Inleiding Hydrologie

R.W.R. Koopmans en P.M.M. Warmerdam

6142604

WAGENINGEN UNIVERSITEIT
OMGEVINGSWETENSCHAPPEN

WAGENINGEN UR

Koopmans
(werkexemplaar)

Inleiding Hydrologie

R.W.R. Koopmans en P.M.M. Warmerdam

Wageningen, oktober 2001

Vakgroep Waterhuishouding
Universiteit Wageningen

© Vakgroep Waterhuishouding, Universiteit Wageningen.

Zevende uitgave, eerste druk (70 exemplaren), 2001.

Illustraties: A. van 't Veer, P. Kostense en J. van Brakel.

Foto omslag: R.W.R.Koopmans

Reproductie van dit dictaat of een aanzienlijk deel ervan ten behoeve van onderwijsdoeleinden, is alleen toegestaan na schriftelijke toestemming van de vakgroep.

Geschiedenis van dit dictaat:

Eerste tot en met de zesde uitgave (1230 exemplaren): 1992, 1993, 1995, 1996, 1998, 1999.

Foto omslag: Koppelsprengen bij Ugchelen.

* voor Rarenstein

INHOUDSOPGAVE

pag.

0 VOORWOORD v

* 1 INLEIDING 1
1.1 Algemeen 1
1.2 Eigenschappen van water 3
1.3 De kringloop van het water 4
1.3.1 Algemeen 4
1.3.2 De agrohydrologische kringloop 8
1.4 Waterhuishouding en Waterbalans 12
1.4.1 Algemeen 12
1.4.2 Rekenen met waterhoeveelheden 14
1.5 Literatuur 15

* 2 HET STROOMGEBIED 17
2.1 Inleiding 17
2.2 De afvoer uit een stroomgebied 20
2.3 Literatuur 24

3 NEERSLAG 25
3.1 Inleiding 25
3.2 Typen van neerslag; seizoenseffect 25
3.3 Neerslagmetingen 27
3.3.1 Regenmeters en meetmethoden 27
3.3.2 Waarnemingen in Nederland 29
3.3.3 Het gebruik van neerslagmetingen 31
3.4 Gemiddelde jaar- en maandsom 31
3.5 Puntregenval en gebiedsregenval 35
3.5.1 Aanvulling van ontbrekende gegevens 38
3.6 Frequentieverdelingen en herhalingstijden 39
3.6.1 Frequentieverdeling van de jaarsommen 39
3.6.2 Frequentieverdeling van *k*-daagse neerslagsommen 40
3.6.3 Herhalingstijd en regenduurlijn 43
3.6.3.1 Regenintensiteit 46
3.7 Extreme waarden 48
3.7.1 Algemeen 48
3.7.2* De kansverdeling van Gumbel 49
3.7.3 Overschrijding van een bepaalde grenswaarde 53
3.8 Kwaliteit van de neerslag 54
3.9 Literatuur neerslag 55

* 4 INFILTRATIE 57
4.1 Inleiding 57
4.2 Factoren die infiltratie beïnvloeden 58
4.3 Het meten van de infiltratiesnelheid 61
4.4 Literatuur 62

5 VERDAMPING 63
5.1 Hydrologie en verdamping 63
5.2 De natuurkunde van verdamping 65

5.2.1 Inleiding 65
5.2.2 Ideale gassen 66
5.2.3 Luchtvochtigheid 68
5.2.4 Transport van waterdamp 71
5.3 Energie en straling 75
5.3.1 Inleiding 75
5.3.2 Straling 76
5.3.2.1 Kortgolvige straling 79
5.3.2.2 Langgolvige straling 81
5.4 Methoden voor de bepaling van de verdamping 82
5.4.1 Inleiding 82
5.4.2 Bepaling van de verdamping uit de waterbalans 84
5.4.3 Bepaling van de verdamping met micrometeorologische methoden 87
5.4.4 De referentieverdamping 91
5.5 Enige toepassingsgebieden 94
5.6 Literatuur verdamping 95

6 GRONDWATER 97
6.1 Water in de bodem 97
6.1.1 Inleiding 97
6.1.2 De betekenis van grondwater voor de mens 100
6.2 Bodemkundige en landschappelijke indicaties 101
6.2.1 Grondwatertrappen 102
6.3 De energietoestand van grondwater 103
6.3.1 De drijvende kracht 104
6.3.2 Energie en potentiaal 105
6.3.3 De stijghoogte 109
6.3.4* Het druk-equivalent van de potentiaal 110
6.3.5 De kinetische energie van grondwater 111
6.4 De beweging van grondwater 112
6.4.1 De wet van Darcy 112
6.4.2 De effectieve snelheid 117
6.4.3 De doorlaatfactor en de intrinsieke doorlatendheid 118
6.5 De bepaling van de doorlatendheid 119
6.5.1 Laboratoriummethoden 120
6.5.2 Veldmethoden 121
6.5.3 Correlatiemethoden 125

7 DIFFERENTIAALVERGELIJKINGEN EN DE BEREKENING VAN GRONDWATER STROMING 127
7.1 Inleiding 127
7.2 Het continuïteitsbeginsel en de massabalansvergelijking 128
7.3 De differentiaalvergelijking en de invloed van berging 132
7.3.1 De vergelijking van Laplace 132
7.3.2 Vereenvoudigingen bij de afleiding van de Laplace-vergelijking 132
7.3.3* Bergend vermogen en de niet stationaire vergelijking 133
7.4 Equipotentiaallijnen en stroomlijnen 138
7.5 De berekening van grondwaterstromingen 142
7.5.1 Differentiaalvergelijkingen en randvoorwaarden 142
7.5.2 Berekeningsmethoden 143
7.5.3 Vereenvoudiging van het stroombeeld, veronderstelling van Dupuit 144

7.6 Eenvoudige voorbeelden van stationaire stroming 146
7.6.1 Stationaire stroming tussen twee kanalen 146
7.6.2 Stationaire ontwateringsstroming naar twee evenwijdige sloten 148
7.6.3 Stroming naar een put in afgesloten grondwater 150
7.6.4 Kwel in een polder 152
7.6.5 De verblijftijd bij wateronttrekking 153
7.7* Niet-stationaire stroming van grondwater tussen evenwijdige leidingen 156
7.7.1 De differentiaalvergelijking 156
7.7.2 Berekening met behulp van een analoog model 159
7.8 Literatuur grondwater 162

8 BODEMVOCHT 165
8.1 Water in de onverzadigde zone 165
8.2 De potentiaal van bodemvocht 167
8.2.1 Het verband tussen de pF en het vochtgehalte 169
8.2.2 De beschikbare hoeveelheid vocht 171
8.3 De beweging van bodemvocht 173
8.3.1 De doorlatendheid in onverzadigde grond 173
8.3.2 De differentiaalvergelijking voor onverzadigde stroming 174
8.3.2.1* Stationaire stroming 177
8.4 Literatuur bodemvocht 179

9 AGROHYDROLOGIE 181
9.1 Agrohydrologisch klimaat 181
9.2 Waterbalans van de grond 182
9.2.1 Het model van Thornthwaite-Mather 182
9.2.2 Waterbalans van de wortelzone bij diepe grondwaterstand 185
9.2.3 Waterbalans van de wortelzone bij ondiepe grondwaterstand 189
9.2.4 Kwaliteitsaspecten van de waterbalans 190
9.3 Reacties van gewassen op de vochthuishouding van de grond 191
9.3.1 Wateroverlast en de effecten op de gewasopbrengst 191
9.3.1.1 De invloed van de grondwaterstand op de gewasopbrengst 192
9.3.1.2 Ontwateringseffect in relatie tot stikstofvoorziening 194
9.3.1.3 Storingen in de bedrijfsvoering 195
9.3.2 Vochttekort en de effecten op de gewasopbrengst 197
9.3.2.1 Fysisch georiënteerde productiemodellen. 199
9.3.2.2 Gevoeligheid voor droogte 202
9.3.3 Vochtvoorziening door capillaire opstijging 203
9.4 Literatuur Agrohydrologie 204

10* AFVOERHYDROLOGIE 207
10.1 Inleiding 207
10.2 De systeembenadering van een stroomgebied 208
10.2.1 Algemeen 208
10.2.2 De direct afvoerbare neerslag 208
10.2.3 Berging en looptijd 211
10.2.4 Analyse van de afvoerverlooplijn 215
10.3 De eenheidsafvoergolf of 'unit hydrograph' 216
10.3.1 Algemeen 216
10.3.2 De eenheidsafvoergolf bepalen uit het gemeten afvoerverloop van een regenbui 217

10.3.3 De eenheidsafvoergolf en de S-curve 219
10.3.4 De ogenblikkelijke eenheidsafvoergolf ('instantaneous unit hydrograph', IUH) 224
10.4 Modelvorming met het lineaire reservoir 228
10.4.1 Inleiding 228
10.4.2 De IUH van een lineair reservoir 230
10. 5 Literatuur Afvoerhydrologie 234

BIJLAGE I 235
I.1 Arbeid en energie 235
BIJLAGE II 240
II.1. Druk en dichtheid in een vloeistof 240
BIJLAGE III 245
Verzadigde dampspanning en verdampingswarmte als functie van de temperatuur 245
BIJLAGE IV 247
Inkomende kortgolvige straling aan de rand van de atmosfeer 247
ANTWOORDEN VAN OPGAVEN 250

0 VOORWOORD BIJ DE ZEVENDE UITGAVE

Met ingang van het studiejaar 2000-2001 wordt dit boek gebruikt door studenten van de Internationale Agrarische Hogeschool Larenstein, in de opleiding Land, Water en Milieubeheer, met name voor de onderdelen Grondwaterhydrologie en Oppervlaktewaterhydrologie. Voor dit doel werd hoofdstuk 7 uitgebreid met paragrafen over bergend vermogen en niet-stationaire stroming en is (door de eerste auteur) een geheel nieuw hoofdstuk 10 toegevoegd dat een inleiding in de Afvoerhydrologie behandelt.

Bovendien zijn in deze uitgave een aantal tekstuele veranderingen aangebracht en zijn drukfouten verbeterd.

Wageningen, oktober 2001. R.W.R. Koopmans

VOORWOORD BIJ DE ZESDE UITGAVE

Dit boek bevat de leerstof voor het vak Inleiding Hydrologie A (K150-001). De leerstof voor Inleiding Hydrologie B (K150-002) omvat naast de inhoud van Inleiding Hydrologie A ook het deel *Afvoerhydrologie*. De grondslag voor dit boek werd omstreeks 1970 gelegd door professor W.H. van der Molen, (thans emeritus) hoogleraar Agrohydrologie. Veel van het voormalige dictaat *Agrohydrologie* is hier dan ook terug te vinden. Alle hoofdstukken zijn echter herschreven en aangepast aan de exameneisen voor Inleiding Hydrologie. Bovendien werden de hoofdstukken 2 en 4 toegevoegd, waarbij de tekst van hoofdstuk 2 door ir. P.M.M. Warmerdam werd geschreven.

Hydrologie bestudeert het vóórkomen en de beweging van water op aarde. Het is daarom niet verwonderlijk dat daarbij veelvuldig gebruik wordt gemaakt van beginselen uit de natuurkunde en de wiskunde. Hoewel ervan wordt uitgegaan dat kennis van deze vakken op vwo-niveau aanwezig is, worden voor de volledigheid enkele relevante onderwerpen uit de natuur- en wiskunde in de tekst (of bijlage) kort behandeld.

In de eerste twee hoofdstukken worden een aantal basisbegrippen uit de hydrologie besproken waarbij de kringloop van het water centraal staat. In de volgende hoofdstukken worden de belangrijkste componenten van de kringloop nader toegelicht, mede aan de hand van veel gebruikte berekeningsmethoden en -technieken. Het laatste hoofdstuk (9) vormt een inleiding tot de agrohydrologie. Paragraaf 9.3 is voor een belangrijk deel herschreven door professor Feddes.

In deze zesde, herziene uitgave worden de spellingregels van de Nederlandse taal (1995) gebruikt. Een uitzondering vormt het gebruik van een punt voor de decimalen.

Voor studenten van de studierichting Bodem, water en atmosfeer, specialisatie Hydrologie en waterbeheer, legt dit vak de basis voor verdere studie. Voor hen, en voor studenten die zich verder willen verdiepen in de hydrologie en het waterbeheer, biedt het onderwijs van de vakgroep Waterhuishouding ruime mogelijkheden. Men raadplege daarvoor de studiegids van de Universiteit Wageningen.

Om het examen met succes te kunnen afleggen, is het gewenst vraagstukken te oefenen. Daartoe bestaat naast dit dictaat een bundel met uitgewerkte vraagstukken (Centraal Magazijn nr. 06140108). De inhoud van met een * gemerkte paragrafen behoort niet tot de examenstof van Inleiding Hydrologie A, wél tot die van Inleiding Hydrologie B.

In deze derde druk van de zesde uitgave zijn opnieuw enkele tekstuele wijzigingen aangebracht.

Wageningen, januari 2000 R.W.R. Koopmans

1 INLEIDING

1.1 Algemeen

Hydrologie is de wetenschap die het vóórkomen en het gedrag van water op aarde bestudeert.

Water kan in meerdere vormen verschijnen (vast, vloeibaar en damp) en kan zich zowel óp als in de aardkorst bevinden. Met het gedrag van water bedoelen we vooral het transport dat voornamelijk plaatsvindt in de vloeibare en gasvormige fase. Om het transport te beschrijven, maken we gebruik van beginselen uit de natuurkunde. Is bovendien de kwaliteit van water in het geding, dan worden ook beginselen uit de scheikunde en de (micro)biologie toegepast. De studie van het water in zeeën en oceanen wordt gewoonlijk niet tot de hydrologie gerekend. *Uit deze omschrijving blijkt dat hydrologie de terrestrische schakel is tussen de meteorologie en de oceanografie.*

Voor een aantal ingenieurswetenschappen levert de hydrologie belangrijke en noodzakelijke basiskennis. Zo is bijvoorbeeld voor het ontwerp en de aanleg van drinkwatervoorzieningen, van waterbeheersingsplannen (zoals drainage- en irrigatieprojecten), van stuwen, stuwdammen en waterreservoirs, kennis omtrent het voorkomen en de beweging van water onmisbaar.
Water komt op aarde in grote hoeveelheden voor. Het wordt door de mens voor allerlei doeleinden gebruikt. Elk gebruik stelt speciale eisen; de belangrijkste combinaties zijn:

- ☐ drinkwater: hygiëne, chemische samenstelling;
- ☐ landbouw: chemische samenstelling;
- ☐ industrie: chemische samenstelling;
- ☐ opwekken van energie: aanvoer, verval;
- ☐ recreatie: hygiëne, diepte, temperatuur, helderheid.

Bedrijfstakken zoals scheepvaart en visserij zijn uit de aard der zaak onmogelijk zonder water van voldoende diepte. De visserij stelt, evenals het natuurbeheer, ook ecologische eisen waarbij chemische en biologische samenstelling van belang zijn.

Vooral de sterk toenemende vraag naar goed water schept problemen die dringend om een oplossing vragen. Waterbeheer is daarom noodzakelijk. Men streeft daarbij naar een geïntegreerd waterbeheer waarbij met alle belangen rekening wordt gehouden. In droge streken is de hoeveelheid beschikbaar water het belangrijkst, in geïndustraliseerde gebieden de kwaliteit van het water. De meeste dichtbevolkte gebieden zijn gelegen in humide klimaten en meestal langs rivieren, in delta's of aan de kust. Bescherming tegen een overmaat aan water (overstromingen) is dan noodzakelijk.

Waterkering en maatregelen tot waterafvoer zijn in dergelijke streken onmisbaar. De hoogte van dijken werd in het verleden bepaald door historische gebeurtenissen. Tegenwoordig wordt de dijkhoogte bepaald op grond van de kans van voorkomen van hoge waterstanden. Bij rivieren hangen hoogwaterstanden samen met de afvoer die vooral wordt beïnvloed door de regenval in het stroomgebied (het opvanggebied van neerslag) van de rivier. Bij zeedijken zijn het vooral de windkracht en windrichting die de hoogwaterstanden beïnvloeden. Ook ernstige en langdurige tekorten aan water kunnen grote gevolgen hebben door het verloren gaan van oogsten en het onbereikbaar worden van drinkwatervoorraden.

Vloeibaar water is onmisbaar voor alle aardse leven: onze biologie is een waterbiologie. De meeste levende wezens bestaan voor meer dan 70% uit water. Water is niet alleen nodig voor de opbouw van levende cellen, maar wordt bovendien in grote hoeveelheden voor andere doeleinden gebruikt (transport, verdamping, uitscheiding). Bij planten overtreft het verbruik van water vele malen het eigen gewicht. Het overgrote deel van het water dat door planten wordt opgenomen verdampt, slechts een klein deel heeft de plant nodig voor zijn groei.

Voorbeeld:

Voederbieten, met een opbrengst van 120 ton vers gewicht per ha en 15 ton droge stof per ha.

Chemisch gebonden	9 m^3 per ha	of	0.9 mm waterschijf
Als water aanwezig in vers materiaal	105 m^3 per ha	of	10.5 mm waterschijf
	+		+
	114 m^3 per ha		11.4 mm waterschijf

Tijdens de groei heeft een dergelijk gewas tenminste een verbruik van 3500 m^3 per ha of 350 mm waterschijf, dus ongeveer 30 maal zo veel.

Landbouwproductie is dus een onvoordelig proces uit het oogpunt van waterverbruik. In ons voorbeeld is ongeveer 230 liter water nodig voor de productie van 1 kg droge stof. In aride gebieden is het waterverbruik per kg product nog veel hoger. Voor bevloeid suikerriet in Khuzestan (Iran) is voor (de zeer) hoge suikerproductie van 15 ton per ha een hoeveelheid bevloeiingswater van 3000 mm nodig. Voor de productie van één kg suiker is dus 2000 liter water nodig!

Voor de productie van voedsel voor één persoon is nodig:

- als gemiddelde over de wereld 10 000 l per dag;
- voor Noordwest-Europa 3 000 l per dag

Verbetering van landbouwsystemen (betere rassen, betere bemesting, bestrijding van plantenziekten) leidt tot vermindering van deze hoeveelheden. Vergeleken met de waterbehoefte in de landbouw is de behoefte aan drink- en industriewater gering: in ontwikkelde landen 130-200 l per persoon per dag.

In Nederland heeft de landbouw zeer grote belangen bij een goede watervoorziening; deze tak van bedrijvigheid is veruit de grootste belanghebbende. Kennis van de landbouwwaterhuishouding is essentieel voor maximalisatie van de productie. Landbouw is ontstaan in vrij droge streken in het Midden-Oosten. Ook nu wordt bijvoorbeeld de meeste tarwe nog altijd verbouwd in vrij droge streken, met alleen de neerslag als waterbron. De oppervlakten zijn groot, de opbrengsten doorgaans laag (bijvoorbeeld 2000 kg ha^{-1}). Bij bevloeiing zijn, mede door de introductie van nieuwe rassen, aanmerkelijk hogere opbrengsten mogelijk (bijvoorbeeld 6500 kg ha^{-1}).

1.2 Eigenschappen van water

Water is een goed oplosmiddel voor allerlei stoffen. Het dient daarom veelvuldig als transportmiddel. In de natuur wordt het bijvoorbeeld door organismen gebruikt voor het transport van voedingsstoffen e.d. (sapstroom bij planten, bloedsomloop bij mensen en dieren). In het milieu fungeert water als transportmiddel voor opgeloste stoffen, al dan niet van natuurlijke oorsprong (kalkrijk of brak grondwater, zure regen, verontreinigd rivier- of grondwater).

Water is ook een bijzondere stof, omdat het in het bereik van de aardse omgevingstemperaturen in drie fasen kan voorkomen (vast, vloeibaar en gas).

Het is een stof met thermostaateigenschappen. Dit is van belang omdat het leven aan vrij nauwe temperatuurgrenzen is gebonden. Bovendien heeft de nabijheid van grote hoeveelheden open water (zeeën, meren) daardoor een sterke invloed op het klimaat. Het thermostaatkarakter van water wordt veroorzaakt door:

- een hoge soortelijke warmte (4.182 kJ kg^{-1} bij 20 °C);
- een zeer hoge verdampingswarmte (2448 kJ kg^{-1} bij 20 °C), verdamping van water geeft daardoor een belangrijke afkoeling;
- een hoge stollingswarmte (334 kJ kg^{-1}), waardoor water niet gemakkelijk bevriest;
- de grootste dichtheid bij 4 °C, een afkoelende, stilstaande watermassa bevriest daardoor alleen aan de bovenzijde.

Deze eigenschappen berusten op het bijzondere karakter van het watermolecuul. Tussen twee moleculen water kan een waterstofbrug ontstaan, waarbij een H-atoom van het ene molecuul een binding vormt met een O-atoom van het andere. Deze waterstofbrug is zwak vergeleken bij de chemische binding, maar veel sterker dan de krachten die tussen twee normale moleculen van dezelfde grootte werkzaam zijn. Water heeft door deze binding een veel hoger smeltpunt en kookpunt dan chemisch verwante verbindingen als H_2S en H_2Se.

De waterstofbrug heeft een sterke voorkeur voor bepaalde richtingen. In ijs leidt dit tot het ontstaan van tetraëders, die een tamelijk open rooster vormen. IJs is daardoor lichter dan water, hydrologisch een zeer belangrijke eigenschap. Eerst bij zeer hoge drukken gaat ijs over in dichter gepakte vormen; deze komen echter op aarde niet vrij voor. Ook in vloeibaar water leiden deze bindingen nog plaatselijk tot het ontstaan van molecuulaggregaten ("clusters"). Bij hogere temperaturen worden deze structuren door de toenemende warmtebeweging steeds meer afgebroken. Hiervoor is veel energie nodig (hoge soortelijke warmte). Bij verdamping moeten de moleculen geheel los komen uit de aggregaten (hoge verdampingswarmte).

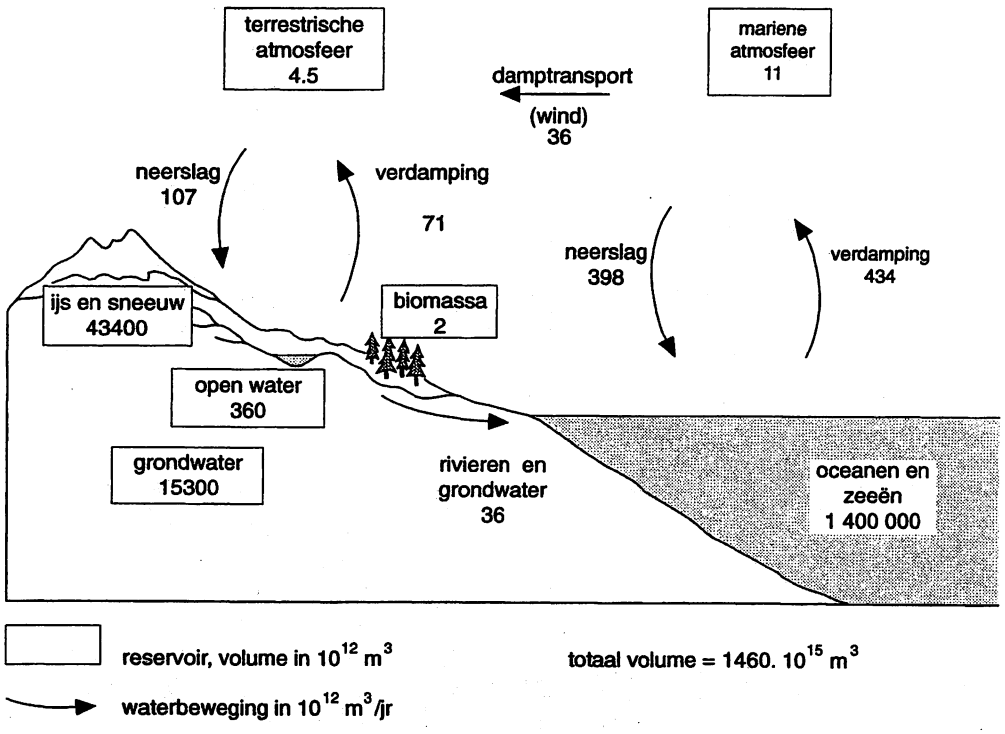
De viscositeit (stroperigheid) neemt sterk af bij toenemende temperatuur. Ook dit verschijnsel berust op een afnemen van het aantal aggregaten, waardoor de beweeglijkheid van de moleculen groter wordt.

De waterstofbruggen verlenen aan water een aanzienlijke treksterkte. Water in nauwe buizen kan daardoor aan grote trekkrachten worden onderworpen zonder dat de "waterdraad" breekt. Planten maken hiervan gebruik om water door hun houtvaten te transporteren bij onderdrukken tot 1½ à 2 MPa (15 à 20 bar). Hierdoor kan water de toppen van hoge bomen bereiken. Met een zuigpomp (die een wijde zuigbuis heeft) is theoretisch slechts een maximale opvoerhoogte van 10 m mogelijk; in de praktijk is het niet meer dan 7 à 8 m, omdat in wijde buizen de waterkolom bij die hoogte breekt onder vorming van dampbellen. Een opvoerhoogte van 10 m komt bij 10 °C overeen met een onderdruk van 98 kPa of 0.98 bar, zie bijlage II, opgave II.1.7.

1.3 De kringloop van het water

1.3.1 Algemeen

De totale hoeveelheid water op aarde is niet precies bekend; figuur 1.3-1 geeft een samenvatting van recente schattingen. Het grootste deel (96%) bevindt zich in de oceanen en zeeën en is dus zout. Op de tweede plaats staan de ijskappen en gletchers, waar bijna 3% in vaste vorm is opgeslagen. De zeeën beslaan ongeveer 78% van het aardoppervlak. Als de ijskappen aan de polen zouden smelten, zou het zeeniveau ongeveer 50 m stijgen. Dit verklaart mede de sterke wisselingen in zeestand gedurende het Pleistoceen: in de ijstijden een lage zeestand (regressie), tijdens de interglacialen een hoge zeestand (transgressie). De in de nabije toekomst te verwachten zeespiegelstijging, als gevolg van het door mensen versterkte "broeikaseffect", is dan ook voor een groot deel te verklaren uit het smelten van gletschers en ijskappen.



Figuur 1.3-1 Het voorkomen van water op aarde. (Bron: Nat. Research Council, 1986)

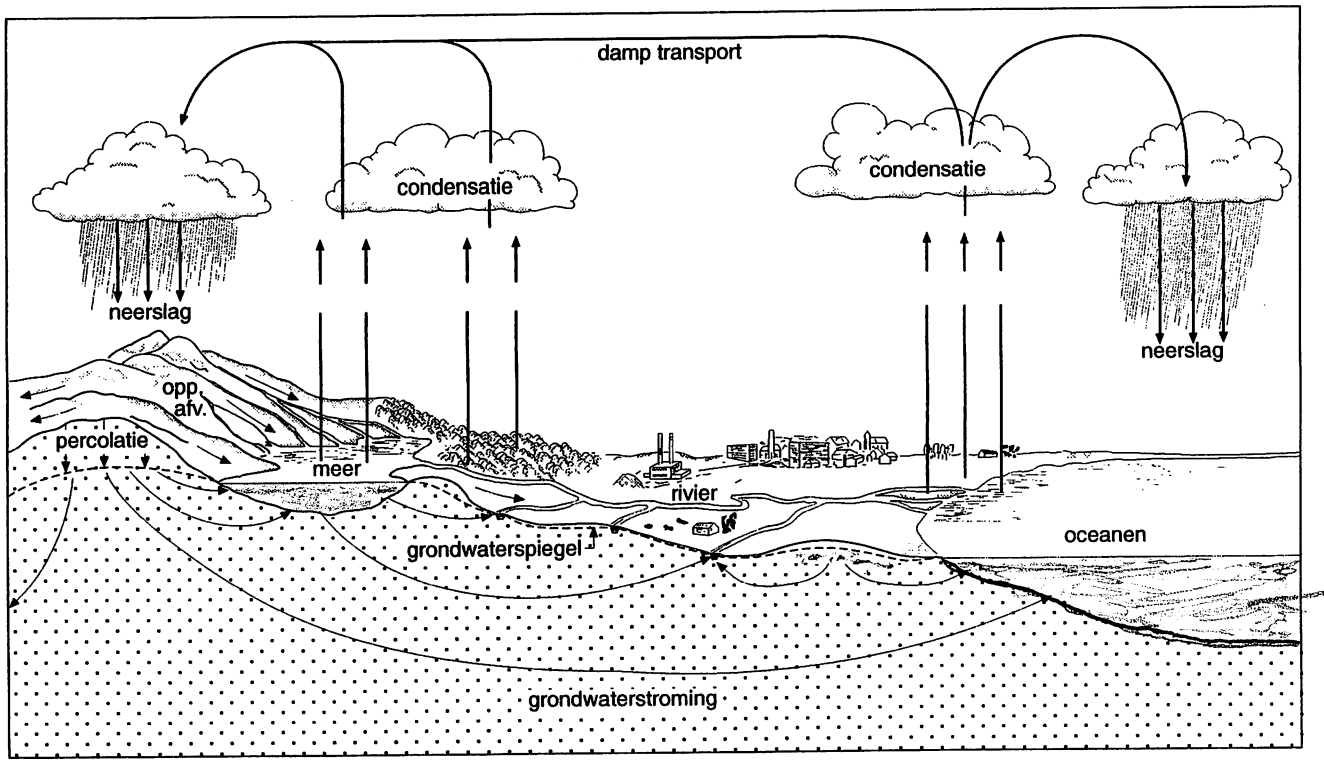
Ruim 1% van al het vloeibare water op aarde is zoet. Het grootste gedeelte daarvan (circa 97%) is grondwater dat zich onder het aardoppervlak bevindt, voornamelijk in kleine holten (poriën), gangen en spleten. Vooral sedimentaire aardlagen zijn zeer poreus en kunnen veel water bevatten. Ondergrondse rivieren en meren zijn eerder uitzondering dan regel.

In de atmosfeer bevindt zich een zeer gering percentage van het "aardse" water (0.001%). Over het gehele aardoppervlak komt dit overeen met een waterschijf van ongeveer 30 mm. Omdat de gemiddelde jaarneerslag op aarde ruim dertig maal zo groot is, is er een sterke circulatie via de atmosfeer.

De mens en de terrestrische dieren- en plantenwereld zijn afhankelijk van zoet water (en dus van slechts 1% van alle water) waarvan het grootste deel zich, soms diep, in de bodem bevindt.

Men kan de oceanen, de ijskappen, het grondwater, de atmosfeer e.d. beschouwen als reservoirs. Er vindt echter een voortdurende uitwisseling plaats tussen de reservoirs door middel van verdamping, neerslag en stroming. De circulatie via de atmosfeer, de rivieren en de ondergrond staat bekend als de *hydrologische kringloop* (zie figuur 1.3-2)[1)].

1) Hydrologie wordt ook wel gedefinieerd als de leer van de kringloop van het water.



Figuur 1.3-2 Schema van de hydrologische kringloop. (Naar Maurits la Rivière, Scient. Amer., 1989).

De energie voor de kringloop wordt geleverd door de zon. Ongeveer de helft van de zonne-energie die het aardoppervlak bereikt, wordt gebruikt voor de verdamping van water. Op zee is de jaarlijkse verdamping groter dan de neerslag. De wind voert de waterdamp van de oceanen naar de continenten.

Op het land is in humide streken de jaarlijkse neerslag groter dan de verdamping. Het overschot aan water wordt afgevoerd. Veel regen wordt in eerste instantie opgevangen door de begroeiing waar een klein deel achterblijft, dit deel noemt men *interceptie*. Van het water dat het bodemoppervlak bereikt, wordt een deel direct geabsorbeerd door de toplaag; dat wil zeggen dat het doordringt in de poriën van de grond. Een ander deel verzamelt zich in kleine depressies (plassen), van waaruit het alsnog de bodem indringt of, bij aanhoudende regen, als *oppervlakteafvoer* verder stroomt. Deze oppervlakteafvoer komt terecht in het open water zoals beken, rivieren, meren en moerassen van waaruit het verdampt of terugstroomt naar de oceanen.

De stroming dóór het bodemoppervlak staat bekend als *infiltratie*. Grond is een poreus materiaal, het water stroomt door de poriën tussen de vaste delen. De bodemeigenschappen bepalen hoeveel water in de bovenste laag, de zogenaamde onverzadigde zone, achterblijft. Het is dit reservoir van *bodemvocht* waaruit bomen en planten, via hun wortels, het water betrekken dat zij nodig hebben voor de groei. Het verbruikte water komt door *transpiratie* terug in de atmosfeer, transpiratie is dus de verdamping via het gewas. Daarnaast verdampt er ook water rechtstreeks vanaf natte bodem- en gewasoppervlakken, dit wordt in de hydrologie *evaporatie* genoemd.

Als het watergehalte van de onverzadigde zone toeneemt tot boven de veldcapaciteit[1)], stroomt er water dieper de grond in (*percolatie*) dat zich bij het *grondwater* voegt. Het grondwater bevindt zich in de verzadigde zone waar alle poriën gevuld zijn met water. Het grondwater wordt dus, althans in humide streken, aan de bovenzijde voortdurend aangevuld en stroomt, door de diepere bodemlagen, langzaam naar open water en vervolgt zijn weg uiteindelijk terug naar de zee.

De kringloop van het water is voor het eerst in de zestiende eeuw verondersteld en werd in de zeventiende eeuw bevestigd in Frankrijk. Wel heeft men zich van ouds verwonderd over de loop van het water. "Alle rivieren stromen naar zee, nochtans raakt de zee niet vol" (Prediker 1:7). Palissy (1580) geeft de eerste beschrijving van de kringloop, doordat hij de afvoer van de rivieren toeschrijft aan de neerslag. Eerst 100 jaar later werd deze theorie bevestigd, toen Perrault in 1678 schattingen maakte en Mariotte in 1686 metingen uitvoerde van de afvoer van de Seine. Door deze afvoeren te vergelijken met de neerslag op het stroomgebied, bleek deze laatste ruim voldoende om de afvoer te verklaren: slechts ongeveer 15% van de neerslag kwam tot afstroming.

1) Zie collegedictaat *Inleiding Bodemkunde*.

Slechts een deel van het circulerende water volgt de grote kringloop, er zijn veel "kortsluitingen". Veel van de geïnfiltreerde neerslag in de wortelzone wordt bijvoorbeeld van daaruit opgenomen door de vegetatie en verdampt direct in de atmosfeer. Ook door menselijke invloeden ontstaan allerlei kortsluitingen. Voorbeelden zijn:

- Regenwater dat in stedelijke gebieden op verharde oppervlakken valt en doorgaans snel wordt afgevoerd via rioleringssystemen naar het open water.
- Drainage van landbouwgronden, waardoor het grondwater veel korter in de bodem verblijft en via sloten en kanalen wordt afgevoerd.

De gemiddelde tijd die een waterdeeltje in een goed gemengd reservoir verblijft, is gelijk aan het volume water in het reservoir gedeeld door de stroomsterkte door het systeem.

$$t_r = \frac{Vol}{Q} \qquad (1.3\text{-}1)$$

waarin:

t_r = verblijftijd (reistijd) in een reservoir (d)
Vol = volume van het reservoir (m^3)
Q = stroomsterkte door het reservoir ($m^3\ d^{-1}$)

In grote reservoirs is de verblijftijd lang, in kleine kort. In de atmosfeer en in rivieren (klein reservoir en relatief grote stroomsterkte) is de gemiddelde verblijftijd kort, respectievelijk ongeveer 11 dagen en 10 à 20 dagen. In het grondwater is de verblijftijd is doorgaans zeer lang (groot reservoir of relatief geringe stroomsterkte), in zee nog veel langer, gemiddeld ongeveer 3000 jaar.
Rivieren stromen meestal snel, grondwater stroomt uiterst traag. Op grotere diepte komt vaak volledig stagnerend grondwater voor van "geologische" ouderdom.

1.3.2 De agrohydrologische kringloop

De agro- en ecohydrologie hebben betrekking op dat deel van de kringloop waarin de relaties tussen water en vegetatie en bodem een belangrijke rol spelen, zoals respectievelijk in landbouwgebieden en natuurterreinen. Het transport van water in het systeem bodem-plant-atmosfeer kan als hét centrale thema van de agro-/ecohydrologie worden beschouwd. Daarbij zijn vooral van belang:

- neerslag;
- verdamping;

- stroming van grondwater;
- stroming in de onverzadigde zone van de bodem;
- waterhuishouding van de plant;
- reacties van de gewassen op ongunstige hydrologische toestanden;
- eisen van de gewassen.

Figuur 1.3-3 (blz. 10) geeft een schematisch beeld van de kringloop voor bouwland in Nederland. Bovengrondse afvoer komt nauwelijks voor. Van de neerslag stroomt één derde deel via het grondwater naar open water en vervolgens naar zee; het overige verdampt. Bij de verdamping wordt onderscheid gemaakt tussen evaporatie, water dat rechtstreeks van natte oppervlakken verdampt, en transpiratie, water dat door wortels van planten en bomen uit de bodem wordt opgenomen en via de huidmondjes verdampt.

Figuur 1.3-4 toont de kringloop voor bevloeide citrusboomgaarden in Californië. Opvallend is de geringe verdamping in een klimaat met droge en warme zomers; dit wordt veroorzaakt door het geringe waterverbruik van citrus. Bovengrondse afvoer wordt hier vooral veroorzaakt door verliezen bij de bevloeiing; een nog groter deel van het aangevoerde water komt via het grondwater tot afvoer. Op niet-bevloeid land worden de opbrengsten voor een belangrijk gedeelte bepaald door de neerslag.

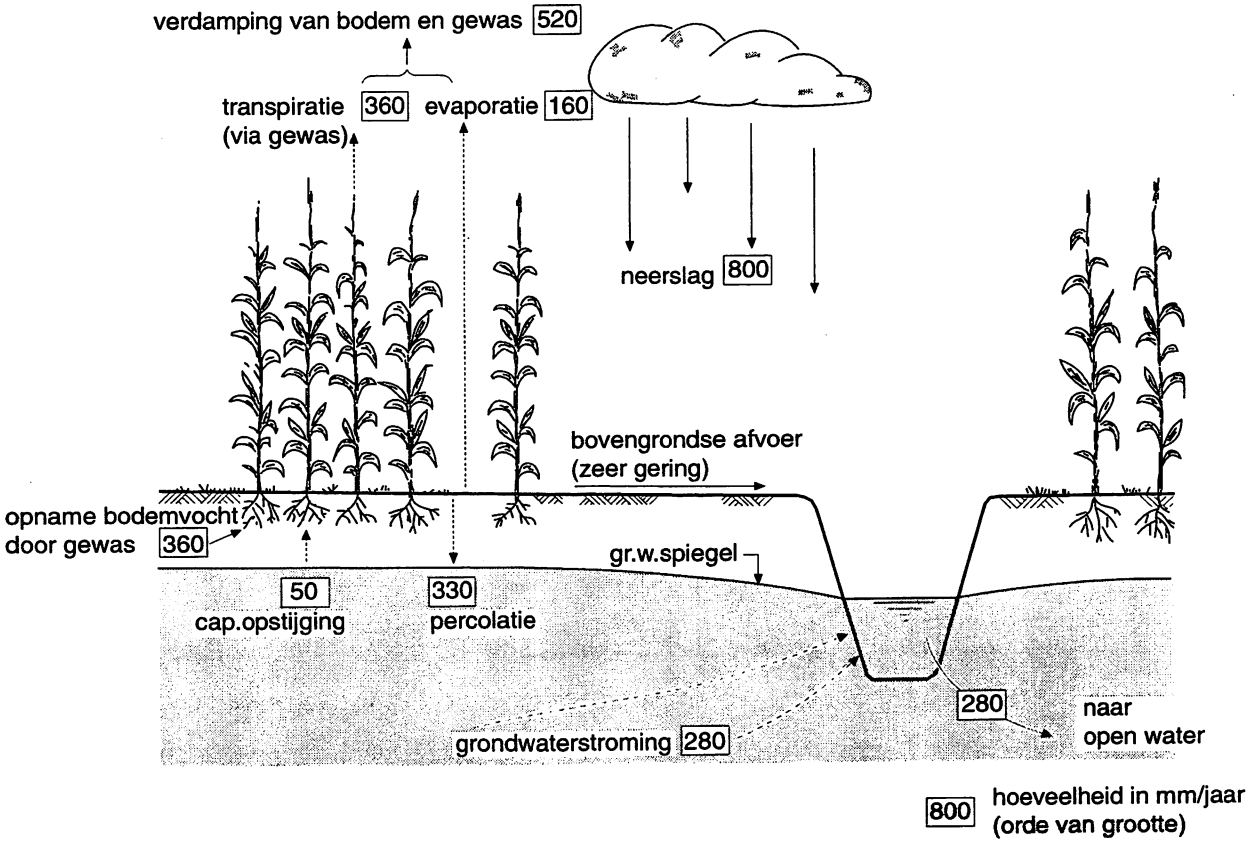
Droge en natte jaren veroorzaken schommelingen in de opbrengsten, het sterkst in semi-aride gebieden (het slagen of mislukken van de oogst is soms afhankelijk van één enkele regenbui). Ook in humide klimaten (Nederland, Suriname) wisselen droge en natte jaren elkaar op grillige en onvoorspelbare wijze af. Door het uitblijven van de moessonregens hebben er in het recente verleden op verschillende plaatsen op aarde catastrofale droogten geheerst (Sahel 1969-1973, Noordoost-Brazilië 1970-1975, Zuidelijk-Afrika 1980-1983 en 1989-1992, de Hoorn van Afrika 1998-2000). Ook uit vroegere tijden zijn reeksen droge jaren bekend, die evenwel door de veel geringere bevolkingsdruk minder ernstige gevolgen hadden. Anderzijds kan extreme regenval in het stroomgebied van een rivier benedenstrooms overstromingen veroorzaken waardoor oogsten verloren gaan.

"Storingen" in de kringloop zijn dus vaak nadelig voor de landbouw en andere economische activiteiten. Het natuurbeheer daarentegen is vaak gebaat bij het optreden van extreme situaties. Het opheffen van storingen is een onderdeel van de *waterbeheersing* (zie paragraaf 1.4).

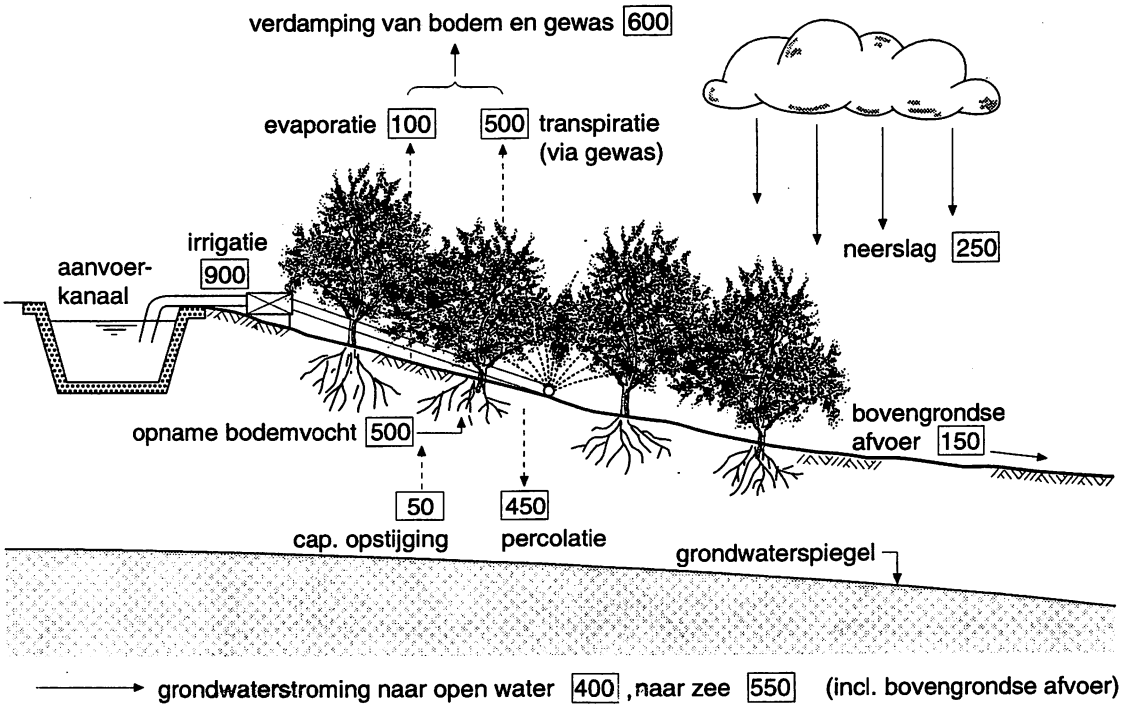
De voornaamste storingen zijn:

1) De bovengrondse, relatief snelle, afvoer geeft aanleiding tot grote afvoeren van rivieren en beken. Op vlak terrein ontstaan plassen, op hellend terrein ontstaat vaak erosie.

   In Nederland komt afvoer over de oppervlakte weinig voor. De meeste gronden zijn goed doorlatend, er zijn weinig hellende terreinen en de neerslagintensiteit is vrij gering.



Figuur 1.3-3 Agrohydrologische kringloop van bouwland in Nederland.



Figuur 1.3-4 Agrohydrologische kringloop van citrusboomgaarden in Californië.

In klimaten met hevige regens, minder doorlatende gronden en steile hellingen is erosie daarentegen zeer verbreid.

Maatregelen om oppervlakteafvoer te voorkomen:

- Bodemconservering, bestaande uit landbouwkundige, cultuurtechnische en civieltechnische maatregelen.

2) De opname van bodemvocht is te gering voor een goede plantengroei, waardoor droogteschade optreedt. Er zijn hiervoor twee belangrijke oorzaken:
   - onvoldoende beworteling, bijvoorbeeld als gevolg van een ongunstige opbouw van het bodemprofiel;
   - onvoldoende vochtvoorraad in de bodem.

   Maatregelen om droogteschade te voorkomen:
   - verbetering van het bodemprofiel, bijvoorbeeld door diepploegen;
   - kunstmatige verstrekking van water.

3) De afvoer van grondwater is gering, waardoor in natte perioden de grondwaterstand te hoog wordt voor een goede plantengroei ("wateroverlast"). De voornaamste (directe) oorzaak van de stagnerende plantengroei is de onvoldoende zuurstofvoorziening van plantenwortels.

   Maatregelen om wateroverlast te voorkomen:
   - verbetering van de ontwatering door de aanleg van een drainagesysteem (greppels of draineerbuizen).

4) De afvoercapaciteit van de open waterlopen is klein, waardoor eveneens wateroverlast en in ernstige gevallen overstroming ontstaat.

   Maatregelen om wateroverlast te voorkomen:
   - verbetering van de afwatering door verruiming van het dwarsprofiel van sloten en kanalen.

5) Capillaire opstijging is op veel gronden in Nederland belangrijk voor de vochtvoorziening van het gewas in droge perioden. Onttrekking van grondwater (ten behoeve van drinkwatervoorziening en industrie) doet deze opstijging sterk verminderen en kan daardoor zeer nadelig zijn voor de landbouw en natte natuur.

   Maatregelen om verdroging te voorkomen:
   - kunstmatige aanvulling van grondwater door verhoging van het slootwaterpeil (wateraanvoer);
   - bevloeiing of kunstmatige beregening.

Opgave 1.3.1. Bereken de gemiddelde neerslag ... etc.

1.4 Waterhuishouding en Waterbalans

1.4.1 Algemeen

Bij veel hydrologische studies gaat het erom te kunnen voorspellen wat de effecten zullen zijn van menselijk ingrijpen in het systeem. Het samenspel van de natuurlijke kringloop en menselijke invloeden leidt tot de *waterhuishouding*. Waterhuishouding wordt ook wel omschreven als het dienstbaar maken van de hydrologische kringloop aan de behoeften van de mens (Van Dam, 1993). Het begrip omvat de gesteldheid en het gedrag van water, en wordt meestal toegepast op een geografisch begrensd gebied (de waterhuishouding van de Noordoostpolder, het waterhuishoudingsplan van de provincie Gelderland), maar het kan ook worden toegepast op een bodemprofiel, een plant of een cel.

Waterbeheersing is het samenstel van maatregelen dat ten doel heeft de waterhuishouding van een gebied in een gewenste toestand te brengen en te houden. In Nederland is het beleid al eeuwenlang gericht op "het hebben en houden van een veilig en bewoonbaar land". Daarnaast is het veiligstellen van de zoet-watervoorziening belangrijk. Zo was de afsluiting van de Zuiderzee (in 1932) van groot belang voor de zoet-waterhuishouding van Midden-Nederland. De infrastructuur voor het waterbeheer heeft zich in de loop der tijd ontwikkeld tot het huidige stelsel van waterlopen (rivieren, beken, kanalen, vaarten en sloten) en meren, met dijken, stuwen, sluizen en gemalen.

Het beleid is nu mede gericht op "het ontwikkelen en in stand houden van gezonde watersystemen die een duurzaam gebruik garanderen". Door de toenemende industrialisatie en sterke bevolkingsgroei is in de tweede helft van de twintigste eeuw de handhaving van de kwaliteit van het water een steeds grotere zorg geworden. Dit komt onder andere tot uiting in de door de overheid uitgebrachte beleidsnota's "Waterhuishouding" van 1968, 1984, 1989 en 1998, én in de wetgeving met betrekking tot het water. De Wet verontreiniging oppervlaktewateren (1969) heeft vooral betrekking op de lozing van afvalstoffen, de Grondwaterwet (1981) bevat regelingen ten aanzien van de onttrekking van grondwater en de Wet op de Waterhuishouding (1989) bevat het juridisch instrumentarium ter bevordering van een samenhangend en doelmatig beleid en beheer, zowel kwantitatief als kwalitatief, voor grond- en oppervlaktewater.

De *waterbalans* is een uitvloeisel van de wet van behoud van massa. Het is een basisprincipe uit de klassieke natuurkunde dat massa niet vernietigd noch gecreëerd kan worden. Bij hydrologische studies geeft de waterbalans een overzicht van de inkomende en uitgaande stromen water, en daarmee een indruk van de waterhuishouding van een gebied. De balans kan worden toegepast op kleine schaal, zoals een bodemprofiel, of op regionale schaal, zoals een stroomgebied of een polder.

Bij de planning van het waterbeheer speelt de waterbalans een belangrijke rol. Een voorbeeld is het IJsselmeer dat van groot belang is voor de waterhuishouding van West- en Noord-Nederland (zie collegedictaat Waterbeheersing). De waterbalans van het IJsselmeer wordt dagelijks door Rijkswaterstaat bijgehouden. Omdat de uitstroming van het meer met behulp van sluizen in de Afsluitdijk kan worden geregeld, is het mogelijk, rekening houdend met de weersvoorspelling en de waterbehoeften van de omliggende gebieden, het peil nauwkeurig te regelen. Eenvoudig samengevat luidt de waterbalans:

aanvoer - afvoer = verandering van de berging	(1.4-1)

of:

aanvoer - afvoer - verandering van de berging = 0 (1.4-2)

Bij bepaling van de drie grootheden vindt men vrijwel steeds een sluitfout $\delta \neq 0$, met andere woorden:

aanvoer - afvoer - verandering van de berging = δ

De grootheid δ heeft een indruk van de onnauwkeurigheden in de metingen.

Voor een polder, een meer of een stroomgebied luidt de balans:

neerslag + bovengrondse aanvoer (natuurlijk of kunstmatig) + grondwateraanvoer - verdamping - bovengrondse afvoer - grondwaterafvoer - bergingsverandering = δ.

Vaak wordt één van de posten (bijvoorbeeld grondwaterstroming of verdamping) niet rechtstreeks gemeten, maar als onbekende berekend. Daarbij moet men $\delta = 0$ stellen, zodat geen inlichtingen worden verkregen over de nauwkeurigheid van de bepaling.

Meestal zijn de belangrijkste posten: neerslag, verdamping en afvoer (zie figuur 1.3-3).

Bij bevloeide gewassen zijn de belangrijkste posten meestal: kunstmatige aanvoer, verdamping en afvoer (zie figuur 1.3-4).

Voor stroomgebieden is de jaarlijkse verdamping nagenoeg gelijk aan het *afvoertekort*, dat wil zeggen het verschil tusen neerslag en afvoer:

$$V = \bar{R} - A \qquad (1.4\text{-}3)$$

waarin:

V = afvoertekort (mm jaar^{-1})

$\bar{R}$ = gemiddelde neerslag in het gebied (mm jaar^{-1})

A = afvoer uit het gebied (mm jaar^{-1})

In vergelijking (1.4-3) nemen we aan dat het bergingsverschil tussen begin en einde te verwaarlozen is. Deze benadering is daarom alleen bruikbaar voor langere perioden, bijvoorbeeld een aantal gehele jaren.

"In de termen waterhuishouding, waterbeheersing, waterbeheer en integraal waterbeheer is de invloed van het menselijk handelen uitdrukkelijk inbegrepen: beheer teneinde te beheersen. De nu ingeburgerde term *integraal waterbeheer* is wel zeer veelomvattend. Daartoe wordt ook gerekend de toedeling van water aan de vele en veelal tegenstrijdige belangen, na zorgvuldige afweging van vraag en aanbod, de belangen en de mogelijkheden. De mogelijkheden worden bepaald door de hydrologische gesteldheid, de technische ingrepen en de bestuurlijke maatregelen. De door de bestuurders te maken afweging wordt voorbereid door hydrologisch onderzoek. Uiteraard moet dit onderzoek stoelen op proceskennis" (Van Dam, 1993).

In de volgende hoofdstukken worden de belangrijkste hydrologische processen besproken. Daarbij komen ook de meting en berekening van bepaalde componenten van de waterbalans aan de orde.

1.4.2 Rekenen met waterhoeveelheden

Wanneer we de waterbalans willen berekenen, blijkt vaak dat de eenheden waarin de verschillende aan- en afvoertermen worden vermeld, verschillend zijn. Neerslag en verdamping worden vrijwel altijd gegeven in mm per tijdseenheid, bijvoorbeeld 5 mm d^{-1}. Daarmee bedoelen we de aan- of afvoer van een waterschijf van 5 mm per dag, wat overeenkomt met een volume van 5 liter m^{-2} d^{-1}. Rivier- en beekafvoeren worden meestal gemeten in m^3 s^{-1}. Zo bedraagt de gemiddelde waterafvoer van de Rijn bij Lobith 2222 m^3 s^{-1}. In balansberekeningen moeten de waterhoeveelheden in dezelfde eenheden worden geplaatst, daarvoor is omzetting (van een deel van de gegevens) dus noodzakelijk.

Opgaven

1.4.1. Eind oktober 1998 viel er in de Noordoostpolder (48000 ha) 90 mm regen in 28 uur. De drie gemalen (pompstations) bij Lemmer, Vollenhove en Urk, kunnen samen 4390 m^3 per minuut uitslaan. Hoeveel uren (dagen) moeten zij pompen om al die neerslag te verwijderen?

1.4.2. Stel, dat tijdens een hoogwatergolf de afvoer van de IJssel (bij Zwolle) 1150 $m^3 s^{-1}$ bedraagt, en dat de afvoer van de Overijsselse Vecht en het Meppelerdiep (die via het Zwarte Water en het Zwarte Meer in het IJsselmeer stroomt) 90 $m^3 s^{-1}$ is. Stel voorts dat de poldergemalen rondom het IJsselmeer samen 9400 $m^3 min^{-1}$ lozen.

Vanwege een harde wind uit het noordwesten ("opwaaiing" in de Waddenzee) blijven de spuisluizen in de Afsluitdijk gesloten. Er valt gemiddeld (over het IJsselmeer) 9 mm regen per dag, de verdamping kan worden verwaarloosd (winter). Bereken de stijging van het waterpeil in het IJsselmeer (oppervlakte zonder Markermeer is 120000 ha) in cm per dag.

1.4.3. Volgens sommige Amerikaanse onderzoekers blijkt uit satellietopnamen dat ongeveer elke 5 seconden een "kosmische sneeuwbal" van ruim 100 ton (10^5 kg) de aardse atmosfeer binnenvliegt (om daar vervolgens te smelten).

a. Hoe lang duurt het voordat de zeespiegel 1 mm is gestegen als gevolg van dit "waterbombardement". Neem aan dat 73% van het aardoppervlak door zeeën wordt ingenomen en dat de berging op het landoppervlak niet verandert. De straal van de aarde is 6370 km. Opp. bol = $4\pi r^2$.

b. Er zijn wetenschappers die denken dat alle water op aarde afkomstig is van deze ijskometen. Als dat waar is, hoe lang is dit proces dan al gaande? (raadpleeg figuur 1.3-1).

c. Wat is de gemiddelde dikte van de waterlaag op aarde?

1.5 Literatuur

Biswas, A.K., 1970. History of Hydrology. North-Holland Publ., Amsterdam.

Dam, J.C. van, 1993. Hydrologie, grondslag voor water-en milieubeheer. Afscheidsrede van de hoogleraar hydrologie en waterhuishouding, Faculteit der Civiele Techniek, TUD.

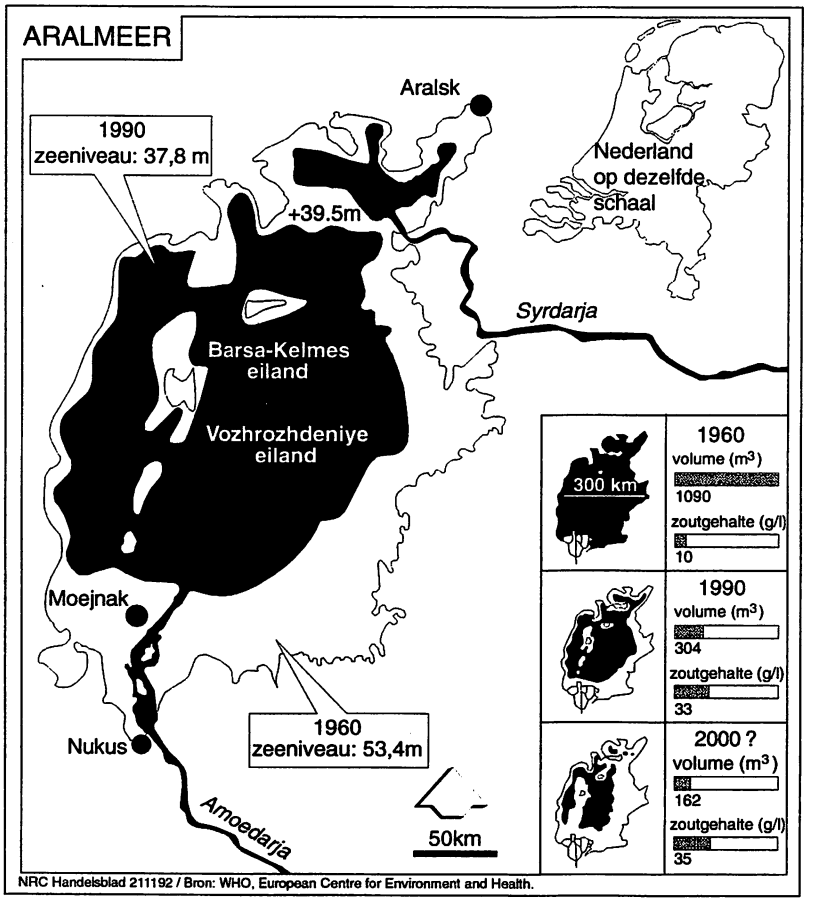
Dingman, S.L., 1994. Physical Hydrology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N-J.

Huisman, P., W. Cramer, G. van Ee, J.C. Hooghart, H. Salz en F.C. Zuidema, 1998. Water in the Netherlands. Nederlandse Hydrologische Vereninging, Delft.

Jones, J.A.A., 1997. Global Hydrology. Processes, resources and environmental management. Longman Publ. Reading, Mass.

Ministerie van Verkeer en Waterstaat, Rijkswaterstaat, 1968, 1984, 1989, 1998. Nota's Waterhuishouding. Staatsuitgeverij, 's-Gravenhage

Viessman, W. en G.L. Lewis, 1996. Introduction to Hydrology. 4de editie, Harper Collins College Publ., New-York, N-Y .



NRC Handelsblad 211192 / Bron: WHO, European Centre for Environment and Health.

Geloof in technologie en vooruitgang, in maakbaarheid van mens en samenleving hebben een verwoestende uitwerking gehad op de natuur in de voormalige Sovjet-Unie. Het Aralmeer is daarvan het sprekendste voorbeeld. "Als het met het Aralmeer is afgelopen, is het met half Oezbekistan ook gedaan."

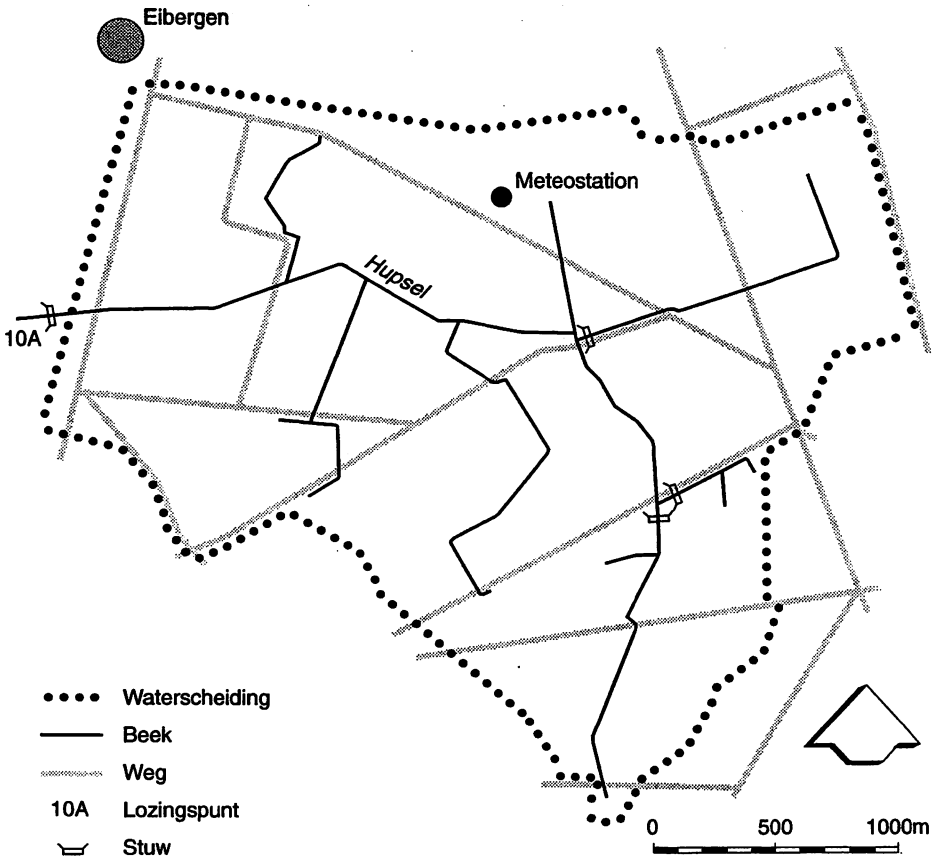
Door onze correspondent HUBERT SMEETS

Ooit was het Aralmeer een der grootste binnenzeeën ter wereld. Een zee bijna net zo groot als de hele Benelux. Alleen de Kaspische Zee, Lake Superior in Canada en het Victoriameer in Afrika waren uitgestrekter. In het Aralmeer monden de Amoedarja en Syrdarja uit, twee rivieren die voor heel Centraal-Azië van levensbelang waren. De Amoedarja en de Syrdarja zorgden voor het water dat de omgeving voor haar landbouw nodig had. Het Aralmeer op zijn beurt gaf werk aan duizenden vissers en aanverwante beroepsgroepen.
Zo ging het leven tot 1960 zijn gangetje. Totdat de Moskouse planners het gebied in de vaart der volkeren omhoog wilden stoten en, terwille van een monocultuur in katoen en rijst, opdracht gaven tot gigantische irrigatieprojecten. Deze megalomanie heeft de twee rivieren in de afgelopen jaren letterlijk leeggezogen. De economische dogmatiek van Moskou heeft het Aralmeer in dertig jaar ongeveer 65% van zijn water en 40% van zijn areaal gekost. De kustlijn is honderd kilometer zee-inwaarts getrokken. Een proces dat tot nu toe niet is gestuit. Het waterpeil in de zee, dat sinds 1960 al meer dan dertien meter is gezakt, zakt nog steeds jaarlijks met dertig centimeter.
En of dat nog niet genoeg is, het water dat voor de irrigatie wordt afgetapt, is nu ook al niet meer voldoende om de katoen-plantages van voldoende water te voorzien. De meeste velden krijgen maar tweederde van de hoeveelheid water die ze nodig zouden hebben. De gemiddelde temperatuur waaronder de gewassen moeten groeien, is bovendien met drie graden Celsius gestegen. Door dit tekort aan water, de jarenlange overdaad aan herbiciden of pesticiden en door de klimatologische veranderingen is het land nu grotendeels verzilt.
De economische gevolgen hiervan zijn niet gering. Hele steden en dorpen hebben hun reden van bestaan verloren. De visfabriek in Moejnak wordt nu bijvoorbeeld draaiende gehouden met de schaarse vangsten uit de rivier en de resterende moerassen dan wel vis die van heinde en verre moet komen. De katoenteelt staat wegens gebrek aan water ook onder druk. Om over de rijstvelden nog maar te zwijgen.

2 HET STROOMGEBIED

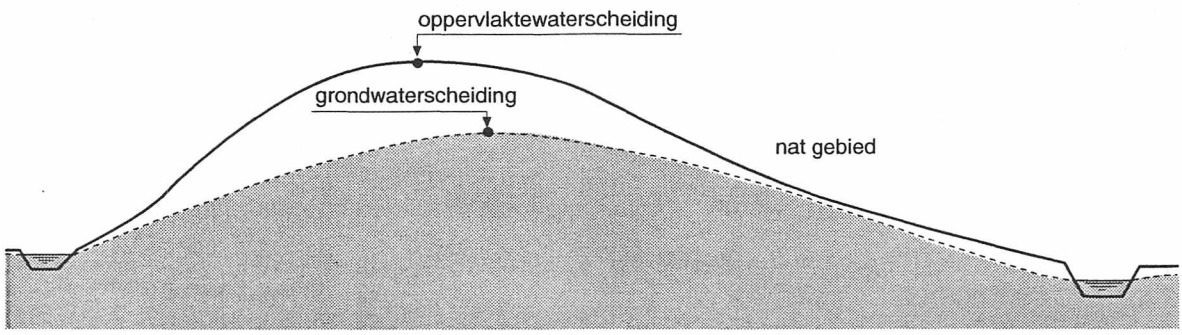
2.1 Inleiding

Rivieren en beken voeren water af als gevolg van neerslag. ~~Ook~~ In gebieden met een beheerste waterstand, zoals polders, moet in perioden van een neerslagoverschot (neerslag > verdamping) water worden afgevoerd. De afvoer in een open waterloop is de som van *oppervlakteafvoer* en *grondwaterafvoer*. Een *stroomgebied* is een gebied van waaruit al het afstromende water langs een gekozen punt van één bepaalde waterloop wordt afgevoerd. Dit punt waar de afvoerbare neerslag zich via boven- en ondergrondse wegen verzamelt en het gebied verlaat, staat bekend als het *lozingspunt* (Eng. outlet) zie figuur 2.1-1. Met de afvoerbare neerslag wordt dat deel van de neerslag bedoeld dat tot afvoer komt in de waterlopen.



Figuur 2.1-1 Het stroomgebied van de Hupselse beek. Het stoomgebiedje (650 ha) ligt in Oost-Gelderland en is een studie-en proefgebied voor waterkwantiteits- en waterkwaliteitsonderzoek.

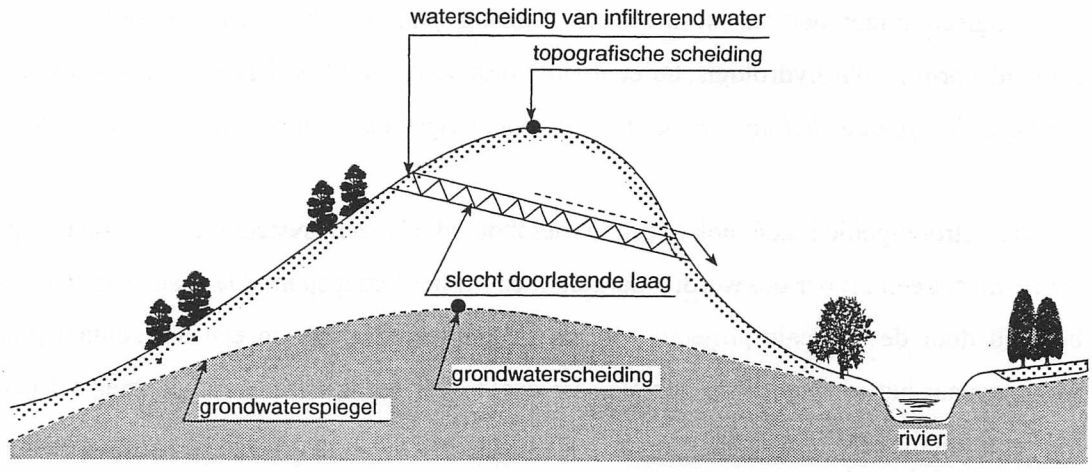
De lijn door de uiterste punten in het gebied waarvan de afvoerbare neerslag het lozingspunt passeert, is de stroomgebiedsgrens of *waterscheiding*. Hierbij kan onderscheid worden gemaakt tussen de oppervlaktewater- en grondwaterscheiding, die dikwijls niet samenvallen (figuur 2.1-2).



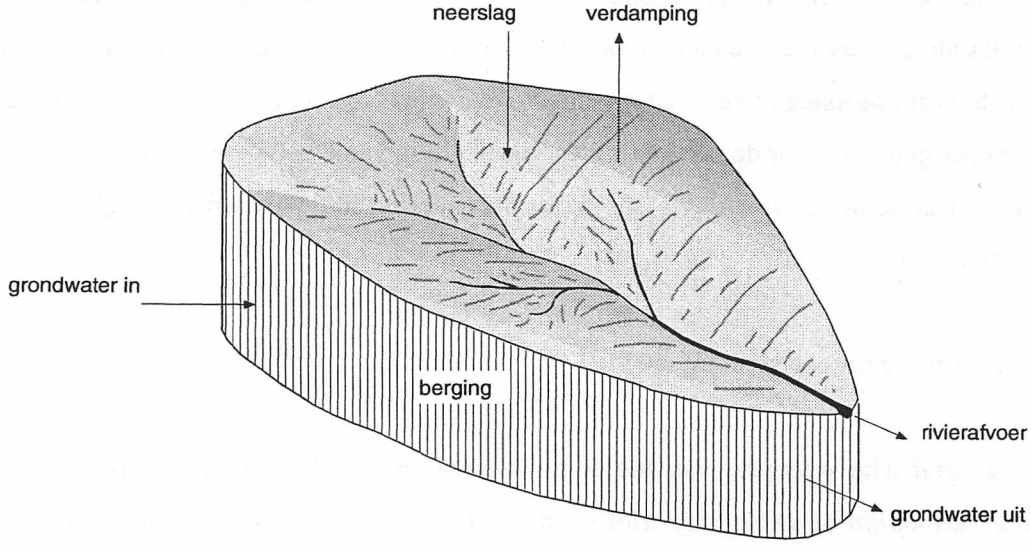
Figuur 2.1-2 Oppervlaktewater- en grondwaterscheiding van een stroomgebied hoeven niet samen te vallen.

De scheiding van water aan het oppervlak volgt de hoogste toppen van het terrein en valt samen met de topografische scheiding. Komen in de ondergrond scheefliggende lagen voor die het water slecht doorlaten, dan kan de waterscheiding van infiltrerend water aanzienlijk afwijken van de topografische scheiding, zoals is aangegeven in figuur 2.1-3. De afstroming van open water, in beken en sloten, volgt wél de topografische scheiding.

De bovenzijde van het grondwater wordt de grondwaterspiegel genoemd; dit is in het algemeen geen plat vlak. De vorm van de grondwaterspiegel volgt in grote lijnen, en in afgezwakte vorm, de topografie van het landoppervlak. De verklaring daarvoor wordt in hoofdstuk 7 en 8 gegeven. De grondwaterscheiding kan worden vastgesteld door op een aantal plaatsen de diepte van de grondwaterspiegel te meten, ter weerszijden van de topografische scheiding. Dit kan door zogenaamde stijgbuizen te plaatsen (zie bladzijde 97 en 98). Wanneer de topografische scheiding en de grondwaterscheiding niet samenvallen, dient bij de berekening van neerslag- en afvoerhoeveelheden een correctie op de omvang van het gebied te worden gemaakt. In veel gevallen is het niet mogelijk de oppervlaktewaterscheiding en grondwaterscheiding nauwkeurig vast te stellen. In zulke situaties gaat men uit van de topografische grens en brengt daarop een correctie aan voor de grondwaterstroming (zie figuur 2.1-4).



Figuur 2.1-3 Bij scheefliggende slecht doorlatende lagen, kan de scheiding van infiltrerend water afwijken van de topografische scheiding.



Figuur 2.1-4 Schematische weergave van de waterbalans van een stroomgebied

Het oppervlak van een stroomgebied kan variëren van klein, enkele hectaren, tot groot zoals dat van de Rijn. Bij Lobith bedraagt het oppervlak van het stroomgebied van de Rijn 160 000 km². Het stroomgebied van de Mississippi (USA) bedraagt 3.3 miljoen km² (80 × Nederland).

De keuze van het lozingspunt heeft soms te maken met strategische belangen, zoals de landsgrens of

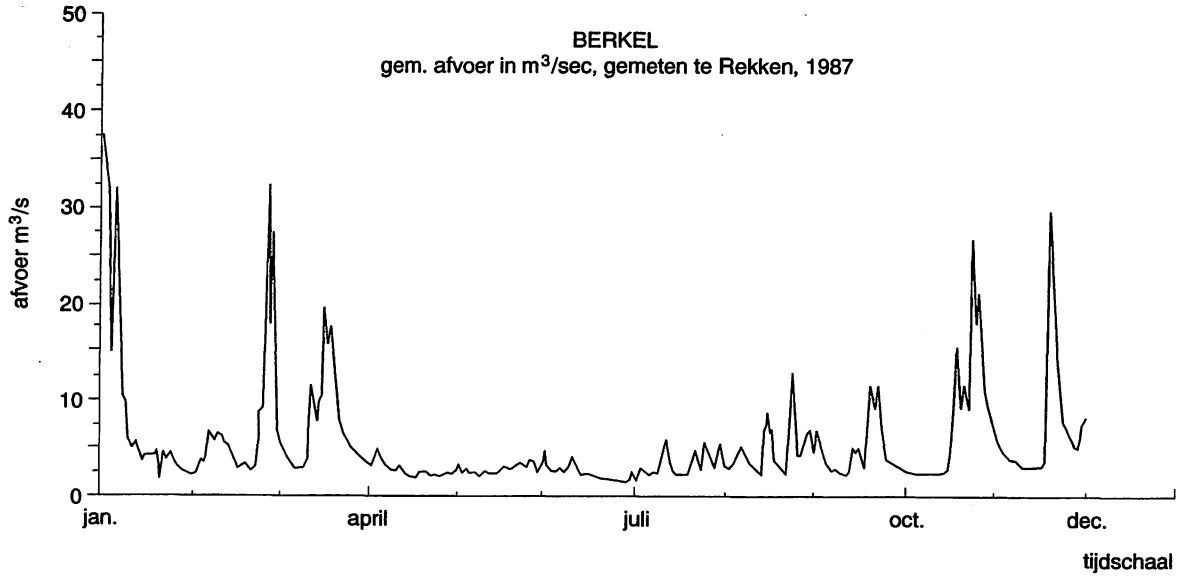
de grens tussen twee waterschappen. In andere gevallen, zoals voor het waterbeheer of voor hydrologisch onderzoek, zoekt men een zodanig punt dat het stroomgebied een hydrologische eenheid vormt. Zo'n hydrologische eenheid wordt vastgesteld op basis van *gebiedskenmerken zoals geologische opbouw, helling van het terrein, bodemtype, landgebruik en de vorm van het waterlopenstelsel.*

Het stroomgebied kan ook worden beschouwd als een systeem dat neerslag op het gebied omvormt tot een afvoer die wordt waargenomen bij het lozingspunt. De grens van het systeem wordt bepaald door de verticale projectie van de stroomgebiedsgrens op een horizontaal (kaart)vlak. De aanvoer naar het systeem is de neerslag verdeeld over het horizontale vlak. Meestal is de verdeling niet gelijkmatig. De oorzaken daarvan worden besproken in hoofdstuk 3, tevens wordt daar besproken hoe de ruimtelijke verdeling van de neerslag kan worden berekend. De afstroming bij het lozingspunt is de uitvoer. De bovengenoemde gebiedskenmerken zijn van grote invloed op de omvorming van neerslag tot afvoer uit een stroomgebied. In het bijzonder geldt dat voor het effect van de gebiedskenmerken op de infiltratie van regenwater in de bodem (zie hoofdstuk 4).

Het verlies aan water door verdamping van open water en vegetatie is eveneens als een uitvoer van water uit het systeem te beschouwen. We zouden daarom eigenlijk niet de neerslag, maar het klimaat als invoervariabele moeten beschouwen. In de praktijk berekent men de afvoerbare neerslag door de bruto neerslag te verminderen met verdampingsverliezen. De afvoerbare neerslag wordt dan als invoer gebruikt voor de berekening en voorspelling van de afvoer uit een stroomgebied. Dit is het domein van de *afvoerhydrologie*; de systeembenadering in de afvoerhydrologie wordt besproken in hoofdstuk 10.

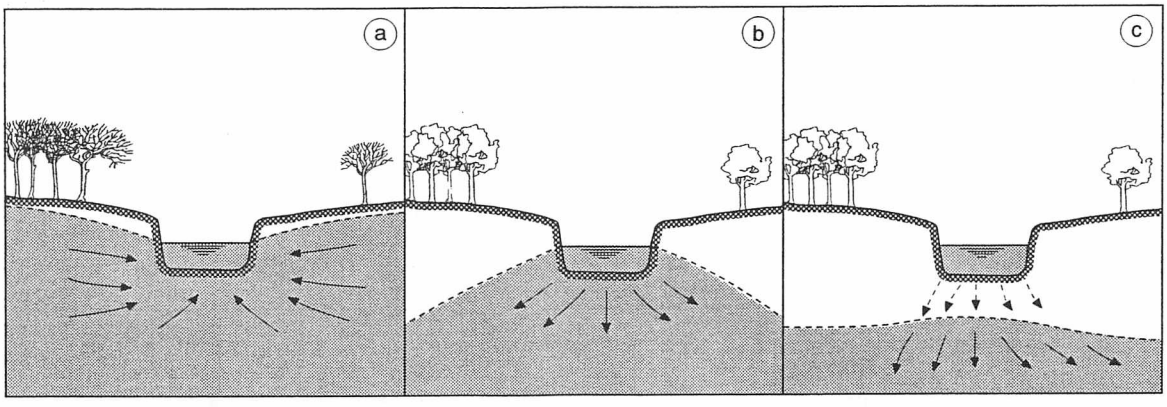
2.2 De afvoer uit een stroomgebied

De grafische weergave van het continue verloop van de afstroming bij het lozingspunt is de *afvoerverlooplijn of hydrograaf.* Het geeft de afvoer als functie van de tijd weer (zie figuur 2.2-1). We spreken van een *afvoergolf* wanneer we het afvoerverloop van een aaneengesloten neerslag periode bedoelen. De vorm van de hydrograaf hangt onder andere af van de neerslagverdeling in het gebied, de neerslagintensiteit en de gebiedskenmerken, die in paragraaf 2.1 worden genoemd. Het stelsel van waterlopen, beken en rivieren dat een stroomgebied doorsnijdt, vormt een samenhangend geheel met het grondwater.



Figuur 2.2-1 Afvoerverlooplijn van de Berkel.

