

Blokdoorlatendheden; opschaling in de geohydrologie

1. Inleiding

Numerieke grondwatermodellen worden nu veelvuldig gebruikt voor de voorspelling van het effect van beleidsmaatregelen op de stroming en de kwaliteit van het grondwater. De meest gebruikte numerieke oplossingsmethodieken voor grondwaterstroming zijn de eindige differentiemethode, de eindige elementenmethode en meest recentelijk de analytische elementenmethode [Strack, 1989].



M. F. P. BIERKENS
Vakgroep Fysische Geografie
Universiteit Utrecht

Bij de eindige differentiemethode wordt het modelgebied ingedeeld in blokken, terwijl bij de twee laatstgenoemde methoden het modelgebied wordt opgedeeld door elementen (vlakken of ruimtes) omspannen door veelhoeken of polygonen.

Eén van de belangrijkste parameters van een grondwatermodel is de doorlatendheid. Bij numerieke grondwatermodellen moet aan elk van de blokken of elementen een waarde voor de doorlatendheid worden toegekend. De doorsnede van de blokken of elementen zal over het algemeen variëren van circa 100 meter tot enkele kilometers. Doorlatendheidsmetingen worden echter veelal gedaan op een kleinere schaal, variërend van enkele decimeters (boorkernen) tot enkele honderden meters (pompproeven). Het is bekend dat de variabiliteit (i.e. de statistieken) van doorlatendheden sterk afhangen van de schaal waarop deze worden beschouwd [Dagan, 1986].

Afhankelijk van grid- of elementgrootte van het numerieke model moeten andere doorlatendheden aan de gridblokken of elementen worden toegekend. De modelleerder ziet zich dus geconfronteerd met het zogenaamde 'opschalingsprobleem': gegeven dat metingen beschikbaar zijn op een kleinere schaal (meetschaal), welke waarden moeten worden toegekend aan de blokken of elementen van het model (blokschaal)? Deze opschaling is verre van willekeurig: de stijghoogten en fluxen berekend op de blokschaal (met het numerieke model) dienen bij voorkeur gelijk te zijn aan de blokgemiddelde meetschaalstijghoogten en meetschaalfluxen. Doorlatendheden, toegekend aan de elementen of blokken van het numerieke model, die hieraan voldoen worden 'blokdoorlatendheden' genoemd [Rubin en Gomez-Hernández, 1990].

Samenvatting

De blokken of elementen waarmee numerieke grondwatermodellen kunnen rekenen zijn meestal vele malen groter dan de schaal waarop doorlatendheden worden gemeten. Dit maakt het noodzakelijk dat de doorlatendheden worden opgeschaald naar de grootte van de modelelementen of -blokken. In dit artikel wordt aandacht besteed aan de problemen die hierbij kunnen optreden. Er wordt aangetoond dat de blokdoorlatendheid over het algemeen niet eenduidig kan worden uitgedrukt in de doorlatendheden op meetschaal. De eigenschappen van blokdoorlatendheden worden onderzocht met een aantal eenvoudige voorbeelden in een deterministische en stochastische beschouwing. Aangegeven wordt onder welke omstandigheden een expliciete analytische oplossing mogelijk is. Enige praktische oplossingen worden voorgesteld voor de gevallen waarin eenduidige relaties niet bestaan.

Om blokdoorlatendheden te berekenen vanuit doorlatendheden op meetschaal worden vaak bepaalde vuistregels gebruikt. Voorbeelden hiervan zijn het harmonisch gemiddelde voor ééndimensionale stroming, het geometrisch gemiddelde in twee dimensies en het rekenkundig gemiddelde in drie. Deze benaderingen zijn echter slechts beperkt geldig. In het algemeen is er zelfs geen eenduidige relatie te vinden tussen blokdoorlatendheden en de doorlatendheden op meetschaal.

Dit artikel heeft tot doel het verschijnsel blokdoorlatendheid te introduceren bij een grotere groep mensen die werkzaam zijn op het gebied van de geohydrologie. Het heeft geenszins tot doel een volledig overzicht te geven van de snel groeiende hoeveelheid literatuur over dit onderwerp. Hiervoor wordt de lezer verwezen naar Gomez-Hernández en Gorelick [1989], Gomez-Hernández [1991], Russo [1992], Zijl en Stam [1992] en Stam en Zijl [1992]. In plaats daarvan worden de eigenschappen van blokdoorlatendheden geïllustreerd aan de hand van een aantal eenvoudige voorbeelden in een deterministische en een stochastische beschouwing. Speciale gevallen worden behandeld waarvoor expliciete analytische oplossingen mogelijk zijn. Benaderende oplossingen worden aangedragen in geval waarin expliciete oplossingen niet bestaan.

2. Definitie van blokdoorlatendheid

In dit artikel wordt de blokdoorlatendheid $\mathbf{K}_V(\mathbf{x}')$ gedefinieerd als de doorlatendheid die de gemiddelde flux door een blok van grootte V (met $\mathbf{x}'$ als middelpunt) relateert aan de gemiddelde stijghoogtegradiënt over dit blok:

$$\left(\frac{1}{V}\right) \int_V \mathbf{q}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -\mathbf{K}_V(\mathbf{x}') \cdot \left(\frac{1}{V}\right) \int_V \nabla h(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

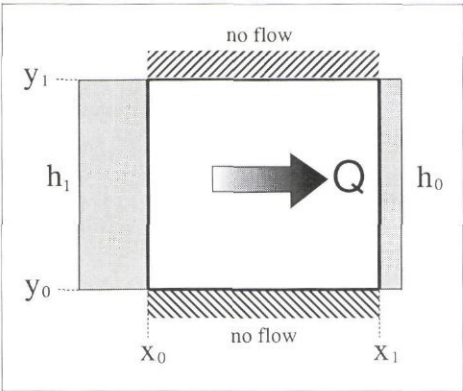
Met $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ en $\nabla h(\mathbf{x})$ respectievelijk de flux en de gradiënt op de schaal waarop de doorlatendheden zijn gemeten en V het volume van het blok (oppervlakte in twee

dimensies). Zowel $\mathbf{q}$ als ∇h zijn dik gedrukt omdat ze vectoren voorstellen met componenten in de x -, y - (en eventueel) z -richting. De blokdoorlatendheid $\mathbf{K}_V$ is een zogenaamde tensor: een matrix van doorlatendheden (2x2 in twee- en 3x3 in drie dimensies). De niet-diagonale componenten geven de doorlatendheid voor stroming in één richting aan door een stijghoogtegradiënt in de andere richting; bijvoorbeeld: $K_{V_{xz}}$ geeft de doorlatendheid voor stroming in de x -richting door het blok ten gevolge van een drukgradiënt in de z -richting. Men kan zich indenken dat dit optreedt in een blok dat ligt in een medium dat bestaat uit een afwisseling van diagonaal verlopende goed en slecht doorlatende lagen. In zijn algemeenheid behoeft een blokensor niet symmetrisch te zijn [Zijl en Stam, 1992]. Echter, meestal wordt aangenomen dat de blokensor wel symmetrisch is, zodat we de coördinaatassen zodanig kunnen draaien dat we alleen met de diagonaal-elementen van de tensor te maken hebben.

Dit is ook het geval wanneer men veronderstelt dat de stroming evenwijdig (binnen het blok en tussen de blokken) verloopt aan de zijden van het blok (bv. [Journel *et al.*, 1986]). Praktisch betekent dit dat, wanneer de blokdoorlatendheden anisotroop zijn, deze in de x -, y - (en eventueel) z -richting apart kunnen worden bepaald.

Dit kan bijvoorbeeld op een experimentele wijze in het laboratorium of met een numeriek grondwatermodel. Een voorbeeld hiervan wordt gegeven in afbeelding 1. Als we in de x -richting een gradiënt h_1-h_0 opleggen en in de y -richting 'no-flow' randvoorwaarden definiëren en we bij dit probleem een totaal debiet door het blok van grootte Q [$L^2 T^{-1}$] meten of berekenen dan kunnen we de blokdoorlatendheid in de x -richting berekenen als:

$$\mathbf{K}_{V_x} = - \left(\frac{Q}{y_1 - y_0} \right) / \left(\frac{h_1 - h_0}{x_1 - x_0} \right) \quad (2)$$



Afb. 1 - Bepaling van de blokdoorlatendheid in een enkele richting.

De blokdoorlatendheid in de *y*-richting kan op dezelfde wijze worden bepaald door de gradiënt in de *y*-richting op te leggen. Het is belangrijk om te beseffen dat de in dit artikel gebruikte blokdoorlatendheid is gedefinieerd met de (volume)flux *q* en niet met de effectieve snelheid (of poriën-snelheid) *q*/*n*. De met deze blokdoorlatendheden berekende fluxen kunnen dan ook alleen omgezet worden in effectieve snelheden voor het blok als de porositeit binnen het blok constant wordt verondersteld.

3. Eigenschappen van blokdoorlatendheid; deterministisch

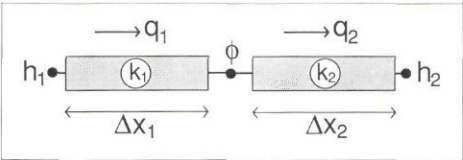
3.1. Eén-dimensionale stroming

Afbeelding 2 geeft een situatie in één dimensie. Op twee punten zijn de stijghoogten *h*₁ en *h*₂ bekend. De stijghoogte *θ* is onbekend, maar kan berekend worden als de doorlatendheden *k*₁, *k*₂ en de lengtes Δ*x*₁, Δ*x*₂ van de 'tussenblokken' bekend zijn. De (blok)doorlatendheid *K_V*, die garandeert dat bij de gradiënt (*h*₂−*h*₁)/(Δ*x*₁ + Δ*x*₂) de totale flux *q*_{tot} behoort, kan direct worden gevonden omdat geldt *q*₁ = *q*₂ = *q*_{tot}:

$$K_V = \frac{k_1 k_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2)}{k_1 \Delta x_2 + k_2 \Delta x_1} \tag{3}$$

Met de definities van hydraulische weerstand [T] *c*₁ = Δ*x*₁/*k*₁, *c*₂ = Δ*x*₂/*k*₂ en *c_V* = (Δ*x*₁+Δ*x*₂)/*K_V* leidt dit tot de bekende formule *c_V* = *c*₁ + *c*₂. Wanneer Δ*x*₁ = Δ*x*₂ kan vergelijking (3) geschreven worden als:

Afb. 2 - Een eenvoudig voorbeeld van de blokdoorlatendheid in één-dimensionale stroming.



$$K_V = \frac{2}{(1/k_1) + (1/k_2)} \tag{4}$$

Anders gezegd, de blokdoorlatendheid *K_V* is gelijk aan het harmonisch gemiddelde van de doorlatendheden op kleinere schaal (*k*₁ en *k*₂). In zijn algemeenheid kan voor elke dimensie bewezen worden dat: a) wanneer de fluxvector *q* een constante is voor het gehele stromingsveld, de elementen *K_{Vij}* van een blokensor *K_V* gelijk zijn aan de harmonische gemiddelden van de corresponderende elementen *k_{ij}*(*x*) van de meetschaal-doorlatendheden binnen het blok, en b) wanneer de gradiënt vector ∇*h* een constante is voor het gehele stromingsveld, de elementen *K_{Vij}* van de blok tensor *K_V* gelijk zijn aan de rekenkundige gemiddelden van de corresponderende elementen *k_{ij}*(*x*) van de meetschaal-doorlatendheden binnen het blok. Aangezien voor één-dimensionale stroming geldt dat *q* (= *q*) altijd een constante is, geldt dat de blokdoorlatendheid per definitie gelijk is aan het harmonisch gemiddelde van de doorlatendheden op meetschaal.

