is een speciaal voorbeeld van de algemene regel, dat p_{3i} niet een lid zal zijn van de reeks p_{xi} , zoals gedefinieerd in (g 2). Wanneer de wijziging in prijsstructuur een andere richting inslaat, slaat ook de aanpassing een andere richting in. Om een goede prijsindex te hebben, is het dus nodig, telkens gegevens over het pakket te hebben, wanneer er een wijziging in de verandering van prijsstructuur plaatsvindt. Hier moet een evenwicht worden gevonden tussen kosten en nauwkeurigheid.

m. Meer plaatsen

Wanneer we een aantal perioden onderling vergelijken, kunnen we achtereenvolgens berekenen i_{12} , i_{23} , i_{34} , ----- Uit deze index-

cijfers kan een doorlopende reeks worden opgesteld.

Wanneer we meerdere plaatsen vergelijken, heeft het nummer van de plaats geen rangschikkende waarde. Alle plaatsen moeten gelijktijdig worden samengevat.

Ook nu kan een compromispakket q_i worden berekend volgens de formule:

$$\lg q_i = \frac{1}{n} \sum \lg q_{hi} \quad (h = 1 \dots n) \quad (m \ 1)$$

Deze formule heeft het nadeel, dat alle goederen worden uitgesloten, die niet in alle plaatsen voorkomen. Bij internationale vergelijkingen moet de nauwkeurigheid hier erg onder lijden. In het ene land eet men brood en aardappelen, in het andere land rijst. De groentesoorten zijn misschien nauwelijks vergelijkbaar, enz.

Het volgende rekenschema geeft een mogelijkheid de onderlinge prijsverhoudingen zo goed mogelijk in een index vast te leggen.

In de plaats h is de prijsstructuur p_{hi} en het goederenpakket q_{hi} . Stel nu

$$\frac{p_{hi} q_{hi}}{\sum_i p_{hi} q_{hi}} = s_{hi} \quad (m \ 2)$$

We zoeken een prijsstructuur p_i , die zo goed mogelijk aansluit bij alle p_{hi} ($h = 1 \dots n$). Is deze prijsstructuur gevonden, dan is $p_i i_h$ de vereffende waarde van p_{hi} . In dit product is i_h de prijsindex voor plaats h .

Stel nu

$$\begin{aligned} \lg q_{hi} &= s_{hi} \\ \lg q_i &= s_i \\ \lg i_h &= j_h \end{aligned} \quad (m \ 3)$$

De vereffende waarde van s_{hi} is dus $s_i + j_h$. Een zo goed mogelijke aansluiting wordt verkregen door de kwadraatsom

$$\sum_h \sum_i s_{hi} (s_{hi} - s_i - j_h)^2 = A \quad (m \ 4)$$

te minimaliseren.

De vereffeningsformules krijgen we door A te differentiëren naar s_i en j_h . Met weglating van onnodige constanten krijgen we zo de formules

$$\sum_h \epsilon_{hi} (s_{hi} - s_i - j_h) = 0$$
$$s_i = \frac{\sum_h \epsilon_{hi} s_{hi} - \sum_h \epsilon_{hi} j_h}{\sum_h \epsilon_{hi}} \quad (m \ 5)$$

$$\sum_i \epsilon_{hi} (s_{hi} - s_i - j_h) = 0$$
$$j_h = \frac{\sum_i \epsilon_{hi} s_{hi} - \sum_i \epsilon_{hi} s_i}{\sum_i \epsilon_{hi}} \quad (m \ 6)$$

De berekeningswijze is iteratief. In (m 5) veronderstelt men alle $j_h = 0$ en berekent de s_i . Daarna berekent men uit (m 6) de j_h , dan weer uit (m 5) de s_i tot eindelijk rust is bereikt. De gevonden waarden j_h zijn nu de gezochte prijsindices in millibels.

Dit schema kan natuurlijk ook worden toegepast om een aantal perioden onderling te vergelijken. Het bezwaar, dat er geen gebruik is gemaakt van een pakket q_i weegt niet zwaar, immers, achteraf is dit pakket gemakkelijk aan te wijzen.

Immers, wanneer een prijsindex bekend is - hoe ook berekend - dan kan grafiek (h 2) worden getekend. Het pakket, dat bij het snijpunt van beide curven hoort, is het compromispakket q_i .

n. Vergelijking van de twee methoden

De methode van § m heeft het voordeel, dat de prijzen in mB worden uitgedrukt. Dit heeft tot gevolg, dat de prijsverschillen niet afhankelijk zijn van de eenheid, waarin de prijs is uitgedrukt; men mag de prijs opgeven per stuk, per dozijn, per kg, per ton, of hoe dan ook.

Een tweede gevolg is, dat de compromisstructuur s_i niet afhankelijk is van het prijsniveau in de afzonderlijke jaren. Wanneer men niet met logaritmen werkt, is het moeilijk te voorkomen, dat perioden met hoge prijzen de grootste invloed hebben op s_i .

Verder moet worden opgemerkt, dat deze methode gekenmerkt wordt door het minimaliseren van "fouten".

De methode, die op (g 3) is gebaseerd, is niet gebaseerd op een minimalisering. Formule (g 3) heeft als enige aanbeveling, dat ze op het eerste gezicht plausibel is. Bij iets nadere beschouwing is ze toch niet geheel voor de hand liggend. De serie q_{xi} bestaat voor iedere waarde van α uit dezelfde goederen. De hoeveelheid, die van de goederen wordt gekocht, kan schommelen tussen nul en oneindig. In werkelijkheid ligt de bovengrens veel lager. Zelfs bij een prijs nul kan een mens niet veel meer dan 10 kg boter per dag consumeren, of op andere wijze vernietigen. De logarithme geeft dus ergens een vertekend beeld.

Persoonlijk geef ik daarom de voorkeur aan de methode uit paragraaf m.

Ook bij deze methode kan men nog ongelijke wegen bewandelen. Indien er 5 perioden zijn, kan men alle indices gelijktijdig berekenen, zoals in paragraaf m is verondersteld; het is ook mogelijk voorlopig de laatste drie perioden te negeren en uit de eerste twee de index te berekenen. Indien men zich tot twee perioden beperkt is de invloed van waarnemingsfouten groter; indien men meer perioden in de berekening betreft, worden de details van een onregelmatige ontwikkeling min of meer vervaagd. In het algemeen moet men daarom niet te veel perioden samennemen.

SAMENVATTING

1. Het is mogelijk een "beste" prijsindexcijfer te berekenen door het minimaliseren van storende verschillen (paragraaf m).
2. Het is mogelijk een serie gelijkwaardige pakketten te definiëren (g 2).
3. In iedere periode, waarover prijsgegevens beschikbaar zijn, kan de prijs als functie van deze pakkettenserie grafisch worden voorgesteld. Dit geeft diagram (h 1).
4. Het is mogelijk de pakketten van (g 2) zo te definiëren, dat de empirische pakketten q_{1i} en q_{2i} de optimale pakketten zijn (paragraaf i).
5. Na deze precizering kan een gecorrigeerde diagram (h 1) worden gebruikt om de prijdsalindex te berekenen, d.w.z. het prijsverloop van een telkens veranderend optimaal pakket.
6. De complicaties door kwaliteitsverschillen en technische vooruitgang zijn aangeduid in de paragrafen j en k.