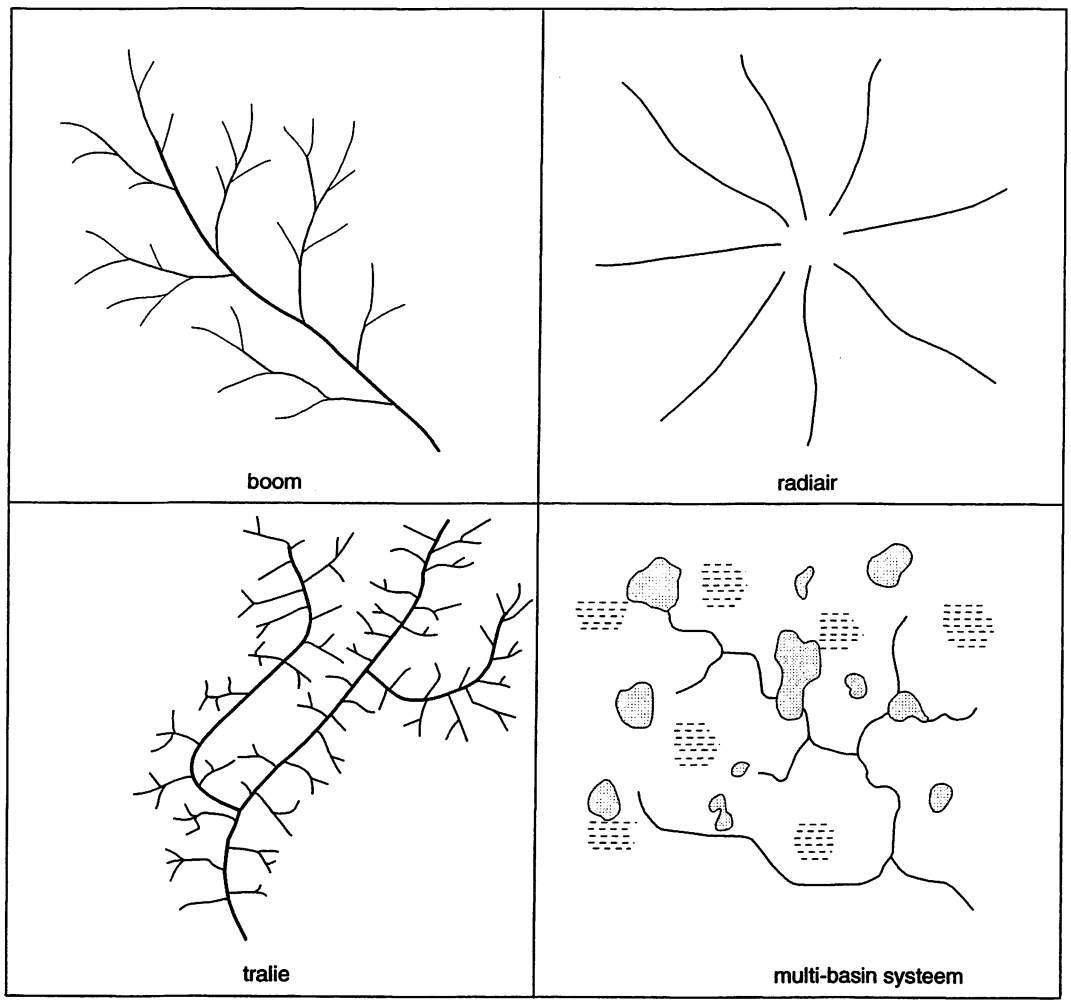
Overal langs de oevers kan voortdurend grondwater, meestal onzichtbaar, het open water instromen. Grondwater is neerslag die na infiltratie en percolatie in de verzadigde zone terecht is gekomen. Alleen tijdens en vlak na een regenbui kan water ook via kortere wegen, zoals over het maaiveld, naar open waterlopen stromen. Deze directe afstroming naar de waterlopen verloopt sneller dan de afstroming via het grondwater, dat een langere weg aflegt en een grotere weerstand ondervindt. De directe afstroming is bij grote neerslaghoeveelheden meestal de oorzaak van het optreden van hoge afvoergolven en van inundaties. Als de bodem een belangrijk deel van de neerslag kan opnemen en het water aan de grondwaterreserve kan worden toegevoegd is de directe afstroming beperkt. De opgebouwde reserve aan grondwater heeft een regulerende werking op het afvoerverloop en voedt de rivieren in droge tijden (figuur 2.2-2). Bevindt het grondwater zich dieper dan het open water, dan treedt wegzijging (infiltratie) op (figuur 2.2-2). Het grondwater heeft dus een belangrijke invloed op het afvoerverloop van rivieren en daarmee op de waterhuishouding van stroomgebieden.



Figuur 2.2-2 Grondwaterstroming naar een waterloop (a), wegzijging van water uit de waterloop naar het grondwater (b) en (c).

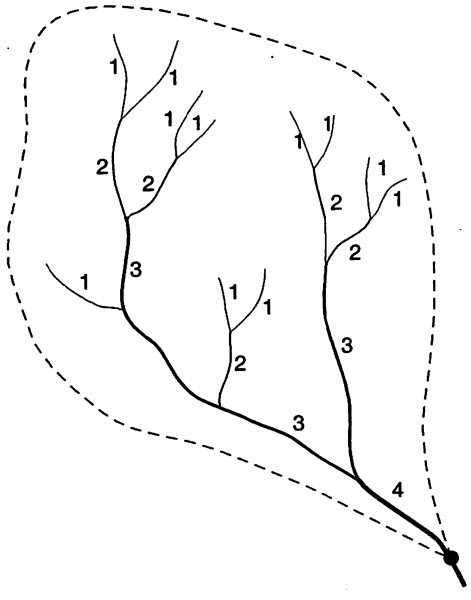
Het stelsel (netwerk) van waterlopen in een stroomgebied bepaalt in belangrijke mate de afstand die het afstromende water moet afleggen om het lozingspunt te bereiken en heeft daardoor een belangrijke invloed op de vorm van de afvoerverlooplijn. In zo'n stelsel is meestal een duidelijk patroon te herkennen. In een natuurlijk, niet door de mens gegraven, systeem van waterlopen wordt het patroon beïnvloed door de bodemkundige en geologische opbouw van het gebied. Het meest voorkomend is het boomvormige patroon, daarnaast treffen we tralievormige, radiaire en "multi-basin" patronen aan (zie figuur 2.2-3).

Het boomvormige (dendrietische) patroon komt voor in gebieden met een bodemprofiel van geringe dikte op homogene geologische formaties. Er komen een groot aantal vertakkingen voor gelijkend op de structuur van een boom. Bij het radiaire systeem lopen de rivieren van een centraal punt naar alle richtingen uit. Deze structuur wordt in vulkanische- en bergachtige gebieden aangetroffen. Het tralievormige patroon komt voor bij evenwijdige plooien in de aardkorst, dit beeld zien we heel duidelijk in het Appalachen gebergte in het oosten van de Verenigde Staten. Het kenmerkt zich door een groot aantal relatief korte waterlopen die dezelfde richting hebben aan beide zijden van de rivier. Het multi-basin patroon treffen we aan in laag gelegen moerasachtige gebieden.



Figuur 2.2-3 Afwateringspatronen van stroomgebieden.

Een methode om de omvang van het netwerk van waterlopen in stroomgebieden van verschillende grootte te vergelijken, is de rangorde van Strahler (figuur 2.2-4). De kleinste waterlopen, die meestal alleen in natte tijden water voeren, worden rangorde 1 toegekend. Benedenstrooms van het samenvloeien van twee eerste orde waterlopen is de waterloop van orde 2. Na het samenvloeien van twee waterlopen van orde 2, begint de waterloop van orde 3. De hoogste orde wordt bij het lozingspunt aangetroffen en is tevens de rangorde van het stroomgebied. In het onderdeel Afvoerhydrologie wordt dieper ingegaan op de invloed van gebiedseigenschappen op de afvoerverlooplijn.



Figuur 2.2-4 Rangorde van waterlopenstelsels volgens Strahler.

2.3 Literatuur

Dingman, S.L., 1994. Physical Hydrology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N-J.

Viessman, W. en G.L. Lewis, 1996. Introduction to Hydrology. 4de editie, Harper Collins College Publ., New-York, N-Y .

3 NEERSLAG

3.1 Inleiding

Voor natuurlijke vegetaties en landbouwgewassen zonder irrigatie levert neerslag het benodigde water. Ook bij beregening en bevloeiing maakt men gebruik van neerslag die elders of op een ander tijdstip is gevallen. Voor de berekening en voorspelling van rivierafvoeren zijn neerslaggegevens van het stroomgebied onontbeerlijk en bij waterbalansstudies van een stroomgebied of een polder is neerslag de belangrijkste aanvoerterm.

De meest voorkomende vorm van neerslag is *regen*. In sommige klimaten valt een aanzienlijk deel van de neerslag in de vorm van *sneeuw* (hooggebergten, Antactica, Canada, Scandinavië, Rusland en Midden-Azië). In enkele situaties is *mist* belangrijk als leverancier van vocht, vooral in bossen. In het kustgebied van Californië valt 's zomers vrijwel geen regen. Wel vangen bossen van Pseudotsuga hier op enkele plaatsen tot 420 mm neerslag op. Het water slaat op de naalden neer en druipt op de bodem. De bijdrage van dauw aan de vochtvoorziening van gewassen is te verwaarlozen: zelden meer dan 0.1 millimeter per nacht.

De neerslag is het algemeen grillig verdeeld in de tijd en in de ruimte, maar gehoorzaamt aan bepaalde statistische wetten.

3.2 Typen van neerslag; seizoenseffect

Regen, hagel en sneeuw worden gevormd in wolken. Wolken ontstaan door afkoeling van vochtige lucht tot beneden het *dauwpunt*. Het dauwpunt is de temperatuur waarbij de heersende waterdampdruk in de lucht gelijk is aan de verzadigde dampdruk[1)]. Als de dampdruk groter wordt dan de verzadigde dampdruk treedt er *condensatie* op. De vorming van regendruppels is een zeer ingewikkeld proces, meestal met ijs (sneeuw of hagel) als tussenstadium en soms als eindproduct. Voor de vorming van een druppel is een condensatiekern nodig. Dat zijn hygroscopische stofdeeltjes die van natuurlijke oorsprong zijn, zoals ijs- en zeezoutkristallen en stof dat door de wind vanaf het aardoppervlak is meegevoerd, of deeltjes die van industriële oorsprong zijn. Zonder die condensatiekernen treedt condensatie pas op bij een grote overschrijding van de verzadigingsdampdruk, de lucht is dan tijdelijk oververzadigd en de dampdruk groter dan de verzadigde dampdruk. De druppeltjes in wolken (diameter 5-20 μm) zijn zo klein dat ze amper valsnelheid krijgen. Het volume van een regendruppel is ongeveer één miljoen maal groter en ontstaat door aangroei (coalescentie) van de wat grotere

1) Zie vwo-leerboeken natuurkunde en paragraaf 5.2.3 voor een nadere omschrijving van de dampdruk.

druppels of ijskristallen in een wolk, die naar beneden beginnen te vallen. Een voorwaarde voor het op gang komen van het coalescentieproces is dat er druppels met een diameter > 30 µm aanwezig zijn. De afstand die zo'n druppel in een wolk moet afleggen om tot voldoende grootte te groeien, is ongeveer een kilometer. *Motregen* (druppeltjes met een diameter kleiner dan 0.5 mm) valt gewoonlijk uit laaghangende bewolking.

In de atmosfeer neemt de druk af met de hoogte. Volgens de wet van Boyle-Gay-Lussac[1)] zal opstijgende lucht daarom uitzetten. Uit de eerste hoofdwet van de thermodynamica (de wet van behoud van energie) volgt, dat expanderende lucht afkoelt. In droge (onverzadigde) lucht bedraagt de afkoeling ± 10 °C per 1000 m stijging. In lucht die door de afkoeling verzadigd wordt, zal bij het opstijgen condensatie optreden: er ontstaan wolken. Daarbij komt de condensatiewarmte van waterdamp vrij (2492 kJ per kg gecondenseerde damp bij 0 °C). Verzadigde lucht koelt daardoor veel minder af dan onverzadigde lucht. In verzadigde lucht neemt de temperatuur met 5-7 °C af per 1000 m stijging.

We kunnen ruwweg een onderscheid maken tussen *frontale* en *convectieve* neerslag.

□ Frontale neerslag treedt op wanneer de verticale luchtbeweging klein is ten opzichte van de horizontale. Er is dan een langzame opheffing, hetzij door terreinhelling ("stijgingsregen"), hetzij boven een wig van koude lucht (fronten van lagedrukgebieden). De invloed van hoog en laag in het landschap wordt het *orografisch* effect genoemd. Door de langzame stijging valt de neerslag:

- over grote oppervlakte;
- vaak langdurig;
- met geringe tot matige intensiteit;
- uit nimbostratuswolken (gelaagde bewolking, grote uitgestrektheid, geen kenmerkende vorm).

Frontale neerslag is in Nederland in het winterhalfjaar het meest voorkomende neerslagtype.

□ Convectieve neerslag treedt op wanneer de verticale beweging overheerst, bijvoorbeeld door opstijging van warme lucht (thermiek). Binnen een buiencel van beperkte afmetingen, bijvoorbeeld 5 bij 5 km, is de verticale snelheid soms zeer groot (tot 30 m s^{-1}) .

Dit type neerslag geeft vaak zware buien, soms met hagel of onweer:

- over geringe oppervlakte;
- van korte duur;
- met hoge intensiteit;
- uit cumulonimbus wolken (onweerswolken met duidelijke verticale opbouw).

In Nederland is dit een veel voorkomend neerslagtype in het zomerhalfjaar. In de tropen overheerst neerslag van het convectieve type. Vaak valt binnen korte tijd een grote hoeveelheid

1) Zie vwo-leerboeken natuurkunde en voor een korte samenvatting paragraaf 5.2.2.

regen; deze neerslag is in de regel zeer plaatselijk, omdat de buiencel niet of nauwelijks beweegt of doordat de belangrijkste hoeveelheid in korte tijd valt. Door verplaatsing van de buiencel kan de neerslag in een langgerekt gebied vallen (bijvoorbeeld 5×20 km).

Mengvormen en overgangen tussen frontale en convectieve neerslag komen veelvuldig voor.

Voor één regenstation worden in Nederland de dagsommen in de zomer beheerst door de convectieve, in de winter door de frontale neerslag. Daardoor zijn in de zomer de dagsommen groter (seizoenseffect). De grootste afvoeren van stroomgebieden in Nederland treden in de winter op (lage verdamping, neerslag over grotere oppervlakten). De wintercijfers zijn daarom maatgevend in plaats van de (hogere) zomercijfers.

3.3 Neerslagmetingen

3.3.1 Regenmeters en meetmethoden

Neerslag wordt gemeten met een regenmeter. Regenmeters worden meestal eens per dag ('s morgens om 8 uur) afgelezen. Deze frequentie is voor veel doeleinden voldoende (landbouw, waterbalans), voor andere te weinig frequent (bepaling van bovengrondse afvoer, berekening van rioleringen, nauwkeurige bepaling van de afvoer van water door sommige gronden). In zulke gevallen is een *registrerende regenmeter* (pluviograaf) het aangewezen instrument, evenals voor metingen in zeer dun bevolkte, moeilijk toegankelijke gebieden, zoals oerwouden en gebergten. Bij registrerende regenmeters wordt de regen meestal opgevangen in een reservoir. Door de verandering van de waterhoogte in het reservoir te meten, bijvoorbeeld met een vlotter, wordt het volume water bepaald. Door ijking volgt de neerslaghoeveelheid in mm. Bij enkele typen registrerende regenmeters wordt het reservoir, als het vol is, automatisch geleegd door een sifon. Bij de "schrijvende" regenmeters, wordt het waterniveau met een pen op een strook papier aangetekend. De papierstrook is voorzien van een schaalverdeling die directe aflezing in mm mogelijk maakt. In Nederland is dit soort regenmeters nu vrijwel geheel vervangen door instrumenten met elektronische, digitale registratie. Daarbij vindt de omrekening naar mm direct plaats.

Een ander type registrerende regenmeter is de zogenaamde "tipping-bucket". De opgevangen neerslag wordt bij dit type naar een bakje geleid waarvan de bevestiging zodanig is dat het kan kantelen. Zodra een bepaalde hoeveelheid is opgevangen, kantelt het bakje onder invloed van de zwaartekracht en leegt zichzelf. De tijdstippen waarop de kantelingen plaatsvinden worden geregistreerd. Omdat iedere kanteling een constant volume water vertegenwoordigt, kunnen de hoeveelheden en intensiteiten worden berekend. Bij de modernere uitvoeringen is registratie elektronisch. Regen-

meters met elektronische registratie kunnen worden uitgerust met een telefoonaansluiting, waardoor het mogelijk is op elk moment gegevens op te vragen.

Het oppervlak van een standaardregenmeter is slechts 200 cm^2 (vroeger 400 cm^2). De neerslag op deze kleine oppervlakte moet representatief zijn voor een groot gebied (1000-10000 ha).

Wind blijkt de neerslagmeting sterk te storen: veel wind geeft te lage regencijfers. Er bestaan systematische verschillen tussen verschillende regenstations die samenhangen met de mate van beschutting. In de regel zijn stations met de hoogste uitkomsten het meest betrouwbaar. De opstelhoogte heeft grote invloed, omdat de windsnelheid sterk toeneemt met de hoogte. De standaardhoogte is nu 40 cm boven maaiveld, vroeger was dat 150 cm. Deze verlaging geeft betere uitkomsten. De beste opstelhoogte is maaiveldshoogte. We spreken dan van een zogenaamde *grondregenmeter*. Om inspatten te voorkomen, worden rondom de trechter roosters aangebracht. De dagelijkse aflezing van dit type kost meer tijd. Er bestaan ook zelfregistrerende grondregenmeters waarbij de neerslag wordt opgevangen in een ondergronds reservoir dat periodiek met behulp van een pomp moet worden geleegd. Bij het plaatsen van een regenmeter moeten we er voor te zorgen dat op korte afstand geen objecten staan, zoals bomen en gebouwen, die de meting beïnvloeden. We nemen als vuistregel aan dat de afstand van een object tot de regenmeter minstens vijfmaal de hoogte (van het object) moet bedragen.

Radars zenden elektromagnetische golven uit (golflengte 3-10 cm) die door regendruppels worden weerkaatst. De sterkte van de echo is een maat voor de grootteverdeling van de regendruppels. Daardoor kunnen radarbeelden worden gebruikt voor de kartering van intensiteiten. Met een conventionele weerradar worden wel aanwijzingen verkregen over de kwantiteit, maar het is geen absolute maat, zodat ijking met regenmeters noodzakelijk blijft. In vergelijking met regenmeters is radar onnauwkeurig voor het bepalen van neerslag aan de grond. De radarbundel bevindt zich namelijk meestal op circa 1 à 2 km boven de grond. Radarmetingen geven echter wel een duidelijk beeld van de ruimtelijke variatie van neerslag (buien) en de informatie is veel sneller beschikbaar. Daardoor kunnen de waarnemingen hun nut bewijzen bij verwachtingen op korte termijn, bijvoorbeeld ten behoeve van luchtvaart, verkeer en tuinbouw (hagel). Ook in het waterbeheer zijn er toepassingsmogelijkheden.

Satellietbeelden tonen zeer sterke reflectie van zonlicht aan hoge, dichte cumulonimbuswolken. In de tropen leveren deze de meeste neerslag, zodat gebieden met zeer heldere tint als neerslaggebieden kunnen gelden. Dergelijke informatie is van belang voor dun bevolkte tropische gebieden (Amazone) met weinig regenmeters.

Sneeuw is zeer moeilijk te meten, het beste nog door opname van de dikte en dichtheid van een sneeuwdek ("snow survey"). Een niet-conventionele methode is het meten van de verzwakking van de

natuurlijke γ-straling van de aarde door een sneeuwdek. De intensiteit wordt gemeten in een laag vliegend luchtvaartuig. Voor sneeuwkartering wordt tegenwoordig ook gebruik gemaakt van satelietopnamen. Sneeuwmeting is van belang voor de voorspelling van de zomerafvoeren van rivieren, die door smeltende sneeuw worden gevoed.

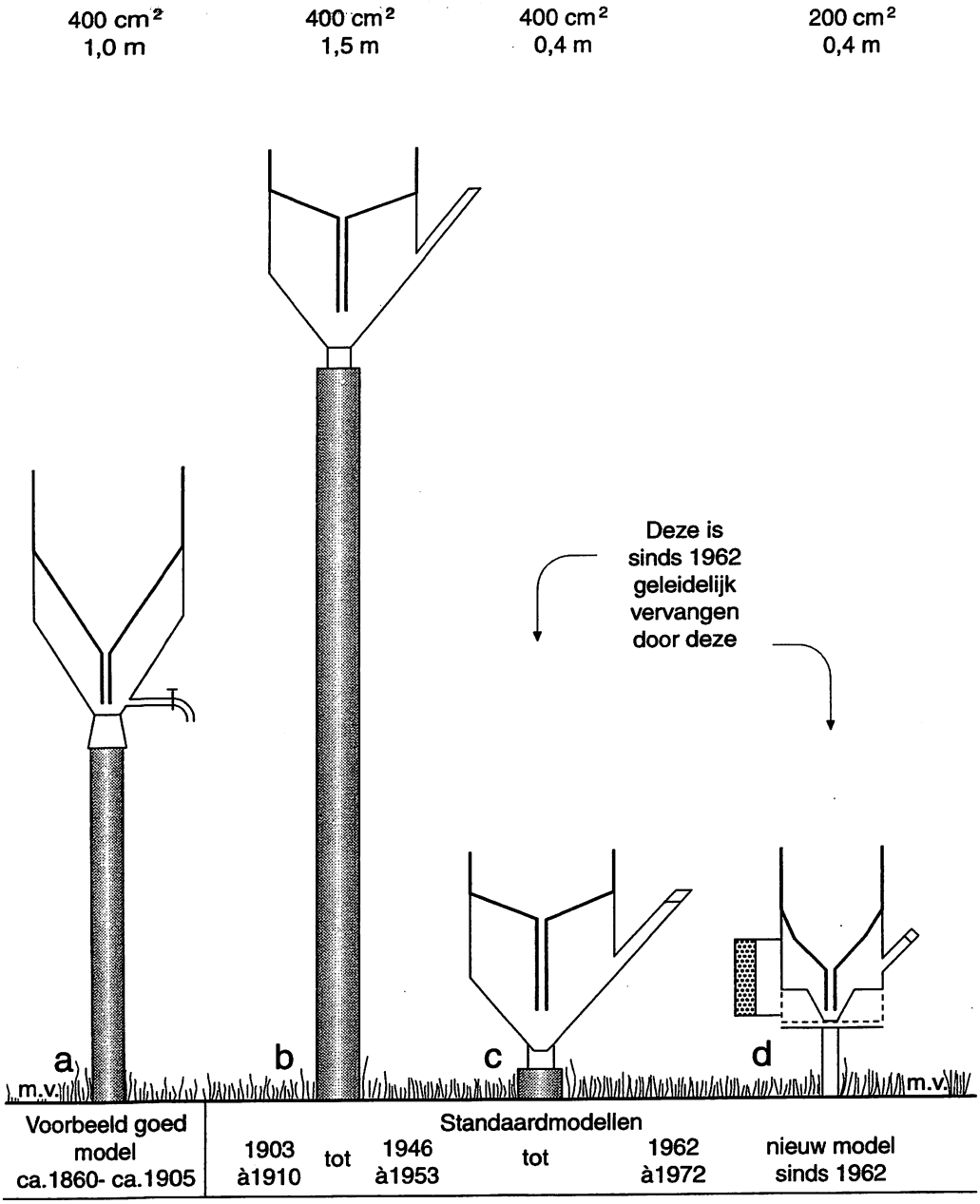
3.3.2 Waarnemingen in Nederland

In Nederland zijn neerslagmetingen bekend sinds 1715. De oudste waarnemingsreeks (1715-1725) is die van Nicolaus Cruquius te Delft. Een doorlopende reeks (1735-1861) vormen de gegevens van "Huize Swanenburgh" bij Halfweg. De waarnemingen werden daar verricht door opzieners van het Hoogheemraadschap van Rijnland, die waren belast met het toezicht op de waterstaat[1]. In Utrecht, in het meteorologisch observatorium van Buys Ballot, zijn waarnemingen verricht sinds 1 december 1848; dit observatorium werd in 1854 het KNMI. Sinds 1897 vindt in De Bilt een continue registratie van de neerslag plaats. Het aantal regenstations is thans ruim 300. De meeste langjarige reeksen die in Nederland beschikbaar zijn, beginnen in de tweede helft van de 19e eeuw. Veel stations zijn in de loop der jaren één of enkele malen verplaatst. De voornaamste reden daarvoor is dat men afhankelijk is van vrijwillige waarnemers, maar ook zijn veel meetlocaties ongeschikt geworden door de oprukkende stedelijke bebouwing.

Vóór 1903 was er een zeer grote variatie in de vorm en afmetingen van regenmeters. Een goed gevormd model uit 1860[2] werd onder andere te Hoofddorp geplaatst (Zie figuur 3.3-1a). Tussen 1903 en 1910 is er eenheid gebracht in het instrumentarium: de hoogte van de trechterrand werd 1.50 m, het oppervlak van de trechter 400 cm^2. De neerslaghoeveelheden die met dit type regenmeter werden gemeten, waren echter te laag door een te platte vorm van de trechter, waardoor uitspatten werd bevorderd (figuur 3.3-1b). De wijziging gaf voor verschillende stations een "vermindering" van de neerslag.

1) Het huis Swanenburgh werd in opdracht van het Hoogheemraadschap Rijnland ontworpen door de beroemde Hollandse bouwmeester Pieter Post. Het werd in 1648 in gebruik genomen en diende ondermeer als woning van de opziener, voor het houden van bijeenkomsten en het ontvangen van belangrijke gasten. Hoewel het Hoogheemraadschap Rijnland dateert uit de dertiende eeuw, werd pas in de 18-de eeuw begonnen met weerkundige waarnemingen. De eerste regenmeter werd gemaakt naar een voorschrift van Petrus van Musschenbroek, destijds hoogleraar in de wijsbegeerte en wiskunde te Utrecht. De trechter had een oppervlakte van 493 cm^2 en de bovenkant van het instrument stond 3 m boven de grond. Deze regenmeter werd in september 1787 vernield tijdens de invasie van Pruisische troepen. De waarnemingen in Zwanenburg werden op 31 december 1861 beëindigd. De Zwanenburg-reeks is later (1945) door Labrijn gekoppeld aan de waarnemingen te Hoofddorp, zodat een (gereconstrueerde) doorlopende reeks van meer dan twee eeuwen ontstond.
Het huis Swanenburgh werd in 1863 verkocht aan de Centrale Suikermaatschappij N.V. te Amsterdam, die er een suikerfabriek vestigde. Van het oorspronkelijke huis zijn alleen de voorgevel, de wapenschilden en de toegangspoort bewaard gebleven. (Geurts en van Engelen, 1992)

2) Model te bezichtigen in gebouw De Nieuwlanden, Universiteit Wageningen.



Figuur 3.3-1 Regenmeters in Nederland.

Na onderzoek van Braak, naar de invloed van wind op de meting, werd in de periode 1946-1953 de opstelhoogte verlaagd tot 0.40 m (figuur 3.3-1c). Deze verandering gaf uiteraard hogere cijfers. Vanaf 1962 wordt een model gebruikt waarvan de afmetingen internationaal zijn overeengekomen: hoogte = 0.4 m, oppervlak = 200 cm^2, diepte trechter = 10-19 cm (figuur 3.3-1d). In aërodynamisch opzicht is de vorm van pluviografen vaak ongunstig waardoor het windeffect wordt versterkt. Moderne tipping-bucket regenmeters hebben een diabolovorm die het windeffect beperkt.

3.3.3 Het gebruik van neerslagmetingen

Het gebruik van neerslaggegevens hangt af van de aard van de vraag. In het waterbeheer kan het noodzakelijk zijn te beschikken over zeer recente regenhoeveelheden in een gebied. Moderne systemen van waterbeheer maken gebruik van elektronische registratie. Zo kan bijvoorbeeld de klepstand van een stuw worden geregeld met een computerprogramma dat gevoed wordt met telefonisch doorgegeven informatie omtrent de neerslag. Ten behoeve van de uitvoering van werken in de bouwnijverheid of landbouw heeft de vraag meestal te maken met de kans van optreden van een bepaalde hoeveelheid in een bepaalde periode. Ook het uitblijven van regen is, bijvoorbeeld voor recreatie en landbouw (irrigatie), van belang.

Hydrologische berekeningen hebben dikwijls betrekking op een bepaald gebied. Dit betekent dat de gemeten puntregenval moet worden omgerekend tot een *gebiedsregenval*. Voor waterbalansstudies worden *jaar- en maandgemiddelden* veel gebruikt. Voor de berekening van de afvoercapaciteit van drainagesystemen en gemalen is het nodig een uitspraak te doen over de kans van optreden van (de maximale) neerslaghoeveelheden. Daartoe moeten frequentieverdelingen van de neerslaghoeveelheden in een bepaalde periode worden berekend. Voorbeelden zijn de *frequentieverdelingen van k-daagse sommen*. Voor het ontwerpen van irrigatiesystemen is daarentegen de frequentieverdeling van aaneengesloten *droge* perioden van belang. Hydrologische studies in stedelijke gebieden hebben meestal betrekking op korte perioden, daarvoor zijn de (maximale) regenhoeveelheden en intensiteiten over perioden korter dan 1 dag van belang.

3.4 Gemiddelde jaar- en maandsom

Voor de gemiddelde jaarsom kiezen we in de regel het cijfer N30, dat is het gemiddelde van de laatste 30 jaar. Tabel 3.4-1 geeft een voorbeeld van de zogenaamde *jaarnormalen* van een viertal Nederlandse stations. Uit de cijfers mag (nog?) niet worden geconcludeerd dat er in Nederland sprake is van toenemende neerslag die bijvoorbeeld veroorzaakt zou kunnen worden door het broeikaseffect.

Tabel 3.4-1 Voorbeelden van gemiddelde jaarsommen (jaarnormalen) in Nederland, bron: KNMI.

station	1931-1960	1951-1980	1961-1990	1971-2000
De Bilt	765	796	820	okt. 2001
Hoofddorp	751	800	838	nog geen
Vlissingen	693	739	745	gegevens
Wageningen (PD)	766	782	803	beschikbaar

Ook in het recente verleden is er een grote variatie geweest, met een afwisseling van (reeksen) natte en droge jaren. Vrijwel zeker is ook de invoering van een ander type regenmeter van invloed geweest. Veranderende omstandigheden in de nabije omgeving van de regenmeter (bomen en gebouwen, verplaating van de regenmeter) of de plaatsing van een ander type regenmeter, hebben invloed op de metingen. De consistentie van de waarnemingen op een bepaalde locatie kan worden gecontroleerd met behulp van de *dubbele-sommethode*. Daarbij wordt de gesommeerde jaarlijkse neerslag van de te onderzoeken regenmeter uitgezet (verticaal) tegen de gemiddelde gesommeerde jaarlijkse neerslag van enkele waarnemingsstations in de omgeving (horizontaal). Een verandering van de richtingscoëfficiënt (een knik) is een aanduiding voor gewijzigde omstandigheden (een voorbeeld vinden we in Dingman, 1994, blz. 110).

In vlakke gebieden (bijvoorbeeld de Nederlandse en Noord-Duitse laagvlakte) vertoont de jaarsom van plaats tot plaats geen grote verschillen. Wel neemt de neerslag landinwaarts langzaam af. Binnen Nederland zijn de variaties betrekkelijk gering. In geaccidenteerd terrein bestaan daarentegen grote verschillen over korte afstand.

Voorbeelden:

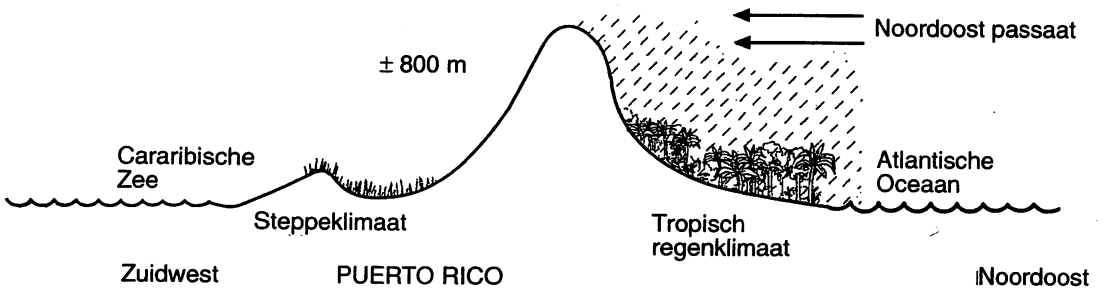
Jamaica		Nederland (1961-1990)	
Lacovia	jaarsom 1796 mm	Vliegveld Beek	jaarsom 760 mm
Fort Charles	jaarsom 825 mm	Vaals	jaarsom 926 mm

De onderlinge afstand van de stations is in beide gevallen omstreeks 20 km.

Door de aanwezigheid van gebergten worden horizontaal bewegende luchtmassa's tot opstijgen gedwongen. De mate van afkoeling hangt af van de windsnelheid en -richting en de helling en hoogte van het gebergte. De regen valt dus voornamelijk aan de loefzijde (windzijde) van de bergen. Is er een overheersende regenbrengende windrichting, dan vindt men aan de loefzijde van een gebergte hoge regencijfers en aan de lijzijde de zogenaamde *regenschaduw*, zie figuur 3.4-2. Een klassiek voorbeeld treffen we aan bij het centrale gedeelte van de westkust van Noord-Amerika. Het gebergte (Rocky Mountains) staat bijna loodrecht op de overheersend westelijke winden vanuit de Grote Oceaan. In gebieden met aanzienlijke hoogteverschillen is het orografisch effect de belangrijkste oorzaak van de ruimtelijke variatie van de neerslag: de neerslag neemt sterk toe met de hoogte. Gebergten zijn daardoor belangrijke waterleveranciers voor de lager gelegen, drogere streken.

Voorbeelden:

De Bilt (Nederland, laagvlakte)	jaarsom 820 mm (1961 - 1990)
Magdeburg (Duitsland, laagvlakte)	jaarsom 492 mm (1961 - 1990)
Brocken (Duitsland, Harzgebergte)	jaarsom 1821 mm (1961 - 1990)
Mont Aigoual (Frankrijk, Cevennen)	jaarsom 2202 mm (1896 - 1993)



Figuur 3.4-2 Klimaatverschillen op Puerto Rico.

In een smalle zone langs de kust valt in de regel minder neerslag dan verder het binnenland in, dit wordt het kusteffect genoemd.

Voorbeeld uit Suriname: langs de kust jaarsom ± 1400 mm

Paramaribo (20 km landinwaarts) jaarsom ± 1800 mm

Ook in Nederland is het kusteffect merkbaar, vooral in de zomer.

Grote steden bevorderen de regenval in hun omgeving, vooral in een gebied "beneden de wind". De voornaamste oorzaak is de hogere oppervlaktetemperatuur in steden: een stad vormt een "warmte-eiland" door:

- sterke verwarming overdag van verharde oppervlakken;
- productie van warmte door verkeer, verwarming en industrie.

Vrijwel zeker speelt ook de uitstoot van fijne deeltjes door verkeer en industrie een rol. Het effect is vooral duidelijk in continentale klimaten en bij zware zomerregens (Chicago, St. Louis; ten noordoosten van laatstgenoemde stad valt tot 31% meer zomerregen). In Nederland is de invloed van steden als Amsterdam en Rotterdam aantoonbaar (tot maximaal 15% meer neerslag in de zomer). Enkele Amerikaanse meteorologen veronderstellen zelfs (1998), dat er aan de Amerikaanse oostkust een wekelijkse neerslagcyclus bestaat die verband houdt met het verkeer.

Verschillen in regenval veroorzaken verschillen in de bodemvorming, in de natuurlijke vegetatie en in het landbouwsysteem.

Voorbeelden:

- "Hildesheimer Schwarzerden" die gelegen zijn in de regenschaduw van het Harzgebergte, zijn de meest westelijke representanten van de Chernozemen .
- Langs de noordkust van Puerto Rico verbouwt men suikerriet zonder bevloeiïng, langs de zuidkust is bevloeiïng onmisbaar (zie figuur 3.4-2).

Tabel 3.4-2 Gemiddelde maandsommen voor een aantal regenstations, in mm.

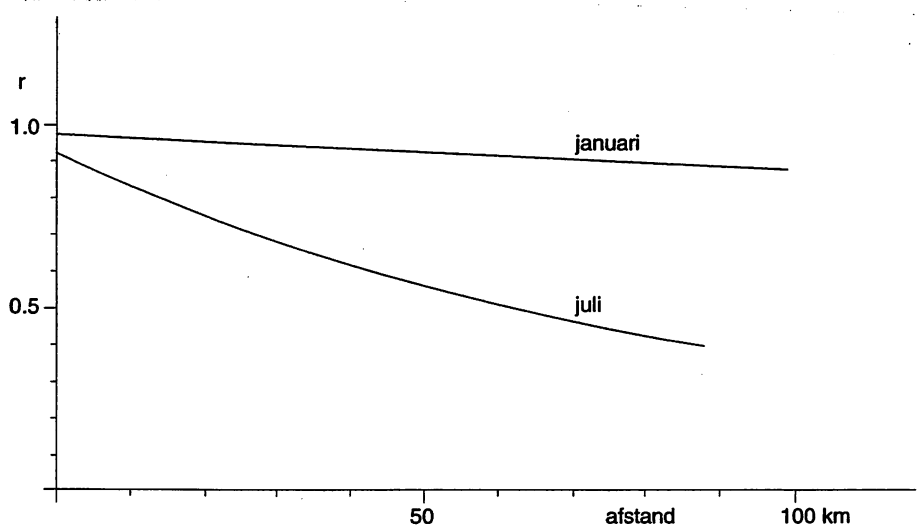
	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Jaar	Klimaattype
De Bilt, Ned.[1]	69	49	65	53	61	70	76	71	67	75	81	83	820	Cf
Patras, Griek.[2]	123	87	72	50	27	13	1	6	27	82	113	148	749	Csa
Athene, Griek.[3]	62	36	38	23	23	14	6	7	15	51	16	71	402	Csa
Baghdad, Irak[4]	26	28	28	17	7	1	0	0	1	3	21	26	158	BWh
Bombay, India[5]	2	1	0	3	16	520	709	709	297	88	21	2	2078	Aw
Paramaribo, Suriname[6]	202	151	127	189	323	312	210	157	90	93	112	172	2138	Af
La Mola, Costa Rica[6]	253	163	133	185	368	367	453	446	276	358	365	375	3740	Af
Daintree, Queensland,[5]	624	560	501	290	185	108	78	65	73	55	121	290	2949	Aw
Coober Pedy Z-Australië [4]	18	23	15	6	15	14	8	9	8	15	11	15	157	BWh
Asswan, Egypte[7]	0.1	0	0.2	0.4	1	0	0	0	0	0	0	0	2	BWh

[1] gematigd klimaat met gelijkmatig verdeelde neerslag
[2] mediterraan klimaat met winterregen: loefzijde
[3] mediterraan klimaat met winterregen: lijzijde
[4] woestijnklimaat
[5] moessonklimaat met zomerregen
[6] tropisch regenklimaat met dubbele regentijd
[7] extreem droog woestijnklimaat

Gemiddelde maandsommen geven een indruk van de regenverdeling over het jaar. Zie tabel 3.4-2. Over de variabiliteit van de neerslag geven zij geen uitsluitsel. Voor de gemiddelde waterbalans van de wortelzone (zie hoofdstuk 9) is vooral de relatie tussen de maandelijkse neerslagsommen en de verdamping van betekenis.

3.5 Puntregenval en gebiedsregenval

Regen wordt gemeten op een oppervlak van 200 cm², dus bijna op één punt. Beschouwen we de dagsommen van de neerslag op verschillende punten die niet te ver uiteenliggen, dan blijkt er een correlatie te bestaan. De correlatiecoëfficiënt r (zie college Inleiding Statistiek) neemt daarbij af met de afstand. Ook bij afstand "nul" nadert zij echter niet tot $r = 1$ als gevolg van fouten in de meting (in de praktijk vindt men r = 0.90 à 0.95 voor afstand "nul"). De afname van r met de afstand hangt samen met de beperkte afmetingen van buiencellen of regenzones en ook met de benodigde verplaatsingstijd tussen twee stations.



Figuur 3.5-1 Afname van de correlatiecoëfficiënt met de afstand in Oost-Nederland.

Voor dagsommen in Nederland is de afname van r met de afstand in de winter gering en in de zomer duidelijk sterker (figuur 3.5-1). Dit hangt samen met het type regen, zie paragraaf 3.2. In de tropen is deze afname nog veel sterker en kunnen er zelfs op een bepaalde afstand negatieve correlaties optreden (dat wil zeggen regen op de ene plaats gaat samen met droogte op enige afstand). Over een groot gebied kan daardoor de gemiddelde neerslag sterk afwijken van de puntregenval. Zo zijn de extremen over een gebied altijd lager dan extremen die op één punt zijn gemeten. Dit noemt men het gebiedsgrootte-effect.

De gemiddelde regenval voor een bepaald gebied wordt doorgaans berekend uit de metingen op een aantal stations. Er zijn daarvoor verschillende methoden beschikbaar:

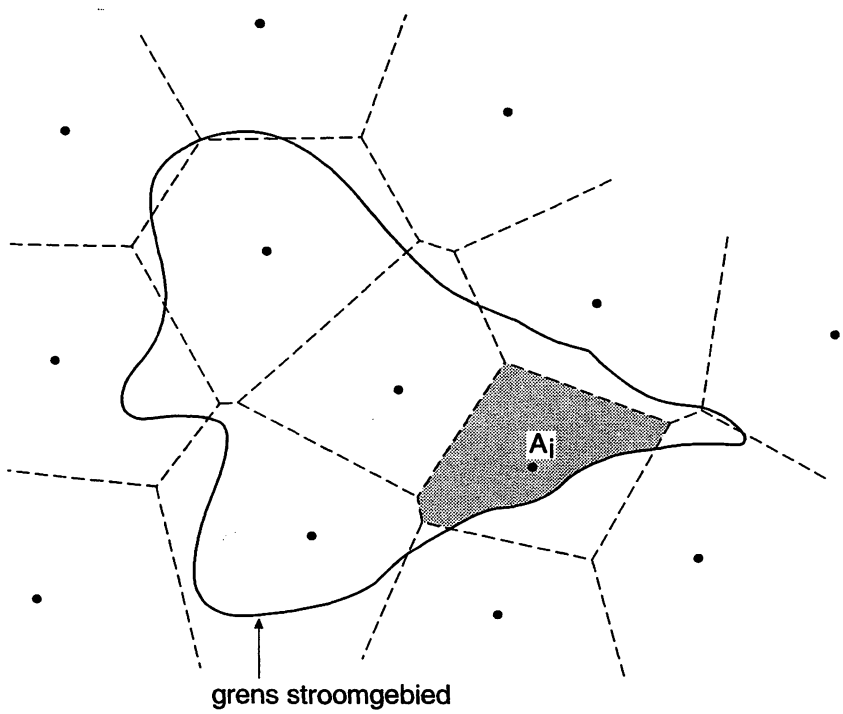
- als rekenkundig gemiddelde van de stations;
- via de polygonen van Thiessen;
- via lijnen van gelijke regenval (isohyeten);
- via hoogteklassen (in berggebieden).

De eerste methode kan worden toegepast als de waarnemingen regelmatig verspreid liggen in het gebied en als de verschillen tussen de stations gering zijn. De laatste drie methoden berekenen een gewogen gemiddelde:

$$\bar{R} = \sum_{1}^{N} \omega_j R_j \quad \text{met} \quad \sum_{1}^{N} \omega_j = 1 \tag{3.5-1}$$

waarin ω_j de gewichtsfactoren zijn.

De meest gebruikelijke methode is de Thiessen-methode. Men verbindt op een kaart de regenstations door rechte lijnen. De middelloodlijnen op deze verbindingslijnen vormen een net van veelhoeken (polygonen van Thiessen, zie figuur 3.5-2).



Figuur 3.5-2 Polygonen van Thiessen.

Bij onderzoek van een stroomgebied wordt elk station representatief geacht voor dat gedeelte van de omringende veelhoek dat binnen het stroomgebied gelegen is. Elk station krijgt een gewicht toegekend dat evenredig is met deze oppervlakte: $\omega_j = \frac{A_j}{A_{tot}}$.

Bij gebruik van de derde methode worden eerst neerslaghoogtekaarten vervaardigd. Vroeger gebeurde dat "met de hand" en een lineaal (of het oog) als interpolatie-instrument, tegenwoordig zijn daarvoor computerprogramma's beschikbaar. In zulke programma's worden meestal eerst waarden op de knooppunten van een vierkantennetwerk gegenereerd. Dit gebeurt met behulp van een wiskundige interpolatie- of extrapolatietechniek. Een veel toegepaste techniek maakt gebruik van gewichtsfactoren die gelijk zijn aan de reciproke van de afstand tot een waarnemingspunt (Engels: inverse-distance interpolation), zie Dingman, 1994, blz.117. Voor het berekenen en tekenen van isohyeten wordt vervolgens een ander algoritme gebruikt, waarmee door middel van interpolatie de ligging van de isohyeten in het netwerk wordt berekend. De gemiddelde neerslaghoogte wordt tenslotte berekend door de relatieve oppervlakte tussen twee isohyeten te hanteren als gewichtsfactor.
Voor berggebieden, waar de neerslag meestal sterk toeneemt met de hoogte, zijn Thiessen-polygonen minder bruikbaar. De stations worden nu bij voorkeur gerangschikt in hoogteklassen (Zeilmaker, 1973).
Voorbeeld:

station	hoogte (m)	klasse	grenzen (m)	oppervlakte (km^2)	gewicht
A	220	I	<310	11	0.55
B	380 ⎫				
C	400 400	II	310-480	6	0.30
D	420 ⎭				
E	560	III	480-640	2	0.10
F	720	IV	>640	1	0.05

Toelichting: B, C en D liggen op vrijwel dezelfde hoogte en worden binnen één klasse gecombineerd. De klassegrenzen liggen "halverhoogte" tussen de stations. Het oppervlak van de klassen (binnen het beschouwde stroomgebied) bepaalt het "gewicht" van elk station.
Bij een groot verschil tussen loef- en lijzijde dient men rekening te houden met de expositie ten opzichte van de overheersende regenbrengende wind (bijvoorbeeld door aan beide zijden verschillende klassenindelingen te vormen).

Voorbeeld: neerslag 8-3-1974.

station	mm	gewicht	product
A	10	0.55	5.5
B	16 ⎤		
C	18 16	0.30	4.8
D	14 ⎦		
E	22	0.10	2.2
F	28	0.05	1.4
Gemiddelde neerslag stroomgebied			13.9 mm

3.5.1 Aanvulling van ontbrekende gegevens

Als van een station de neerslagcijfers niet compleet zijn, bijvoorbeeld door het uitvallen van apparatuur, worden voor de ontbrekende gegevens meestal schattingen gebruikt. Schattingen kunnen worden verkregen uit isohyetenkaarten of door vergelijking met naburige stations. De eerste methode vereist meer werk dan de tweede en wordt toegepast wanneer een grotere nauwkeurigheid gewenst is, of wanneer de verschillen met naburige stations groot en/of variabel zijn. Strikt genomen is het niet nodig de isolijnen eerst te berekenen, we kunnen ook direct een interpolatietechniek gebruiken om de ontbrekende waarde te vinden.

Bij het gebruik van gegevens van naburige stations kunnen we aan de neerslagcijfers daarvan gewichtsfactoren toegekennen die afhangen van eerder gemeten neerslagen. De gewichtsfactoren worden berekend met behulp van de gemiddelde waarden van de stations in overeenkomstige perioden, bijvoorbeeld de maand waarin de gegevens ontbreken. We kiezen voor de index-stations bij voorkeur locaties die in verschillende richtingen rondom X liggen. Zijn er drie stations A, B en C, dan berekenen we voor het ontbrekende station X:

$$R_X = \frac{1}{3}\left(\frac{\bar{R}_X}{\bar{R}_A}R_A + \frac{\bar{R}_X}{\bar{R}_B}R_B + \frac{\bar{R}_X}{\bar{R}_C}R_C\right) \qquad (3.5\text{-}2)$$

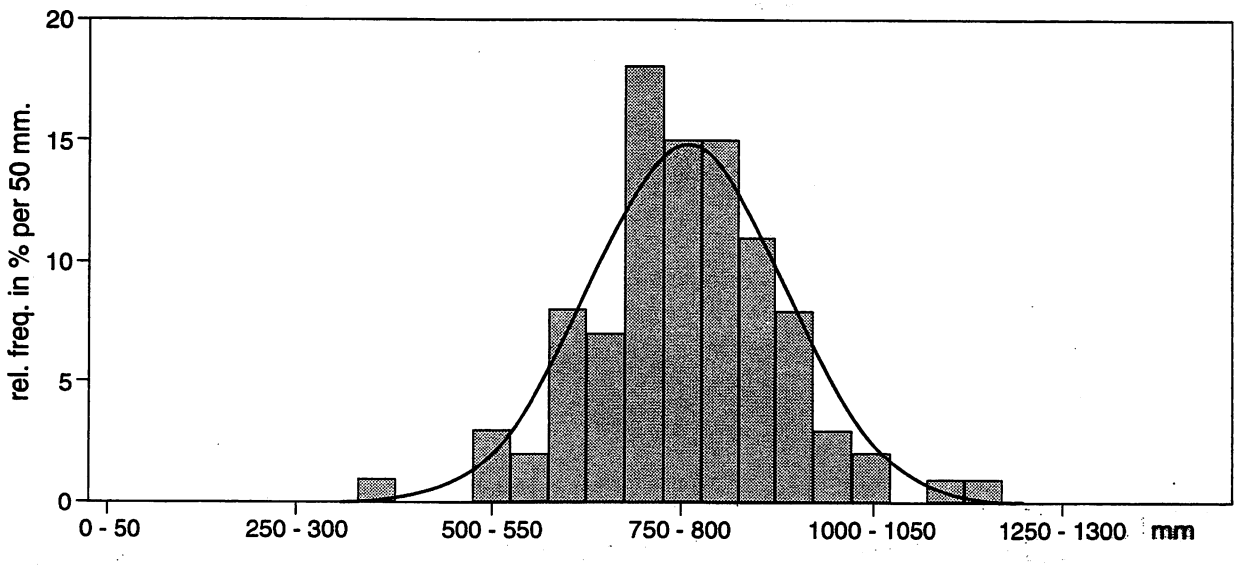
waarin $\bar{R}_X$, $\bar{R}_A$, $\bar{R}_B$ en $\bar{R}_C$ de gemiddelde waarden voor de stations zijn in een overeenkomstige periode. Liggen de index-stations rondom X, dan kunnen we voor de gewichtsfactoren ook hier de reciproke van de afstand gebruiken. Zijn de afstanden van X tot A, B en C respectievelijk r_A , r_B en r_C dan vinden we:

$$R_X = \frac{(\frac{R_A}{r_A} + \frac{R_B}{r_B} + \frac{R_C}{r_C})}{(\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_C})} \qquad (3.5\text{-}3)$$

3.6 Frequentieverdelingen en herhalingstijden

3.6.1 Frequentieverdeling van de jaarsommen

Door de variabiliteit van de neerslag treden schommelingen op in de jaarsommen. Voor De Bilt liggen de jaartotalen tussen 388 mm (in 1921) en 1307 mm (in 1998). Door gebruik te maken van frequentietabellen en frequentieverdelingen kan een indruk worden verkregen van de variabiliteit van de neerslag. De verdeling van de jaarsommen in Nederland kan door een normale kansverdeling worden benaderd. Figuur 3.6-1 geeft de frequentieverdeling van de jaarsommen gemeten in De Bilt. Een normale kansverdeling wordt gekenmerkt door zijn gemiddelde en zijn standaardafwijking. Met behulp van deze grootheden kan men uitspraken doen over de te verwachten fluctuaties[1)].



Figuur 3.6-1 Frequentieverdeling van de jaarsom voor het neerslagstation De Bilt in de periode 1906-1995, bron: KNMI.

1) Zie *Inleiding Statistiek.*

In Nederland is de jaarsom opgebouwd uit een groot aantal (ongeveer 180) dagsommen. De dagsommen kunnen worden beschouwd als onafhankelijke stochastische variabelen. De "Centrale Limietstelling" uit de statistiek leert ons dat de som van veel onafhankelijke stochastische variabelen een normale kansverdeling bezit. In aride gebieden zijn de variaties in de jaarsommen veel groter. Bovendien is het aantal regendagen per jaar zo gering, dat de scheve kansverdeling van de dagsommen doorwerkt in de jaartotalen. Dit komt bijvoorbeeld tot uiting in een aanzienlijk verschil tussen de mediaan en het rekenkundig gemiddelde.

Voorbeeld:

Dhahran, Saoedi Arabië, 1939-1970 (31 jaar)

Jaartotalen tussen 16.9 en 177.1 mm.

Mediaan : 60.5 mm (d.w.z. van de 31 jaren zijn 15 droger dan het "middelste" jaar met 60.5 mm en 15 zijn natter).

Gemiddelde: 73.3 mm.

3.6.2 Frequentieverdeling van k-daagse neerslagsommen

Voor de dagsommen is de kansverdeling erg scheef (zie 3.6.2). Dagen "zonder" regen (dat wil zeggen minder dan 0.1 mm neerslag) zijn in Nederland het meest frequent, in aantal gevolgd door dagen met weinig regen. Hoge dagtotalen zijn zeldzaam (figuur 3.6-2). Naarmate de periode langer wordt gekozen, wordt de kansverdeling minder scheef en nadert zij tot de normale kansverdeling (Centrale Limietstelling).

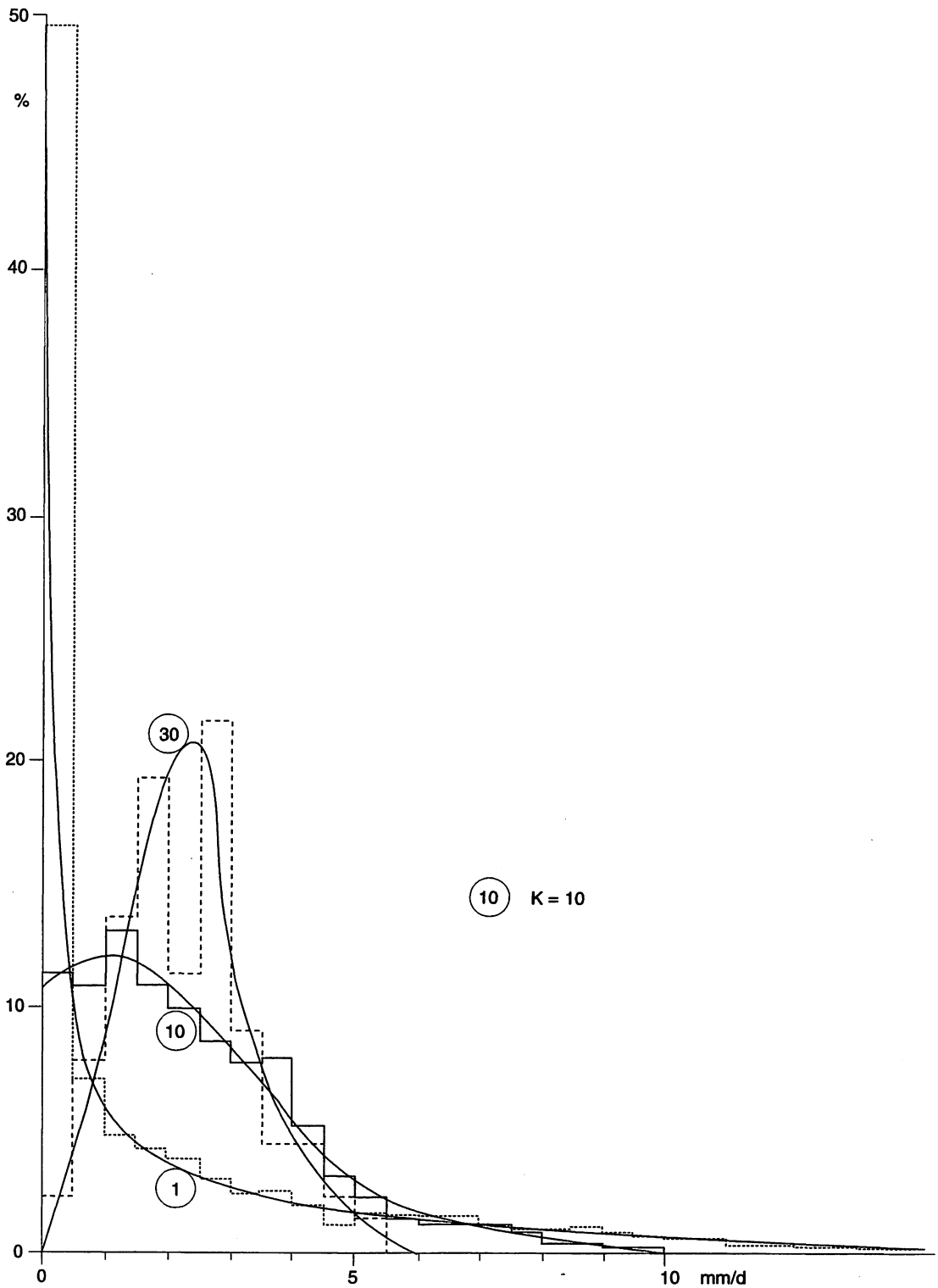
Stel de regenval op 14 achtereenvolgende dagen is:

0 - 0 - 0 - 2 - 0 - 5 - 15 - 0 - 25 - 7 - 3 - 0- 0- 0 mm

dan is de neerslag in overlappende 2-daagse perioden:

0 - 0 - 2 - 2 - 5 - 20 - 15 - 25 - 32 - 10 - 3 - 0 - 0 (13 tweedaagse perioden)

Doen we dit, voor een bepaald station, voor alle beschikbare waarnemingen, dan kunnen we voor deze overlappende 2-daagse perioden een frequentietabel opstellen (tabel 3.6-1). Dergelijke tabellen zijn voor overlappende k-daagse perioden beschikbaar voor 24 Nederlandse regenstations, waarbij k varieert van 1 tot 1800. Uit de tabel blijkt het volgende:



Figuur 3.6-2 Frequentieverdelingen van *k*-daagse sommen in de maand november (Hoofddorp).

Tabel 3.6-1 Voorbeeld van frequentie van k-daagse neerslagsommen voor station 438 (Hoofddorp, kolom VI), maand april, (kolom I), $k = 2$ (kolom VII), bron: KNMI.

maand	neerslag (mm)	aantal keren gevonden	frequentie (%)	overschr. kans (%)	station	aantal dagen k	totaal aantal perioden
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
4	.0	782	38.333	100.000	438	$k=2$	2040
	.1	58	2.843	61.667			
(april)	.2	57	2.794	58.824			
	.3	37	1.814	56.030			
	.4	39	1.912	54.216			
	.5	16	0.784	52.304			
	.6	25	1.225	51.520			
	.7	36	1.765	50.295			
	.8	11	0.539	48.530			
	.9	33	1.618	47.991			
	1.0	86	4.216	46.373	← 46.37% van alle waarnemingen ≥ 1.0 mm,		
	1.5	99	4.853	42.157	dat komt overeen met 0.4637 × 29 = 13.44		
	2.0	81	3.971	37.304	overschrijdingen in de maand april. $T = 2.15$		
	2.5	75	3.676	33.333	tweedaagse perioden (in april).		
	3.0	41	2.010	29.657			
	3.5	60	2.941	27.647			
	4.0	49	2.402	24.706			
	4.5	54	2.647	22.304			
	5.0	30	1.471	19.657			
	5.5	35	1.716	18.186			
	6.0	34	1.667	16.471			
	6.5	26	1,275	14,804			
	7.0	25	1.225	13.529			
	7.5	25	1.225	12.304			
	8.0	32	1.569	11.078			
	8.5	19	0.931	9.509			
	9.0	20	0.980	8.577			
	9.5	19	0.931	7.597			
	10.0	23	1.127	6.665	← 6.66% van alle waarnemingen is ≥ 10.0 mm,		
	11.0	24	1.176	5.538	$T = 15.015$ (tweedaagse perioden), dat komt		
	12.0	12	0.588	4.361	overeen met 1.93 overschrijdingen in de		
	13.0	14	0.686	3.773	maand april (= 0.0666 × 29).		
	14.0	16	0.784	3.087			
	15.0	7	0.343	2.303			
	16.0	9	0.441	1.960			
	17.0	5	0.245	1.518			
	18.0	3	0.147	1.273			
	19.0	4	0.196	1.126			
	20.0	3	0.147	0.930			
	21.0	3	0.147	0.783			
	22.0	1	0.049	0.636			
	23.0	1	0.049	0.587			
	24.0	4	0.196	0.538			
	25.0	3	0.147	0.342	← 0.34% van alle waarnemingen ≥ 25.0 mm		
	27.0	1	0.049	0.195	$T = 292$ tweedaagse perioden.		
	32.0	1	0.049	0.146			
	35.0	1	0.049	0.097			
	50.0	1	0.049	0.048			

- Voor een maand van 30 dagen (april, maand 4, kolom I) zijn er 29 overlappende tweedaagse perioden (k = 2, kolom VII) of in 71 waarnemingsjaren, 2059 perioden. Enkele daarvan zijn afgevallen wegens onvolledige waarnemingen, zodat er 2040 bruikbare perioden zijn overgebleven (kolom VIII). Deze zijn in grootteklassen ingedeeld (kolom II begint in tienden van millimeters).
- Tussen 0 en 0.1 mm neerslag kwam voor in 782 perioden (kolom III) of 38.333% van het totaal (kolom IV). De waarde "nul" wordt bereikt of overschreden in 100,000% van de waarnemingen, de waarde 0.1 mm wordt derhalve in 61.667 % van het aantal perioden overschreden (kolom V).
- Tussen 1.0 en 1.5 mm neerslag (in 2 dagen) kwam 86 maal voor, dat wil zeggen in 4.216% van het aantal gevallen. De waarde 1.0 mm (in twee dagen) werd bereikt of overschreden in 46.37% van het totale aantal perioden.
- Meer dan 25 mm in 2 dagen kwam in april voor in 7 gevallen; de waarde 25 mm in 2 dagen werd bereikt of overschreden in 0.34% van het totale aantal perioden.
- Kolom V is de cumulatieve frequentie en geeft dus de overschrijdingskans van de neerslaghoeveelheid (in kolom II) voor 2 dagen in april.

Dergelijke tabellen kunnen worden gebruikt voor frequentieverdelingen (zoals figuur 3.6-2) en voor de constructie van "regenduurlijnen" (zie onderstaande paragraaf).

3.6.3 Herhalingstijd en regenduurlijn

Uit een frequentietabel kan de zogenaamde *herhalingstijd T* worden berekend.

De herhalingstijd is een statistische grootheid die aangeeft met welke frequentie een bepaalde gebeurtenis mag worden verwacht. De herhalingstijd is gelijk aan de reciproke van de overschrijdingskans.

Noemen we de overschrijdingskans Q, dan geldt dus: $T = \frac{1}{Q}$. De herhalingstijd kan worden beschouwd als *het aantal perioden dat men gemiddeld moet wachten* tot en met de periode waarin de gebeurtenis zich weer voordoet. Uit het voorbeeld van tabel 3.6.1 volgt dat in Hoofddorp de herhalingstijd van de gebeurtenis "meer dan 10.0 mm in twee dagen in april", gelijk is aan 15.015 tweedaagse perioden. De verwachting is daarom dat deze gebeurtenis in de maand april 1.93 maal voorkomt.

Nemen we nu voor een reeks van jaren, de k-daagse sommen over het gehele jaar, (dat wil zeggen 364 2-daagse sommen, 363 3-daagse sommen, enz. per jaar) dan blijkt dat voor het station De Bilt de volgende neerslagsommen kunnen worden verwacht (c. q. worden overschreden):

Tabel 3.6-2 Herhalingstijden van *k*-daagse sommen in De Bilt (bron:KNMI).

Frequentie	*T* (jaren)	*k* = 1 d (24 u)	*k* = 2 d	*k* = 4 d	*k* = 7 d	*k* = 10 d
1 x per 50 jaar	50	67 mm	78 mm	98 mm	119 mm	143 mm
1 x per 10 jaar	10	53 mm	63 mm	79 mm	97 mm	116 mm
1 x per 5 jaar	5	48 mm	56 mm	70 mm	87 mm	104 mm

Voorbeeld:

Van de gemeten dagneerslagen in Wageningen (Haarweg 1982-90) was 1% groter dan 18.7 mm. Dat betekent dat (gemiddeld) 1 maal per 100 dagen (3.65 maal per jaar) een dagneerslag van 18.7 mm of hoger optreedt. De herhalingstijd is derhalve 100 dagen of $\frac{1}{3.65} = 0.27$ jaar.

In de landbouw houdt men meestal rekening met gebeurtenissen waarvoor T = 5 à 10 jaar. Wanneer mensenlevens op het spel staan, houdt men rekening met gebeurtenissen waarvoor T = 1250 j (hoogte van rivierdijken) tot 10 000 j (hoogte van dijken in het Deltagebied, advies Deltacommissie, 1960). Daarbij is steeds extrapolatie nodig wegens te korte waarnemingsperioden.
Ook voor de *k*-daagse sommen die slechts in een bepaalde periode van het jaar voorkomen (zoals de maand april in tabel 3.6-1), kan een herhalingstijd in jaren worden berekend in plaats van in tweedaagse perioden. Maar dit kan aanleiding geven tot misverstanden. T heeft dan namelijk niet de betekenis van een gemiddelde wachttijd. Omdat er per jaar slechts 29 tweedaagse perioden in april voorkomen, is het verwachte aantal malen van optreden *per jaar* gelijk aan de cumulatieve frequentie uit kolom V maal 29.

Voorbeeld:

In Hoofddorp wordt 10.0 mm (of meer) per twee dagen in april, in 6.66% van de gevallen geregistreerd. De herhalingstijd uitgedrukt in tweedaagse perioden is dus 15.015. Hieruit volgt dat de gebeurtenis gemiddeld $\frac{29}{15.015} = 1.93$ keer per jaar voorkomt, wat overeen zou komen met een herhalingstijd T van 0.52 jaar. *In dit geval betekent het echter niet dat de gemiddelde wachttijd 0.52 jaar is.*

De herhalingstijden van regenval in perioden die korter zijn dan 1 dag, volgen uit de analyse van de gegevens van pluviografen. Van een aantal plaatsen zijn cijfers beschikbaar van de neerslaghoeveelheden in perioden van 5 en 15 minuten. Daaruit zijn afgeleid de neerslagen gedurende overlappende *g*-voudige perioden (vgl. *k*-daagse neerslagsommen). Tabel 3.6-3 geeft voor het station De Bilt de te verwachten hoeveelheden neerslag gedurende t minuten, met een herhalingstijd van T jaar. Deze cijfers zijn in heel Nederland toepasbaar (Buishand et.al., 1991).

Tabel 3.6-3 Herhalingstijden voor korte perioden in De Bilt (bron: KNMI).

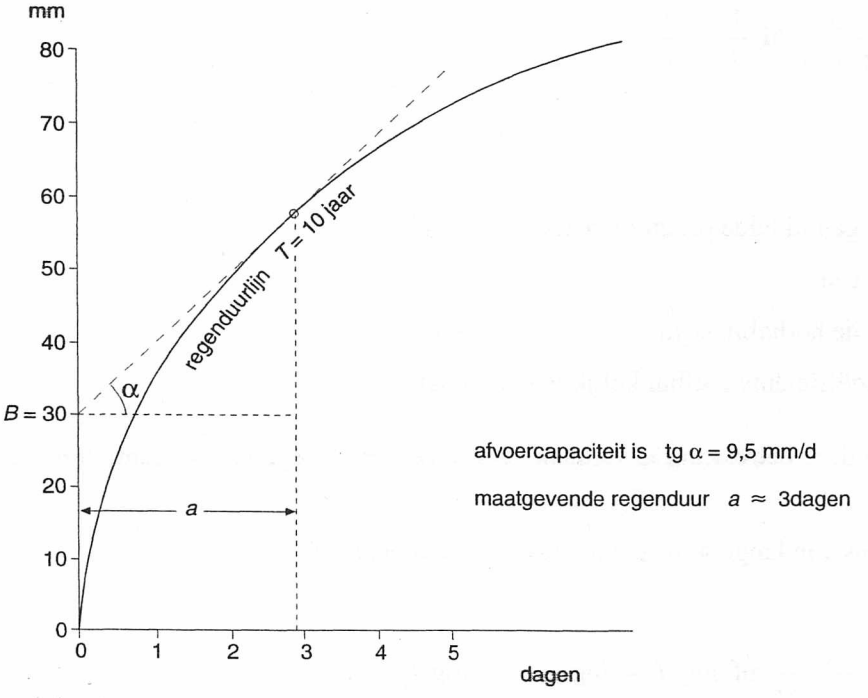
t (min) T (jaar)	5	15	30	60	120	360
1	6 mm	9 mm	12 mm	14 mm	17 mm	23 mm
2	7 mm	12 mm	15 mm	18 mm	22 mm	28 mm
5	9 mm	15 mm	19 mm	23 mm	27 mm	34 mm
10	10 mm	18 mm	23 mm	27 mm	31 mm	39 mm
50	14 mm	24 mm	30 mm	36 mm	41 mm	50 mm

Dergelijke gegevens zijn van belang voor gevallen waarin weinig berging beschikbaar is (verharde oppervlakken, gebieden met snelle bovengrondse afvoer), dus onder andere voor de berekening van rioleringen en voor de capaciteit van waterlopen in hellende gebieden.

Zetten we voor een bepaalde herhalingstijd (bijvoorbeeld $T = 10$ jaar) de hoeveelheid neerslag uit tegen de lengte van de beschouwde periode, dan krijgen we de "regenduurlijn".

De punten van deze curve zullen in het algemeen verschillende, in de tijd gescheiden, gebeurtenissen aanduiden: de regenduurlijn is een "omhullende" kromme (zie figuur 3.6-3).

Bij een gegeven afvoercapaciteit van een polder kan de *benodigde berging* (B) worden geschat door de gesommeerde afvoer vanuit de oorsprong uit te zetten. De grootste verticale afstand tussen de regenduurlijn en de afvoerlijn is de benodigde berging.



Figuur 3.6-3 Regenduurlijn en schatting van de afvoercapaciteit.

Omgekeerd kan uit de regenduurlijn een eerste schatting worden verkregen van de benodigde afvoercapaciteit als de berging bekend is (zie figuur 3.6-3):

- zet de berging B uit op de y-as;
- trek vanuit dit punt een raaklijn aan de regenduurlijn;
- de helling van deze lijn geeft een eerste schatting van de benodigde afvoercapaciteit;
- de abscis van het raakpunt is de *maatgevende regenduur*.

Bij geringe berging is de benodigde afvoercapaciteit groot, de maatgevende regenduur gering (en omgekeerd).

3.6.3.1 Regenintensiteit

Als we de totale hoeveelheid regen delen door de duur van de beschouwde periode, dan vinden we de gemiddelde regenintensiteit I.

Voorbeeld:

De Bilt, $T = 10$ jaar, $t = 10$ min., de te verwachten hoeveelheid is 14.9 mm, ofwel:

$I = 1.49$ mm min^{-1} $= 0.0248$ mm s^{-1}.

I is groter naarmate we kortere perioden beschouwen.

Voor regens van korte duur (5 minuten tot enkele uren) en een bepaalde T geldt vaak de empirische betrekking:

$$I = \frac{a}{t + b} \text{ of } \frac{1}{I} = \frac{1}{a} \cdot t + \frac{b}{a} \qquad (3.6\text{-}1)$$

met:

I = gemiddelde regenintensiteit (mm s^{-1})

t = tijd (s)

T = de herhalingstijd (jaar)

a,b: coëfficiënten, afhankelijk van de plaats

Indien aan deze betrekking is voldaan geeft uitzetten $\frac{1}{I}$ tegen t een rechte lijn (figuur 3.6-4).

Voor regens van lange duur geldt vaak voor een bepaalde T:

$$I = \frac{a}{(t + b)^n} \text{ of } \log I = \log a - n \log (t + b) \qquad (3.6\text{-}2)$$

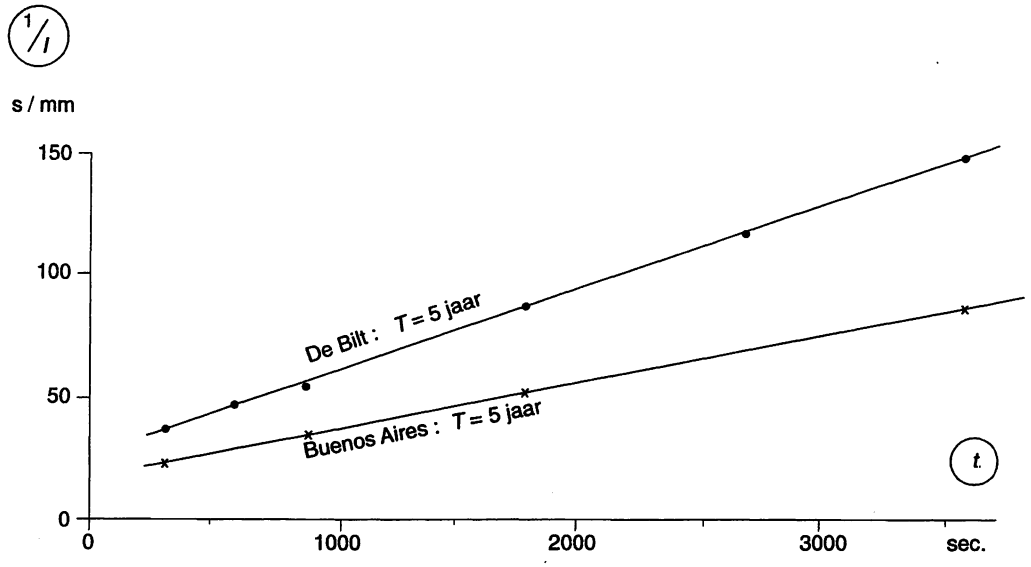
met:

I = gemiddelde regenintensiteit (mm d^{-1})

t = tijd (d)

T = de herhalingstijd (jaar)

a, b, n: coëfficiënten, afhankelijk van de plaats



Figuur 3.6-4 Toetsing van de relatie $\frac{a}{t+b}$ voor regens van korte duur.

Voor neerslagstations in Engeland, Nederland (De Bilt) en België (Ukkel) geldt voor zware regens met $T = 5$:

$$I = \frac{2165}{(t + 0.067)^{0.75}} \text{ mm per uur; } t = 5 \text{ min tot } 48 \text{ uur} \qquad (3.6\text{-}3)$$

met:

I = gemiddelde neerslagintensiteit (mm uur^{-1})

t = duur van het beschouwde tijdvak (uren)

Bij gebruik van een logaritmische tijdschaal verkrijgt men een rechte lijn. Kennis van de regenintensiteit is belangrijk in erosiestudies.

Opgaven

3.6.1. Bereken de overschrijdingskans van de gebeurtenis "78 mm in twee dagen in De Bilt". Gebruik de gegevens uit tabel 3.6-2.

3.6.2. Bereken de herhalingstijd voor de gebeurtenis "20.0 mm neerslag of meer, in twee dagen in april te Hoofddorp" (zie tabel 3.6-1). **a.** in tweedaagse perioden. **b.** in jaren.

3.6.3. Maak een schatting van de benodigde berging in een polder (voor $T = 50$ j) als de regencijfers van tabel 3.6-2 maatgevend zijn en de afvoercapaciteit 10 mm d^{-1} bedraagt.

3.7 Extreme waarden

3.7.1 Algemeen

Extreme waarden van een verschijnsel zijn de hoogste of laagste waarneming uit een groep, respectievelijk maximum en minimum genoemd. Maxima van stochastische variabelen gehoorzamen vaak aan de kansverdeling van Gumbel; hetzelfde geldt voor minima op een transformatie na (- minimum of - ln (minimum)). Bij veel natuurverschijnselen zijn ingenieurs geïnteresseerd in de extreme waarden van het verschijnsel. Zo is de gemiddelde zeehoogte geen geschikte basis voor de berekening van de gewenste dijkhoogte. Om veiligheid te bieden, moeten we weten hoe groot de kans is dat de maximum waterstand binnen een zekere periode een bepaalde hoogte overschrijdt.
De hoogte van rivierdijken en de afmetingen van de overlaat van een stuwdam worden bepaald door de te verwachten maximum afvoeren. Deze zijn op hun beurt afhankelijk van de te verwachten (extreme) neerslag in het stroomgebied. Bij irrigatieprojecten en de aanleg van reservoirs is het van belang te weten met welke frequentie extreme droogten kunnen worden verwacht. In dat geval gaat het om de onderschrijding van *minimum* waarden voor de neerslaghoeveelheid.

Voorbeeld: regenwaarnemingen gedurende 24 november maanden te Wageningen, $N = 30$, $n = 24$.

Tabel 3.7-1 Maximum dagneerslagen in de maand november te Wageningen (Haarweg) gedurende de periode 1974-1997 (mm).

1974 14.7	1975 16.9	1976 17.2	1977 23.1	1978 4.9	1979 19.2	1980 13.1	1981 11.8	1982 13.5	1983 38.7
1984 9.3	1985 18.2	1986 19.4	1987 27.1	1988 20.0	1989 4.8	1990 20.7	1991 17.1	1992 16.6	1993 24.6
1994 8.5	1995 12.7	1996 15.9	1997 5.5						

Uit een groep van de neerslaghoeveelheden op de 30 dagen in november kiezen wij dus steeds de hoogste waarneming. Het gaat hier om (n =) 24 groepen van (N =) 30 waarnemingen. Elke groep heeft een maximum, en zo verkrijgen we 24 maxima.

In het algemeen geldt:

groep nummer	1	2	3	4	5	..... n
aantal waarnemingen	N	N	N	N	N	..... N
extreme waarde	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	..... x_n

Voorwaarde voor de onderstaande procedure is: $N > 10$

Rangschik de waarnemingen in opklimmende (juister: niet afdalende volgorde).

- uit voorbeeld Wageningen: 4.8 4.9 5.5 8.5 9.3 11.8 12.7 13.1 13.5 14.7 .... (tabel 3.7-1)
- in het algemeen: $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq x_{(3)} .... \leq x_{(i)} \leq ... \leq x_{(n)}$;
  $(i) = (1), .. ,(n)$: rangnummers van klein naar groot.

Beschouw zulk een maximum als een realisatie van een kansvariabele $\underline{x}$, met verdelingsfunctie $K(x) = P[\underline{x} \leq x]$. Let op dat het hier gaat om linkerkansen. De n groepen geven n maxima en via op volgorde zetten kan men daaruit de i-de kleinste, genoteerd als $x_{(i)}$ bepalen. Vervolgens kunnen we ons afvragen hoe groot $K(x_{(i)})$ ongeveer is.

De kans dat $\underline{x} \leq x_{(i)}$ is ongeveer:

$$K\left(x_{(i)}\right) \approx \frac{i}{n+1} \qquad i\text{: rangnummer waarneming} \tag{3.7-1}$$

iets nauwkeuriger:

$$K\left(x_{(i)}\right) \approx \frac{i - 0.3}{n + 0.4}$$

Voor redelijk grote n is het verschil met de eerste formule gering en in de praktijk wel te verwaarlozen. Wij zullen in het vervolg de eerste uitdrukking gebruiken.

3.7.2 De kansverdeling van Gumbel*

Volgens Gumbel is de theoretische kans dat in elk van de volgende n groepen de grootheid $\underline{x}$ een zekere grenswaarde x *niet overschrijdt*:

$$K(x) = P(\underline{x} \leq x) = e^{-e^{-y}} \text{ met } y = a(x - u) \tag{3.7-2}$$

De Gumbel-verdeling heeft dus twee, doorgaans onbekende, parameters: u en a. Hieruit volgt:

$$y = - \ln (- \ln K) = a(x - u) \qquad (3.7\text{-}3)$$

y wordt de gereduceerde variabele genoemd. a hangt samen met de standaard afwijking van de Gumbel-kansverdeling en u is de modus van de Gumbel-kansverdeling (het punt met maximale kansdichtheid).

De samenhang van grenswaarde x en linkerkans K wordt als de rechte lijn $y = a(x-u)$ weergegeven, met y = -ln (-ln K). *Een voorwaarde* om te voldoen aan de Gumbel-verdeling is, dat de extreme waarden de extremen zijn van steekproeven bestaande uit onafhankelijke gegevens. De Gumbel-kansverdeling geeft een theoretische kansverdeling van extremen. Als hulpmiddel wordt Gumbel-kanspapier gebruikt, voorzien van - ln (- ln K) verdeling (zie figuur 3.7-1). Kanspapier is papier waarop de verdelingsfunctie van een kansvariabele $\underline{x}$ wordt voorgesteld door een rechte lijn. Vervangen we nu de (onbekende) theoretische kansen door de empirische kansen, door toepassing van: $K = \frac{i}{n + 1}$, dan geeft dat bij benadering een rechte lijn op het Gumbel-kanspapier.