3.2. Twee- en drie-dimensionale stroming

Afbeelding 3a geeft een voorbeeld van stroming in twee dimensies. We hebben te maken hebben met drie verschillende randvoorwaarden *h*₁, *h*₂ en *h*₃. De doorlatendheid *k_h* in horizontale richting is constant verondersteld en er is sprake van twee verschillende waarden van de verticale doorlatendheid: *k*₁ en *k*₂. Het doel is om de *k*₁ en *k*₂ vervangende blok-

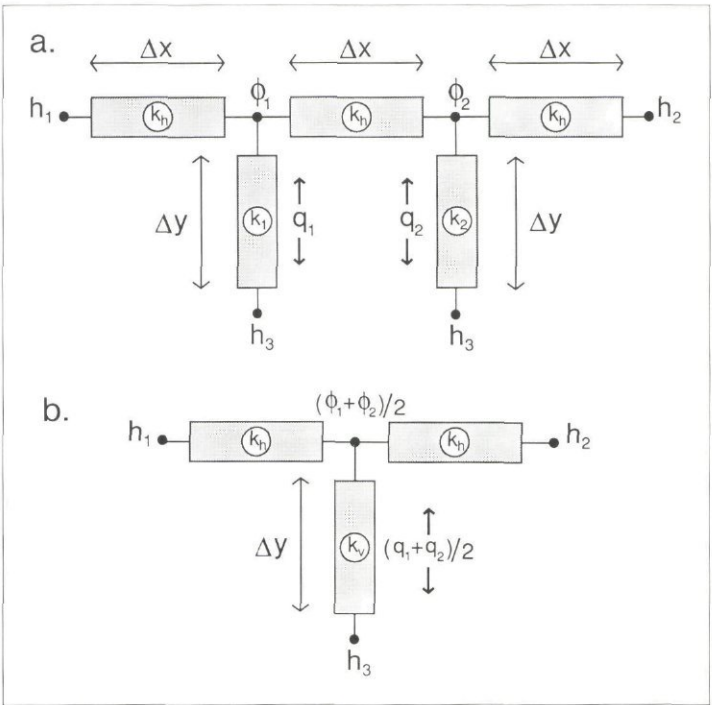
doorlatendheid *K_V* (afb. 3b) te vinden zodat geldt: (*q*₁ + *q*₂)/2 = − *K_V* [(*θ*₁ + *θ*₂)/2 − *h*₃]/Δ*y*. De oplossing voor deze blokdoorlatendheid in termen van *θ*₁ en *θ*₂ luidt:

$$K_V = \frac{(k_1 + k_2) h_3 - k_1 \theta_1 - k_2 \theta_2}{2 h_3 - \theta_1 - \theta_2} \tag{5}$$

Wanneer we *θ*₁ en *θ*₂ uitdrukken in termen van *k*₁, *k*₂, *h*₁, *h*₂ en *h*₃, waarbij voor het gemak is gesteld dat Δ*x* = Δ*y*, volgt:

$$K_V = \frac{(3(k_1 + k_2) k_h + 2 k_1 k_2) h_3 - ((2 k_1 + k_2) k_h + k_1 k_2) h_1 - ((k_1 + 2 k_2) k_h + k_1 k_2) h_2}{(6 k_h + k_1 k_2) h_3 - (3 k_h + k_2) h_1 - (3 k_h + k_1) h_2} \tag{6}$$

De randvoorwaarden *h*₁, *h*₂ en *h*₃ kunnen hier niet worden weggelaten. De blokdoorlatendheid is dus afhankelijk van de randvoorwaarden *h*₁, *h*₂ en *h*₃. Er bestaat dus *geen* eenduidige oplossing voor deze blokdoorlatendheid. Deze is niet alleen een eigenschap van het medium, maar ook van het beschouwde grondwater-probleem. Deze eigenschap leidt tot een merkwaardig cirkelprobleem: omdat computers nog niet krachtig genoeg zijn om grondwaterstromingsproblemen op de schaal van de metingen op te lossen is men genoodzaakt om met grotere model-blokken te werken. Echter, om de juiste blokdoorlatendheden voor deze model-blokken te berekenen moet men de oplossing van het stromingsprobleem op de



Afb. 3 - Een eenvoudig voorbeeld van de blokdoorlatendheid in twee-dimensionale stroming.

meetschaal kennen. Als men deze echter kent is er natuurlijk geen enkele reden om op de grotere modelblokschaal te gaan rekenen. Dit cirkelprobleem treedt eveneens op in driedimensionale stromingsproblemen [King, 1988]. Er zijn natuurlijk bijzondere situaties waarbij er wel een expliciete oplossing bestaat, of waar een benadering op zijn plaats is, bijvoorbeeld wanneer de stijghoogtegradiënten loodrecht op de richting van de te bepalen blokdoorlatendheid klein zijn (uniforme stroming). In dit geval is $\sigma_1 \approx \sigma_2$. Uit vergelijking (5) valt dan te zien dat een bekend resultaat volgt: K_V is het rekenkundig gemiddelde $(k_1 + k_2)/2$. Als we ons voorstellen dat de stroming $q_1 + q_2$ de stroming in een aquifer is, dan geldt dat de veronderstelling $\sigma_1 \approx \sigma_2$ precies de Dupuit aanname is: het is dan geoorloofd de doorlatendheden over de dikte van aquifer te middelen.

Een noemenswaardige bijdrage tot de deterministische analyse van blokdoorlatendheden is het werk van Zijl en Stam [1992]. Ze analyseerden de blokdoorlatendheden in niet-perfect gestratificeerde media. Hun belangrijkste conclusie is dat een blokdoorlatendheidstensor in dergelijke media in het algemeen niet symmetrisch hoeft te zijn, zelfs al is de doorlatendheidstensor op meetschaal-niveau wel symmetrisch. Dit betekent dat er geen assenstelsel bestaat waarin de elementen die niet op de diagonaal-as staan verdwijnen. De meeste numerieke grondwatermodellen werken alleen met diagonaalelementen, zodat hierbij aanzienlijke fouten kunnen optreden. Dit heeft ook tot gevolg dat de veel gebruikte Dupuit aanname in niet-perfect gelaagde media niet mag worden gebruikt. Zijl en Stam [1992] tonen echter ook aan dat, wanneer de horizontale variaties in doorlatendheid en stijghoogte op meetschaal klein zijn binnen het blok, de Dupuit aanname geoorloofd is.

3.3. Een numeriek voorbeeld

Afbeelding 4 toont een blok bestaande uit 8x8 kleinere blokken van verschillende doorlatendheid (m/d). De kleinere blokken stellen de meetschaal voor, het grote blok de blokschaal.

Voor drie verschillende typen van randvoorwaarden (zie afb. 5) zijn, met behulp van een eindige differentiemethode [Mcdonald en Harbaugh, 1988], de stijghoogten en fluxen berekend voor de kleinere blokken van afbeelding 4. Het resultaat is een verzameling stijghoogten en fluxen in de x - en y -richting waaruit gemiddelde stijghoogten en fluxen voor

Een andere manier om deze paradox aan het licht te brengen is door gebruik te maken van de zogenaamde 'perturbatie benadering'. Hierbij worden $\mathbf{q}(\mathbf{x})$, $\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})$ en $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ in de wet van Darcy geschreven als kleine fluctuaties rondom het rekenkundig blok-gemiddelde: $\mathbf{q}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{q} \rangle + \mathbf{q}'(\mathbf{x})$, $\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \langle \nabla \mathbf{h} \rangle + \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x})$ en $\mathbf{k}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{k} \rangle + \mathbf{k}'(\mathbf{x})$. Hierbij zijn $\langle \mathbf{q} \rangle$, $\langle \nabla \mathbf{h} \rangle$ en $\langle \mathbf{k} \rangle$ de blok-gemiddelden en $\mathbf{q}'(\mathbf{x})$, $\nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x})$ en $\mathbf{k}'(\mathbf{x})$ lokale afwijkingen van het gemiddelde binnen het blok; immers $\mathbf{q}(\mathbf{x})$, $\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})$ en $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ variëren binnen het blok. Per definitie zijn de blokgemiddelden van de afwijkingen gelijk aan nul: $\langle \mathbf{q}'(\mathbf{x}) \rangle = \langle \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \rangle = \langle \mathbf{k}'(\mathbf{x}) \rangle = 0$. Als we de perturbatie uitdrukkingen in de wet van Darcy substitueren en aan beide zijden het gemiddelde nemen vinden we:

$$\langle \langle \mathbf{q} \rangle + \mathbf{q}'(\mathbf{x}) \rangle = \langle -(\langle \mathbf{k} \rangle + \mathbf{k}'(\mathbf{x})) (\langle \nabla \mathbf{h} \rangle + \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x})) \rangle \quad (a1)$$

Uitschrijven van vergelijking (a1) en gebruik makend van de eigenschap $\langle \mathbf{q}'(\mathbf{x}) \rangle = \langle \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \rangle = \langle \mathbf{k}'(\mathbf{x}) \rangle = 0$ geeft:

$$\langle \mathbf{q} \rangle = -\langle \mathbf{k} \rangle \langle \nabla \mathbf{h} \rangle - \langle \mathbf{k}'(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \rangle \quad (a2)$$

We zien dat de blokgemiddelde wet van Darcy bestaat uit een term bestaande uit blokgemiddelde en een zogenaamde sluitingsterm. Deze sluitingsterm beschrijft in essentie de gemiddelde covariatie van

doorlatendheid en stijghoogtegradiënt op meetschaal binnen het blok. Nu willen we graag dat vergelijking (a2) (blokschaal) dezelfde vorm heeft als de wet van Darcy (reeds gedefinieerd op meetschaal). Hiervoor is het noodzakelijk om aan te nemen dat de sluitingsterm de volgende vorm heeft: $\langle \mathbf{k}'(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \rangle \approx \mathbf{K}' \langle \nabla \mathbf{h} \rangle$, waarbij $\mathbf{K}'$ een soort blok-effectieve doorlatendheid is die rekenschap geeft voor de afwijkingen van het blokgemiddelde. Hieruit volgt dan:

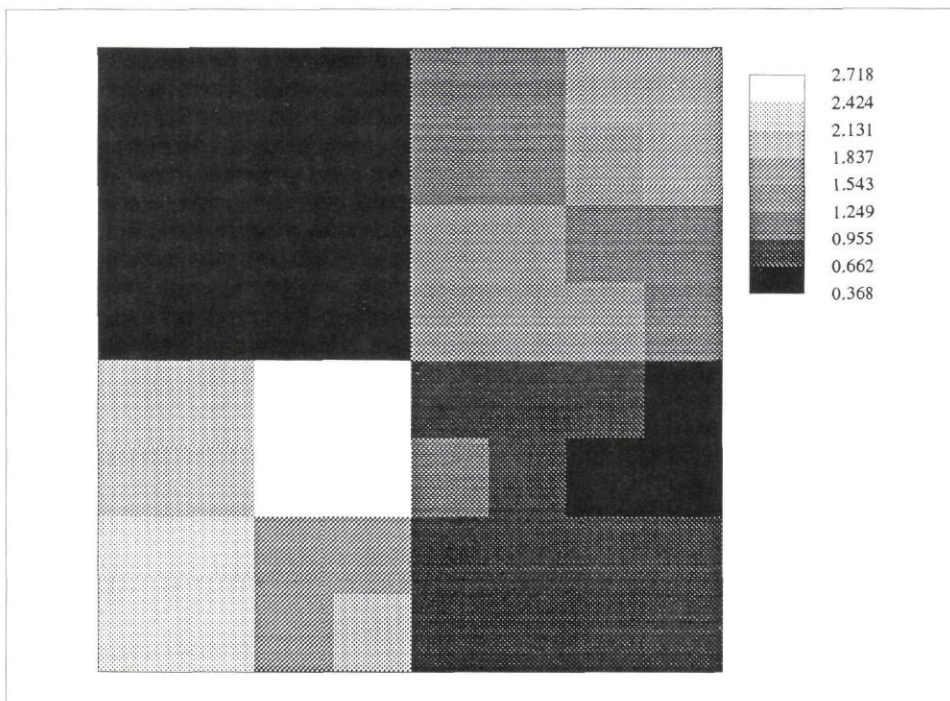
$$\langle \mathbf{q} \rangle = -(\langle \mathbf{k} \rangle + \mathbf{K}') \langle \nabla \mathbf{h} \rangle = -\mathbf{K}_V \langle \nabla \mathbf{h} \rangle \quad (a3)$$

Vergelijking (a3) is de wet van Darcy gedefinieerd op blokschaal en $\mathbf{K}_V$ de bijbehorende blokdoorlatendheid.