Voorbeeld (uit tabel 3.7-1):

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9...	..24
$x_{(i)}$:	4.8	4.9	5.5	8.5	9.3	11.8	12.7	13.1	13.5	38.7
K:	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32	0.36	0.96

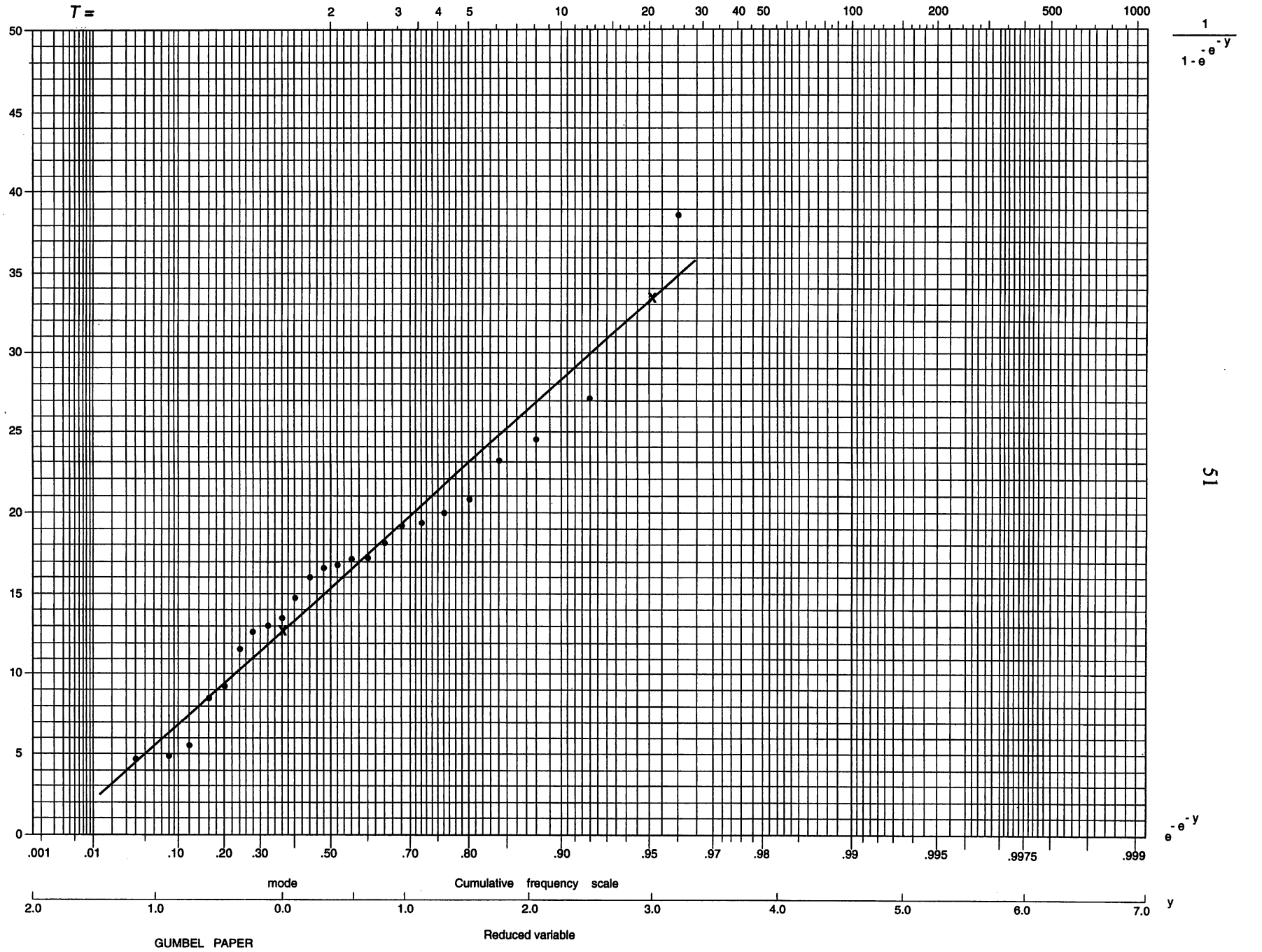
We kunnen, met behulp van de theorie van Gumbel, de rechte lijn echter ook berekenen[1)]. De vergelijking voor dit voorbeeld luidt $x = 12.77 + 6.86\,y$, zie figuur 3.7-1.

Met behulp van de rechte lijn op het Gumbel-papier kan, door extrapolatie, een voorspelling worden gedaan over de overschrijdingskans van een gekozen maximum waarde.

Goed aan de Gumbel-verdeling voldoen:

- neerslagextremen;
- extremen van de hoogwaterstanden langs de kusten van de Noordzee (bijvoorbeeld de hoogste hoogwaterstanden per kalenderjaar te Hoek van Holland).
- extremen van de Rijnafvoeren te Lobith (in $m^3\ s^{-1}$), bijvoorbeeld de hoogste afvoeren per kalenderjaar. Omdat de afvoeren en de waterstanden te Lobith door een niet-lineaire betrekking verbonden zijn, voldoen de extremen van deze waterhoogten *niet* aan een Gumbel-verdeling!

1) zie opgave 3.2 uit *Vraagstukken bij het college Inleiding Hydrologie.*



Figuur 3.7-1 Verwerking van neerslag extremen op Gumbel-papier.

Bij een gegeven grenswaarde x kunnen we zoeken naar het aantal perioden (bijvoorbeeld jaren) dat men moet wachten tot en met de periode met de eerste overschrijding van x. Voor de verwachte wachttijd, ook wel de gemiddelde herhalingstijd (T) genoemd, geldt:

De gemiddelde herhalingstijd is $T = \frac{1}{1-e^{-e^{-y}}} = \frac{1}{1-P} = \frac{1}{Q}$ (3.7-4)

met: $P = P(\underline{x} \leq x)$

Q is de overschrijdingskans $Q = 1 - P = P(\underline{x} > x)$

De grenswaarde x wordt ook wel de T-jaar herhalingswaarde van x genoemd. T is bovenaan het Gumbel-papier weergegeven.

Voor de hoogte van de zeedijken in West-Nederland rekent men met hoogwaterstanden, waarvoor T = 10000 jaar (Deltaplan). Voor grote stuwdammen in dicht bevolkte valleien moeten overeenkomstige normen gelden. Voor de rivierdijken rekende men aanvankelijk met Rijnafvoeren waarvoor T = 3000 jaar; nu zijn de normen gesteld op T = 1250 jaar, overeenkomend met een Rijnafvoer bij Lobith van 16500 $m^3 s^{-1}$ en een (ontwerp)waterstand van NAP + 17.65 m. De hoogst bekende afvoer (12600 $m^3 s^{-1}$) werd in 1926 geregistreerd. In het bijna-rampjaar 1995 bedroeg de maximum afvoer, op 31 januari, 11890 $m^3 s^{-1}$, en de bijbehorende waterstand bij Lobith NAP + 16.68 m. Deze laatste afvoer heeft een overschrijdingskans van 1.25 % ofwel een herhalingstijd van 80 jaar. Voor landbouwgronden rekent men meestal met gebeurtenissen waarvoor T = 5 à 10 jaar.

Voor de maximum dagneerslag in november te Wageningen geldt, dat eens per 100 jaar (T = 100) 44,8 mm te verwachten is (zie figuur 3.7-1). In augustus is dit beduidend hoger (seizoenseffect). De kans dat een dergelijke grenswaarde in de komende *r* jaren *eenmaal* wordt overschreden is:

$$U = 1 - (1 - \frac{1}{T})^r \qquad (3.7\text{-}5)$$

De grootheid U kan worden gebruikt bij het opstellen van ontwerpnormen.

Enkele zeer hoge neerslagen zijn vermeld in tabel 3.7-2. De Nederlandse records zijn zeer bescheiden ten opzichte van de wereld-maxima.

Tabel 3.7-2 Maximaal gemeten punt-regenval.

Duur	Nederland	Wereld
1 min	3 à 4 mm	38 mm (Guadeloupe
1 uur	98 mm*	320 mm (Missouri,USA)
1 d	208 mm**	1870 mm (La Reunion)

* Vollenhove, 13-6-1966
** Voorthuizen, 3-8-1948

3.7.3 Overschrijding van een bepaalde grenswaarde

In plaats van de extremen (zoals de hoogste dagneerslag per novembermaand) kunnen we ook een andere grootheid gebruiken, namelijk alle overschrijdingen boven een bepaald grensniveau (bijvoorbeeld alle dagsommen in november, die groter zijn dan 13 mm). Deze zogenaamde partiële- of overschrijdingsreeks verkrijgen we dus door van de oorspronkelijke gegevens alleen de neerslaghoeveelheden boven een bepaalde waarde te noteren. In de engelstalige literatuur staat dit bekend als de *"partial duration series"*. Bij deze werkwijze zullen bepaalde groepen (hier novembermaanden) in het geheel geen bijdrage geven (in het voorbeeld van tabel 3.7-1 de novembermaanden van 1978, 1981 1984, 1989, 1994, 1995 en 1997), andere daarentegen 2 of meer. Deze laatste tellen alle mee bij de overschrijdingen, terwijl alleen de hoogste wordt opgenomen bij de extremen.

De statistische eigenschappen van deze reeks verschillen uiteraard van die van de extremen. De herhalingstijden van de overschrijdingsreeks T_p, zijn lager dan die van de extremen (T), vooral bij lage waarden (tabel 3.7-3). Bij grote herhalingstijden ($T_p > 10$) geldt $T_p \approx T - ½$.

Tabel 3.7-3 Herhalingstijden van de overschrijdingsreeks, T_p in vergelijking met die van de extremen, T.

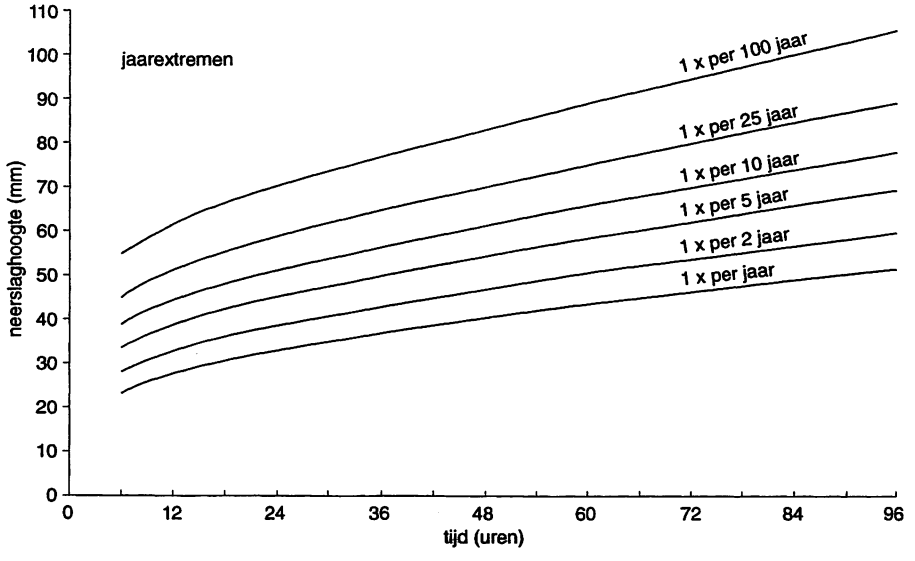
T_p	0.2	0.5	1.0	1.45	2.0	5.0	10.0	20.0	30.0	50.0	100.0	200.0
T	1.007	1.16	1.58	2.0	2.54	5.52	10.5	20.5	30.5	50.5	100.5	200.5

De overschrijdingsreeks wordt vooral gebruikt voor (rivier)afvoeren. Zo is de "maatgevende afvoer" die gebruikt wordt bij waterbeheersingsplannen in Nederland (zie college Waterbeheersing) de afvoer, die gemiddeld eens per jaar te verwachten is (T_p = 1.00). Gebruiken we de reeks van jaarextremen, dan moeten we daaruit de afvoer kiezen, die behoort bij T = 1.58 jaar om dezelfde uitkomst te verkrijgen als die welke volgt uit de overschrijdingsreeks.

Voorbeeld:

Stel we hebt 24 waarnemingen van hoogste rivierafvoeren in 15 jaar (de partial duration series $> A_1$). De kans dat een afvoer groter is dan nr. 24 is 0.04; er zijn gemiddeld 1.6 afvoeren per jaar, dus per jaar is de overschrijdingskans 0.04 × 1.6 = 0.064 en de herhalingstijd T_p = 15.6 j. Dat klopt aardig, want nr. 24 is eenmaal in 15 j waargenomen. Door extrapolatie kunnen afvoeren met een kleinere overschrijdingskans worden berekend. Als er 0.02 kans is op een afvoer $> A_2$, dan is dat per jaar 0.032 en de herhalingstijd $T_p = 31.2$ j.

Figuur 3.7-2 geeft een voorbeeld van de overschrijdingsreeksen van neerslagextremen.



Figuur 3.7-2 Neerslaghoogte te De Bilt (jaarextremen) voor duren van 6 uren tot 96 uren, bij een herhalingstijd T_p van 1, 2, 5, 10, 25 en 100 jaar (Bouwknegt, 1986).

Opgaven

3.7.1. Waarom staat er in de noemer van vergelijking (3.7-1) $n + 1$, in plaats van n ?

3.7.2. Bewijs vergelijking (3.7-5).

3.7.3. a. In 1998 was de maximum dagneerslag in november in Wageningen 15.2 mm, bepaal de plaats van het bijbehorende punt in figuur 3.7-1. **b.** Wat is de herhalingstijd van de gebeurtenis "maximum dagneerslag in de maand november in Wageningen is 45 mm"?

3.8 Kwaliteit van de neerslag

Regen is steeds verontreinigd met andere bestanddelen. Deze verontreiniging kan natuurlijk zijn, maar wordt in toenemende mate veroorzaakt door menselijke activiteit. Zoals in paragraaf 3.2 werd

besproken, zijn de verontreinigende deeltjes condensatiekernen, die het begin zijn van de druppelvorming. Nabij de zeekust is in de neerslag vrij veel NaCl en $MgSO_4$ aanwezig, afkomstig van zoute druppels, die vooral bij storm boven zee worden gevormd. Het gehalte aan deze zouten neemt landinwaarts sterk af (zie tabel 3.8-1).

Tabel 3.8-1 Gehalten aan Na^+ en Cl^- in de neerslag (1981).

plaats	µ-mol/l		mg/l	
	Cl^-	Na^+	Cl^-	Na^+
Schiermonnikoog	399	355	14.2	8.2
Leeuwarden	272	236	9.7	5.4
Witteveen (Dr)	110	94	3.9	2.2
Eindhoven	68	58	2.4	1.3
Beek (L)	53	40	1.9	0.9

Door verbranding van zwavelhoudende brandstoffen ontstaat SO_2 dat in de atmosfeer langzaam wordt omgezet tot zwavelzuur, H_2SO_4. Verder ontstaan bij hoge verbrandingstemperaturen, onder andere in verbrandingsmotoren, stikstofoxyden (NO, NO_2 etc. in het algemeen aangeduid als NO_x); deze worden omgezet in salpeterzuur, HNO_3. Kleine concentraties van deze zuren geven een verzuring van de neerslag en tevens een verrijking aan sulfaat en nitraat-ionen. Deze "zure regen" is vooral afkomstig uit dicht bevolkte industriegebieden en gebieden met intensieve veeteelt (overmatige mestproduktie). Zij kan over grote afstanden worden verspreid en geeft bijvoorbeeld tot in Skandinavië aanleiding tot verzuring van meren en daardoor tot veranderingen in flora en fauna (figuur 3.8-1). Het verhoogde gehalte aan nitraat kan invloed uitoefenen op oligotrofe (voedselarme) levensgemeenschappen, zoals hoogveenvegetaties.

3.9 Literatuur neerslag

Buishand, T.A. en C.A. Velds, 1980. Neerslag en Verdamping, Klimaat van Nederland 1. KNMI, De Bilt.

Buishand, T.A., 1983. De kansverdeling van D-uurlijkse neerslagsommen in Nederland. Wet.Rapport. 83-5, KNMI, De Bilt.

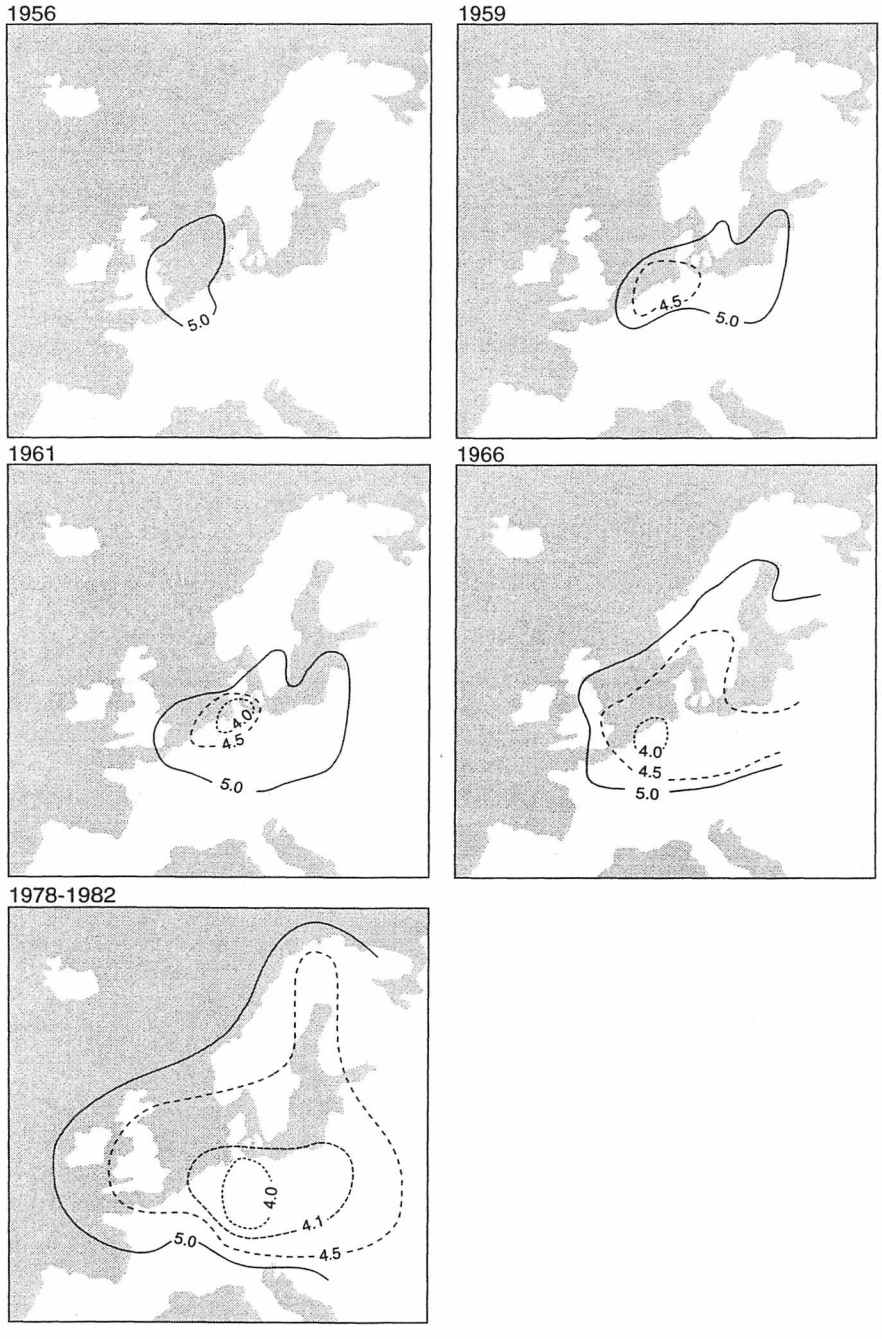
Buishand, T.A., J.B.M. van Acker en H. van Luijtelaar, 1991. Analyse van kwartiersommen van de neerslag. H_2O, 24: 294-299.

Cultuurtechnisch Vademecum, 1988. Cultuurtechnische Vereniging, Utrecht.

Dingman, S.L., 1994. Physical Hydrology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

Geurts, H.A.M. en A.F.V. van Engelen, 1992. Beschrijving antieke meetreeksen. KNMI, De Bilt.

KNMI, 1992. Normalen van de neerslag voor het tijdvak 1961-1990. De Bilt.



Figuur 3.8-1 pH-isolijnen voor de neerslag in Europa: toenemende verzuring als gevolg van economische groei, 1956-1982.

4 INFILTRATIE

4.1 Inleiding

De indringing van water in de grond wordt *infiltratie* genoemd. Deze indringing is mogelijk doordat bodemlagen aan het aardoppervlak meestal bestaan uit *poreus materiaal*. Kenmerkend voor een poreus materiaal is dat in een willekeurig controlevolume een vaste fase aanwezig is, de zogenaamde matrix, die slechts een deel van het volume in beslag neemt. Kiezen we het controlevolume niet te klein, dan is de ruimtelijke verdeling van de vaste fase min of meer gelijkmatig. Het overige deel wordt de poriënruimte genoemd. Deze wordt óf door vloeistof (water, aardolie) óf door vloeistof en gas (lucht, aardgas) in beslag genomen. In het eerste geval spreken we van de verzadigde toestand, in het tweede geval van de onverzadigde toestand. De verhouding van het poriënvolume (V_v) tot het totale controlevolume (V) noemen we de *porositeit* of *poriënfractie* (n).

Bij de bespreking van de hydrologische kringloop kwam al ter spake dat de *stroming* van water door de grond een belangrijke plaats inneemt. Om stroming door een poreus materiaal mogelijk te maken, is het nodig dat de poriën met elkaar in verbinding staan. De vloeibare fase wordt dus als een samenhangend geheel beschouwd, dat grensvlakken heeft met de gasfase en de vaste fase. Het transport van water en opgeloste stoffen in de bodem vindt plaats door de gehele poriënruimte en wordt beïnvloed, zowel door de eigenschappen van de vloeistof als door de eigenschappen van de bodemmatrix.

In dit hoofdstuk bedoelen we met infiltratie de indringing van regen- of irrigatiewater door het bodemoppervlak. De *infiltratiesnelheid* (f) is de snelheid waarmee water door het bodemoppervlak stroomt; dit wordt uitgedrukt als een *volumefluxdichtheid*: m^3 water per m^2 oppervlak per tijdseenheid. De infiltratiesnelheid is in het algemeen niet constant, de maximum snelheid die op een bepaald moment kan optreden wordt de *infiltratiecapaciteit* (f_p) genoemd. Het woord infiltratie kan echter ook betrekking hebben op de stroming van water vanuit rivieren, kanalen of drainbuizen de grond in.

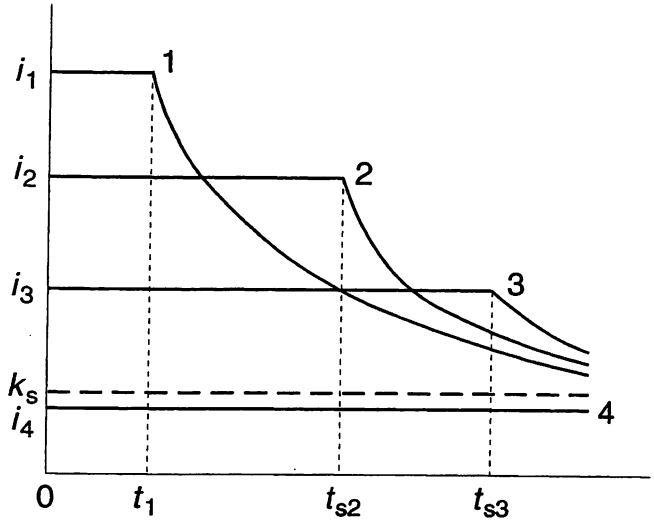
Percolatie is de stroming van water door een poreus medium (zoals de grond). In de hydrologie wordt er meestal de stroming door de onverzadigde zone mee bedoeld vanuit de wortelzone naar het verzadigde grondwater. Percolatie vindt pas plaats als de onverzadigde zone op veldcapaciteit is gekomen. De zwaartekracht is daarbij de voornaamste drijvende kracht, een andere kracht die een rol speelt, is de aantrekkingskracht tussen het water en de vaste bodemdeeltjes (zie college *Inleiding Bodemkunde*). De indringing door het bodemoppervlak wordt beïnvloed door de percolatiesnelheid. Onder infiltratie wordt daarom ook wel verstaan de neerwaartse indringing van water in de bovenste bodemlagen.

Infiltratie bepaalt de verdeling van regenwater over oppervlakteafvoer en ondergrondse afvoer. Dat is bijvoorbeeld van groot belang voor de berekening van de afvoer uit een stroomgebied en het al dan niet voorkomen van erosie. In de hydrologische literatuur wordt vaak gesproken over de *effectieve neerslag*. Wat men daar precies mee bedoelt, hangt af van het probleem. Voor een grondwaterhydroloog is het de hoeveelheid percolatiewater, voor een afvoerhydroloog de hoeveelheid neerslag die kan afstromen, dat wil zeggen neerslag die niet infiltreert en niet achterblijft op het gewas. Een teeltkundige is geneigd de hoeveelheid neerslag die kan worden vastgehouden in de wortelzone als effectief te beschouwen. Infiltratie is dus van betekenis voor het afvoerproces en voor de aanvulling van bodemvocht en grondwater(zie paragraaf 1.3.1).

4.2 Factoren die infiltratie beïnvloeden

De infiltratiesnelheid hangt af van een aantal factoren, maar vooral van grondsoort en bodembedekking. Met name de toestand van de toplaag (dat wil zeggen de bovenste 1 á 2 mm) is van grote invloed. Bij "verslemping" worden fijne bodemdeeltjes door regenwater getransporteerd en afgezet op het oppervlak. De poriën van het bodemoppervlak slibben zo gedeeltelijk dicht, waardoor de binnendringing van water wordt belemmerd. Behalve de toestand aan het oppervlak is het vermogen van de daaronder liggende laag om het water te transporteren van belang. In deze laag vindt meestal onverzadigde stroming plaats, dat wil zeggen dat het water stroomt door poriën die slechts gedeeltelijk met water zijn gevuld. Een theoretische analyse van het infiltratieproces kan dan ook pas geschieden ná bestudering van de theorie van onverzadigde stroming (zie hoofdstuk 8 en het college Bodemnatuurkunde). In het algemeen blijkt dat het vermogen van een grondmonster om water te transporteren, toeneemt met het watergehalte.

Wanneer het regent op een droog bodemoppervlak zien we in eerste instantie dat de infiltratiesnelheid gelijk is aan de neerslagintensiteit. Met andere woorden, de bodem kan (behoudens zeer extreme situaties) al het regenwater direct opnemen. Na verloop van tijd blijkt echter dat de infiltratiecapaciteit afneemt, zodat bij gelijkblijvende neerslagintensiteit een deel van het regenwater oppervlakkig moet afstromen. Ondanks het feit dat de bovenste centimeters van de bodem meer water bevatten, neemt de transportsnelheid door het bodemoppervlak af. Bovendien blijkt dat het tijdstip waarop de afname van de infiltratiesnelheid begint, afhangt van de neerslagintensiteit (i), zie figuur 4.2-1.



Figuur 4.2-1 De infiltratiesnelheid als functie van de tijd voor verschillende neerslagintensiteiten. k_s is het vermogen om water te transporteren als de grond geheel verzadigd is.

- Zandgronden vertonen meestal een hoge infiltratiesnelheid.
- Kleigronden kunnen gescheurd zijn, zij nemen dan aanvankelijk veel water op, maar dit neemt sterk af als de grond gaat zwellen. Vooral in het begin van de infiltratie loopt veel water door de scheuren naar de ondergrond. Dit water is voor planten dan onbereikbaar geworden. Vanuit het oogpunt van de agrohydroloog is dit water verloren gegaan.
- Zavel- en lössgronden kunnen hun structuur verliezen (verslempen), waardoor de infiltratiesnelheid zeer gering kan worden.
- Betreding en het rijden met machines vermindert de infiltratiesnelheid, vooral van zavel- en kleigronden. Bij sportvelden en kampeerterreinen moet de bovenlaag daarom uit zandig materiaal bestaan (maximaal 8% lutum en maximaal 5% humus).
- Begroeiing bevordert de stabiliteit van de structuur en daardoor de indringingssnelheid, dit is bijvoorbeeld van belang bij wegbermen. De strooisellaag in bossen heeft ook een gunstige invloed op de infiltratie.

Omdat de infiltratie afhankelijk is van een groot aantal factoren, is het niet mogelijk een conceptueel model op te stellen op basis van eenvoudige natuurkundige relaties. Zoals vaak in dit soort gevallen, zoekt men dan zijn toevlucht tot empirische verbanden. Er zijn in de loop der jaren een groot aantal semi-empirische methoden ontwikkeld (Singh, 1988), waarvan hier alleen de vergelijkingen van Horton en Philip worden besproken.

Op grond van waarnemingen zoals hierboven genoemd, heeft Horton (1933) infiltratie beschreven met behulp van de volgende *empirische* vergelijking:

$$f_p = f_c + \mu e^{-kt} \qquad (4.2\text{-}1)$$

waarin:

f_p = infiltratiecapaciteit

f_c = de infiltratiecapaciteit als $t \rightarrow \infty$

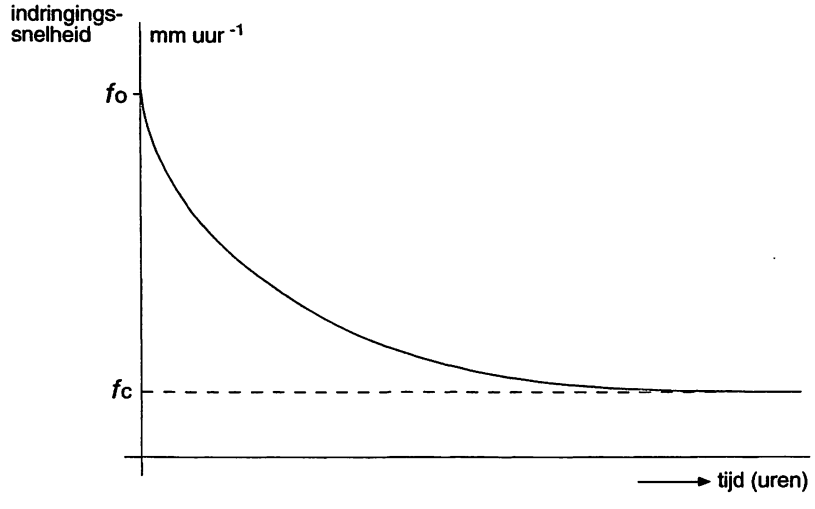
μ = $f_0 - f_c$

f_0 = de maximum infiltratiecapaciteit op $t = 0$

t = de tijd sinds de start van de infiltratie

k = een coëfficiënt die vooral afhankelijk is van grondsoort en vegetatie

f_0 en f_c hangen af van grondsoort, vochtgehalte en bodembedekking. De coëfficiënten f_0 , f_c en k kunnen alleen worden bepaald door "curve fitting", dat wil zeggen dat men de coëfficiënten aanpast totdat de voorspelde infiltratiecapaciteit overeenkomt met de gemeten waarden. f_c hangt mede af van de intensiteit van de regen, bij hoge regenintensiteit blijkt de uiteindelijke infiltratiesnelheid hoger dan bij een lage regenintensiteit. Figuur 4.2-2 geeft een voorbeeld van het (exponentiële) verloop van de infiltratiecapaciteit als functie van de tijd.



Figuur 4.2-2 Infiltratiecapaciteit volgens Horton als functie van de tijd.

$S = 15\ \text{mm min}^{-1/2} = ?\ \text{m s}^{-1/2}$

$15\ \frac{\text{mm}}{\text{min}^{1/2}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}{\text{min}^{1/2}}$ $\qquad \frac{\text{min}^{1/2}}{(60\ \text{s})^{1/2}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}{7.75\ \text{s}^{1/2}} = 1.93\ \text{m s}^{-1/2}$

Horton's methode werd vooral gebruikt om een schatting te kunnen maken van de neerslag die oppervlakkig afstroomt in een stroomgebied. De methode werd ontwikkeld voor klimaatgebieden waar de regenintensiteit groter kan zijn dan de infiltratiecapaciteit. In gematigde streken komt dat alleen lokaal voor, gemiddeld over een stroomgebied niet.

Philip heeft, in de vijftiger jaren, een theoretische analyse gemaakt van de stroming van water in een kolom grond die oorspronklijk een uniform vochtgehalte heeft en waarop aan de bovenzijde water wordt toegevoegd; dit gebeurt zodanig dat er steeds een heel dun laagje water op de grond staat (zie Koorevaar, Menelik en Dirksen, 1983). Uit zijn beschouwingen volgt dat bij benadering geldt:

$$I = St^{\frac{1}{2}} + At \qquad (4.2\text{-}2)$$

en

$$f_p = \tfrac{1}{2}St^{-\frac{1}{2}} + A \qquad (4.2\text{-}3)$$

droge grond $S = 0.4$ mm min$^{-1/2}$ (zware klei)
tot $S = 15$ mm min$^{-1/2}$ (zand, grof)

waarin :

I = de cumulatieve hoeveelheid geïnfiltreerd water (m).
een maat voor het vermogen v/d bodem om water te absorberen.

S = de "sorptivity". De parameter S (ms$^{-\frac{1}{2}}$) is de dominante factor in het beginstadium van de infiltratie. Bij hoge infiltratie: de hoeveelheid water die in de eerste tijd een h. infiltreert.
als $t \to$ groot, eerste term onbelangrijk

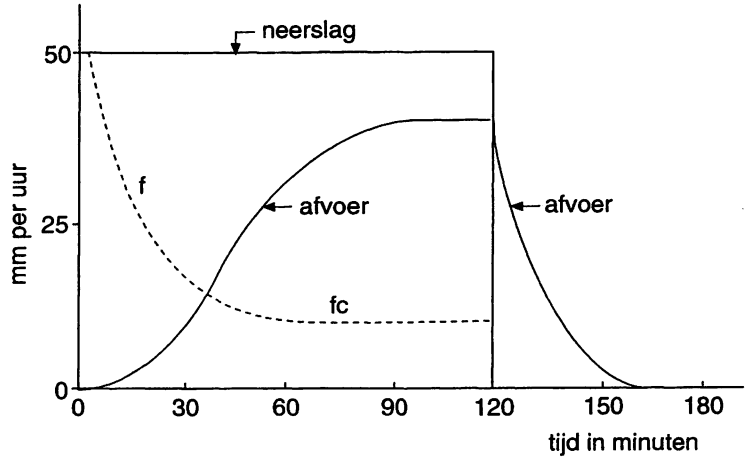
A = een factor die de invloed van de zwaartekracht in rekening brengt (ms^{-1}).

4.3 Het meten van de infiltratiesnelheid

In het veld of in het laboratorium kunnen we voor de meting van infiltratie gebruik maken van een *infiltrometer*. Een infiltrometer bestaat uit twee concentrische stalen ringen van ongeveer dertig centimeter hoogte. Zij worden circa 15 cm in de grond geslagen en daarna met een laag water gevuld. Door nu te meten hoeveel water de grond indringt, bij een constant waterpeil binnen de ringen, wordt het verloop van de infiltratie met de tijd verkregen. De buitenste ring dient om randeffecten te minimaliseren, de binnenste wordt gebruikt voor de meting. Omdat het oppervlak van de ring tamelijk klein is, is de betrouwbaarheid van één meting onvoldoende. De uitkomst wordt namelijk sterk bepaald door toevalligheden, zoals de aanwezigheid van scheuren en gangen. Meerdere metingen zijn dus noodzakelijk.

Door het waterverlies van een groter oppervlak te meten, bijvoorbeeld een bedijkte kavel, wordt een betrouwbaarder resultaat verkregen. Men noemt dit de *bassin-methode*.) naar de volgende blz.

Een derde methode is het kunstmatig beregenen van een afgeschotte oppervlakte (bijvoorbeeld 5×5 m^2) en het nauwkeurig meten van de beregening en de afvoer als functie van de tijd. Figuur 4.3-1 geeft een voorbeeld van zo'n experiment.



Figuur 4.3-1 Beregening, afvoer en infiltratie van een proefvak.

Met behulp van een *lysimeter* kan de infiltratie bij de werkelijk optredende neerslagintensiteiten worden bestudeerd. Een lysimeter is een ingegraven bak, meestal van ijzer of beton, gevuld met grond waarop dezelfde begroeiing staat als in de directe omgeving (zie voor meer details paragraaf 5.4.2).

Tenslotte is het mogelijk om door *analyse van het afvoerverloop* van een stroomgebied een schatting van de infiltratie te verkrijgen. Uiteraard wordt dan een gebiedsgemiddelde waarde verkregen. Dit is van belang in de afvoerhydrologie om de directe (bovengrondse) afvoer te bepalen. (zie hoofdstuk 10).

4.4 Literatuur

Singh, V.P., 1988. Hydrologic Systems, Volume II, Watershed Modeling. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N-J, USA.

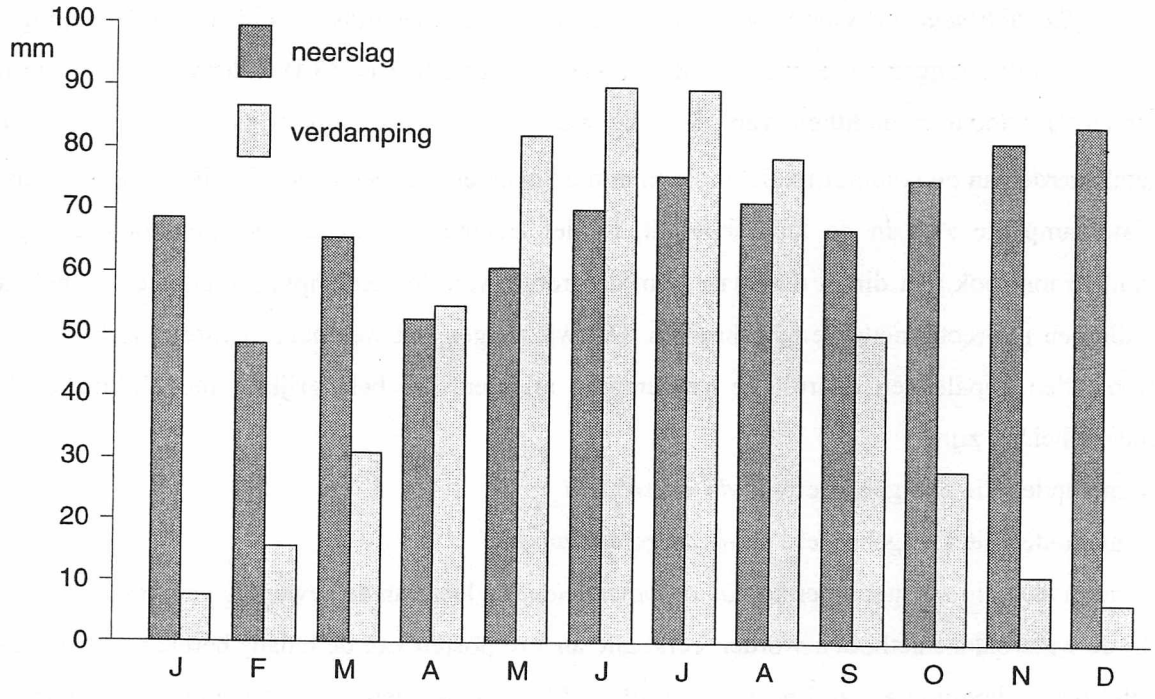
Opgave 4.2.1. Wat is het equivalent van $S = 15$ mm $min^{1/2}$ in $m\,s^{-1/2}$?

5 VERDAMPING

5.1 Hydrologie en verdamping

Bij de bespreking van de hydrologische kringloop bleek dat het *transport van waterdamp* in de kringloop een belangrijke en onmisbare schakel vormt. Verdamping is de overgang van de vloeibare fase in de gasfase. We spreken van een damp als een stof bij kamertemperatuur in zowel de vloeibare als de gasfase voorkomt. Natuurkundigen hebben aangetoond dat alle gassen tot vloeistof te verdichten zijn, zodat er in feite geen verschil is tussen een damp en een gas. We blijven echter de ingeburgerde benamingen gebruiken. We spreken daarom bijvoorbeeld van waterdamp en stikstofgas.

Gemiddeld verdampt circa 62% van de neerslag die op de continenten valt. Dat betekent dus dat in de meeste stroomgebieden meer water verdampt, dan door rivieren wordt afgevoerd. Verdamping vanaf het aardoppervlak varieert veel minder als functie van plaats en tijd dan neerslag. Er is wél een zeer sterke dagelijkse gang: verdamping vindt voornamelijk plaats tussen zonsopgang en zonsondergang. Bovendien is er buiten de tropen ook een sterke jaarlijkse gang: in de zomermaanden is de verdamping veel groter dan in de wintermaanden (zie figuur 5.1.1).



Figuur 5.1.1 Gemiddelde maandelijkse waarden van neerslag en verdamping in De Bilt (1961-1990). Jaarsom neerslag = 820 mm, jaarsom verdamping = 542 mm.

Water verdampt vanaf open water, natte verharde oppervlakken, vochtige grond en vanaf planten en bomen. Bij gewassen vindt niet alleen verdamping plaats vanaf een nat bladoppervlak, maar ook via de huidmondjes. Planten gebruiken water in grote hoeveelheden voor hun levensprocessen (zie paragraaf 1.1) en hebben daarom een belangrijke invloed op de verdeling van water dat zich in de bovenste aardlagen bevindt. We onderscheiden:

- *evaporatie (E)*: de verdamping vanaf natte oppervlakken (inclusief open water);
- *transpiratie (T)*: de verdamping via de huidmondjes van planten;
- *evapotranspiratie (ET):* de som van *E* en *T*.

Om inzicht te verkrijgen in de waterhuishouding van een gebied, is het van groot belang de verdamping te kunnen voorspellen onder uiteenlopende omstandigheden. De invloed van verdamping is bijvoorbeeld belangrijk bij het ontwerp van irrigatiesystemen, waarbij de vraag naar water voornamelijk wordt bepaald door de te verwachten intensiteit van evapotranspiratie. Een ander voorbeeld is het ontwerp van een stuwmeer. De aanvoer van water naar het stuwmeer door de rivier, wordt voornamelijk bepaald door het gemiddelde verschil tussen neerslag en evapotranspiratie in het bovenstrooms gelegen deel van het stroomgebied. Daarnaast worden de verdampingsverliezen van het stuwmeer door de evaporatie van open water bepaald.

Evenals de neerslag wordt de verdamping in hydrologische berekeningen uitgedrukt als een *volumefluxdichtheid*: m^3 vloeibaar water per m^2 oppervlak per tijdseenheid. Een verdamping van 3 mm d^{-1} wil dus zeggen dat er per dag per vierkante meter 0.003 m^3 (3 l) water verdampt (3 miljoen l per km^2!). Omdat de dichtheid van vloeibaar water (ρ) vrijwel gelijk is aan 1000 kg m^{-3}, komt de getalwaarde van de volumefluxdichtheid in mm d^{-1} overeen met een massafluxdichtheid in kg m^{-2} d^{-1}. Waterdamp die zich in de lucht bevindt, is niet zichtbaar en in tegenstelling tot neerslag is de dampstroom ook niet direct meetbaar. Om de grootte van de verdamping te bepalen, is het daarom nodig een indirecte methode te gebruiken. Dat wil zeggen dat we andere hydrologische of fysische grootheden bepalen en daaruit de verdamping afleiden. De belangrijkste mogelijkheden die we onderscheiden zijn:

- methoden die zijn gebaseerd op *de waterbalans*;
- methoden die zijn gebaseerd op *de energiebalans*;
- methoden die zijn gebaseerd op *de aërodynamica* (de leer van de beweging van gassen).

Bij de waterbalansmethoden worden eerst alle andere posten van de balans berekend of gemeten en volgt de verdamping als sluitpost. Hetzelfde geldt voor de energiebalansmethoden. Zij kunnen met een zekere nauwkeurigheid worden toegepast, omdat de hoeveelheid energie die voor verdamping nodig is, de zogenaamde *verdampingswarmte*, groot is. Bij de aërodynamische methoden wordt het transport van waterverdamp berekend op basis van waarnemingen van natuurkundige grootheden die

wél meetbaar zijn, zoals luchtvochtigheid, windsnelheid en temperatuur. Daarvoor is het uiteraard nodig dat de verdamping wiskundig kan worden beschreven als functie van deze grootheden. Voor de energiebalans moeten we ook gebruikmaken van de aërodynamica, omdat de warmte-uitwisseling tussen aardoppervlak en atmosfeer afhangt van de luchtstroming. Methoden die bestaan uit een combinatie van de energiebalans en de transporttheorie voor warmte en waterdamp, worden wel aangeduid als *micrometeorologische methoden.* Zo leidt combinatie van de energiebalans en de aërodynamische methode tot de bekende verdampingsformule van Penman, die besproken wordt in paragraaf 5.4.3. Om het verdampingsproces en de factoren die daarop van invloed zijn beter te begrijpen, is het nuttig eerst een aantal relevante onderwerpen uit de natuurkunde te bespreken.

5.2 De natuurkunde van verdamping

5.2.1 Inleiding

Bij temperaturen boven het absolute nulpunt zijn alle moleculen van een stof ten opzichte van elkaar in beweging. In een vaste stof lijkt het alsof de moleculen onderling met elastische veren verbonden zijn. In vloeistoffen hebben de moleculen een veel grotere mate van bewegingsvrijheid en kunnen zij zich, onder invloed van externe krachten, gemakkelijk van elkaar verwijderen. Hoewel het met het blote oog niet is waar te nemen, zijn ook in een stilstaande vloeistof de moleculen voortdurend in beweging. In gassen zijn de afstanden tussen de moleculen veel groter, waardoor de onderlinge aantrekkingskrachten kunnen worden verwaarloosd. De beweging van een molecuul gaat gepaard met kinetische energie ($\frac{1}{2}\ mv^2$). Met behulp van het ideale-gasmodel, dat in de volgende paragraaf wordt besproken, kan worden aangetoond dat de kinetische energie recht evenredig toeneemt met de absolute temperatuur[1)].

Bij de bespreking van de eigenschappen van vloeibaar water in paragraaf 1.2 kwam al ter sprake dat watermoleculen door hun structuur een relatief grote bindingskracht op elkaar uitoefenen. Bij voldoende kinetische energie kunnen vloeistofmoleculen aan het grensvlak tussen water en lucht echter ontsnappen aan die bindingskrachten en overgaan in waterdampmoleculen. De kans op ontsnapping is groter naarmate de snelheid groter is. Bij een hogere temperatuur is daarom het aantal moleculen dat de sprong kan maken, groter dan bij lagere temperatuur. De toevoer van warmte naar een wateroppervlak zorgt ervoor dat de verdamping toeneemt. Omgekeerd zal verdamping zonder toevoer van warmte tot gevolg hebben dat de temperatuur van het water daalt.

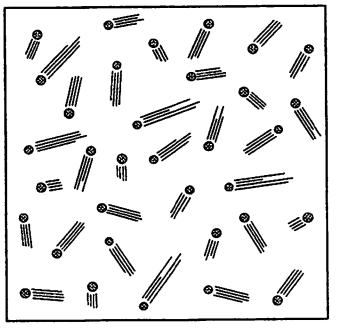
1) Zie vwo- en propedeuseleerboeken natuurkunde.

5.2.2 Ideale gassen

Watermoleculen in dampvorm gedragen zich als een gas. Voor de beschrijving van het gedrag van gassen gebruiken we *het ideale-gasmodel*. Dat is een vereenvoudigde voorstelling, een fantasie over de werkelijkheid, van het gedrag van moleculen in de gasfase. Bij het ideale-gasmodel gaan we uit van de volgende veronderstellingen:

1. Een gas bestaat uit moleculen, die allemaal hetzelfde zijn.
2. De moleculen bewegen in willekeurige richtingen en gehoorzamen aan de bewegingswetten van Newton.
3. Het totale aantal moleculen is zeer groot, maar het gezamenlijke volume van de gasmoleculen is klein, vergeleken met het beschikbare volume.
4. De moleculen botsen als elastische balletjes tegen elkaar of tegen een wand.

Bevindt zich een hoeveelheid gas in een afgesloten ruimte (zie figuur 5.2-1) dan botsen er voortdurend moleculen tegen de wanden. Bij de botsing met een wand verandert de bewegingsrichting van een molecuul: bij een elastische botsing wordt de snelheid loodrecht op het oppervlak omgedraaid. Dit betekent een verandering van de *impuls van het molecuul* (het product van massa en snelheid, *mv*). Volgens de tweede wet van Newton is de verandering van impuls per seconde een kracht; tijdens een botsing wordt er dus een kracht uitgeoefend. De impulsverandering van een enkel molecuul kunnen we onder normale omstandigheden niet meten. Omdat we bovendien de weg die een deeltje aflegt niet meetkundig kunnen beschrijven, zijn ook de botsingen van een afzonderlijk deeltje niet te bereken. De gemiddelde impulsverandering van de miljarden botsingen per seconde tegen een wand kan echter wél worden berekend, én gemeten.



Figuur 5.2-1 Gasmoleculen in een afgesloten ruimte bewegen in willekeurige richtingen (naar Resnick, Halliday en Krane, 1992).

Dat wil zeggen dat we met een manometer de resultante kunnen meten van een zeer groot aantal botsingen van *microscopische* deeltjes. We noemen zo'n resultante een *macroscopische* grootheid. Druk is gedefinieerd als de normaalkracht per oppervlakte-eenheid. Omdat de bewegingen van gasmoleculen in zo'n situatie willekeurig zijn (een stochastische wandeling), kan worden geconcludeerd dat *de gasdruk in alle richtingen even groot is*. Hoewel de bewegingen van vloeistofmoleculen minder vrij zijn dan die van gasmoleculen, geldt dit principe ook voor vloeistoffen. Pascal constateerde al in 1652 dat de druk die op een ingesloten vloeistof wordt uitgeoefend, zich in alle richtingen gelijkmatig voortplant.
De (macroscopische) relatie tussen volume, druk en temperatuur van een gas, die met het ideale-gasmodel goed kan worden verklaard, staat bekend als *de ideale-gaswet*. Zij wordt ook wel de wet van Boyle-Gay-Lussac[1] genoemd:

$$pV = nRT \qquad (5.2\text{-}1)$$

Hierin is p de gasdruk (in Pa), V het volume (in m^3), n het aantal molen[2] gas, R de universele gasconstante (8.314 Joules per mol per graad Kelvin) en T de temperatuur (in K).

Met het ideale-gasmodel kan worden aangetoond dat de druk p evenredig is met het gemiddelde van het kwadraat van de snelheid van de moleculen (zie voetnoot 1 op bladzijde 65). Als een bepaalde hoeveelheid gas zich in een afgesloten ruimte bevindt en de temperatuur constant is, dan is volgens vergelijking (5.2-1) ook de druk constant[3]. Hieruit volgt dat de kinetische energie ($\frac{1}{2} mv^2$) alleen een functie is van de temperatuur.

[1] De wet van Boyle-Gay-Lussac is genoemd naar de Ierse natuurkundige Robert Boyle (1627-1691) en de Franse natuur- en scheikundige Louis Gay-Lussac (1778-1850). Boyle ontdekte omstreeks 1661 experimenteel dat voor een bepaalde hoeveelheid gas bij constante temperatuur het product van volume en druk constant is. Gay-Lussac onderzocht de uitzetting van gassen en ontdekte in 1802 dat de uitzettingscoëfficiënt voor alle gassen gelijk is aan $\frac{1}{273}$ (per graad Celsius). De Celsius-temperatuurschaal, genoemd naar de Zweedse sterrenkundige Anders Celsius (1701-1744), wordt ook nu nog wereldwijd gebruikt voor de dagelijkse huis-, tuin- en keukenwaarnemingen én wetenschappelijke waarnemingen. De Kelvin-schaal werd later geïntroduceerd door William Thomson (1824-1907), een Schotse natuurkundige die voor zijn wetenschappelijke bijdragen in de adelstand werd verheven en zich lord Kelvin noemde. Een verandering van één graad Kelvin is hetzelfde als een verandering van één graad Celsius.

[2] In de natuur- en scheikunde wordt de hoeveelheid massa van een stof vaak opgegeven in mol. Een mol is de massa van N_A (getal van Avogadro = $6.0221367\ 10^{23}$) moleculen. Oorspronkelijk werd een mol gedefinieerd als de hoeveelheid stof waarvan de massa evenveel gram bedraagt als "het molecuulgewicht" van de stof. Het molecuulgewicht is het relatieve gewicht ten opzichte van een waterstofatoom; daaruit kan worden afgeleid dat een mol van elke stof N_A moleculen bevat.

[3] De snelheid waarmee moleculen tegen de boven- en onderwand botsen, wordt ook beïnvloed door de zwaartekracht. Door de geringe massa en de hoge snelheden van de moleculen (bij stikstof- en zuurstofmoleculen is die snelheid ongeveer 500 ms^{-1}) is het effect van de zwaartekracht bij kleine afstanden niet meetbaar.

Als maat voor de hoeveelheid waterdamp in de lucht maken we gebruik van *de (massa)dichtheid* (ρ). Dat is de massa van een hoeveelheid gas gedeeld door het volume. Wanneer we spreken over de dichtheid van lucht kunnen we onderscheid maken tussen de dichtheid van droge lucht en de dichtheid van vochtige lucht. In het eerste geval wordt de massa van de in de lucht aanwezige waterdamp niet meegeteld. Droge lucht is een vrijwel constant mengsel van gassen; de belangrijkste componenten zijn stikstof (78%) en zuurstof (21%). Van de overige gassen zijn argon (0,9%) en kooldioxide (0,035%) de belangrijkste. De vermelde cijfers geven de molaire fractie weer als percentage van het totaal aan gassen. In de atmosfeer hebben we altijd te maken met vochtige lucht; het percentage waterdamp is afhankelijk van de meteorologische omstandigheden. Op een heldere vorstdag bevat de lucht in Nederland zeer weinig waterdamp: circa 0,003%. 's Zomers loopt dat percentage op tot ongeveer 0,02%. In Suriname (vochtig tropisch klimaat) kan het waterdampgehalte 0,04% bedragen.

5.2.3 Luchtvochtigheid

Stel, we hebben een afgesloten vat met daarin een hoeveelheid water en lucht. Van de dampmoleculen boven het wateroppervlak zal er een aantal weer terugvallen in de vloeistof. Omdat de dampmoleculen zich in willekeurige richtingen bewegen, zal het aantal terugvallers evenredig zijn met de dampconcentratie. Bij een bepaalde dampconcentratie treedt er een evenwicht op tussen het aantal ontsnappende en terugvallende moleculen. Dit noemen we de verzadigde damptoestand.
De massaconcentratie van waterdamp in de lucht is de *dampdichtheid* of *absolute luchtvochtigheid* (ρ_v). De totale massa waterdamp in een zeker volume V, is gelijk aan $\rho_v V$. Dat is gelijk aan nM_w.

waarin M_w de molaire massa van water is (18 10^{-3} kg). Uit de gaswet volgt nu[1]:

$$eV = nRT \qquad c_v V = n M_w \qquad V = \frac{n M_w}{c_v}$$

$$\rho_v = \frac{e M_w}{RT} \qquad e \frac{n M_w}{c_v} = nRT \qquad (5.2\text{-}2)$$

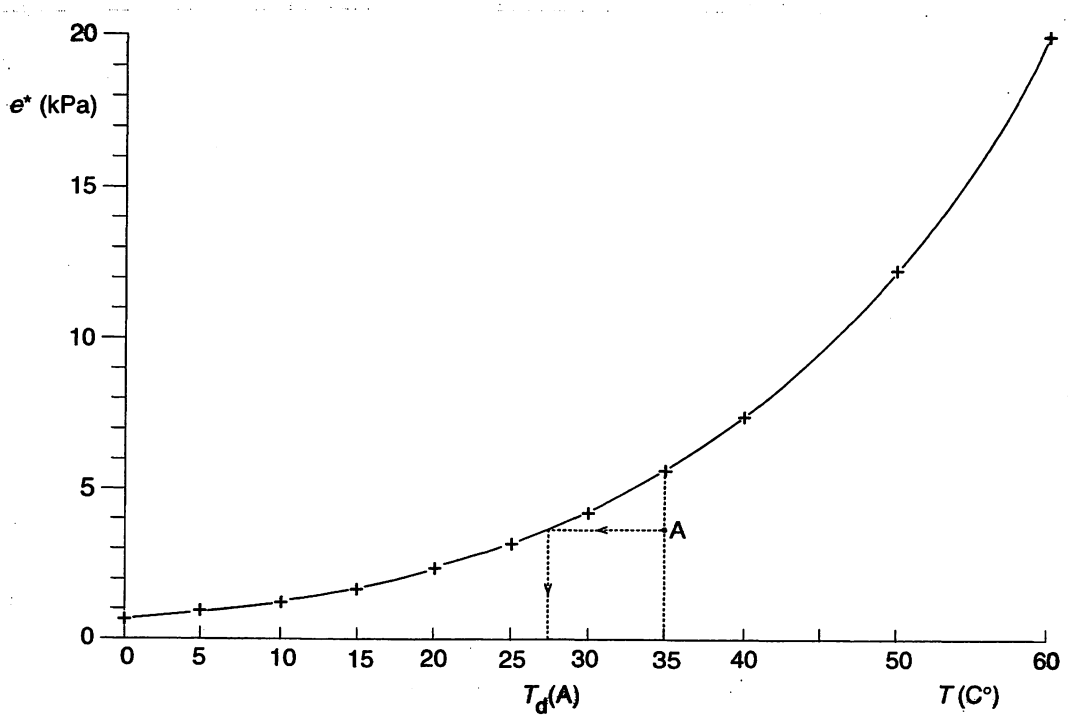
$$c_v = \frac{e M_w}{RT}$$

De dichtheid van waterdamp is dus een functie van de dampdruk en de temperatuur. Door de relatie tussen de dampdichtheid en de dampdruk kan de verzadigde toestand worden gekarakteriseerd door de *verzadigde dampdruk*, waarvoor we het symbool e^* gebruiken. Bij een bepaalde temperatuur is e^* derhalve de maximaal mogelijke dampdruk. De verzadigde dampdruk is een functie van de

[1] Hoewel de druk van vloeistoffen en gassen internationaal met het symbool p (pressure) wordt aangeduid, wordt voor de waterdampdruk vaak een uitzondering gemaakt en de letter e gebruikt.

temperatuur (zie figuur 5.2-2 en bijlage III). Daalt de temperatuur van de lucht, dan daalt ook de verzadigde dampdruk en zullen er netto watermoleculen van de gasfase overgaan naar de vloeibare fase. Dit verschijnsel wordt *condensatie* genoemd en is de oorzaak van regen en sneeuw.

Bij nauwkeurige metingen blijkt dat voor dampdrukken die dicht bij de verzadigde dampdruk liggen, de ideale-gaswet een kleine correctie behoeft. Een gas voldoet beter aan de ideale-gaswet naarmate de damp verder verwijderd is van de verzadigde toestand. In een homogeen mengsel van gassen, zoals lucht, oefent elk gas een partiële druk uit. De totale druk is gelijk aan de som van de partiële drukken (Dalton 1802). Omdat waterdampdruk een belangrijke rol speelt bij de verdamping, moet die druk voor de berekening van de verdampingsfluxdichtheid apart worden gemeten. Dit kan gebeuren door de lucht af te koelen en waar te nemen bij welke temperatuur condensatie optreedt. Dit noemen we het *dauwpunt* T_d. De verzadigde dampdruk bij het dauwpunt is gelijk aan de gezochte dampdruk. In de praktijk gebruiken we hiervoor een *psychrometer* (De Bruin, 1998).



Figuur 5.2-2 Verzadigde waterdampdruk als functie van de temperatuur, en bepaling van het dauwpunt T_d.

Water kookt als de verzadigde dampdruk gelijk is aan de externe, meestal atmosferische, druk. Dampbellen kunnen dan uit de vloeistof ontsnappen. Op de top van de Mont Blanc is de atmosferische druk ongeveer 58 kPa . Dat wil zeggen dat het water kookt bij een temperatuur van circa 85 °C (zie bijlage III). Als een pan met water aan de onderzijde wordt verhit, ontstaan dampbellen, omdat plaatselijk de temperatuur zo snel stijgt dat de dampdruk gelijk is aan de druk in het water. Door hun

geringere dichtheid bewegen de bellen zich naar boven en komen ze in het bovenliggende, koudere water. Omdat de verzadigde dampdruk daar kleiner is, klappen de bellen daar in elkaar. Dit verklaart het zogenaamde "razen" van het water.

De *relatieve luchtvochtigheid (rv),* is het getal dat de verhouding aangeeft van de werkelijke dampdruk e tot de verzadigde dampdruk e^*:

$$rv = \frac{e}{e^*} \qquad (5.2\text{-}3)$$

De *specifieke luchtvochtigheid (q)* is gedefinieerd als het quotiënt van de dampdichtheid ρ_v en de (vochtige) luchtdichtheid ρ_ℓ:

$$q = \frac{\rho_v}{\rho_\ell} \qquad (5.2\text{-}4)$$

Opgaven

5.2.1. Een weerballon wordt gevuld met helium; bij 1 atmosfeer (101.3 kPa) en 20 °C is het volume 1.02 m^3. Op 6.5 km hoogte is de druk 48 kPa en de temperatuur -48 °C. Wat is het volume van de ballon op die hoogte als de invloed van de spankracht van de ballon mag worden verwaarloosd?

5.2.2. Een fietsband wordt opgepompt tot een druk van 190 kPa ten opzichte van de buitenlucht, die een temperatuur van 15 °C en een relatieve luchtvochtigheid van 0.66 heeft. De druk van de atmosfeer is 101 kPa, de "molmassa" van lucht bedraagt 28.9 10^{-3} kg mol^{-1} en het volume van de band is 1.9 l. Bij 15 °C is e^* = 1705 Pa bij 35 °C is e^* = 5623 Pa. **a.** Hoeveel kg lucht bevindt zich in de band? **b.** Hoe groot wordt de druk als de fiets in de zon staat en de temperatuur van de band oploopt tot 35 °C ? **c.** Hoeveel kg waterdamp is in de band aanwezig? **d.** Hoe groot is de relatieve luchtvochtigheid in de band bij 35 °C?

5.2.3. Waarom is de luchtdruk op de top van de Mont Blanc lager dan in Wageningen?

5.2.4. De straal van de aarde is 6370 km en de massa van de aarde M_A , is 5.98 10^{24} kg. Hanteer g = 9.79 m s^{-2} als een gemiddelde waarde voor het zwaarteveld en stel de gemiddelde luchtdruk op zeeniveau gelijk aan 101 kPa. **a.** Bereken de massa van de aardse atmosfeer in kg; **b.** Bereken de massa van de aardse atmosfeer als fractie van de massa van de planeet Aarde.

c. Wat bedoelen we hier met "een gemiddelde waarde" van het zwaarteveld?

5.2.5. Een student meet in het laboratorium de temperatuur en het dauwpunt, respectievelijk 23 en 6° C. **a.** Wat is de relatieve luchtvochtigheid in het laboratorium? **b.** De luchtverversing zuigt buitenlucht aan (rv = 90 %) die alleen wordt verwarmd. Wat is de temperatuur van de buitenlucht?

5.2.5.a. r.v = $\frac{934.6}{2809.1}$ = 33%. b. massa water per massa lucht blijft onveranderd.

$\left(\frac{m_{H_2O}}{m_{lucht}}\right)_{lab} = \left(\frac{m_{H_2O}}{m_{lucht}}\right)_{buiten} = \left(\frac{e}{P}\right)_{lab} = \frac{e}{P_{atm}}$

maar $P_{lab} = P_{atm}$ dus $e_{lab} = e_{buiten}$

$\frac{934.6}{e^*} = 0.9$ $e^* = 1038.4$

$T = 7.5\,°C$

5.2.4 Transport van waterdamp

Stel, we hebben twee afgesloten ruimten die ieder lucht en waterdamp bevatten met eenzelfde temperatuur en totale druk, maar waarvan de dampdichtheden verschillend zijn. De ruimten zijn gescheiden door een wand die vervolgens voorzichtig wordt verwijderd. Na verloop van tijd blijkt dat het gasmengsel overal homogeen is. Kennelijk is er een netto transport van dampmoleculen van de hoge naar de lage concentratie. Deze vorm van damptransport, die louter het gevolg is van de warmtebeweging van dampmoleculen, noemt men *diffusie*. Diffusie is een langzaam proces, ondanks de hoge snelheden van de individuele dampmoleculen is de netto verplaatsing per seconde klein door het grote aantal botsingen met luchtmoleculen.

Met behulp van het ideale-gasmodel kan men verklaren dat in stilstaande lucht (geen windsnelheid), het netto transport van waterdamp op een bepaalde plaats recht evenredig is met de afgeleide van de specifieke vochtigheid. Het massatransport wordt beschreven door de *wet van Fick:*

$$E = -\rho_\ell D \frac{dq}{dx} \qquad (5.2\text{-}5)$$

Hierin is *E de massafluxdichtheid van waterdamp* (kg m^{-2} s^{-1}), *D* is de zogenaamde *moleculaire diffusiecoëfficiënt* (m^2s^{-1}). De waarde van de diffusiecoëfficiënt is afhankelijk van het soort gas waarvan we de diffusie beschrijven. Voorbeeld: de diffusiecoëfficiënt van waterdamp in lucht (bij 0 °C) is 0.22 10^{-4} m^2s^{-1} en de diffusiecoëfficiënt van koolzuurgas in lucht is 0.14 10^{-4} m^2s^{-1}. Omdat in lucht de dampdichtheid klein is ten opzichte van de luchtdichtheid, wordt in berekeningen de verandering van de laatste dikwijls verwaarloosd. Dit betekent dat het damptransport evenredig is met de afgeleide van de dampdichtheid. Met andere woorden: het damptransport is evenredig met de afgeleide van de massaconcentratie van de damp. Volgens vergelijking (5.2-2) is de dampdichtheid evenredig met de dampdruk en kan dus, als ρ_ℓ constant is, de dampstroom tussen twee punten, ook worden geschreven als een functie van het verschil in dampdruk. Dit principe werd reeds in 1802 door de Engelse scheikundige Dalton ontdekt:

$$E = \propto (e_1 - e_2) \qquad (5.2\text{-}6)$$

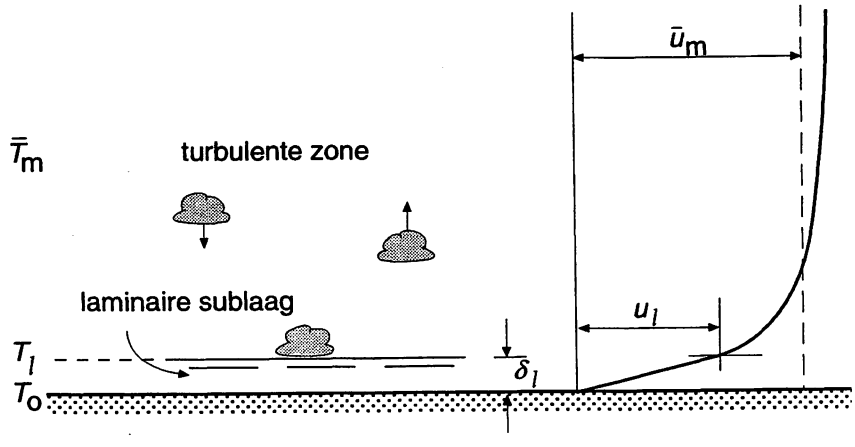
waarin het $\propto$ teken staat voor: evenredig met.

In de atmosfeer neemt de druk af met de hoogte (zie opgaven 5.2.3. en II.1.9.), ook de dampdichtheid en de temperatuur veranderen met de hoogte. In het open veld is de windsnelheid niet nul en wordt de waterdamp afgevoerd, daardoor raakt de lucht niet verzadigd en blijft er een netto verdam-

ping op gang vanaf het maaiveld naar de atmosfeer Er is dus een *verticale* dampbeweging. De horizontale luchtbeweging (de wind) heeft echter ook een grote invloed op het verticale damptransport. Om dat te begrijpen maken we een uitstapje naar de stromingsleer.

In de stromingsleer (voor vloeistoffen en gassen) maakt men onderscheid tussen *laminaire en turbulente stromingen*. Bij een laminaire stroming is de snelheid meestal zeer laag en "lopen de deeltjes netjes in het gelid". Het pad van een deeltje is een vloeiende lijn, die in het algemeen wiskundig kan worden beschreven. Het blijkt dat in zo'n stroming de diffusie, loodrecht op de algemene bewegingsrichting, op dezelfde manier kan worden beschreven als in stilstaande lucht. De luchtbeweging in de atmosfeer is echter vrijwel altijd turbulent. In een turbulente stroming beschrijven de deeltjes onregelmatige, deels wervelende bewegingen, die niet exact te voorspellen zijn. Door het draaiende karakter van turbulente stroming vindt er, evenals bij diffusie, transport plaats loodrecht op de algemene bewegingsrichting. Dat wil zeggen: als de windsnelheid evenwijdig is aan het aardoppervlak, worden waterdamp (en warmte) ook verticaal getransporteerd. De afstanden waarover turbulente uitwisseling plaatsvindt zijn per seconde echter veel groter dan bij moleculaire diffusie. Dit mechanisme is uiteraard voor de verdamping van groot belang.

Men neemt nu aan dat er, door de wrijvingsweerstand, alleen bij het aardoppervlak een dunne grenslaag is (enkele mm's), waarin de luchtsnelheid zeer klein is en de stroming derhalve laminair. In deze laag treedt diffusie op zoals boven beschreven. Boven de grenslaag is er turbulente uitwisseling. Aan het aardoppervlak is de snelheid nul (no-slip conditie) en aan de buitengrens van de laminaire laag is de snelheid u_l, dit is tevens de ondergrens van het turbulente snelheidsprofiel (zie figuur 5.2.3).



Figuur 5.2.3 Turbulente stroming boven een laminaire sublaag (naar Kay, 1963). $\bar{T}_m$ en $\bar{u}_m$ zijn de gemiddelde temperatuur en windsnelheid in de turbulente zone.

Een wiskundige beschrijving van het transport in de turbulente zone is tot nu toe niet goed mogelijk gebleken. We zoeken daarom, net als bij het ideale gas, onze toevlucht in een model. We stellen ons voor dat de verplaatsing van damp en warmte, loodrecht op de algemene stromingsrichting, plaatsvindt als gevolg van de beweging van luchtpakketjes. Door de uitwisseling van luchtpakketjes met een verschillend waterdampgehalte vindt damptransport plaats, en het verschil in temperatuur van de luchtpakketjes veroorzaakt warmtetransport. Hoewel het mechanisme dat de beweging van de luchtpakketjes veroorzaakt totaal verschillend is van de moleculaire beweging, kunnen we ze beide als willekeurig en onvoorspelbaar karakteriseren. Het is juist het argument van willekeur dat bij toepassing van het ideale-gasmodel een cruciale rol speelt om aan te tonen dat het verticale transport van waterdamp kan worden beschreven met behulp van vergelijking (5.2-5). We passen daarom dezelfde vergelijking toe voor het transport in een turbulente luchtstroom. Dat betekent echter dat we nu een "turbulente diffusiecoëfficiënt" (D^t) introduceren. Als we aannemen dat *aan een wateroppervlak de dampconcentratie verzadigd is*, dan is de dampstroom volgens vergelijking (5.2-6) evenredig is met het verschil van de verzadigde dampdruk *bij de temperatuur van het oppervlak* en de dampdruk van de lucht op een representatieve hoogte z boven het oppervlak. Om de dampstroom tussen het aardoppervlak en een bepaalde meethoogte z te kunnen berekenen, moeten we dus het volgende weten:

- de temperatuur van het oppervlak;
- de luchtvochtigheid en temperatuur op een hoogte z;
- welke factoren van invloed zijn op de turbulente diffusiecoëfficënt.

Alleen de luchtvochtigheid en de temperatuur op een bepaalde meethoogte z worden op de meeste meteorologische waarnemingsstations dagelijks bepaald. Metingen van de oppervlaktetemperatuur zijn veel schaarser, ze zijn bovendien zeer variabel en sterk afhankelijk van de meetlocatie.

De natuurkundige relatie tussen de horizontale luchtstroming en de transversale fluxdichtheid in de turbulente laag, wordt tot nu toe niet geheel begrepen. De daarvoor gebruikte aërodynamische theorieën zijn nogal gecompliceerd, in het kader van deze inleiding blijft een bespreking ervan daarom achterwege. Het onderwerp komt onder andere ter sprake bij de colleges meteorologie en fysische transportverschijnselen (zie De Bruin, 1998 en Jacobs, 1999). In ieder geval spelen de windsnelheid en het soort oppervlak (ruw of glad) een rol, met dien verstande dat een ruw oppervlak meer turbulentie veroorzaakt. Het is echter niet mogelijk een exacte relatie voor D^t af te leiden. Het transport in de laminaire sublaag wordt beschreven met de diffusietheorie; voor de berekening moet de dikte van de laag bekend zijn, maar ook die blijkt afhankelijk van de windsnelheid en het soort oppervlak.

Om al deze moeilijkheden te omzeilen, maken we gebruik van de zogenaamde *aërodynamische weerstand* r_a. Dat wil zeggen dat we de fluxdichtheid gelijk stellen aan het concentratieverschil van de te transporteren eigenschap (in dit geval massa) gedeeld door een weerstand. In de weerstand zitten dus de effecten van windsnelheid, wandruwheid en diffusie "verscholen". Voor waterdamptransport over eindige afstand geldt dan:

$$E = \frac{\Delta \rho_v}{r_a} \tag{5.2-7}$$

r_a is de som van de weerstand in de laminaire en in de turbulente laag. De dimensie van de weerstand is tijd per meter en de eenheden s m^{-1}. De aërodynamische weerstand is een functie van de windsnelheid en het soort oppervlak; men maakt meestal gebruik van semi-empirische formules, waarin de windsnelheid op hoogte z boven het maaiveld voorkomt. Waarden van de aërodynamische weerstand worden verkregen uit meteorologische metingen, boven water en boven verschillende soorten begroeiing.

In het bovenstaande werd er steeds vanuit gegaan dat aan het oppervlak de verzadigde toestand heerst. Bij een droog bladoppervlak vindt verdamping alleen plaats vanuit de huidmondjes, het overgrote deel van het bladoppervlak draagt niet bij aan de verdamping. Men neemt aan dat *in de huidmondjes* de lucht verzadigd is en dat de dampmoleculen door diffusie naar buiten treden. Het gewas biedt dus nog een extra weerstand, die we *de gewasweerstand* r_c noemen. De huidmondjes beslaan echter maar een fractie van het totale bladoppervlak. Als dat 1% is, moet de diffusieweerstand van de huidmondjes dus met een factor 100 vermenigvuldigd worden om de gewasweerstand per m^2 te berekenen. Alleen als het gewas nat is, draagt het gehele oppervlak bij aan de verdamping en kan de gewasweerstand worden verwaarloosd. Planten zijn in staat hun huidmondjes te sluiten wanneer het bodemwater niet gemakkelijk ter beschikking staat. De gewasweerstand is daarom niet constant, maar een functie van de vochttoestand in de wortelzone.

Als we ter vereenvoudiging aannemen dat de temperatuur van het oppervlak en de luchttemperatuur gelijk zijn, dan berekenen we *de verdamping van een oppervlak dat de temperatuur van de lucht heeft*. Dit noemen we *de isotherme verdamping* E_a. Uit (5.2-2) en (5.2-7) volgt:

$$E_a = \frac{M_w}{RT} \frac{(e_0 - e_z)}{r_a + r_c} = \frac{\epsilon \rho_l}{p_l} \frac{(e_z^* - e_z)}{r_a + r_c} \tag{5.2-8}$$

haken wordt ook wel *het verzadigingsdeficit* genoemd (waarom?). De coëfficiënt ϵ is gelijk aan $\frac{M_w}{M_l} = 0.623$, dat is het quotiënt van de molmassa van water (18.0 10^{-3} kg) en de "molmassa" van lucht (28.9 10^{-3} kg). Aangezien een mol van elk gas bij gelijke temperatuur en druk hetzelfde volume inneemt, is de molmassa van lucht een gewogen (naar volume percentage) gemiddelde van de samenstellende gassen.

Uit het bovenstaande wordt duidelijk dat voor het bepalen van de dampfluxdichtheid met behulp van aërodynamische methoden veel gegevens nodig zijn die afhangen van de toestand van de onderste luchtlaag (aërodynamische weerstand, temperatuur en luchtvochtigheid) en van het oppervlak (temperatuur, gewasweerstand). Sommige van die gegevens, zoals de weerstanden en de oppervlaktetemperatuur, zijn in veel situaties niet nauwkeurig bekend waardoor de bepaling van de verdamping volgens de transporttheorie in die gevallen niet erg betrouwbaar is. Hydrologen en meteorologen hebben daarom gezocht naar andere methoden, enkele daarvan worden in het onderstaande besproken.

Opgave 5.2.6. a. Bewijs dat het warmtetransport vanaf een oppervlak met temperatuur T_0 naar een hoogte z, waar de temperatuur T_z is, kan worden beschreven met de volgende vergelijking:

$$H = \frac{\rho_\ell c_p (T_0 - T_z)}{r_a} \qquad (5.2\text{-}9)$$

Aanwijzing: de te transporteren eigenschap is warmte, begin daarom met een vergelijking zoals (5.2-7); de soortelijke warmte c_p van lucht is het aantal Joule dat nodig is om de temperatuur van 1 kg lucht, bij constante druk, met 1 graad Kelvin te verhogen. De "warmteconcentratie" in een punt is dus $\rho_\ell c_p T$. **b.** Wat volgt hieruit voor de dimensie van r_a?

5.3 Energie en straling

5.3.1 Inleiding

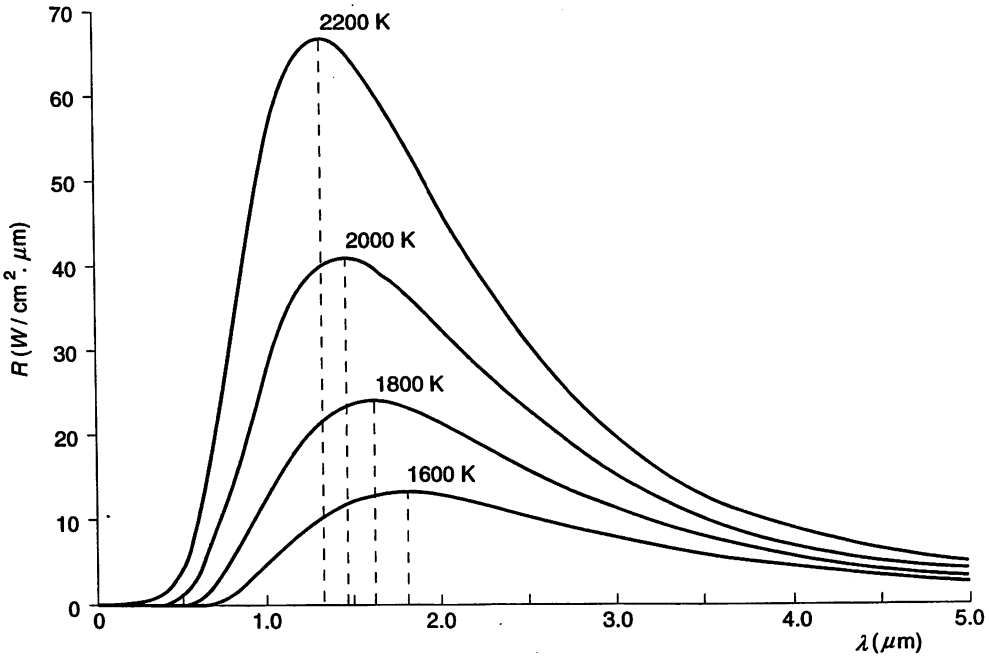
In de voorgaande paragraaf werd aangegeven welke factoren van invloed zijn op het transport van waterdamp. Voor de overgang van vloeibaar water in dampvorm is echter een grote hoeveelheid energie nodig. De *verdampingswarmte* (λ_v) geeft aan hoeveel energie (warmte) nodig is voor de verdamping van 1 kg vloeibaar water, de eenheden zijn Joule per kg. Omdat vloeistofmoleculen bij hogere temperatuur een grotere snelheid hebben, neemt de verdampingswarmte af met de temperatuur,

zie bijlage III. De verdampingswarmte van water (bij 15 °C) bedraagt 2460 kJ kg^{-1}. Omdat dit een zeer hoge waarde is, kwam men op de gedachte om de verdamping te bepalen uit de energiebalans. Dat wil zeggen dat de energie die gebruikt wordt voor de verdamping van water, de zogenaamde *latente warmtestroom*, als sluitpost kan worden gevonden wanneer het mogelijk blijkt om de overige inkomende en uitgaande energiestromen aan het aardoppervlak te meten.

Voor de verdamping in het veld zijn twee energiebronnen beschikbaar. De belangrijkste is de *netto stralingsenergie* die rechtstreeks afkomstig is van de zon, en de tweede is de *voelbare warmte* die wordt aangevoerd door verwarmde lucht. De door de luchtstroom aangevoerde energie is uiteindelijk ook afkomstig van de zonnestraling, maar is elders omgezet in voelbare warmte.

5.3.2 Straling

Elke stof met een temperatuuur boven het absolute nulpunt (0 K = -273 °C) zendt elektromagnetische straling uit. Straling is het transport van energie, het kan worden gekarakteriseerd als een golfverschijnsel. De snelheid van de golven is gelijk aan de snelheid van het licht (300000 km s^{-1}); de golflengte λ[1)], bepaalt de soort straling.



Figuur 5.3-1 De spectrale stralingsintensiteit R als functie van de golflengte en de temperatuur (naar Resnick, Halliday en Krane, 1992).

1) Niet te verwarren met de verdampingswarmte λ_v.

Er is een verband tussen de temperatuur van het uitstralende lichaam en de uitgezonden energie: *hoe hoger de temperatuur, des te groter de energie-fluxdichtheid* (Joule per seconde per vierkante meter), zie figuur 5.3-1. De energiefluxdichtheid wordt ook wel de *intensiteit van de straling* (*I(T)*) genoemd[1)], en is dus het vermogen per oppervlakte-eenheid (W m^{-2}). Bovendien is de golflengte van de maximum intensiteit kleiner naarmate de temperatuur hoger is. Dit laatste staat bekend als de wet van Wien. De uitgezonden stralingsenergie *I(T)*, is gelijk aan het oppervlak onder een curve en neemt volgens Stefan-Boltzmann toe met de temperatuur van de straler. *R* is de spectrale stralingsintensiteit per μm, dat is de energie die per seconde per m^2 per μm golflengte wordt uitgezonden. De relatie tussen intensiteit en temperatuur wordt beschreven door de wet van Stefan-Boltzmann:

$$I(T) = \epsilon_s \sigma T^4 \qquad (5.3\text{-}1)$$

waarin σ (= 5.67 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}) de (universele) Stefan-Boltzmann constante is en ϵ_s *de emissiviteit*, de waarde van ϵ_s varieert van 0 tot 1 en hangt af van de aard van het oppervlak. Bij de waarde 1 spreken we van een "zwarte straler". De tweede relatie, tussen de temperatuur en de golflengte van de maximum spectrale stralingsintensiteit, wordt beschreven door de wet van Wien:

$$\lambda_{max} T = 2898\ \mu mK \qquad (5.3\text{-}2)$$

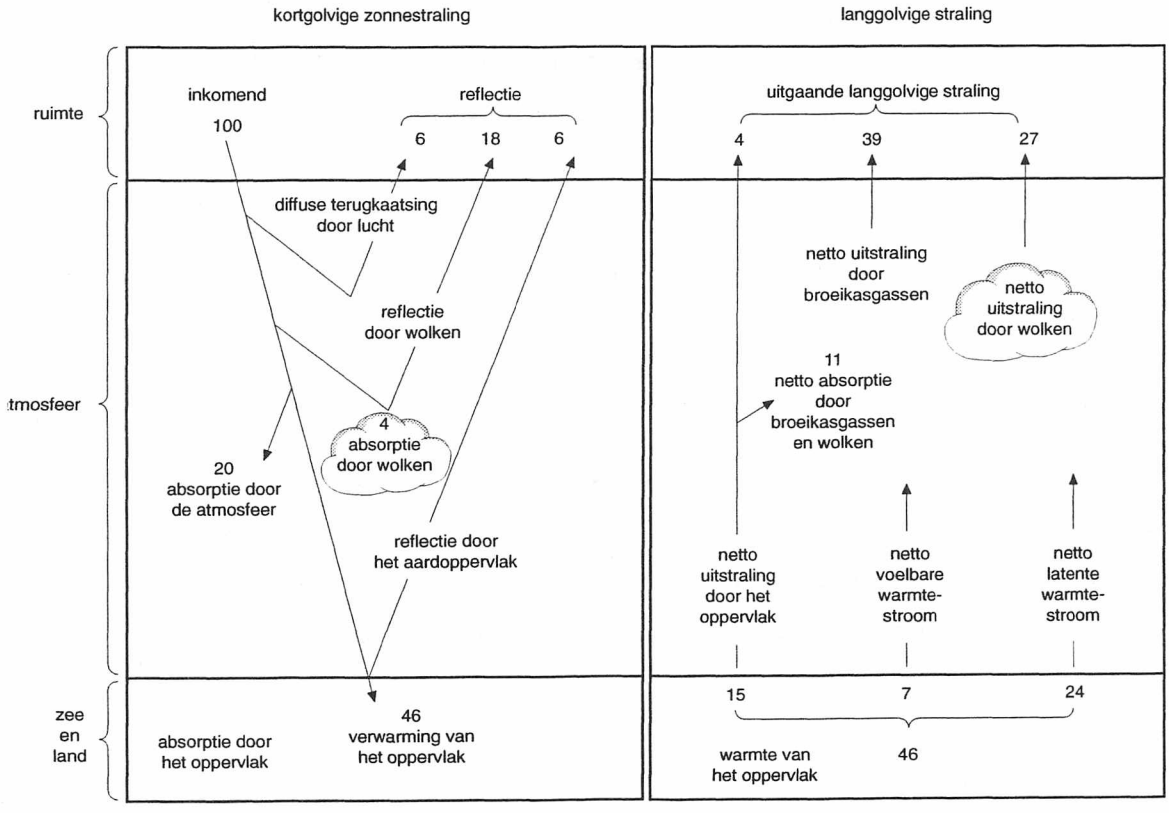
Figuur (5.3-1) laat zien dat een lichaam niet via één golflengte uitzendt, maar dat de golflengten een bepaald *spectrum* beslaan. De golflengte van de maximale energiefluxdichtheid van het zonlicht is gelijk aan 550 nm (geel-groen) dat is, niet toevallig, ook de intensiteit waarvoor het menselijk oog het meest gevoelig is. Uit de wet van Wien volgt nu dat de temperatuur van de zon gelijk is aan 5800 K. De zon zendt de meeste energie uit als *kortgolvige straling* (0.1-2 μm). De aarde, gemiddelde temperatuur 288 K, zendt energie uit via zogenaamde *langgolvige straling* (3-50 μm).

De zon is een constante energiebron. De hoeveelheid energie die als kortgolvige straling *de rand van de atmosfeer* bereikt, is afhankelijk van de afstand tussen de zon en de aarde. Op een vlak dat loodrecht staat op de richting van de lichtbundel bedraagt de gemiddelde energiefluxdichtheid, de zogenaamde *zonneconstante* I_0, 1375 W m^{-2}.

De energiehuishouding van de atmosfeer zelf is zeer complex, waarbij atmosferische gassen, stofdeeltjes en bewolking een rol spelen. Een deel van de straling wordt teruggekaatst (reflectie), een ander deel geabsorbeerd. De atmosfeer onderschept dus een deel van de directe zonnestraling.

1) De stralingsintensiteit wordt ook wel uitgedrukt in Watt per eenheid van ruimtehoek, opletten dus.

Van de inkomende kortgolvige stralingsenergie aan de buitenrand van de atmosfeer bereikt gemiddeld 46 % het aardoppervlak (zie figuur 5.3-2).



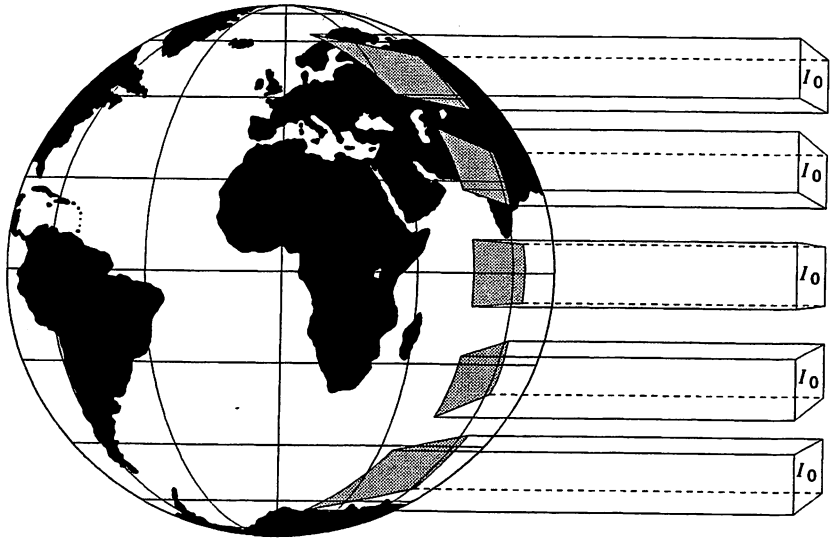
Figuur 5.3-2 Gemiddelde energiebalans van de aarde en haar atmosfeer. De getallen geven percentages van de zonneconstante I_0 (naar Dingman, 1994).

De geabsorbeerde straling verhoogt de temperatuur van de atmosfeer, die op zijn beurt langgolvige straling uitzendt waarvan een deel het aardoppervlak bereikt. De netto inkomende energiefluxdichtheid *aan het aardoppervlak* (Q^*), is de som van de netto kortgolvige straling ($K^{\downarrow} - K^{\uparrow}$) en de netto langgolvige straling ($L^{\downarrow} - L^{\uparrow}$). De pijltjes $\downarrow$ en $\uparrow$ duiden respectievelijk op de inkomende en uitgaande straling.

$$Q^* = K^{\downarrow} - K^{\uparrow} + L^{\downarrow} - L^{\uparrow} \qquad (5.3\text{-}3)$$

5.3.2.1 Kortgolvige straling

De stralingsintensiteiteit op een oppervlak dat niet loodrecht staat op de lichtbundel, is afhankelijk van de invalshoek (α) van de straling. Voor een bepaalde plaats op aarde is de opgevangen energiefluxdichtheid aan de rand van de atmosfeer (K_A) daarom een functie van jaargetijde, breedtegraad en moment van de dag. Zie figuur 5.3-3 en bijlage IV.



Figuur 5.3-3 De intensiteit van de zonnestraling aan de rand van de atmosfeer is afhankelijk van de invalshoek (naar Dingman, 1994).

Er geldt:

$$K_A = I_0 \sin \alpha \qquad (5.3\text{-}4)$$

waarin:

I_0 = de zonneconstante (W m^{-2})

K_A = de energiefluxdichtheid op een oppervlak, evenwijdig aan het aardoppervlak, aan de rand van de atmosfeer (W m^{-2}).

Van K_A bereikt slechts een deel het aardoppervlak, zoals te zien is in Figuur 5.3-2. De kortgolvige straling die het aardoppervlak bereikt is vooral afhankelijk van de bewolkingsgraad en de aanwezigheid van stof en waterdamp. Lokale omstandigheden zijn dus van invloed. Deze zogenaamde *globale straling* ($K^{\downarrow}$) kan direct met een solarimeter worden gemeten, maar het aantal stations waar zulke

metingen worden uitgevoerd is wereldwijd nog beperkt. Daarom wordt nog vaak een empirische formule gebruikt waarin de fractie zonneschijn, die meestal wel bekend is, als invoervariabele voorkomt:

$$K^{\downarrow} = K_A(a + b\,\frac{n}{N}) \qquad (5.3\text{-}5)$$

waarin:

$K^{\downarrow}$ = bruto inkomende kortgolvige straling aan het aardoppervlak (W m^{-2})

$\frac{n}{N}$ = fractie zonneschijnduur per dag (-)

a,b = empirische coëfficienten (-)

De coëfficiënten a en b worden beïnvloed door de lokale atmosferische omstandigheden. Ze zijn tamelijk onzeker, de gebruikte waarden zijn aanvaardbare gemiddelden van een groot aantal metingen.

Tabel 5.3-1 Enkele waarden van de empirische coëfficiënten in de formule voor de globale straling.

Plaats	breedtegraad	a	b
De Bilt, Nederland	52 °N	0.22	0.50
Madison, Wisconsin USA	43 °N	0.21	0.53
Bloemfontein, Zuid Afrika	29 °S	0.25	0.50
Kunumura, Australië	16 °S	0.33	0.43
Accra, Ghana	6 °N	0.30	0.37
Paramaribo, Suriname, regenseizoen	5 °N	0.31	0.45
Paramaribo, Suriname, droge seizoen	5 °N	0.33	0.39

Een gedeelte van de inkomende kortgolvige straling aan het aardoppervlak wordt direct diffuus gereflecteerd naar de atmosfeer ($K^{\uparrow}$). De mate van reflectie hangt af van de aard van het oppervlak en, in mindere mate, van de stand van de zon ten opzichte van het aardoppervlak. In Tabel 5.3-2 zijn een aantal *reflectiefactoren* of *albedowaarden* (r) gegeven voor diverse soorten oppervlakken. Er geldt:

$$K^{\uparrow} = r\,K^{\downarrow} \qquad (5.3\text{-}6)$$

Tabel 5.3-2 Emissiviteit (voor langgolvige straling) en albedo van natuurlijke oppervlakken.

Aard van het oppervlak	emissiviteit ϵ_s	albedo r
Verse sneeuw	0.99	0.80 - 0.95
Oude sneeuw	0.82	0.42 - 0.70
Droge zandgronden	0.90	0.25 - 0.45
Droge kleigronden	0.90	0.20 - 0.35
Veengronden	0.95 - 0.99	0.05 - 0.15
Akkerbouwgewassen	0.97 - 0.99	0.15 - 0.30
Graan (rijp, droge stoppel)	0.90 - 0.95	0.30
Gras (groen)	0.97 - 0.99	0.26
Gras (droog)	0.92 - 0.95	0.15 - 0.25
Loofbossen	0.97 - 0.99	0.12 - 0.20
Naaldbossen	0.97 - 0.99	0.10 - 0.15
Loofbossen met sneeuw op de grond	0.90 - 0.95	0.20
Water (hoge zonnestand of bewolkte hemel)	0.92 - 0.97	0.06
Water (lage zonnestand)	0.92 - 0.97	0.10 - 0.9

5.3.2.2 Langgolvige straling

De *uitgaande langgolvige straling van het aardoppervlak* ($L^{\uparrow}$) is volgens de Wet van Stefan-Boltzmann een functie van de oppervlaktetemperatuur (T_0). Omdat die meestal niet bekend is, gebruiken we de luchttemperatuur (T_z). De atmosfeer kan worden beschouwd als een lichaam dat bij een gemiddelde temperatuur langgolvige straling naar alle richtingen uitzendt. In geval van bewolking zal de effectieve temperatuur niet ver afliggen van 273 K (0 °C). Voor een onbewolkte hemel kan de effectieve temperatuur aanzienlijk lager zijn. Ook het aardoppervlak ontvangt dus langgolvige straling van de atmosfeer. Vanwege de complexiteit wordt de *inkomende langgolvige straling aan het aardoppervlak* ($L^{\downarrow}$) in het algemeen niet apart berekend. Zij wordt in de praktijk (noodgedwongen) geschat uit waarnemingen bij of aan het aardoppervlak. De nauwkeurigheid is dan ook beperkt. Het netto resultaat aan het aardoppervlak hangt sterk af van de bewolking en de luchtvochtigheid. Nachtvorst bijvoorbeeld, treedt vooral op bij heldere hemel en droge lucht. Een empirische uitdrukking (zie de Bruin, 1998) voor het *etmaalgemiddelde* van $L^{\downarrow} - L^{\uparrow}$ ($= L^{net}$) is:

$$L^{net} = -\epsilon_s \sigma T_2^4 (k - \ell\sqrt{e_2}) + d(1 - \frac{n}{N}) \qquad (5.3\text{-}7)$$

Bij de afleiding van deze vergelijking is de oppervlaktetemperatuur gelijk gesteld aan de luchttemperatuur. ϵ_s is de emissiviteit van het aardoppervlak, zie tabel 5.3-2. k, ℓ en d zijn empirische coëfficënten, T_2 is de luchttemperatuur (K) en e_2 de waterdampdruk (hPa), beide op 2 m hoogte

gemeten, d is 60 W m^{-2} voor niet-ijle bewolking (nimbostatus) en 30 W m^{-2} voor ijle bewolking (cirrus). Het KNMI geeft, voor Nederlandse omstandigheden, voor k en ℓ respectievelijk de waarden 0.44 en 0.067 ($hPa^{-1/2}$).

De figuren 5.3-4 en 5.3-5 tonen het verloop van de vier stralingscomponenten gedurende een dag. De gegevens komen van metingen in midden-Spanje. Voor een onbewolkte dag is de gang van alle componenten redelijk vloeiend, maar bij wisselende bewolking treden er scherpe fluctuaties op, vooral in de kortgolvige componenten. De kortgolvige stralingscomponenten zijn nul gedurende de periode tussen zonsondergang en zonsopgang. De langgolvige componenten zijn altijd aanwezig. De langgolvige uitgaande stralingscomponent is in het algemeen groter dan de langgolvige inkomende straling. Het totaal van de vier componenten geeft de netto energiefluxdichtheid Q^*. Deze is in het algemeen overdag positief en 's nachts altijd negatief.

Opgaven

5.3.1. Bewijs vergelijking (5.3-4).

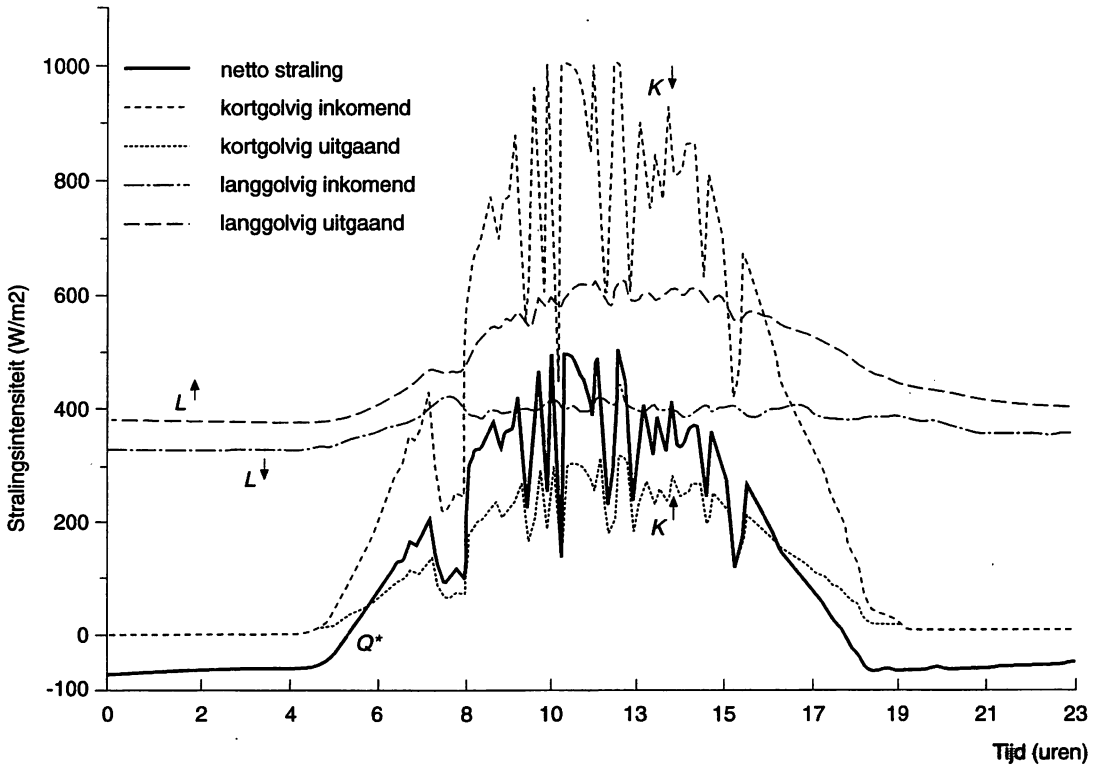
5.3.2. a. Hoeveel procent van de kortgolvige straling K_A, bereikt het aardoppervlak in Paramaribo in juni (regentijd) als de fractie zonneschijn 0.4 bedraagt? **b.** Bereken de globale staling in W m^{-2}, hoeveel Joule is dat per dag? **c.** Als de gemiddelde evapotranspiratie 3.4 mm d^{-1} is, hoeveel van de aangeboden energie wordt dan verbruikt voor de verdamping? De gemiddelde temperatuur is 26°C.

5.3.3. a. Bereken de gemiddelde kortgolvige stralingsintensiteit (W m^{-2}) en de kortgolvige stralingsenergie (J m^{-2}) die op 25 augustus in De Bilt het aardoppervlak bereikt, als de fractie zonneschijn 0.1 bedraagt (bewolkte dag). **b.** Bereken voor die dag de netto langgolvige straling (W m^{-2}), van een met een gewas bedekt oppervlak (ϵ_s = 0.98), als de gemiddelde temperatuur 23 °C is en de relatieve luchtvochtigheid 70 % is. **c.** Idem bij rv = 50 % en $\frac{n}{N}$ = 0.9. Zie bijlage III en IV.

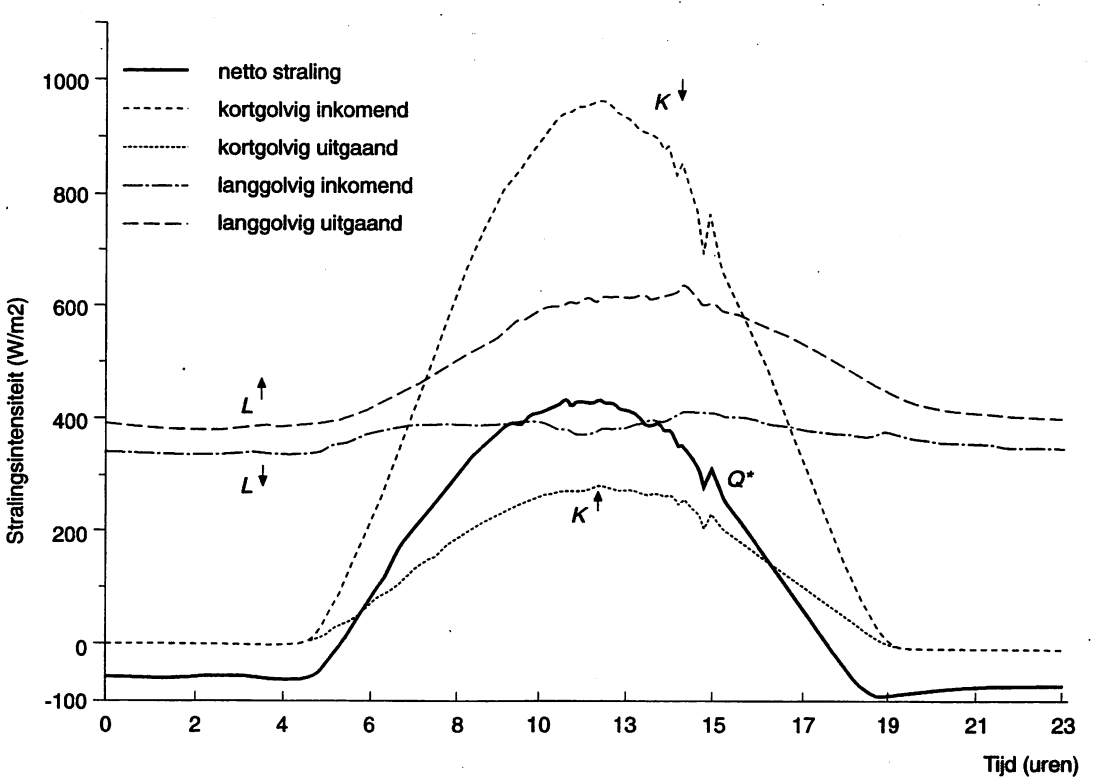
5.4 Methoden voor de bepaling van de verdamping

5.4.1 Inleiding

De methode die hydrologen gebruiken voor de bepaling van de verdamping, hangt af van het doel van de berekening en de beschikbaarheid van gegevens. Voor (stuw)meren gaat het om de zogenaamde *open water verdamping* E_o; de beschikbaarheid van water is in deze gevallen onbeperkt. Voor *begroeide oppervlakken* is de beschikbaarheid van water vaak een beperkende factor en van grote invloed op de verdamping.



Figuur 5.3-4 Stralingsintensiteit boven kale grond. Tomelloso, 19 juni 1991 (Bewolkt).



Figuur 5.3-5 Stralingsintensiteit boven kale grond. Tomelloso, 20 juni 1991 (Onbewolkt).

Als de bodem voldoende van water is voorzien, noemen we de transpiratie van planten, bij de heersende meteorologische omstandigheden, de *potentiële transpiratie* T_p. Er wordt bij deze definitie stilzwijgend vanuit gegaan dat de planten uitwendig droog zijn, de verdamping van een nat gewas (ET_{nat}) is groter. De verdamping van het bodemoppervlak zelf, met een onbelemmerde watertoevoer, heet *potentiële evaporatie* E_{sp}. De som van T_p en E_{sp} is de *potentiële evapotranspiratie* ET_p[1)]. "Voldoende van water voorzien" zijn gewassen meestal kort na flinke regenval (of kunstmatige verstrekking van water) óf wanneer het grondwater de wortelzone via capillaire opstijging (zie hoofdstuk 8) kan bereiken. In het groeiseizoen worden planten en bomen vaak gedurende korte of lange tijd geconfronteerd met vochttekorten in de bodem. Dat betekent dat het water niet gemakkelijk door de planten kan worden opgenomen. Om uitdroging te voorkomen (de verdampingsvraag van de atmosfeer blijft bestaan) sluiten planten hun huidmondjes. Daardoor neemt de weerstand toe en de verdamping af. De werkelijk optredende evapotranspiratie noemen we ET_{act}. Omdat koolzuurgas, dat nodig is voor de assimilatie, de plant binnentreedt via de huidmondjes is dan ook de groei niet meer optimaal. Bij aanhoudende droogte ontstaat schade aan het gewas.

Kennis van de verdamping in het verleden is van belang om daaruit, bijvoorbeeld ten behoeve van ontwerp van waterbeheersingsplannen, te kunnen afleiden hoe groot de verdamping zal zijn in toekomstige situaties. Verdampingsmetingen kunnen net als neerslaggegevens direct worden gebruikt in het operationele waterbeheer.

5.4.2 Bepaling van de verdamping uit de waterbalans

Wanneer de overige termen van de waterbalans met de vereiste nauwkeurigheid kunnen worden bepaald, dan volgt de verdamping als sluitpost. Deze methode kan worden toegepast op regionale schaal zoals stroomgebieden, polders en meren, of op lokale schaal zoals proefvelden, *verdampingsbakken en lysimeters*. De hoeveelheden water in de balans worden gewoonlijk uitgedrukt in m^3 of m waterhoogte. De hieruit berekende verdamping is een *volumefluxdichtheid* [2)].

Verdampingsbakken zijn open bakken (pannen) met water waarin men, meestal dagelijks, het waterniveau afleest. Door in de onmiddelijke nabijheid ook de neerslag afzonderlijk te meten, kan na correctie de verdamping worden gevonden:

1) Over de definitie van potentiële evapotranspiratie heerst enige verwarring. Het begrip werd in 1944 geïntroduceerd door de Amerikaanse klimatoloog C.W. Thornthwaite, die het definieerde als: *de verdamping van een oppervlak dat bedekt is met een actief groeiend, gesloten gewas, dat optimaal van water wordt voorzien.* Meestal kiest men kort gras als standaardgewas. Latere auteurs (Feddes, et al. 1983) gebruiken de som van de potentiële evaporatie en transpiratie, zonder daarbij te vermelden dat het gewas de bodem volledig moet bedekken. De laatste definitie beschrijft dus de maximale verdamping van een met een gewas bedekte grond, inclusief het effect van bodembedekking.

2) Dit in tegenstelling tot berekeningen die gebaseerd zijn op de energiebalans of de aërodynamica, waar sprake is van een *massafluxdichtheid* (kg $m^{-2}s^{-1}$), zie de vergelijkingen in paragraaf 5.2.4 en 5.4.3.

$$E = R - \Delta B \qquad (5.4\text{-}1)$$

waarin:

R	= neerslag (inclusief kunstmatige watervoorziening)	(m^3) of (m)
E	= evaporatie	(m^3) of (m)
ΔB	= verandering van de berging	(m^3) of (m)

De verandering van de berging (in m) is gelijk aan het verschil van de waterhoogten in de pan. Een voorbeeld is de zogenaamde Class A-pan van de US National Weather Service. Deze pan heeft voorgeschreven afmetingen (diameter 1.22 m en hoogte 0.25 m) en wordt op een laag houten platform geplaatst. De warmtehuishouding van de pan wijkt in het algemeen af van die van een bodem of een gewas. Dat wordt veroorzaakt door de inhoud, de kleur en de opstelling van de bak. Het effect van straling en warme lucht die langs de pan strijkt, is daardoor anders dan bij bodem en gewas, waardoor de temperatuur van de pan (met inhoud) verschilt van die van de omgeving. Bij meren wordt daarom ook wel gebruik gemaakt van drijvende bakken. De bakken worden dan gemonteerd in een constuctie van drijvers, die tevens dienen om golven te dempen en inspatten te voorkomen. Ook de uitkomst van een drijvende verdampingsbak mag men niet zonder meer gelijk stellen aan de open water verdamping E_o . Door de beschutte opstelling van de drijvende bak kan de warmtehuishouding afwijken van die van het meer. Een correctie kan worden toegepast door ook de temperatuur van het water in de pan en van het meer te meten. Gegevens van verdampingspannen worden vaak als vergelijkingsmateriaal gebruikt.

Een *lysimeter* is een gedeelte van de bodem dat, met betrekking tot de in- en uitstroom van water, geïsoleerd is van de omgeving zodat de waterbalans ervan kan worden berekend. Meestal is het een open bak van staal, beton of kunststof, 1 tot 2 m diep, ingegraven in het terrein en gevuld met dezelfde grond en begroeid met hetzelfde gewas als in de naaste omgeving. De randen steken slechts enkele cm's boven het maaiveld uit om ongecontroleerde bovengrondse instroming te verhinderen en zijn zo afgewerkt dat er zo weinig mogelijk randeffecten optreden. Onderin de bak wordt een drainage systeem aangebracht. Al naar gelang de graad van perfectie staat dit drainagesysteem in verbinding met een ondergrondse meetruimte, van waaruit eventueel ook het grondwaterniveau in de lysimeter kan worden geregeld. Uiteraard moeten de in- en uitgepompte hoeveelheden water worden geregistreerd.

Men maakt onderscheid tussen weegbare en niet-weegbare lysimeters. In de eerste kunnen veranderingen in de vochtvoorraad door weging worden bepaald in de niet-weegbare moet dat

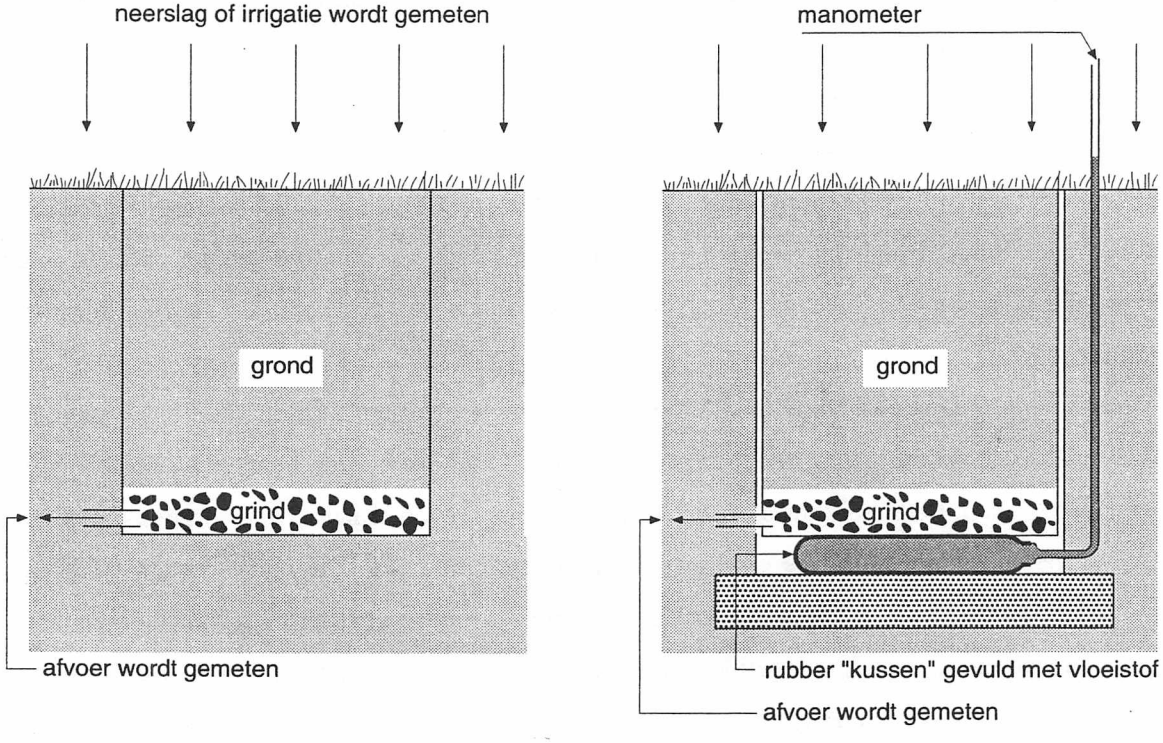
gebeuren door de veranderingen van het vochtgehalte van de bodem te meten[1]. Weegbare lysimeters zijn door het gewicht van de grond in omvang beperkt. Kleine bakken kunnen daadwerkelijk worden gewogen. Van grotere bakken (tot enkele vierkante meters) wordt het gewichtsverschil bepaald door de bak op flexibele, met vloeistof gevulde, sterke rubberen kussens te plaatsen en met een manometer het drukverschil te meten dat veroorzaakt wordt door een verschil in waterberging (zie figuur 5.4-1). De waterbalans voor de lysimeter is:

$$R - ET - A = \Delta B \qquad (5.4\text{-}2)$$

waarin:

ET = evapotranspiratie (m^3) of (m)

A = afvoer (ondergronds via drainagesysteem) (m^3) of (m)



Figuur 5.4-1 Schematische tekening van een niet-weegbare en een weegbare lysimeter.

Als de lysimeter wordt geïrrigeerd, zodat het gewas optimaal van water wordt voorzien, bepalen we de potentiële evapotranspiratie ET_{pot}.

1) Methoden daarvoor worden onder andere behandeld in het practicum Bodemnatuurkundige meetmethoden van de vakgroep Waterhuishouding, Universiteit Wageningen.

De waterbalans kan ook op veel grotere schaal worden toegepast zoals op een meer, een polder of een stroomgebied. Behalve de gebiedsregenval (zie paragraaf 3.5) moeten dan ook de andere in- en uitgaande waterstromen worden gemeten. Dat kunnen afvoeren zijn van rivieren en beken, maar ook grondwaterstromen. In polders wordt bovendien, met behulp van gemalen, 's winters water uitgeslagen en 's zomers ingelaten. Voor veel polders in het noorden en westen van Nederland is het IJsselmeer daarvoor zeer belangrijk. In de waterbalans van het IJsselmeer zelf spelen die hoeveelheden een belangrijke rol. De bergingsverandering van een meer kan in principe eenvoudig worden berekend uit de peilverandering. In een polder of een stroomgebied is dat veel moeilijker. Berging vindt daar plaats in de bodem en in open waterlopen en vooral de verandering van de hoeveelheid water in de bodem is moeilijk te bepalen. Zij hangt af van de bodemopbouw en van het landgebruik. Dat is de reden waarom waterbalansstudies van polders en stroomgebieden zich meestal over een periode van een jaar uitstrekken: men neemt dan aan dat de gemiddelde geborgen hoeveelheid water niet verandert tussen de begin- en einddatum.

Opgaven

5.4.1. Welke weerstand speelt (vrijwel) geen rol in de berekening van ET_{nat} ?

5.4.2. Wordt bij een waterbalansstudie van een stroomgebied ET_{pot} of ET_{act} bepaald?

5.4.3. Het stroomgebied van de Hupselse Beek (in Oost-Gelderland) beslaat 650 ha. Over de periode 1985 - 1993 bedroeg de gemiddelde neerslag 843 mm per jaar en de gemiddelde beekafvoer 2.125 10^6 m^3 per jaar. Bereken de verdamping van het stroomgebied in mm per jaar. Welke stilzwijgende aanname hebben we gemaakt?

5.4.3 Bepaling van de verdamping met micrometeorologische methoden

De netto inkomende stralingsenergie aan het aardoppervlak Q^*, zie vergelijking (5.3-3), wordt gebruikt voor verdamping van water ($\lambda_v ET_{act}$), voor de verwarming van de lucht (H) en voor verwarming van materie onder het oppervlak (G). Die materie is meestal de bodem, maar bij een meer uiteraard het water. De *energiebalans van het oppervlak* (per tijdseenheid) is:

$$Q^* = \lambda_v ET_{act} + H + G \qquad (5.4\text{-}3)$$

Het oppervlak bevat geen massa, zodat in de balansvergelijking geen bergingsterm voorkomt.

De energiefluxdichtheid $\lambda_v ET_{act}$, bestaat uit het product van de verdampingswarmte van water (λ_v)[1] en de massafluxdichtheid (ET_{act}). De verdampingswarmte (J kg^{-1}) is een functie van de temperatuur, en kan worden opgezocht in handboeken[2]. De getalwaarde van de massafluxdichtheid in kg m^{-2} s^{-1} komt overeen met de volumefluxdichtheid in mm s^{-1}. De verdampingswarmtestroom $\lambda_v ET_{act}$ wordt ook wel de *latente warmtestroom* genoemd.

H is de voelbare warmtestroom van het aardoppervlak naar de meethoogte z, zij hangt af van het temperatuurverschil tussen het oppervlak en de lucht én van het karakter van de luchtbeweging langs het oppervlak (zie vergelijking 5.2-9). Voor de berekening van H gelden deels dezelfde moeilijkheden als voor de berekening van de dampstroom (zie paragraaf 5.2.4). H wordt ook wel de *voelbare warmtestroom* genoemd.

G hangt af van de warmtegeleidingseigenschappen van de bodem respectievelijk het water. Voor het berekenen van de warmtestroom G zijn behalve gegevens over het warmtegeleidingsvermogen ook metingen van de temperatuurgradiënt noodzakelijk. Er zijn instrumenten waarmee de geïntegreerde warmtestroom in de bodem direct kan worden bepaald. In praktijksituaties is G eigenlijk alleen belangrijk bij wateroppervlakken, de kortgolvige straling (licht!) dringt door in de materie en wordt daar geabsorbeerd. Ook treedt door de beweging van water een snelle menging op van de verwarmde toplaag en de onderliggende lagen. Bij een met een gewas bedekte bodem wordt G meestal verwaarloosd: de warmteabsorbtie van een gewas is betrekkelijk klein en de doorgifte naar de bodem wordt verhinderd door de lucht tussen gewas en bodem.

Bij de *energiebalansmethode* wordt er van uitgegaan dat de aërodynamische weerstanden voor warmte- en voor waterdamptransport aan elkaar gelijk zijn. Dat betekent dat we aannemen dat het transportmechanisme in de turbulente luchtstroom voor beide hetzelfde is (zie de Bruin, 1998). In de verhouding tussen de voelbare warmtestroom en de latente warmtestroom, die de *Bowen-verhouding* (β) wordt genoemd ($\beta = \frac{H}{\lambda_v ET_{act}}$), komt de aërodynamische weerstand dus niet voor. β kan daarom worden uitgedrukt in een aantal goed gedefinieerde, meetbare grootheden (zie opgave 5.4.5.) en kan dus ook worden bepaald. Is de Bowen-verhouding eenmaal bekend, dan kan de latente warmtestroom, door meting of verwaarlozing van G, worden berekend volgens:

$$\lambda_v ET_{act} = \frac{Q^* - G}{(1+\beta)} \qquad (5.4\text{-}4)$$

1) λ heeft in deze paragraaf dus niet de betekenis van golflengte!

2) Zie bijvoorbeeld *Handbook of Chemistry and Physics*, C. R. Publishing Company en bijlage III.

De *methode van Penman* (1948) berust ook op de energiebalans. Penman's doel was om met behulp van een aantal eenvoudig meetbare meteorologische grootheden de verdamping te kunnen berekenen. *De methode werd afgeleid voor een wateroppervlak* onder voorwaarde dat de dampdruk aan het oppervlak verzadigd is. Het uitgangspunt is opnieuw vergelijking (5.4-3) die wordt gecombineerd met vergelijkingen voor de berekening van het damptransport (5.2-7) en het warmtetransport (5.2-9). Ook Penman nam aan dat het transportmechanisme van warmte en waterdamp hetzelfde is, dat wil zeggen: beide ondervinden dezelfde aërodynamische weerstand. De meestal onbekende waarde T_0 werd door Penman geëlimineerd door gebruik te maken van de gradiënt van de verzadigde dampdrukcurve ($s = \frac{de*}{dT} \approx \frac{e_o* - e_z*}{T_0 - T_z}$). Voor de complete afleiding van "de Penman-formule" wordt verwezen naar De Bruin, 1998 of Feddes, Koopmans en Van Dam, 2000. De uitkomst, die bekend staat als "de verdamping van een vrij wateroppervlak volgens Penman", luidt:

$$\lambda_v E_0 = \frac{s(Q* - G) + \gamma \lambda_v E_a}{s + \gamma} \qquad (5.4\text{-}5)$$

hierin is E_0 de werkelijke verdamping en E_a de isotherme verdamping van een wateroppervlak (beide in kg m^{-2} s^{-1}). De isotherme verdamping wordt berekend volgens vergelijking (5.2-8), waarin de gewasweerstand nu uiteraard ontbreekt.

Naast de reeds bekende variabelen is γ de zogenaamde *psychrometerconstante*, die gelijk is aan:

$$\gamma = \frac{c_p p_l}{\lambda_v \epsilon} \qquad (5.4\text{-}6)$$

c_p is de soortelijke warmte van lucht bij constante druk, bij atmosferische druk is dat 1008 J kg^{-1} K^{-1}. Zoals uit vergelijking (5.4-6) blijkt, is de naam psychrometer*constante* niet erg gelukkig gekozen. Het is een coëfficiënt die afhankelijk is van de luchtdruk (p_l) en in geringe mate van de temperatuur; het laatste via λ_v en in heel geringe mate via c_p. Bij atmosferische druk (1013 hPa) en tussen 13 °C en 29 °C is γ 67 Pa K^{-1} (bij lagere temperatuur 66, bij hogere 68 Pa K^{-1}).

De eerste term in de teller van de Penman-formule wordt gewoonlijk "de stralingsterm" genoemd. De tweede term, die afkomstig is uit de transporttheorie, werd door Penman zelf op een andere wijze geschreven, en wel als het product van het verzadigingsdeficit en een empirische windfunctie *f(u)*, zij staat daarom ook wel bekend als "de windterm". De oorsponkelijke formule van Penman luidt:

$$\lambda_v E_o = \frac{s(Q* - G) + \gamma f(u)(e_z* - e_z)}{s + \gamma} \qquad (5.4\text{-}7)$$

In de windfunctie zijn dus alle onbekende factoren die een rol spelen bij het turbulente transport samengevat en afhankelijk gemaakt van de windsnelheid. Het is gebruikelijk daarvoor de gemiddelde windsnelheid op 2 m hoogte (u_2) te kiezen. De lineaire windfunctie die Penman voorstelde, werd verkregen door de uitkomsten te vergelijken met verdampingsmetingen van open water (onder andere van het IJsselmeer) en vervolgens de coëfficiënten in de formule aan te passen. De uitkomst is uiteraard ook afhankelijk van de gekozen eenheid voor de dampdruk. Penman gebruikte daarvoor de destijds gangbare eenheid mm Hg. Wordt hPa (= mbar) gebruikt, dan kunnen we de door Penman gevonden windfunctie schrijven als: $f(u) = 3.7 + 4.0\ u_2$, waarin de windsnelheid in meter per seconde staat. Voor alle overige grootheden worden SI eenheden gebruikt.

De Penman-formule mag worden toegepast op een open wateroppervlak of een nat begroeid oppervlak. De weerstand r_a die afhankelijk is van de windsnelheid en de aard (de "ruwheid") van het oppervlak, is voor beide soorten oppervlakken in het algemeen niet gelijk. Vooral in de zomermaanden droogt het gewas vrij snel op, zodat de Penman-formule dan niet mag worden toegepast. In die situatie moet de Penman-Monteith-vergelijking worden gebruikt. In de benadering van Monteith wordt het gewasoppervlak als één groot blad beschouwd. De verdamping vindt alleen plaats via de huidmondjes en dus moet ook de gewasweerstand (zie paragraaf 5.2.4) in rekening worden gebracht. Het resultaat is:

$$\lambda_v ET = \frac{s(Q* - G) + \frac{\rho c_p}{r_a}(e_z* - e_z)}{s + \gamma(1 + \frac{r_c}{r_a})} \qquad (5.4\text{-}8)$$

Om de vergelijking te kunnen toepassen moeten we de weerstanden r_c en r_a kennen. Deze kunnen alleen worden verkregen uit (proef)veldonderzoek.

Het empirische karakter van de methode van Penman wordt veroorzaakt door:

- de windfunctie, waarin empirische coëfficiënten voorkomen;
- het gebruik van *daggemiddelde waarden* voor temperatuur, luchtvochtigheid en windsnelheid;
- het gebruik van empirische coëfficiënten bij de berekening van de netto stralingsenergie (indien $Q*$ niet wordt gemeten), en verwaarlozing van G.

Omdat de netto stalingsenergie de som is van kortgolvige straling, die alleen overdag voorkomt, en langgolvige straling, die gedurende het hele etmaal optreedt, moeten we een etmaalgemiddelde waarde gebruiken. De temperatuur en de luchtvochtigheid, die ook van invloed zijn op de stralingstermen, worden gewoonlijk verkregen uit *overdagwaarden*, dat wil zeggen: we gebruiken het rekenkundig gemiddelde van drie waarnemingen overdag (8.00u, 13.00u en 18.00u). Het gebruik van zulke waarden in vergelijking (5.4-7) is dus feitelijk onjuist. Eenzelfde argument geldt voor de zonneschijnfractie $\frac{n}{N}$ in vergelijking (5.3-7), maar niet in (5.3-5)! Ook voor de windsnelheid of de aërodynamische weerstand r_a zou een etmaalgemiddelde waarde moeten worden gebruikt, en niet een waarde die overdag is gemeten of berekend wordt uit overdag gemeten windsnelheden (zie opgave 5.4.8.).

De verdamping van een open wateroppervlak E_o , zoals berekend met de formule van Penman, werd voorheen in Nederland als referentiewaarde gebruikt. Dat wil zeggen dat men de, door het KNMI berekende en gepubliceerde, waarden van E_o als uitgangswaarde gebruikte en de potentiële verdamping van begroeide oppervlakken daarvan afleidde met behulp van zogenaamde "gewasfactoren". Die gewasfactoren worden bepaald met behulp van proefveldonderzoek. Daarvoor is nodig dat op het proefveld de potentiële gewasverdamping als functie van de tijd kan worden gemeten, bijvoorbeeld met behulp van de waterbalansmethode. Zo kan voor verschillende gewassen gedurende het groeiseizoen (meestal per decade) de volgende gemiddelde relatie worden berekend:

$$ET_{pot} = gE_o \qquad (5.4\text{-}9)$$

De uitkomst van de Penman-berekening is uiteraard afhankelijk van de gebruikte empirische coëfficiënten. In de loop der jaren werden voor deze coëfficiënten door onderzoekers verschillende waarden gepubliceerd en aanbevolen, waardoor verwarring ontstond over de juiste betekenis van E_o.

5.4.4 De referentieverdamping

Om de onzekerheid te beëindigen werd op 1 april 1987 in Nederland overgestapt van de Penman-referentie naar de *referentieverdamping volgens Makkink*. Uit veld- en lysimeterproeven, onder andere van Makkink en Priestley en Taylor in de periode 1950 -1975, is gebleken dat de verdamping van goed van water voorziene gewassen nauw samenhangt met de straling en de luchttemperatuur. De invloed van het verzadigingsdeficit en de windsnelheid blijkt van veel geringere invloed. Voor de berekening van de referentieverdamping is gekozen voor een eenvoudige semi-empirische formule-

ring, die afgeleid werd van een eerder door Makkink in 1957 gegeven formule voor de berekening van de potentiële verdamping van gras. De gekozen formulering luidt (zie Commissie Hydrologisch Onderzoek-TNO, 1988):

$$\lambda_v E_{ref} = 0.65 \frac{s}{s+\gamma} K^{\downarrow} \qquad (5.4\text{-}10)$$

Voor de berekening zijn alleen de globale straling en de luchttemperatuur als invoervariabelen nodig. We gebruiken voor $K^{\downarrow}$ een etmaalgemiddelde waarde (W m^{-2}). Om de verdamping in mm per dag te vinden, moeten we dus nog vermenigvuldigen met 86400. Hoewel de zo berekende waarde onafhankelijk is van de aard van het oppervlak, is de constante 0.65 zo gekozen dat de uitkomst gedurende het grootste deel van het groeiseizoen overeenkomt met de potentiële verdamping van kort gras.

Om de potentiële verdamping van gewassen te berekenen moet men E_{ref} vermenigvuldigen met een gewasfactor f.

Tabel 5.4-1 Decadewaarden voor de gewasfactoren *f* behorende bij de referentie-gewasverdamping, E_{ref}, volgens Makkink.

Maand	april			mei			juni			juli			augustus			september		
Decade	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Gras	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.9	0.9	0.9
Granen	0.7	0.8	0.9	1.0	1.0	1.0	1.2	1.2	1.2	1.0	0.9	0.8	0.6	-	-	-	-	-
Mais	-	-	-	0.5	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
Aardappelen	-	-	-	-	0.7	0.9	1.0	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	0.7	-	-
Suikerbieten	-	-	-	0.5	0.5	0.5	0.8	1.0	1.0	1.2	1.1	1.1	1.1	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1
Peulvruchten	-	0.5	0.7	0.8	1.0	1.0	1.2	1.2	1.2	1.0.	0.8	-	-	-	-	-	-	-
Appelbomen	-	-	-	0.9	1.0	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1
Naaldbos	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2

In tabel 5.4-1 is voor een aantal gewassen de *f*-factor per decade vermeld. De variatie in de tijd is het gevolg van de ontwikkelingsfase van het gewas gedurende het groeiseizoen. De nauwkeurigheid van de gegeven *f*-waarden is beperkt, omdat zij gebaseerd zijn op een beperkt aantal proefveldgegevens. De tabel kan alleen worden gebruikt voor de perioden in het groeiseizoen waarvoor een waarde is opgegeven. Willen we de verdamping gedurende het gehele jaar berekenen, dan moet voor de winterperiode de verdamping op een andere wijze worden berekend, bijvoorbeeld met een "aangepaste" Penman-formule (Thom en Oliver, 1977). Voor de berekening van de potentiële bodemverdam-

ping (E_{sp}) nemen we aan dat het grondoppervlak in de wintermaanden geheel bevochtigd is. Volgens Dolman et.al. (1999) wordt (in Nederland) de beste schatting van de verdamping van een onbegroeid, nat grondoppervlak verkregen, door de Penman-Monteith vergelijking te gebruiken met $r_c = 0$.

De werkelijke verdamping van een gewas kan aanzienlijk afwijken van de potentiële verdamping als gevolg van uitdroging van de wortelzone (ET_{act} (gewas) < ET_{pot} (gewas)). Bij een gewas dat de bodem (nog) niet volledig bedekt, zal onder natte omstandigheden de actuele bodemverdamping gelijk zijn aan E_{sp}. Onder droge omstandigheden zal, door de snel afnemende evaporatie van de bodem, de actuele evapotranspiratie bij de referentieverdamping achterblijven.

Er zijn meerdere formuleringen beschikbaar om als referentieverdamping te gebruiken. Vaak betreft het een keuze per land en de keuze heeft te maken met de beschikbare, routinematig verzamelde gegevens op meteorologische stations. De Wereld Voedsel Organisatie (FAO) verschaft reeds enige decennia richtlijnen voor de berekening van de referentiegewasverdamping en de daarbij behorende factoren van diverse gewassen (zie Doorenbos en Pruitt, 1977). De richtlijnen zijn in 1991 herzien onder invloed van nieuwe inzichten (Verhoef en Feddes, 1991).

De *f*-factoren zijn in diverse gevallen meer intuïtief tot stand gekomen dan door middel van gedegen onderzoek. Voor een betere bepaling van de *f*-factoren en de reductie van de verdamping ten gevolge van bodemvochttekort, zou systematisch micrometeorologisch veldonderzoek moeten worden verricht onder vochtige en droge omstandigheden van de grond. Het onderzoek zou moeten bestaan uit metingen gedurende één of meerdere groeiseizoenen van de dagelijkse actuele verdamping met behulp van één of meerdere, algemeen geaccepteerde micrometeorologische methoden en het gelijktijdig bepalen van de referentieverdamping.

Opgaven

5.4.4. In welke eenheden staan de termen in vergelijking (5.4-3)? Wat zijn de eenheden van ET_{act}?

5.4.5. Leid een vergelijking af voor de Bowen-verhouding van een nat oppervlak, door gebruik te maken van de vergelijkingen (5.2-8) en (5.2-9).

5.4.6. Bereken de gemiddelde waarde van de Bowen-verhouding van het gehele aardoppervlak met behulp van de gegevens in figuur 5.3-2.

5.4.7. Een psychrometer is een instrument waarmee we op een bepaalde hoogte tegelijkertijd de relatieve luchtvochtigheid en de temperatuur kunnen meten. Hoe kan, gebruik makend van het resultaat van opgave 5.4.5., de Bowen-verhouding worden gemeten?

5.4.8. Bepaal de relatie tussen de aërodynamische weerstand r_a en de windfunctie van Penman, bij 1 atmosfeer en 15 °C, ρ_l = 1,22 kg m^{-3}. Wat zijn de eenheden van $f(u)$?

$$\gamma \frac{f(u)(e_s^* - e_a)}{r_a} = \rho c_p / (e^* - e_a)$$

$$f(u) = \frac{\rho c_p}{\gamma} \frac{1}{r_a} = \frac{1,22 \quad 1000}{0,67} = 1285$$

5.4.9. a. Wat moet je weten om de uitkomst van een energiebalans, in W m^{-2}, om te rekenen naar massafluxdichtheid? **b.** Uit een energiebalansberekening (met de Bowen-verhouding) volgt dat de verdamping gelijk is aan 4.47 10^{-5} kg m^{-2} s^{-1}. Hoeveel mm water is dat per dag?

5.4.10. Stel, dat de windterm in de formule van Penman mag worden verwaarloosd (bijvoorbeeld in een tuinbouwkas) en ook G verwaarloosbaar is, wat is dan de relatie tussen de verdamping (in mm d^{-1}) en de netto straling (in W m^{-2}) bij 25 °C ? Aanwijzing: raadpleeg bijlage III.

5.4.11. In de vijftiger en zestiger jaren werden door het duinwaterleidingbedrijf Noord-Holland bij Castricum metingen verricht van de actuele verdamping met zeer grote, niet weegbare lysimeters. Enkele uitkomsten staan vermeld in tabel 5.4-2. Geef een verklaring van de verschillen.

Tabel 5.4-2 Actuele verdamping te Castricum 1956 - 1969.

Onbegroeid duinzand	213 mm j^{-1}
Natuurlijke duinvegetatie	481mm j^{-1}
Loofbos	518 mm j^{-1}
Naaldbos	682 mm j^{-1}

5.5 Enige toepassingsgebieden

In hydrologische studies speelt het vaststellen van de grootte van de verdamping en van eventueel optredende verdampingsreducties (ET_{act} kleiner dan ET_{pot}) een belangrijke rol. Enige voorbeelden hiervan worden in het onderstaande kort besproken.

□ In Nederland vormt het ondiepe grondwater (diepte < 1.50 m - maaiveld) een belangrijke bron van water voor de groei van gewassen. Door middel van zogenaamde capillaire opstijging (zie hoofdstuk 8) stroomt het grondwater naar de wortelzone, waar het door het gewas wordt opgenomen. In ons land wordt, ten behoeve van de drinkwatervoorziening, veel grondwater onttrokken uit diepe, zandige bodempakketten. Hoewel het diepe en ondiepe grondwater veelal van elkaar gescheiden zijn door slecht-doorlatende lagen (zie hoofdstuk 6), is invloed van de drinkwateronttrekking op het ondiepe grondwaterpeil niet te vermijden. Verlaging van het regionale grondwaterpeil heeft gevolgen voor de verdamping, omdat de capillaire opstijging wordt bemoeilijkt. Hierdoor zal de kans op verdrogingsschade toenemen. Bij verdrogingsschade gaat het niet alleen om de in geld uitgedrukte gewasopbrengst-reducties, maar ook bijvoorbeeld om de schade aan natte natuurgebieden.

Rond 1990 beginnen er in de pers regelmatig berichten te verschijnen over de "verdroging" van Nederland. Daarmee wordt bedoeld dat, met name in de zandgebieden, de effecten merkbaar worden

van gemiddeld lagere grondwaterstanden dan in de vijftiger en zestiger jaren. Die verlaging blijkt ook uit een analyse van de grondwaterstanden over een lange reeks van jaren. Nu is die constatering niet verwonderlijk, als we bezien welke ingrepen er in de waterhuishouding van veel gebieden in Nederland hebben plaatsgevonden: verbeterde drainage en afwatering via sloten, sterk toegenomen grondwateronttrekking en intensiever landgebruik. Er zijn studies gaande over de vraag in welke mate de diverse oorzaken hebben bijgedragen aan de verlaging van de grondwaterstand. In deze studies speelt ook de vraag mee of de grootte van de verdamping is veranderd in Nederland als gevolg van een verbeterde ontwatering en verbeterde landbouwmethoden over de laatste 30-40 jaar.

□ Een actuele vraag is thans ook welke klimaatsveranderingen te verwachten zijn als gevolg van het broeikaseffect. Kennis en kwantificering van het verdampingsproces zijn daarbij noodzakelijk. Om te kunnen voorspellen wat de te verwachten klimaatsveranderingen zijn, worden zeer omvangrijke rekenmodellen gehanteerd waarin de atmosferische processen, de hydrologische processen op het land en de stromingsprocessen in de oceanen worden gesimuleerd. De koppeling tussen de atmosfeer en de land- en wateroppervlakken vindt plaats via diverse uitwisselingsprocessen aan het aardoppervlak. De verdamping speelt daarbij een dominante rol. Veel onderzoek is gaande over de vraag hoe verdamping is te meten over grote, niet-homogene landoppervlakken en hoe het verdampingsproces in klimaatmodellen goed is weer te geven via plantweerstandsmodellen.

Ook ten behoeve van de regionale waterhuishouding is voorspelling van de effecten van klimaatverandering belangrijk. In welke mate zullen de termen van de waterbalans worden beïnvloed, en welke waterhuishoudkundige maatregelen zullen nodig zijn om nadelige gevolgen voor mens, plant en dier zoveel mogelijk te voorkomen?

5.6 Literatuur verdamping

Bruin, H.A.R. de, 1998. Micrometeorologie. Collegedictaat LUW, nr. 06252207.

CHO-TNO, 1981. Evaporation in relation to hydrology. Proceedings and information no. 28.

CHO-TNO, 1987. Evaporation and weather. Proceedings and information no. 39.

CHO-TNO, 1988. Van Penman naar Makkink. Een nieuwe berekeningswijze voor de klimatologische verdampingsgetallen. Rapporten en Nota's no. 19.

Dingman, S.L., 1994. Physical Hydrology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Dolman, A.J., E.J. Moors en J.A. Elbers, 1999. Verdamping van kale grond in de winter. Stromingen 5, 3: 23-34, Nederlandse Hydrologische Vereniging, Delft.

Doorenbos,J en W.O. Pruitt, 1977. Guidelines for predicting Crop Water Requirements. FAO, Irrigation and Drainage Paper no. 24.

Feddes, R.A., R.W.R. Koopmans en J.C. van Dam, 2000. Agrohydrology. Collegedictaat UW, nr. 06141109.

Jacobs, A.F.G., 1999. Algemene stromingsleer. Collegedictaat LUW, nr. 06254807.

Kay, J.M.,1963. An introduction to Fluid Mechanics and Heat Transfer. Cambridge Univ. Press.

Makkink, G.F., 1960. De verdamping uit vegetaties in verband met de formule van Penman. CHO-TNO, Proceedings and information no. 4.

Monteith, J.L., 1973. Principles of Environmental Physics. Student texts in contemporary biology.

Priestley, C.H.B. en R.J. Taylor, 1972. On the assessment of surface heat flux and evaporation using large-scale parameters. Month. Weather rev. 100:81-92.

Resnick, R., D. Halliday en K.S. Krane, 1992. Physics, 4de editie. Wiley and Sons, New-York.

Thom, A.S. en H.R. Oliver, 1977. On Penman's equation for estimating regional evaporation. Quart. J. Royal Met. Soc., 103: 345-357.

Velds, C.A., 1992. Zonnestraling in Nederland. KNMI, Tirion, Baarn.

Verhoef A. en R.A. Feddes, 1991. Preliminary review of revised FAO radiation and temperature methods. Vakgroep Waterhuishouding, rapport 16, Wageningen.

6 GRONDWATER

6.1 Water in de bodem

6.1.1 Inleiding

In de voorgaande hoofdstukken waarin de kringloop van het water en infiltratie in de bodem werden behandeld, kwam al ter sprake dat zich onder het maaiveld een grote hoeveelheid water bevindt in de poriën van de grond. Als er een open boorgat wordt gemaakt of een put wordt gegraven, zal daarin bij het bereiken van een bepaalde diepte spontaan grondwater stromen. Het niveau waarop de waterspiegel zich instelt is de *grondwaterstand*, ook wel het *freatisch* niveau genoemd. Onder elk terreinpunt komt een grondwaterstand voor. Al deze standen tezamen vormen de grondwaterspiegel, ook wel het freatisch oppervlak genoemd.

We kunnen onderscheid maken tussen het water in de *onverzadigde zone* en in de *verzadigde zone*. De grens tussen beide zones wordt gevormd door het freatisch oppervlak. Het water in de verzadigde zone wordt *grondwater* genoemd. In de onverzadigde zone spreken we van *bodemvocht*. Beneden de waterspiegel zijn alle poriën gevuld met water. De druk van het water p, (ten opzichte van de atmosferische druk) is er positief. In de onverzadigde zone is slechts een deel van de poriën gevuld met water (het andere deel is gevuld met lucht) en overheersen in het algemeen de matrix-krachten. Dat zijn de krachten die op de waterdeeltjes worden uitgeoefend door de vaste fase[1]. Deze krachten binden het water aan de vaste fase. De binding van water aan bodemdeeltjes kan worden gemeten als een negatieve druk.

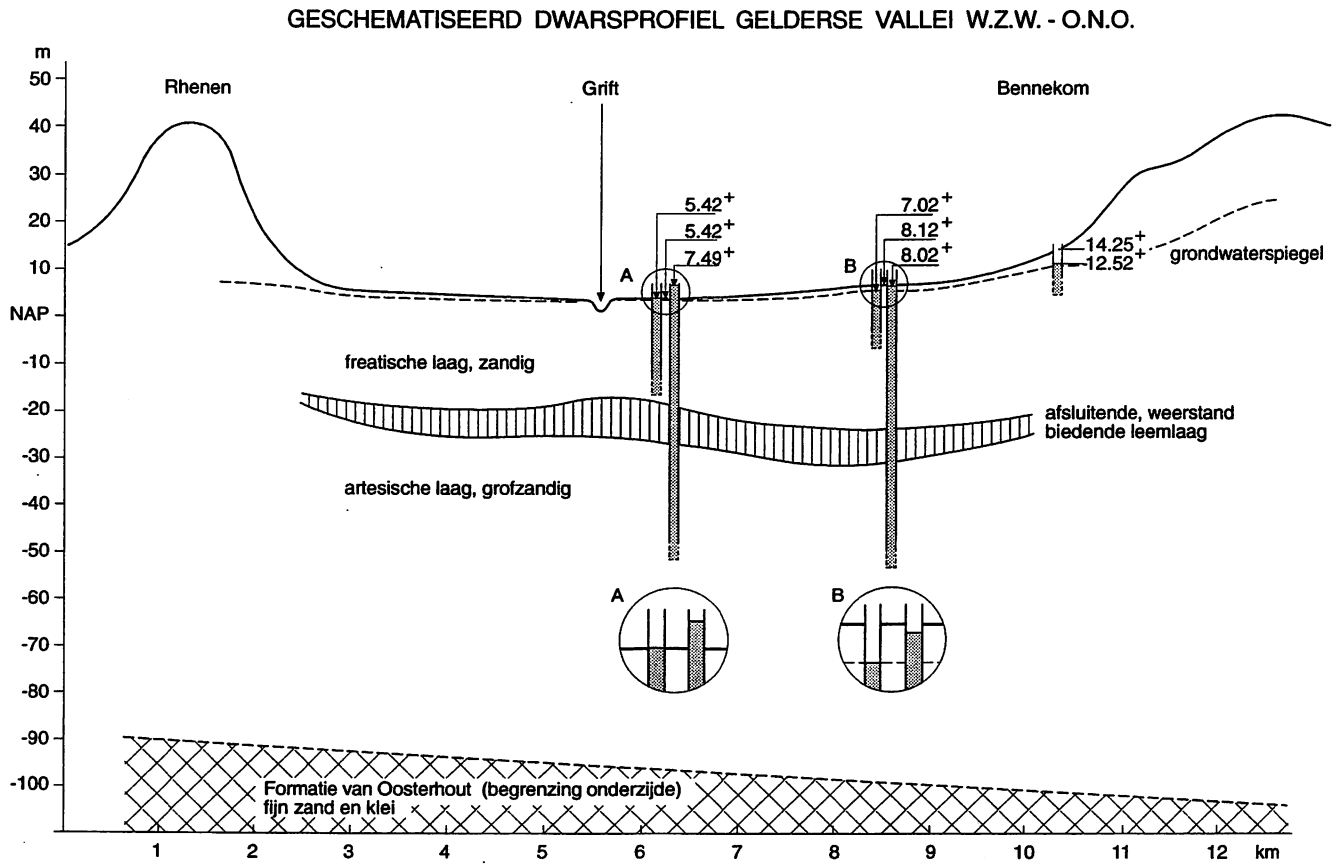
Aan het freatisch oppervlak is de absolute waterdruk gelijk aan de atmosferische druk. Het is dus een isobaar vlak (vlak met overal dezelfde druk).

Grondwater dat aan de bovenzijde wordt begrensd door een freatisch oppervlak, noem we *freatisch water*. Als aan de onder- én bovengrens ondoorlatende lagen voorkomen, spreken we van *afgesloten grondwater*. Bevinden zich aan de onder- en bovenzijde van een watervoerende laag slecht doorlatende lagen of één ondoorlatende en één slecht doorlatende laag, dan spreken we van *gedeeltelijk afgesloten grondwater*. In (gedeeltelijk) afgesloten watervoerende lagen zijn dus alle poriën gevuld met water.

We kunnen de druk in een punt van het grondwater meten met een zogenaamde stijgbuis of piëzometer. Dat is een buis (meestal van plastic en met een doorsnede van circa 5 cm), die alleen aan

[1] Zie collegedictaat *Inleiding Bodemkunde*.

de uiteinden open is. De onderkant van de buis, meestal voorzien van een filter, bevindt zich op de plaats waar we de druk willen meten. De bovenkant steekt boven het maaiveld uit en verschaft toegang voor de meting. Door de positieve druk vult de buis zich met water. De lengte van de waterkolom in de buis wordt de drukhoogte genoemd en is een directe maat voor de waterdruk[1)].



Figuur 6.1-1 Stijghoogten in verschillende typen grondwater.

Plaatsen we een stijgbuis in (gedeeltelijk) afgesloten grondwater (zie figuur 6.1-1), dan zal het water in de buis hoger stijgen dan de bovenzijde van de watervoerende laag. We noemen zulk grondwater daarom ook wel spanningswater. Het niveau in een diepe stijgbuis zal meestal afwijken van de hoogte van het freatisch vlak in het bovenliggende freatisch water. In een buis die in (gedeeltelijk) afgesloten grondwater is geplaatst, kan het water zelfs boven het maaiveld komen. We spreken dan van *artesisch grondwater*, zo genoemd naar de regio Artois in Noordwest- Frankrijk, waar dit verschijnsel voor het eerst werd beschreven. Een stijgbuis met een filter in dergelijk water levert dus spontaan water tot boven het maaiveld. In de Gelderse Vallei worden dergelijke putten gebruikt voor het drenken van vee.

1) Zie bijlage II.

In de Haarlemmermeerpolder bijvoorbeeld komt op ongeveer 1 m beneden het maaiveld freatisch grondwater voor. Dit freatisch water is van groot belang voor de landbouw. Het wordt op peil gehouden door een uitgebreid systeem van landbouwdrainages, sloten en poldervaarten, waarin door bemaling een vast polderpeil wordt gehandhaafd. Het freatisch water bevindt zich in het doorlatende bovenste gedeelte van een dikke holocene kleilaag. Het diepere gedeelte van de holocene klei is een moeilijk doorlatende, semi-permeabele laag. Daaronder komt een zeer dik en goed doorlatend pakket pleistocene zanden voor. Het grondwater in dit pakket is gedeeltelijk afgesloten grondwater. De stijghoogte ervan ligt boven het polderpeil. Via de semi-permeabele lagen treedt daarom in deze polder een opwaartse waterstroming ("kwel") op.

De voorraad zoet grondwater is heel groot. In Nederland is de exacte hoeveelheid niet bekend, waarschijnlijk meer dan 750 miljard m^3. Dat is ruim tienmaal de jaarlijkse Rijn-afvoer of 75 maal de jaarlijkse nuttige neerslag. De gemiddelde verblijftijd is dus 75 jaar. Een groot deel verblijft veel korter in de bodem. Diep grondwater heeft vaak zeer lange verblijftijden. Zo wint het pompstation Pey (Limburg) op 120 m diepte water van 5000 jaar oud. Ouderdomsbepaling kan onder andere geschieden met ^{14}C (natuurlijke radio-actieve koolstofisotoop).

Elders in de wereld komen zeer grote voorraden zoet water voor. Deze zijn gevormd in vroegere, regenrijkere tijden. Als dit water wordt opgepompt voor drinkwater en bevloeiing, kan worden gesproken van "mijnbouw", omdat de aanvulling nu gering is. Naar schatting bedraagt de voorraad bruikbaar water onder de Sahara 600 × 10^{12} m^3. Bij het huidige verbruik is dit voldoende voor 40000 jaar. Overigens is lang niet al dit water winbaar.

In Nederland bestaat een uitgebreid net van grondwaterstandbuizen. Dat zijn geperforeerde buizen (meestal 2 à 4 m lang) die reiken tot beneden de laagste te verwachten grondwaterstand. De waterstand in de buizen wordt gewoonlijk tweemaal per maand (op de 14e en de 28e) gemeten. De meeste gegevens zijn opgeslagen in het archief van het Nederlands Instituut voor Toegepaste Geowetenschappen TNO in Delft, Utrecht.

Om snel een indruk te krijgen van de grondwaterstand in een gebied zijn open boorgaten bruikbaar. Open gaten blijven in klei en veen goed in stand, maar in zand lopen zij dicht, ongeveer tot aan het freatisch niveau. Boorgaten en geperforeerde buizen zijn niet bruikbaar in slecht doorlatende gronden vanwege de lange insteltijd en de mogelijkheid van relatief grote stijghoogteverschillen over kleine afstand. Daardoor zijn zij weinig geschikt op plaatsen met een gestoorde waterhuishouding, zoals plekken met zichtbare wateroverlast, die dikwijls veroorzaakt worden door "dichte" bodemlagen, zoals leemlagen en inspoelingslagen.

6.1.2 De betekenis van grondwater voor de mens

Zoet grondwater wordt gebruikt in het huishouden, de industrie en de landbouw. De totale hoeveelheid grondwater die in Nederland op duurzame wijze kan worden gewonnen, wordt geschat op ruim 1900 miljoen m^3 per jaar.

Grondwater vormt in Nederland de voornaamste bron voor de *drinkwatervoorziening*. De voorkeur voor grondwater vindt zijn oorzaak in de goede kwaliteit. Pathogene bacteriën en virussen komen in grondwater van nature niet voor. Ook in fysisch en chemisch opzicht is de samenstelling van grondwater meestal van dien aard dat zuivering nauwelijks nodig is. Sinds kort echter wordt de kwaliteit van het drinkwater op verscheidene plaatsen in Nederland ernstig bedreigd door de toenemende bodemverontreiniging (Duijvenbooden, 1989).

Waterleidingbedrijven zijn in West-Europa ontstaan omstreeks het midden van de negentiende eeuw. Medici hadden ontdekt dat epidemieën van cholera, tyfus, dysenterie en dergelijke in de dichtbevolkte stadswijken werden veroorzaakt door (bacteriën in) het drinkwater. Hiervoor werd voornamelijk vrijwel ongezuiverd rivierwater gebruikt of werd water uit open putten getapt, zodat besmetting door fecaliën gemakkelijk kon optreden. De openbare waterleidingbedrijven hebben, omdat het geleverde water aan bepaalde bacteriologische en chemische normen moet voldoen, een grote bijdrage geleverd aan de volksgezondheid.

De *industrie* gebruikt grondwater als proces- en koelwater. Voor het proceswater is een goede kwaliteit van belang. In de papierindustrie bijvoorbeeld is de beschikbaarheid van zuiver water bepalend geweest voor de locatiekeuze van papierfabrieken. In Nederland zijn "papiermolens" vooral ontstaan langs de relatief steile randen van de Veluwe en nog steeds bevinden zich daar belangrijke papierindustrieën. Vanaf de vroege Middeleeuwen werd het water voor de molens voornamelijk verkregen door de aanleg van kunstmatige bronnen of sprengen, die een gestage en betrouwbare aanvoer verzekerden. Het water werd vervolgens in gegraven beken met weinig hoogteverval naar de watermolens geleid, waar het werd gebruikt om energie op te wekken én als proceswater dienst deed. Op de Veluwe zijn zo in de loop der eeuwen honderden sprengen gegraven[1)], die een groot aantal molens van waterkracht hebben voorzien. Veel molens hebben een lange staat van dienst gehad en zijn voor verscheidene industriële activiteiten gebruikt.[2)]

Met de groei van de industriële bedrijvigheid is ook de behoefte aan grondwater sterk gestegen. Veel bedrijven zijn ertoe overgegaan eigen putten te slaan. Behalve het door de openbare waterleidingbedrijven geleverde grondwater, dat in de industrie vooral als proceswater wordt gebruikt, worden er ook grote hoeveelheden water opgepompt door de eigen waterwinningen van bedrijven. Het grootste

1) Zie foto omslag.

2) Het gemiddelde vermogen van een watermolen met bovenslagrad komt overeen met dat van een stofzuiger.

deel hiervan wordt als koelwater gebruikt. Voor zulke onttrekkingen zijn vergunningen nodig die door de provinciale overheden worden verstrekt.

Als derde grote gebruiker staat in Nederland de *landbouw* te boek. Bij een ondiepe grondwaterspiegel (tot circa 1.5 m) kan water in het groeiseizoen langs natuurlijke weg capillair opstijgen naar de wortelzone. Ligt de waterspiegel veel dieper, dan wordt het ter plaatse kunstmatig onttrokken en voornamelijk voor beregening aangewend. In perioden van neerslagtekort (R - ET_{act} < 0) kan die hoeveelheid aanzienlijk oplopen; in droge jaren tot 25 à 30 % van het waterleidingverbruik.

In 1998 werd door de openbare waterleidingbedrijven 1250 miljoen m^3 water afgeleverd voor huishoudens en industrie. Ongeveer tweederde deel daarvan werd gewonnen uit grondwater, de rest kwam uit oppervlaktewater waarvan een belangrijk deel eerst (in de duinen) werd geïnfiltreerd. Door besparingscampagnes van de waterleidingbedrijven is het huishoudelijk verbruik per hoofd van de bevolking in Nederland (130 liter per dag) de laatste jaren ongeveer gelijk gebleven. De verwachtingen zijn dat de totale levering door de waterleidingbedrijven, als gevolg van bevolkingsgroei en economische groei, zal toenemen tot circa 1400 miljoen m^3 in 2010, terwijl de hoeveelheid grondwater weinig zal veranderen. De totale hoeveelheid grondwater die in Nederland jaarlijks wordt opgepompt voor huishoudens, industrie en agrarische sector, bedraagt nu ongeveer 1550 miljoen m^3 (Dufour, 1998).

In het zuidwesten van de Verenigde Staten (woestijnklimaat) werden in het recente verleden grote hoeveelheden diep grondwater opgepompt, onder andere voor de bevloeiing van citrusboomgaarden. Deze vorm van mijnbouw heeft tot gevolg gehad dat het freatisch vlak ter plaatse in enkele decennia meer dan 100 m is gedaald. Ook op andere plaatsen in de wereld (Midden-Oosten, Afrika, Azië en Australië) neemt door de *toenemende vraag* de beschikbare voorraad grondwater af. De toenemende vraag wordt voornamelijk veroorzaakt door de bevolkingsgroei en het streven naar meer welvaart. Daardoor stijgt de vraag naar water voor irrigatie, de industrie en het huishouden. In een aantal landen heeft dit al geleid tot een acute watercrisis. In 1994 werd op de aarde ruim 6.1 10^{10} m^3 grondwater gewonnen uit watervoerende lagen die niet of nauwelijks worden aangevuld. Dit heeft tot gevolg dat de zeespiegel met 0.2 mm per jaar stijgt.

6.2 Bodemkundige en landschappelijke indicaties

Hoge grondwaterstanden, dat wil zeggen: grondwaterstanden op geringe diepte onder het maaiveld, zijn in het landschap zichtbaar door de aanwezigheid van veel beekjes, sloten en greppels. Ook de vegetatie geeft aanwijzingen. De zogenaamde blauwgraslanden bijvoorbeeld zijn vochtige graslanden (natte hooilanden) met ondiepe grondwaterstanden, terwijl veengebieden zijn ontstaan

onder zeer natte omstandigheden. De afwezigheid van natuurlijke of kunstmatige ontwateringsmiddelen (bijvoorbeeld in grote delen van de Veluwe) duidt op een diepe grondwaterstand.

In het bodemprofiel kunnen we de laagste grondwaterstand aflezen aan de aanwezigheid van totale reductie. De niet-geaëreerde horizont is meestal herkenbaar aan de kleur. Bij mineraal materiaal donkergrijs of blauwzwart (klei) of grijs (zand); bij moerig materiaal, dat veen bevat, is de kleur bruin tot donkerbruin. Vaak zijn de kenmerken moeilijk te zien en zijn er overgangszones waar afwisselend reductie en oxidatie plaatsvindt. Hierdoor worden ijzer- en mangaanvlekken gevormd en verandert de kleur van moerig materiaal in grijs tot donkergrijs. De kleurkenmerken kunnen bovendien overblijfselen zijn van toestanden uit het verleden. Daarom is controle via grondwaterstandmetingen steeds noodzakelijk.

6.2.1 Grondwatertrappen

De grondwaterstand vertoont gedurende het jaar op een bepaalde plaats meestal een fluctuatie: in de winter stijgt de waterspiegel als gevolg van het neerslagoverschot en in de zomer daalt hij als gevolg van een neerslag "tekort". De jaarlijkse verschillen in neerslag en verdamping, waarvan vooral het neerslagpatroon in de tijd aanmerkelijk kan afwijken van het gemiddelde, veroorzaken jaarlijkse verschillen in het verloop van de grondwaterstand. Behalve door de weersomstandigheden wordt de grootte van de fluctuatie ook beïnvloed door bodemeigenschappen en hydrologische veldkenmerken zoals de ontwateringstoestand.

De diepte van de grondwaterspiegel beneden maaiveld wordt op de bodemkaarten van Nederland aangegeven met behulp van het systeem van grondwatertrappen, de zogenaamde Gt's. Men maakt daarbij gebruik van de gemiddeld hoogste (GHG) en gemiddeld laagste grondwaterstand (GLG). Deze worden berekend als het rekenkundig gemiddelde over tenminste 8 jaren, van de 3 hoogste respectievelijk 3 laagste gemeten grondwaterstanden per jaar. Om het grondwaterstandsverloop te karakteriseren, worden de mogelijke combinaties van GHG en GLG tot een beperkt aantal klassen teruggebracht. De grondwatertrappenindeling die op de Bodemkaart van Nederland (schaal 1:50000) wordt gebruikt, telt zeven klassen en een aantal natte en droge varianten, zie tabel 6.2-1. Voor een uitvoeriger beschrijving, zie *Cultuurtechnisch Vademecum*, 1988, blz 177 e.v.

Tabel 6.2-1 Grondwatertrappen, onderscheiden door de Stichting voor Bodemkartering (thans DLO-~~Staring Centrum~~ Alterra, Instituut voor onderzoek van het landelijk gebied).

GT	I	II	III	IV	V	VI	VII
GHG	(<20)	(<40)	<40	>40	<40	40-80	> 80
GLG	<50	50-80	80-120	80-120	>120	>120	>160

Toelichting GT: grondwatertrap van nat (I) naar droog (VII)
GHG: gemiddeld hoogste grondwaterstand cm beneden maaiveld
GLG: gemiddeld laagste grondwaterstand cm - maaiveld

Voorbeelden I: zeer nat veengrasland; natte natuurgebieden
II: veengrasland, natte zandgronden, slecht ontwaterde polders
III: lage zandgronden
IV: kwelgebieden (geringe fluctuatie)
V: goed ontwaterde polders op zeeklei
VI: middelhoge zandgronden
VII: hoge zandgronden

Varianten: natte varianten I_n, II_n GHG < 15
droge varianten II_d, III_d, V_d GHG 25-40
VII_d GHG > 140

De natte varianten I_n en II_n zijn vooral te vinden bij natte natuurterreinen. Bij de droge varianten is in de regel de ontwatering door recent menselijk ingrijpen gewijzigd.

6.3 De energietoestand van grondwater[1)]

Grondwater in de bovenste lagen (honderden meters) van de aardkorst is meestal in beweging. Dit komt door invloeden van buiten, die van natuurlijke oorsprong zijn of (mede) worden veroorzaakt door menselijk handelen. Voorbeelden zijn de infiltratie van neerslag en wisselende waterstanden in rivieren en meren. Voor het grondwaterbeheer is het noodzakelijk om de grondwaterbeweging te kunnen voorspellen. In de klassieke mechanica staat het evenwicht en de beweging van vaste lichamen centraal; het evenwicht en de beweging van vloeistoffen wordt beschreven in een bijzonder onderdeel van de klassieke mechanica, de zogenaamde vloeistofmechanica. Ook daarin spelen de wetten van Newton en de begrippen "arbeid", "energie" en "impuls" een belangrijke rol.

De stroming van vloeistoffen door poreuze media, zoals grond, neemt een bijzondere plaats in. Enerzijds wordt dit veroorzaakt door de (onbekende) geometrie van de poriën, anderzijds door de onmiddellijke nabijheid van vaste stof en vloeistof én door het grote contactoppervlak tussen de stoffen in beide fasen. Het eerste betekent dat in de poriën zelf de stroming niet exact kan worden

1) Voor een goed begrip van deze paragraaf is elementaire kennis van de mechanica vereist. Daarvoor wordt verwezen naar de vwo- en propedeuseleerboeken natuurkunde, zie ook bijlage I.

beschreven, het tweede dat de wrijvingskracht tussen vloeistof en vaste stof gelijk wordt aan de drijvende kracht. In de klassieke mechanica kunnen bepaalde vraagstukken (waarbij de versnelling afhankelijk is van de plaatscoördinaten) worden opgelost zonder het pad van een voorwerp in detail te berekenen. Dit gebeurt door gebruik te maken van de definities van arbeid en energie. Ook voor de berekening van grondwaterstroming biedt deze methode voordelen. Hieronder wordt daarom eerst besproken hoe de krachten die op een waterdeeltje werken, de energietoestand van grondwater bepalen. Daarna komt in paragraaf 6.4 de beweging van grondwater als gevolg van energieverschillen aan de orde.