Vergelijking (a2) leert ons echter dat voor een dergelijke blokdoorlatendheid $\mathbf{K}_V$ geldt:

$$\mathbf{K}_V \langle \nabla \mathbf{h} \rangle = \langle \mathbf{k} \rangle \langle \nabla \mathbf{h} \rangle + \langle \mathbf{k}'(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \rangle \quad (a4)$$

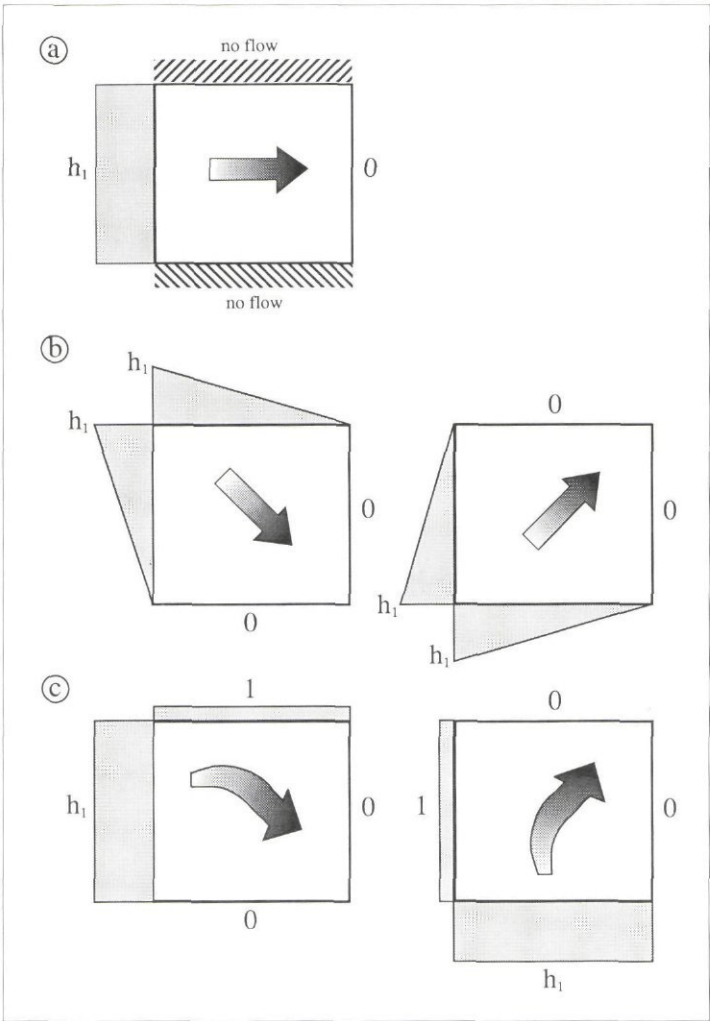
Uit vergelijking (a4) valt op te maken dat $\mathbf{K}_V$ nog steeds afhankelijk is van de sluitingsterm $\langle \mathbf{k}'(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \rangle$ die in principe alleen bekend is wanneer men de oplossing van het stromingsprobleem op meetschaal kent. Dit brengt ons terug bij de al eerder vermelde paradox. Of ook: de wet van Darcy is niet gelijktijdig geldig op meetschaal en blokschaal.



Afb. 4 - Een grijsplot van meetschaal-doorlatendheden binnen een modelblok.

het grote blok berekend kunnen worden. Afbeelding 5a toont een vergelijkbaar type randvoorwaarde als afbeelding 1: 'no flow' randvoorwaarden langs de horizontale zijden en vaste stijghoogten $h = h_1$ langs de linkerzijde en $h = 0$ langs de rechterzijde. De stroming in het grotere blok is derhalve evenwijdig aan de y -as, zodat we vergelijking (2) kunnen toepassen om uit

de berekende fluxen en stijghoogten de blokdoorlatendheid van het grotere blok te bepalen. De randvoorwaarden van afbeelding 5b geven een uniforme diagonale stroming door het blok. Met het eindige differentiemodel zijn voor beide randvoorwaarden van 5b de blokgemiddelde fluxen en stijghoogten berekend voor de x -richting ($\langle q_x \rangle$),



Afb. 5 - Drie typen van randvoorwaarden die worden gebruikt om blokdoorlatendheden te bepalen: 5a: Uniforme stroming in de x-richting; 5b) Diagonale uniforme stroming door het blok; 5c) Niet-uniforme stroming door het blok.

$\langle q_x \rangle_2, \langle \Delta h / \Delta x \rangle_1, \langle \Delta h / \Delta x \rangle_2$) en voor de y-richting ($\langle q_y \rangle_1, \langle q_y \rangle_2, \langle \Delta h / \Delta y \rangle_1, \langle \Delta h / \Delta y \rangle_2$). De subscripts 1,2 staan voor de twee verschillende randvoorwaarden van type 5b en $\langle \rangle$ voor het blokgemiddelde. De volledige tensornotatie van de wet van Darcy voor blokparameters is gegeven door:

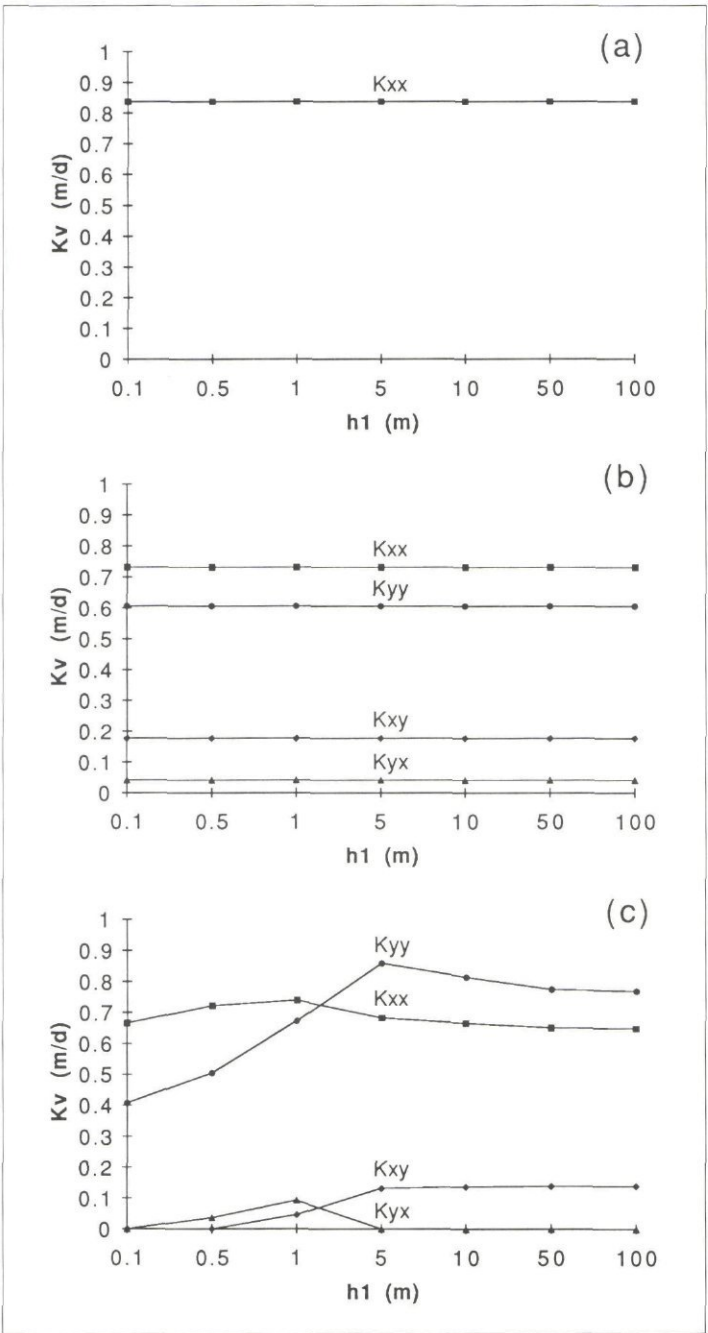
$$\langle q_x \rangle = - K_{Vxx} \langle \Delta h / \Delta x \rangle - K_{Vxy} \langle \Delta h / \Delta y \rangle \tag{7a}$$

$$\langle q_y \rangle = - K_{Vyx} \langle \Delta h / \Delta x \rangle - K_{Vyy} \langle \Delta h / \Delta y \rangle \tag{7b}$$

Door vergelijkingen 7 toe te passen voor de twee verschillende randvoorwaarden van afbeelding 5b krijgen we vier vergelijkingen met vier onbekenden waaruit de waarden K_{Vij} ($i,j = x,y$) eenduidig kunnen worden opgelost. Dezelfde procedure is toegepast om de bloktensor te verkrijgen voor de randvoorwaarden van afbeelding 5c, die een niet-uniforme stroming door het blok veroorzaken. Deze

Afb. 6 - Relatie tussen de componenten van de blokdoorlatendheidstensor en de waarde van h_1 ; 6a: Randvoorwaarden van afb. 5a; 6b: Randvoorwaarden van afb. 5b; 6c: Randvoorwaarden van afb. 5c.

procedures zijn herhaald voor verschillende waarden van h_1 variërend van 0,1 tot 100,0 m. De resultaten zijn te zien in de afbeeldingen 6a, 6b en 6c, die de waarden van K_v als een functie van h_1 geven voor respectievelijk de randvoorwaarden 5a, 5b en 5c. We zien dat de verkregen waarden voor de bloktensorelementen inderdaad afhankelijk zijn van de randvoorwaarden rond het blok. De drie verschillende typen randvoorwaarden geven andere waarden voor elk van de bloktensorcomponenten. Voor de twee gevallen met uniforme stroming (6a en 6b) zien we dat het variëren van h_1 geen effect heeft op de bloktensorcomponenten.



Echter voor niet-uniforme stroming zien we, omdat het veranderen van h_1 in principe het veranderen van het type randvoorwaarde is, dit wel een duidelijk effect heeft op de componenten van de bloktensor. Verder valt het op dat de verkregen tensoren absoluut niet symmetrisch zijn, een mogelijkheid die Zijl en Stam [1992] al analytisch aantoonde. Dit simpele numerieke voorbeeld laat zien dat de blokdoorlatendheden inderdaad sterk kunnen afhangen van de randvoorwaarden rond het blok; i.e. er bestaat in het algemeen geen eenduidige relatie tussen de doorlatendheden op verschillende schalen.

4. Eigenschappen van blokdoorlatendheid; stochastisch

4.1. Het stochastisch veld model

Over het algemeen zijn de waarden van de doorlatendheden op meetschaal binnen de blokken onbekend. Om deze onzekerheid te modelleren worden de doorlatendheden op meetschaal veelal gezien als realisaties van een stochastisch veld. Een trekking of realisatie uit een stochastisch veld heeft (onder andere) de volgende eigenschappen [Journel en Huijbregts, 1978]:

a. Elk punt (i.e. meetschaal blokje) heeft een waarde (i.e. doorlatendheid) die getrokken is uit een kansverdeling. Als deze kansverdeling voor elk punt dezelfde is zegt men dat de realisatie (i.e. alle punten in het gebied) getrokken is uit een *stationair* stochastisch veld. Veelal neemt men voor de kansverdeling van doorlatendheden op meetschaal een log-normale verdeling aan [Dagan, 1986].
b. De uitkomst van de trekking in elk punt is afhankelijk van die van alle andere punten. Er is namelijk sprake van een zekere ruimtelijke correlatie; de waarden van punten die dicht bij elkaar liggen lijken gemiddeld meer op elkaar dan die van punten die verder van elkaar liggen. Of gesteld in termen van de onderliggende kansverdelingen: punten die dicht bij elkaar liggen zijn in het algemeen getrokken uit hetzelfde gedeelte van hun kansverdelingen.
c. De ruimtelijke correlatie wordt veelal vastgelegd in i) een covariantiefunctie of ii) een semivariogram, die beide de mate van correlatie tussen twee punten aangeven als functie van de afstand (*lag* genoemd) tussen deze punten. Als deze functies hetzelfde zijn in alle richtingen zegt men dat het onderliggend stochastisch veld *isotroop* is. Wanneer het stochastisch veld stationair is geldt dat het semivariogram eenduidig kan worden uitgedrukt in de covariantiefunctie en vice versa. In dat geval zal het semivariogram een maximale waarde bereiken (de *sill*) die gelijk is aan de totale variantie van de stochastische variabele in kwestie (i.e. meetschaaldoorlatendheid). De afstand of lag tot waar punten nog gecorreleerd zijn wordt de *range* of de *correlatielengte* genoemd. Dit is precies de lag waarvoor het variogram zijn maximale waarde bereikt en de covariantiefunctie gelijk aan nul wordt.
Het grootste probleem met het stochastisch veld model is dat het uitgaat van verschillende realisaties (trekkingen). In werkelijkheid beschikken we maar over metingen uit één realisatie, namelijk degene die we in ons onderzochte gebied aantreffen. We kunnen echter de statis-

tistische (gemiddelde, variantie en correlatielengte) van ons stochastisch veld uit de metingen van deze éne realisatie schatten als het stochastisch veld stationair is en het onderzochte gebied veel groter is dan de correlatielengte. Als een stochastisch veld deze eigenschap heeft wordt het *ergodisch* genoemd.

Wanneer we op een aantal punten beschikken over waarnemingen van de onderzochte variabele (in ons geval doorlatendheid) kunnen we proberen met behulp van deze waarnemingen ruimtelijk te interpoleren tussen deze punten. Hierbij wordt op elk onbemeten punt een waarde geschat als een gewogen gemiddelde van de waarden op de meetpunten. De gewichten worden berekend met behulp van de covariantiefunctie of het semivariogram en de afstand van het onbekende punt tot de meetpunten. Deze techniek wordt ook wel aangeduid met geostatistische interpolatie of *kriging*. Ook kan men met kriging gemiddelden schatten van oppervlakken of ruimtes vanuit puntwaarnemingen. Deze techniek wordt aangeduid met *blok-kriging*. Kriging levert ook een variantie van de interpolatiefout.

Als de doorlatendheden op meetschaal ruimtelijk gecorreleerde stochastische variabelen zijn, geldt dit ook voor de blokdoorlatendheden. Dus in plaats van één waarde wordt in principe voor elk blok een hele kansverdeling van blokdoorlatendheden afgeleid. Deze kansverdeling is dan natuurlijk gerelateerd aan a. de kansverdelingen van de doorlatendheden op meetschaal b. de correlatiestructuur van de doorlatendheden op meetschaal; met name de correlatielengte is belangrijk, c. de stroming door het blok; i.e. het randwaardeprobleem zelf, en d. de blok-grootte. Zoals met alle stochastische variabelen die gemiddeld worden, geldt dat wanneer de blok-grootte toeneemt de variantie van de blokdoorlatendheid afneemt. Meestal wordt niet de gehele kansverdeling van de blokdoorlatendheden afgeleid maar de eerste twee momenten ervan: de verwachting en de (co)variantie.

4.2. Effectieve doorlatendheden

De effectieve doorlatendheid $\mathbf{K}_{\text{eff}}$ is gedefinieerd als de doorlatendheid die het verwachte stromingsveld koppelt aan het verwachte gradiëntveld:

$$\mathbf{E}[\mathbf{q}(\mathbf{x})] = -\mathbf{K}_{\text{eff}}(\mathbf{x}) \mathbf{E}[\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})] \quad (8)$$

Ook in dit geval zijn $\mathbf{q}$ en $\nabla \mathbf{h}$ vectors en $\mathbf{K}_{\text{eff}}$ een tensor. Het is belangrijk om te zien dat de effectieve doorlatendheid geen blokeigenschap is maar een eigenschap

van het onderliggend stochastisch veld. De verwachting $\mathbf{E}[\cdot]$ van de stroming en de gradiënt is dus niet één of ander blok-gemiddelde, maar de verwachting van de kansverdelingen van de stroming en de gradiënt. Stroming en gradiënt zijn stochastisch omdat de doorlatendheden als een stochastisch veld worden gezien. Vergelijking (8) geeft de tensor van effectieve doorlatendheid weer als een functie van $\mathbf{x}$. In de literatuur wordt $\mathbf{K}_{\text{eff}}(\mathbf{x})$ echter meestal beschouwd onder de volgende aannamen:

(a) de meetschaaldoorlatendheid $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ is een stationair stochastisch veld, (b) het stromingsdomein is oneindig groot, of in ieder geval vele malen groter dan de correlatielengte van het stochastisch veld, (c) de verwachte stroming is uniform: $\mathbf{E}[\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})] = \mathbf{E}[\nabla \mathbf{h}] = \text{constant}$. Onder deze aannamen geldt dat $\mathbf{K}_{\text{eff}}$ een constante (onafhankelijk van $\mathbf{x}$) symmetrische tensor is [Dagan, 1989, pp. 78-79 en pp. 188-189; Gelhar en Axness, 1983]. Vele onderzoekers hebben vanuit verschillende benaderingen getracht analytische oplossingen te vinden voor deze constante $\mathbf{K}_{\text{eff}}$ voor verschillende dimensies. De belangrijkste resultaten en hun onderliggende aannamen zijn:

1. in *één dimensie*: als $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ stationair is dan geldt dat de effectieve doorlatendheid altijd gelijk is aan het harmonisch gemiddelde:

$$\mathbf{K}_{\text{eff}} = (\mathbf{E}[k^{-1}])^{-1} \quad (9)$$

2. in *twee dimensies*: als de aannamen (a), (b) en (c) opgaan en bovendien geldt dat (d) de meetschaaldoorlatendheid isotroop (dus een scalar) is, (e) de meetschaaldoorlatendheid lognormaal verdeeld is en (f) de covariantie van de meetschaaldoorlatendheden isotroop is, dan geldt dat de effectieve doorlatendheid isotroop is en gelijk is aan het geometrisch gemiddelde [Dagan, 1981; Matheron, 1967]:

$$\mathbf{K}_{\text{eff}} = K_g = \exp(\mathbf{E}[\ln(k)]) \quad (10)$$

3. in *drie dimensies*: als de aannamen (a) t/m (f) opgaan en daarnaast geldt dat (g) de variantie van $\ln(k)$ niet te groot is ($\sigma^2_{\ln(k)} < 1$) dan geldt voor de isotrope blokdoorlatendheid [Gutjahr et al., 1978]:

$$\mathbf{K}_{\text{eff}} = K_g (1 + \sigma^2_{\ln(k)}/6) \quad (11)$$

Dagan [1989] toont aan dat deze benadering ook voor hogere waarden van $\sigma^2_{\ln(k)}$ opgaat.

De vermelde analytische oplossingen voor effectieve doorlatendheden hebben meer een academische dan een praktische

waarde. De belangrijkste reden hiervoor is dat ze alleen geldig zijn voor uniforme stromingssituaties, die in praktische studies nauwelijks voorkomen. Een denkbare toepassing is wanneer men op grond van stijghoogtewaarnemingen ziet dat het stromingsveld min of meer uniform is en men beschikt over een verdelingsfunctie voor de doorlatendheid. In dat geval kan men de expressies (9), (10) of (11) gebruiken om uit de gemiddelde stijghoogtegradiënt de gemiddelde flux door het gebied te berekenen.

4.3. Blokdoorlatendheden; analytische oplossingen

Wanneer de meetschaaldoorlatendheden stochastisch zijn dan bestaat er een relatie tussen blokdoorlatendheden en effectieve doorlatendheden. Als voor de doorlatendheid op meetschaal $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ de in 4.2. vermelde aannamen (a), (b) en (c) gelden dan volgt daaruit dat $\mathbf{K}_{\text{eff}}$ een constante symmetrische tensor is. Als we bovendien de definitie (1) voor $\mathbf{K}_I$ nemen (met $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ stationair stochastisch) en we laten $V \rightarrow \infty$ dan geldt, vanwege de ergodiciteit (zie 4.1.), dat de bloktensor gelijk wordt aan de effectieve doorlatendheidstensor: $\mathbf{K}_{\text{eff}} = \mathbf{K}_I$. In sectie 3.2. werd al gesteld dat er in het algemeen geen expliciete oplossing bestaat voor blokdoorlatendheden vanwege hun afhankelijkheid van de randvoorwaarden rond het blok. Er bestaan echter wel analytische oplossingen voor specifieke randvoorwaarden (meestal uniforme stroming door het blok). Een analytische oplossing van de verwachte blokdoorlatendheid en zijn variantie wordt gegeven door Rubin en Gomez-Hernández (1990) onder de aannamen: (a) het stromingsdomein is oneindig groot of het blok ligt meerdere correlatielengtes van randen of puntbronnen verwijderd, (b) $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ is een stationair stochastisch veld met isotrope covariantie, (c) de gemiddelde stroming is uniform en evenwijdig aan één van de blokzijden: $E[\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})] = E[\nabla \mathbf{h}] = \text{constant}$, (d) de meetschaaldoorlatendheid is isotroop ($\mathbf{k}(\mathbf{x})$ is een scalar $k(\mathbf{x})$), (e) de variantie van $\ln(k(\mathbf{x}))$ is niet te groot en (f) de meetschaaldoorlatendheid $k(\mathbf{x})$ is lognormaal verdeeld. Onder deze aannamen is de blokdoorlatendheid $\mathbf{K}_I(\mathbf{x})$ een scalar $K_I(\mathbf{x})$, waarvan de verwachting en de covariantie constanten zijn (onafhankelijk van $\mathbf{x}$). Rubin en Gomez-Hernández leiden analytische expressies af voor deze verwachting en covariantie en vinden dat de verwachte blokdoorlatendheid $E[K_I(\mathbf{x})]$ de volgende vorm heeft:

$$E[K_I(\mathbf{x})] = \text{FUN}(E[\ln(k)], \sigma^2_{\ln(k)}, I_{\ln(k)}, E[\Delta \mathbf{h}], V) \quad (12)$$

De verwachte blokdoorlatendheid is een functie $\text{FUN}()$ van de verwachting $E[\ln(k)]$, variantie $\sigma^2_{\ln(k)}$ en correlatieschaal $I_{\ln(k)}$ van de logaritme van de meetschaaldoorlatendheid, de gemiddelde stijghoogtegradiënt $E[\nabla \mathbf{h}]$ en (zeer belangrijk) van de blok grootte V . Deze afhankelijkheid van V geldt eveneens voor de covariantie van de blokdoorlatendheid. We zien dat we, door gebruik te maken van het stochastisch veld model voor de meetschaaldoorlatendheden, het effect van de blok grootte op de blokdoorlatendheid kunnen meenemen.

Opvallend is dat de aannamen die aan de theorie van Rubin en Gomez-Hernández [1990] ten grondslag liggen bijna identiek zijn aan de aannamen die leiden tot de expressies voor de effectieve doorlatendheden. Deze consistentie wordt nog duidelijker voor de limiet $V \rightarrow \infty$. In dat geval wordt de variantie van de blokdoorlatendheid volgens Rubin en Gomez-Hernández gelijk aan nul en benaderen hun expressies voor de verwachte blokdoorlatendheid voor één-, twee- en driedimensionale stroming respectievelijk vergelijkingen (9), (10) en (11). We zien dat dan inderdaad geldt dat $K_I = K_{\text{eff}}$. Desbarats [1991] bewijst dat voor uniforme stroming door vierkante blokken in een stationair en isotroop stochastisch veld van lognormaal verdeelde meetschaaldoorlatendheden de blokdoorlatendheid gegeven wordt door het geometrisch ruimtelijk gemiddelde over het blok:

$$K_I(\mathbf{x}) = \exp \left(\frac{1}{V} \int_V \ln k(\mathbf{s}) \, d\mathbf{s} \right) \quad (13)$$

Hij geeft ook expressies voor het gemiddelde en de variantie van de blokdoorlatendheid wanneer deze gegeven wordt door vergelijking (13). In Desbarats [1992] wordt deze methode van niet-lineair ruimtelijk middelen om blokdoorlatendheden uit meetschaaldoorlatendheden te verkrijgen uitgebreid naar 3 dimensies.

Indelman en Dagan [1993] en Indelman [1993] geven analytische expressies voor de verwachte blokdoorlatendheid en de covariantie der blokdoorlatendheden onder dezelfde voorwaarden als Rubin en Gomez-Hernández [1990] maar nu ook voor statistisch anisotrope meetschaaldoorlatendheden. Zij tonen aan dat de blokdoorlatendheid alleen scalair is (met isotrope covariantie) wanneer de meetschaaldoorlatendheden scalair zijn en een isotrope covariantie hebben en wanneer de blokken isotroop van vorm zijn: cirkels in 2 dimensies en bollen in 3 dimensies. Bij benadering leiden blokken met gelijke zijden ook tot scalaire blokdoorlatendheden. De blokdoorlatendheid van veel

gebruikte modelblokken waarbij de verticale zijde veel kleiner is dan de horizontale zijden is echter, zelfs in isotrope media, een tensor. Indelman [1993] toont ook aan dat, wanneer de meetschaaldoorlatendheid lognormaal verdeeld, dit ook geldt voor de blokschaaldoorlatendheid bij uniforme stroming en $\sigma^2_{\ln(k)} < 1$.