6.3.1 De drijvende kracht

De beweging van een waterdeeltje wordt veroorzaakt door een kracht die op het deeltje wordt uitgeoefend. *Gebleken is dat voor de berekening van grondwaterstroming kennis van de drijvende krachten voldoende is*[1]. Voor verzadigde grondwaterstroming hoeven bovendien de krachten die voortvloeien uit de adhesie tussen water en bodemdeeltjes en de (osmotische) krachten die het gevolg zijn van de zogenaamde dubbellaag van ionen, niet in beschouwing te worden genomen. De drijvende krachten die bij verzadigde grondwaterstroming een rol spelen, zijn:

- de zwaartekracht;
- de kracht die het gevolg is van *drukverschillen* in de vloeistof[2].

Op een bepaalde plaats op aarde werkt de zwaartekracht altijd in dezelfde richting. Om de richting te beschrijven, is het nodig een coördinatenstelsel te kiezen. Als standaard kiezen we een cartesiaans coördinatenstelsel waarvan de positieve z-as verticaal naar boven wijst. In zo'n stelsel werkt de zwaartekracht in de negatieve z-richting. De zwaartekracht (een vector) op een massa water m, schrijven we als: $-m\mathbf{g}\mathbf{e}_z$. Het minteken geeft de richting aan en $\mathbf{e}_z$ is de eenheidsvector in de z-richting[3]. Volgens de tweede wet van Newton heeft een kracht een verandering van beweging (versnelling) tot gevolg. Als op een voorwerp alleen de zwaartekracht werkt, is de versnelling $-\boldsymbol{g}$ en kan de beweging nauwkeurig worden beschreven met de wetten van de klassieke mechanica.

Druk is gedefinieerd als de normaalkracht per oppervlak[4]. Een vloeistofdeeltje ondervindt een netto drukkracht als er een drukverschil in de vloeistof is. In een *vloeistof in rust* bestaat er alleen in de verticale richting een drukverschil dat veroorzaakt wordt door het gewicht van de bovenliggende vloeistof. De drukkracht wordt in dit geval in evenwicht gehouden door de zwaartekracht. In

1) Zie collegedictaat *Vloeistofmechanica en grondwaterstroming*, 2000.

2) In dit dictaat kortheidshalve de drukkracht genoemd.

3) Vetgedrukte symbolen geven een vector aan.

4) Zie bijlage II.

grondwater zijn drukverschillen in horizontale richting het resultaat van externe condities, zoals peilverschillen tussen open waterlopen, de onttrekking van water door een pompstation of de invloed van de topografie (door de infiltratie van regenwater in hoge en lage delen).
De resultante van de zwaarte- en drukkracht is de drijvende kracht.

Zoals al opgemerkt, kunnen grondwaterproblemen het beste worden opgelost door gebruik te maken van de definities van arbeid en energie. De oplossing wordt in de meeste gevallen aanmerkelijk vereenvoudigd door gebruik te maken van het begrip "potentiaal", dat in de volgende paragraaf wordt gedefinieerd.

6.3.2 Energie en potentiaal

In de mechanica staat het product van kracht en verplaatsing bekend als de *arbeid* van de kracht op een voorwerp. Het verrichten van arbeid op een voorwerp leidt tot een verandering van de energie. Omgekeerd is *energie het vermogen om arbeid te verrichten.* Door arbeid te verrichten kunnen verschillende soorten energie in elkaar worden omgezet. Als bijvoorbeeld de zwaartekracht de gelegenheid krijgt een massa in beweging te zetten, wordt potentiële zwaarte-energie omgezet in kinetische energie en als er wrijving optreedt, ook in interne energie (warmte). In het zwaarteveld van de aarde ondervindt iedere massa een kracht. De plaats van een voorwerp bepaalt dus hoeveel arbeid de zwaartekracht kan verrichten als het van die plaats naar het aardoppervlak valt. We zeggen dat het voorwerp *potentiële energie in het zwaarteveld* heeft. In het algemeen geldt:

> Een voorwerp heeft potentiële energie, als het zich in een omgeving bevindt waarin op het voorwerp een kracht werkt die de mogelijkheid heeft om arbeid te verrichten.

Een voorwerp bezit (potentiële) *zwaarte-energie* als de mogelijkheid bestaat om de zwaartekracht arbeid te laten verrichten. De arbeid (W) die een kracht verricht wanneer die werkt op een voorwerp, is gedefinieerd als het product van de grootte van de kracht (*in de richting van de verplaatsing*) en de afstand waarover het voorwerp wordt verplaatst. Arbeid kan worden geschreven als het inwendig product van de krachtvector en de verplaatsingsvector[1)]. Omdat de zwaartekracht zowel in grootte als richting constant is, is de arbeid van de zwaartekracht gelijk aan het product van *kracht en verplaatsing in de richting van de zwaartekracht.* Het zwaarteveld is een conservatief krachtveld. Dat wil zeggen dat de arbeid alleen afhankelijk is van de verticale afstand tussen begin- en eindpunt, maar niet van de weg die wordt afgelegd. Het blijkt dat het drukveld van grondwater ook een conservatief

1) Zie bijlage I.

krachtveld is. Dit betekent dat de arbeid van de drukkracht alleen afhankelijk is van het drukverschil tussen twee punten (Koopmans, 2000b).

Een grondwaterdeeltje op een bepaalde plaats bezit potentiële energie als gevolg van de zwaarte- en de drukkracht. Bij de stroming van grondwater wordt arbeid verricht door de drijvende kracht. De potentiële energie van een massa *m*, wordt gedefinieerd door *het verschil in potentiële energie tussen twee punten (ΔU), gelijk te stellen aan minus de arbeid die door de conservatieve kracht wordt verricht*, bij verplaatsing van de massa van het ene naar het andere punt. De getalwaarde van de potentiële energie is afhankelijk van de (arbitraire) keuze van de referentietoestand. Hieruit volgt dat energie een relatief begrip is: ten opzichte van een andere referentietoestand bezit de massa een andere potentiële energie. Uit de definitie volgt dat de afgeleide van de potentiële energie naar de afstand een kracht is. Op een bepaalde plaats is minus de richtingsafgeleide van de potentiële energie dus gelijk aan de drijvende kracht die wordt uitgeoefend in die richting.

De potentiaal (ψ) is gedefinieerd als: potentiële energie per massa.

De potentiaal heeft dus te maken met de energietoestand van het water.

De getalwaarde van de potentiaal in een bepaald punt is gelijk aan minus de arbeid die per kg water wordt verricht door de conservatieve krachten die op het water werken, als een zeer kleine hoeveelheid water vanuit de referentietoestand wordt verplaatst naar het onderhavige punt (eenheden: J kg^{-1}).

Het nulniveau voor de zwaarte-energie kan willekeurig worden gekozen. Voor de drukenergie is het gebruikelijk de atmosferische druk (p_{atm}) te kiezen. Dat wil zeggen: waterdruk $p = p_{abs} - p_{atm}$.
We zullen nu de potentiaal van grondwater berekenen afhankelijk van de plaats en de druk.

Bij het verplaatsen[1)] van een massa water (*m*), van beginpunt B naar punt A, wordt door de zwaartekracht ($\boldsymbol{F}_g$) arbeid verricht ter grootte van:

$$W_g = \int_B^A \boldsymbol{F}_g \cdot \mathbf{dr} = -m\, g\, \Delta z \qquad (6.3\text{-}1)$$

waarin $\int_B^A$ staat voor de *lijnintegraal* $\int_{\ell\,(B\to A)}$; **dr** is de infinitesimale verplaatsingsvector langs het pad van B naar A en Δz het hoogteverschil ($z_A - z_B$). Arbeid is een scalaire grootheid. De punt in de integrand mag niet weggelaten worden, omdat zij het *inwendig product* aangeeft van de vectoren $\boldsymbol{F}_g$ en **dr**. Het minteken komt tevoorschijn, omdat de zwaartekracht in de negatieve *z*-richting wijst.

1) Dit is geen werkelijke verplaatsing door stroming, maar een fictieve verplaatsing alleen tegen de krachten van zwaarte en druk.

Omdat de zwaartekracht in de verticale richting werkt, wordt er alleen arbeid verricht tijdens verplaatsing in die richting. Als we het aardoppervlak als nulniveau kiezen, is de zwaarte-energie van een massa m op een hoogte h boven het aardoppervlak gelijk aan $m\,g\,h$.

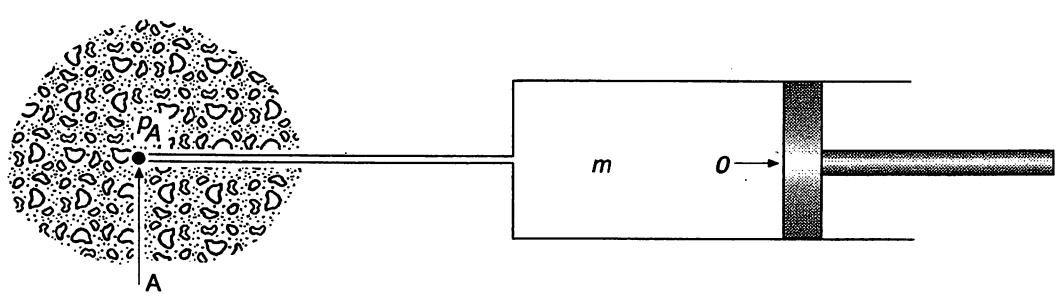
Het potentiaalverschil tussen A en B ten gevolge van de zwaartekracht is minus de verrichte arbeid per massa en bedraagt dus:

$$\Delta\psi_g = \frac{mg\Delta z}{m} = g\Delta z \qquad (6.3\text{-}2)$$

en als de z-coördinaat van B als nulniveau wordt gekozen:

$$\psi_{g_A} = g\,z_A \qquad (6.3\text{-}3)$$

Vervolgens berekenen we de component van de potentiaal als gevolg van drukkracht. We kunnen daarbij op dezelfde wijze te werk gaan als bij de zwaartekracht, dat wil zeggen: $\boldsymbol{F_p}\cdot\mathbf{dr}$ integreren over de afgelegde weg. We moeten daarvoor in ieder punt weten wat de drukkracht is die op een watermassa m wordt uitgeoefend. De afleiding daarvan is in het kader van deze inleiding echter een stap te ver[1]. We gebruiken daarom een andere methode. Daartoe voeren we in gedachten het volgende experiment uit (zie figuur 6.3-1): vanuit een gelijkblijvende plaatshoogte, dus geen arbeid in het zwaarteveld, injecteren we een massa water m, van constante dichtheid in een punt A waar de druk van het grondwater p_A is ($= p_{abs} - p_{atm}$). De druk van het te injecteren water is oorspronkelijk gelijk aan de atmosferische druk; de zuiger én de waterstroming zijn wrijvingsloos.



Figuur 6.3-1 Injectie van water vanuit een gelijke plaatshoogte.

1) Zie collegedictaat *Grondwaterstroming en -kwaliteit*, 2000.

Volume van het verplaatste water: $V = \frac{m}{\rho}$ (m^3)

Oppervlakte van de zuiger: O (m^2)

Afgelegde afstand van de zuiger: $\frac{V}{O}$ (m)

Tegenwerkende drukkracht op de zuiger: $p_A O$ (N)

Arbeid van de drukkracht: $W_p = -p_A V = -p_A \frac{m}{\rho}$ (J) (verklaar het minteken !)

De drukpotentiaal is derhalve:

$$\psi_p = \frac{p_A}{\rho} \tag{6.3-4}$$

De totale potentiaal van grondwater is gelijk aan de som van de zwaarte- en drukpotentiaal:

$$\psi = \psi_g + \psi_p = g z_A + \frac{p_A}{\rho} \tag{6.3-5}$$

waarin:

z = hoogte boven het referentieniveau (m)

ρ = dichtheid van water ($kg\ m^{-3}$)

g = zwaarteveldsterkte ($N\ kg^{-1} = m\ s^{-2}$)

p = waterdruk ten opzichte van de atmosferische druk ($N\ m^{-2}$).

Samenvattend: de potentiële energie van verzadigd grondwater ($W_g + W_p$) is het gevolg van twee conservatieve krachten die op een massa water aangrijpen. De potentiaal werd zo gedefinieerd dat de resultante van de twee krachten werkt in de richting van afnemende potentiële energie. Bovendien is *de drijvende kracht (per massa water) in een bepaalde richting x_i, gelijk aan minus de richtingsafgeleide van de potentiaal* (zie bijlage I):

$$f_{x_i} = -\frac{\partial \psi}{\partial x_i} \tag{6.3-6}$$

Opgaven

6.3.1. Een puntmassa verplaatst zich in het x-y vlak van (3,4) naar (4,3). Bepaal richting en grootte van de verplaatsingsvector.

6.3.2. Controleer de uitkomst van het inwendig product in vergelijking (6.3-1). Aanwijzing: schrijf $\boldsymbol{F}_g$ en $\mathbf{d}\boldsymbol{r}$ met behulp van eenheidsvectoren eerst in termen van de componenten langs de x- y- en z-as.

6.3.3. Waarom wordt bij het berekenen van de potentiaal geen rekening gehouden met de wrijvingskrachten? Bewijs dat de arbeid van de wrijvingskracht in een kringintegraal niet gelijk is aan nul (aanwijzing: zie opgave I.1.4.).

6.3.4. Waarom kiezen we voor de berekening van de drukenergie van grondwater p_{atm} als referentiedruk?

6.3.3 De stijghoogte

Tot dusver hebben we gesproken over potentialen op massabasis (J kg^{-1}). We kunnen de potentiaal ook uitdrukken op gewichtsbasis (J N^{-1} = m). Dat wil zeggen: potentiële energie per gewicht. Dit is in de hydrologie de gebruikelijke maat voor de potentiaal van grondwater en wordt de stijghoogte (H), genoemd.

De stijghoogte is de potentiële energie per gewicht.

Uit het voorgaande volgt:

$$H = \frac{\psi}{g} = z + \frac{p}{\rho g} \qquad (6.3\text{-}7)$$

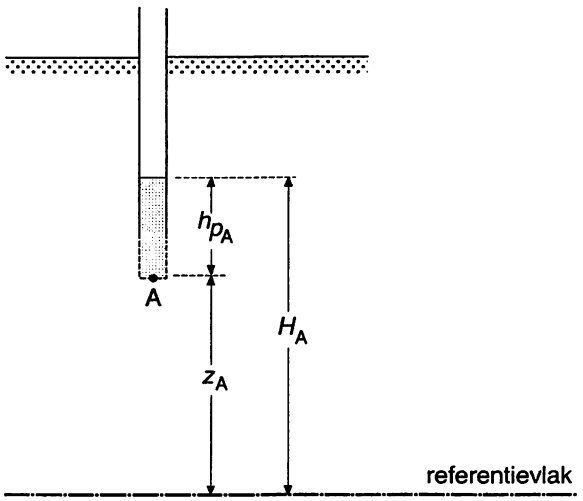
De dimensie van de stijghoogte is lengte, in de praktijk: meters waterkolom.

De stijghoogte in een punt A kunnen we meten door een piëzometer te plaatsen. De hoogte tot waar het water stijgt in de buis, is de stijghoogte in A. Daarbij moet worden vermeld ten opzichte van welk referentieniveau er gemeten is, bijvoorbeeld N.A.P. De *waarneembare stijghoogte* H_A is opgebouwd uit twee componenten (zie figuur 6.3-2):

- de hoogte van het meetpunt A boven het referentieniveau, de zogenaamde plaatshoogte z_A;
- de lengte van de waterkolom in de stijgbuis, de zogenaamde drukhoogte h_{p_A}.

Hieruit volgt:

$$H_A = z_A + h_{p_A} \qquad (6.3\text{-}8)$$



Figuur 6.3-2 De componenten van de stijghoogte H.

De kolom water van lengte h_{p_A}, oefent in A een vloeistofdruk uit die gelijk is aan[1)]:

$$p_A = \rho\, g\, h_{p_A} \tag{6.3-9}$$

Uit (6.3-8), (6.3-9) en (6.3-7) volgt dat op deze manier de stijghoogte correct wordt gemeten.

De stijghoogte H is een goede maat voor de potentiaal mits ρ en g constant zijn. Voor de berekening van meer-vloeistoffenproblemen (olie en water, zoet en zout water), waarbij we te maken hebben met verschillende dichtheden, is de stijghoogte niet geschikt. Bij constante dichtheid heeft H de volgende voordelen:

- de stijghoogte is eenvoudig meetbaar;
- verschillen in H bepalen de richting en sterkte van de grondwaterstroom;
- de richtingsafgeleide van H is dimensieloos; het is de kracht per gewicht (= mg N) vloeistof.

Aangezien het freatisch vlak is gedefinieerd als de meetkundige plaats van punten waar de absolute waterdruk gelijk is aan de atmosferische druk ($p = 0$) geldt daar $H = z$.

6.3.4 Het druk-equivalent van de potentiaal*

Een derde maat voor de potentiaal is *het druk-equivalent dat gedefinieerd is als potentiële energie per volume* (dimensie druk, eenheid Pa).

1) Zie bijlage II.

Uit de eerder gegeven definities volgt:

$$p* = \rho\psi = \rho\, g\, H = \rho\, g\, z + p \qquad (6.3\text{-}10)$$

$p*$ is dus niet gelijk aan de vloeistofdruk (die is gelijk aan p), maar is de potentiaal uitgedrukt in Pascal. Deze potentiaalmaat wordt bijvoorbeeld gebruikt in de plantenfysiologie.

Op het grensvlak van twee vloeistoffen is alleen de druk continu (niet het druk-equivalent!).

6.3.5 De kinetische energie van grondwater

Uit de stromingsleer blijkt dat bij de stroming van water door buizen en kanalen, naast de potentiële energie, ook de kinetische energie een rol speelt. Vergeleken met de snelheden van open water (orde van grootte in rivieren en kanalen is 0.01 - 1.0 m per seconde) zijn de snelheden van grondwater heel klein, namelijk in de orde van grootte van 0.01 - 1.0 m per dag, wat overeenkomt met ongeveer 10^{-5} - 10^{-7} m per seconde. Door deze kleine snelheden is ook de kinetische energie van grondwater zeer gering, de snelheidshoogte, h_k, (de kinetische energie per gewicht) is gelijk aan:

$$h_k = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mg} = \frac{v^2}{2g} \qquad (6.3\text{-}11)$$

Vergeleken met de stijghoogte kan men daarom de snelheidshoogte verwaarlozen. Dit betekent dat voor de beweging van grondwater alleen de eerder gedefinieerde potentiaal van belang is.

Opgaven

6.3.5. Een student definieert de stijghoogte als: "de potentiaal per gewicht". Wat is je commentaar?

6.3.6. In een weiland wordt een piëzometer geplaatst, het filter bevindt zich op 2.0 m beneden het maaiveld. Als er evenwicht is bereikt, staat er 1.40 m water in de buis. **a.** Wat is de stijghoogte ten opzichte van het maaiveld? **b.** Hoe groot is de druk van het water onder in de buis? **c.** Hoe groot is het druk-equivalent (t.o.v. maaiveld)? **d.** Als het grondwater in rust is, wat is dan de stijghoogte in een punt 1.0 m beneden het maaiveld?

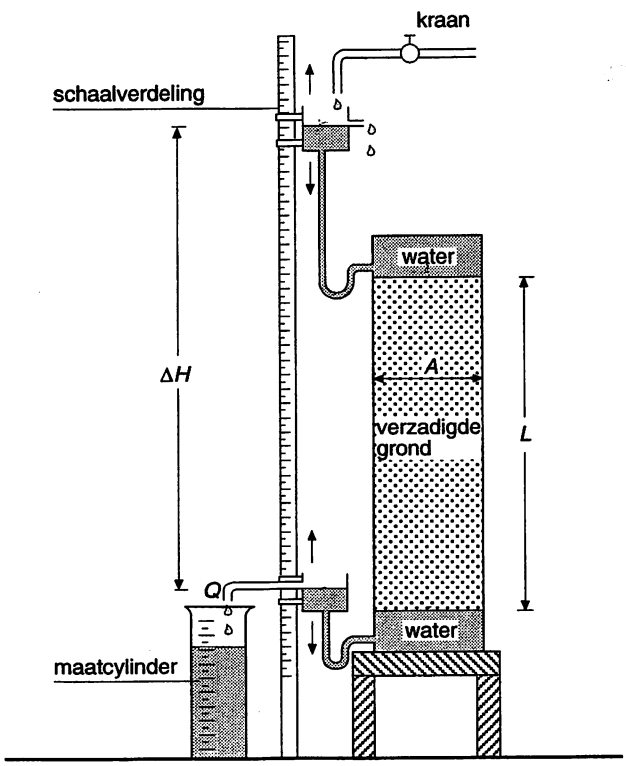
6.3.7. In een capillair van 1.0 m lengte en een inwendige diameter van 2.0 mm, stroomt water onder invloed van een stijghoogteverschil van 5 cm met een constante snelheid van 540 m per dag. Bereken de verhouding van de kinetische energie en (het verschil in) de potentiële energie per gewicht (N) water.

6.4 De beweging van grondwater

6.4.1 De wet van Darcy

De bewegingswet voor grondwater, die algemeen wordt toegepast voor de stroming van vloeistoffen door poreuze media, werd in 1855-56 experimenteel vastgesteld door Darcy. Darcy was een Franse ingenieur die belast was met de aanleg van de waterleiding voor de stad Dijon. Bij zijn proeven om het water te filteren door een zandbed, maakte hij gebruik van zandkolommen (zie figuur 6.4-1) en ontdekte de volgende relatie:

$$Q = k \frac{\Delta H}{L} A = k\, i\, A \qquad (6.4\text{-}1)$$



Figuur 6.4-1 Schematische voorstelling van de proef van Darcy.

waarin:

Q = debiet ($m^3 s^{-1}$)

k = doorlaatfactor ($m\ s^{-1}$)

ΔH = verschil in stijghoogte (m)

L = lengte van de kolom (m)

A = oppervlak van de dwarsdoorsnede van de kolom (m^2).

$i = \frac{\Delta H}{L}$ = verhang van de stijghoogte (-)

In woorden luidt de vondst van Darcy: de hoeveelheid water die door een dwarsdoorsnede A stroomt, is evenredig met het oppervlak van de doorsnede, het verhang van de stijghoogte en een karakteristieke waarde k, die *doorlaatfactor* of *doorlatendheid* wordt genoemd. De doorlaatfactor is een maat voor het gemak waarmee de vloeistof door het poreuze medium kan bewegen. Merk op dat het stijghoogteverschil tussen de boven- en onderzijde van de grondkolom gelijk wordt gesteld aan het verschil tussen de waterniveaus in de overloopbakjes. Dit betekent dat we veronderstellen dat het energieverlies buiten de grondkolom kan worden verwaarloosd.

Vergelijking (6.4-1) beschrijft een relatie tussen *macroscopische* grootheden. Dat wil zeggen dat we kunnen voorspellen hoe *de grondkolom als geheel* invloed uitoefent op de hoeveelheid water die er door stroomt tengevolge van het opgelegde stijghoogteverschil. De grondkolom wordt als een "zwarte doos" beschouwd: we proberen dus niet te achterhalen wat zich precies in de kolom afspeelt, maar zijn tevreden met de betrekking tussen stijghoogteverhang en debiet. In een poreus materiaal, zoals grond, stroomt het water door talloze poriën waarvan we aannemen dat ze met elkaar in verbinding staan. De vorm en afmetingen van de poriën kunnen echter, zonder zeer speciale hulpmiddelen zoals NMR-spectroscopie[1)], niet worden waargenomen. Maar ook al zouden we in staat zijn het labyrint van poriën zichtbaar te maken, dan blijkt het te gecompliceerd om meetkundig te beschrijven. Hoe het water precies door de poriën stroomt komen we niet te weten. Met andere woorden, een beschrijving van de stroming op *microscopische schaal* is niet mogelijk.
Vergelijking (6.4-1) wordt wel de wet van Darcy genoemd, we kunnen haar ook schrijven als:

$$v = k\, i \qquad (6.4\text{-}2)$$

waarin:

$v = \frac{Q}{A}$ = de filtersnelheid (m s^{-1}).

De filtersnelheid is een *volumefluxdichtheid*, dat is het volume getransporteerde stof per eenheid van tijd en per eenheid van oppervlak.

1) Nuclear Magnetic Resonance.

Omdat grondwatersnelheden zo klein zijn, wordt in de hydrologie vrijwel altijd de dag als eenheid van tijd genomen, de filtersnelheid en de doorlatendheid worden dan ook opgegeven in m d^{-1}.
Darcy deed zijn proeven met een verticale grondkolom; voor het debiet maakt het echter niet uit wat de stand van de kolom is. De filtersnelheid wordt uitsluitend bepaald door de factoren k en i, en wel zo dat het water *stroomt in de richting van afnemende stijghoogte*. In figuur 6.4-1 verloopt de stroming daarom van boven naar beneden.

Grootheden zoals snelheid en kracht, die kunnen worden weergeven door een pijl met een bepaalde lengte en een bepaalde richting, noemen we *vectoren*. De richting van een vector langs een coördinaatas noemen we positief in de positieve richting van de as en we moeten daarom schrijven:

$$v = - k\, i = -k \frac{dH}{ds} \qquad (6.4\text{-}3)$$

waarin s de stromingsrichting is. In vergelijking (6.4-3) is *de wet van Darcy als puntvergelijking geformuleerd*. Daarmee bedoelen we dat zij de fluxdichtheid beschrijft in een willekeurig punt van het stroomdomein (in de kolom van figuur 6.4-1 is v overal gelijk). Het minteken heeft betrekking op de richting van de vector en geeft aan dat de stroming verloopt in de richting van afnemende H. In paragraaf 6.3 werd besproken dat de grootte van de drijvende kracht gelijk is aan $-\frac{dH}{ds}$.

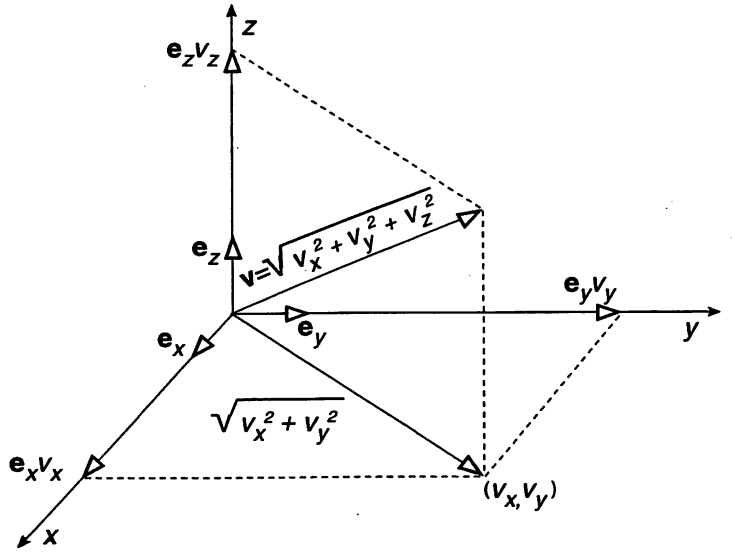
De filtersnelheid (een vector) is dus volgens Darcy recht evenredig met de krachtvector.

Het Darcy experiment is eendimensionaal, omdat het aangelegde stijghoogteverhang en de stroming slechts in één richting kunnen verlopen. Hoewel de wet van Darcy gebaseerd is op empirie en waarneming, kunnen wij haar als volgt verklaren: In de klassieke mechanica wordt aangetoond dat de beweging van een puntmassa op ieder moment volgt uit de effecten van de netto kracht (die volgens de tweede wet van Newton een versnelling tot gevolg heeft) én de snelheid die de massa heeft. Bij grondwaterstroming is de kinetische energie verwaarloosbaar klein ten opzichte van de potentiële energieverschillen die de drijvende kracht veroorzaken (zie opgave 6.3.7.). De snelheid die een grondwaterdeeltje heeft op een bepaald tijdstip t, speelt dan ook geen rol bij de berekening van de snelheid op $t + \Delta t$. Met andere woorden: *richting en grootte van de snelheidsvector worden uitsluitend bepaald door de drijvende kracht.* Bovendien blijkt dat de drijvende kracht in een poreus medium onmiddellijk een wrijvingskracht oproept van gelijke grootte. Hierdoor treedt geen versnelling op (de netto kracht is nul) en blijft de filtersnelheid constant zolang $\frac{dH}{ds}$ constant is.

Omdat de drijvende kracht (per gewicht vloeistof) in een bepaalde richting gelijk is aan minus de richtingsafgeleide van H, geldt voor de drie coördinaatrichtingen:

$$v_x = -k\,\frac{\partial H}{\partial x}, \qquad v_y = -k\,\frac{\partial H}{\partial y}, \qquad v_z = -k\,\frac{\partial H}{\partial z} \tag{6.4-4}$$

Uit de definitie van een vector volgt dat het optellen van vectoren *een meetkundige operatie* is. We gebruiken daarvoor de *parallellogrammethode*. Omgekeerd kan elke vector worden ontbonden in de zogenaamde basisvectoren in de richting van de orthogonale coördinaatassen, zie figuur 6.4-2. Dit zijn de projecties van de vector op de coördinaatassen; zij worden vastgelegd door de coördinaten. Het uitvoeren van vectorberekeningen, zoals optellen en vermenigvuldigen, is meestal eenvoudiger als we de meetkunde bedrijven met behulp van algebra. Deze analytische- of coördinatenmeetkunde werd in 1637 ontwikkeld door René Descartes. De belangrijkste vernieuwing, ten opzichte van de tot dan toe gangbare Euclidische meetkunde, was de introductie van een coördinatenstelsel.



Figuur 6.4-2 Projectie van een vector v op de coördinaatassen x, y en z.

In een coördinatenstelsel kunnen we de fluxdichtheid v schrijven als de som van de basisvectoren:

$$\mathbf{v} = \mathbf{e}_x v_x + \mathbf{e}_y v_y + \mathbf{e}_z v_z \tag{6.4-5}$$

$\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ en $\mathbf{e}_z$ zijn de eenheidsvectoren (lengte is één), v_x, v_y en v_z zijn de componenten van v (scalairen!), beide respectievelijk in de x-, y- en z-richting.

Invullen van (6.4-4) in (6.4-5) geeft:

$$\boldsymbol{v} = -\mathbf{e}_x k\frac{\partial H}{\partial x} - \mathbf{e}_y k\frac{\partial H}{\partial y} - \mathbf{e}_z k\frac{\partial H}{\partial z} \qquad (6.4\text{-}6)$$

$$\boldsymbol{v} = -k\,\nabla H \qquad (6.4\text{-}7)$$

De notatie in (6.4-7) is een verkorte schrijfwijze voor (6.4-6). Het ∇-teken gevolgd door een scalair is de zogenaamde gradiëntvector. Het ∇-teken heeft grote voordelen bij de notatie van twee- of driedimensionale vectoroperaties. In de vectoranalyse wordt de gradiëntvector *gedefinieerd* als:

$$\text{grad } H \equiv \nabla H \equiv \mathbf{e}_x\frac{\partial H}{\partial x} + \mathbf{e}_y\frac{\partial H}{\partial y} + \mathbf{e}_z\frac{\partial H}{\partial z} \qquad (6.4\text{-}8)$$

$$|\text{grad } H| = \sqrt{(\frac{\partial H}{\partial x})^2 + (\frac{\partial H}{\partial y})^2 + (\frac{\partial H}{\partial z})^2} \qquad (6.4\text{-}9)$$

De richting van de gradiënt volgt uit (6.4-8). De lengte (dat is de getalwaarde) van de vector volgt uit (6.4-9). De vector ∇H vertegenwoordigt in richting en grootte de grootste verandering (de snelste groei) van H. De natuurkundige betekenis van $-\nabla H$ volgt uit de definitie van de stijghoogte: het is de drijvende kracht per gewicht (= mg N) water. In vectornotatie: $\frac{dH}{ds} = \nabla H \cdot \mathbf{e}_s$.

De wet van Darcy beschrijft een lineaire relatie tussen de fluxdichtheid en de stijghoogtegradiënt. Dat is kenmerkend voor een *laminaire stroming* waarbij de waterdeeltjes zich, meestal heel langzaam, langs een voorspelbare, vloeiende lijn voortbewegen. Bij de stroming van water in beken, rivieren, kanalen en buizen zijn de snelheden doorgaans veel groter en kan *turbulente stroming* optreden waarbij wervels voorkomen. Wervels zijn onregelmatige, deels draaiende bewegingen, waardoor de opeenvolgende waterdeeltjes zich langs verschillende en niet exact voorspelbare lijnen voortbewegen (zie tekstboeken Vloeistofmechanica). De wet van Darcy is een empirische wet die volgt uit een groot aantal experimenten. Het is geen fundamentele wet van de natuur. De wet van Darcy is voor grondwater algemeen geldig, maar bij grote verhangen in zeer doorlatende media zoals grind, gescheurde basalt en verkarste kalksteen treden afwijkingen op, omdat dan turbulente stroming een rol gaat spelen. Ook bij kleine verhangen in weinig doorlatende klei kunnen afwijkingen optreden van de wet van Darcy, omdat het water zich als gevolg van de overheersing van matrixkrachten (Koorevaar, Menelik en Dirksen, 1983) anders gedraagt.

Een *verticale stroming over eindige afstand d*, kunnen we met behulp van de wet van Darcy ook als volgt formuleren:

$$v = -\frac{k\,\Delta H}{d} = -\frac{\Delta H}{c} \qquad (6.4\text{-}10)$$

$c = \frac{d}{k}$ wordt *de weerstand* (d) tegen verticale stroming genoemd (zie ook figuur 6.1-1).

De weerstand tegen verticale stroming van een grondlaag is gedefinieerd als het quotiënt van de dikte en de doorlatendheid van de doorstroomde laag.

In woorden luidt (6.4-10): *fluxdichtheid is stijghoogteverschil gedeeld door weerstand.*
Deze "algemene fluxwet" is ook van toepassing in andere deelgebieden van de natuurkunde (elektriciteit - wet van Ohm, warmtestroming - wet van Fourier). Het - teken wordt bij formulering over eindige afstand meestal weggelaten.

6.4.2 De effectieve snelheid

Omdat het water in de bodem alleen door de poriën stroomt, is slechts een gedeelte van de dwarsdoorsnede beschikbaar en zal de werkelijke snelheid in de poriën groter zijn dan de filtersnelheid. De fluxdichtheid uit de wet van Darcy is een fictieve snelheid alsof de gehele doorsnede beschikbaar is voor vloeistofstroming. Men kan wiskundig aantonen dat de relatieve oppervlakte van de doorsneden poriën in een dwarsdoorsnede gelijk is aan de volumefractie poriën. De gemiddelde effectieve snelheid is daarom:

$$v_e = \frac{v}{n_e} \qquad (6.4\text{-}11)$$

waarin n_e = de effectieve porositeit, meestal gelijk aan de volumefractie poriën in de grond.
De effectieve snelheid is ook de snelheid waarmee conservatieve stoffen in het grondwater worden verplaatst. Conservatief wil zeggen dat de stoffen niet aan chemische reacties deelnemen en niet door de bodemdeeltjes worden geadsorbeerd. Bij de berekening van het transport van opgeloste stoffen is v_e daarom van groot belang.

6.4.3 De doorlaatfactor en de intrinsieke doorlatendheid

De stroming van een vloeistof door poreus materiaal wordt sterk beïnvloed door de afmetingen van de poriën én door de eigenschappen van de vloeistof. Bij een kleine poriediameter is de wrijvingskracht per volume vloeistof relatief groot. Vergeleken met een grotere porie is er dus meer energie (= stijghoogteverschil) nodig om eenzelfde snelheid te bereiken. De hoeveelheid vloeistof die door een doorsnede stroomt, is uiteraard ook afhankelijk van de poriënfractie. Uit een theoretische beschouwing van laminaire stroming in poreuze media (Koopmans, 2000b) volgt dat de filtersnelheid gelijk is aan:

$$v = -\frac{\kappa}{\eta}(\nabla p + \rho g \nabla z) \qquad (6.4\text{-}12)$$

waarin:

κ = de intrinsieke doorlatendheid (m^2)

η = de viscositeit van de vloeistof ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$)

De termen tussen de haakjes zijn respectievelijk de drukkracht en de zwaartekracht per volume vloeistof. De intrinsieke doorlatendheid is een maat voor de invloed van poriëngrootte en porositeit en is alleen afhankelijk van de eigenschappen van het poreuze medium. De viscositeit is een maat voor de stroperigheid van het vloeistof, zie tabel 6.5-1.

Vergelijking (6.4-12) verkrijgt men door de tweede wet van Newton toe te passen op een bewegend vloeistofdeeltje. In deze formulering van de wet van Darcy worden de effecten van de drukkracht en de zwaartekracht apart berekend. Dat is bijvoorbeeld noodzakelijk als de dichtheid ρ, niet constant is, in zulke gevallen is het namelijk onjuist om de stijghoogte te gebruiken. Invullen van (6.3-7) in (6.4-7) en vergelijking van het resultaat met (6.4-12), leert dat bij constante dichtheid:

$$k = \frac{\rho g}{\eta}\kappa \qquad (6.4\text{-}13)$$

Als de doorlatendheid in alle coördinaatrichtingen hetzelfde is, spreken we van een *isotrope grond*. In de natuur komt het vaak voor dat de doorlatendheid in één richting sterk afwijkt van die in de andere richtingen. We noemen dit *anisotropie*. Zo kan in sedimentaire lagen de doorlatendheid in de verticale richting veel kleiner zijn door de aanwezigheid van zeer dunne (horizontale) kleibandjes.

Strikt gesproken hebben we te maken met een heterogene grond, maar als de bodemlaag als één geheel wordt beschouwd noemen we haar anisotroop. Door tectonische- of glaciale krachten kunnen oorspronkelijk horizontale afzettingen scheef gesteld zijn. Hierdoor kan de anisotropie in willekeurige richtingen optreden.

Opgaven.

6.4.1. De energie van het water aan de onderzijde van de grondkolom van figuur 6.4-1 is kleiner dan aan de bovenzijde. **a.** Hoe groot is het verschil? **b.** Volgens de wet van het behoud van energie kan energie niet "verdwijnen". Wat is de oorzaak van het energieverschil?

6.4.2. a. Waarom is in de grondkolom van figuur 6.4-1 $v = constant?$ **b.** Waarom is het toelaatbaar om het energieverlies buiten de grondkolom te verwaarlozen?

6.4.3. In een watervoerende laag ($k = 5.0$ m d^{-1}) varieert de stijghoogte alleen in de x- en y-richting en wel zodanig dat $\frac{\partial H}{\partial x} = 3\ 10^{-3}$ en $\frac{\partial H}{\partial y} = 4\ 10^{-3}$. **a.** Bereken de lengte en de richting van de vector ∇H. **b.** Bereken de lengte en de richting van de fluxdichtheid $\boldsymbol{v}$.

6.4.4. Is vergelijking (6.4-3) ook juist als de positieve s-richting naar beneden wijst?

6.4.5. Bereken de weerstand van een 2.0 m dikke leemlaag waarvan de (verticale) doorlatendheid 0,005 m d^{-1} bedraagt.

6.4.6. Een student antwoord op een examen dat bij verticale grondwaterstroming de reistijd gelijk is aan de weerstand. Is dat in het algemeen juist? Zo niet, kan het onder bepaalde voorwaarde wél juist zijn?

6.4.7. Bereken de intrinsieke doorlatendheid (bij 10 °C) die overeenkomt met een doorlaatfactor van 1.0 m d^{-1} (zie tabel 6.5-1).

6.4.8. Spreek vergelijking (6.4-12) uit als een Nederlandse volzin.

6.4.9. Wat is de betekenis van ∇z in vergelijking (6.4-12)?

6.4.10. Becommentarieer de uitspraak: "De doorlatendheid is een materiaalconstante, de weerstand is een formatieconstante".

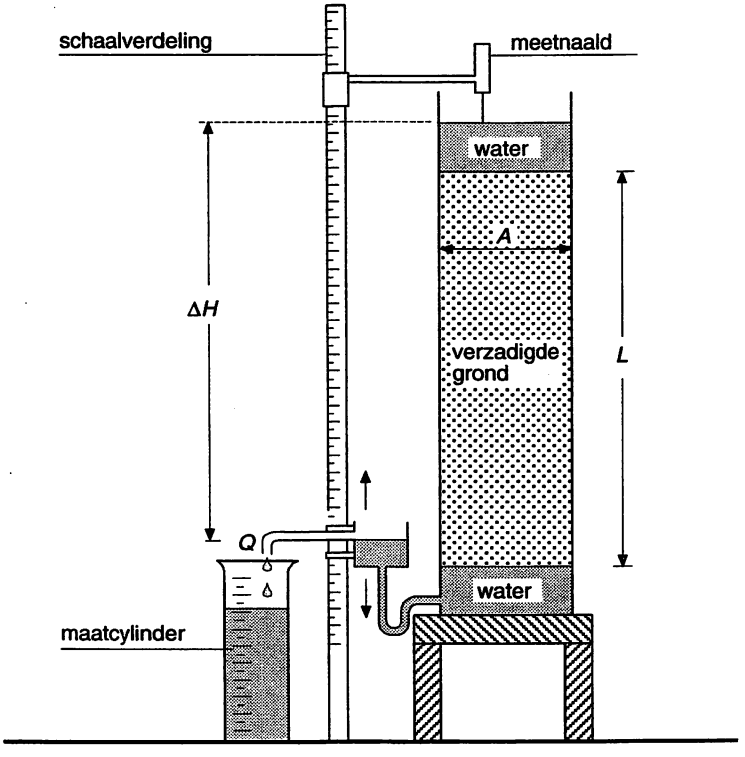
6.5 De bepaling van de doorlatendheid

De doorlatendheid van grond kan worden bepaald met behulp van:

- ☐ laboratoriummethoden;
- ☐ veldmethoden;
- ☐ empirische en correlatieve methoden.

6.5.1 Laboratoriummethoden

In het laboratorium maken we gebruik van onberoerde grondmonsters die in het veld worden verzameld. Om een monster te nemen, worden meestal de zogenaamde Kopecky-ringen gebruikt met een inhoud van 100 cm^3. Om een gemiddelde waarde van k te vinden is het nodig op één locatie meerdere monsters te verzamelen; enerzijds door de geringe afmetingen van de ringen, anderszijds door de variabiliteit van de doorlatendheid in het veld. Het laatste wil zeggen dat doorlatendheden die op korte afstand van elkaar zijn gemeten, aanmerkelijke verschillen kunnen vertonen. Nadat de grondmonsters verzadigd zijn, wordt een stijghoogteverschil aangelegd en de doorstromende hoeveelheid water gemeten. Bij een gelijkblijvend stijghoogteverschil spreken we van een stationaire methode. Als tijdens de proef het stijghoogteverschil verandert, zoals in de "falling head method", van een niet-stationaire methode (zie figuur 6.5-1).



Figuur 6.5.1 Schematische voorstelling van een niet-stationaire laboratoriumproef.

In het laboratorium gemeten waarden moet men in het algemeen corrigeren voor de temperatuur, omdat de viscositeit afhankelijk is van de temperatuur, zie tabel 6.5-1. In Nederland is de temperatuur van het grondwater 10-12 °C en dus veel lager dan de kamertemperatuur. De correctie kunnen we vinden met behulp van vergelijking (6.4-13) en is:

$$k_T = k_{10} \frac{\eta_{10}}{\eta_T} \qquad (6.5\text{-}1)$$

waarin:

k_T = doorlaatfactor gemeten bij T °C
k_{10} = doorlaatfactor bij 10 °C
η_T = viscositeit bij T °C
η_{10} = viscositeit bij 10 °C

Tabel 6.5-1 De viscositeit en de dichtheid veranderen met de temperatuur.

T (°C)	η (kg m^{-1} s^{-1})	ρ (kg m^{-3})
0	1.79 x 10^{-3}	999.841
5	1.57 x 10^{-3}	999.965
10	1.31 x 10^{-3}	999.700
15	1.14 x 10^{-3}	999.099
20	1.00 x 10^{-3}	998.203
25	0.89 x 10^{-3}	997.044

6.5.2 Veldmethoden

Bij metingen in het veld kan men gebruikmaken van boorgaten, piëzometers en pompproeven. De eerste twee geven een aanwijzing over de doorlatendheid van de bovenste grondlagen, terwijl pompproeven voornamelijk gebruikt worden om de doorlatendheid van diepere lagen te meten. Het principe van alle drie methoden is dat de toestroming van water, gehoorzamend aan de wet van Darcy, een functie is van de doorlatendheid en het aangelegde potentiaalverschil dat ontstaat door het uitpompen van water. Bij boorgaten en piëzometers is de stijgsnelheid van de waterspiegel in boorgat of piëzometer een maat voor de doorlatendheid van de directe omgeving. Bij pompproeven is dat het debiet van de put en de daardoor ontstane verlaging van de stijghoogte in een gebied rondom de put.

De *boorgatmethode* werd ontwikkeld door Hooghoudt (1936). Stel, we hebben een situatie zoals schematisch weergegeven in figuur 6.5-2, met een grondlaag die aan de onderzijde wordt begrensd door een ondoorlatende laag. In het boorgat laat men de waterspiegel tot evenwicht komen, zodat de waterspiegel staat op een hoogte h, boven de ondoorlatende laag. Wordt nu op $t = 0$ de waterstand in het boorgat verlaagd (over een afstand y_0) door met een puls plotseling water te verwijderen, dan

begint er water toe te stromen. Hooghoudt nam aan dat het water het boorgat binnenstroomt over de natte oppervlakte $2\pi rh$. Gedurende een tijdstap dt is de hoeveelheid dQ die in het boorgat stroomt:

$$dQ = - \pi r^2 dy = -A.v.dt = 2\pi rh.k\ i.dt \qquad (6.5\text{-}2)$$

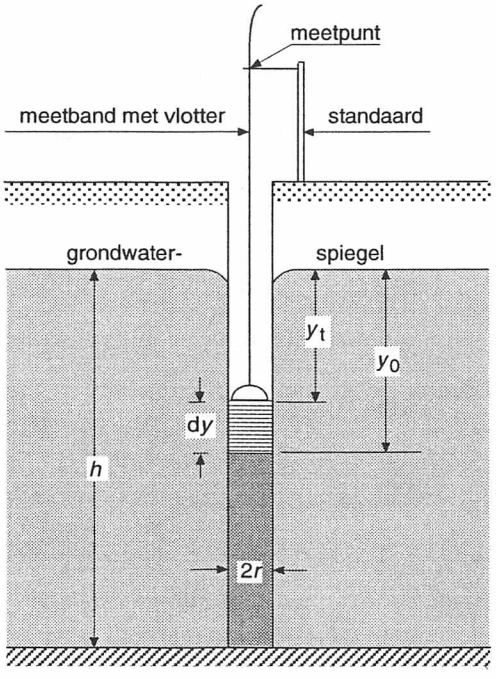
Het eerste - teken geeft aan dat dQ een positief getal is bij afnemende y, het tweede - teken geeft aan dat v in de negatieve r-richting wijst bij positieve dQ, i is de gradiënt van de stijghoogte op de rand van het boorgat. Hooghoudt vond uit metingen in zandtanks, dat i een functie is van y, r en h:

$$i = \frac{0.19y}{rh}$$

Na invullen en oplossen van (6.5-2) vond Hooghoudt voor k:

$$k = \frac{523000\ r^2 \log y_1/y_2}{t_2 - t_1} \quad (\text{m d}^{-1}) \qquad (6.5\text{-}3)$$

waarin y_1 en y_2 de waarden van y zijn op t_1 en t_2. De uitkomst k staat in m d^{-1} als de tijd (t_2 - t_1) in seconden wordt ingevuld en r in m. De doorlatendheid kan worden berekend door, direct na het verwijderen van het water uit het boorgat, op verschillende tijdstippen t de afstand y af te lezen. Dit kan met behulp van een vlotter waaraan een meetband is bevestigd.



Figuur 6.5-2 Boorgatmethode bij ondiepe ondoorlatende laag.

Hooghoudt ontwikkelde ook een formule voor het geval de onderzijde van het boorgat niet tot de ondoorlatende laag reikt.

Ernst (1950, zie Van Beers, 1958) heeft grafieken geconstrueerd die gebaseerd zijn op de relatie:

$$k = - C \frac{dy}{dt} \qquad (6.5\text{-}4)$$

waarin C een factor is afhankelijk van:

- de ligging van de ondoorlatende laag ten opzichte van de bodem van het boorgat;
- de diameter van het boorgat;
- de diepte van het boorgat ten opzichte van het freatisch vlak, h;
- de plaats van de waterspiegel in het boorgat ten opzichte van het freatisch vlak, y.

Figuur 6.5-3 is een voorbeeld voor een boorgat met een diameter van 8 cm.

Bij de *piëzometermethode* (Luthin en Kirkham, 1949) wordt eerst een boorgat gemaakt tot vlak boven de diepte waar we de doorlatendheid willen meten. In het boorgat wordt vervolgens een buis geplaatst, van dezelfde diameter als het boorgat, die aan de onderzijde open is. Daarna wordt het boorgat over een geringe afstand (bijvoorbeeld 10 cm) verder uitgediept met een boor van kleinere diameter. Na verwijdering van een hoeveelheid water, meten we de stijgsnelheid in de buis. Met de door Kirkham ontwikkelde formule kunnen we daaruit de doorlatendheid bepalen. (Zie Handleiding Veldpracticum Hydrologie, vakgroep Waterhuishouding, Universiteit Wageningen).

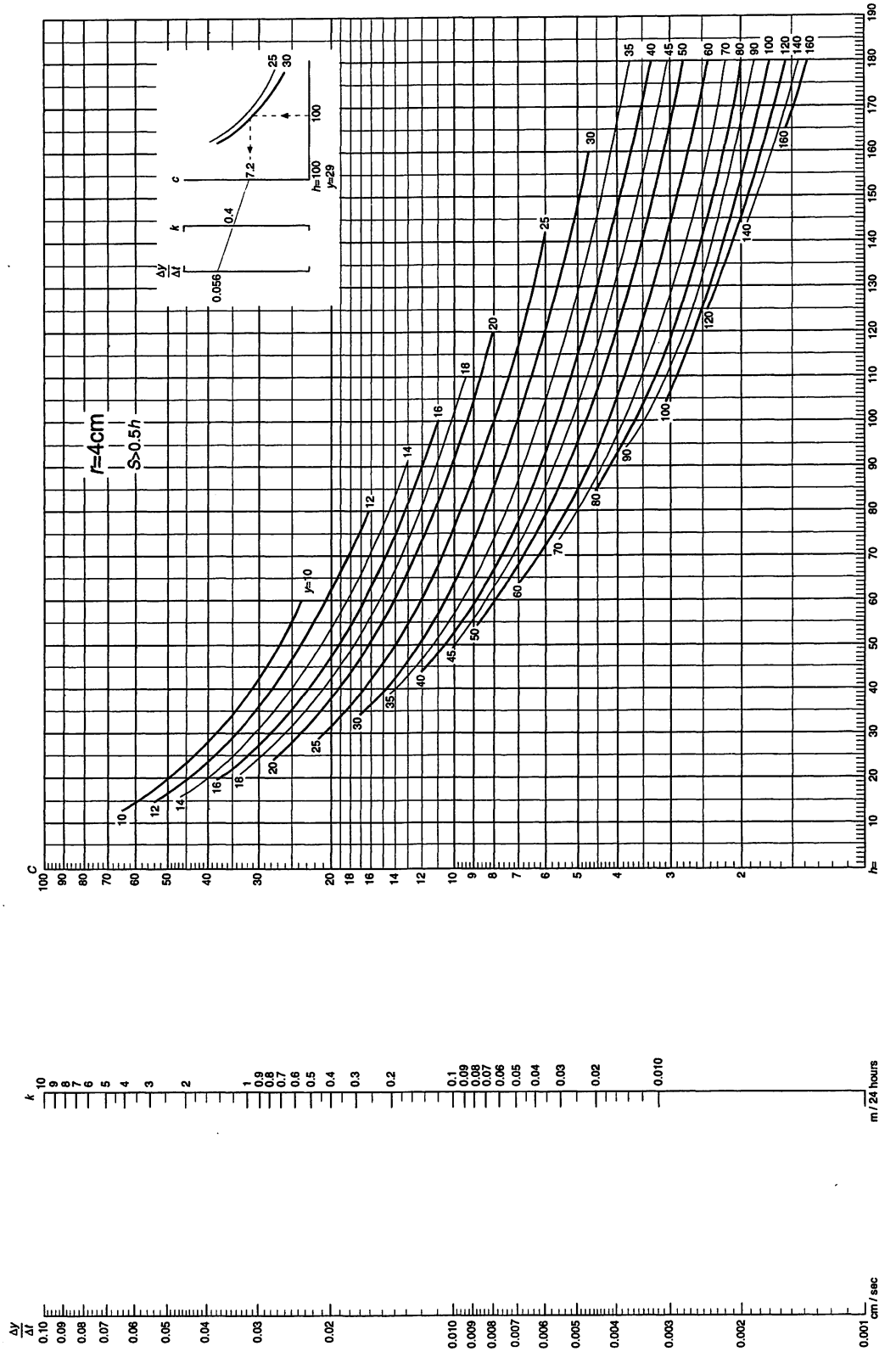
De voordelen van de piëzometer methode zijn:

- de doorlatendheid van afzonderlijke lagen kan gemakkelijk worden gemeten;
- de piëzometer kan worden gebruikt bij water op het maaiveld (veen- en moerasgebieden, slecht ontwaterde landbouwgronden et cetera).

Vergeleken met de boorgatmethode wordt in een kleiner volume grond gemeten, waardoor toevallige afwijkingen groter zijn dan bij de boorgatmethode.

Uit *pompproeven* (Kruseman en De Ridder, 1991) verkrijgt men gegevens over een groter areaal dan bij de twee voorgaande veldmethoden. In feite wordt bij pompproeven niet de doorlatendheid bepaald, maar het product kD, het zogenaamde *doorlaatvermogen* (Engels: transmissivity, T), waarin D de dikte is van de watervoerende laag. Een pompproef is als het ware de boorgatmethode op grote schaal. Er wordt nu echter gedurende de proef voortdurend water uit de put gepompt en de daling van de stijghoogte die daar het gevolg van is in de omgeving van de put, wordt gemeten met behulp van waarnemingsfilters die op verschillende afstanden van de put worden geplaatst.

Behalve het doorlaatvermogen van een watervoerende laag, kan men met een pompproef ook de weerstand c van een bovenliggende slecht doorlatende laag bepalen.



Figuur 6.5-3 Bepaling van de doorlaatfactor volgens de boorgatmethode; diameter boorgat 8 cm, bodem boorgat ver boven ondoorlatende laag (naar Ernst, 1950).

Opgave 6.5.1. Bij metingen voor de boorgatmethode volgens Hooghoudt, worden de volgende waarnemingen verricht:

t	y	t	y
0	32.0	20	25.9
10	28.8	30	23.2

t is gemeten in seconden, y is de afstand (in cm) zoals aangegeven in figuur 6.5-2. De diameter van het boorgat is 8 cm en de waterdiepte in het boorgat ~~op $t = 0$ (dat~~ vóórdat er water uit wordt verwijderd is 50 cm. De bodem van het boorgat ligt op een ondoorlatende laag. Bereken de doorlatendheid van de grond in m d^{-1}.

6.5.3 Correlatiemethoden

De doorlatendheid wordt vooral bepaald door de poriëngrootte. De doorlatendheid van fijn zand is bij eenzelfde stapeling van de korrels kleiner dan bij grof zand (hoewel het poriëngehalte in beide gevallen gelijk is). Men kan daarom de doorlatendheid van zandgronden ook relateren aan de korrelgrootte-analyse. Volgens Kozeny (1933) geldt de empirische vergelijking:

$$k = \frac{C}{\eta U^2} \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (\text{m d}^{-1}) \qquad (6.5\text{-}5)$$

waarin:

C = constante (kg s^{-2})

η = viscositeit van water (0.00131 kg m^{-1} s^{-1} bij 10 °C)

U = specifieke oppervlak van zand (korreldiameter tussen 16 en 2000 μm) (-)

n = poriënfractie (-).

Het specifieke oppervlak is gedefinieerd als de verhouding van het gesommeerde oppervlak van korrels met diameter d tot het gesommeerde oppervlak van eenzelfde massa korrels van 1 cm doorsnede. Worden de korrels als ronde bolletjes beschouwd dan is gemakkelijk aan te tonen dat $U = 1/d$, als d in cm en $U = 0.01/d$, als d in m.

Hooghoudt (1934) en Fahmy (1961) hebben schattingen gegeven voor de constante C, respectievelijk 320 en 340. Worden alle dimensies in het SI stelsel opgegeven behalve k (m d^{-1}), dan kan men gemiddeld $C \approx 330$ aanhouden.

Voor mariene zandgronden heeft Fahmy doorlaatfactoren geschat, als functie van het *U*-cijfer en het lutumgehalte (fractie < 2 μm). Het blijkt dat het lutumgehalte een grote invloed uitoefent.

Bij klei wordt de doorlatendheid vooral bepaald door de structuur. Door de aanwezigheid van scheuren of gangen (bio-poriën) kan klei een zeer grote doorlatendheid hebben. Zijn deze macro-poriën afwezig, dan is de doorlatendheid zeer klein, vooral in "ongerijpte" toestand of als de klei - in de ondergrond - is samengeperst. Sommige kleien vertonen in droge toestand grote scheuren, maar zwellen bij bevochtiging zo sterk, dat de scheuren zich sluiten en de klei nagenoeg ondoorlatend wordt (knipklei, sommige montmorilloniet-kleien, kleien met veel geadsorbeerd Na).

Bij veen hangt de doorlatendheid af van de veensoort: mosveen is meestal weinig doorlatend, rietveen goed doorlatend.

Vaste gesteenten zijn zeer weinig doorlatend, tenzij scheuren of gangen voorkomen. De meeste gesteenten vertonen barsten (diaklazen), maar deze dragen niet veel bij aan de doorlatendheid. Bazalt (krimpscheuren!) kan zeer doorlatend zijn. Kalksteen, indien verkarst, is buitengewoon doorlatend. Tabel 6.5-2 geeft een overzicht van de doorlatendheid van een aantal gronden.

Tabel 6.5-2 Doorlaatfactoren (orde van grootte).

Grondsoort	k (m · d^{-1})
klei, sterk gescheurd (Zuiderzeepolders)	10 - 100
klei, sterk doorgroeid (Suriname)	> 10
zand, grof met enig grind	10 - 50
zand, middelfijn (dekzand)	1 - 5
klei, enige poriën of scheuren	0.5 - 2
zand, uiterst fijn (Blokzijlzand)	0.2 - 0.5
licht zavel, gerijpt	0.02 - 0.2
klei, zeer dicht (Komklei, slechte laag)	0.005- 0.05
klei, zeer dicht (Knipklei)	< 0.005
klei, slap, ongerijpt	10^{-4} - 10^{-5}
klei, ongerijpt, samengeperst	10^{-5} - 10^{-6}
veenmosveen (afh. van humificatiegraad)	10^{-3} - 10
zeggeveen (afh. van humificatiegraad)	0.05 - 20
rietveen (afh. van humificatiegraad)	0.05 - 50

Opgave 6.5.2. a. Bereken de specifieke oppervlakte van fijn zand en grof zand, waarvan de gemiddelde korreldiameter respectievelijk 0.05 mm en 1.0 mm bedraagt. **b.** Wat is de doorlatendheid volgens Kozeny? De porositeit van beide zanden is 0.35.

7 DIFFERENTIAALVERGELIJKINGEN EN DE BEREKENING VAN GRONDWATER STROMING

7.1 Inleiding

In het voorgaande hoofdstuk hebben we geleerd dat de beweging van grondwater wordt beschreven door de wet van Darcy. In de wet van Darcy (vergelijking (6.4-7)) staan twee belangrijke grootheden die de fluxdichtheid bepalen: de doorlatendheid en de stijghoogtegradiënt. Voor de berekening van de fluxdichtheid is het noodzakelijk de getalwaarde van beide grootheden te weten. De meetmethoden ter bepaling van stijghoogte en doorlatendheid werden besproken, zodat de grondwaterstroming op een bepaalde plaats in principe kan worden berekend.

In de praktijk van het (grond)waterbeheer is het dikwijls gewenst om aan te geven wat de effecten zullen zijn van bepaalde ingrepen in de waterhuishouding. Er wordt dus verlangd een gefundeerde schatting te maken van de waterbeweging in de toekomst. Métingen van toekomstige situaties zijn uiteraard niet beschikbaar, dus moeten we ons wagen aan een voorspelling. Willen we de grondwaterstroming kunnen voorspellen, wat meestal gebeurt met modelberekeningen, dan is het noodzakelijk *in ieder punt van het stroomdomein eerst de stijghoogte te berekenen als functie van de tijd* (waarom?). Ook als we verdere bijzonderheden willen weten, zoals de druk van het grondwater op een bepaalde plaats, dan kunnen we die verkrijgen met behulp van de stijghoogte. We zoeken dus naar de ruimtelijke verdeling van de stijghoogte. Wiskundig gesproken komt het er op neer dat we de functie $H(x,y,z)$ moeten kennen. *In de praktijk van de grondwaterstroming verstaan we onder de oplossing van een probleem dan ook meestal het vinden van de functie $H(x,y,z)$ voor iedere waarde van t.* We vinden H als de oplossing van een differentiaalvergelijking; de oplossing kan alleen worden verkregen met behulp van de randvoorwaarden. Wélke differentiaalvergelijking we moeten oplossen, komen we te weten door toepassing van natuurkundige beginselen.

In de klassieke natuurkunde (dus met uitzondering van de verschijnselen waarbij kernreacties optreden) spreken we van de wet van behoud van massa, dat wil zeggen dat massa niet vernietigd noch gecreëerd kan worden. Het continuïteitsbeginsel is een direct uitvloeisel van deze wet en zegt *dat de netto vloeistofmassa die een controlevolume gedurende een tijdstap Δt binnenstroomt, gelijk is aan de verandering van de massa binnen het volume.* De wiskundige formulering van dit beginsel is de massabalans- of continuïteitsvergelijking, zij vormt de basis voor de afleiding van de differentiaalvergelijking voor grondwaterstroming. In paragraaf 7.2 wordt het continuiteitsbeginsel toegepast op de stroming door een verzadigd poreus medium.

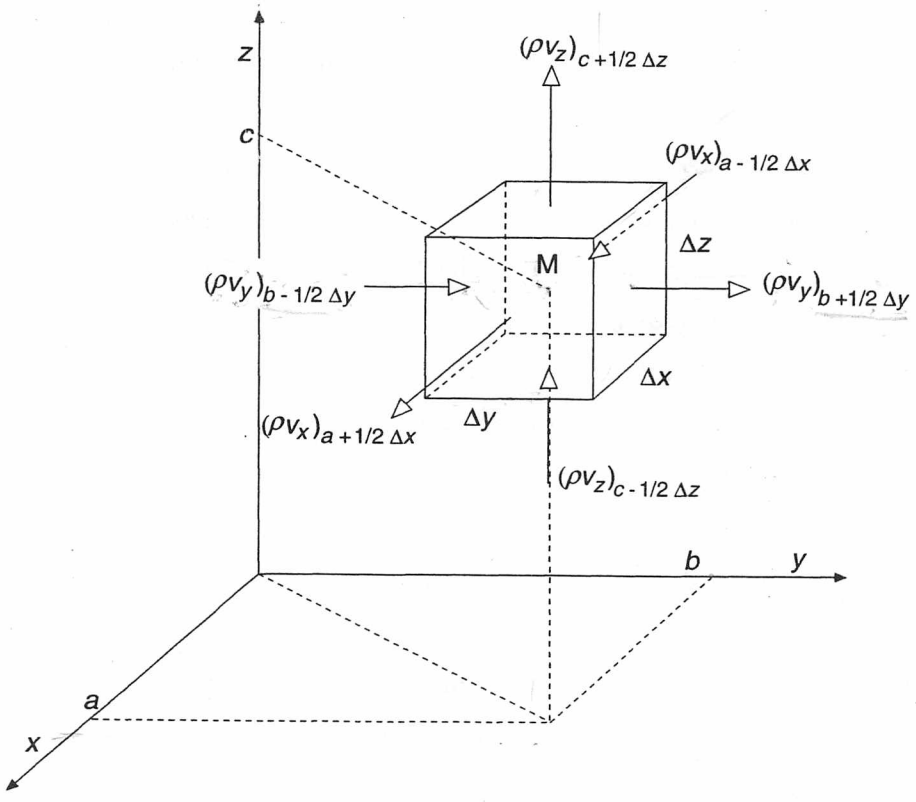
De differentiaalvergelijking die grondwaterstroming beschrijft in termen van de stijghoogte, verkrijgen we door de massabalansvergelijking te combineren met de wet van Darcy.

Eén en ander wordt in de volgende paragrafen nader toegelicht.

7.2 Het continuïteitsbeginsel en de massabalansvergelijking

We beschouwen een *willekeurig*, gefixeerd, klein controlevolume $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ van een verzadigd poreus medium (zie figuur 7.2-1). In het centrum van het kubusje ligt het punt M, met coördinaten $x = a$, $y = b$, $z =$ c. Eerst berekenen we de netto massa die het controlevolume binnenstroomt en onderzoeken daarna wat het effect is van het krimpen van het controlevolume tot een punt.

Het volume vloeistof dat per seconde door een willekeurig klein oppervlak ΔA stroomt, is gelijk aan $v_n \Delta A$ waarin v_n de snelheidscomponent is loodrecht op ΔA. De daarbij getransporteerde hoeveelheid massa is $\rho v_n \Delta A$.



Figuur 7.2-1 Waterbalans van een controle volume $\Delta x \Delta y \Delta z$.

De volumefluxdichtheidsvector v kan worden ontbonden in de cartesiaanse componenten v_x, v_y en v_z, zie vergelijking (6.4-5). Hetzelfde geldt uiteraard voor de *massafluxdichtheid* ρv:

$$\rho v = \mathbf{e}_x \rho v_x + \mathbf{e}_y \rho v_y + \mathbf{e}_z \rho v_z \tag{7.2-1}$$

De hoeveelheid massa die het controlevolume gedurende een kleine tijdstap Δt in de x-richting *binnenstroomt* door de achterzijde $\Delta y \Delta z$, die loodrecht staat op de x-as, is gelijk aan:

$$\left\{\left(\overline{\rho v_x}\right)_{a-\frac{1}{2}\Delta x}\right\}\Delta y \Delta z \Delta t \tag{7.2-2}$$

waarbij de streep en het subscript $a-\frac{1}{2}\Delta x$ aangeven dat het gaat om de waarde van de gemiddelde x-massafluxdichtheid door het achtervlak (dat door het punt $(a-\frac{1}{2}\Delta x, b, c)$ gaat). De naar *buiten* gerichte massafluxdichtheid door de voorzijde kan op overeenkomstige wijze worden geschreven. *De netto massa die het controlevolume in de x-richting binnentreedt* is dus:

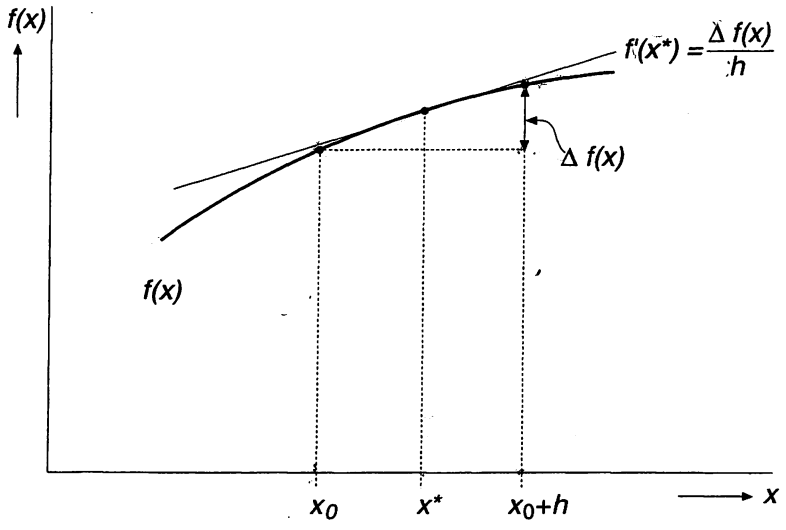
$$\left\{\left(\overline{\rho v_x}\right)_{a-\frac{1}{2}\Delta x} - \left(\overline{\rho v_x}\right)_{a+\frac{1}{2}\Delta x}\right\}\Delta y \Delta z \Delta t \tag{7.2-3}$$

Het verschil van de gemiddelde massafluxdichtheid $\overline{\rho v_x}$ door de vlakken in $x = a-\frac{1}{2}\Delta x$ en $x = a+\frac{1}{2}\Delta x$ kunnen we schrijven als functie van de gemiddelde massafluxdichtheid in het punt M door gebruik te maken van de Middelwaarde stelling van de differentiaalrekening. Volgens deze stelling geldt voor een willekeurige continu differentieerbare functie $f(x)$ (zie figuur 7.2-2):

$$f(x_0+h) - f(x_0) = \left(\frac{df}{dx}\right)_{x^*} h \tag{7.2-4}$$

waarbij de afgeleide is genomen in een punt x^* dat ligt in het interval $(x_0 - x_0+h)$. Een functie is continu differentieerbaar in een interval als de functie en alle afgeleiden bestaan. Kiezen we nu voor de functie f de gemiddelde massafluxdichtheid $\overline{\rho v_x}$ en voor het interval h de ribbe van de kubus Δx, dan kan de netto massafluxdichtheid $\left\{\left(\overline{\rho v_x}\right)_{a-\frac{1}{2}\Delta x} - \left(\overline{\rho v_x}\right)_{a+\frac{1}{2}\Delta x}\right\}$ in (7.2-3) worden vervangen door

$$-\left(\frac{\partial \overline{\rho v_x}}{\partial x}\right)_{x^*} \Delta x.$$



Figuur 7.2-2 Illustratie van de Middelwaarde stelling voor een functie *f(x)*.

De netto massa van (7.2-3) wordt dan:

$$\left\{(\overline{\rho v_x})_{a-\frac{1}{2}\Delta x} - (\overline{\rho v_x})_{a+\frac{1}{2}\Delta x}\right\}\Delta y\Delta z\Delta t = -\left(\frac{\partial \overline{\rho v_x}}{\partial x}\right)_{x^*}\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \qquad (7.2\text{-}5)$$

waarin x^* een punt is tussen $x = a - \frac{1}{2}\Delta x$ en $x = a + \frac{1}{2}\Delta x$. Overeenkomstige betrekkingen zijn geldig in de y- en z-richting. De netto massa die het controlevolume binnentreedt is uiteraard de som van de componenten in de drie coördinaatrichtingen. Volgens het continuïteitsbeginsel moet die som gelijk zijn aan *de verandering (tijdens Δt) van de massa water in het controlevolume*.

De massa water in het controlevolume kan veranderen, doordat de massadichtheid van het water of de verhouding waarin water en vaste stof voorkomen, verandert. Het laatste betekent een verandering van de porositeit. Beperken we ons nu in eerste instantie tot de stroming van zuiver water in een star medium bij constante temperatuur, dan kan verandering van de dichtheid van water alleen het gevolg zijn van verandering van de druk[1]. Dat geldt overigens ook voor de vaste stof. Omdat de samendrukbaarheid van de minerale delen ettelijke malen kleiner is dan van water, wordt er in het vervolg geen rekening mee gehouden. In de verzadigde toestand is de massa water Δm, in het controlevolume ΔV, gelijk aan het product van de gemiddelde dichtheid en het volume water V_w ($= n\Delta V$). We kunnen de *verandering* van de massa water daarom schrijven als: de afgeleide naar de tijd van $\overline{\rho} n \Delta V$, maal de lengte van de tijdstap.

[1] Zie bijlage II.

$$\Delta(\Delta m) = \frac{\partial \overline{\rho} n}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \qquad (7.2\text{-}6)$$

waarin het eerste Δ-teken staat voor: de verandering van.

We laten nu het controlevolume krimpen en de tijdstap afnemen, waardoor de gemiddelde waarden kunnen worden vervangen door de actuele waarden. Bij het alzijdig verkleinen van het controlevolume valt het punt (x^*,y^*,z^*) samen met M(a, b, c). Na toepassing van het continuiteitsbeginsel en na delen door $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$ geldt in punt M:

$$-\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} - \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} = \frac{\partial \rho n}{\partial t} \qquad (7.2\text{-}7)$$

Dit is de massabalansvergelijking, ook wel de continuïteitsvergelijking genoemd. Als de dichtheid van het water en de porositeit van de grond als onveranderlijk worden beschouwd (ρ = constant en n = constant) leidt dit tot:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \qquad (7.2\text{-}8)$$

Deze veronderstellingen betekenen dat vloeistof en medium niet elastisch zijn, zodat er in het controlevolume *geen bergingsverandering* kan optreden. Merk op dat dit ook tot gevolg heeft dat de massabalansvergelijking niet meer afhankelijk is van t. Vergelijking (7.2-8) kan worden opgevat als het inwendig product van twee vectoren, ∇ en $\boldsymbol{v}$, waarin ∇ de gradiëntvector is[1]:

$$\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \qquad (7.2\text{-}9)$$

Het inwendig product $\nabla \bullet \boldsymbol{v}$ staat bekend als de divergentie van $\boldsymbol{v}$, dat is de netto flux per volume uit het volume ΔV. In dit geval is de netto flux nul en krijgen we:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = \text{div } \boldsymbol{v} = 0 \qquad (7.2\text{-}10)$$

[1] De gradiëntvector wordt ook wel de nabla- of del-operator genoemd

Opgaven

7.2.1. Bewijs dat het volume vloeistof dat een willekeurig klein oppervlak ΔA passeert, gelijk is aan $v_n \Delta A$.

7.2.2. Schrijf de volledige afleiding van vergelijking (7.2-7) op.

7.2.3. Controleer of de uitkomst van het inwendig product $\nabla \bullet v$ gelijk is aan de linkerzijde van vergelijking (7.2-8).

7.2.4. a. Spreek vergelijking (7.2-10) uit als een Nederlandse volzin. **b.** Geldt de vergelijking ook in een anisotrope grond?

7.2.5. Wat is de natuurkundige betekenis van de uitspraak: "de divergentie van de fluxdichtheid is nul"?

7.3 De differentiaalvergelijking en de invloed van berging

7.3.1 De vergelijking van Laplace

Door nu de massabalansvergelijking te combineren met de bewegingsvergelijking (de wet van Darcy), ontstaat *een differentiaalvergelijking die grondwaterstroming beschrijft in termen van de stijghoogte H.* Invullen van de wet van Darcy voor een isotrope grond (6.4-7) in vergelijking (7.2-10) levert:

$$\nabla^2 H \equiv \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \qquad (7.3\text{-}1)$$

In vergelijking (7.3-1) staan twee schrijfwijzen voor de vergelijking van Laplace. Het is een lineaire, tweede-orde differentiaalvergelijking. De oplossing van de Laplace-vergelijking, die afhankelijk is van de randvoorwaarden, is de door ons gezochte functie $H(x,y,z)$. Zij beschrijft de stijghoogte als functie van de coördinaten x, y en z, indien k, ρ en n constant zijn. Omdat de vergelijking onafhankelijk is van t zal een verandering van de randvoorwaarden ogenblikkelijk doorwerken in het gehele stroomdomein. De oplossing van (7.3-1) is dan geldig zolang de randvoorwaarden onveranderd blijven.

7.3.2 Vereenvoudigingen bij de afleiding van de Laplace-vergelijking

In het bovenstaande zijn een aantal vereenvoudigingen toegepast waardoor de werkelijke situatie kan afwijken van de berekende. De veronderstellingen zijn de volgende:

- De dichtheid van grondwater varieert niet door opgeloste stoffen (zie paragraaf 6.4.3).
- De grond is homogeen. Dit is maar zelden het geval, vaak is het profiel *gelaagd* waarbij we veronderstellen dat elk van deze lagen homogeen is. We kunnen dan voor iedere laag afzonderlijk de oplossing berekenen, mits de randvoorwaarden bekend zijn.
- De grond is isotroop. Ook dit is dikwijls niet het geval. Veel gronden zijn fijn gelaagd en daardoor anisotroop. Liggen deze fijne laagjes horizontaal, dan is de doorlatendheid van de grond als geheel groter in horizontale dan in verticale richting. Bij tweedimensionale stroming is dus dikwijls $k_x > k_z$ (waarbij x de richting van de horizontale en z de richting van de verticale as voorstelt). In een willekeurige richting α is de doorlatendheid k_α. Al deze vectoren k_α in een bepaald punt vormen met hun "punt" een ellips die k_x als halve grote as heeft en k_z als halve kleine as. Het algemene geval van anisotropie (laagjes niet horizontaal, maar scheef) wordt hier niet behandeld; zie Verruijt, 1970 en Koopmans, 2000b.
- Grond en grondwater zijn onsamendrukbaar waardoor er *geen bergingsveranderingen* optreden. Dit is bij hoge benadering juist; afwijkingen treden op bij snelle veranderingen van de stijghoogte in afgesloten watervoerende lagen (Engels: confined aquifers). Zij worden veroorzaakt door volumeverandering van de grond (krimpen en zwellen) of door kleine gasbelletjes die uitzetten en inkrimpen. Dergelijke snelle veranderingen treden bijvoorbeeld op:

- bij de voortplanting van getijden in het grondwater nabij de kust;
- direct na het aanzetten van een pomp die grondwater onttrekt.

Voor de meeste andere gevallen zijn de afwijkingen onbelangrijk.

7.3.3 Bergend vermogen en de niet stationaire vergelijking*

De term ter rechterzijde in vergelijking (7.2-7) vertegenwoordigt de verandering (toename is positief, afname negatief) van *watermassa* per volume poreus medium per tijdseenheid. *Bij een verzadigde grondwaterstroming van constante kwaliteit* (gelijkblijvende concentratie van opgeloste stoffen) kan die massaverandering het gevolg zijn van:

- de druk, via de elasticiteit van het water en de elasticiteit van het korrelskelet;
- de temperatuur, via uitzetting of inkrimping voornamelijk van het water.

Omdat de temperatuur van het verzadigde grondwater vrijwel constant is, (in Nederland 10 -12°C) wordt de invloed van de temperatuur in het volgende achterwege gelaten.

Delen we beide zijden van (7.2-7) door de dichtheid ρ, dan geeft de vergelijking de verandering van het volume water per volume poreus medium (in een punt). We kunnen dus schrijven:

$$-\frac{\nabla\cdot\rho v}{\rho} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho n}{\partial t} = -\frac{1}{V}\frac{\partial V_w}{\partial t} \qquad (7.3\text{-}2)$$

In de grondwaterhydrologie wordt het begrip *berging* gebruikt, waarmee bedoeld wordt: het *volume* water dat aanwezig is in een nader aan te geven deel van de grond. In verzadigd grondwater is de berging in een controlevolume gelijk aan het poriënvolume.

De specifieke bergingscoëffiënt (S_s) is gedefinieerd als de verandering van de berging per volume grond als de stijghoogte verandert met 1 m.

Als in een bepaald constant controlevolume V een volume water V_w aanwezig is, dan zal dit volume bij toename van de druk afnemen. Daardoor kan echter in het controlevolume een extra hoeveelheid ΔV_w worden geborgen. Wij rekenen deze geborgen hoeveelheid positief, hoewel de volumeverandering van het oorspronkelijk aanwezige water negatief is. Tegelijkertijd neemt, tengevolge van de elasticiteit van het korrelskelet, de porositeit toe. Beide effecten hebben tot gevolg dat bij toename van de waterdruk meer water in het controlevolume kan worden geborgen. Bij verlaging van de druk treedt het omgekeerde effect op. Afnemende vloeistofdruk gaat gepaard met toenemende druk tussen de vaste delen (korrelspanning) waardoor het korrelskelet kan inzakken; in klei en veengronden veroorzaakt dit inklinking. In extreme gevallen kan dit, ook bij zandgronden, tot grondverzakking leiden. De specifieke bergingscoëfficiënt is dus gelijk aan het volume water dat per kubieke meter grond extra wordt geborgen als de stijghoogte toeneemt met 1 m (of daaruit vrijkomt als de stijghoogte afneemt met 1 m). De eenheden zijn: m^3 (water) per m^3 (grond) per m (stijghoogte) = m^{-1}. We kunnen dus schrijven:

$$S_s = -\frac{1}{V}\frac{\partial V_w}{\partial H} \qquad (7.3\text{-}3)$$

Behalve de elasticiteit van de vloeistof, kan ook het vrijkomen respectievelijk oplossen van gassen in het grondwater een rol spelen. Indien er gasbelletjes aanwezig zijn, levert de volumeverandering daarvan een belangrijke bijdrage aan het bergend vermogen. De aanwezigheid van gasbelletjes betekent in feite dat we te maken hebben met een onverzadigde toestand. Is er gas aanwezig, dan reageert dit op drukveranderingen met een verandering van het volume volgens de gaswet (wet van Boyle, zie paragraaf 5.2.2). De samendrukbaarheidscoëfficiënt van gassen β_g (de verandering van het volume gas per kubieke meter gas per drukverandering van één Pa bij constante temperatuur) is gelijk aan: $\beta_g = -\frac{1}{V_g}\frac{\partial V_g}{\partial p}$ (Pa^{-1}). Nu kunnen gasbellen in de grond alleen blijven bestaan als het

water verzadigd is met gas, zolang het water onverzadigd is zal het gas oplossen. Is de waterfase verzadigd, dan zal er volgens de wet van Henry bij drukverlaging gas uit vrijkomen en bij drukverhoging gas in oplossen. Deze berging door vrijkomen of oplossen van gas komt slechts langzaam tot stand. Dit effect kan ook met behulp van een coëfficiënt c_H (de verandering van het volume water per kubieke meter water per drukverandering van één Pa) worden berekend.