5. Praktische toepassing van opschalingstechnieken

5.1. Inleiding

In deze paragraaf wordt besproken op welke wijze de hierboven beschreven theorie kan worden toegepast in praktisch grondwateronderzoek. In de meeste gevallen zullen de meetschaaldoorlatendheden binnen de modelblokken onbekend zijn. Derhalve is men veelal genooddacht te werken met het stochastisch veld als model van variabiliteit der meetschaaldoorlatendheden, zelfs al is de opschaling zelf een deterministisch proces zoals vergelijking (13). We nemen aan dat de meetschaaldoorlatendheid gemodelleerd kan worden door een stationair en lognormaal verdeeld stochastisch veld.

5.2. Uniforme stroming

Voor blokken die in gedeelten van het stromingsveld liggen waar uniforme stroming heerst kan men bekende analytische resultaten toepassen. Voor een stochastische meetschaaldoorlatendheid kan dit op een tweetal manieren:

Voorspelling met verwachtingswaarden

De meest eenvoudige wijze van het toekennen van blokdoorlatendheden is deze voor elk blok te voorspellen met dezelfde verwachtingswaarden. Als het blok veel groter is dan de correlatieschaal $D \gg I$ kan men bijvoorbeeld in twee dimensies aan elk blok het geometrisch gemiddelde $K_g = \exp(E[\ln(k)])$ van de kansverdeling toekennen. Voor willekeurige I , vierkante of kubusvormige blokken kunnen de expressies voor de verwachte blokdoorlatendheid van Desbarats [1991, 1992] of Rubin en Gomez-Hernández [1990] worden gebruikt om de werkelijke blokdoorlatendheden te voorspellen. Voor anisotrope meetschaaldoorlatendheden of andere blokvormen geven Indelman en Dagan [1991] expressies voor de verwachting van de blokdoorlatendheden. Wanneer naast de statistische parameters van de meetschaaldoorlatendheid ook de meetwaarden hiervan op meerdere plekken bekend zijn kan men in twee dimensies de blokdoorlatendheden schatten door middel van blok-kriging; na het nemen van de natuurlijke logaritme van de metingen worden deze gebruikt

om met blok-kriging de blokgemiddelde logdoorlatendheden voor de modelblokken te berekenen. Vervolgens worden deze blokgemiddelden teruggetransformeerd door hun e-machten te nemen. De resulterende waarden zijn nu (onzuivere) voorspellingen van de ruimtelijk geometrische blokgemiddelden (verg. 13), maar nu gegeven de metingen (in geostatistisch jargon: geconditioneerd op de metingen). Ze zijn nu verschillend voor elk modelblok en hun waarde is afhankelijk van de positie van het blok ten opzichte van de posities der metingen. Het voorspellen van blokdoorlatendheden door één of ander statistisch gemiddelde is gemakkelijk en snel en dus uitstekend toe te passen in praktisch onderzoek. Men moet zich echter wel realiseren dat het zo voorgestelde veld van blokdoorlatendheden veel vlakker (lees minder fluctuerend of grillig) is dan in werkelijkheid zodat men de complexiteit van het stromingsveld sterk kan onderschatten. Verder geldt voor blok-kriging dat dit alleen mag wanneer de metingen regelmatig over het gebied verdeeld zijn. Als dit niet het geval is dan zal het veld der blokdoorlatendheden ver van de metingen veel vlakker zijn dan dicht bij de metingen, zodat veranderingen in stromingspatronen ontstaan die voor een groot gedeelte het gevolg zijn van de verdeling der meetpunten.

Stochastische simulatie

Bij stochastische simulatie worden, gegeven de verwachting en de covariantie van het stochastisch veld van doorlatendheden, met speciale simulatie-algoritmen (bv. [Gomez-Hernández en Srivastava, 1990]), even zo waarschijnlijke realisaties van dit stochastisch veld gegenereerd. Elk van deze realisaties wordt gebruikt als invoer voor het numerieke grondwatermodel. Door dit veelvuldig te herhalen verkrijgt men een groot aantal evenzo waarschijnlijke realisaties van modelresultaten (fluxen en doorlatendheden) waaruit men de kans op een bepaald modelresultaat kan schatten. De verkregen kansverdelingen zijn een maat voor de onzekerheid van de modelresultaten door de onzekerheid over de doorlatendheid. Het grote voordeel van stochastische simulatie is dat, naast het verkrijgen van een volledige kansverdeling van modelresultaten, de gesimuleerde velden van doorlatendheden wat betreft grilligheid veel beter met de werkelijkheid overeenkomen. Blokdoorlatendheden kunnen op twee manieren worden gesimuleerd: a. indirecte simulatie; in dat geval worden eerst de meetschaaldoorlatendheden gesimuleerd. Vervolgens worden deze

opgeschaald tot doorlatendheden voor de modelblokken, door opschalingsformules zoals vergelijking (13), en daarna aan het numerieke grondwatermodel toegekend. b. directe simulatie; eerst worden met behulp van expressies zoals die van Rubin en Gomez-Hernández [1990] en Indelman en Dagan [1993] uit de statistische parameters van de meetschaaldoorlatendheden de verwachting en covariantie van de blokdoorlatendheden berekend. De verkregen verwachting en covariantie worden dan gebruikt om de blokschaaldoorlatendheden direct te genereren. Het grote nadeel van stochastische simulatie is dat het rekenintensief is en veel tijd kan kosten. Dit maakt het minder geschikt voor praktische modelstudies. Zeker wanneer men geïnteresseerd is in een enkel modelresultaat (in plaats van een volledige kansverdeling) vormt het voorspellen van blokdoorlatendheden met verwachtingswaarden zoals het geometrisch gemiddelde een goed alternatief.

5.3. Niet-uniforme stroming

In praktische grondwaterproblemen zal een gedeelte van de modelblokken liggen in een deel van het stroomdomein waar niet-uniforme stroming heerst, zoals bij waterlopen, modelranden en onttrekkingen. Voor niet-uniforme stroming zijn nog geen echte analytische oplossingen bekend. Een belangrijke oorzaak hiervan is dat hierbij de meetschaalstijghoogten rond de blokken een belangrijke rol gaan spelen. Een veel voorkomend probleem is bijvoorbeeld het voorspellen van de stijghoogtedaling die zal optreden door een toekomstige onttrekking. Omdat het toekomstige stromingsveld sterk niet-uniform zal zijn, kunnen we geen expliciete expressies afleiden om de benodigde doorlatendheden voor de blokken van ons voorspellingsmodel te berekenen; i.e. hiervoor zouden we de oplossing op meetschaal nodig hebben. Dit betekent dat grote fouten kunnen optreden in het voorspellen van het effect van grondwaterwinningen in het bijzonder. In het licht van deze beperkingen is het interessant om te bekijken hoe methoden die bedoeld zijn voor uniforme stroming zich houden in niet-uniforme stromings-situaties. Hier worden twee manieren van het toekennen van blokdoorlatendheden onderzocht: a. voorspelling van blokdoorlatendheden van alle blokken met het geometrisch gemiddelde van de kansverdeling; b. voorspelling met behulp van van blok-kriging van log-doorlatendheden.

Het geometrisch gemiddelde

Om de waarde van het geometrisch

gemiddelde $K_g = \exp(E[\ln(k)])$ als benadering van de werkelijke blokdoorlatendheid onder niet-uniforme stroming te onderzoeken maken we gebruik van stochastische simulatie. We nemen aan dat de logaritme van de meetschaaldoorlatendheid beschreven kan worden als een normaal verdeeld (twee-dimensionaal) stochastisch veld met een verwachting $E[\ln(k(\mathbf{x}))] = 0,0$ en een variantie $\sigma^2_{\ln(k)} = 2,0$. De correlatielengte zullen we variëren. Het volgende numerieke experiment is uitgevoerd:

- door middel van een speciaal algoritme [Gomez-Hernández en Srivastava, 1990] simuleren we 300 realisaties van het boven beschreven gecorreleerd stochastisch veld op een 231×231 grid van celgrootte Δx^2 . Deze realisaties worden vervolgens gezien als 300 mogelijke velden van de logaritme van de meetschaaldoorlatendheid.
- Elk van deze 300 doorlatendheidsvelden wordt gebruikt als invoer voor een 231×231 grids grondwatermodel van een afgesloten aquifer met een dikte van 50 meter en een vaste stijghoogte van 10,0 meter langs de rand. Een onttrekking wordt gesimuleerd in het midden van het modelgebied (gridpunt (116,116)). Het resultaat is 300 velden met stijghoogten en fluxen (richting en grootte) op de meetschaal.
- Voor elk van de 300 meetschaalvelden worden vervolgens gemiddelde stijghoogten en fluxen (richting en grootte) berekend voor vierkante blokken met zijden ter grootte van $21\Delta x$ meetschaalblokjes. Dit betekent een blokgrid van grootte 11×11 . De zo berekende gemiddelde fluxen en stijghoogten worden beschouwd als de 'werkelijke' blokgemiddelden.
- Eenzelfde numeriek grondwatermodel wordt vervolgens gedraaid voor een 11×11 grid met aan alle gridblokken een blokdoorlatendheid toegekend die gelijk zijn aan het geometrisch gemiddelde van de kansverdeling der meetschaaldoorlatendheden: $K_g = \exp(E[\ln(k)]) = \exp(0,0) = 1,0$. Aan het hele modelgebied is dezelfde doorlatendheid toegekend. De met dit model direct berekende fluxen en stijghoogten kunnen worden beschouwd als een benadering voor de 300 realisaties van werkelijke blokfluxen en doorlatendheden.
- Uit de 300 verschillen tussen de werkelijke en de benaderde velden der blokstijghoogten en blokfluxen worden tenslotte voor elk van de 11×11 blokken het gemiddelde en de variantie van deze verschillen berekend. Het gemiddelde verschil tussen de werkelijke en benaderde stijghoogten en fluxen

is een maat voor de structurele fout (bias) die de benadering met zich meebrengt en de variantie een maat voor de onnauwkeurigheid. Omdat het probleem symmetrisch is zullen we alleen de stijghoogten en fluxgroottes beschouwen voor de blokken langs een lijn vanaf het midden van het domein (de onttrekking) naar de rand van het gebied onder een hoek van 180 graden met de positieve *x*-as. Deze procedure is herhaald voor verschillende correlatielengten *I* variërend van 0,1*x**D* tot 2,0*x**D*, waarbij *D* de lengte van de zijde der modelschaalblokken is. De berekeningen zijn gedaan met MODFLOW [McDonald en Harbaugh, 1988]. Dit is een 'block-centered' eindig differentiëmodel, wat betekent dat de doorlatendheden tussen de blokken berekend worden door het nemen van harmonische gemiddelden van de doorlatendheden van aangrenzende cellen. Dit garandeert weliswaar continuïteit van de totale flux door het stroomdomein, maar maakt revens dat de kansverdeling van de doorlatendheden in de modelberekeningen iets afwijkt van de kansverdeling van de gesimuleerde waarden. Deze afwijking is te verwaarlozen als $(I/\Delta x) > 20$. Aangezien de correlatielengte *I* wordt gevarieerd kan dit enige invloed hebben op de resultaten. Tabel I geeft het gemiddelde en de variantie van de verschillen tussen werkelijke en benaderde stijghoogten weer voor de blokken langs het beschouwde traject en voor verschillende correlatielengten. De verschillen in werkelijke en benaderde stijghoogten zijn genormaliseerd voor de gemiddelde stijghoogtedaling bij de onttrekking (11,0 m). De correlatielengte van de meetschaaldoorlatendheden *I* is genormaliseerd voor de lengte van het blok *D*: *I*/*D*. Tabel II toont de variantie der verschillen van de blokfluxgroottes. Deze verschillen zijn genormaliseerd voor de gemiddelde fluxdichtheid bij de onttrekking (2,41 m/d). Het gemiddelde verschil is niet weergegeven omdat voor dit stromingsprobleem geldt dat het verwachte verschil gelijk moet zijn aan nul voor alle blokken!