Regenwater bevat opgelost N_2 , O_2 en CO_2 , in de bodem wordt daaraan nog CO_2 toegevoegd. Komt dit water in diepere lagen, dan wordt het onder de daar aanwezige hogere druk onverzadigd aan gassen. Een uitzondering treedt op als het water sterk wordt verwarmd, bijvoorbeeld door vulkanisme. *In normale koele watervoerende lagen zal echter geen gasvorming optreden.* Als echter in de grond omzettingen plaats vinden, bijvoorbeeld anaerobe afbraak van organische stof waardoor methaan (CH_4) ontstaat, dan kan verzadiging optreden en kunnen ook gasbellen worden gevormd.
Indien er gas aanwezig is, dan blijkt dat de belangrijkste bijdrage aan de specifieke bergingscoëfficiënt wordt geleverd door effecten de wet van Henry en van de wet van Boyle.

De vroegere "gasbronnen" in de droogmakerijen van West-Nederland werden tot in het goed doorlatende Pleistoceen geslagen, waarin de stijghoogte boven het polderpeil ligt. In het aangevoerde diepe (ca. 30 m) grondwater is methaan opgelost dat bij verminderde druk vrij komt en in een kleine gashouder werd opgevangen. Het gas werd voor huishoudelijk gebruik benut. Het water uit deze gasbronnen stroomde direct in de poldersloot. Omdat het opkwellende water veel zout (en stikstof en fosfaat) bevat betekende dit een aanmerkelijk "zoutbezwaar". In Noord-Holland waren er in 1940 ongeveer 2200 gasbronnen, waaruit per dag ca. honderdduizend kubieke meter brak water opwelde. In 1980 waren hiervan nog ruim 500 over en in 1995 nog ca. 300. Voor het gebruik van een bron moet een geldelijke heffing worden betaald, die gebaseerd is op de hoeveelheid zout en sinds 1-1-'95 ook op zuurstofbindende stoffen die worden geloosd. De aanleg van nieuwe gasbronnen is thans door de strenge eisen die aan een vergunning worden gesteld, vrijwel onmogelijk. Het beleid is erop gericht de bronnen op te heffen

De term ter rechterzijde in vergelijking (7.3-2) is de verandering van de berging per kubieke meter verzadigd poreus medium. Met behulp van de specifieke bergingscoëfficiënt kunnen we dit schrijven als

$$-\frac{1}{V}\frac{\partial V_w}{\partial t} = -\frac{1}{V}\frac{\partial V_w}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial t} = S_s\frac{\partial H}{\partial t} \tag{7.3-4}$$

Vergelijking (7.3-2) wordt nu:

$$-\nabla\cdot\boldsymbol{v} - \frac{\boldsymbol{v}\cdot\nabla\rho}{\rho} = S_s\frac{\partial H}{\partial t} \tag{7.3-5}$$

En omdat de bijdrage van de tweede term bij de integratie meestal zeer klein is (ten opzichte van de andere), kunnen we haar verwaarlozen. Door invullen van de wet van Darcy wordt de differentiaalvergelijking:

$$k\nabla^2 H = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \qquad (7.3\text{-}6)$$

Dit is de algemene (partiële) differentiaalvergelijking die tijdsafhankelijke grondwaterstroming beschrijft in een isotroop medium. Voor Nederlandse aquifers is de waarde van de specifieke bergingscoëfficiënt in de orde van grootte van 10^{-4}-10^{-5}. Vaak wordt de berging beschouwd per vierkante meter van de gehele freatische aquifer, het "nader aan te geven deel van de grond" (zie definitie van de berging) is dan het volume van een kolom van 1 m^2 over de gehele dikte van de watervoerende laag. De totale bergingsverandering per vierkante meter (per m stijghoogteverschil) wordt de bergingscoëfficiënt S genoemd (CHO-TNO, 1986) en is in een (gedeeltelijk) afgesloten aquifer theoretisch gelijk aan de S_s maal de dikte D van de watervoerende laag:

$$S = S_s D \qquad (7.3\text{-}7)$$

Bergingsveranderingen als gevolg van schommelingen in de grondwaterstand zijn veel belangrijker. Zij komen alleen voor in freatische watervoerende lagen (Engels: unconfined aquifers) en worden veroorzaakt door het vol- of leeglopen van poriën. Hierbij is niet het gehele poriënvolume betrokken, omdat in de onverzadigde zone vlak boven de grondwaterspiegel reeds een deel van de porieruimte gevuld is met water (capillaire opstijging). De bijdragen van de bovengenoemde elastische effecten zijn bij freatische berging van ondergeschikt belang, omdat drukveranderingen onder een "vrije" grondwaterspiegel relatief klein zijn. Het vrije grondwater vormt een reservoir dat in natte tijden gevuld wordt en in droge tijden leegloopt. Zouden we een stromingsprobleem met een vrije grondwaterspiegel in twee of drie dimensies willen oplossen, dan geldt de Laplace-vergelijking *in het stroomdomein* en moet aan de randen rekening worden gehouden met verandering van de berging. Met andere woorden: de bergingsverandering wordt verdisconteerd in de randvoorwaarden langs de vrije waterspiegel. Zoeken we een analytische oplossing dan is dit een heel ingewikkeld vraagstuk, maar bij een numerieke oplossingsmethode is dit betrekkelijk eenvoudig in het computerprogramma in te voeren (Koopmans, 1986).

Bij freatisch grondwater is de bergingsverandering dus veel groter dan in afgesloten grondwater. De bergingscoëfficiënt in freatische situaties wordt ook wel de opbrengstcoëfficiënt S_y genoemd. Men kan, met betrekking tot de waterberging, de poriën in de grond onderscheiden als:

- Microporiën, waaruit het water niet onder invloed van de zwaartekracht kan worden verwijderd.
- Capillaire poriën, waaruit het water wel onder invloed van de zwaartekracht kan worden verwijderd. Zij blijven echter tot een zekere hoogte boven het freatisch vlak gevuld en lopen eerst bij een zekere zuigspanning (Engels: air-entry value) leeg.
- Macroporiën , zoals scheuren e.d., die geen capillaire eigenschappen bezitten.

De capillaire poriën en de macroporiën zijn verantwoordelijk voor het bergend vermogen bij freatisch water. Als het grondwater dicht onder het maaiveld komt, dan veroorzaken de capillaire poriën een verandering van S_y met de grondwaterdiepte. Bij diepe grondwaterstand (> 1.5m beneden maaiveld) nadert S_y tot een constante:

$$S_y = \theta_{sat} - \theta_{fc} \tag{7.3-8}$$

waarin:

θ_{sat} is vochtgehalte bij verzadiging

θ_{fc} is vochtgehalte bij veldcapaciteit.

De relaties tussen bergingsmogelijkheid en type stroming worden samengevat in tabel 7.3-1.

Tabel 7.3-1 Invloed van berging en samendrukking.

	afgesloten watervoerende laag	laag met vrije grondwater-spiegel
bergingsmogelijkheid voortplanting veranderingen soort stroming	zeer gering ("nul") zeer snel ("onmiddellijk") bijna steeds stationair	vrij groot veel trager a) stationair bij constante aanvoer b) niet-stationair

Opgaven

7.3.1. Waarom noemen we de Laplace-vergelijking een *lineaire* differentiaalvergelijking?

7.3.2. Wat is het equivalent van vergelijking (7.3-1) indien de grond anisotroop is, dat wil zeggen voor het geval dat k_x, k_y en k_z niet aan elkaar gelijk zijn?

7.3.3. Controleer de gelijkheid van het tweede = teken in vergelijking (7.3-2). Aanwijzing: schrijf ρ als $\frac{m_w}{V_w}$ en bereken de afgeleide $\frac{\partial \rho n}{\partial t}$, bedenk dat m_w constant is en neem aan dat n ook constant is.

7.3.4. Hoe verandert vergelijking (7.3-6) in een anisotroop medium?

7.3.5. Bereken de hoeveelheid water die per km^2 vrij komt uit een 50 m dikke aquifer als de stijghoogte 1.0 m wordt verlaagd. **a.** Neem aan dat het korrelskelet star is met een poriënfractie n = 0,35, voor β_p zie bijlage II. **b.** Neem aan dat de specifieke bergingscoëfficiënt gelijk is aan 1.0 $10^{-4}m^{-1}$.

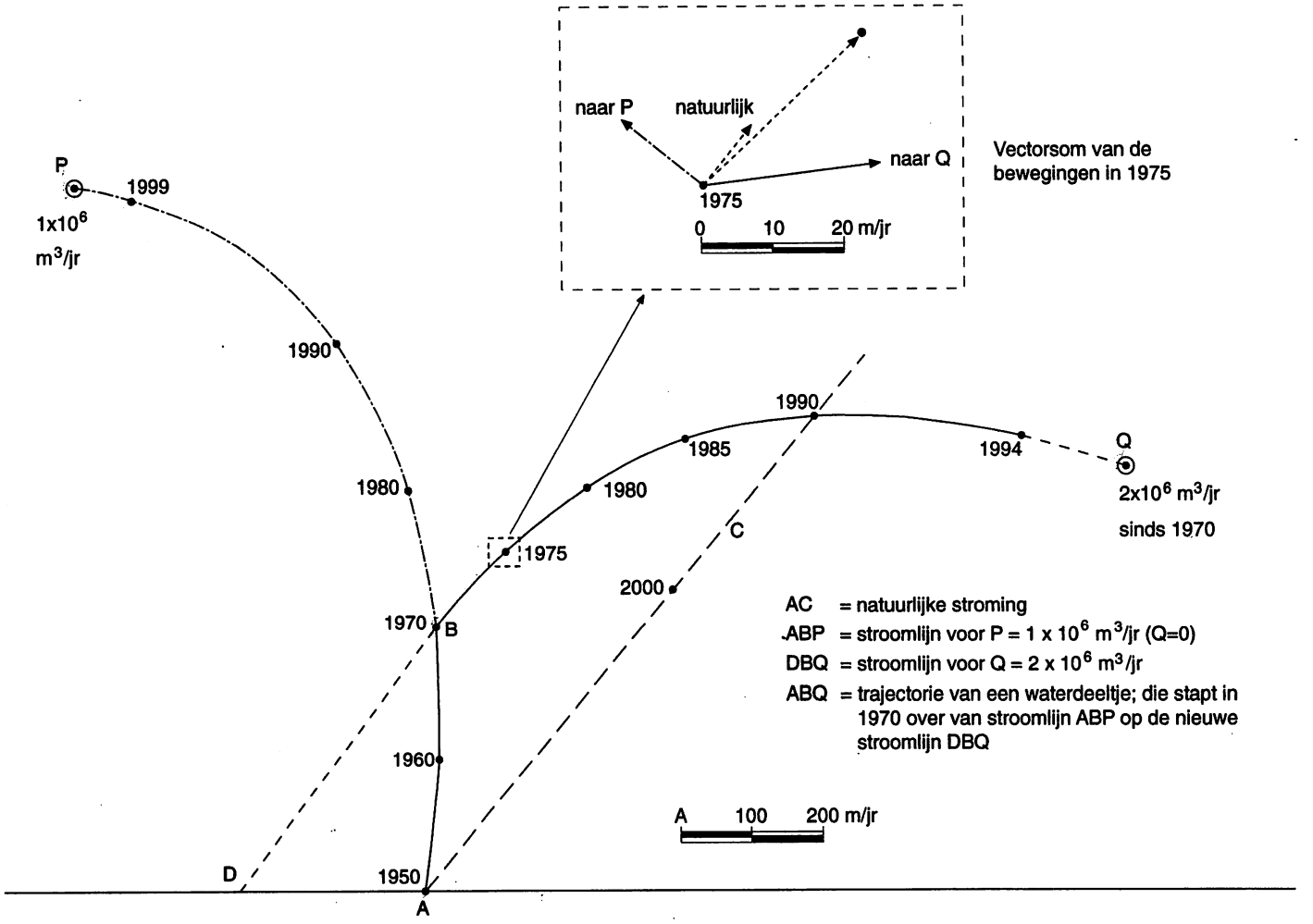
7.3.6. a. Waar wordt het water geborgen bij stijging van de grondwaterspiegel? **b.** Hoe groot schat je de freatische bergingscoëfficiënt S_y?

7.4 Equipotentiaallijnen en stroomlijnen

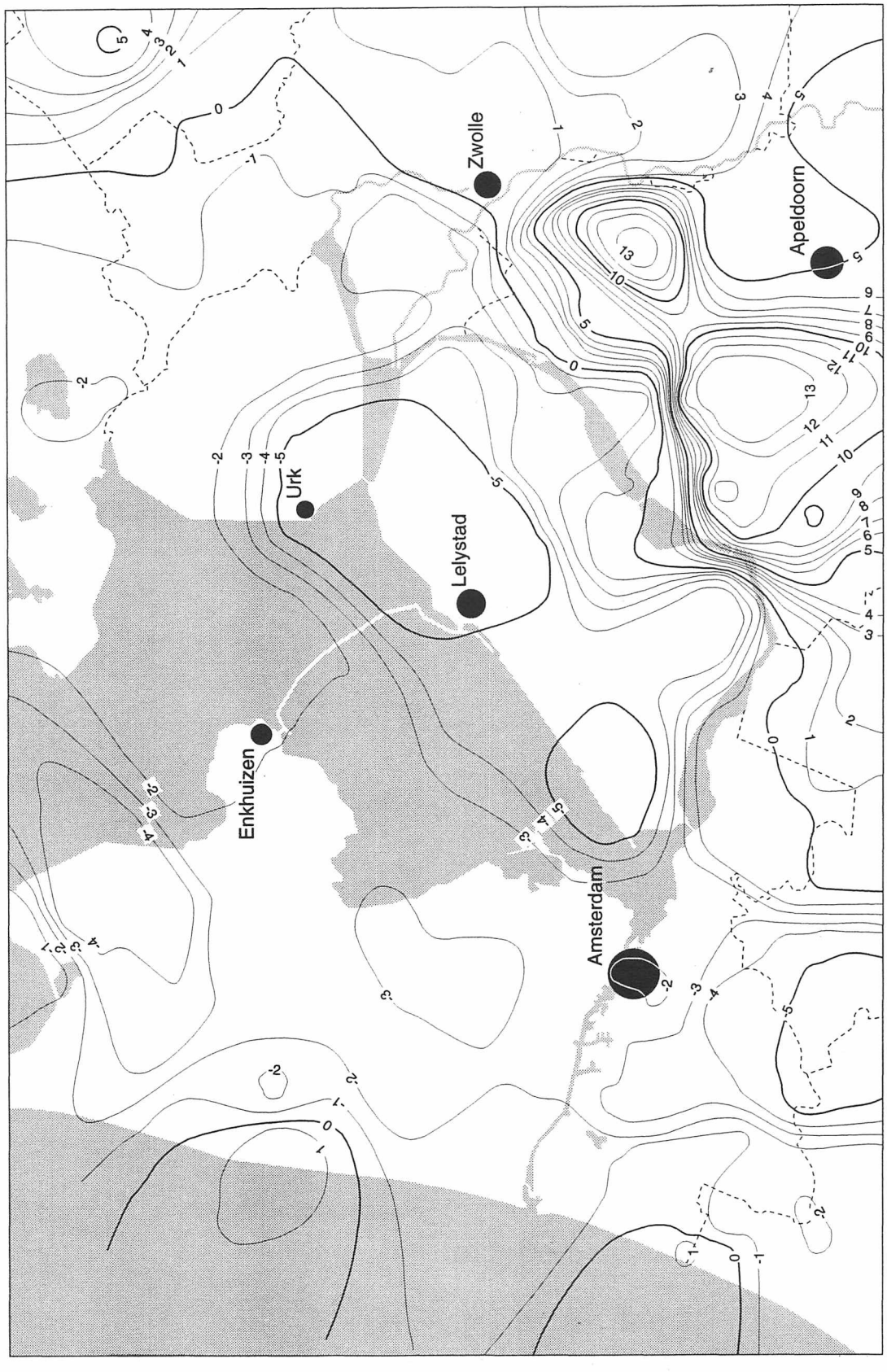
Uit de definitie van de stijghoogte en de wet van Darcy volgt dat water beweegt in de richting van afnemende potentiële energie. Als we metingen van de stijghoogte in kaart brengen, kunnen we dus ook onmiddellijk de algemene stromingsrichting bepalen.

Een equipotentiaalvlak is gedefinieerd als de meetkundige plaats van punten waar H (of ψ) overal dezelfde waarde heeft. Bij tweedimensionale weergave van een stroming spreken we van equipotentiaallijnen. We kunnen bewijzen dat *in een isotrope grond* de stroming plaatsvindt in een richting loodrecht op de equipotentiaallijnen. In een stationaire stroming wordt het pad van een vloeistofdeeltje beschreven door de zogenaamde stroomlijnen. De stroomlijnen worden wiskundig beschreven door de stroomfunctie, die ook aan de Laplace-vergelijking blijkt te voldoen (zie bijvoorbeeld Koopmans, 2000b). In een niet-stationaire stroming geven de stroomlijnen een momentane toestand weer. Elk waterdeeltje verplaatst zich op een bepaald ogenblik in de richting van de raaklijn aan de stroomlijn.

Het pad dat een waterdeeltje in het verleden heeft afgelegd of in de toekomst zal volgen, kan dus bij verschillende stroomlijnbeelden behoren. Dergelijke paden noemen we trajectoriën. Zij zijn vooral van betekenis voor de verplaatsing van verontreinigingen. Een voorbeeld geeft figuur 7.4-1. In A is in 1950 een hoeveelheid chemisch afval gestort. Er is een natuurlijke stroming in noord-oostelijke richting die water zou voeren van A naar C. Het pompstation P onttrekt per jaar 1 miljoen m^3 water en zou omstreeks 2000 bedreigd worden door verontreiniging die zich verplaatste langs de stroomlijn ABP. In 1970 werd een nieuw pompstation Q in bedrijf genomen (2 miljoen m^3 per jaar) waardoor een nieuw stroomlijnenpatroon ontstond waarvan de stroomlijn DBQ deel uitmaakt. Het waterdeeltje uit A, dat inmiddels punt B had bereikt, heeft zijn weg vervolgd langs BQ en dus het pad ABQ afgelegd. In 1995 is het in Q aangekomen. Dergelijke trajectoriën zijn het eenvoudigst te bepalen door het optellen van snelheidsvectoren (vectorsom van de bewegingen naar het noordoosten, naar P en naar Q). Een voorbeeld (voor 1975) geeft de inzet van figuur 7.4-1).



Figuur 7.4-1 Stroomlijnen en trajectoriën.



Figuur 7.4-2 Isohypsen van het diepe grondwater in het IJsselmeergebied, 1993 (bron: NITG).

In regionale grondwaterstudies nemen we meestal aan dat de stroming in een watervoerende laag vrijwel horizontaal verloopt. De equipotentiaalvlakken staan dan verticaal. Op dezelfde wijze als men hoogtelijnen op een topografische kaart tekent, kunnen de snijlijnen van de equipotentiaalvlakken met een horizontaal kaartvlak worden getekend. Men noemt deze lijnen *de isohypsen*. Horizontale stromingen komen veel voor in watervoerende pakketten waarvan de dikte klein is ten opzichte van de horizontale afmetingen (Engels: extended aquifers). Voorbeeld: het pleistocene lagenpakket in Nederland heeft een dikte van 100 tot 300 m en de horizontale afmetingen zijn groter dan 10 km. Stromingen die over grote afstanden verlopen moeten dan (nagenoeg) horizontaal zijn. Het debiet in zo'n watervoerende laag *per meter doorsnede loodrecht op de stromingsrichting*, is gelijk aan de fluxdichtheid (v) maal de dikte (D):

$$q = vD = -kD\nabla H \qquad (7.4\text{-}1)$$

Het product kD ($m^2\ d^{-1}$) wordt het doorlaatvermogen van de watervoerende laag genoemd.

Het debiet q ($m^2\ d^{-1}$) is dus gelijk aan het product van het doorlaatvermogen van de watervoerende laag en de gradiënt van de stijghoogte.

In de praktijk worden kaarten getekend waarop lijnen van gelijke stijghoogte zijn weergegeven; uiteraard ten opzichte van een bepaald referentievlak, zoals het gemiddeld zeeniveau (in Nederland NAP). We noemen zulke kaarten *isohypsenkaarten*. Ze kunnen worden getekend van:

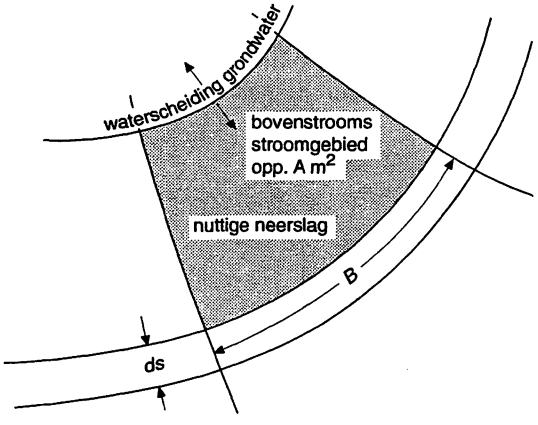
- het freatisch vlak;
- filters op een bepaalde diepte (bijvoorbeeld NAP -25 m, zie figuur 7.4-2);
- filters in een bepaalde laag (bijvoorbeeld het Pleistoceen van West-Nederland).

Soms zijn deze stijghoogten nagenoeg gelijk, maar meestal treden tussen verschillende lagen verschillen op, omdat in de bodem ook slecht doorlatende lagen aanwezig zijn. We kunnen dan voor elke watervoerende laag een afzonderlijke isohypsenkaart vervaardigen.

Als er geen zichtbare afvoer is, kunnen we uit een isohypsenkaart soms ook schattingen van het doorlaatvermogen verkrijgen. Door Q gelijk te stellen aan de nuttige neerslag maal de afwaterende oppervlakte en door benedenstrooms twee geschikte isohypsen te kiezen voor de bepaling van $\frac{dH}{ds}$, kan kD berekend worden uit:

$$Q = -kDB\frac{dH}{ds} \qquad (7.4\text{-}2)$$

met B: de breedte van de gemeten strook ter plaatse van de benedenstroomse isohypsen, zie figuur 7.4-3.



Figuur 7.4-3 Bepaling van het doorlaatvermogen uit een isohypsenkaart.

7.5 De berekening van grondwaterstromingen

7.5.1 Differentiaalvergelijkingen en randvoorwaarden

Om de stroming van grondwater te kunnen beschrijven, moeten we een differentiaalvergelijking oplossen met inachtneming van de vigerende randvoorwaarden.

Grondwaterstroming kan worden onderscheiden in (zie tabel 7.5-1):

- stationaire stroming: geen veranderingen met de tijd;
- niet-stationaire stroming: verandert met de tijd.

Voor een controlevolume in een stationaire stroming geldt gedurende een tijdstap Δt: *in* = *uit*, met andere woorden, er treedt geen verandering van de berging op. Dit betekent dat in ieder punt van het stroomdomein de divergentie van de fluxdichtheid ($\nabla \bullet v$) gelijk is aan nul. Bij niet-stationaire stromingen treedt in het algemeen wél een bergingsverandering op. Alleen wanneer ρ en n constant zijn (water en grond onsamendrukbaar) is ook bij verzadigde grondwaterstroming de bergingsverandering in het controlevolume nul en dus $\nabla \bullet v = 0$. In beide gevallen krijgen we de Laplace-vergelijking (7.3-1). Als de Laplace-vergelijking niet van toepassing is moet uiteraard een andere vergelijking worden opgelost; bijvoorbeeld de algemene vergelijking (7.3-6) als bergingsveranderingen een rol spelen, of een vergelijking die wordt verkregen op grond van bepaalde aannamen omtrent het verloop van de stroming (zie paragraaf 7.5.3).

Tabel 7.5-1 Kenmerken van stationaire en niet-stationaire stroming.

stationair ("steady state")	niet-stationair ("non-steady state")
- aanvoer = afvoer - geen verandering in berging - geen verandering met de tijd - vast (eenduidig) verband tussen afvoer en stijghoogte - afvoer reageert "direct" op aanvoer	- aanvoer ≠ afvoer - verandering in berging - stroming verandert met de tijd - geen eenduidig verband tussen afvoer en stijghoogte - afvoer vertraagd t.o.v. aanvoer

De Laplace-vergelijking kan dus zowel stationaire als niet-stationaire stromingen beschrijven, het zijn de randvoorwaarden die bepalen of de stroming varieert met de tijd.

De randvoorwaarden geven de condities die gelden op de randen van het stroomdomein. Zij zeggen iets over de stijghoogte of over de afgeleide van de stijghoogte loodrecht op de rand. Eenvoudige randvoorwaarden treffen we bijvoorbeeld aan langs open water met een constant peil, of langs een ondoorlatende laag. In het eerste geval is de stijghoogte constant (en gelijk aan de hoogte van het open waterpeil), in het tweede geval is de afgeleide van de stijghoogte in de richting loodrecht op de rand gelijk aan nul (waarom?).

7.5.2 Berekeningsmethoden

Het oplossen van de differentiaalvergelijking voor stromingsvraagstukken blijkt in veel gevallen een gecompliceerd probleem. Bijvoorbeeld wanneer een analytische oplossing moeilijk te vinden is of onmogelijk blijkt. De reden hiervoor is meestal dat de grenzen van het stroomdomein onregelmatig zijn. Voor tweedimensionale problemen biedt het gebruik van complexe functies een mogelijke oplossing (Verruijt, 1970). Een klasse apart vormen de grondwaterproblemen met een vrije waterspiegel die in een dwarsdoorsnede worden afgebeeld: omdat de positie van het freatisch vlak ook onbekend is, hebben we langs dat gedeelte van de rand twee voorwaarden nodig.

Het oplossen van de differentiaalvergelijking kunnen we beschouwen als een *wiskundig model.* Indien een analytische oplossing niet mogelijk is, blijkt in veel gevallen een numerieke oplossing wél tot de mogelijkheden te behoren. We spreken dan van een *numeriek model*, de praktische uitwerking daarvan is meestal een computerprogramma. Numerieke modellen vormen thans de meest gebruikte oplossingsmethode voor grondwaterproblemen (Remson et al., 1971, Koopmans, 1986, Torfs, 1994). Schaalmodellen en analoge modellen zijn *fysische modellen.* De laatste zijn gebaseerd op de analogie die er bestaat tussen de wet die grondwaterstroming beschrijft (Darcy) en andere natuurkundige processen, zoals de stroming van elektriciteit (wet van Ohm, zie vergelijking (6.4-10). Elektrische modellen kunnen bestaan uit verschillende soorten elektrische geleiders, zoals plaatgeleiders (meestal

geleidend papier, het zogenaamde "Teledeltos papier"), elektrolyten en weerstandsnetwerken. Fysische modellen werden voorheen veel gebruikt, maar zijn door de opkomst van snelle rekenmachines in de periode 1970-1980 naar de achtergrond gedrongen.

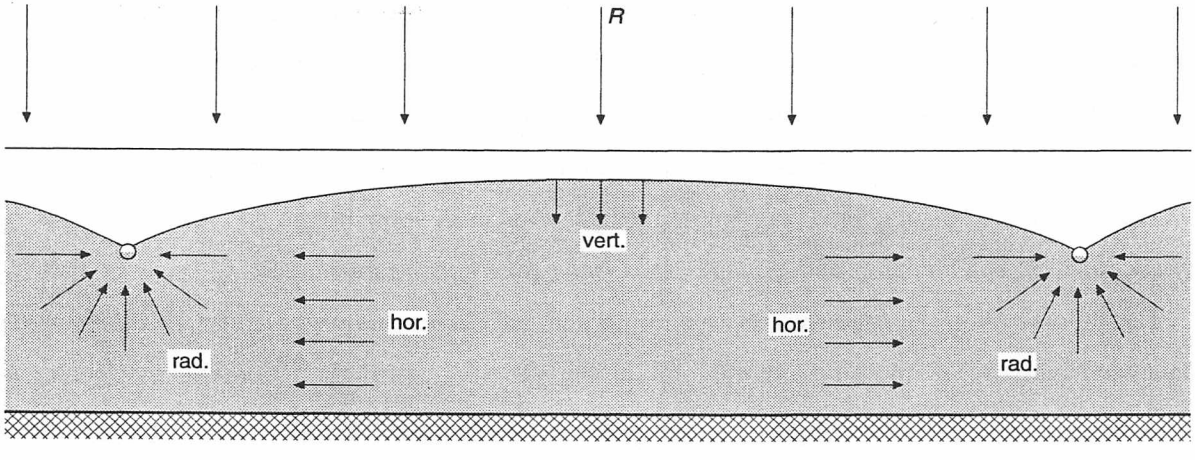
Een veel gebruikte techniek om een wiskundige oplossing mogelijk te maken is *vereenvoudiging van het stroombeeld.* In de volgende paragraaf wordt dit nader toegelicht.

7.5.3 Vereenvoudiging van het stroombeeld, veronderstelling van Dupuit

Grondwaterstromingen verlopen in de praktijk dikwijls nagenoeg horizontaal. Dit komt doordat de horizontale afstanden waarover het water zich verplaatst vaak zeer groot zijn ten opzichte van de verticale afstanden. De dikte van diepe watervoerende lagen is meestal in de orde van enkele tientallen meters, terwijl de horizontale afstanden die worden afgelegd in de orde van kilometers kunnen zijn. Bij een landbouwkundige drainage zijn de horizontale afstanden veel kleiner (10 tot 100 m) maar de dikte van de laag waarin de stroming plaatsvindt, is meestal in de orde van enkele meters. In zulke gevallen onderscheidt men (zie figuur 7.5-1):

- een verticale stroming bij het begin;
- een horizontale stroming;
- een radiale stroming nabij sloten en drains,

zodat de stroming over het grootste traject horizontaal verloopt.



Figuur 7.5-1 Schematisatie van de stroming naar drains.

Dupuit (1863) veronderstelde dat bij berekening van grondwaterstroming in zulke situaties geen grote fout wordt gemaakt door aan te nemen dat de stroming voornamelijk horizontaal verloopt.

Deze aanname betekent dat verticale componenten van de snelheid bij de berekening worden verwaarloosd. De consequentie hiervan is dat de stijghoogte in de verticaal constant is.
Betreft het Dupuit-stroming in een freatische watervoerende laag, dan geldt bovendien:

- De (*onbekende*) hoogte van de waterspiegel is gelijk aan de stijghoogte in de betreffende verticaal, mits beide worden gemeten ten opzichte van hetzelfde referentieniveau. Met andere woorden: $h = H$, hierdoor reduceert het aantal onbekenden tot één.
- De gradiënt van de stijghoogte is gelijk aan de helling van de waterspiegel.

Een stroming die in een vlak kan worden afgebeeld noemen we een tweedimensionale stroming. *Bij de beschrijving van een grondwaterstroming in twee dimensies, moeten we onderscheid maken tussen een stroming "in het kaartvlak" en "in een doorsnede".* In het eerste geval wordt de Dupuit-stroming bedoeld in één, meestal horizontaal gelegen, watervoerende laag. De coördinaten x en y liggen dus in het horizontale vlak. Een stroming in een verticale doorsnede hoeft niet beperkt te zijn tot één watervoerende laag. De coördinaten x en z wijzen respectievelijk in de horizontale en in de verticale richting. In veel gevallen kunnen we, op grond van symmetrie, vlakken onderscheiden waarin het stroombeeld identiek is en karakteristiek voor het onderhavige vraagstuk. Bij de stroming tussen twee evenwijdige kanalen is ieder vlak loodrecht op de lengterichting van de kanalen zo'n symmetrievlak, met uitzondering van vlakken nabij het einde van de kanalen waar randeffecten een rol spelen. Bij radiale stroming naar een put vertoont ieder verticaal vlak door de put hetzelfde beeld en is dus een symmetrievlak.

Als bij stroming in een verticale doorsnede de Dupuit-aanname geldt, wordt het stroombeeld eendimensionaal. Bij stationaire stroming is de stijghoogte (H) dan alleen afhankelijk van één ruimtelijke variabele (x of r) en we krijgen *een gewone differentiaalvergelijking*. De differentiaalvergelijking verkrijgen we op de beproefde wijze, namelijk door combinatie van de balansvergelijking (continuïteit) en de bewegingsvergelijking (Darcy). Voor het oplossen van Dupuit-stromingen is het onjuist om een controlevolume $\Delta x \Delta y \Delta z$ te kiezen (waarom?). Vergelijking (7.3-1) of (7.3-6) moeten we daarom niét gebruiken voor een freatische Dupuit-stroming in een doorsnede.

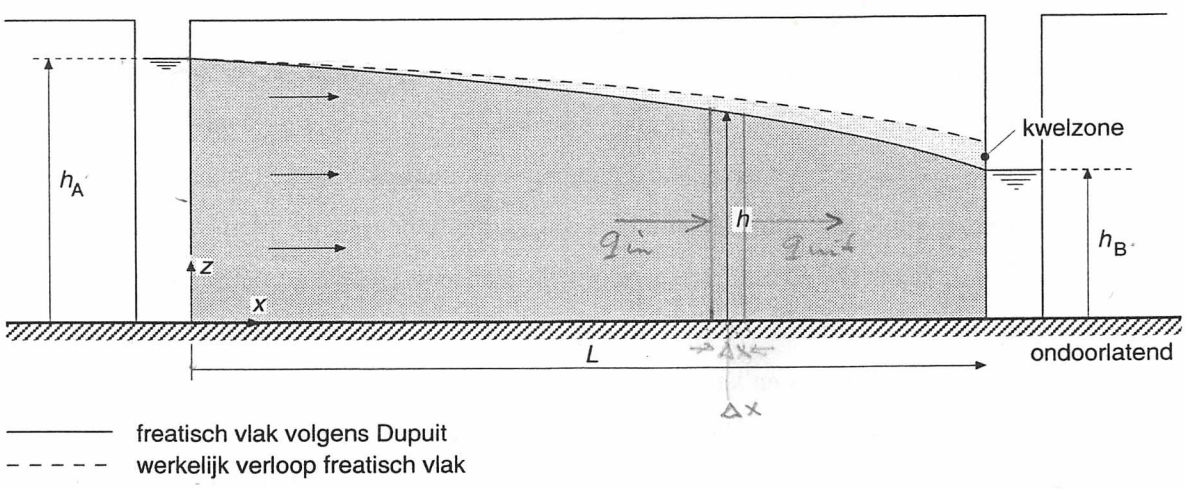
Betreft het een stationaire eendimensionale stroming met een flux die constant is of direct als functie van x kan worden geschreven, dan kunnen we de oplossing vinden door rechtstreeks de fluxvergelijking voor een willekeurige doorsnede op te schrijven. Een drietal voorbeelden wordt besproken in paragraaf 7.6. In paragraaf 7.7 wordt de niet-stationaire partiële differentiaalvergelijking voor Dupuit-stroming afgeleid.

Opgave 7.5.1. Bewijs dat voor Dupuit-stroming onder een vrije waterspiegel geldt: $H = h$, (beide gemeten ten opzichte van hetzelfde referentieniveau).

7.6 Eenvoudige voorbeelden van stationaire stroming

7.6.1 Stationaire stroming tussen twee kanalen

De stationaire stroming van grondwater tussen twee evenwijdige kanalen, zonder infiltrerende neerslag, is schematisch weergegeven in figuur 7.6-1. Per meter lengte, loodrecht op het vlak van tekening, is het oppervlak van een willekeurige "natte" doorsnede: $A = h$ maal 1.



Figuur 7.6-1 Grondwaterstroming tussen twee evenwijdige kanalen.

Veronderstellen wij nu dat de stroming volgens Dupuit verloopt, dan passeert door zo'n doorsnede op afstand x:

$$Q = vA = - k \frac{dH}{dx} h1 \qquad (7.6\text{-}1)$$

waarin:

Q = debiet door een vlak van 1 meter breed loodrecht op het vlak van tekening (m^3d^{-1})

h = hoogte van het freatisch vlak boven de basis (m)

Het debiet is constant, maar de grootte ervan is vooralsnog onbekend. Indien voor de stijghoogte de ondoorlatende basis als referentieniveau wordt gekozen, dan is de stijghoogte H gelijk aan de hoogte h. Vergelijking (7.6-1) heeft dan nog maar één onbekende variabele. Het *debiet per meter* (loodrecht op het vlak van tekening) kan worden geschreven als:

$$q = -k \frac{dh}{dx} h \qquad (7.6\text{-}2)$$

De dimensie van q is m^2d^{-1}. Vergelijking (7.6-2) is een gewone, niet-lineaire, eerste orde differentiaalvergelijking. De oplossing van de differentiaalvergelijking (die we vinden door te integreren) is de door ons gezochte functionele relatie tussen h en x. In dit geval kunnen we eerst "de variabelen scheiden" en wordt de vergelijking:

$$q\,dx = -k\,h\,dh \qquad (7.6\text{-}3)$$

Door nu de linkerzijde te integreren naar x en de rechterzijde naar h, krijgen we een uitdrukking voor h als functie van x. Bij het integreren zoeken we de functie waarvan de integrand de afgeleide is. Aan de linkerzijde is de integrand q en aan de rechterzijde - $k\,h$. Integratie levert daarom:

$$qx = -\tfrac{1}{2} k h^2 + c \qquad (7.6\text{-}4)$$

De twee onbekende constanten (q en c) vinden we door invullen van de randvoorwaarden: $x = 0$, $h = h_A$ en $x = L$, $h = h_B$. Daaruit volgt $c = \tfrac{1}{2} k h_A^2$ en $q = \frac{k}{2L}(h_A^2 - h_B^2)$, zodat:

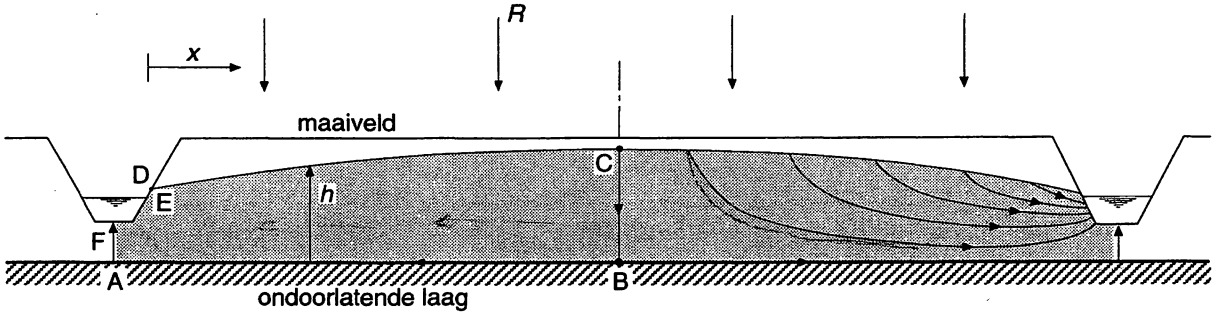
$$h^2 = -\frac{(h_A^2 - h_B^2)}{L} x + h_A^2 \qquad (7.6\text{-}5)$$

In eerste instantie vinden we dus niet $h(x)$ maar $h^2(x)$. Om $h(x)$ zelf te vinden hoeven we alleen nog maar de wortel te trekken. Uit (7.6-5) volgt dat de vorm van het berekende freatisch vlak een tweedegraads kromme is (in dit geval een parabool). Uit nadere analyse[1)] blijkt *dat q de exacte waarde van de flux is*. Dat wil zeggen: we krijgen exact dezelfde uitkomst als de restrictie van evenwijdige stroming wordt verlaten. De hoogte van de waterspiegel wordt met de Dupuit-aanname echter iets te klein berekend, vooral bij het rechter kanaal waar een kwelzone optreedt. In de praktijk zijn deze verschillen echter te verwaarlozen.

1) Zie collegedictaat *Vloeistofmechanica en grondwaterstroming*, 2000.

7.6.2 Stationaire ontwateringsstroming naar twee evenwijdige sloten

Een veel voorkomende praktijksituatie is geschetst in figuur 7.6-2. Een perceel land wordt ontwaterd door evenwijdige sloten, op het maaiveld valt een gestage en constante neerslag. Als gevolg van deze regen vormt zich tussen beide sloten een bolle grondwaterspiegel die in het midden zijn hoogste punt bereikt.



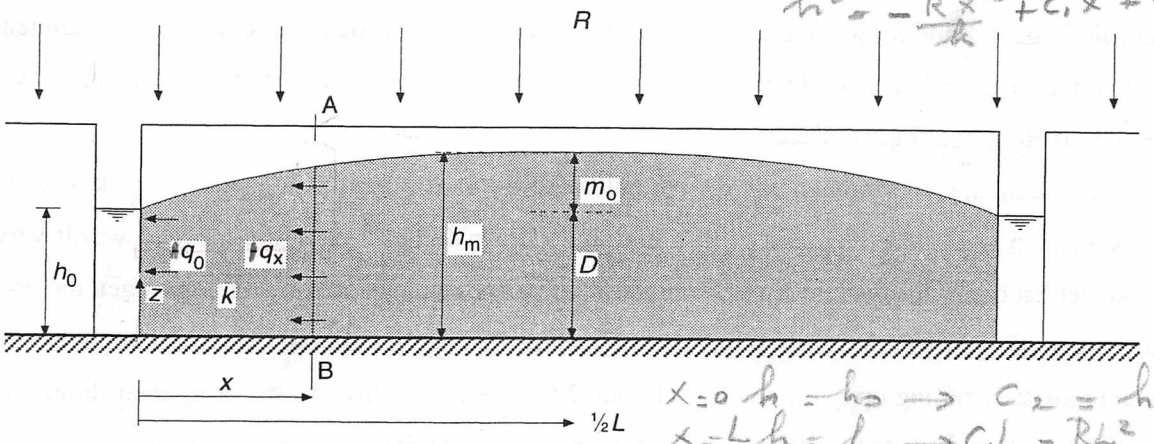
Figuur 7.6-2 Stationaire stroming naar ontwateringssloten.

Bij de sloot eindigt de waterspiegel iets boven het punt E. In de beide helften links en rechts van de lijn BC zijn de stroombeelden elkaars spiegelbeeld. Een druppel water die in het punt C binnentreedt, zal zich loodrecht naar beneden bewegen en na zeer lange tijd in één van de sloten arriveren. Hoewel het in de figuur niet zo duidelijk is door de vertekening van de horizontale en verticale afstanden, zal in het grootste deel van het perceel een nagenoeg horizontale stroming optreden. Het trapeziumvormige profiel van de sloten veroorzaakt gecompliceerde randvoorwaarden die een directe oplossing bemoeilijken. Het vraagstuk kan in twee dimensies het beste met behulp van numerieke wiskunde worden opgelost. Door enkele vereenvoudigingen in te voeren, is echter een praktisch bruikbare oplossing mogelijk. Het betreft:

- het verdiepen van de sloten tot aan de ondoorlatende laag;
- het vereenvoudigen van het slootprofiel tot een rechthoekige doorsnede;
- het gebruik van de Dupuit-aanname.

Door deze vereenvoudigingen is het probleem getransformeerd tot een eendimensionale stroming met simpele randvoorwaarden, zoals weergeven in figuur 7.6-3. In een willekeurige doorsnede AB, geldt opnieuw vergelijking (7.6-2). Het debiet q is nu echter niet constant, maar een functie van x. De hoeveelheid water die per dag door de doorsnede stroomt, is namelijk gelijk aan de hoeveelheid neerslag die per dag binnenkomt tussen het midden van de kavel en de plaats van de doorsnede (waarom?). Dit is gelijk aan de oppervlakte, ($\frac{1}{2}L$ - x) 1, maal de regenintensiteit R:

$$q_x = -R(\tfrac{1}{2}L - x) \qquad (7.6\text{-}6)$$



Figuur 7.6-3 Geschematiseerd beeld van de stroming naar evenwijdige sloten.

Het minteken staat er omdat v_x, voor $x < \frac{1}{2}L$, in de negatieve x-richting werkt waardoor q_x een negatief getal is. Invullen levert:

$$-R(\tfrac{1}{2}L - x) = -k\frac{dh}{dx}h \qquad (7.6\text{-}7)$$

Vergelijking (7.6-7) kan op dezelfde manier worden opgelost als (7.6-2); het resultaat is:

$$h^2 = \frac{R}{k}(Lx - x^2) + \textit{constante} \qquad (7.6\text{-}8)$$

De bijbehorende randvoorwaarden zijn: $x = 0$, $h = h_0$ en $x = L$, $h = h_0$. Hieruit volgt dat de constante gelijk is aan h_0^2. Bij $x = \frac{1}{2}L$ wordt de hoogste grondwaterstand h_m aangetroffen, invullen geeft dan:

$$h_m^2 = \frac{R\,L^2}{4k} + h_0^2 \qquad (7.6\text{-}9)$$

In de drainagetheorie wordt de opbolling in het midden van de kavel (h_m - h_0) ook wel m_o genoemd en $h_0 = D$, zodat (7.6-9) geschreven kan worden als:

$$R\,L^2 = 8\,k\,D\,m_0 + 4\,k\,m_0^2 \qquad (7.6\text{-}10)$$

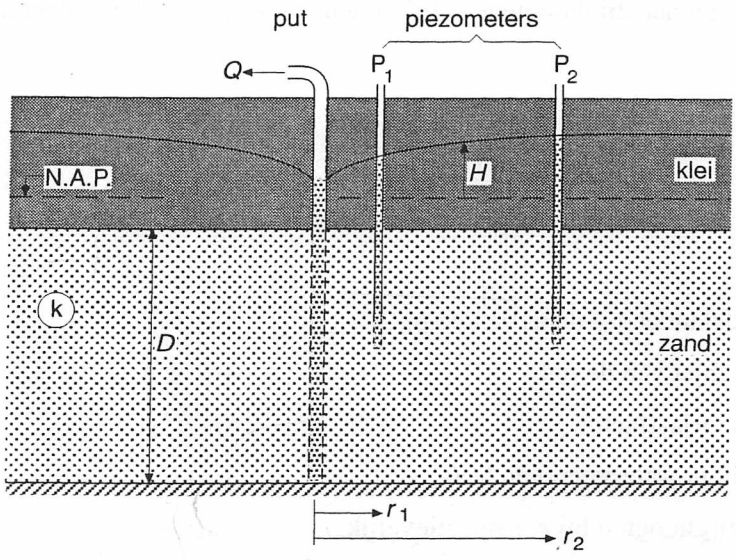
waaruit de benodigde drainafstand (L) kan worden berekend, mits de maatgevende neerslagintensiteit R, de doorlatendheid k, de dikte D en de toegelaten opbolling m_0 bekend zijn. Deze formule werd in 1940 door Hooghoudt gepubliceerd.

De fouten die voortkomen uit de veronderstelling van Dupuit zijn in de praktijk van weinig betekenis. Zo reikt de kwelzone op het sloottalud (DE in figuur 7.6-2), die meestal wordt verwaarloosd, zelden hoger dan enkele cm's boven het slootpeil. Belangrijker zijn de afwijkingen die ontstaan door het verdiepen van de sloot tot aan de ondoorlatende laag. Er treedt in werkelijkheid een (min of meer) radiale stroming op nabij de sloot (figuur 7.6-2, rechter helft). Bij stroming naar drains is deze radiale component nog veel belangrijker (figuur 7.5-1): dezelfde hoeveelheid water moet door een steeds kleiner wordend oppervlak stromen. Dit betekent dat de fluxdichtheid (en dus de afgeleide van de stijghoogte) moet toenemen naarmate we dichter bij de drain komen. Bij het ontwerp van drainages, waar het totale beschikbare stijghoogteverschil als randvoorwaarde is gegeven, wordt het toenemende energieverlies door een extra weerstand in rekening gebracht (zie collegedictaat *Waterbeheersing*).

7.6.3 Stroming naar een put in afgesloten grondwater

Stel, een winput onttrekt spanningswater aan een diep gelegen zandlaag die aan de boven- en onderzijde wordt begrensd door ondoorlatende dichte kleilagen (figuur 7.6-4). Het onttrokken debiet (Q), wordt op grote afstand van de put aangevuld, bijvoorbeeld door contact met open water, of omdat de watervoerende laag aan de oppervlakte komt en door neerslag wordt gevoed (daar is het water dus freatisch). In de omgeving van de put veroorzaakt de onttrekking een verlaging van de stijghoogte. De verlaging is echter niet zo groot dat H tot beneden de bovenzijde van de watervoerende laag daalt. De doorstroomde dikte (D) is daarom overal in de omgeving van de put hetzelfde. Als er geen andere invloeden zijn die de stroming beïnvloeden, lopen de stroomlijnen radiaal naar de put. Op een kaart (in het platte vlak) zijn het dus rechte lijnen, terwijl de equipotentiaallijnen cirkels zijn. De equipotentiaalvlakken zijn echter in werkelijkheid cilindermantels met straal r, hoogte D en oppervlak $2\pi rD$. Op grond van de radiale symmetrie vertoont ieder verticaal vlak door de put hetzelfde beeld (zie blz. 145). In dit soort gevallen is het gebruik van een cartesiaans x-, y-, z-coördinatenstelsel niet handig. Door cilindrische coördinaten te kiezen (poolcoördinaten in het het platte vlak) wordt de oplossing een stuk eenvoudiger. Op een willekeurige afstand r uit de as van de put geldt nu:

$$Q' = vA = -k\frac{dH}{dr}\,2\pi rD \qquad (7.6\text{-}11)$$



Figuur 7.6-4 Stroming naar een volkomen put in afgesloten grondwater. De gekromde lijn geeft het verloop van de stijghoogte in de watervoerende laag. Het verloop van de stijghoogte in diepe lagen valt in het algemeen niet samen met het freatisch vlak in de toplaag.

Merk op dat het doorstroomde "natte" oppervlak nu niet constant is, maar een functie van de coördinaat r ! Omdat H toeneemt met r is $\frac{dH}{dr}$ positief en dus Q' negatief. Het is meer gebruikelijk de opbrengst van een put positief te rekenen, daarom stellen wij:

$$Q = -Q' = 2\pi kDr\,\frac{dH}{dr} \qquad (7.6\text{-}12)$$

Om de oplossing (de functionele relatie tussen H en r) te vinden, scheiden we de variabelen en schrijven de vergelijking als:

$$dH = \frac{Q}{2\pi kD}\,\frac{dr}{r} \qquad (7.6\text{-}13)$$

Integratie geeft:

$$H = \frac{Q}{2\pi kD} \ln r + \textit{constante} \qquad (7.6\text{-}14)$$

Bij berekening van het stijghoogteverschil tussen r_2 en r_1, vervalt de integratieconstante en krijgen we:

$$H_2 - H_1 \; (= s_1 - s_2) = \frac{Q}{2\pi kD} \ln \frac{r_2}{r_1} \qquad (7.6\text{-}15)$$

waarin:

r_1, r_2	=	afstanden tot de as van de put	(m)
Q	=	debiet van de put	($m^3\ d^{-1}$)
k	=	doorlaatfactor	($m\ d^{-1}$)
D	=	dikte watervoerende laag	(m)
H_1, H_2	=	stijghoogten bij r_1 respectievelijk. r_2	(m)
s_1, s_2	=	gemeten daling bij r_1 respectievelijk. r_2	(m)

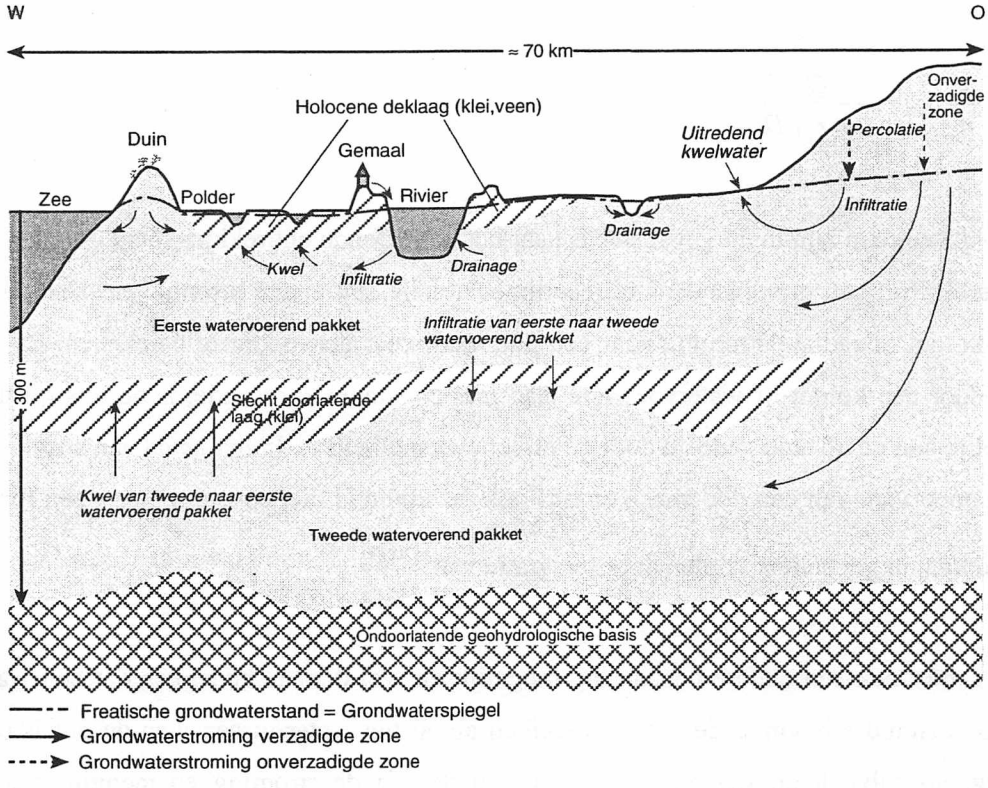
Vergelijking (7.6-15) kan worden gebruikt om het doorlaatvermogen (*kD*) te bepalen met behulp van een zogenaamde stationaire pompproef (zie paragraaf 6.5.2). Bij een stationaire proef wordt uiteraard een constant debiet opgepompt. Vóórdat de proef begint, wordt met een aantal piëzometers (minimaal twee) die op verschillende afstand van de put staan, de stijghoogte in de watervoerende laag gemeten. Als na het aanzetten van de pomp de stationaire toestand is bereikt, wat soms lang kan duren, wordt opnieuw gemeten. Voor iedere piëzometer wordt zo de daling van de stijghoogte bepaald. Invullen van het stijghoogteverschil van twee piëzometers met de bijbehorende afstanden én het gemeten debiet Q in vergelijking (7.6-16), levert een waarde van *kD*.

7.6.4 Kwel in een polder

Onder het Nederlandse polderland bevindt zich een pakket holocene veen- en kleilagen van enkele meters tot ongeveer 25 m dikte. Daaronder liggen enkele dikke pakketten pleistocene, grove zanden die goed doorlatend zijn en die van elkaar worden gescheiden door slecht doorlatende lagen. De totale dikte van de watervoerende lagen loopt uiteen van circa 100 m tot ruim 250 m en het doorlaatvermogen variëert van 1000 tot 8000 m^2d^{-1}, zie figuur 7.6-5.

In veel polders wordt het polderpeil lager gehouden dan het waterpeil in de omgeving. Dit geldt zeker voor de diepe "droogmakerijen" waartoe ook de Zuiderzeepolders behoren. Binnen de polder zal daardoor de stijghoogte van het grondwater in het pleistocene zand boven het polderpeil uitstijgen,

waardoor in de polder een verticale opwaartse stroming (kwel) bestaat. Water uit de omgeving dringt, buiten de polder, door in het pleistocene pakket en stroomt vervolgens horizontaal door deze aquifer naar de polder waar het wederom als kwel via holocene lagen aan de dag treedt. De kwelsterkte wordt bepaald door het verschil tussen de stijghoogte in het eerste watervoerende pakket en het polderpeil én door de weerstand $c = \frac{d}{k}$, die de holocene veen- en kleilagen aan de waterbewegingen bieden (zie vergelijking (6.4-10)). Deze weerstand wordt uitgedrukt in dagen, d is de dikte van de slecht doorlatende lagen.



Figuur 7.6-5 Vereenvoudigd beeld van de geohydrologische situatie in West-Nederland (bron: Dufour, 1998 en Ned. Inst. voor Toegepaste Geowetenschappen-TNO, 1987).

7.6.5 De verblijftijd bij wateronttrekking

Voor drinkwaterbedrijven is het dikwijls belangrijk te weten waar het opgepompte water vandaan komt en hoe lang het duurt voordat water, dat zich op een bepaalde afstand van de put bevindt, zal worden opgepompt. De reistijd van een waterdeeltje door een bepaald systeem wordt ook wel de

verblijftijd genoemd. Het onttrokken debiet (Q) van de put uit paragraaf 7.6.3, figuur 7.6-4, stroomt op een afstand r door een cilindermantel met oppervlak $2\pi rD$ (waarbij wij D als constant beschouwen). De fluxdichtheid is dan:

$$v = -\frac{Q}{2\pi rD} \tag{7.6-16}$$

Het minteken geeft aan dat de richting van v tegengesteld is aan de richting van r. De gemiddelde effectieve snelheid is dus (zie paragraaf 6.4.2):

$$v_e = \frac{v}{n_e} = -\frac{Q}{2\pi n_e rD} \tag{7.6-17}$$

De snelheidsvectoren zijn in dit geval steeds naar het betreffende onttrekkingspunt gericht.

De verblijftijd van grondwater is bij eendimensionale stationaire stromingen, zoals de stroming door een kolom of radiale stroming naar een put, vaak zeer eenvoudig te berekenen. Bij stationaire stroming door een kolom of watervoerende laag met constante doorsnede, is de reistijd tussen twee punten gelijk aan de afstand gedeeld door de effectieve snelheid v_e. In het geval van stroming naar een put is het oppervlak van een doorsnede en dus ook de snelheid niet constant, maar een functie van r. De reistijd kan nu gevonden worden door integratie van $\frac{dr}{v_e(r)}$.

Er is echter ook een andere benadering mogelijk en wel door te bedenken dat een waterdruppel die zich op afstand r bevindt, de put zal bereiken als al het water tussen r en de put is opgepompt. Eenvoudigheidshalve laten wij hier onregelmatigheden in de stroming en mengingsverschijnselen buiten beschouwing.

Binnen een straal r vanaf de putas bevindt zich:

aan grond (inclusief poriën) een volume $\pi r^2 D$ (m^3)

aan grondwater (is poriënvolume) een volume $\pi n_e r^2 D$ (m^3)

De verblijftijd van water dat zich op een afstand r bevindt is dan:

$$t_r = \frac{\text{voorraad aanwezig grondwater}}{\text{doorstromend debiet}} = \frac{\pi n_e r^2 D}{Q} \tag{7.6-18}$$

Planologische beschermingszones rondom winplaatsen voor drinkwater (aangegeven door bordjes "Waterwingebied") zijn berekend op een verblijftijd van 25 jaar. Binnen deze zones mag men bijvoorbeeld geen benzinestations stichten.

Opgaven

7.6.1. Bepaal de functie $h(x)$ voor stationaire stroming tussen evenwijdige kanalen, zonder regen, als de invloed van de *variatie* van de dikte van de verzadigde laag mag worden verwaarloosd. Dit betekent dat de dikte D als een constante kan worden beschouwd. (Dit is het geval als *het grootste verschil in h* klein is ten opzichte van h zelf). De afstand tussen de kanalen is L en de doorlatendheid van de bodem k. Teken drie equipotlijnen in figuur 7.6-1.

7.6.2 a. Bepaal de functie $h(x)$ voor de stroming tussen twee kanalen (zie figuur 7.6-1), met een netto voeding R. (Aanwijzing: stel de massabalansvergelijking op voor een controlevolume $h\Delta x$ en los de differentiaalvergelijking op voor h^2).

b. Stel dat $h_A = 10.0$ m, $h_B = 9.0$ m, $R = 0.002$ m d^{-1}, $k = 2.0$ m d^{-1} en $L = 200.0$ m. Bereken de hoogte h op $x = 20$, 40, 80 en 160 m.

7.6.3. Herhaal de afleiding en berekening van opgave 7.6.2. voor het geval de variatie van de dikte van de doorstroomde laag wordt verwaarloosd en voor D de gemiddelde waarde 9.5 m wordt gekozen. Vergelijk de gevonden hoogten met de oplossing van 7.6.2.

7.6.4. Twee evenwijdige kanalen liggen op 200 m afstand van elkaar. Het waterpeil in kanaal A ligt 1.0 m beneden het maaiveld, in kanaal B 1.5 m beneden maaiveld.

De bodemopbouw is als volgt: laag 1 van maaiveld (= 0 m) tot -4.5 m, heeft een doorlatendheid van 0.5 m d^{-1}, laag 2 van -4.5 m tot -8.0 m heeft een doorlatendheid van 1.5 m d^{-1}. Op 8.0 m beneden het maaiveld begint een ondoorlatende laag.

- Maak een situatie schets
- Bereken de hoeveelheid water die per 100 m lengte kanaal per dag van kanaal A naar kanaal B stroomt. Aanwijzing: Dupuit-aanname is geldig. Neem aan dat de kanalen reiken tot aan de ondoorlatende laag en beschouw de wanden als verticale vlakken. Voer eerst de berekening uit door de stijghoogte-gradiënt voor alle x gelijk te stellen aan $\Delta H/L$. Herhaal nu de berekening met behulp van de methode van paragraaf 7.6.1 en bedenk dat de flux in laag 2 constant is.

7.6.5. Bereken de reistijd t_r voor een putstroming door t_r uit te drukken als de integraal van afstand gedeeld door effectieve snelheid.

7.6.6. Waarom is de oplossing van een stationaire stroming meestal veel makkelijker dan van een niet-stationaire stroming?

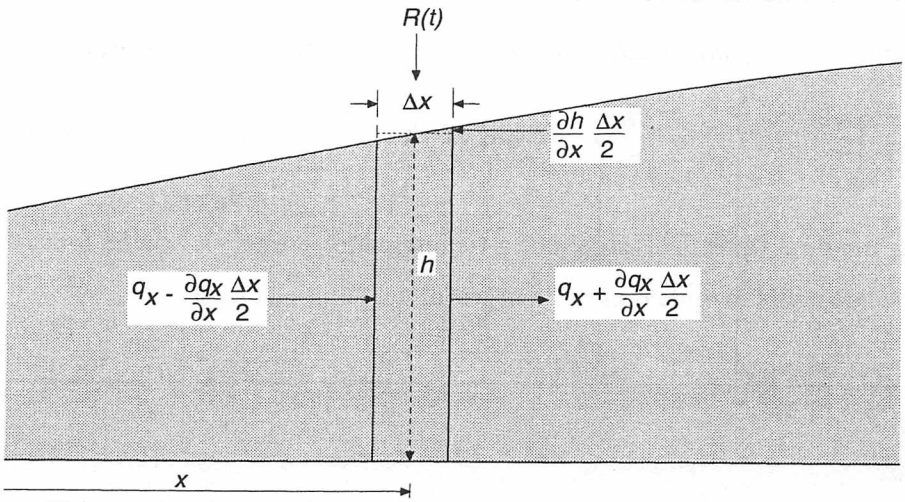
7.7* Niet-stationaire stroming van grondwater tussen evenwijdige leidingen

7.7.1 De differentiaalvergelijking

Stationaire stromingen, zoals de voorbeelden in paragraaf 7.6, worden vaak als een benadering beschouwd voor situaties waarin de randvoorwaarden weinig variëren als functie van t. Zo wordt vergelijking (7.6-10) gebruikt voor de berekening van stroming naar drainbuizen of sloten. De aanname daarbij is, dat gedurende langere tijd een constante, gestage aanvulling van het grondwater optreedt en het slootpeil constant blijft. In Nederland geeft het stationaire drainagecriterium goede resultaten. Het wordt daarom nog steeds gebruikt voor het ontwerp van drainagesystemen ook al zijn we nu, met behulp van computers, in staat om de meer gecompliceerde niet-stationaire stromingen te berekenen.

Wanneer de infiltratie van neerslag redelijk snel verloopt en de grondwaterspiegel zich op geringe afstand onder het maaiveld bevindt, kan er bij de werkelijk optredende neerslag zelden van een stationaire situatie worden gesproken. Dat betekent dat de grondwaterspiegel fluctueert. Met andere woorden, h is een functie van x en van t: $h(x,t)$. Ook bij irrigatie treedt meestal een niet-stationaire stroming op. De veranderingen (van stijghoogte en fluxdichtheid) die optreden bij een niet-stationaire stroming gaan gepaard met een verandering van de berging. Zoals we zagen in paragraaf 7.3 zijn die het grootst bij stroming in freatische situaties. In deze paragraaf beperken we ons tot Dupuit-stroming onder een vrije waterspiegel in een homogene watervoerende laag, zoals in figuur 7.6-2, met een aanvulling $R(t)$ die een functie is van t. Om de differentiaalvergelijking te vinden, kiezen we een controlevolume waarop we het continuïteitsbeginsel toepassen; in figuur 7.7-1 is een controlevolume getekend op een willekeurige plaats x.

Omdat we aannemen dat het hier een Dupuit-stroming betreft, kiezen nu *niet* een kubus als controlevolume (in de tweedimensionale tekening is dat een vierkantje) maar een element $h\Delta x$ dat zich uitstrekt van de ondoorlatende laag tot aan de waterspiegel en een afmeting van 1 m heeft loodrecht op het vlak van tekening. Omdat de onbekende hoogte van de waterspiegel het controlevolume bepaalt, kunnen we nu niet (de eendimensionale vorm van) vergelijking (7.3-6) gebruiken, maar moet de vergelijking opnieuw worden afgeleid. In een freatische situatie zijn veranderingen van de druk meestal gering, we nemen daarom aan dat de dichtheid constant is. De massabalans kan dus worden vervangen door een volumebalans. De flux door een willekeurige dwarsdoorsnede van 1 m breedte (*loodrecht op het vlak van tekening*) noemen we q_x; het is het debiet (m^3d^{-1}) per meter, de dimensie is derhalve m^2d^{-1}. Per tijdstap moet minus de richtingsafgeleide van q_x maal Δx plus het accres $R\Delta x$ gelijk zijn aan de verandering van de berging in het controlevolume:



Figuur 7.7-1 Continuïteit in een controlevolume $h\Delta x$.

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}\Delta x + R\Delta x = S_y\frac{\partial h}{\partial t}\Delta x \tag{7.7-1}$$

Merk op dat we voor de bergingscoëfficiënt S_y gebruiken. Omdat q_x gelijk is aan v_x maal h, krijgen we na differentiëren van dat product en na delen door Δx:

$$-v_x\frac{\partial h}{\partial x} - h\frac{\partial v_x}{\partial x} + R = S_y\frac{\partial h}{\partial t} \tag{7.7-2}$$

Invullen van de wet van Darcy geeft:

$$kh\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + R = S_y\frac{\partial h}{\partial t} \tag{7.7-3}$$

Dit is de differentiaalvergelijking die Dupuit-stroming onder een vrije waterspiegel beschrijft. Het is een partiële, *niet-lineaire* differentiaalvergelijking omdat de afhankelijke variabele h voorkomt in machten anders dan één. Een analytische oplossing is in het algemeen moeilijk te vinden. Een lineaire differentiaalvergelijking oplossen is meestal minder moeilijk. We proberen daarom of de vergelijking kan worden "gelineariseerd"[1]. In dit geval kunnen we dat bereiken door de totale doorstroomde dikte van het watervoerende pakket (h) als een constante te beschouwen. Dat is geoorloofd als de dikte

[1] In opgave 7.6.2. hebben we de stationaire vergelijking gelineariseerd door h^2 als onbekende variabele te beschouwen.

groot is ten opzichte van de veranderingen van h. We kunnen dan, in de eerste term, in plaats van h als benadering *de gemiddelde doorstroomde dikte* $\bar{h}$ invoeren, en de som van $h\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ en $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2$ $(= \frac{\partial}{\partial x}(h\frac{\partial h}{\partial x}))$ vervangen door $\bar{h}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$. Door deze vervanging wordt bij de oplossing van de differentiaalvergelijking (is integratie) slechts een kleine fout gemaakt. Noemen we de gemiddelde doorstroomde dikte D, dan wordt vergelijking (7.7-3):

$$kD\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + R = S_y\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (7.7\text{-}4)$$

Ook de analytische oplossing van vergelijking (7.7-4) is verre van eenvoudig en uiteraard afhankelijk van de randvoorwaarden. Een niet-stationaire stroming in de situatie van figuur 7.6-3 is voor eenvoudige randvoorwaarden onder andere opgelost door Dumm-Glover (1954) en Kraijenhoff-Van de Leur (1958). Een numerieke oplossing is, ook bij minder eenvoudige randvoorwaarden, in het algemeen goed mogelijk en eenvoudig te programmeren (zie Koopmans, 1986). De redenering die leidt tot vergelijking (7.7-4) kan ook worden toegepast op (gedeeltelijk) afgesloten grondwater. De doorstroomde dikte D is dan niet gelijk aan de gemiddelde stijghoogte, maar wordt uitsluitend bepaald door de geologie. Bovendien heeft S nu de reguliere betekenis, namelijk die van de bergingscoëfficiënt (dimensieloos), die aangeeft hoeveel m^3 water vrijkomt of geborgen kan worden per m^2 (in een kolom verzadigde grond van 1 m^2 over de gehele dikte van het pakket) bij een verandering van de stijghoogte van 1 m.[1)] Is er voeding aan de boven- én onderzijde, dan wordt de vergelijking:

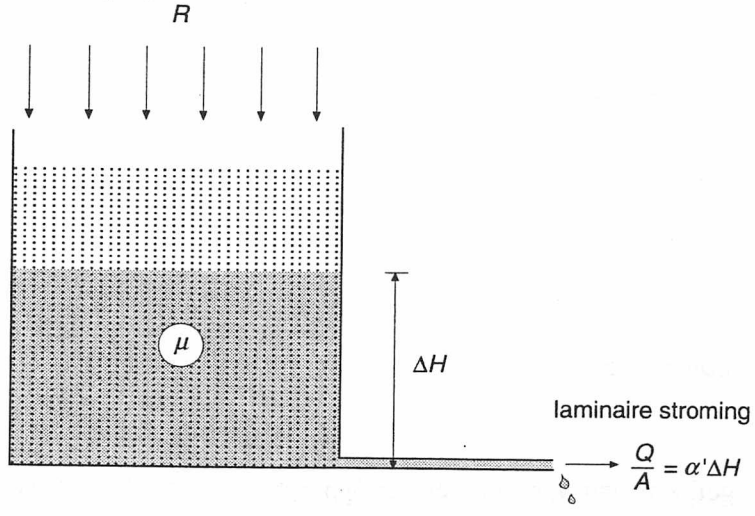
$$kD\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + R + W = S\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (7.7\text{-}6)$$

waarin D de lokale dikte is van de watervoerende laag. De voeding R aan de bovenzijde kan, evenals de voeding W aan de onderzijde, een functie zijn van de stijghoogte indien we te maken hebben met gedeeltelijk afgesloten grondwater. In dat geval wordt de voeding bepaald door het stijghoogteverschil over en de weerstand van de semi-doorlatende laag. Uiteraard kan zo'n situatie zich ook aan de onderzijde voordoen.

1) Omdat bij de toepassing van het continuïteitsbeginsel aangenomen werd dat ρ = constant, moeten we ons voorstellen dat de extra ruimte ontstaat door het opslaan of vrijkomen van gassen volgens de wet van Henry.

7.7.2 Berekening met behulp van een analoog model

Willen we alleen de afvoer berekenen dan kan ook een ander model uitkomst bieden, met name een analoog model waarin de stroming in deze situatie wordt vergeleken met het leeglopen van een reservoir door een dun buisje, zie figuur 7.7-2. Het reservoir vertegenwoordigt de berging in de grond boven het peil in de sloten, de laminaire stroming in het buisje simuleert de Dupuit-stroming door een bodemlaag van constante dikte D. Bij laminaire stroming door een buisje van gegeven lengte, is het debiet volgens de wet van Hagen-Poisseuille (1839) recht evenredig met het stijghoogteverschil ΔH (zie bijvoorbeeld Resnick, Halliday en Krane, 1992, Koopmans, 2000b). Uit vergelijking (7.6-10) volgt dat, bij grondwaterstroming met een vrije grondwaterspiegel, het debiet dat de sloten instroomt (*LR) niet* recht evenredig is met m_0, maar bij verwaarlozing van de tweede term is dat wél het geval. Het model is dus gebaseerd op de aanname dat de tweede term in vergelijking (7.6-10) klein is ten opzichte van de eerste term. Omdat de afvoer (Q) een lineaire functie is van de oorzakelijke variabele, in dit geval de hoogte van de waterspiegel, noemen we dit een *lineair reservoir*.



Figuur 7.7-2 Model voor de stroming naar evenwijdige leidingen.

Als Q recht evenredig is met ΔH, kunnen we de afvoer per oppervlakte eenheid van het reservoir schrijven als:

$$a = \frac{Q}{A} = \alpha' \, \Delta H \qquad (7.7\text{-}7)$$

Zonder voeding zal de stroming met de tijd afnemen en tenslotte tot nul naderen: de berging in het reservoir wordt daarbij eveneens steeds kleiner. Als er een constante neerslag R (md^{-1}) op het reservoir valt, dan zal er uiteindelijk een stationaire situatie ontstaan. Bij een wisselende neerslag ($R(t)$) blijft de stroming niet-stationair. Kiezen we de onderzijde van het reservoir als referentieniveau dan is $\Delta H = h$. Toepassing van het continuïteitsbeginsel (*in - uit* = Δ *berging*) voor een heel kleine tijdstap dt geeft de volgende vergelijking:

$$R\,\mathrm{d}t - \alpha' h\,\mathrm{d}t = S\mathrm{d}h \tag{7.7-8}$$

Scheiding van de variabelen leidt tot:

$$\mathrm{d}t = S\frac{\mathrm{d}h}{R - \alpha' h} \tag{7.7-9}$$

De oplossing van (7.7-9) is:

$$t = -\frac{S}{\alpha'}\ln(R - \alpha' h) + constante\,1 \tag{7.7-10}$$

of:

$$\alpha' h = R - constante\,2 \times \mathrm{e}^{-\frac{\alpha' t}{S}} \tag{7.7-11}$$

Aangezien $\alpha' h$ gelijk is aan a, de afvoer per oppervlakte-eenheid, geeft vergelijking (7.7-11) de waarde van de afvoerintensiteit. *Constante 2* vinden we door invullen van de randvoorwaarde ($t = 0$, $a = a_0$), zodat de afvoer op ieder tijdstip t berekend kan worden uit:

$$a(t) = R - (R - a_0)\,\mathrm{e}^{-\frac{\alpha' t}{S}} \tag{7.7-12}$$

$$a(t) = a_0\,\mathrm{e}^{-\alpha t} + R(1 - \mathrm{e}^{-\alpha t}) \tag{7.7-13}$$

mits de afvoer a_0 op $t = 0$ bekend is.

Vergelijking (7.7-13) beschrijft de afvoer uit een "lineair reservoir" als functie van t. We zien dat de afvoer afhankelijk is van R, a_0 en de reactieconstante α. In de grondwaterhydrologie staat dit bekend als de formule van De Zeeuw en Hellinga (1958). De betekenis van de symbolen is:

$a(t)$ =	afvoerintensiteit als $t = t$	(m d^{-1})
a_0 =	afvoerintensiteit als $t = 0$	(m d^{-1})
R =	constante neerslagintensiteit	(m d^{-1})
α =	reactiefactor = $\frac{\alpha'}{S}$	(d^{-1})

Hoewel vergelijking (7.7-13) werd afgeleid voor een gestage constante regenintensiteit R, kan zij ook worden gebruikt om de afvoer als gevolg van een wisselend neerslagpatroon te berekenen. Als de neerslag per tijdstap gegeven is, bijvoorbeeld per dag, kan men dit het beste doen door de vergelijking stap-voor-stap toe te passen. Voor iedere volgende tijdstap is a_0 dan de afvoer van de vorige tijdstap en is t gelijk aan de lengte van de tijdstap Δt (1 dag).

Voor een gedraineerd perceel kan men de reactieconstante α berekenen uit de onderlinge afstand van de drains of sloten, de bergingscoëfficiënt (de opbrengstcoëfficiënt) én het doorlaatvermogen (kD) van de bodemlaag (zie collegedictaat *Vloeistofmechanica en grondwaterstroming*, 2000). In hoofdstuk 10 wordt vergelijking (7.7-13) gebruikt om de afvoer uit stroomgebieden te voorspellen.

Opgaven

7.7.1. Controleer of vergelijking 7.7-4 voor stationaire stroming dezelfde is als de vergelijking die in opgave 7.6.3. ~~wordt gevraagd~~.

7.7.2. Voor een gedraineerd perceel verloopt de voeding van het grondwater volgens de onderstaande tabel.

t (d)	R (m)	t(d)	R (m)
1	0.012	6	0.005
2	0.007	7	0.006
3	0.018	8	0.000
4	0.010	9	0.000
5	0.003	10	0.000

De reactieconstante $\alpha = 0.1$ en a_0 = nul Bereken de afvoer van de drains als functie van t. Gebruik een zakrekenmachientje of een 'spreadsheet'.

7.7.3. Bij een meting van de doorlatendheid met de opstelling van figuur 6.5-1 (blz. 120) hebben we op twee tijdstippen t_1 en t_2 de bijbehorende stijghoogteverschillen ΔH_1 en ΔH_2 afgelezen. Vind de

formule voor de berekening van de doorlatendheid. Aanwijzing: De hoeveelheid water (dQ) die gedurende een tijdstap dt aan de onderzijde uit de kolom stroomt, is gelijk aan $-A\frac{\mathrm{d}\Delta H}{\mathrm{d}t}$.

7.8 Literatuur grondwater

Beers, W.J.F. van, 1958. The auger hole method. Bull. No. 1. International Inst. for Land Reclamation and Improvement, Wageningen. 32 p.

Comm. Hydrol. Onderz.-TNO, 1964. Steady flow of groundwater towards wells. Proc. and Inf. 10.

Comm. Hydrol. Onderz.-TNO, 1986. Verklarende hydrologische woordenlijst. Rapporten en nota's, 16.

Cultuurtechnisch Vademecum, 1988. Cultuurtechnische Vereniging, Utrecht.

Dufour, F.C., 1998. Grondwater in Nederland. Ned. Inst. v. Toegepaste Geowetenschappen TNO - Delft.

Dumm, L.D., 1954. Drain spacing formula. Agr. Eng. 35: 726-730.

Duijvenbooden, W. van, 1989. De kwaliteit van het grondwater in Nederland. R.I.V.M. Rapport nr. 7288820001.

Ernst, L.F., 1950. A new formula for the calculation of the permeability factor with the auger hole method. T.N.O. Groningen. Translated from Dutch by H. Bouwer, Cornell, Univ., Ithaca, N.Y. 1955.

Fahmy, M.I., 1961. The influence of clay particles on the hydraulic conductivity of sandy soils. Proefschrift LH, Wageningen.

Groen, J.A., 1978. Eén cent per emmer: het Amsterdamse drinkwater door de eeuwen heen. Gemeentewaterleiding, Amsterdam.

Hooghoudt, S.B., 1934. Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond. Versl. Landbouwk. Onderz. No. 40B, deel 2: 215-345. 's-Gravenhage.

Hooghoudt, S.B., 1936. Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond. Versl. Landbouwk. Onderz. No. 42(13)B, deel 4: 449-541. 's-Gravenhage.

Hooghoudt, S.B., 1940. Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond.nd. Versl. Landbouwk. Onderz. No. 46(14)B, deel 7: 515-707. 's-Gravenhage.

Koopmans, R.W.R., 1986. Numerieke oplossingen van grondwaterstromingen. Collegedictaat LUW, nr. 06140810, (herziene uitgave 1994).

Koopmans, R.W.R., 2000a. Grondwaterstroming en -kwaliteit. Collegedictaat UW, nr. 06141408.

Koopmans, R.W.R., 2000b. Vloeistofmechanica en grondwaterstroming. Collegedictaat UW, nr. 06141005.

Koorevaar, P., G. Menelik en C. Dirksen, 1983. Elements of soil physics. Elsevier, Amsterdam.

Kozeny, J., 1933. Ueber bodendurchlässigkeit. Zeitschr. für Pflanzenernährung, A28: 54-60.

Kraijenhoff van de Leur, 1958. A study of non-steady groundwaterflow with special reference to a reservoir coefficient. De Ingenieur, 70: B87-B94.

Kruseman, G.P. en N.A. de Ridder, 1991. Analysis and evaluation of pumping test data. ILRI Bull. 47, Wageningen.

Luthin, J.W., 1957. Drainage of agricultural lands, Amer. Soc. of Agronomy, Madison, Wisconsin.