Uit tabel I volgt dat het geometrisch gemiddelde een betrouwbare goede benadering is voor de werkelijke blokdoorlatendheden zolang de correlatielengtes der meetschaaldoorlatendheden kleiner zijn dan de blok grootte. Voor grotere correlatielengtes worden de structurele fouten onacceptabel groot, met name dicht bij de onttrekking (10-20% van de maximale stijghoogtedaling). Ook voor de variantie kan worden geconcludeerd dat deze voldoende klein is

TABEL I – Gemiddelde en variantie van het verschil tussen de werkelijke en benaderde blokstijghoogtes (genormaliseerd voor de gemiddelde stijghoogtedaling bij de onttrekking) voor verschillende afstanden tot de onttrekking en verschillende correlatielengtes; *K_g* benadering.

Gemiddelde		Afstand tot onttrekking (blokken)				
<i>I</i> / <i>D</i>	5	4	3	2	1	
0,1	0,017	0,014	0,014	0,013	0,014	
0,2	0,017	0,011	0,012	0,011	0,008	
0,5	0,017	0,007	0,004	- 0,006	0,008	
1,0	0,019	0,010	0,003	0,009	0,072	
2,0	0,025	0,029	0,040	0,082	0,203	
Variantie		Afstand tot onttrekking (blokken)				
<i>I</i> / <i>D</i>	5	4	3	2	1	
0,1	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	
0,2	0,000	0,001	0,002	0,003	0,007	
0,5	0,000	0,002	0,005	0,009	0,027	
1,0	0,001	0,003	0,009	0,037	0,212	
2,0	0,002	0,011	0,047	0,177	0,465	

zolang de correlatielengte kleiner is dan de blok grootte. In tabel II is te zien dat de variantie van de genormaliseerde verschillen der werkelijke en benaderde blokfluxen groot zijn en toenemen dichter bij de onttrekking en met toenemende correlatielengte. Wanneer de correlatielengte groter wordt dan de blok grootte neemt de variantie weer af. Resumerend mogen we concluderen dat in dit voorbeeld, in ieder geval voor het voorspellen van stijghoogten, het geometrisch gemiddelde een bevredigende benadering is van de werkelijke blokdoorlatendheden in twee dimensies, zolang de correlatielengte der meetschaaldoorlatendheden kleiner is dan de blok grootte.

Blok-krigen van logdoorlatendheden

Om uit te zoeken of *e*-machten van blok-gekrigde logdoorlatendheden een goede benadering van de werkelijke blokdoorlatendheden zijn onder niet-uniforme stroming, is het hier boven beschreven numerieke experiment herhaald voor één correlatielengte (*I*/*D*) = 1,0. De volgende stappen zijn genomen:

a. Door middel van het algoritme van Gomez-Hernández en Srivastava [1990] simuleren we 300 realisaties van het gecorreleerd stochastisch veld op een 231x231 grid (celgrootte Δx^2). Deze realisaties worden vervolgens gezien als 300 mogelijke velden van de logarime van de meetschaaldoorlatendheid. Van elke realisatie zijn *n* regelmatig verspreide

punten geselecteerd als fictieve meetpunten.

b. Elk van deze 300 doorlatendheidsvelden is gebruikt als invoer voor een hetzelfde 231x231 grondwatermodel als hiervoor beschreven. Het resultaat is 300 velden met stijghoogten en fluxen (richting en grootte) op de meetschaal.

c. Voor elk van de 300 meetschaalvelden worden vervolgens gemiddelde stijghoogten en fluxen (richting en grootte) berekend voor blokken met zijden 21Δ*x*. De zo berekende gemiddelde fluxen en stijghoogten worden beschouwd als de 'werkelijke' blokgemiddelden.

d. De geselecteerde *n* metingen worden gebruikt om via blokkriging benaderde blokdoorlatendheden te berekenen. Hierbij is gebruikt gemaakt van een semi-variogram met een correlatielengte van 21 pixels en een log-variantie ($\sigma^2_{\ln(k)}$) van 2,0. Eenzelfde numeriek grondwatermodel wordt vervolgens gedraaid voor een 11x11 grid met aan de gridblokken een blokdoorlatendheid toegekend die gelijk is aan de *e*-machten van de blok-gekrigde waarden. De 300 velden met de met dit model berekende fluxen en -stijghoogten kunnen worden beschouwd als een benadering voor de 300 corresponderende werkelijke blokfluxen en doorlatendheden.

e. Uit de 300 (genormaliseerde) verschillen tussen de werkelijke en de benaderde velden der blokfluxen en -stijghoogten worden tenslotte voor elk

TABEL II – Variantie van het verschil tussen de werkelijke en benaderde blokfluxen (genormaliseerd voor de gemiddelde flux bij de onttrekking) voor verschillende afstanden tot de onttrekking en verschillende correlatielengtes; *K_g* benadering.

Variantie		Afstand tot onttrekking (blokken)				
<i>I</i> / <i>D</i>	5	4	3	2	1	
0,1	19,7	26,4	51,2	193,9	1.108,8	
0,2	46,6	59,0	98,7	287,2	1.311,1	
0,5	98,3	141,0	220,1	411,4	1.475,6	
1,0	106,3	150,2	220,0	415,3	1.460,7	
2,0	64,7	88,2	136,9	298,5	1.179,4	

van de 11x11 blokken het gemiddeld verschil en de variantie der verschillen berekenend.

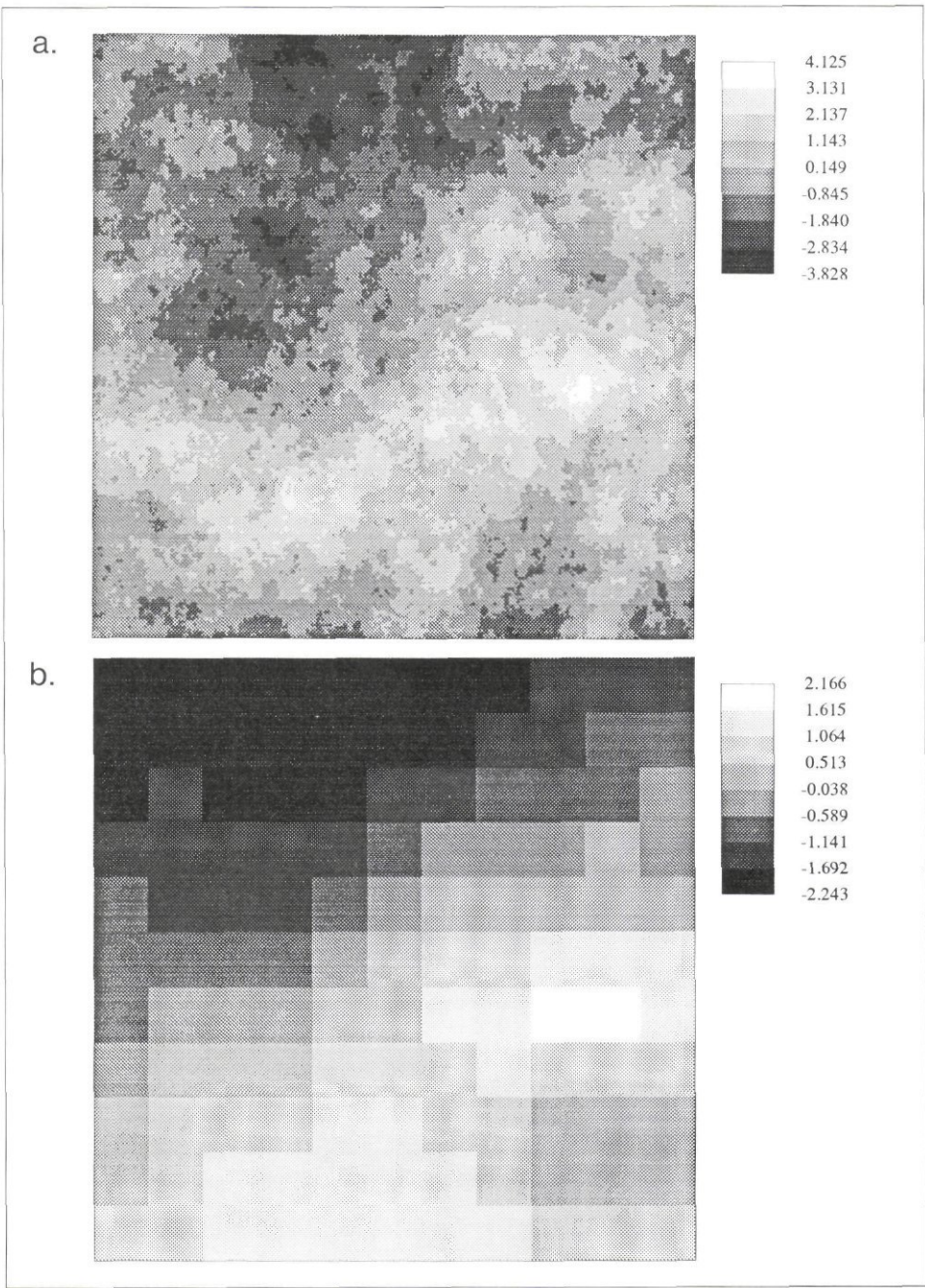
Deze procedure werd herhaald voor verschillende hoeveelheden meetpunten: $n = 9, 18$ en 36 . In afbeeldingen 7a en 7b zien we grijswaardekaarten van respectievelijk één realisatie van logdoorlatendheden op meetschaal en de corresponderende blokgekrigde kaart met $n = 18$ punten. De blok-gekrigde kaart toont dezelfde gebieden met hoge en lage doorlatendheden als de realisatie op meet-schaal.

De resultaten van dit numerieke experiment staan samengevat in tabellen III en IV. In tabel III zien we het gemiddelde en de variantie van de verschillen tussen werkelijke en benaderde genormaliseerde blokgemiddelde stijghoogten voor verschillende afstanden tot de onttrekking en verschillend aantal metingen. Ter vergelijking worden ook de resultaten herhaald voor het nemen van het geometrisch gemiddelde ($K_g = \exp(E[\ln(k)]) = 1,0$) voor alle modelblokken voor het geval dat $I/D = 1,0$. Tabel III geeft de variantie van de verschillen tussen werkelijke en benaderde genormaliseerde blok-gemiddelde fluxen.

We zien in tabel III dat bij de methode van blok-krigen van log-doorlatendheden de systematische verschillen tussen de werkelijke en de benaderde blokgemiddelde stijghoogten overal klein zijn, zelfs dicht bij de onttrekking (maximaal 2% van de gemiddelde stijghoogtedaling bij de onttrekking). De verbetering in nauwkeurigheid is nog duidelijker. Wanneer 18 metingen worden genomen resulteert dat zelfs vlak naast de onttrekking in kleine varianties. Eenzelfde trend, hoewel wat minder dramatisch, kan worden geobserveerd voor de varianties van de verschillen der blokfluxen (tabel IV). Deze voorbeelden wijzen erop dat het blok-krigen van logdoorlatendheden met een gering aantal regelmatig verspreide metingen goede benaderingen van de werkelijke blokdoorlatendheid in twee dimensies oplevert.

5.4. Identificatie van het stochastisch veldmodel

De meeste methoden voor het toekennen van blokdoorlatendheden maken gebruik van het stochastisch veld als model van onbekende ruimtelijke variatie van meet-schaaldoorlatendheid. Bij deze methoden wordt derhalve aangenomen dat de covariantie of het semivariogram van het stochastisch veld bekend zijn. In de prak-



Afb. 7 - Grijsplots van log-doorlatendheden; 7a: Een gesimuleerde realisatie van meetschaal-doorlatendheden; 7b: Blok-gekrigde log-doorlatendheden met 18 punten uit deze realisatie als meetwaarden.

TABEL III – Gemiddelde en variantie van het verschil tussen werkelijke en benaderde blokgemiddelde stijghoogten (genormaliseerd voor de gemiddelde stijghoogtedaling bij de onttrekking) voor de K_g benadering en voor blok-gekrigde waarden (bk) met 9, 18 en 36 metingen, voor verschillende afstanden tot de onttrekking; $I/D = 1,0$, $I/x = 21$.

Gemiddelde		Afstand tot onttrekking (blokken)				
Methode	5	4	3	2	1	
K_g	0,019	0,010	0,003	0,009	0,072	
bk 9	0,019	0,008	- 0,002	- 0,011	- 0,011	
bk 18	0,019	0,009	0,000	- 0,008	- 0,004	
bk 36	0,019	0,012	0,005	0,002	- 0,005	
Variantie		Afstand tot onttrekking (blokken)				
Methode	5	4	3	2	1	
K_g	0,001	0,003	0,009	0,037	0,212	
bk 9	0,001	0,002	0,006	0,012	0,057	
bk 18	0,001	0,002	0,005	0,006	0,018	
bk 36	0,001	0,001	0,001	0,003	0,007	

TABEL IV – Variantie van het verschil tussen werkelijke en benaderde blokgemiddelde fluxen (genormaliseerd voor de gemiddelde flux bij de onttrekking) voor de K_g benadering en voor blokgekrigde waarden (bk) met 9, 18 en 36 metingen, voor verschillende afstanden tot de onttrekking; $L/D = 1,0$; $L/x = 21$.