Luthin, J.W., and D. Kirkham. 1949. A piezometer method for measuring permeability of soil in situ below a water table. Soil Sci. 68: 349-358.

Olenick, R.P., T.M. Apostol en D.L. Goodstein, 1985. The Mechanical Universe. Cambridge Univ. Press, Cambridge. In het Nederlands vertaald en uitgegeven door Stichting Teleac, 1989, onder de titel *Klassieke Mechanica.*

Remson, I., G.M. Hornberger en F.J. Molz, 1971. Numerical methods in subsurface hydrology. Wiley-Interscience, New-York.

Resnick, R., D. Halliday en K.S. Krane, 1992. Physics, deel I, 4de editie. Wiley and Sons, New-York.

Torfs, P.J.J.F., 1994. Eindige elementen in de hydrologie. Collegedictaat Landbouwuniversiteit, Wageningen.

Verruijt, A., 1970, 1984. Theory of groundwater flow (1st and 2nd ed.). MacMillan, New York, N.Y.

Zeeuw, J.W. de, en F. Hellinga, 1958. Neerslag en afvoer. Landbouwkundig Tijdschrift 70: 405 - 422.

8 BODEMVOCHT

8.1 Water in de onverzadigde zone

Voordat regen- of irrigatiewater zich voegt bij het grondwater, doorloopt het de onverzadigde zone waar de poriën zijn gevuld met water én lucht. Als gevolg van de krachten die op de vloeistof worden uitgeoefend door de vaste fase, blijft er ná het uitzakken een hoeveelheid water achter in de kleinere poriën. Dit is het zogenaamde *bodemvocht*. De vaste fase noemen we ook wel de *bodemmatrix*. De aard van de bindingskrachten tussen bodemmatrix en bodemvocht wordt behandeld in het college Inleiding Bodemkunde. Zij kunnen worden toegeschreven aan:

- adhesiekrachten tussen moleculen in de vloeibare en in de vaste fase (de zogenaamde van der Waals krachten);
- capillaire binding als gevolg van de cohesie- en adhesiekrachten;
- osmotische krachten, die ontstaan door de aanwezigheid van een overmaat aan kationen (ten opzichte van de evenwichtsoplossing) in de zogenaamde dubbellaag.

Indien de som van bindingskrachten in de positieve, verticale richting gelijk is aan de zwaartekracht, die in de negatieve z-richting op een waterdeeltje werkt, dan vindt geen verdere uitzakking plaats.

Gewassen onttrekken water aan de onverzadigde zone. De wortels zijn in staat een zodanig lage waterpotentiaal te ontwikkelen, dat het water uit de grond in de wortels stroomt. Voor het functioneren van plantenwortels is de aanwezigheid van zuurstof noodzakelijk, zodat wateropname direct uit de verzadigde zone vrijwel niet plaats vindt. Een uitzondering vormen moerasplanten (o.a rijst!) die inwendige luchtkanalen bezitten. Indirect kan echter wel water worden onttrokken uit de verzadigde zone, doordat als gevolg van potentiaalverschillen grondwater capillair opstijgt. We spreken dan van nalevering van grondwater.

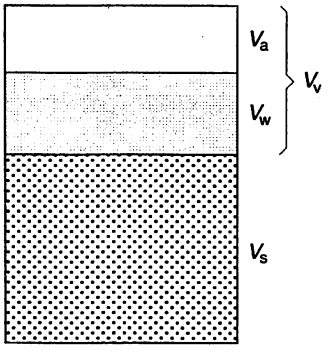
In een volume bodem V, bestaat een deel uit vaste fase (V_s) en het overige deel uit poriën (V_v), (zie figuur 8.1-1). Van het poriënvolume is een gedeelte gevuld met water (V_w) en het resterende deel met lucht (V_a). Voor de beschrijving van de fasenverdeling wordt gebruik gemaakt van de volgende begrippen:

Porositeit of poriënfractie: $$n = \frac{V_v}{V} \qquad (8.1\text{-}1)$$

Volumefractie water: $$\theta = \frac{V_w}{V} \qquad (8.1\text{-}2)$$

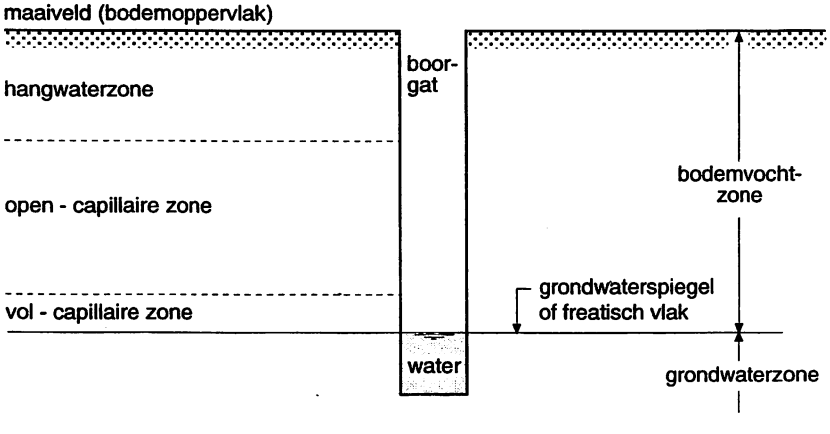
Verzadigingsgraad: $$S_e = \frac{V_w}{V_v} \quad (8.1\text{-}3)$$

Hieruit volgt: $$\theta = nS_e \quad (8.1\text{-}4)$$



Figuur 8.1-1 Schema van de volumeverdeling over de drie fasen.

Bij de beschrijving van bodemvocht in zanden wordt onderscheid gemaakt tussen een aantal zones, al naar gelang de hoeveelheid water die terplekke aanwezig is. Vanaf het freatisch vlak naar boven gaande, worden achtereenvolgens de vol-capillaire zone, de open-capillaire zone en de hangwater zone onderscheiden, zie figuur 8.1-2.



Figuur 8.1-2 Schematische indeling van de onverzadigde zone.

In de vol-capillaire zone zijn alle poriën gevuld met water, maar de absolute waterdruk is (in tegenstelling tot het grondwater) kleiner dan de atmosferische druk, de relatieve druk is dus negatief. In de open-capillaire zone is een deel van de poriën gevuld met lucht, maar het water vertoont nog

samenhang, zowel onderling als via de vol-capillaire zone met het grondwater. Bij onttrekking door wortels is dus nalevering mogelijk. In de hangwater zone is het grootste deel van de poriën gevuld met lucht, het water is als een film op de gronddeeltjes aanwezig, waardoor bij onttrekking weinig nalevering meer vanuit het grondwater kan plaatsvinden. In het veld zijn de grenzen meestal vaag en soms moeilijk vast te stellen. In kleigronden zijn de overgangen meestal zo geleidelijk, dat indeling in zones weinig zin heeft.

8.2 De potentiaal van bodemvocht

De potentiaal van bodemvocht in een punt is op dezelfde wijze gedefinieerd als de potentiaal van grondwater, dat wil zeggen: de hoeveelheid arbeid die per kg moet worden verricht om een zeer kleine massa vanuit een referentietoestand te verplaatsen naar dat punt. In hoofdstuk 6 werd de resultante van de zwaartekracht en de drukkracht aangewezen als de oorzaak van stroming in de verzadigde zone. In de onverzadigde zone spelen behalve de zwaartekracht en de drukkracht ook de matrixkrachten een rol. Matrixkrachten binden het water aan de vaste fase en hebben een lokaal karakter. Omdat de matrixkrachten het water binden aan de bodemdeeltjes is de arbeid, die moet worden verricht om water vanuit de referentietoestand op gelijke plaatshoogte te injecteren, negatief (zie paragraaf 6.3.2). Het water wordt als het ware spontaan de grond ingezogen. Het effect van de matrixkrachten is dus hetzelfde als dat van een negatieve druk in het bodemvocht. Omdat de uitwerking van de afzonderlijke matrixkrachten op het water niet apart kan worden gemeten, wordt altijd het totale effect, de zogenaamde *matrixpotentiaal*, bepaald. Dit gebeurt door het drukhoogteverschil te meten tussen het bodemvocht en water buiten de grond dat in evenwicht is met het bodemvocht (zie figuur 8.2-1 en figuur 8.2-2). De referentietoestand voor de matrixkrachten (het nulniveau) is gelegen op relatief grote afstand van het grensvlak met de vaste fase. In de definitie van de stijghoogte moet nu in plaats van de drukhoogte gesproken worden van de matrixdrukhoogte h_m, *die zich laat meten als een negatieve drukhoogte* h_p.

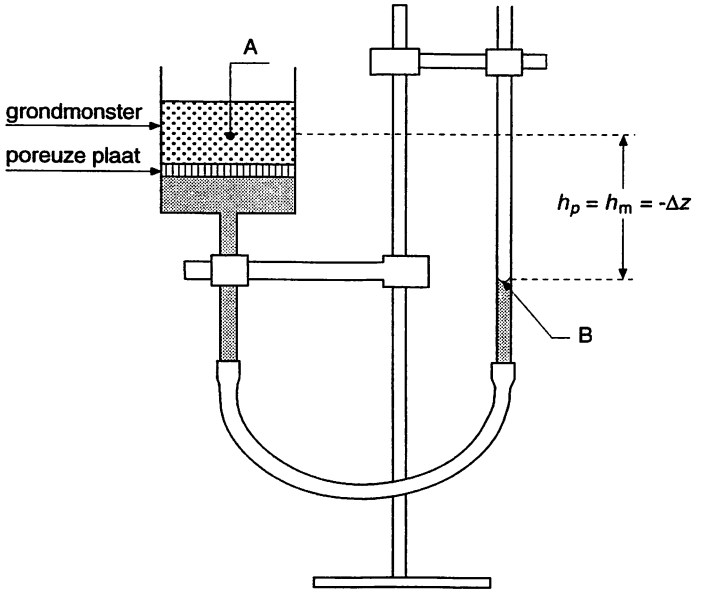
In een grondmonster dat via een poreuze plaat in evenwicht verkeert met een kolom water (zie figuur 8.2-1) bestaat de potentiaal van het bodemvocht in punt A uit de som van de componenten z_A en $h_{m,A}$. De stijghoogte van het water in punt B is $H_B = z_B + h_{p,B} = z_B + 0$. Bij evenwicht is $H_A = H_B$ dat wil zeggen:

$$z_A + h_{m,A} = z_B \quad \text{of} \quad h_{m,A} = z_B - z_A = -\Delta z \tag{8.2-1}$$

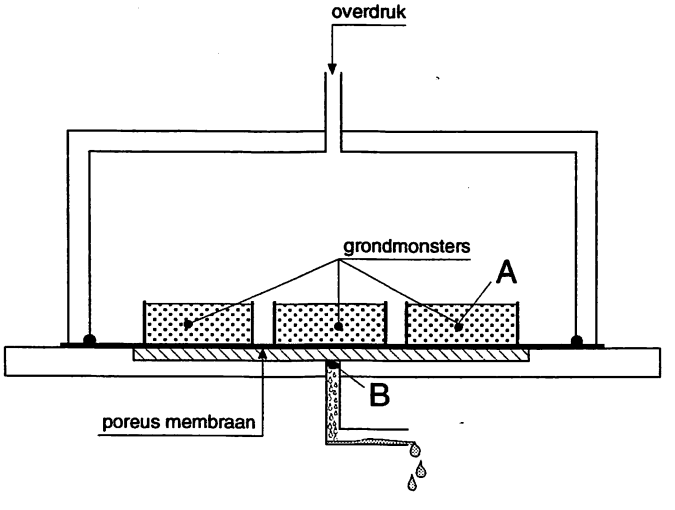
In een grondmonster dat zich bevindt in een *pF*-pers (figuur 8.2-2), kan de stijghoogte van het

bodemvocht worden beschreven als de som van de componenten z, h_m en h_{pe}, waarbij de laatste component het gevolg is van de extern aangelegde luchtdruk boven p_{atm}. Indien het bodemvocht bij A in evenwicht is met vrij uittredend water bij B, geldt dus:

$$z_A + h_{pe} + h_{m,A} = z_B \qquad (8.2\text{-}2)$$



Figuur 8.2-1 Grondmonster in statisch evenwicht met een waterkolom.



Figuur 8.2-2 Grondmonster in een pF pers (naar Koorevaar et al, 1983).

Aangezien voor een dun monster het verschil van de zwaartekrachtcomponenten, z_A - z_B, verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de overige twee, geldt bij benadering:

$$h_m = - h_{pe} \tag{8.2-3}$$

De matrixdrukhoogte is dus gelijk aan minus de drukhoogte van de externe luchtdruk (p_{ext} - p_{atm}) die op het monster wordt gezet.

In een bodem in het veld ligt het nulpunt voor de drukhoogte bij het freatisch niveau ($p = 0$), het is dus logisch ook het nulpunt voor de hoogte z bij dit niveau te kiezen, zodat ook z daar nul is.
Uit het voorgaande volgt voor de stijghoogte in een punt A in de onverzadigde zone:

$$H_A = z_A + h_{m,A} \tag{8.2-4}$$

waarin z_A de verticale coördinaatafstand is van punt A.
Meting van de stijghoogte in het veld kan geschieden:

- met een tensiometer, die directe aflezing van de lokale drukhoogte h_m mogelijk maakt;
- via bepaling van het vochtgehalte en gebruik van de (bekende) *pF* curve.

Deze methoden worden nader toegelicht in het practicum Bodemnatuurkundige meetmethoden (Dirksen, 1996).

8.2.1 Het verband tussen de pF en het vochtgehalte

De matrixdrukhoogte loopt van 0 tot circa -10^5m, voor de overzichtelijkheid verdient een logaritmische schaal daarom de voorkeur. Omdat men vroeger het centimeter-gram-seconde stelsel gebruikte is de meest gangbare maat voor de energietoestand van het bodemvocht nog steeds gebaseerd op de cm als lengte eenheid. De *pF* is gedefinieerd als:

$$pF = {}^{10}\log \frac{|h_m|}{\text{cm}} \tag{8.2-5}$$

$\frac{|h_m|}{\text{cm}}$ betekent: het getal dat aangeeft hoe groot de absolute waarde van h_m in cm is. De logaritme kan namelijk alleen worden genomen van een (positief) getal.

De *pF* schaal loopt van $pF = -\infty$ tot $pF = +7$, zie tabel 8.2-1.

Tabel 8.2-1 De *pF* schaal.

pF	drukhoogte h_m	toestand grond
$-\infty$	0 cm	verzadigd
0	-1 cm	zeer nat
1	-10 cm	nat
2	-1 m	veldcapaciteit
3	-10 m	kieming vertraagd
4	-100 m	groei vertraagd
4.2	-160 m	verwelkingspunt
5	-1 km	luchtdroog
6	-10 km	
7	-100 km	stoofdroog

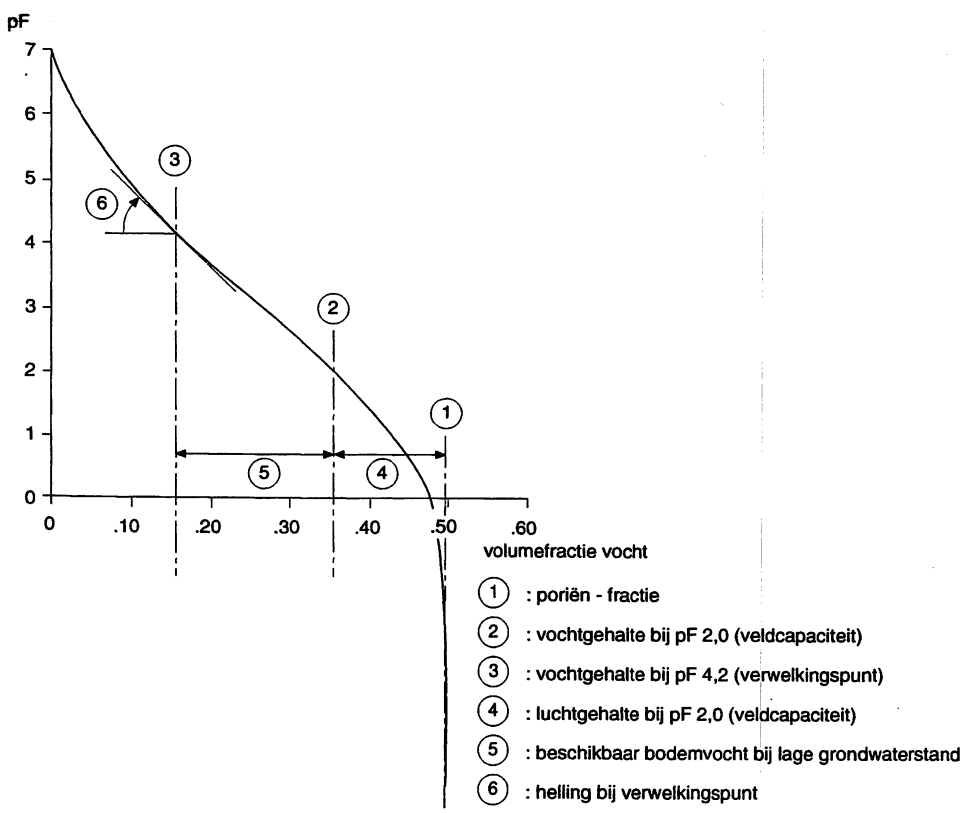
- Freatisch vlak: $h_m = 0$; $pF = -\infty$.
- 1 cm boven freatisch vlak, in evenwichtstoestand:
  $h_m = -1$ cm; $pF = 0$.
- 1 m boven freatisch vlak, in evenwichtstoestand:
  $h_m = -100$ cm; $pF = 2$.
- $pF = 2$ komt overeen met de voorjaarstoestand in Nederlandse gronden en ook ongeveer met de toestand waarin - na regen of irrigatie - de grond verkeert als het weinig gebonden water onder invloed van de zwaartekracht is weggezakt. Men noemt deze toestand (na bevochtigen en uitzakken) de *veldcapaciteit* (Engels: field capacity). Deze is in Nederland gedefinieerd als $pF = 2.0$, elders ook wel als $pF = 2.2$. Boven deze waarden is de beweging van het bodemvocht nog slechts zeer langzaam.
- Hoger boven het freatisch vlak treedt daarom zelden evenwicht met het grondwater op. Enige tijd na bevochtiging is de grond op veldcapaciteit; onttrekken de planten daarna vocht, dan zal de pF oplopen tot boven de evenwichtswaarde.
- Boven $pF = 3.0$ wordt zowel de kieming van zaden als de groei van gewassen vertraagd.
- Ongeveer bij $h_m = -16.000$ cm, $pF = 4.2$, kunnen de planten geen vocht meer opnemen en verwelken zij. Het *verwelkingspunt* is gedefinieerd door $pF = 4.2$ (planten vertonen echter een verwelkingstraject, dat voor verschillende plantensoorten enigszins verschilt).
- De grond kan verder aan de lucht uitdrogen tot $pF = 5$ à 6 (luchtdroge grond).
- Stoofdroge grond (gedroogd bij 105 °C) heeft $pF = 7.0$.
- Voor zoute gronden treden complicaties op, doordat dan de bijdrage van de osmotische potentiaal niet meer mag worden verwaarloosd.

De grafische weergave van de relatie tussen *pF* en het bijbehorende volumefractie vocht, meestal aangeduid met θ, is de *pF*-curve, ook wel vocht- of waterretentiekarakteristiek genoemd.

Het verband is echter niet eenduidig, bij uitdroging wordt een andere curve gevonden dan bij bevochtiging. Dit verschijnsel staat bekend als hysterese, de achtergronden hiervan worden behandeld in het college Bodemnatuurkunde (Koorevaar, Menelik en Dirksen, 1983). Wanneer we spreken over "de *pF*-curve" wordt stilzwijgend de curve bedoeld die wordt verkregen bij uitdroging. Ook voor de bepalingsmethoden van de vochtkarakteristiek wordt verwezen naar de Bodemnatuurkunde.

8.2.2 De beschikbare hoeveelheid vocht

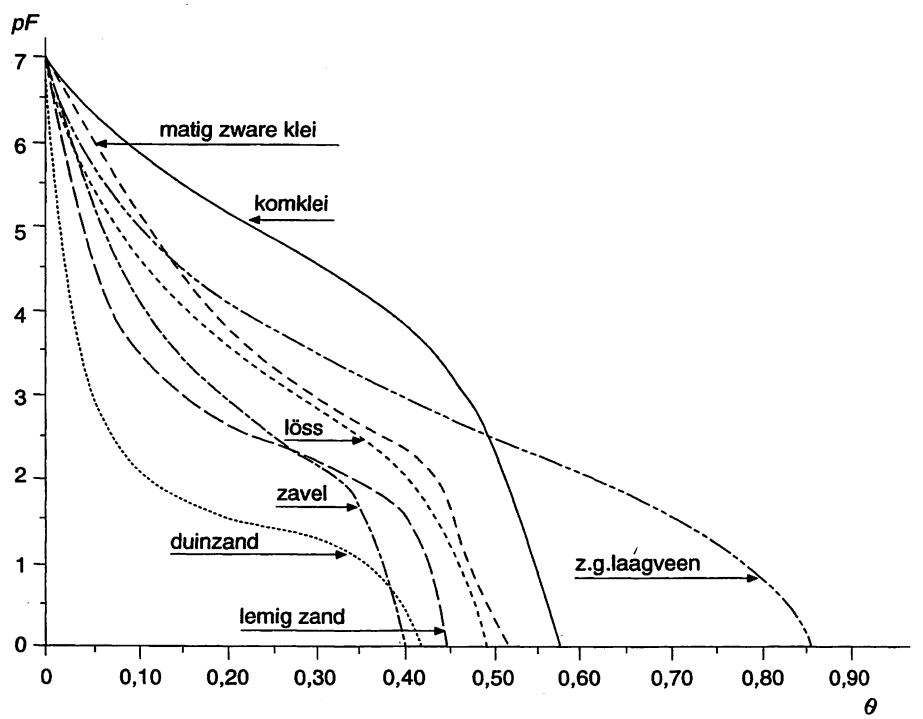
Men kan uit de *pF*-curve een aantal bijzondere kenmerken voor de betreffende bodem afleiden die voor de agrohydrologie van belang zijn (zie figuur 8.2-3):



Figuur 8.2-3 Karakteristieke kenmerken van de *pF*-curve.

1. De poriënfractie n, door extrapolatie van de curve naar $pF \rightarrow -\infty$.
2. De volumefractie vocht, θ, bij veldcapaciteit ($pF = 2.0$).
3. De volumefractie vocht bij verwelkingspunt ($pF = 4.2$).

4. Het luchtgehalte bij veldcapaciteit. Bij sommige kleien is dat erg klein, waardoor de luchtvoorziening van wortels in natte tijden onvoldoende kan zijn. Ook wijst dit op een geringe verzadigde doorlatendheid.
5. De voor de plant beschikbare hoeveelheid vocht bij lage grondwaterstand (tussen pF = 2.0 en pF = 4.2). Ruwweg de helft hiervan is "gemakkelijk opneembaar". Bij zuiver zand is de hoeveelheid beschikbaar vocht klein en ook bij zware kleigronden is deze hoeveelheid nogal beperkt. Humeus zand, zavel, lichte klei en vooral veen, kunnen veel meer water afstaan aan de plant, zie figuur 8.2-4.
6. De helling van de curve over het traject pF = 3.0 naar pF = 4.2. Is deze steil, dan treedt verdroging plotseling op (zand), is deze flauw, dan veel geleidelijker.



Figuur 8.2-4 pF curven voor verschillende grondsoorten (naar Koorevaar, Menelik en Dirksen, 1983).

Bij klei en veen is bij het verwelkingspunt nog een vrij grote hoeveelheid bodemvocht aanwezig, maar dit vocht is niet opneembaar voor de plant.

De hoeveelheid water, beschikbaar tijdens droge perioden, hangt af van de grondsoort (pF-curve!) en de bewortelingsdiepte (figuur 8.2-4 en tabel 8.2-2).

Tabel 8.2-2 De hoeveelheid beschikbaar vocht in mm per 10 cm laagdikte voor enkele Nederlandse grondsoorten.

Zand, duinzand	5
Zand, fijn, humusarm, leemarm	12
Zand, fijn, humeus, lemig (oud bouwland)	20
Zavel, matig humusarm, kalkrijk	22
Klei, humusarm, zwaar	18
Leem, matig humusarm (löss)	25
Veen	30-50

Om de totale hoeveelheid beschikbaar vocht nauwkeurig te kunnen berekenen, is het wenselijk van verschillende lagen van een profiel *pF*-curven te bepalen. In West-Europa zijn gronden met 200 mm beschikbaar vocht weinig gevoelig voor droogte, ook bij diepe grondwaterstand. Gronden met 50 mm beschikbaar vocht zijn zeer gevoelig voor droogte, dit komt voor bij lichte zand- en zware kleigronden.

In drogere klimaten zijn deze verschillen van minder direct belang: alle gronden vertonen droogteverschijnselen. Bij irrigatie of beregening dient men weer water te verstrekken als ongeveer de helft van het beschikbare bodemvocht is verbruikt. Dit leidt op weinig vochthoudende grond tot frequente kleine watergiften; op goed vochthoudende grond kan met minder frequente, maar grotere giften worden volstaan.

Opgaven

8.2.1. Hoe kunnen de hoeveelheden beschikbaar vocht vermeld in tabel 8.2-2, worden berekend uit de *pF* curve?

8.3 De beweging van bodemvocht

8.3.1 De doorlatendheid in onverzadigde grond

De beweging van water in de onverzadigde zone is een laminaire stroming die op macroscopische schaal kan worden beschreven met de wet van Darcy:

$$v = -k(\theta)\nabla H \qquad (8.3\text{-}1)$$

∇H is de gradiënt van H (zie paragraaf 6.4), het is de vectorsom van de drie partiële afgeleiden. In tegenstelling tot de doorlatendheid in verzadigde grond is de doorlatendheid in onverzadigde grond

niet constant, maar hangt sterk af van de volumefractie vocht θ. De verklaring hiervoor is dat in een verzadigde grond álle poriën gevuld zijn met water en in een onverzadigde grond slechts een deel van de poriën. In een verzadigde grond is de gemiddelde fractie van een doorsnede die beschikbaar is voor watertransport constant, terwijl in een onverzadigde grond de beschikbare fractie een functie is van de verzadigingsgraad S_e.

De doorlatendheid is weliswaar in eerste instantie een functie van het vochtgehalte θ, maar door de relatie die bestaat tussen vochtgehalte en matrixdrukhoogte, kan de doorlatendheid ook gegeven worden als een functie van de matrixhoogte h_m. In plaats van $k(\theta)$ kan men dus ook schrijven: $k(h_m)$, zodat de wet van Darcy in onverzadigde grond kan worden geschreven als:

$$v = -k(h_m)\nabla(h_m + z) \qquad (8.3\text{-}2)$$

Voor het berekenen van de fluxdichtheid is het noodzakelijk de relatie tussen doorlatendheid en vochtgehalte te kennen. In tegenstelling tot de doorlatendheidsbepaling in verzadigde grond moeten we hiervoor een reeks van metingen uitvoeren. Voor een bespreking van enkele methoden wordt verwezen naar het practicum Bodemnatuurkundige meetmethoden (Dirksen, 1996).

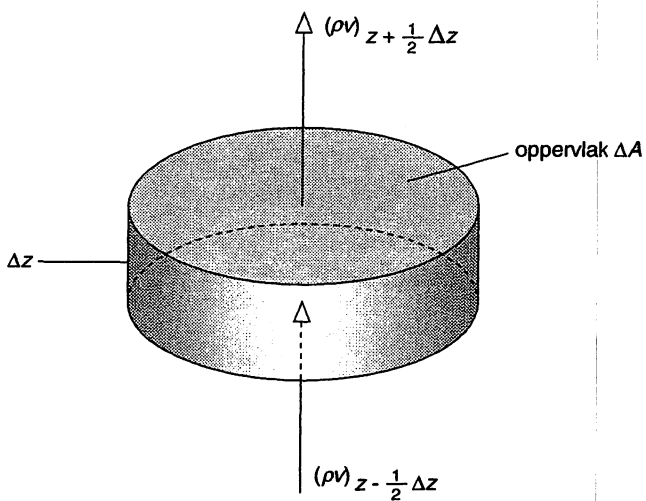
In het verleden heeft men vaak geprobeerd analytische beschrijvingen te vinden voor het verband tussen $k(h_m)$ en h_m. Zulke functies kunnen dan worden toegepast bij de berekening van stroming in de onverzadigde zone. Sinds de zeventiger jaren wordt echter meer gebruik gemaakt van numerieke wiskundige technieken voor de oplossing van de stromingsvergelijking (zie paragraaf 8.3.2) en kan men volstaan met de tabellarische weergave van de meetresultaten, de tussenliggende waarden worden dan door interpolatie berekend (Wösten, Bannink en Beuving, 1987).

8.3.2 De differentiaalvergelijking voor onverzadigde stroming

De beschikbaarheid van water is van groot belang voor de groei van een gewas. Bij de simulatie van landbouwproductie spelen daarom agrohydrologische modellen waarin het watertransport naar de wortelzone wordt berekend, een belangrijke rol. In grote delen van Nederland ligt het freatisch vlak dicht bij het maaiveld; er is dan nalevering van vocht uit het grondwater mogelijk via capillaire opstijging naar de wortelzone. Deze stroming wordt in de gangbare modellen geschematiseerd tot een verticale beweging.

Evenals bij de stroming van grondwater vinden we de algemene differentiaalvergelijking voor onverzadigde stroming door het continuïteitsbeginsel te combineren met de wet van Darcy. *De procedure verloopt geheel analoog aan die in paragraaf 7.2.* Dat wil zeggen, we stellen de netto

massaflux die het controlevolume ingaat gelijk aan de verandering van de hoeveelheid massa in het controlevolume. Omdat nu alleen stroming in de z- richting wordt aangenomen, bezien we een controlevolume $\Delta A\ \Delta z$, zie figuur 8.3-5.



Figuur 8.3-5 Verticale stroming door een controlevolume.

De netto massaflux die het controlevolume binnenstroomt gedurende een kleine tijdstap Δt, is gelijk aan:

$$-\left(\frac{\partial \overline{\rho v_z}}{\partial z}\right)\Delta A \Delta z \Delta t \quad .$$

en de verandering van de hoeveelheid massa in het controlevolume is gelijk aan:

$$\frac{\partial \overline{\theta \rho}}{\partial t}\Delta A \Delta z \Delta t \qquad (8.3\text{-}3)$$

De uitdrukking (8.3-3) geeft de verandering van de hoeveelheid water in het onverzadigde controlevolume tijdens een tijdstap Δt, net als vergelijking (7.2-6) dat doet voor een verzadigde grond. In verzadigde grond is de volumefractie water gelijk is aan de poriënfractie n, die meestal als constant wordt beschouwd. In onverzadigde grond is de volumefractie θ afhankelijk van de drukhoogte en alleen in stationaire situaties constant.

De eendimensionale continuïteitsvergelijking kan worden samengevat tot:

$$\frac{\partial \theta \rho}{\partial t} = - \frac{\partial \rho v}{\partial z} \tag{8.3-4}$$

en indien de dichtheid als constant mag worden beschouwd:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial v}{\partial z} \tag{8.3-5}$$

Combinatie met de wet van Darcy leidt tot:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left\{k(h_m)\frac{\partial (h_m + z)}{\partial z}\right\} = \frac{\partial}{\partial z}\left\{k(h_m)(\frac{\partial h_m}{\partial z} + 1)\right\} \tag{8.3-6}$$

Omdat de doorlatendheid nu een functie is van de drukhoogte moet deze factor binnen de accolades blijven. Vergelijking (8.3-6) is een *niet-lineaire differentiaalvergelijking*, dat is een differentiaalvergelijking waarin de afhankelijke variabele (hier h_m) voorkomt tot een macht anders dan één. Zulke vergelijkingen zijn vaak alleen oplosbaar met behulp van numerieke wiskunde. Meestal is het een niet-stationair proces, dat wil zeggen dat de stroming gepaard gaat met veranderingen in het vochtgehalte. De grootheden h_m, θ en v zijn dan niet alleen afhankelijk van de plaats maar ook van de tijd. Vergelijking (8.3-6) is daarom een niet-lineaire partiële differentiaalvergelijking. Voor eendimensionale verticale stroming in de z-richting kunnen we de vergelijking schrijven als:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left\{k(h_m)\frac{\partial h_m}{\partial z} + k(h_m)\right\} \tag{8.3-7}$$

Met behulp van vergelijking (8.3-7) kunnen we nu ook verklaren waarom infiltratie afneemt met de tijd (zie hoofdstuk 4, paragraaf 4.2). Bij infiltratie in een droge grond is de gradiënt $(\frac{\partial h_m}{\partial z})_{z=0}$ aan het oppervlak in eerste instantie groot, maar met het voortschrijden van het infiltratiefront neemt zij af. Omdat *de verandering van het vochtgehalte aan het oppervlak* na de eerste minuten van de infiltratie sterk afneemt, zal ook de doorlatendheid $k(h_m)$ daar weinig veranderen; het gevolg is dat de infiltratiesnelheid ongeveer evenredig afneemt met de gradiënt.

Bij een capillaire opstijging vanaf het freatisch vlak naar de wortelzone zal, als het grondwater niet door kwel of infiltratie wordt aangevuld, de grondwaterspiegel als gevolg van de vochtonttrek-

king dalen. Hierdoor wordt de afstand tussen de bewortelde zone (onttrekkingszone) en grondwater tenslotte zo groot, dat het gehele proces van capillaire opstijging tot stilstand komt, en zelfs bij zeer langdurige droogte het grondwater nauwelijks verder daalt.

Het proces van capillaire opstijging is van belang:

- voor de vochtvoorziening van gewassen in gebieden met hoge grondwaterstand (grote delen van Nederland en andere deltagebieden in de wereld);
- voor de verzilting van de grond in aride en semi-aride klimaten (ook in tuinbouwkassen!).

Een toepassing is de berekening van de schade, die ontstaat door verlaging van de grondwaterstand als gevolg van wateronttrekking aan de bodem. Via de vergelijking voor de onverzadigde stroming kan worden nagegaan hoeveel de capillaire opstijging vermindert bij verlaging van het freatisch vlak. Deze problemen kunnen worden opgelost met computerprogramma's voor de berekening van onverzadigde stroming en verdamping. In het collegedictaat Agrohydrologie[1)] worden een aantal van deze modellen uitvoerig besproken.

8.3.2.1 Stationaire stroming*

Bij stationaire stroming is $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$.

θ en $k(h_m)$ hangen nu niet meer af van de tijd, maar alleen van de plaats; de partiële afgeleiden kunnen daarom worden vervangen door gewone afgeleiden.

Voor stationaire stroming vereenvoudigt vergelijking (8.3-6) tot:

$$\frac{d}{dz}\left\{k(h_m)\left(\frac{dh_m}{dz} + 1\right)\right\} = 0 \qquad (8.3\text{-}8)$$

De uitdrukking tussen de accolades van (8.3-8) is een constante, die gelijk is aan $-v_z$, zodat:

$$v_z = -k(h_m)\left(\frac{dh_m}{dz} + 1\right) \qquad (8.3\text{-}9)$$

of

$$\frac{dz}{dh_m} = \frac{-1}{\frac{v_z}{k(h_m)} + 1} \qquad (8.3\text{-}10)$$

1) Zie Feddes, Koopmans en Van Dam, 2000.

Bij constante v_z (bijvoorbeeld constante onttrekking door het gewas) is het rechterlid een functie van h_m, zodat integratie mogelijk is.

Als we integreren van 0 tot een bepaalde, gekozen drukhoogte (h_p), dan is het resultaat: een hoogte Z, die aangeeft tot waar het water met de gegeven fluxdichtheid (v_z) stationair kan opstijgen vanaf de grondwaterspiegel, indien op die hoogte een drukhoogte h_p heerst.

$$Z(h_p) = \int_0^z dz = \int_0^{h_p} \frac{-dh_m}{\frac{v_z}{k(h_m)} + 1} \qquad (8.3\text{-}11)$$

Bij enkele zeer eenvoudige relaties tussen k en h_m is een analytische oplossing mogelijk. Helaas beschrijven zulke k-h_m relaties de werkelijkheid maar ten dele. Numerieke berekening kan in de meeste gevallen gemakkelijk worden uitgevoerd, mits voldoende experimentele gegevens over het verband tussen k en h_m bekend zijn. De integraal in vergelijking (8.3-11) wordt dan vervangen door de som van een groot aantal stapjes dh_m (bijvoorbeeld van -0.1 m). Voor iedere stap wordt uit de experimentele k-h_m relatie de gemiddelde k bepaald en ingevuld. De som levert voor elke gekozen waarde van v_z een hoogte Z. Zo'n numerieke berekening is bij uitstek geschikt voor een computer.

Bij een diepe grondwaterstand en een dikke onverzadigde zone, zoals bijvoorbeeld in de stuwwallen van de Veluwe, wordt de percolatie van infiltrerend water benaderd door een stationaire stroming. Gemiddeld per jaar is de fluxdichtheid (v_z), gelijk aan het verschil tussen neerslag en verdamping (orde van grootte 300 mm j^{-1}). De vraag rijst nu wat de waarde van de stijghoogtegradiënt $\frac{dH}{dz}$ is in die onverzadigde zone. Op de grondwaterspiegel is de drukhoogte nul en we kiezen daarom dit niveau ook als referentieniveau voor z. In vergelijking (8.3-9) is v_z negatief voor een neerwaartse flux. Dit betekent dat de stijghoogtegradiënt (de term tussen haken in (8.3-9)) positief moet zijn. Hieruit volgt dat gradiënt van de matrixhoogte groter moet zijn dan -1. In de evenwichtstoestand is er geen stroming en is $\frac{dh_m}{dz}$ gelijk aan -1, bij een waarde kleiner (meer negatief) dan -1 is er een *opwaartse* stroming.

Stel dat de matrixhoogte afneemt (meer negatief wordt) met de hoogte z, dan neemt dus ook de doorlatendheid $k(h_p)$ af met z. Omdat de fluxdichtheid v_z constant is, moet $\frac{dh_m}{dz}$ toenemen (waarom?).

Met het toenemen van $\frac{dh_m}{dz}$ bedoelen we dat de afgeleide minder negatief wordt. Stel nu dat de

afgeleide op een bepaalde hoogte (via de waarde 0) positief wordt, dan nemen h en k beide toe met z. Om de fluxdichtheid constant te houden zou de stijghoogtegradiënt en dus ook $\frac{dh_m}{dz}$ moeten afnemen met z. Dat is echter in tegenspraak met de conclusie dat $\frac{dh_m}{dz}$ moet toenemen met z.

Stel dat bij een neerwaartse flux de matrixhoogte toeneemt (minder negatief wordt) met z, dan neemt ook de doorlatendheid toe met z en moet de stijghoogtegradiënt afnemen. Hieruit volgt dat $\frac{dh_m}{dz}$ afneemt met z en dat is opnieuw in tegenspraak met de aanname. De enige mogelijkheid is dat de matrixhoogte constant blijft. Dat betekent $\frac{dh_m}{dz} = 0$ en *de stijghoogtegradiënt* $\frac{dH}{dz}$ *is derhalve gelijk aan* -1. *Met andere woorden: het vochtgehalte is over grote diepte constant en de stroming wordt alleen aangedreven door de zwaartekracht.*

Bovenstaande overwegingen gelden niet in de wortelzone en ook niet vlak boven de grondwaterspiegel.

8.4 Literatuur bodemvocht

Dirksen, C., 1996. Soil physics measurements. Practicum Handleiding, Vakgroep Waterhuishouding LUW, nr. 06143202.

Feddes, R.A., 1997. Inleiding Bodemnatuurkunde, Collegedictaat UW, 06140602.

Feddes, R.A., Koopmans, R.W.R. en J.C. van Dam, 2000. Agrohydrology, Collegedictaat UW 06141109.

Koorevaar, P., G. Menelik en C. Dirksen, 1983. Elements of soil physics. Elsevier, Amsterdam.

Wösten, J.H.M., M.H. Bannink en J. Beuving, 1987. Waterretentie- en doorlatendheidskarakteristieken van boven- en ondergronden in Nederland: de Staringreeks. ICW-rapport 18, Wageningen.

9 AGROHYDROLOGIE

9.1 Agrohydrologisch klimaat

De mogelijkheden van gewasgroei worden in belangrijke mate bepaald door de *beschikbaarheid* van water én door de *processen die het watertransport beheersen*, zoals stroming in de onverzadigde zone, opname door en waterbeweging in de plant en evapotranspiratie. De voorraad bodemvocht in de wortelzone fungeert daarbij als buffer en is vaak voldoende om een niet te lange periode van droogte te overbruggen. De hoeveelheid water in de onverzadigde zone wordt enerzijds bepaald door het klimaat, anderzijds door de bodemeigenschappen.

Het klimaat van een plaats of regio is een gemiddelde van de weersomstandigheden over een lange reeks van jaren. Maar wat wij het weer noemen, bestaat uit een groot aantal elementen zoals aantal uren zonneschijn, temperatuur, wind, luchtvochtigheid, bewolking en neerslag. Het moge duidelijk zijn dat één of twee van deze elementen het klimaat meestal onvoldoende karakteriseren. Met betrekking tot de beschikbaarheid van water zijn neerslag en verdamping de belangrijkste factoren. Een analyse van beide grootheden geeft inzicht in de te verwachten neerslagoverschotten en -tekorten die het agrohydrologisch klimaat bepalen In veel klimaatsindelingen is dit principe verwerkt; de klimaatsindeling van Thornthwaite is er zelfs grotendeels op gebaseerd. In de klimaatsindeling van Köppen (zie Pettersen, 1958) zijn droogtecriteria opgenomen waarbij de neerslag en de temperatuur bepalend zijn. In deze classificatie wordt de wereld eerst ingedeeld in een zestal hoofdzones die worden aangeduid met letters: A = tropische regenklimaten, B = droge klimaten, C = gematigde regenklimaten, D = koele sneeuw-bossen klimaten, E = polaire klimaten. Voor de onderverdeling van de hoofdzones zijn eenvoudige criteria, zoals de gemiddelde jaartemperatuur en de tijd waarin de neerslag voornamelijk valt, gekozen. Een voorbeeld wordt gegeven in tabel 9.1-1.

Tabel 9.1-1 Criteria voor droge klimaten (B-klimaten) volgens Köppen

klimaatstype	winterregen	gelijkmatige regen	zomerregen
B	$R_j < 20\ T_j$	$R_j < 20\ T_j + 140$	$R_j < 20\ T_j + 140$
BW	$R_j < 10\ T_j$	$R_j < 10\ T_j + 70$	$R_j < 10\ T_j + 70$

Toelichting:

R_j = gemiddelde jaarsom van de neerslag (mm)

T_j = gemiddelde jaartemperatuur (°C)

B = droog klimaat, te verdelen in:

BS = steppeklimaat (B-klimaat, niet behorend tot BW)

BW = woestijnklimaat

winterregen : meer dan 0.7 R_j in winterhalfjaar

zomerregen : meer dan 0.7 R_j in zomerhalfjaar

gelijkmatige regen : alle andere gevallen

Ook klimaten, die niet tot de B-groep behoren, kennen vaak langdurige droogte (vgl. tabel 3.3-2), bijvoorbeeld:

- mediterraan klimaat, Cs, in zomerhalfjaar;
- moessonklimaat, Aw, in winterhalfjaar.

Een nieuwe indeling, gehanteerd door UNESCO (tabel 9.1-2) gaat uit van de verhouding tussen de neerslag en de potentiële verdamping, berekend volgens Penman.

Tabel 9.1-2 Indeling van droge klimaten volgens UNESCO (1977).

Klasse	R/ET_{pot}	Omschrijving
hyper-arid	0.03	Woestijn, vaak in jaren geen neerslag zonder vegetatie of alleen met eenjarige planten en enkele struiken in rivierbeddingen; landbouw alleen in oasen
aried	0.03-0.20	Doornstruiken, succulenten en spaarzame vegetatie van eenjarigen. Nomadische veeteelt mogelijk.
semi-aried	0.20-0.50	Steppen of tropische struik-savannen, min of meer bedekt met grassen, waaronder overblijvende soorten. Sedentaire veeteelt en akkerbouw mogelijk.
sub-humied	0.50-0.75	Meest dichte steppevegetatie of tropische savannen, Mediterrane "maquis", chernozemsteppen e.d. Vaak belangrijke akkerbouwgebieden met overwegend graanteelt.

9.2 Waterbalans van de grond

9.2.1 Het model van Thornthwaite-Mather

Bij de vraag of de groei van een gewas succesvol zal verlopen of niet, speelt de vooraad water in de onverzadigde zone een cruciale rol. De stationaire stroming die in hoofdstuk 8 werd behandeld, komt in het veld maar zelden voor. De variabiliteit van neerslag en de periodiciteit van irrigatiegiften, gecombineerd met wateronttrekking door plantenwortels in de wortelzone, veroorzaken vooral

gedurende het groeiseizoen een niet-stationaire waterbeweging in de onverzadigde zone. De simulatie van zo'n dynamisch proces is een tamelijk ingewikkeld probleem dat in de colleges Bodemnatuurkunde en Agrohydrologie wordt behandeld.

In deze paragraaf beperken we ons tot een berekeningsmethode die gebaseerd is op een eenvoudig model, dat oorspronkelijk werd ontwikkeld door Thornthwaite en Mather (1955) voor de berekening van het tijdstip van irrigeren. Het model is in feite een vochtboekhouding van de wortelzone waarmee de actuele verdamping en de vochtvoorraad als functie van de tijd kunnen worden berekend. We gebruiken het hier om een globale indicatie te krijgen van de vochtvoorraad gedurende het jaar.
De actuele verdamping (ET_{act}) kan lager zijn dan ET_{pot} als gevolg van:

- beperkte vochtvoorziening (te droge grond);
- sluiting van de huidmondjes (meestal het gevolg van beperkte vochtvoorziening);
- beperkte transportsnelheid in de plant.

Is de grond volledig bedekt, dan wordt bij cultuurgewassen de verhouding $ET_{act} : ET_{pot}$ voornamelijk bepaald door de vochtvoorziening vanuit de bodem.

De veronderstellingen waarop het model is gebaseerd, zijn de volgende:

1. Gedurende *droge* perioden is de actuele verdamping evenredig met de voor verdamping beschikbare vochtvoorraad in de wortelzone, V.

$$ET_{act} = c_1 V \tag{9.2-1}$$

De beschikbare vochtvoorraad wordt uitgedrukt in mm, en is gelijk aan het product van de dikte van de wortelzone (mm) en het verschil tussen het actuele vochtgehalte en het vochtgehalte bij verwelkingspunt (dimensieloos).

2. Als er geen neerslag valt en er is geen capillaire opstijging, dan is verdamping de enige oorzaak van de afname van de vochtvoorraad:

$$ET_{act} = -\frac{dV}{dt} \tag{9.2-2}$$

zodat *in droge perioden*:

$$\frac{dV}{dt} = -c_1 V \tag{9.2-3}$$

Deze differentiaalvergelijking kan worden opgelost door scheiding van de variabelen en vervolgens beide zijden van de vergelijking te integreren (zie opgave 9.2.1.):

$$\ln V = -c_1 t + c_2 \qquad (9.2\text{-}4)$$

3. Aan het begin van de droge tijd is de maximale hoeveelheid beschikbaar bodemvocht aanwezig. De randvoorwaarde (beginvoorwaarde) is dus: $t = 0$ en $V = V_0$. Hieruit volgt voor de integratieconstante: $c_2 = \ln V_0$.

V_0 is de maximale hoeveelheid vocht in de bewortelde zone bij een diepe grondwaterstand. Dit is gelijk aan de dikte van de wortelzone maal het verschil van het vochtgehalte bij veldcapaciteit en bij verwelkingspunt. Omdat dan bovendien $ET_{act} = ET_{pot}$, is de evenredigheidsconstante:

$$c_1 = \frac{ET_{pot}}{V_0}$$

En de oplossing van de differentiaalvergelijking (9.2-3) wordt:

$$V = V_0 \, e^{-\frac{ET_{pot}\, t}{V_0}} \qquad (9.2\text{-}5)$$

Thornthwaite en Mather schreven vergelijking (9.2-5) als:

$$ST = ST_0 \, e^{-\frac{APWL}{ST_0}} \qquad (9.2\text{-}6)$$

met:

V	= ST (storage) beschikbare vochtvoorraad	(mm)
V_0	= ST_0 maximale beschikbare voorraad, begin droge tijd	(mm)
ET_{pot}	= PWL (potential waterloss) potentiële evapotranspiratie	($mm.d^{-1}$)
t	= tijd	(d)
$E_{pot}\, t$	= $APWL$ (accumulated potential water loss) de gesommeerde potentiële waterbehoefte	(mm)

Bovenstaande *schatting van de beschikbare vochtvoorraad ST in een droge tijd* kan worden

gebruikt in waterbalansen. De nauwkeurigheid is echter niet erg groot, omdat de veronderstelling $ET_{act} = c_1 V$ eigenlijk te eenvoudig is. De actuele verdamping hangt namelijk af van de wateropname door de wortels, en die wordt beïnvloed door de energietoestand van het bodemwater en niet door het aanwezige volume. Een betrekking tussen ET_{act} en de drukhoogte h_p zou dus meer voor de hand liggen. Dergelijke plantenfysiologische relaties worden echter nog niet geheel begrepen en de in omloop zijnde semi-empirische formules zijn nogal ingewikkeld. Uiteraard zijn de drukhoogte en de beschikbare vochtvoorraad door middel van de de *pF*-curve wel aan elkaar gerelateerd. In dit waterbalansmodel wordt de vochttoestand uniform verondersteld in de gehele wortelzone. Met andere woorden: *de stroming van het water in de wortelzone wordt niet berekend.*

9.2.2 Waterbalans van de wortelzone bij diepe grondwaterstand

Tabel 9.2-1 toont de gemiddelde waterbalans voor grasland in Nederland, berekend met het model van Thornthwaite-Mather op basis van langjarige reeksen van neerslag en verdamping. Voor de berging in de grond is een maximale waarde ST_0 = 100 mm aangenomen. Voor deze voorbeeldberekening zijn perioden van een maand genomen en gemiddelde waarden van neerslag en potentiële verdamping. De methode kan ook worden gebruikt om het werkelijke verloop te simuleren, we moeten dan de werkelijke neerslag- en verdampingsgegevens invoeren. Voorts is de berekening nauwkeuriger als we kortere perioden nemen. Omdat neerslag en verdamping op de meeste weerstations dagelijks worden bepaald, kunnen neerslag en potentiële verdamping dag voor dag worden ingevoerd. Bij de berekening wordt dan veelal aangenomen dat tijdens een dag met neerslag de verdamping potentieel is[1)]. Het geheel is een bewerkelijke procedure, maar heel geschikt voor een computerprogramma. Om de methode voor langere perioden snel (met een zakrekenmachientje) te kunnen toepassen, is een vierde veronderstelling nodig:

4. De neerslag die valt in een periode is direct beschikbaar voor de verdamping.

De berekening verloopt alsvolgt:

1. Na invullen van de eerste drie regels, wordt *APWL* bepaald als het gesommeerde (potentiële) verdampingsoverschot.
2. Controleer of aan het begin van de droge tijd de vochtvoorraad maximaal is (ST_0).
3. Bereken de vochtvoorraad volgens (9.2-6).
4. Bereken de verandering van de vochtvoorraad (ΔST) voor elke periode.

1) Zie paragraaf 5.4.1 voor het verschil tussen ET_{pot} en ET_{nat}.

Tabel 9.2-1 Waterbalans voor grasland in Nederland; ST_0 = 100 mm.
Neerslag en verdamping zijn langjarige gemiddelden van De Bilt, ET_{pot} = E_{ref} (1961-1990).

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	jaar
neerslag R	69	49	66	52	61	70	76	71	67	75	81	83	820
pot.evap. ET_{pot}	8	15	31	54	82	90	89	78	50	28	11	6	542
R-ET_{pot}	61	34	35	-2	-21	-20	-13	-7	17	47	70	77	278
$APWL$				2	23	43	56	63					-
ST (ST_0=100)	100	100	100	98	79	65	57	53	70	100	100	100	-
ΔST	0	0	0	-2	-19	-14	-8	-4	+17	+30	0	0	-
act.evap.ET_{act}	8	15	31	54	80	84	84	75	50	28	11	6	526
afvoer S	61	34	35	0	0	0	0	0	0	17	70	77	294

5. Bereken de actuele evapotranspiratie:

   $ET_{act} = R - \Delta ST$ als $R < ET_{pot}$ en

   $ET_{act} = ET_{pot}$ als $R > ET_{pot}$

6. Bereken de afvoer S:

   $S = R - ET_{act} - \Delta ST$

Uit de gegevens blijkt dat in een gemiddeld jaar:

- De neerslag groter is dan de potentiële verdamping. Het neerslagoverschot valt in de winter, terwijl er in april tot en met augustus een klimatologisch neerslagtekort is. Gesommeerd (*APWL*) loopt dit tekort op tot 63 mm eind augustus.
- Voor de berging (*ST*) is een exponentieel uitputtingsverloop aangenomen. Eind augustus is van de oorspronkelijke voorraad (100 mm) nog 53 mm over, waardoor het gewas aan vochttekort zal lijden. Pas in oktober is de voorraad weer geheel aangevuld.
- Aangenomen is dat $ET_{act} = ET_{pot}$ als $R > ET_{pot}$ (dus in "natte" maanden). In de "droge" maanden verdampt alle neerslag, vermeerderd met het aan de bodemvoorraad onttrokken vocht ($-\Delta ST$).
- ET_{act} blijft in de zomer achter bij ET_{pot}: door dit vochttekort wordt de grasgroei geremd. Bij een diepe grondwaterstand is deze grond dan ook weinig geschikt voor grasland.
- De afvoer S is geconcentreerd in de winter; in normale zomers is er geen afvoer.
- Deze globale benadering geeft toch een goed inzicht in de waterbalans en geeft de juiste orde van grootte voor ET_{act} en S.

Als tweede voorbeeld van de methode Thornthwaite-Mather berekenen we de gemiddelde waterbalans voor een groenvoedergewas in een droge streek van Jamaica, voor een grond met $ST_0 = 150$ mm. Zie tabel 9.2-2.

Tabel 9.2-2 Waterbalans voor een groenvoedergewas te Ft. Charles (Jamaica) $ST_0 = 150$ mm.

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	jaar
R	29	36	35	62	84	57	35	79	105	162	101	40	825
ET_{pot}	84	88	106	115	125	111	125	115	92	91	77	80	1209
R-ET_{pot}	-55	-52	-71	-53	-41	-54	-90	-36	+13	+71	+24	-40	-384
$APWL$	138	190	261	314	355	409	499	535	-	-	(43)	83	-
ST (ST_0=150)	59	42	26	18	14	10	5	4	17	88	(112)	86	-
ΔST	-27	-17	-16	-8	-4	-4	-5	-1	+13	+71	+24	-26	-
ET_{act}	56	53	51	70	88	61	40	80	92	91	77	66	825
afvoer S	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Uit tabel 9.2-2 blijkt:

- Het klimaat is zeer droog; alleen in de periode september-november is er een klein neerslagoverschot. *Dit is zo gering, in totaal 108 mm, dat de uitgedroogde grond dit geheel kan opnemen zonder dat de waarde $ST_0 = 150$ mm wordt bereikt.* Aan het begin van de droge tijd is de vochtvoorraad in de wortelzone dus niet maximaal en vooralsnog onbekend.
- De som van de neerslagoverschotten in de natte tijd is 108 mm. Wij mogen dus aannemen dat ST tussen 1 september en 1 december met 108 mm zal toenemen.
- De som van de neerslagtekorten in de droge tijd is 492 mm. Onder invloed daarvan zal ST met 108 mm moeten dalen.
- De waarden van $APWL$ en ST aan het begin en einde van de droge tijd zijn onbekend, maar omdat de verschillen wel bekend zijn, blijven er twee onbekenden over. Om die te vinden gebruiken we (tweemaal) vergelijking (9.2-6).
- Stel $APWL = x$, $ST = y$, dan is:

$$y_1 = 150\, e^{\frac{-x_1}{150}} \qquad \text{(begin droge tijd)}$$

$$y_2 = 150\, e^{\frac{-x_2}{150}} \qquad \text{(eind droge tijd)}$$

Aftrekken geeft: $y_1 - y_2 = 150\,(e^{\frac{-x_1}{150}} - e^{\frac{-x_2}{150}}) = 108$

Het *APWL*-verschil tussen het einde en het begin van de droge tijd is 492, met andere woorden $x_2 - x_1 = 492$ of $x_2 = 492 + x_1$.

Invullen van x_2 geeft voor het verschil van de e-machten tussen de haken:

$$e^{-\frac{x_1}{150}} - e^{-\frac{x_1}{150}} . e^{-\frac{492}{150}} = e^{-\frac{x_1}{150}}(1 - e^{-\frac{492}{150}}) = 0.72$$

waaruit volgt $x_1 = 43$ en $x_2 = 535$.

- De waarden "begin droge tijd" worden ingevuld voor november, hiervan uitgaande wordt *APWL* bepaald, waarna de bijbehorende *ST* voor elke maand uit de tabel volgt.
- Verder wordt gehandeld als in het Nederlandse voorbeeld.

Uit de tabel blijkt dat gedurende het grootste deel van het jaar een ernstig vochttekort optreedt. Het vochthoudend vermogen (ST_0) is in dit geval van weinig betekenis, omdat het nooit geheel benut kan worden. Wel kan men door braak (onbegroeid houden) de verdamping sterk reduceren, totdat voldoende vocht voor een oogst is verkregen ("dry farming"). Men kan gewassen met een korte groeitijd verbouwen in de natte tijd ("kharif") of een braakperiode in de natte tijd doen volgen door verbouw van een gewas in de droge tijd, terend op de vochtvoorraad ("rabi"). Afvoer treedt in een dergelijk klimaat wel op onder de volgende omstandigheden:

- In natte jaren.
- Op plaatsen met een dunne wortelzone. Bij ST_0 = 25 mm raakt de grond in de regentijd wel verzadigd en treedt in november-december een afvoer op van ongeveer 108 - 25 = 83 mm.

Karstgebieden bijvoorbeeld zijn zeer doorlatend en hebben bovendien vaak een dunne verweerde toplaag. Zelfs in droge klimaten kunnen deze gebieden daardoor nog bijdragen tot de voeding van het grondwater. Ook onbegroeid zand geeft in een droog klimaat nog een bijdrage tot de voeding van grondwater (zandduinen in Saoedi-Arabië).

De rekenwijze volgens deze methode is een benadering. Foutenbronnen zijn onder andere:

- Vergelijking (9.2-1) is discutabel. In werkelijkheid hangt de verdamping af van de *drukhoogte in de wortelzone* (zie par. 9.2.1). De relatie tussen beide is niet exact bekend. In figuur 8.2-4 zien we dat het volume water in de onverzadigde zone als functie van de drukhoogte niet lineair is, en bovendien dat er tussen de grondsoorten grote verschillen zijn.

- De veronderstelling, dat afvoer eerst optreedt als $ST = ST_0$ is geworden, is onjuist. Via scheuren en gangen treedt al eerder afvoer op. Bovendien vergt de herbevochtiging van uitgedroogde gronden vaak vrij veel tijd (enkele weken tot maanden).

Deze methode is bruikbaar als een eerste benadering. We kunnen in plaats van gemiddelde jaargegevens ook een werkelijke reeks waarnemingen van enkele jaren invoeren. Daarmee krijgen we een indruk van de variabiliteit van het klimaat (natte en droge jaren) en de gevolgen daarvan op ET_{act} en S. Ook kan de methode worden gebruikt als vochtboekhouding. Men kiest dan korte perioden, bijvoorbeeld een dag, en gebruikt de werkelijke waarden van neerslag en potentiële verdamping.

9.2.3 Waterbalans van de wortelzone bij ondiepe grondwaterstand

Bij ondiepe grondwaterstand kan het grondwater door capillaire opstijging de wortelzone bereiken (zie paragraaf 8.3). Het wordt daar door de planten opgenomen en levert zo een bijdrage aan de vochtvoorziening. Als gevolg van deze onttrekking daalt de grondwaterstand, waardoor de capillaire opstijging vermindert (waarom?). Tenslotte wordt de afstand tot de wortelzone zo groot dat nog slechts uiterst geringe hoeveelheden aan het grondwater onttrokken worden.

Als het grondwater niet wordt aangevuld, is dus de vochtlevering aan de planten beperkt, hoewel vaak aanzienlijk groter dan bij diepe grondwaterstanden. In kwelgebieden en ook bij de zogenaamde infiltratie (het inlaten van water via sloten, greppels of drains) wordt het grondwater aangevuld. In deze gevallen is de vochtvoorziening zeer goed (beekeerdgronden van de Nederlandse zandgebieden).

Sinds het begin van de jaren tachtig zijn er in Nederland een aantal computermodellen beschikbaar die de waterbalans van gewassen op gronden met een ondiepe grondwaterstand kunnen berekenen. Ze berusten op een analyse van het proces van onverzadigde stroming (zie hoofdstuk 8). Er wordt rekening gehouden met onverzadigde stroming vanuit het grondwater naar de daarboven gelegen lagen. De meeste modellen rekenen op dag voor dag basis, hoewel in het rekenproces voor de simulatie soms veel kleinere tijdstappen noodzakelijk zijn. De verdamping van het gewas wordt afhankelijk gesteld van de drukhoogte van het bodemvocht in de wortelzone.

Dergelijke modellen kunnen worden gebruikt voor de voorspelling van de landbouwschade die verwacht mag worden als men, door onttrekking van water aan de bodem, de grondwaterstand verlaagt. Er wordt daarbij aangenomen dat er een nauw verband bestaat tussen de verhouding $\frac{\Sigma T_{act}}{\Sigma T_{pot}}$

en de opbrengst (zie paragraaf 9.3.2).

9.2.4 Kwaliteitsaspecten van de waterbalans

Eerder (par. 3.8) is vermeld dat regenwater kleine hoeveelheden opgeloste stoffen meevoert. Bij verdamping blijven deze achter; zij kunnen alleen worden afgevoerd indien er een surplus (S) aanwezig is. Dit proces van concentratie is vooral belangrijk ten aanzien van de ionen Na^+ en Cl^- in de neerslag. Deze zijn in bodemvocht en in grondwater dan ook in hogere concentraties aanwezig dan in regenwater. In zeer droge klimaten is er in het geheel geen afvoer (S=0), waardoor dergelijke zouten zich kunnen gaan ophopen. In sommige woestijnen vinden wij daarom gronden die gekenmerkt zijn door een hoog gehalte aan Na^+ (dat aan kleideeltjes wordt geadsorbeerd) en soms zelfs aan Cl^- (dat niet in de grond wordt vastgehouden). In gebieden met iets meer afvoer, concentreren deze gemakkelijk oplosbare stoffen zich vaak in zoutmeren.

Veel sneller verlopen deze verziltingsprocessen als de aanvoer van water - en daarmee ook de aanvoer van opgeloste zouten - wordt vergroot, bijvoorbeeld door irrigatie. Meer inzicht in deze processen kan worden verkregen door naast de waterbalansen ook balansen voor opgeloste zouten op te stellen. Deze worden verkregen door de hoeveelheid water uit de verschillende posten van de waterbalans te vermenigvuldigen met de daarin voorkomende concentraties aan opgeloste stoffen (zie college Agrohydrologie, vakgroep Waterhuishouding).

Opgaven

9.2.1. Voer zelf de stappen uit die leiden van vergelijking (9.2-3) naar (9.2-4).

9.2.2. a. Bereken de voorraad V van een wortelzone na een droge periode van 20 dagen, als gegeven is: ET_{pot}= 4.0 mm d^{-1} en V_0 (maximale vochtvoorraad op $t = 0$) = 120 mm.

b. Hoe groot is de verdamping ET_{act} op dag 20?

c. In de nacht van de 20-ste op de 21-ste dag valt er 23 mm regen, daarna volgt weer een droge periode. Hoe groot is de som van de verdamping van dag 21 tot en met dag 30? (antwoord tot één cijfer nauwkeurig achter de komma). Aanwijzing: Aan het begin van dag 21 is de vochtvoorraad V_{20} + 23 mm. Bereken de daarbij behorende waarde van $APWL$ en vervolgens de $APWL$ aan het einde van dag 30. De gevraagde verdamping is het verschil tussen de vochtvoorraad van dag 21 en van dag 30.

9.3 Reacties van gewassen op de vochthuishouding van de grond

9.3.1 Wateroverlast en de effecten op de gewasopbrengst

Wateroverlast kan ontstaan door:

- overstroming;
- slechte afwatering (te hoge peilen in open watergangen);
- slechte ontwatering (te hoge grondwaterstanden bij voldoende laag peil in de open watergangen).

Bij voldoende bescherming tegen overstromingsgevaar en een goed geregelde afwatering, is in humide klimaten ontwatering van landbouwgronden (drainage) op bepaalde bodemprofielen een noodzakelijke maatregel ten einde de landbouwproductie te optimaliseren. *Bij wateroverlast is de luchthuishouding van de grond gestoord.* Wateroverlast gaat gepaard met een tekort aan bodemlucht of met een belemmering van de uitwisseling tussen bodemlucht en atmosfeer. Deze uitwisseling geschiedt vrijwel uitsluitend door gasdiffusie. Bij hoge vochtgehalten van de grond is dit proces niet goed mogelijk, omdat de meeste poriën door vocht zijn geblokkeerd. Doordat plantenwortels en bodem-organismen (vooral micro-organismen) zuurstof verbruiken en koolzuur afgeven, verandert de samenstelling van de bodemlucht in ongunstige zin. *Bij ernstig zuurstofgebrek nemen de wortels geen vocht en geen voedingsstoffen op.* Bij langdurige overlast sterft het gewas af.

Deze effecten treden nog sterker op bij *verslemping* van de grond. Verslempen wordt sterk bevorderd door tijdelijk te hoge grondwaterstanden (vooral bij lichte zavels). Bij zeer hoge watergehalten worden de gronddeeltjes dan niet meer door capillaire krachten bijeen gehouden. Is er ook overigens weinig samenhang in de grond, dan kunnen de bodemdeeltjes van elkaar los raken. Dit leidt bij latere indroging tot vorming van korsten die weinig doorlatend zijn voor water en lucht. Ook na daling van de grondwaterstand blijft dus de luchthuishouding gestoord. Verslempen treedt vooral op bij lichte, fijnzandige zavelgronden en bij lössgronden. Het proces wordt zeer sterk bevorderd door een hoge bezetting van het adsorptiecomplex met Na^+-ionen (solonetz-gronden). Schade aan wintergewassen en slechte opkomst van zomergewassen treedt vooral op na verslemping.

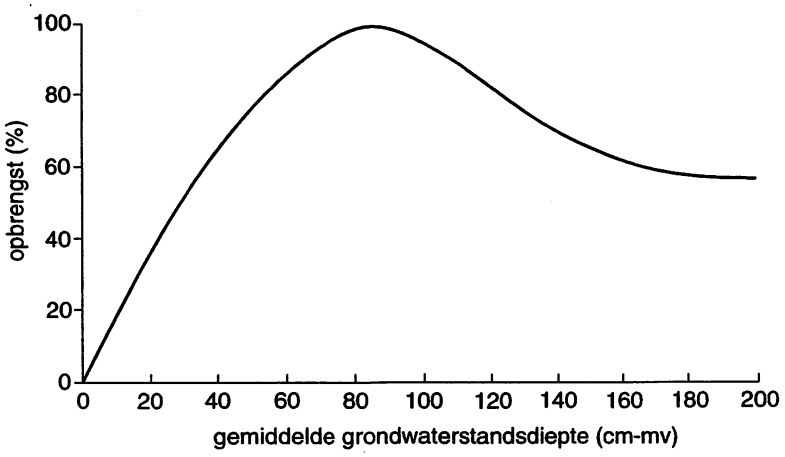
Bij hogere temperatuur verlopen de omzettingen in de bodem veel sneller. Daardoor is wateroverlast schadelijker, naarmate de temperatuur hoger is: in de zomer sterft het gras al na enkele dagen. Bij lage temperatuur is de tolerantie veel groter dan bij hoge. Grasland verdraagt in de winter tijdelijke overstroming zonder veel nadeel, bijvoorbeeld wekenlange inundatie op ijsbanen. In Nederland komt wateroverlast vooral in de winter voor. Daardoor ondervinden wintergewassen de meeste schade.

De gevoeligheid varieert, in volgorde van afnemende gevoeligheid bijvoorbeeld: winterrogge, koolzaad, wintertarwe, grasland (weinig gevoelig).

Bij zomergewassen kan de opkomst achterwege blijven als de inzaai gevolgd wordt door een natte periode. Wateroverlast in de zomer is zeer schadelijk, vooral voor aardappels. Bij appelbomen leidt wateroverlast tot verminderde scheutgroei en tot voedingsstoornissen, omdat de ionenopname stagneert. In warme klimaten is wateroverlast spoedig funest. Voor groenteteelt in volle grond in Florida rekent men dat het gewas maximaal 8 uur "dras" mag staan. Suikerriet is minder gevoelig (tot 2 dagen). Rijst en Sesbania (groenbemestingsgewas) kunnen langdurige overstroming verdragen.

9.3.1.1 De invloed van de grondwaterstand op de gewasopbrengst

In de vijftiger jaren is onder leiding van de Commissie Onderzoek Landbouwwaterhuishouding van Nederland (C.O.L.N.) uitvoerig onderzoek gedaan naar het verband tussen de diepte van de grondwaterstand en de gewasopbrengst. Een voorbeeld van de gewasopbrengst in relatie tot de gemiddelde grondwaterstandsdiepte gedurende het groeiseizoen, is gegeven in figuur 9.3-1.



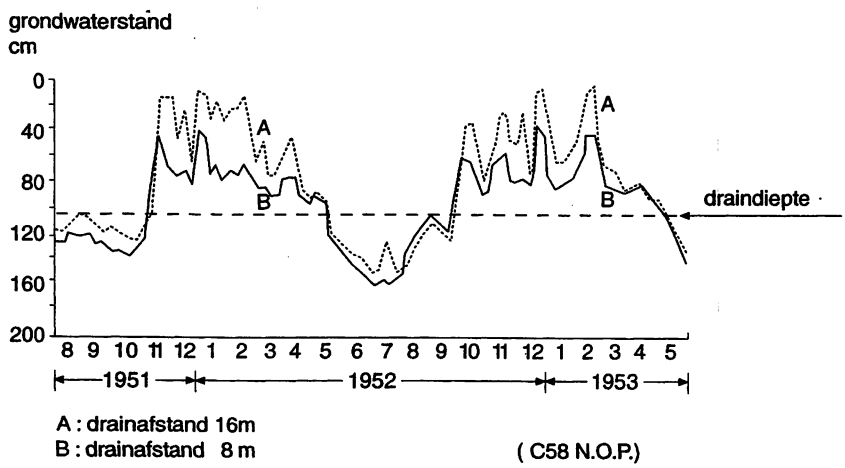
Figuur 9.3-1 Voorbeeld van de relatie tussen gewasopbrengst en gemiddelde grondwaterstandsdiepte gedurende het groeiseizoen (naar Visser, 1958).

Bij ondiepe grondwaterstand is de bewortelingsdiepte klein. Met toenemende diepte van de grondwaterstand neemt de opbrengst toe als gevolg van verbeterde aëratie. Voorbij de optimale grondwaterstandsdiepte, waarbij de maximale gewasopbrengst wordt gevonden, neemt de opbrengst af als gevolg van tekort aan water. De *opbrengst-ontwateringsdiepte curven* zijn verschillend voor verschillende gewassen en bodemtypen, maar de vorm is in het algemeen dezelfde. Afhankelijk van de weersomstandigheden zullen de optima van de curven in droge jaren naar ondiepere en in natte

jaren naar diepere grondwaterstanden verschuiven. Uit de figuur volgt dat de schade door te nat ernstiger is dan de schade door te droog (aan de natte kant is de helling van de curve steiler). Dit verschijnsel heeft een aantal oorzaken. Slechte aëratie reduceert niet alleen de opname van water en voedingsstoffen door het gewas, maar remt eveneens *stikstofmineralisatie* in de bodem (zie paragraaf 9.3.1.2).

Een ander indirect effect op de plantengroei is, dat onder te natte omstandigheden het tijdig uitvoeren van de benodigde werkzaamheden in het veld niet mogelijk is. Onvoldoende drainage leidt tot natte grond, die slecht bewerkbaar is. Uitgestelde voorjaarsbewerking geeft een verkorting van het groeiseizoen en daardoor een afname van de gewasopbrengst. Bovendien treedt bij het berijden en bewerken van natte grond bodemverdichting en structuurbederf op. In het najaar kan een natte grond opbrenstverliezen en kwaliteitsverlies veroorzaken (aardappels).

De opbrengst-ontwateringsdiepte curve verschilt niet alleen van jaar tot jaar, maar ook per bodemtype. In het eerder vermelde COLN-onderzoek zijn per provincie verschillende bodemtypen samengevoegd tot zogenaamde profielgroepen en zijn voor combinaties van profielgroepen en gewassen standaardcurven gemaakt (zie Visser, 1958, COLN-rapport nr. 1). Overigens is de relatie tussen grondwaterstand en opbrengst slechts indirect. Bewerkbaarheid en gewasgroei worden in de eerste plaats beïnvloed door de vochtomstandigheden van de wortelzone. Grondwaterstanden kunnen sterk fluctueren, vooral op gedraineerd bouwland (figuur 9.3-2).



Figuur 9.3-2 Verloop van de grondwaterstanden met de tijd in een gedraineerde zandgrond.

Op bouwland treedt in de winter geen schade op als de grondwaterstand niet hoger stijgt dan tot 30 cm beneden het maaiveld (Sieben, 1974). Naarmate de overschrijdingen van dit niveau groter of langduriger zijn, is de schade groter. De SOW-30 waarde (som overschrijdingen in winterhalfjaar van

het 30 cm niveau, eenheid cm.dag) bleek een goede maat voor de oogstdepressie op ontwaterings-proefvelden in de IJsselmeerpolders.

Grasland is vooral in de herfst gevoelig voor vertrappen van de zode. In natte perioden moet het grondwater dieper blijven dan 15 cm, liefst 20 cm.

Bij bos geven tijdelijke hoge grondwaterstanden in de winter weinig schade. In de zomer zijn langdurige hoge standen fataal (boswachterij Kootwijk, neerslag in de periode 1965-1968 was 4000 mm). Voor bos in West-Nederland geldt het volgende:

- Op gronden met hoge grondwaterstand gedurende het groeiseizoen (40-60 cm benedenmaaiveld) is alleen goede groei te verwachten van wilg, populier, els en es.
- Bij diepere grondwaterstanden (80-120 cm gedurende het groeiseizoen) kunnen ook eik, iep, esdoorn en beuk worden aangeplant.

Fruitbomen zijn vooral in het vroege voorjaar zeer gevoelig voor hoge grondwaterstanden. Veiligheidshalve stelt men dat grondwaterstand in natte perioden dieper moet blijven dan 70 cm. Verder moet na een natte periode het grondwater binnen 1 week dalen tot beneden 1 m diepte.

Thans is men in staat om met behulp van simulatiemodellen de vochtomstandigheden naar tijd en diepte dynamisch te beschrijven. Ook is er nu meer bekend over het verband tussen bodemvocht en bewerkbaarheid enerzijds en gewasgroei anderzijds, zodat de effecten van de ontwateringstoestand op de opbrengst nu beter kunnen worden voorspeld.

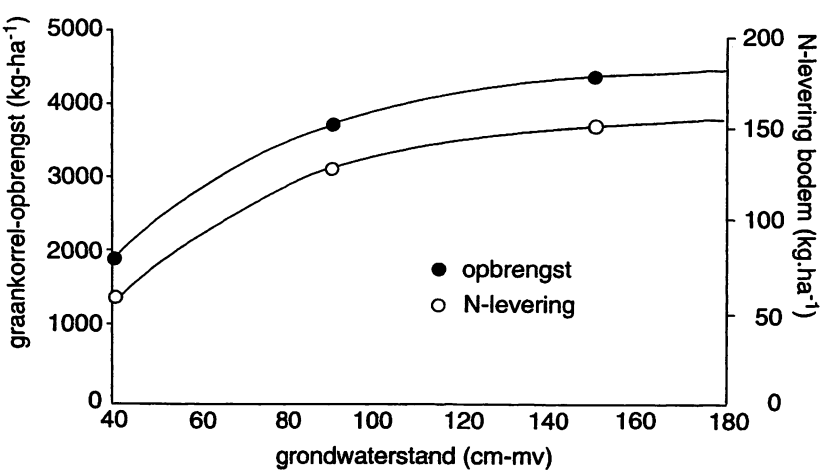
Veel natuurgebieden vragen een hoge tot zeer hoge waterstand, tot permanente overstroming toe (Oostvaardersplassen). Liggen zij in een omgeving met lagere peilen, dan zijn deze waterstanden vaak moeilijk te handhaven doordat ondergronds wegzijging optreedt. Kunstmatige watervoorziening is dan niet te vermijden. In de regel worden hoge eisen gesteld aan de waterkwaliteit, bijvoorbeeld zeer weinig voedingsstoffen in het geval van oligotrofe levensgemeenschappen.

9.3.1.2 Ontwateringseffect in relatie tot stikstofvoorziening

Is de grond te nat geweest, dan treedt vaak *stikstofgebrek* op (spichtige groei, te lichte kleur, te lage opbrengst). Dit geldt ook voor zomergewassen, gezaaid na wateroverlast. De oorzaak is een te geringe nalevering van stikstofverbindingen door de grond. Stikstofmineralisatie en nitrificatie (microbiologische processen) worden voor geruime tijd geremd. In het algemeen leidt een verbetering van de ontwatering tot een hogere stikstofopname vanuit de bodem door het gewas. Als gevolg van een betere aëratie en een gemiddeld hogere bodemtemperatuur komt een grotere hoeveelheid stikstof door mineralisatie beschikbaar.

Dit verschijnsel doet zich op verschillende grondsoorten niet even sterk voor. Op veengronden is de mineralisatie van stikstof bij toenemende ontwatering zeer groot. Uit proeven door Van Wijk en Feddes (1975) en Schothorst (1982) kan worden afgeleid dat bij een slootpeilverlaging van 40 cm tot 100 cm - maaiveld bij grasland op veengrond de extra bijdrage van stikstofleverantie door de bodem ca. 250 kg ha^{-1} bedraagt. Ook op kleigronden doet zich dit verschijnsel voor, Van Hoorn (1958) vond een extra stikstofleverantie van 100 kg ha^{-1} wanneer de gemiddelde grondwaterstand gedurende het groeiseizoen werd verlaagd van 40 tot 150 cm - maaiveld. Op zavel en zandgronden is de stikstofmineralisatie bij toenemende ontwatering van minder betekenis.

Op basis van deze gegevens is in figuur 9.3-3 het verband weergegeven tussen korrelopbrenst en gemiddelde grondwaterstand tijdens het groeiseizoen, indien er geen N bemesting plaatsvindt. Uit de proefveldresultaten kan (door extrapolatie) tevens worden afgeleid wat het verband is tussen N-leverantie door de bodem en de grondwaterstand. In figuur 9.3-3 is te zien dat de toename in opbrengst bij een diepere grondwaterstand volledig kan worden toegeschreven aan de extra N-leverantie door de bodem (de curven lopen nagenoeg parallel). Deze leverantie is maximaal bij een grondwaterstand van circa 180 cm - maaiveld.



Figuur 9.3-3 Korrelopbrengst van graan en de N-levering door de bodem, als functie van de gemiddelde grondwaterstand gedurende het groeiseizoen bij een bemesting van 0 kg N ha^{-1} voor matig zware kleigrond. (naar Van Wijk et al. 1988).

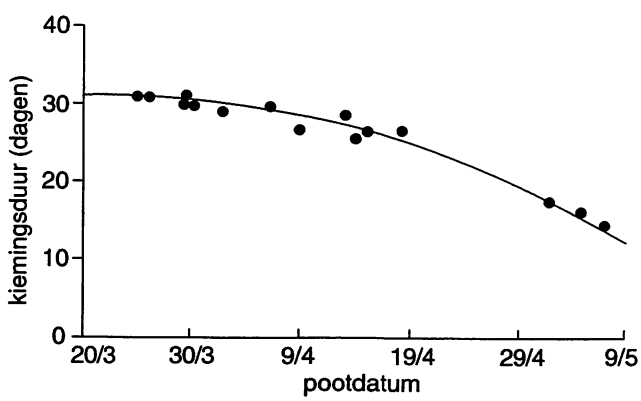
9.3.1.3 Storingen in de bedrijfsvoering

Storingen in de bedrijfsvoering zijn zeer nadelig in moderne landbouwsystemen. Door wateroverlast is land onbegaanbaar of onbewerkbaar, waardoor voorjaarswerkzaamheden te laat beginnen of de oogst wordt bemoeilijkt (aardappels en bieten). Te late zaai van zomergewassen geeft een

belangrijke vermindering van opbrengst. Bij grasland begint de voorjaarsgroei te laat en vertrapt het vee de zode.

Het begrip *bewerkbaarheid* van de grond is erg complex en verschilt per gewas en de in te zetten mechanisatie. Als indicator gebruikt men de drukhoogte op 5 cm diepte. Op de meeste grondsoorten geldt voor aardappels bijvoorbeeld dat h_m minstens 160 cm moet bedragen (*pF* 2.2). Dit kan door drainage alleen niet worden bereikt, want drains liggen ongeveer 1m diep. Men is dus afhankelijk van verdamping. Regent het lange tijd achtereen, dan moeten de voorjaarswerkzaamheden worden uitgesteld, totdat een zeker verdampingsoverschot is bereikt. In het voorjaar van 1983 was dat op vele plaatsen eerst begin juni (!) het geval.