Variantie	Afstand tot onttrekking (blokken)				
Methode	5	4	3	2	1
K_g	106,3	150,1	220,0	415,3	1.460,7
bk 9	72,9	94,2	125,8	254,7	1.069,0
bk 18	61,6	73,7	100,9	230,0	1.000,1
bk 36	44,6	41,3	56,0	182,2	939,1

tijk betekent dit dat deze geschat moeten worden uit een beperkt aantal metingen. De belangrijkste parameters van de covariantiefunctie zijn de variantie (de sill bij het semivariogram) en correlatielengte (de range bij het semivariogram). Om te zien of we deze parameters kunnen schatten met behulp van een gering aantal metingen werden ze 300 maal geschat met respectievelijk 9, 18 en 36 regelmatig verspreide metingen uit de 300 realisaties van logdoorlatendheden op meetschaal (zie 5.3.). Dit is gedaan door het semivariogram te schatten en voor elke dataset de sill van het variogram als variantie te nemen en de range als correlatielengte. De 300 realisaties werden gesimuleerd met een variantie van 2,0 en een range van 21 meetschaalpixels. Dit zijn derhalve de waarden die moeten worden teruggeschat uit de 300x3 datasets. Afbeelding 8 geeft de histogrammen van teruggeschatte sills en ranges met 9, 18 en 36 metingen genomen uit de 300 realisaties. Te zien is dat in meer dan 50% van de gevallen de geschatte waarden van sill en range dicht bij de werkelijke waarden liggen. Slechts een gering percentage van de schattingen ligt ver van de werkelijke waarden. Deze resultaten suggereren dat zelfs met een gering aantal metingen de covariantiestructuur kan worden geschat en stochastische opschalingstechnieken kunnen worden toegepast.

6. Samenvatting en conclusies

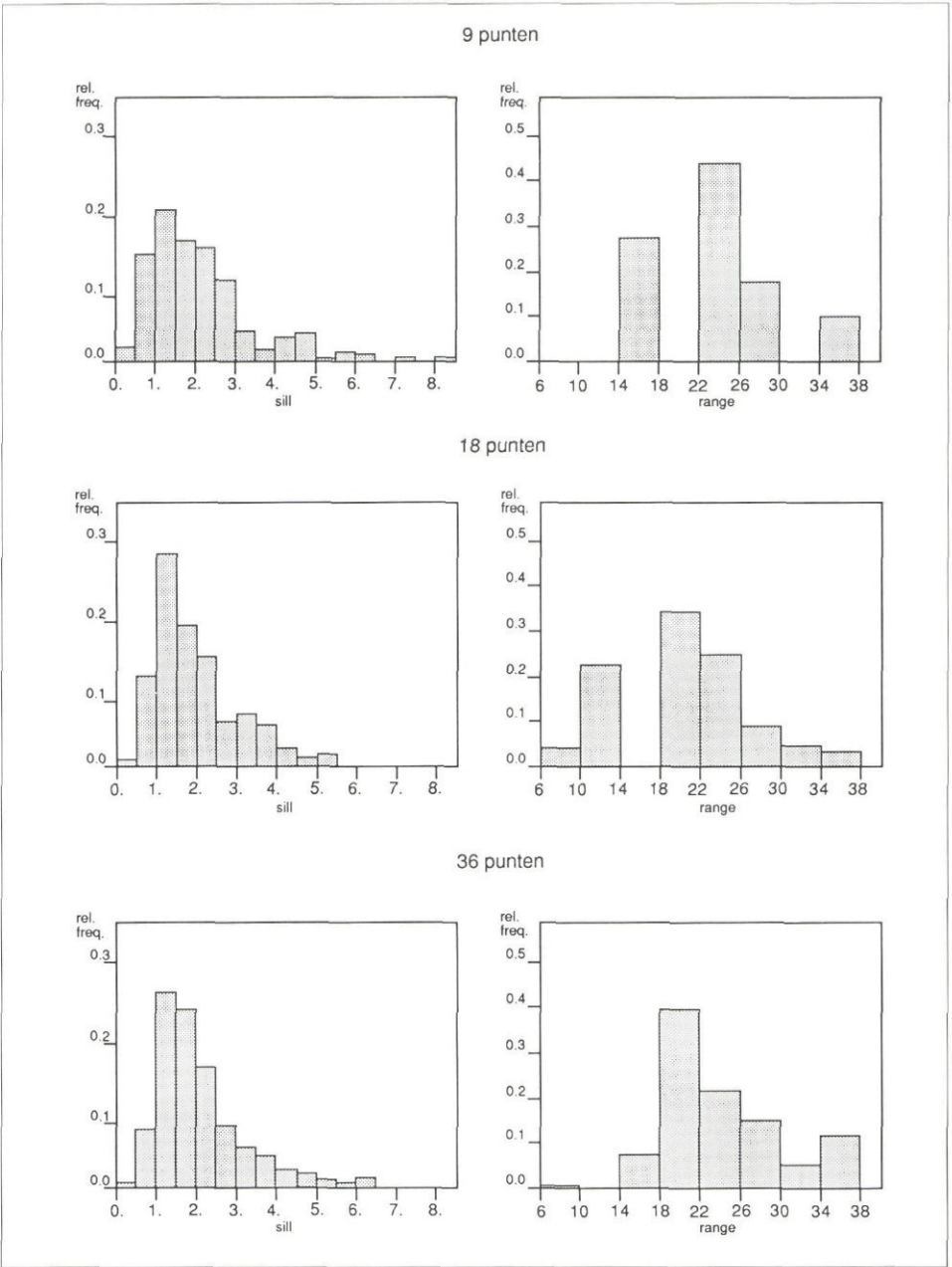
Uit dit artikel kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

1. De blokken of elementen die gebruikt worden in numerieke simulators van grondwaterstroming zijn meestal veel groter dan de schaal waarop metingen van de doorlatendheid worden verricht. Omdat de variabiliteit van de doorlatendheid afhangt van de schaal waarop deze wordt beschouwd is het noodzakelijk dat de gemeten doorlatendheden worden opgeschaald naar de schaal van de modelblokken of -elementen.
2. De opschaling dient bij voorkeur zodanig te gebeuren dat zowel de gemiddelde flux als de gemiddelde stijghoogte over het modelblok worden behouden. Als deze eis wordt gesteld dan blijkt dat, voor twee- en driedimensionale stroming, er in

het algemeen geen eenduidige relatie bestaat tussen de doorlatendheden op meetschaal en die op de schaal van het modelblok. Deze relatie is afhankelijk van de randvoorwaarden rond het modelblok, of anders gezegd van de geometrie van stromingsprobleem, wat is gedemon-

streerd aan de hand van een aantal eenvoudige voorbeelden. Dit leidt tot een merkwaardig cirkelprobleem waarbij men de oplossing van het grondwaterprobleem op meetschaal moet kennen om de juiste blokdoorlatendheden te berekenen. Ook volgt hieruit de conclusie dat de wet van Darcy niet tegelijkertijd kan gelden voor twee verschillende schaalniveaus. 3. De waarden van de meetschaaldoorlatendheden binnen een modelblok zijn nooit alle bekend. Dit maakt het noodzakelijk om een model van variabiliteit aan te nemen voor de doorlatendheden op meetschaal. Een veel gebruikt en nuttig model is het stochastisch veld model. Gegeven dit model vinden we het

Afb. 8 - Histogrammen van sills en ranges geschat met 9, 18 en 36 meetwaarden geselecteerd uit 300 realisaties (werkelijke sill = 2,0, werkelijke range = 21).



volgende:

a. Expliciete analytische oplossingen voor de blokdoorlatendheid zijn beschikbaar voor (i) zeer specifieke randvoorwaarden: een blok in een gemiddeld uniform stromingsveld van oneindige grootte, en (ii) specifieke eigenschappen van het stochastisch veld dat de doorlatendheden op meetschaal beschrijft: een stationair, isotroop en lognormaal verdeeld stochastisch veld [Desbarats, 1991] veelal met kleine variantie [Rubin en Gomez-Hernández, 1990; Indelman en Dagan, 1993]. Deze oplossingen benaderen bekende oplossingen voor effectieve doorlatendheden [Gutjahr *et al.*, 1978] wanneer het modelblok zeer groot wordt. De analytische oplossingen kunnen worden toegepast voor modelblokken die ver van randen, rivieren en puntbronnen liggen en waar voornamelijk uniforme stroming heerst.

b. Onderzocht werd in hoeverre twee methoden uit het domein van de uniforme stroming in staat zijn om blokdoorlatendheden te voorspellen bij niet-uniforme stroming (in twee dimensies). Voor blokken die groter zijn dan de correlatielengte van de meetschaaldoorlatendheid lijkt het geometrisch gemiddelde een acceptable benadering, met name voor het voorspellen van stijghoogten. Een aanzienlijk betere benadering van de werkelijke blokdoorlatendheden wordt verkregen door het nemen van e-machten van blok-gekrigde logdoorlatendheden. Opgemerkt moet worden dat deze techniek alleen mag worden toegepast wanneer de meetpunten regelmatig over het modelgebied zijn verspreid.

c. De statistische parameters die de ruimtelijke covariantiestructuur van het stochastisch veld model vastleggen kunnen redelijk worden ingeschat met behulp van een geringe hoeveelheid waarnemingen.

7. Discussie

Ook in Nederland heerst nu een sterk besef dat de schaal een belangrijke niet te verwaarlozen variabele dient te zijn in het hydrologisch modelonderzoek. In alle hydrologische of daaraan verwante disciplines speelt schaalafhankelijkheid een rol, zoals onder andere bleek tijdens een CHO-TNO bijeenkomst in december 1992 [CHO-TNO, 1993]. Ook het geohydrologisch praktijkonderzoek dient zich bewust te zijn van het belang van schaal, in het bijzonder in relatie tot de geometrie van het beschouwde stromingsprobleem. In dit artikel is een aantal methoden voorgesteld om blokdoorlatendheden te bepalen: voorspelling of simulatie van blok-doorlatendheden met

behulp van analytische expressies voor verwachting en (co)variantie van blokdoorlatendheden (bv. [Rubin en Gomez-Hernández, 1990; Desbarats, 1991; Indelman en Dagan, 1993]) voor blokken in uniforme stroming en praktische benaderingen, zoals het blokkigen van log-doorlatendheden of het geometrisch gemiddelde voor niet-uniforme stroming in twee dimensies. Deze technieken zijn eenvoudig uitvoerbaar, zelfs als weinig metingen beschikbaar zijn, zodat er geen reden is ze niet toe te passen in het praktisch modelonderzoek. Dit artikel maakt ook duidelijk dat aanzienlijke fouten kunnen optreden wanneer men bij het modelleren van grondwaterstroming geen rekening houdt met de eigenschappen van blokdoorlatendheden. Deze fouten treden op vanwege het feit dat: (a) men zich geen rekenschap geeft van de variabiliteit van de doorlatendheden op meetschaal binnen de blokken of elementen; (b) men zich er niet van bewust is dat bij twee totaal verschillende stromingssituaties andere blokdoorlatendheden horen.

Een tweetal recente ontwikkelingen is zeer gevoelig voor fouten van het type (a). De eerste is het toenemend gebruik van het Geografisch InformatieSysteem (GIS) als preprocessor bij de ontwikkeling van grondwatermodellen. Op zich is dit een goede ontwikkeling, die het geohydrologisch onderzoek in grote mate kan vergemakkelijken. In een GIS zijn echter gegevens opgeslagen met een zeer uiteenlopende ruimtelijke resolutie. De mate van ruimtelijke variatie van deze gegevens binnen het modelblok of -element zal dus sterk uiteenlopen en men kan derhalve deze gegevens niet zomaar combineren. Een voorbeeld hiervan is het combineren van kaarten van doorlatendheden met die van aquiferdiktes om transmissiviteiten te berekenen. Een mogelijke oplossing voor dit probleem is om, uitgaande van het stochastisch veld model van ruimtelijke variabiliteit en de *originele* meetgegevens, eerst blokdoorlatendheden te berekenen (bijvoorbeeld door het geometrisch gemiddelde te nemen), dan de gemiddelde dikte van de aquifer voor elk blok te berekenen (bijvoorbeeld door een interpolatiemethode of met geologisch inzicht) en dan pas deze gegevens te combineren door voor elk blok het produkt van blokdoorlatendheid en dikte te nemen. Een tweede ontwikkeling die zeer gevoelig is voor fouten van het type (a) is het zogenaamde 'inzoomen'. Hierbij worden met een grof model de gemiddelde stijghoogten berekend voor grotere elementen. Vervolgens wordt voor bepaalde elementen een fijner model

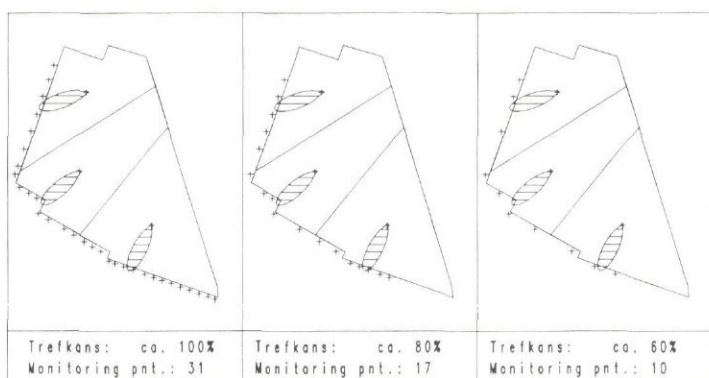
gebouwd met de stijghoogten van het grove model als randvoorwaarden. Het probleem treedt op als aan de kleinere elementen binnen het grotere element doorlatendheden moeten worden toegekend. Om dit consistent te doen moeten deze doorlatendheden zodanig worden toegekend dat, bij de opgegeven vaste randvoorwaarden uit het grovere model, het fijnere model dezelfde flux oplevert door het grotere element als al door het grovere model was berekend. Dit is in feite het inverse opschalingsprobleem. Ook fouten van type (b) worden snel gemaakt. Een alledaags voorbeeld hiervan is het kalibreren van een model op één bepaalde stromingssituatie (bijvoorbeeld uniforme stroming) en het vervolgens gebruiken van dit model om een situatie met een geheel andere geometrie van de stroming (bijvoorbeeld een nieuwe onttrekking) te voorspellen. Het is duidelijk dat, omdat blokdoorlatendheden afhankelijk zijn van de stromingsituatie, men deze doorlatendheden beter niet kan kalibreren op een nul-situatie waarvan het stromingsbeeld sterk afwijkt van dat van het te voorspellen scenario. Het is in een dergelijk geval beter om tijdens de kalibratie te werken met vaste waarden voor de blokdoorlatendheden (hoe ook berekend) en modelparameters aan te passen die minder gevoelig zijn voor de geometrie van de stroming zoals intree-weerstand van waterlopen of nuttige grondwateraanvulling. In dit licht kan men ook vraagtekens zetten bij de notie dat er zoiets zou bestaan als *Het* grondwatermodel van een bepaald gebied waarmee alle onderzoeksvragen zouden kunnen worden opgelost. Immers, een andere onderzoeksvraag behelst veelal een andere stromingsituatie en behoeft in feite andere parameters en dus een ander model.

Dankwoord

De auteur bedankt dr. ir. C. van den Akker, dr. ir. F. C. van Geer en drs. H. J. T. Weerts voor hun commentaar op een eerdere versie van dit artikel.

Literatuur

- CHO-TNO (1993). *Schaalproblemen in de hydrologie. Verslag van de 10e CHO-studiebijeenkomst, 15 december 1992. Redactie: J. C. Hooghart.* CHO-TNO Rapporten en Nota's no. 31.
- Dagan, G. (1981). *Analysis of flow in heterogeneous random aquifers by the method of embedding matrix. 1. Steady flow.* Water Resources Research, 17(1), pp. 107-121.
- Dagan, G. (1986). *Statistical theory of groundwater flow and transport: Pore to laboratory, laboratory to formation, and formation to regional scale.* Water Resources Research, 22(9), pp. 120S-134S.
- Dagan, G. (1989). *Flow and transport in porous formations.* Springer-Verlag.



Afb. 5 - Voorbeeld van monitoringnetwerken bij afnemende trefkans.

houd, bemonstering- en analysekosten: jaarlijkse kosten) bekend zijn, kan een grafiek gemaakt worden van de kosten van het monitoringsysteem tegen de trefkans van het monitoringsysteem. Op deze wijze kunnen de verschillen in kosten tussen alternatieve monitoringsystemen eenvoudig zichtbaar worden gemaakt. Voor het bepalen van de exploitatiekosten moet de frequentie van bemonstering en het analysepakket bepaald worden. Het resultaat van een MODISCO-berekening is een aantal monitoringnetwerken, waarvan er vier benoemd zijn: het initieel, basis, geoptimaliseerd en praktijk monitoringnetwerk (zie tabel I). Van deze vier en van tussenliggende monitoringnetwerken kunnen plots gemaakt worden met ARC/INFO. Door een aantal netwerken van één MODISCO-berekening naast elkaar te plotten, kan op eenvoudige wijze inzicht verkregen worden in de verdeling van de monitoringpunten bij verschillende trefkans (zie afb. 5). Daarnaast kunnen naar keuze plots gegenereerd worden met een geselecteerd ontwerp tezamen met één of meer invoerparameters.

Conclusies/evaluatie

De beschreven methode is gebaseerd op een simulatie van het emissieproces en het verspreidingsproces van verontreinigingen. Een gevoeligheidsanalyse op de diverse invoerparameters geeft inzicht in de betrouwbaarheid van de resultaten. Zo is de hoeveelheid verontreiniging, die per emissiepunt toegevoegd wordt, een belangrijke invoerparameter. Als in plaats van 100 liter bijvoorbeeld 10 liter wordt gebruikt, dan zal het monitoringnetwerk veel dichter moeten zijn om dezelfde trefkans te kunnen bereiken.

De ontwerpmethodes MODISCO kan als instrument dienen bij een gestructureerde en gestandaardiseerde opzet van monitoringsystemen. De ontwerpmethodes is vooral geschikt voor de inrichting van monitoringsystemen rondom lokaties zoals stortplaatsen en bedrijfsterreinen, waarbij sprake is van potentiële punt-

bronnen. In het verleden werden monitoringsystemen opgezet op basis van beschikbaar budget en 'gezond verstand'. Het belangrijke voordeel van de in dit artikel beschreven methodiek is dat monitoringsystemen worden ontworpen op een gestandaardiseerde en reproduceerbare wijze, met gebruikmaking van de inzichten in de lokale geohydrologische omstandigheden, stoftransportprocessen en emissieprocessen. Met behulp van de geautomatiseerde ontwerpmethodes kunnen in korte tijd veel alternatieven worden berekend. Door de systematische aanpak kunnen de alternatieven op een eenvoudige wijze onderling vergeleken worden. De methode is voor het eerst toegepast voor het ontwerp van het monitoring-systeem op de voormalige stortplaats Coupépolder te Alphen aan den Rijn [IWACO, 1992]. Daarnaast is de methode toegepast op twee bedrijfsterreinen in Zuid-Holland, een stortplaats in Drenthe en een bedrijfsterrein in Gelderland.

Literatuur

- Canter Cremers, I., Hoencamp, T. en Tusveld, M. (1993). *Uniformering monitoringsystemen voor (verontreinigende) lokaties. Richtlijnen voor strategie, ontwerp en beheer zijn gewenst*. Bodem (2), pp. 62-64.
- Freeze, R. A. et al. (1990). *Hydrogeological Decision Analysis: 1. A framework*. Ground Water Vol. 28, No. 5: pp. 738-766.
- Freeze, R. A. et al. (1991). *Hydrogeological Decision Analysis: 2. Applications to Ground water Contamination*. Ground Water Vol. 29, No. 4: pp. 536-548.
- Goode, D. J. and Konikow, L. F. (1989). *Modification of a method of characteristics solute-transport model to incorporate decay and equilibrium-controlled sorption or ion exchange*. USGS, report 89-4030.
- IWACO BV (1992). *Onderzoek Monitoring en Beheersmaatregelen stort Coupépolder Alphen aan den Rijn. Deelrapportage 4: Ontwerp monitoringsysteem en technisch beslismodel*.
- IWACO BV (1992). *Handleiding MODISCO*. Rapport nummer 10.29120.
- Kinzelbach, W. (1987). *Numerische Methoden zur Modellierung des Transports von Schadstoffen im Grundwasser*. Oldenbourg.
- Konikow, L. and Bredehoeft, J. (1978). *Computer model of two-dimensional solute transport and dispersion in ground water*. USGS, book 7, chapter C2.

Blokdoorlatendheden

• Slot van pagina 684

- Desbarats, A. J. (1991). *Spatial averaging of transmissivity*. In Bachu (editor): *Proceedings of the 5th Canadian/American conference on hydrogeology: Parameter identification and estimation for aquifer and reservoir characterization*. National Water Well Association, Dublin, Ohio, pp. 139-154.
- Desbarats, A. J. (1992). *Spatial averaging of hydraulic conductivity in three-dimensional heterogeneous porous media*. Mathematical Geology, 24(3), pp. 249-267.
- Gelhar, L. J. and Axness, C. L. (1983). *Three-dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers*. Water Resources Research, 19(1), pp. 161-180.
- Gomez-Hernández, J. J. and Gorelick, S. M. (1989). *Effective groundwater model parameter values: Influence of spatial variability of hydraulic conductivity, leakage and recharge*. Water Resources Research, 25(3), pp. 405-419.
- Gomez-Hernández, J. J. and Srivastava, R. M. (1990). *ISIM3D: An ANSI-C three-dimensional multiple indicator conditional simulation program*. Computers and Geosciences 16(4): 395-440.
- Gomez-Hernández, J. J. (1991). *A stochastic approach to the simulation of block conductivity fields conditioned upon data measured at a smaller scale*. Ph.D. thesis, Stanford University, 351 pp.
- Gutjahr, A. L., Gelhar, L., Bakr, A. A., MacMillan, J. R. (1978). *Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows. 2. Evaluation and application*.
- Indelman, P. (1993). *Upscaling of permeability of anisotropic heterogeneous formations; 3. Applications*. Water Resources Research, 29(4), pp. 935-943.
- Indelman, P. and Dagan, G. (1993). *Upscaling of permeability of anisotropic heterogeneous formations; 2. General structure and small perturbation analysis*. Water Resources Research, 29(4), pp. 925-933.
- Journel, A. G. and Huijbregts, C. J. (1978). *Mining geostatistics*. Academic Press, London.
- Journel, A. G., Deutsch, C. V. and Desbarats, A. J. (1986). *Power averaging for block effective permeability*. SPE 15128.
- King, P. R. (1988). *The use of renormalisation for calculating effective permeability*. Transport in porous media, 4(1), pp. 37-58.
- Matheron, G. (1967). *Éléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson et Cie.
- Matheron, G. (1984). *L'émergence de la loi de Darcy*. Annales des Mines, 5/6, pp. 11-16.
- McDonald, M. G. and Harbaugh, A. W. (1988). *A modular three-dimensional finite-difference ground water-flow model*. Techniques of water resources investigations of the USGS.
- Rubin, Y. en Gomez-Hernández, J. J. (1990). *A stochastic approach to the problem of upscaling of conductivity of disordered media. Theory and unconditional simulations*. Water Resources Research, 26(4), pp. 691-701.
- Russo, D. (1992). *Upscaling of hydraulic conductivity in partially saturated heterogeneous formation*. Water Resources Research, 28(2), pp. 397-409.
- Stam, J. M. T. en Zijl, W. (1992). *Modelling permeability in imperfectly layered porous media. II: A two-dimensional application of block-scale permeability*. Mathematical Geology, 24(8), pp. 885-904.
- Strack, O. D. L. (1989). *Groundwater mechanics*. Prentice Hall, New York.
- Zijl, W. and Stam, J. M. T. (1992). *Modelling permeability in imperfectly layered porous media. I: Derivation of block-scale permeability tensor for thin grid-blocks*. Mathematical Geology, 24(8), pp. 865-883.