Om in het voorjaar het juiste tijdtip van zaaien en poten te kunnen vaststellen moet bekend zijn wat per gewas de optimale zaai- of pootdatum is en hoeveel dagen op een gemiddeld bedrijf nodig zijn voor zaaien en poten en de hierbij behorende grondbewerking. Figuur 9.3-4 geeft de samenhang tussen kiemingsduur en pootdatum voor aardappelen. We zien dat bij vroeg poten (30 maart) de kiemingsduur circa 30 dagen en bij laat poten (10 mei) circa 15 dagen bedraagt. De vertraging in pootdatum van 30 maart naar 10 mei (40 dagen) wordt slechts gedeeltelijk gecompenseerd door de verkorte kiemingsduur.

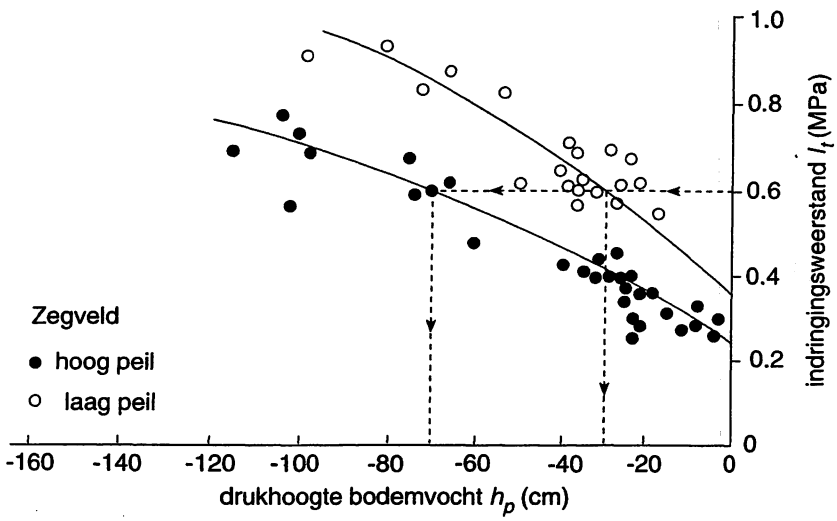


Figuur 9.3-4 Kiemingsduur van aardappelen in relatie tot de pootdatum. Voor een matig lichte zavel; verkregen uit simulaties over 30 jaren voor 5 ontwateringsdiepten. (naar Van Wijk et.al. 1988).

De mechanische sterkte van een weide of van een sportveld kan worden gemeten met een sondeerapparaat of penetrometer. Daarbij wordt de kracht gemeten die het kost om een conus (een kegelvormig voorwerp) van bekende afmetingen de grond in te drukken. Het *draagvermogen* (uitgedrukt in MPa) van grasland hangst af van het vochtgehalte.

Bij veengrasland bijvoorbeeld, neemt de indringingsweerstand van de zodelaag sterk af met toenemende (= minder negatieve) drukhoogte en dus met het ondieper worden van de slootwater-

stand, zie figuur 9.3-5. Een koe van 600 kg oefent een druk uit van ongeveer 0.4 MPa, een trekker 0.1 MPa. Uit de figuur kan men aflezen dat bij lage drukhoogten schade wordt toegebracht aan de graszode.



Figuur 9.3-5 Relatie tussen de indringingsweerstand, I_t en drukhoogte van het bodemvocht, h_p in de zodelaag van ondiep (25 cm) en diep (70 cm) ontwaterd veengrasland. De stippellijnen geven de drukhoogte van het bodemvocht waarbij de zode voldoende draagkrachtig (0.6 MPa) is voor beweiding en berijden (naar Van Wijk, 1984).

9.3.2 Vochttekort en de effecten op de gewasopbrengst

Verdrogingsverschijnselen kunnen optreden als gevolg van:

- diepe grondwaterstanden;
- geringe vochtvoorraad in de wortelzone;
- beperkte bewortelingsdiepte.

Meestal is een combinatie van deze factoren in het spel. Bij diepe grondwaterstand (in de praktijk > 200 cm beneden maaiveld) zijn de gewassen in droge perioden aangewezen op de vochtvoorraad in de bewortelde zone. Verder vindt nog een geringe aanvoer plaats uit het bovenste deel van de onbewortelde ondergrond. De vochtvoorraad in de bewortelde zone is te bepalen (zie paragraaf 8.2) uit:

- de bewortelingsdiepte, die afhankelijk is van gewas en profielopbouw (te bepalen in een profiel kuil), en
- *pF*-gegevens van de bewortelde lagen.

Een wortel neemt alleen vocht op in een korte zone achter de worteltop (wortelharen). Bij groei van de wortel verplaatst de actieve zone zich door de grond. Dit is ook noodzakelijk, omdat bij hoge

pF de verplaatsing van het vocht in de grond zeer langzaam verloopt. Om voldoende vocht op te nemen moet de actieve zone van de wortel zich verplaatsen. Modelberekening van de vochtstroming naar de wortels, als een onverzadigde radiale stroming, toont aan dat deze slechts over korte afstanden (enkele cm) met voldoende snelheid kan verlopen.

Bij droogte kunnen planten niet optimaal verdampen en wordt de vochthuishouding van de planten gestoord. Veel planten sluiten bij droogte de huidmondjes. Hiermee wordt ook de gasuitwisseling met de atmosfeer belemmerd en de opname van CO_2 geringer. Door de nauwe relatie tussen verdamping en fotosynthese bestaat er een nauw verband tussen transpiratie en opbrengst. Bij langdurige droogte treedt verwelken en afsterven op, bij minder ernstige droogte vermindert de groei en krijgt de plant een andere habitus. De verschijnselen lijken veel op zoutschade ("fysiologische droogte").

De hoeveelheid water die nodig is voor de potentiële groei van een gewas (de vraag) wordt bepaald door de potentiële transpiratie, T_{pot}. De grootte hiervan is afhankelijk van de eigenschappen van het gewas en een aantal meteorologische factoren (zie paragraaf 5.4). De beschikbare hoeveelheid water (het aanbod) wordt bepaald door de vochtvoorraad in de wortelzone aan het begin van het groeiseizoen en de aanvulling hiervan gedurende het groeiseizoen door neerslag en capillaire aanvoer vanuit de ondergrond (zie paragraaf 8.3). Het aanbod kan in zekere mate worden beïnvloed door:

- De vochtvoorraad in de wortelzone te vergroten.
- De afstand tussen wortelzone en grondwater te verkleinen, door middel van:
  - verhoging van de grondwaterstand;
  - profielverbetering (diepere wortelzone).
- Kunstmatige aanvulling van water door beregening of bevloeiing.

In de irrigatiepraktijk wordt als vuistregel gehanteerd dat aanvulling nodig is als de helft van het beschikbare vocht in de bewortelde zone is verbruikt. De relatie tussen gewasproductie en waterverbruik kan niet ondubbelzinnig voor alle gewassen worden vastgesteld. Om het verband tussen beide te vinden, wordt daarom gebruik gemaakt van fysisch georiënteerde productiemodellen en van empirisch onderzoek (proefveld- en lysimeteronderzoek). Dit geldt met name als niet de totale droge-stofopbrengst, maar alleen het oogstbare deel wordt gerelateerd aan het waterverbruik. Doordat de verdeling van droge-stofproductie over de diverse delen van de plant (wortels, knollen, vruchten/zaden, bladeren en stengels) zich in de loop van het groeiseizoen kan wijzigen, worden in verschillende deelperioden van het groeiseizoen soms afwijkende verbanden tussen productie en waterverbruik waargenomen. Een moeilijkheid is bovendien dat het nauwkeurig vaststellen van de evaporatranspiratie of de effectieve watergift onder veldomstandigheden problemen oplevert. Als gevolg hiervan zijn er in de literatuur relatief weinig goede experimenten beschreven waarbij én de

productie én het waterverbruik met voldoende nauwkeurigheid zijn gemeten. In Nederland zijn beregenings- en lysimeterproeven met gras uitvoerig beschreven door Van Bohemen (1981), terwijl Hellings (1980) de invloed van watertekorten heeft onderzocht voor bieten en granen (tarwe, haver en gerst).

Tijdens voorjaarszaai kan de opkomst worden belemmerd door droogte in de bovengrond (vooral op klei, veel minder op zavelgronden); de meeste tuinbouwgewassen kiemen slechts bij $pF < 2.7$. Afgezien van de kiemingsperiode treedt droogteschade vooral op in juni tot en met augustus, omdat de opbrengst van het versgewicht al begint af te nemen bij een $pF > 2.6$. Tuinbouw stelt dus hoge eisen aan de vochtvoorziening.

9.3.2.1 Fysisch georiënteerde productiemodellen.[1)]

Opbrengst- en productiegegevens van proefveld- en lysimeteronderzoek zijn in principe alleen geldig voor situaties en omstandigheden, die overeenkomen met die ter plaatse en ten tijde van het proefveldonderzoek. De overdraagbaarheid van de uitkomsten naar plaatsen met andere bodemprofielen en andere weersomstandigheden is daarom beperkt. Het is thans mogelijk de effecten van vochtvoorziening op de gewasproductie te simuleren met conceptuele modellen, waarbij gebruik wordt gemaakt van computers. Uitkomsten van proefveldonderzoek kunnen op deze wijze worden vertaald in algemeen geldende relaties. Op basis hiervan kan worden geëxtrapoleerd naar andere situaties en omstandigheden.

Productiemodellen variëren van eenvoudig tot zeer gecompliceerd. Bij de gewasproductie in relatie tot de vochtvoorziening spelen veel factoren een rol. De kennis omtrent bepaalde aspecten van het productieproces is echter nog betrekkelijk gering. Om tot een praktisch werkbaar model te komen, wordt daarom dikwijls gebruik gemaakt van sterk vereenvoudigde empirische functies, ontleend aan veldproeven. Een voorbeeld is hiervan is de droge-stofopbrengst als functie van de gesommeerde transpiratie van het gewas:

$$Y = A \sum T_{act} \qquad (9.3\text{-}1)$$

waarin:

Y	=	gewasproductie (drogestof)	(kg ds ha^{-1})
$\sum T_{act}$	=	gesommeerde transpiratie	(mm)
A	=	watergebruikscoëfficiënt	(kg ds ha^{-1} mm^{-1})

[1)] Voor een uigebreide bespreking van het verband tussen waterverbruik en droge-stofproductie wordt verwezen naar hoofdstuk 6 van het collegedictaat *Agrohydrologie*, 2000.

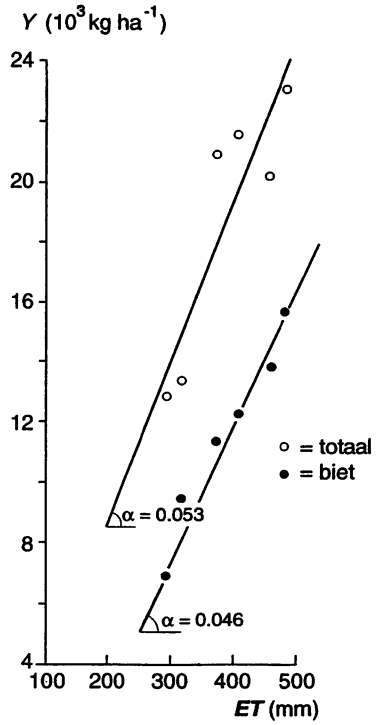
In de angelsaksische literatuur wordt A ook wel de *'waterefficiency coefficient'* genoemd. In de praktijk is het vaak moeilijk om de transpiratie apart te bepalen. Meestal wordt in veld- en lysimeterproeven via waterbalansberekeningen de evapotranspiratie ET, bepaald. We kunnen vergelijking (9.3-1) omzetten in:

$$Y = a(\Sigma ET_{act}) - b \qquad (9.3\text{-}2)$$

waarin:

$\sum ET_{act}$	=	de gesommeerde evapotranspiratie	(mm)
a	=	watergebruiksfactor	(kg ds ha^{-1} mm^{-1})
b	=	regressiecoëfficiënt	(kg ds ha^{-1})

Afhankelijk van de tijdsduur dat een gewas de bodem niet volledig bedekt, de optredende weersomstandigheden en het type bodem, zal de bodemevaporatie een meer of minder belangrijk aandeel hebben in de productierelatie. Deze zal dus vaak sterk lokaal bepaald zijn. In figuur 9.3-6 is een voorbeeld gegeven voor suikerbiet. De watergebruiksfactor α voor de totale droge-stofopbrengst is 53 kg ha^{-1} mm^{-1} en voor de bieten 46 kg ha^{-1} mm^{-1}.

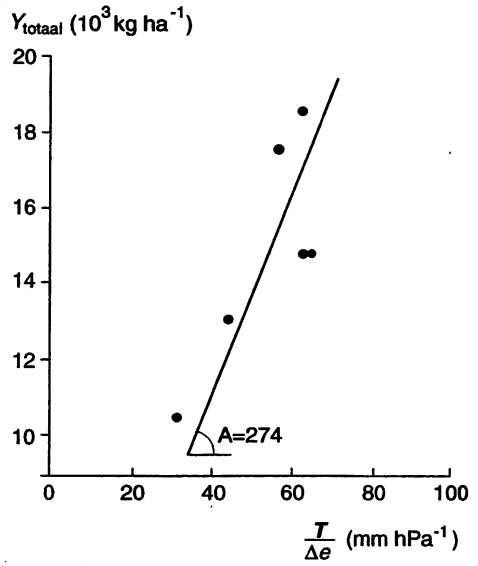


Figuur 9.3-6 Droge-stofopbrengst, Y, van suikerbiet (totaal en biet) als functie van de evapotranspiratie (naar Feddes, 1986).

Nu blijkt dat de vergelijkingen (9.3-1) en (9.3-2) voor humide en aride gebieden (op dezelfde breedtegraad) tot verschillende uitkomsten leiden. Dat komt omdat in aride klimaten de verdampingsvraag van de atmosfeer veel groter is dan in humide klimaten, zie bijvoorbeeld vergelijking (5.2-6). Bierhuizen en Slayter (1965) stelden daarom voor om het quotiënt van de cumulatieve transpiratie (mm) en het gemiddelde dampdrukdeficit ($\overline{\Delta e} = e_z^* - e_z$ (hPa)) over een periode te gebruiken. Tanner en Sinclair (1983) hebben de methode verfijnd, door de dagwaarden van het quotiënt te sommeren. De vergelijking wordt dan:

$$Y = A \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{T_{act}}{\overline{\Delta e}} \right)_i \qquad (9.3\text{-}3)$$

De watergebruikscoëfficiënt A heeft nu de dimensie van kg ds ha^{-1} mm^{-1} Pa. Door toepassing van vergelijking (9.3-3) worden verschillen in meteorologische omstandigheden tussen diverse jaren weggewerkt. De indruk bestaat echter dat de waarde van A in droge jaren hoger is dan in natte jaren. Dit betekent dat in droge perioden een efficiënter gebruik wordt gemaakt van het beschikbare water.



Figuur 9.3-7 Droge-stofopbrengst van aardappelen uitgezet tegen het quotient $\sum \frac{T_{act}}{\overline{\Delta e}}$ (naar Feddes, 1986).

In figuur 9.3-7 is een voorbeeld gegeven van de relatie tussen droge-stofopbrengst en watergebruik voor de totale opbrengst (bovengrondse en ondergrondse delen). Hiervoor is de watergebruikscoëfficiënt $A = 274$ kg ds ha^{-1} mm^{-1} hPa.

9.3.2.2 Gevoeligheid voor droogte

In Nederland zijn de volgende profielen zeer weinig of weinig vochthoudend:

- Duinzand (duinvaaggronden, vlakvaaggronden).
- Humuspodzolen (haarpodzolgronden).
- Modderpodzolen (holtpodzolgronden).
- Oud bouwland met een dun humeus dek (laarpodzolgronden).
- Dun kleidek op zand (plaatgronden, thans gerekend tot de vlakvaaggronden of bij iets dikker kleidek tot de poldervaaggronden). De beworteling blijft beperkt tot het kleidek.
- Veengronden met dun kleidek (waardveengronden). Bij gebruik als grasland blijft de beworteling beperkt tot het kleidek; uit onderliggende, vaak nog zeer natte veen wordt vrijwel geen water opgenomen.

Goed vochthoudend zijn, bij gebruik als bouwland:

- klei- en zavelgronden met een goede structuur (poldervaaggronden, ooivaaggronden);
- oude bouwlanden met een dik humeus dek (enkeerdgronden);
- lössgronden (radebrikgronden).

Het lössgebied in Noordwest-Europa heeft meestal zeer diepe grondwaterstanden. Dank zij diepe beworteling tot meer dan 100 cm en de uitstekende vochthoudendheid (> 200 mm beschikbaar vocht) is het zeer geschikt voor bouwland met o.a. veel suikerbieten: Midden-Duitsland, Zuid-Limburg, Belgische leemstreek, Noord-Frankrijk. In drogere klimaten (Roemenië, Zuid-Rusland, Midden-Westen van USA, Argentinië) treft men meest granen en mais aan.

In zeer droge streken worden in de vruchtwisseling braakjaren ingeschakeld. Tijdens de braak wordt in de bodem vocht opgeslagen; deze voorraad is van betekenis voor een volgend gewas. Het rendement van deze maatregel is echter gering: gemiddeld komt niet meer dan 15 à 20% van de neerslag gedurende de braakperiode ter beschikking van het navolgende gewas. Toch kan deze geringe hoeveelheid (enkele tientallen mm) de doorslag geven voor het slagen van de oogst.

Gewassen met een korte groeiduur zijn in het voordeel bij droogte. Zo kwam gerst in Europa in het extreem droge jaar 1976 tot top-opbrengsten.

In India verbouwt men vaak na de moessonregens allerlei gewassen die in de droge tijd het in de bodem opgeslagen vocht benutten. Is er in de moesson weinig regen gevallen en dus weinig

bodemvocht opgeslagen, dan zaait men gewassen met een korte groeiduur (kekererwten, sommige oliezaden), na meer regen worden gewassen met een langere groeiduur (tarwe, andere soorten oliezaden) gezaaid.

Veel boomsoorten wortelen dieper dan bouwlandgewassen. Loofhout stelt vrij hoge eisen aan de vochtvoorziening, naaldhout veel lagere.

Grasland en veel tuinbouwgewassen wortelen ondiep en zijn daardoor gevoeliger voor droogte dan akkerbouwgewassen. Een uitzondering vormen asperges die ook op weinig vochthoudende gronden (duinvaaggronden en vorstvaaggronden) redelijk gedijen. Toch geeft ook dit gewas betere resultaten op beter vochthoudende gronden (enkeerdgronden of lemige vorstvaaggronden).

De diepte van beworteling hangt sterk af van het bodemprofiel. De beworteling kan geremd worden door een grote dichtheid van de grond: zo dringen in zand geen wortels door, indien het poriënvolume minder is dan ongeveer 33 %. Een andere maat is de penetrometerwaarde. Indien deze in zandgrond meer dan 3 MPa bedraagt is geen wortelgroei mogelijk. Deze penetrometerwaarde is te velde veel gemakkelijker te bepalen dan het poriënvolume. Door *woelen* van de grond met geschikte werktuigen zijn waarden beneden 1.5 MPa te bereiken.

Er zijn aanwijzingen dat droogteschade kan worden verminderd door een ruime fosfaatbemesting. Waarschijnlijk wordt bij droogte vooral de opname van fosfaten (die in het bodemvocht slechts in geringe concentraties voorkomen) belemmerd.

9.3.3 Vochtvoorziening door capillaire opstijging

In paragraaf 8.3 werd aangegeven hoe in stationaire situaties de stroming van water via capillaire opstijging kan worden berekend. Dit verschijnsel doet zich niet alleen in Nederland voor maar ook in droge klimaten, waar plaatselijk het grondwater op geringe diepte voorkomt (vooral in rivierdalen of aan de voet van heuvels).

Sommige planten ontlenen vocht aan het grondwater: vaak zijn dit bomen of struiken. Dergelijke freatofyten zijn schadelijk voor de landbouw door een hoog waterverbruik en worden soms bestreden. Veel gronden in Nederland die bij lage grondwaterstand te droog zijn, zijn bij een juiste diepte van het grondwater zeer productief.

Duinzand (vlakvaaggrond) is voor cultuurgewassen veel te weinig vochthoudend, maar bij de juiste diepte van het freatisch vlak zeer geschikt voor bloembollencultuur. Reeds in 1938 is door Blaauw in bakkenproeven de reactie op constant gehouden grondwaterstanden vastgesteld. De optimale diepte is ongeveer 55 cm, voor grof zand iets minder, voor fijn zand iets meer. Een vrijwel identieke reactie vond Kalisvaart voor grasland op overeenkomstig zand in de Noordoostpolder. In

dergelijke gronden wordt de grondwaterstand in de zomer door aanvoer op het gewenste peil gehouden (infiltratie).

De aanvoer geschiedt:

- door brede sloten (bloembollengronden);
- door greppels (grasland in Noord-Holland);
- door drainbuizen (grasland en tuinbouwgronden in de Zuiderzeepolders).

Het gewas onttrekt vocht aan de open-capillaire zone. Bouwland op klei (poldervaaggrond) geeft de hoogste opbrengsten bij zeer diepe grondwaterstand (zie paragraaf 9.3.1.1). Het vochthoudend vermogen van deze gronden (± 200 mm) is in Nederland ook in droge jaren voldoende. Tuinbouwgewassen op zavelgrond vereisen in het groeiseizoen een diepe grondwaterstand (ten minste 120 cm beneden maaiveld). Vochttekorten kunnen beter worden bestreden door beregening dan door verhoging van de grondwaterstand, waaraan in natte perioden veel nadelen zijn verbonden.

In andere klimaten gelden overeenkomstige beschouwingen. Voor elke combinatie van gewas en bodem zal ook daar waarschijnlijk een optimale grondwaterstand kunnen worden aangegeven. In droge klimaten bestaat bij hoge grondwaterstand groot gevaar voor verzilting. Infiltratie is daarom meestal niet aan te bevelen. Bij bevloeiing beweegt het water zich van boven naar beneden, waardoor verzilting wordt voorkomen, mits:

- een overmaat water wordt gegeven, en
- het percolerende water kan worden afgevoerd. Is de natuurlijke afvoer daartoe onvoldoende, dan moet een ontwateringsstelsel (drainage) worden aangelegd.

Het agrohydrologische klimaat bepaalt welke hoeveelheden vocht buiten de directe neerslag aan de planten ter beschikking moeten worden gesteld.

Opgave 9.3.1. Waarom neemt tijdens een braakjaar het vochtgehalte van de wortelzone toe?

9.4 Literatuur

Bierhuizen, J.F. en R.O.Slayter, 1965. Effect of atmospheric concentration of water vapor and carbon dioxyde in determining transpiration-photosynthesis relationships of cotton leaves. Agr. Meteor. 2: 259-270.

Bohemen, P.J.M. van, 1981. Toename van de produktie van grasland bij verbetering van de watervoorziening. Nota 1298, ICW, Wageningen.

Feddes, R.A.,1986. Modelling and simulation in hydrologic systems related to agricultural development: State of the art. EWRA-publ. 1:131-146. Ook in: Proc. Symp. in the Community programme for coordination of agricultural research, Leuven, 26-28 nov.:55-72.

Feddes, R.A., Koopmans, R.W.R. Koopmans en J.C. van Dam, 2000. Agrohydrology. Collegedictaat, Universiteit Wageningen, nr. 06141109.

Hellings, A.J., 1980. Beregeningseffecten bij enkele akkerbouwgewassen. Bedrijfsontw. 11 (11): 1063-1068. Ook: Verspreide overdrukken 257, ICW, Wageningen.

Hoorn, J.W., 1958. Results of a groundwaterlevel experimental field with arable crops on clay soil.Neth. Journ. of Agr. Sci. 6 (1): 1-10.

Pettersen, S., 1958. Introduction to Meteorology. Mc GrawHill, New-York, N-Y.

Schothorst, C.J.,1982. Drainage and behaviour of peat soils. ICW-Report 3.

Thornthwaite, C.W. and J.R. Mather, 1955. The waterbalance. Public. in Climatology, Drexel Inst. of Technology, 8, no. 1.

Visser, W.C., 1958. De landbouw-waterhuishouding van Nederland. Commissie Onderzoek Landbouwwaterhuishouding Nederland (COLN) - T.N.O, Rapport 1.

Wijk, A.L.M. van en R.A. Feddes, 1975. Invloed van de waterhuishouding op de opbrengst van landbouwgewassen. Nota 867, ICW, Wageningen.

Wijk, A.L.M. van, R.A. Feddes, J.G. Wesseling, en J. Buitendijk, 1988. Effecten van grondsoort en ontwatering op de opbrengst van akkerbouwgewassen. Een evaluatie over 30 jaren van de opbrengst van aardappelen en zomergraan op acht bodemprofielen bij vijftien combinaties van ontwateringsdiepte en -intensiteit. Rapport 31, Inst. voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding (ICW).

10* AFVOERHYDROLOGIE

10.1 Inleiding

In hoofdstuk 2 werd in kwalitatieve zin besproken welke eigenschappen van een stroomgebied van invloed zijn op de *afvoerverlooplijn*. Voor veel aspecten van het waterbeheer en de landinrichting is het echter gewenst om in kwantitatieve zin uitspraken te kunnen doen over de reactie van een gebied op de invoer van neerslag. Dat wil zeggen, we willen kunnen voorspellen hoe de afvoer van een stroomgebied zal verlopen als gevolg van een gegeven neerslag. In hoofdstuk 3 hebben we gezien hoe we de herhalingstijd kunnen berekenen van bepaalde neerslaggebeurtenissen. Door daaraan de afvoer-voorspellingen te koppelen, zijn we in staat verwachtingen uit te spreken over de kans van voorkomen van bepaalde afvoerpieken. Zulke voorspellingen kunnen worden gedaan met behulp van modellen.

Een model is een vereenvoudigde versie van een reëel systeem dat zich gemakkelijker leent voor onderzoek, en waarvan we hopen dat de uitkomsten het gedrag van het natuurlijke systeem in voldoende mate zullen weerspiegelen.

We kunnen onderscheid maken tussen "*zwarte-doos*" modellen en *conceptuele*[1)] modellen. Bij de eerste proberen we alleen de relatie tussen invoer- en uitvoervariabelen te beschrijven, we zijn er dus niet in geïnteresseerd wat zich precies afspeelt in het geheimzinnige kastje. Bij de conceptuele modellen proberen we ons een voorstelling te maken van de processen die zich in het systeem afspelen. De daarbij gehanteerde vereenvoudiging wordt geïntroduceerd in de vorm van een aantal veronderstellingen.

In de hydrologie houden we ons vaak bezig met de tweede groep. Als we (denken te) weten, hoe de natuurkundige processen verlopen, kunnen we voorspellingen doen door die kennis te formuleren als wiskundige betrekkingen; denk aan de berekening van de verdamping of van grondwaterstroming. Voor de berekening van het afvoerverloop uit een stroomgebied, is naast kennis omtrent de verdeling van de neerslag in ruimte en tijd, ook kennis van hydraulica, verdamping, infiltratie en grondwaterstroming noodzakelijk. In het geval van afvoerberekening zijn de processen zeer complex, zelfs zo complex dat we deels onze toevlucht moeten nemen tot het zwarte-doos model. Dit staat bekend als de "systeem-benadering".

Een lineair model is een model waarin er een lineaire relatie bestaat tussen de te berekenen (afhankelijke) variabele en de te kiezen (onafhankelijke) variabele. Een voorbeeld is het "lineaire reservoir", waarbij er een rechtevenredig verband bestaat tussen de "invoer"- en de "uitvoer" variabele, respectievelijk de berging in het reservoir (die kan worden afvoergevoerd) en de afvoer uit het reservoir.

[1)] Conceptie: bevatting, vorming van een begrip in de geest (Van Dale, 1989)

10.2 De systeembenadering van een stroomgebied

10.2.1 Algemeen

Neerslag op een stroomgebied resulteert in afvoer uit het stroomgebied. De afvoer uit een stroomgebied kunnen we beschouwen als het antwoord (de reactie) van het systeem op de invoer, we kunnen dus spreken van een "invoer-uitvoer" relatie. De hoeveelheid neerslag (duur en intensiteit) en de verdeling ervan over het stroomgebied, worden bepaald door klimatologische en topografische kenmerken (zie hoofdstuk 3).

De afvoer bestaat uit oppervlakkig afstromend water (de snelle component) en grondwaterafvoer (de langzame component). De vorm van *de hydrograaf of afvoerverlooplijn* (zie figuur 2.2-1) wordt mede bepaald door de eigenschappen van het stroomgebied. De belangrijkste gebiedseigenschappen werden al vermeld (kwalitatieve beschrijving) in hoofdstuk 2:

- de grootte en vorm van het stroomgebied;
- de geologische ondergrond;
- het reliëf en de hellingen;
- de bodemgesteldheid (vooral het bodemoppervlak) en het landgebruik;
- het afwateringsstelsel (vorm en dichtheid worden beïnvloed door het bovenstaande)

De *kwantitatieve beschrijving* van de afvoer op een bepaald moment wordt vooral bepaald door de *watervoorraad* in het gebied (*bergingsbeginsel*) en door de afstanden die moeten worden afgelegd (*looptijdbeginsel*). Als in de onverzadigde zone al een grote hoeveelheid water aanwezig is, met andere woorden als het vochtgehalte dicht bij de veldcapaciteit zit, zal een snellere reactie optreden dan wanneer de onverzadigde zone een laag vochtgehalte en dus een grotere bergingsmogelijkheid heeft.

10.2.2 De direct afvoerbare neerslag

Niet alle neerslag die op een stroomgebied valt, wordt afgevoerd. De "verliezen" zijn voornamelijk het gevolg van *verdamping*, bijvoorbeeld van water dat op het oppervlak (o.a. van bladeren) achterblijft, of water dat eerst infiltreert en later door planten wordt opgenomen en via de huidmondjes verdampt. Water dat uit de onverzadigde zone percoleert naar het *grondwater* draagt later bij aan de langzame afvoercomponent.

Zoals in hoofdtuk 4 werd besproken, is de infiltratiesnelheid afhankelijk van een groot aantal factoren die variëren in de ruimte (gebiedseigenschappen) en in de tijd (nat/droog seizoen). De voorspelling ervan is dan ook een uiterst complexe aangelegenheid, waardoor het vrijwel onmogelijk

(gewijzigd)
15/12/2001

blijkt om een betrouwbaar conceptueel model op te stellen, dat gebaseerd is op de fysische processen van berging en transport. Bovendien moeten we heel veel gedetailleerde kennis hebben met betrekking tot al deze factoren (in ruimte én tijd). Meestal is die informatie niet beschikbaar en moeten we onze toevlucht nemen tot een eenvoudiger modelvoorstelling. Voorbeelden van zulke vereenvoudigde modellen zijn:

- De Φ-(phi) index methode waarbij een vaste aftrek wordt toegepast, dat wil zeggen dat er gedurende de gehele bui een constante intensiteit (mm u^{-1}) afgetrokken wordt.
- De zogenaamde Antecedent Precipitation Index (API), die als maat wordt gebruikt om de voorafgaande neerslag in rekening te brengen:

$$API = \sum_{t=2}^{n} P_t \, k^t \qquad k<1$$

Voor dag n geldt:

$$API_n = P_n + P_{n-1}k + P_{n-2}k^2 + P_{n-3}k^3 + \ldots. \qquad (10.2\text{-}1)$$

In deze formule is P_n de hoeveelheid neerslag (mm) gedurende tijdvak n (dag, uur); voor k worden waarden gebruikt tussen 0.8 en 0.95. Uit de bovenstaande vergelijking volgt:

$$API_{n+1} = P_{n+1} + P_n k + P_{n-1}k^2 + P_{n-2}k^3 + \ldots..$$
$$API_{n+1} = P_{n+1} + API_n k \qquad (10.2\text{-}2)$$

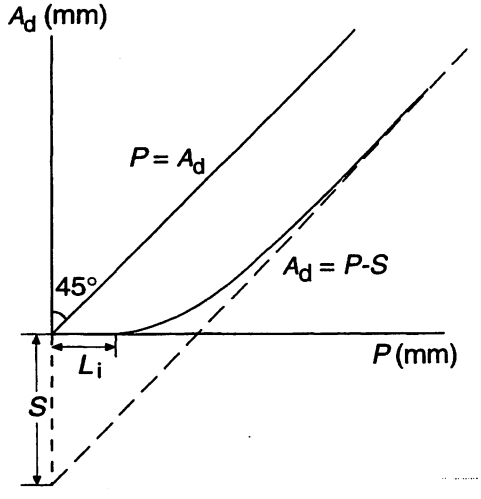
- De 'Curve number' (CN) methode die is gebaseerd op een empirische relatie (een aanname die niet theoretisch wordt onderbouwd), waarin rekening wordt gehouden met initiële verliezen (L_i), afnemende infiltratiesnelheid (tijdens een bui) en het vochtgehalte van de bodem (dat kan worden gekarakteriseerd door de API) bij het begin van de bui.

De aanname is: $\frac{neerslag - verliezen}{maximale\ berging} = \frac{werkelijke\ afvoer}{maximale\ afvoer}$, in symbolen:

$$\frac{P - L_i - S}{S} = \frac{A_d}{P - L_i} \qquad (10.2\text{-}3)$$

De CN-methode werd ontwikkeld door de US Soil Conservation Service en wordt voornamelijk toegepast in de USA voor de berekening van de *direct afvoerbare neerslag* (d.a.n.) uit kleine tot middelgrote stroomgebieden, met voornamelijk agrarisch landgebruik .
Er wordt met nadruk op gewezen dat er voor bovenstaande veronderstelling, geen natuurkundige verklaring wordt gegeven, zij is kennelijk alleen gebaseerd op waarneming en empirie.

De relatie tussen de *hoeveelheden* afvoer A_d, neerslag P en "potentiële maximale berging" S (alle drie in mm) kunnen we weergeven middels de onderstaande figuur.



Figuur 10.2-1. Het verband tussen neerslag en afvoer met initiële aftrek en potentiële berging (naar Warmerdam, 1992).

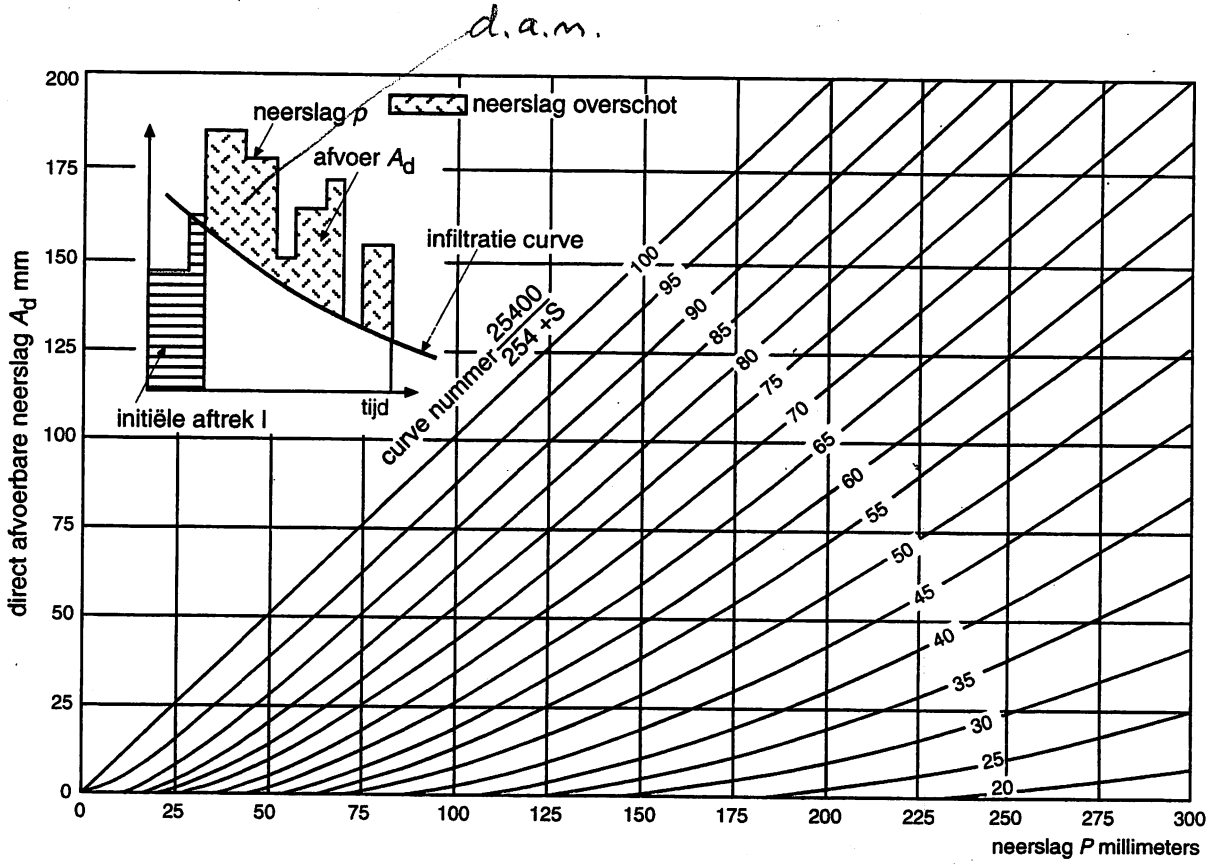
Als we aannemen dat $L_i = 0.2\,S$ krijgen we:

$$A_d = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \qquad (10.2\text{-}4)$$

Om de afvoerbare neerslag te bepalen uit de gemeten neerslag wordt bij de toepassing van de CN-methode gebruik gemaakt van een bundel genummerde grafieken die gebaseerd zijn op vergelijking (10.2-4), zie figuur 10.2-2. Het nummer van elke grafiek is gerelateerd aan de waarde van S, schrijven we S in mm dan geldt:

$$\mathrm{CN} = \frac{25400}{254 + S} \qquad (10.2\text{-}5)$$

S hangt af van grondsoort en bodemgebruik. Voor een verhard oppervlak, waarop vrijwel geen berging mogelijk is, nadert S naar nul en krijgen we CN = 100. Met de bundel grafieken kan A_d (de direct afvoerbare neerslag) worden berekend. De kunst is dus het bepalen van CN, het nummer van de grafiek. Daarvoor zijn determinatietabellen gemaakt, waaruit CN met behulp van gebiedskenmerken kan worden bepaald (zie Dingman, 1994, blz. 391-393 of Viessman en Lewis, 1996, blz. 74-76).



Figuur 10.2.-2 Bepaling van de direct afvoerbare neerslag volgens de C-N methode.

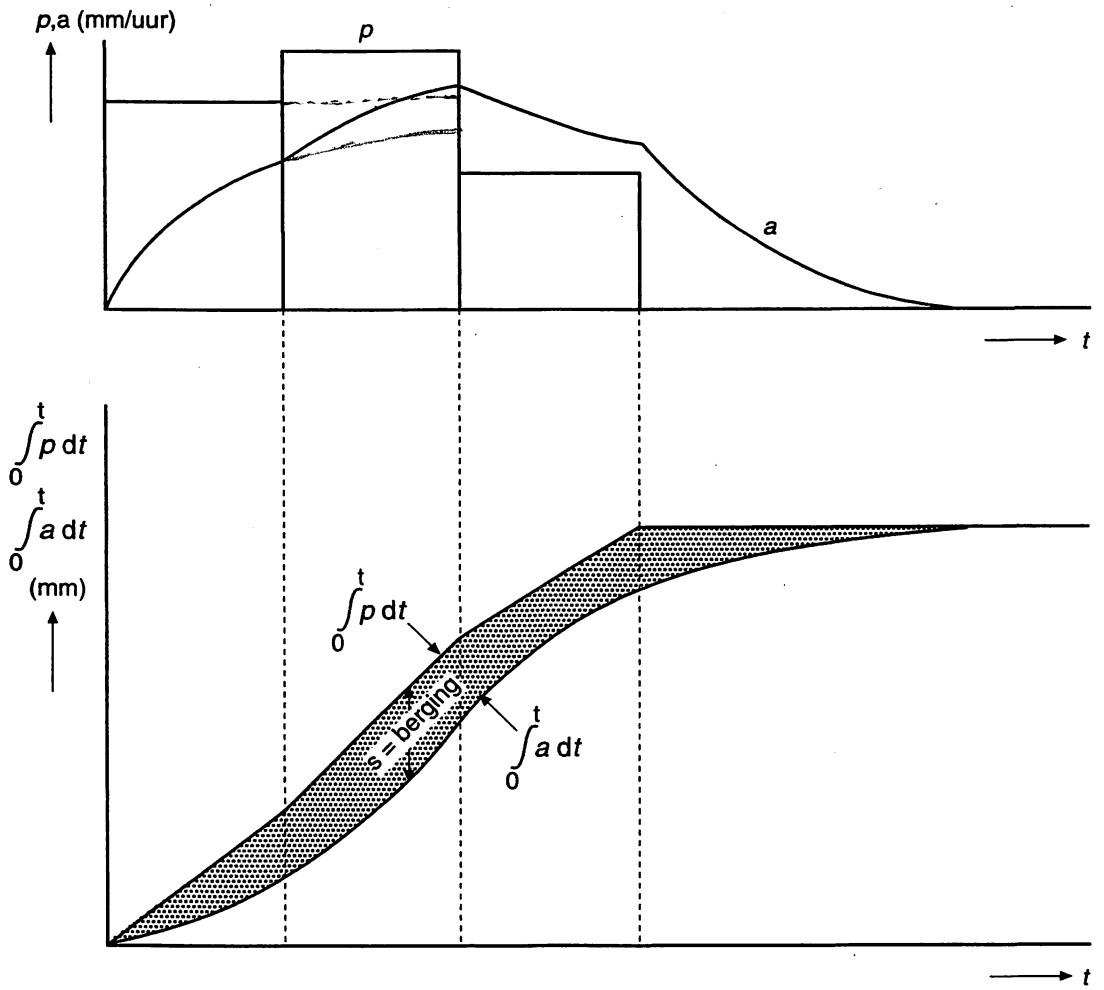
10.2.3 Berging en looptijd

Zoals eerder werd uiteengezet, omvat het afvoerproces aspecten van berging en transport. De vorm van de hydrograaf wordt in belangrijke mate bepaald door de invloed van deze factoren.

Het *bergingsbeginsel* gaat er van uit dat de afvoer op ieder moment een functie is van de hoeveelheid af te voeren water (afvoerbare neerslag) die nog in het stroomgebied (reservoir) aanwezig is. In deze benadering wordt geen rekening gehouden met aspecten van het transport en dus is de afvoer van een constante neerslag maximaal op het moment dat de toevoeging ophoudt. Deze methode kan daarom alleen worden toegepast op kleine stroomgebieden, waarvan de looptijden van de oppervlakte afvoer zeer kort

zijn. Een stroomgebied kan echter worden opgevat als een reeks van reservoirs die in elkaar uitstromen. Daardoor ontstaat demping en vertraging.

Ter verduidelijking zijn in figuur 10.2-3a de direct afvoerbare neerslagintensiteit (p) en de bijbehorende afvoerintensiteit (a), beide een functie van t en uitgedrukt in mm per uur, uitgezet tegen de tijd. Figuur 10.2.3b geeft de bijbehorende sommatiekrommen ($\int_0^t p\,dt$ en $\int_0^t a\,dt$) in lengte-eenheden, in dit geval mm. De aanwezige berging in het gebied (s) is op ieder moment gelijk aan het verschil tussen de beide sommatiekrommen. De afvoer a is in deze methode dus gerelateerd aan s.



Figuur 10.2-3 De invloed van berging op relatie tussen invoer en uitvoer (naar Van Dam, 1975).

Er zijn verschillende vormen denkbaar voor deze relatie, maar de eenvoudigste, en daarom de meest toegepaste, is een lineaire relatie tussen a en s. Het zogenaamde *lineaire reservoir* werd reeds besproken

in paragraaf 7.7. Omdat het daar ging om een grondwaterreservoir, werd het verschil in berging (per oppervlakte) aangegeven door het stijghoogteverschil ΔH maal de bergingscoëfficiënt S[1]. Voor *een constante neerslagintensiteit* (p_c) kan vergelijking (7.7-8) worden herschreven als:

$$\frac{a(t) - p_c}{a_0 - p_c} = e^{-\frac{t}{k}} \qquad (10.2\text{-}6)$$

De reactiefactor (α) is nu vervangen door $\frac{1}{k}$, de reciproke van de evenredigheidsfactor tussen berging en afvoer ($s = ka$) die *de karakteristieke tijd*[2] wordt genoemd en de dimensie tijd heeft (in het Engels:lag time). Vergelijking (10.2-6) geeft de afvoer per oppervlakte-eenheid (dimensie: lengte per tijd) uit een lineair reservoir waarin op $t = 0$ al een hoeveelheid water geborgen is die een afvoer a_0 tot gevolg heeft. De waarde van k kan worden afgeleid uit waargenomen buien met de bijbehorende afvoergolven. In de praktijk wordt vrijwel altijd met tijdstappen (Δt) gewerkt, bijvoorbeeld een uur of een dag, gedurende welke de neerslagintensiteit constant wordt verondersteld. De berekende waarde van a op het tijdstip t geldt dan als startwaarde (a_0) voor de volgende tijdstap ($t + \Delta t$). Voor de afvoer aan het einde van tijdstap n geldt dus:

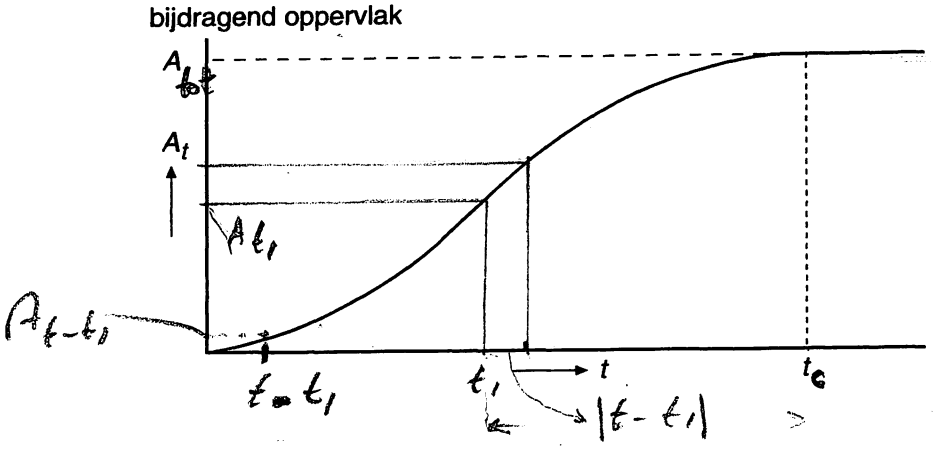
$$a_n = p_n + (a_{n-1} - p_n)\, e^{-\frac{\Delta t}{k}} = a_{n-1} e^{-\frac{\Delta t}{k}} + p_n(1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}) \qquad (10.2\text{-}7)$$

waarin a_n de afvoer is aan het einde van tijdstap n en p_n de direct afvoerbare neerslag gedurende die tijdstap.

Het *looptijdbeginsel* gaat er van uit dat water op een bepaalde plaats in het stroomgebied altijd dezelfde reistijd heeft naar het lozingspunt. De afvoer van de direct afvoerbare neerslag verloopt dus volgens een vaststaand patroon dat karakteristiek is voor het stroomgebied. Alleen de looptijd dient als grondslag voor de afvoerberekening, met andere woorden: de invloed van de berging op het afvoerverloop wordt verwaarloosd. De looptijd varieert van nul (neerslag bij het lozingspunt) tot de *concentratietijd* t_c, wanneer water van het verst verwijderde punt bij het lozingspunt is aangekomen. Dit betekent dat, bij langdurige neerslag, het oppervlak dat bijdraagt aan de afvoer (A_t) toeneemt van nul, bij $t = 0$, tot het totale oppervlak van het gebied (A_{tot}) wanneer $t = t_c$, zie figuur 10.2-4. Voor iedere waarde van t is A_t een constante, zodat de afvoer op $t = t$ een lineaire functie is van de invoervariabele p_c. Een neerslag van *oneindig lange duur* en constante intensiteit (p_c) veroorzaakt een afvoerverloop Q_t (volume per tijd) dat we kunnen schrijven als:

1) Voor de bergingscoëfficiënt wordt ook het symbool μ gebruikt.
2) k staat ook bekend als de *reservoircoëfficiënt*.

$$Q_t = p_c A_t \qquad (10.2\text{-}8)$$



Figuur 10.2-4 Het verloop van het bijdragend oppervlak A_t als functie van t (naar Van Dam, 1975).

Als op tijdstip t_1 de intensiteit p_1 verandert in p_2 geldt *vanaf dat moment*:

$$Q_t = p_1 A_t + (p_2 - p_1) A_{t-t_1} + \ldots \qquad (10.2\text{-}9)$$

Elke volgende verandering van de neerslaginteniteit heeft een soortgelijke invloed. Wanneer de neerslag afneemt, levert dat uiteraard een negatieve bijdrage. Voor de praktische toepassing moet het verloop van de functie A_t bekend zijn. Dit kan worden afgeleid uit waargenomen afvoerverlooplijnen, zie opgave 10.2.5.

Omdat bij de stroming van "open" water (over het landoppervlak of in een waterloop) de stroomsnelheid toeneemt bij hogere waterstanden, is de methode beperkt toepasbaar, namelijk tot die gevallen waarin de looptijd weinig variëert, zoals parkeerterreinen en vliegvelden.

Opgaven

10.2.1. Controleer de relatie $\alpha = 1/k$ (zie paragraaf 7.7).

10.2.2. Waarom wordt in de praktijk met tijdstappen gewerkt?

10.2.3. Bereken de afvoer ($m^3\ s^{-1}$) uit een gebied van 7.2 km^2 waarop tijdens een twee uur durende bui 15 mm direct afvoerbare neerslag valt. Het verloop van de neerslagintensiteit is als volgt: van $t = 0$ tot $t = ½$ uur $p = 10$ mm uur^{-1}, van $t = ½$ tot $t = 1$ uur $p = 5$ mm uur^{-1}, van $t = 1$ tot $t = 1½$ uur $p = 10$ mm uur^{-1} en van $t = 1½$ tot $t = 2$ uur $p = 5$ mm uur^{-1}. Het gebied kan worden beschouwd als een lineair reservoir met een vertragingstijd $k = 2$ uur, op $t = 0$ is er geen afvoer.

opg. 10.2-7

10.2.4. Stel dat in het gebied van opgave 10.2.3. (lineair reservoir) gedurende een dag, een gestage constante neerslag valt van 15 mm per dag. Bereken en teken het afvoerverloop op 1 uur intervallen.

10.2.5. Bereken de afvoer uit het stroomgebied van opgave 10.2.3. volgens het looptijdbeginsel als we veronderstellen dat A_t lineair toeneemt. Neem voor t_c achtereenvolgens de waarden ½, 1 en 2 uur. Controleer of de totale berekende afvoer gelijk is aan 15 mmm.

10.2.6. Schrijf vergelijking (10.2-9) voor de afvoer per oppervlakte-eenheid ($a(t)$).

10.2.4 Analyse van de afvoerverlooplijn

De afvoerverlooplijn, of hydrograaf, die de totale afvoer bij een lozingspunt weergeeft, is in een natuurlijk stroomgebied de som van:

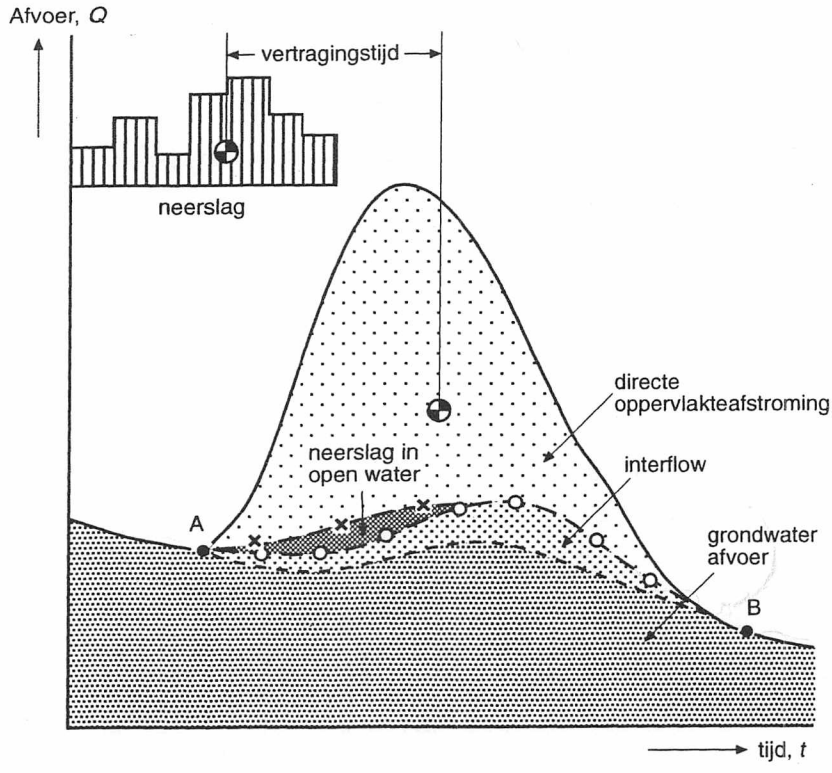
1. de directe oppervlakteafstroming;
2. de zogenaamde "interflow";
3. de grondwaterafvoer;
4. de regen die direct in de open waterlopen valt (onbelangrijk in vergelijking met de eerste 3).

Directe oppervlakteafstroming treedt op als de neerslagintensiteit de infiltratiesnelheid aan het bodemoppervlak overtreft; er ontstaan dan plassen, waardoor water direct in sloten of greppels kan stromen. Interflow is een relatief snelle "grondwater"afvoer die veroorzaakt wordt slecht doorlatende lagen op geringe diepte onder het maaiveld, waardoor schijnwaterspiegels ontstaan en het water door de meestal goed doorlatende toplaag wordt afgevoerd. Ook kortsluitingen tussen maaiveld en open waterlopen, zoals veroorzaakt door buisdrainage, dragen bij aan interflow. De afvoer van het diepere grondwater is in het algemeen een langzaam verlopend proces. Door deze vertraging treedt in natuurlijke waterlopen ook in droge perioden nog afvoer op. Deze "basisafvoer"is uitsluitend het gevolg van grondwaterafvoer en vertoont een exponentieel "uitputtingsverloop".

Figuur 10.2-5 toont het karakteristieke beeld van het afvoerverloop ten gevolge van één geïsoleerde regenbui, we noemen dit een afvoergolf. We onderscheiden daarin:

a. een opgaand segment;
b. een top segment;
c. een dalend segment;
d. de basis afvoer.

Bij langdurige regenval krijgen we de zogenaamde *S- curve*: een opgaand segment, overgaande in constante afvoer (zie ook opgave 10.2.4.).



Figuur 10.2-5 Componenten van een afvoergolf (naar Viessman en Lewis, 1996).

10.3 De eenheidsafvoergolf of 'unit hydrograph'

10.3.1 Algemeen

Een eenheidsafvoergolf of unit hydrograph (UH) is het afvoerverloop van de directe afvoer (de "snelle" component) als gevolg van een eenheidsvolume afvoerbare neerslag U, dat gedurende een bepaald tijdsinterval (T) gelijkmatig verdeeld over het stroomgebied valt. We noteren de UH als: $u(T,t)$;

De afvoer wordt gewoonlijk uitgedrukt in volume per tijd ($m^3\ s^{-1}$) of in lengte-eenheden per tijd ($mm\ d^{-1}$). Het eenheidsvolume is het volume van 1 mm: $U = A\ 10^{-3}$, waarin U in m^3 en het oppervlak A in m^2. We zeggen en schrijven: $U = 1$ mm. De UH zet de gegeven *invoerfunctie* (de direct afvoerbare neerslag als functie van t) om in een *uitvoerfunctie* (de afvoer als functie van t), zonder verdere natuurkundige verklaringen. Dit is dus een schoolvoorbeeld van het zwarte-doos model. De duur van de regenbui moet worden vermeld, omdat de UH die het resultaat is van 1 mm afvoerbare regen in 5 minuten, anders is dan de UH van 1 mm afvoerbare regen in 1 uur.

Het begrip UH werd geïntroduceerd door Sherman (1932), de basisaanname is dat het systeem *lineair en tijdsonafhankelijk* is. Impliciet is aangenomen dat voor neerslagen van gelijke duur, de duur van de afvoer ook gelijk is (dus ongeacht de hoeveelheid regen).

Het gevolg van deze aannamen is:

- twee buien met dezelfde duur, maar verschillende hoeveelheden, produceren afvoerverlooplijnen, waarvan de intensiteiten op overeenkomstige tijdstippen zich verhouden als de totale afvoerhoeveelheden (lineariteit):

$$\frac{Q_s}{V_s} = \frac{Q_u}{1} \qquad (10.3\text{-}1)$$

  waarin Q_s de afvoerintensiteit is (bijvoorbeeld in $m^3 s^{-1}$), V_s het totale volume van de afvoer uitgedrukt in lengte-eenheden (bijvoorbeeld mm) en Q_u de afvoerintensiteit van de UH.
- De verdeling van het afvoerverloop is onafhankelijk van voorafgaande neerslagen (tijdsinvariantie).

Met nadruk wordt er op gewezen dat in de benadering van Sherman grondwaterafvoer een onbelangrijke rol speelt. In Nederland daarentegen is grondwaterafvoer juist wel belangrijk, terwijl de directe oppervlakteafstroming geen grote rol speelt. Van de op bladzijde 215 genoemde componenten van de afvoerverlooplijn veroorzaken in Nederland de nummers 1., 2. en 4. de snelle afvoer ofwel *de direct afvoerbare neerslag* (d.a.n.).

10.3.2 De eenheidsafvoergolf bepalen uit het gemeten afvoerverloop van een regenbui

Omdat de totale afvoer uit een stroomgebied de som is van snelle en langzame componenten, is het voor een betrouwbare voorspelling noodzakelijk een scheiding tussen beide aan te brengen. In figuur 10.2-5 is een verdeling zichtbaar gemaakt door arcering. Hoe die verdeling moet worden aangebracht, is echter op voorhand niet duidelijk. In de meeste gevallen wordt bij de analyse alleen een onderscheid gemaakt tussen de snelle en langzame afvoer.

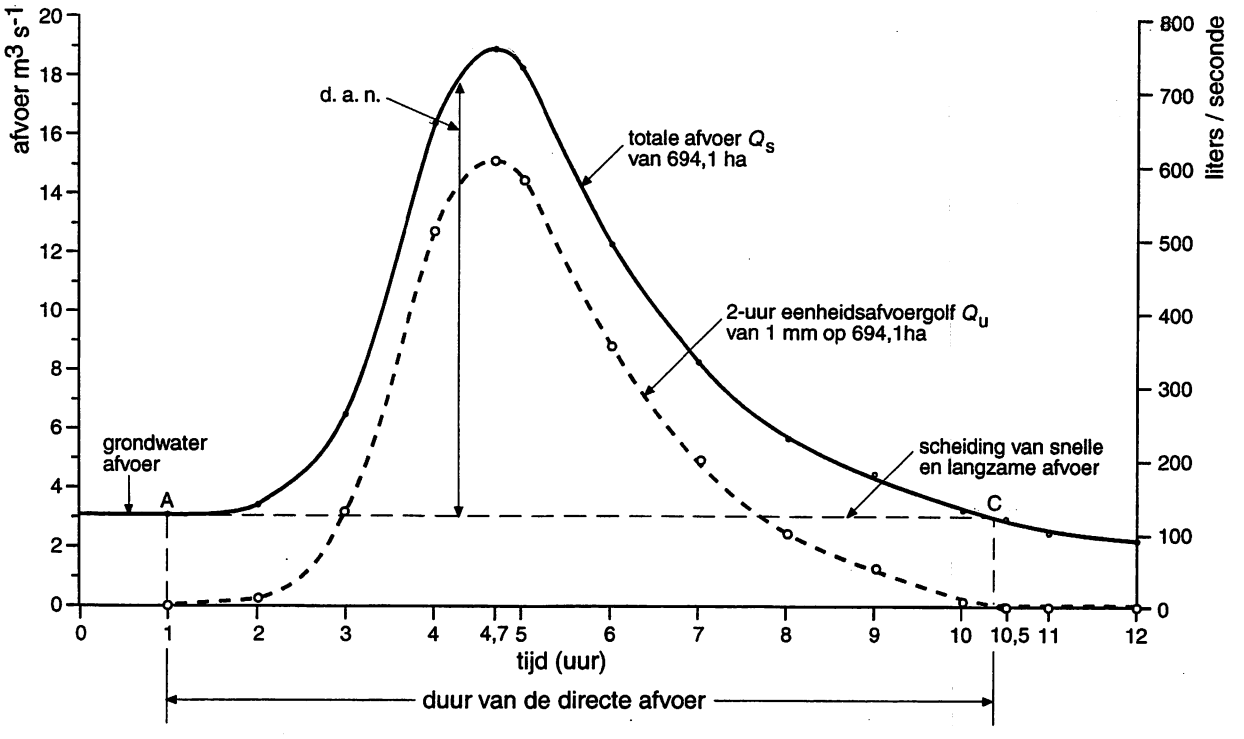
Om de UH van een stroomgebied te bepalen, moeten we beschikken over gegevens van neerslag en afvoer die aan bepaalde voorwaarden voldoen. De eerste voorwaarde is dat de gegevens afkomstig zijn van duidelijk afgebakende buien met een eenvoudige structuur. Daarmee bedoelen we een gelijkmatige verdeling van de neerslag in de ruimte en in de tijd. De hoeveelheid afvoerbare neerslag moet bij voorkeur tussen de 10 en 45 mm liggen en de duur van de bui tussen de 10 en 30% van de concentratietijd.

Er worden in de literatuur verscheidene methoden besproken om snelle en langzame afvoer te scheiden, zie bijvoorbeeld Dingman, 1994. De eenvoudigste manier is om vanuit het buigpunt A een horizontale lijn te trekken tot aan het snijpunt met de basisafvoer. De ordinaat van de direct afvoerbare neerslag op een bepaald tijdstip is het verschil tussen de totale afvoer en de grondwaterafvoer. Het oppervlak onder de afvoerkromme dat boven de scheidingslijn ligt, vertegenwoordigt de direct afvoerbare neerslag (m^3). Deze hoeveelheid kan "met de hand" grafisch worden geintegreerd (bijvoorbeeld door toepassing van de trapeziumregel) of, bij het werken met een rekenmachine, met behulp van een daartoe geëigend computerprogramma. Delen we dit volume nu door het oppervlak van het gebied dan krijgen we de direct afvoerbare neerslag in lengte-eenheden (mm). Is dat 26 mm, dan verkrijgen we de overeenkomstige ordinaten van de UH (Q_u in $m^3\ s^{-1}$) door de ordinaten van de directe afvoer (Q_s) delen door 26. De dimensie van de UH is dus feitelijk $m^3\ s^{-1}\ mm^{-1}$. Eén en ander wordt aan de hand van een rekenvoorbeeld uitgewerkt in tabel 10.3-1 en geïllustreerd in figuur 10.3-1.

Tabel 10.3-1 Rekenvoorbeeld voor de bepaling van een UH uit gemeten afvoeren. Bereken de 2-uur UH (we schrijven dat als: $u(2,t)$) van een stroomgebied van 694.1 ha, als de totale afvoer en de grondwaterafvoer als gevolg van een 2 uur durende bui gegeven zijn (kolommen (1) t/m (3)).

(1) tijd (uur)	(2) totale afvoer Q ($m^3\ s^{-1}$)	(3) grondwater afvoer ($m^3\ s^{-1}$)	(4) d.a.n. = Q_s ($m^3\ s^{-1}$) (2) - (3)	(5) 2-u UH = Q_u ($l\ s^{-1}$ per mm) (4) : 26
1	3.12	3.12	.0	0
2	3.45	3.12	.33	13
3	6.51	3.12	3.39	130
4	16.37	3.12	13.25	510
4.7	18.86	3.12	15.74	605
5	18.27	3.12	15.15	583
6	12.29	3.12	9.17	353
7	8.30	3.12	5.18	199
8	5.72	3.12	2.60	100
9	4.53	3.12	1.41	54
10	3.31	3.12	0.19	7
10.5	2.98	2.98	0.0	0
11	2.55	2.55	0.0	0
12	2.27	2.27	0.0	0

Om de getallen van kolom (5) te vinden, gebruiken we vergelijking (10.3-1). Dat betekent dat we eerst het afvoervolume (V_s) van de direct afvoerbare neerslag moeten berekenen. Hiervoor gebruiken we de trapeziumregel het resultaat, uitgedrukt in mm waterhoogte, is 26 mm. Controleer dat zelf!



Figuur 10.3-1 Illustratie van de bepaling van een eenheidsafvoergolf uit de gemeten afvoer van een 2 uur durende bui. De gegevens zijn dezelfde als in tabel 10.3-1.

10.3.3 De eenheidsafvoergolf en de S-curve

Een UH geeft de intensiteit van de afvoer Q ($m^3 s^{-1}$) aan het einde van elk tijdsinterval. De T-uur UH kan worden gebruikt om de afvoerverlooplijnen van andere neerslaggebeurtenissen te voorspellen. In het onderstaande wordt één en ander toegelicht aan de hand van enkele voorbeelden.

- Voor buien met een constante intensiteit die ook T-uur duren, vinden we de afvoer door de ordinaten van de UH te vermenigvuldigen met het "volume" neerslag van de T-uur bui.
- Als de bui kan worden beschouwd als de som van een aantal veelvouden van de T-uur UH bui, herhalen we het bovenstaande, voor die achter elkaar geplaatste buien (zie opgave 10.3.1).
- Als $u(T,t)$ is gegeven, kunnen we ook de UH van een bui van $2T$, $3T$, $4T$ uur, etc. bepalen.

  De $3T$-uur eenheidsafvoergolf, $u(3T,t)$, is een bui waarvan de intensiteit $\frac{1}{3T}$ bedraagt, omdat het

eenheidsvolume in $3T$ uur wordt toegevoegd. We kunnen dit schrijven als:

$$u(3T,t) = \frac{1}{3}[u(T,t) + u(T,t-T) + u(T,t-2T)] \qquad (10.3\text{-}2)$$

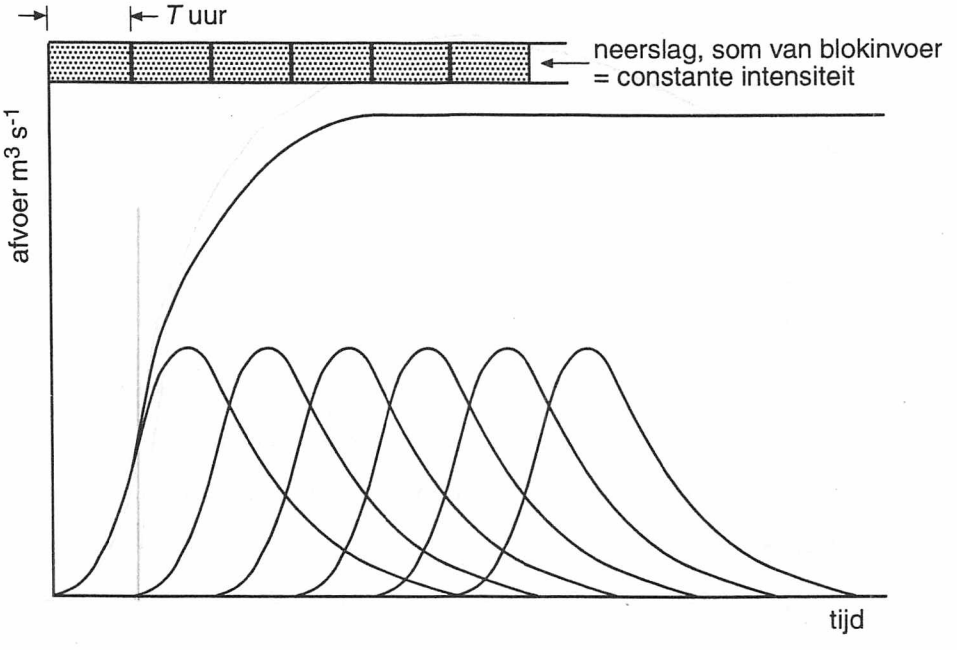
Deze methoden zijn niet bruikbaar om de eenheidsafvoergolf te bepalen van buien die een willekeurige lengte hebben, bijvoorbeeld buien die korter zijn dan T uur of niet een geheel aantal T. Voor zulke gevallen gebruiken we de zogenaamde S-curve.

De S-curve is het afvoerverloop van een constante neerslag.

Een $u(T,t)$ geeft de afvoer van een neerslagintensiteit $\frac{1}{T}$. De S-curve van een intensiteit $\frac{1}{T}$ (die we noteren als $S(\frac{1}{T},t)$[1]) kunnen we dus construeren door de eenheidsafvoergolven $u(T,t)$ achter elkaar te plaatsen en vervolgens de afvoeren op te tellen (zie figuur 10.3-2).

In algebraïsche termen is de S- curve van een constante neerslag, die begint op $t = 0$, gelijk aan:

$$S(\frac{1}{T},t) = u(T,t) + u(T,t-T) + u(T,t-2T) + \text{....etc.} \qquad (10.3\text{-}3)$$



Figuur 10.3-2 Constructie van de overeenkomstige S-curve uit een eenheidsafvoergolf.

[1] Let op: bij de notatie van S-curve duidt het eerste getal op de intensiteit van de neerslag en niet op de duur, zoals bij de notatie van de eenheidsafvoergolf $u(T,t)$. In $S(\frac{1}{T},t)$ is $\frac{1}{T}$ de breuk die de intensiteit (uitgedrukt in de gekozen lengte- en tijdseenheden) van de $u(T,t)$ weergeeft.

en voor een continue neerslag van dezelfde intensiteit die begint op t - T:

$$S(\frac{1}{T},t-T) = u(T,t-T) + u(T,t-2T) + u(T,t-3T) + \ldots\ldots \qquad (10.3\text{-}4)$$

De curve van vergelijking (10.3-4) heeft exact dezelfde vorm als die van vergelijking (10.3-3), maar is T uur verschoven naar rechts. Het verschil van de twee S-curven is de afvoergolf van een bui met intensiteit $\frac{1}{T}$ en een duur van T-uur. Dat is, uiteraard, de eenheidsafvoergolf $u(T,t)$:

$$S(\frac{1}{T},t) - S(\frac{1}{T},t-T) = u(T,t) \qquad (10.3\text{-}5)$$

De ordinaten van de S- curve *van een continue neerslag met intensiteit 1*, die begint op $t = 0$, zijn T maal de ordinaten van vergelijking (10.3-3):

$$S(1,t) = \frac{T}{1}[u(T,t) + u(T,t-T) + u(T,t-2T) + \ldots\text{etc.}] \qquad (10.3\text{-}6)$$

waarin het dimensieloze getal $\frac{T}{1}$ gelezen moet worden als: intensiteit 1 gedeeld door intensiteit $\frac{1}{T}$.

Uit het bovenstaande volgt dat een S-curve kan worden verkregen door de sommatie van een aantal in de tijd verschoven eenheidsafvoergolven. Omgekeerd kan een eenheidsafvoergolf $u(T,t)$ worden berekend als het verschil van twee S-curven die een overeenkomstige intensiteit $\frac{1}{T}$ hebben. Dit biedt de mogelijkheid om uit een gegeven T_1-UH, een willekeurige andere T_2-UH te construeren. Tabel 10.3-2 geeft een voorbeeld van de berekening van een $S(\frac{1}{T},t)$ uit een gegeven $u(T,t)$; in de kolommen (7) en (8) wordt (ter controle) de oorspronkelijke UH weer teruggevonden uit de berekende S-curve van kolom (6). Een eenvoudige rekenprocedure voor de berekening van een S-curve uit een $u(0,t)$ wordt duidelijk gemaakt aan de hand van figuur 10.3-3.

Om uit een gegeven eenheidsafvoergolf $u(T_1,t)$ een willekeurige andere $u(T_2,t)$ af te leiden, kan als tussenstap eerst de $S(1,t)$ berekend worden. In tabel 10.3-3 berekenen we de $u(3,t)$ uit de $u(2,t)$ van tabel 10.3-2, de daarbij gebruikte $S(1,t)$ wordt verkregen door de $S(½,t)$ uit tabel 10.3-2 te vermenigvuldigen met 2.

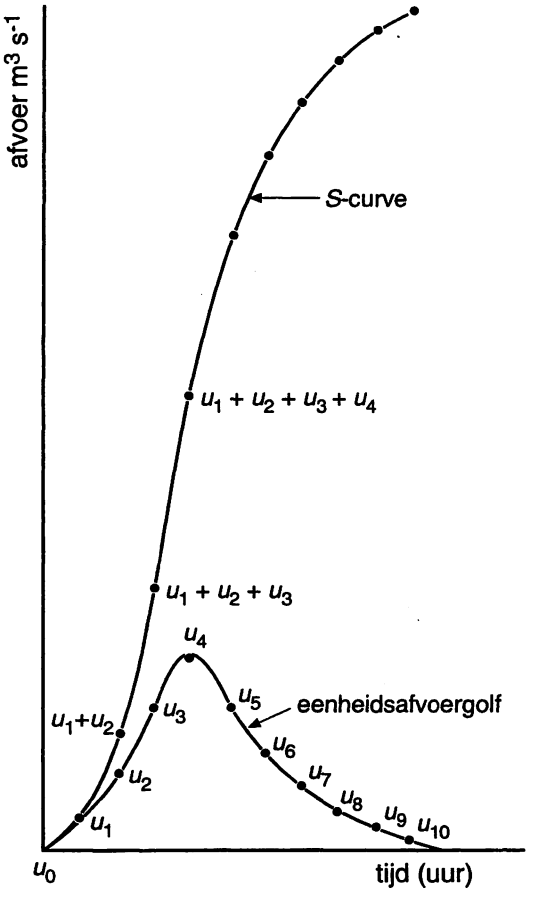
Tabel 10.3-2 Voorbeeld van de berekeningsprocedure van een $S(\frac{1}{T},t)$ curve door verschuiven van de $u(T,t)$. De gegeven eenheidsafvoergolf, $u(2,t)$, staat in kolom (2). De getallen in de kolommen (2) tot en met (8) geven de afvoer Q in liters per seconde.

(1) tijd (uur)	(2) 1-ste 2-u UH $u(2,t)$	(3) 2-de 2-u UH $u(2,t\text{-}2)$	(4) 3-de 2-u UH $u(2,t\text{-}4)$	(5) 4-de 2-u UH $u(2,t\text{-}6)$	(6) S-curve $S(½,t)$	(7) 2 uur verschoven $S(½,t\text{-}2)$	(8) oorspr. 2-u UH $u(2,t)$
0	0				0		0
1	50				50		50
2	125	0			125	0	125
3	100	50			150	50	100
4	50	125	0		175	125	50
5	25	100	50		175	150	25
6	0	50	125	0	175	175	0
7		25	100	50	175	175	0
8		0	50	125	175	175	0

Tabel 10.3-3 Berekening van de 3-uur eenheidsafvoergolf, $u(3,t)$, uit de $S(½,t)$ via de $S(1,t)$. De gegeven sommatiekromme, $S(½,t)$, staat in kolom (2). De getallen in de kolommen (2) tot en met (6) geven de afvoer Q in liters per seconde.

(1) tijd (uur)	(2) $S(½,t)$	(3) $S(1,t)$	(4) $S(1,t\text{-}3)$	(5) (3)-(4)	(6) $u(3,t)$ = ⅓ * (5)
0	0	0		0	0
1	50	100		100	33.3
2	125	250		250	83.3
3	150	300	0	300	100
4	175	350	100	250	83.3
5	175	350	250	100	33.3
6	175	350	300	50	16.7
7	175	350	350	0	0

Het is echter niet noodzakelijk de $S(1,t)$ als tussenstap te gebruiken, we kunnen namelijk ook direct de $S(½,t)$ 3 uur verschuiven. Het verschil tussen de twee S-curven is de afvoer van een 3-uur durende bui met een intensiteit van ½ mm u^{-1}, dat is een "volume" van 1½ mm. Door het verschil met ⅔ te vermenigvuldigen vinden we dus de afvoer van een 3 uur durende bui met een intensiteit van ⅓, met andere woorden de $u(3,t)$. Omdat de $S(1,t)$ werd verkregen door de ordinaten van de $S(\frac{1}{T_1},t)$ te delen door $\frac{1}{T_1}$, komt het er op neer dat we het verschil $S(\frac{1}{T_1},t) - S(\frac{1}{T_1},t-T_1)$ delen door $\frac{1}{T_1}$ en vermenigvuldigen met de "nieuwe" intensiteit $\frac{1}{T_2}$. Uiteraard is $\frac{T_1}{T_2}$ een dimensieloos getal.



Figuur 10.3-3 Rekenprocedure om de S-curve te verkrijgen uit de eenheidsafvoergolf (naar Viessman en Lewis, 1996).

Voor de berekening van $S(\frac{1}{T},t)$ tellen we de waarden van $u(T,t)$ en $S(\frac{1}{T},t-T)$ bij elkaar op.

Voorbeelden uit tabel 10.3-2:

$S(½,2)$ is de som van $u(2,2)$ en $S(½,0)$; $S(½,3)$ is de som van $u(2,3)$ en $S(½,1)$;

$S(½,4)$ is de som van $u(2,4)$ en $S(½,2)$.

Opgave 10.3.1. Gegeven de $u(2,t)$ van tabel 10.3-2, kolom (2). Bereken de afvoer $Q(t)$ van een 4 uur durende regenbui, waarvan de intensiteit van d.a.n. de eerste 2 uur 5mm per uur bedraagt en 10 mm per uur tijdens de laatste 2 uur.

10.3.4 De ogenblikkelijke eenheidsafvoergolf ('instantaneous unit hydrograph', IUH)

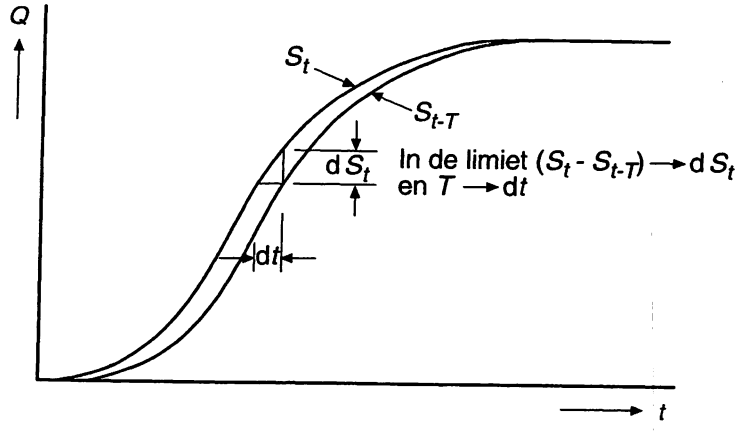
Omdat gedurende een bui de intensiteit van de neerslag meestal sterk varieert, wordt bij de berekening van de afvoer de grootste nauwkeurigheid bereikt als we de invoer beschouwen de som van een groot aantal, zeer kort durende buien. De ogenblikkelijke eenheidsafvoergolf ($u(0,t)$) is gedefinieerd als de denkbeeldige afvoergolf van een eenheidsvolume dat in een oneindig korte tijd (in een ogenblik) wordt toegevoegd. De vorm van de afvoerverlooplijn verandert bij het afnemen van de duur van de bui, hoe korter de (eenheids)bui des te heftiger de reactie, dat wil zeggen de topafvoer is hoger en treedt eerder op.

Zoals we in de voorgaande paragraaf zagen, kan een willekeurige $u(T,t)$ worden berekend uit de $S(1,t)$-curve door het verschil met de verschoven $S(1,t-T)$-curve te vermenigvuldigen met het dimensieloze getal $\frac{1}{T}$:

$$u(T,t) = \frac{S(1,t) - S(1,t-T)}{T} \qquad (10.3\text{-}7)$$

Als $T = \Delta t$ is de rechterzijde van vergelijking (10.3-7) numeriek gelijk aan $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, maar de dimensie is gelijk aan die van de S-curve (volume per tijd of lengte per tijd), omdat vermenigvuldigd wordt met intensiteit $\frac{1}{\Delta t}$ en gedeeld door intensiteit 1. Als de neerslagduur heel klein wordt, $T = \Delta t \rightarrow 0$ (gaat naar nul), wordt $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ gelijk aan de afgeleide van de S-curve naar de tijd, zie figuur 10.3-4.

$$u(0,t) = \frac{dS(1,t)}{dt} \qquad (10.3\text{-}8)$$



Figuur 10.3-4 De eenheidsafvoergolf is de afgeleide van de *S*-curve (naar Wilson, 1983).

Met andere woorden: $u(0,t)$ is numeriek gelijk aan de helling van de $S(1,t)$-curve. Beschikken we over de $S(1,t)$ als analytische functie, dat wil zeggen Q als functie van t, dan kan de IUH dus worden verkregen door differentiëren van $S(1,t)$ naar t. Is de $S(1,t)$ bekend in tabelvorm, dan kunnen we alleen een numerieke techniek toepassen: neem op tijdstip t het verschil van de ordinaten $S(1,t+\frac{1}{2}\Delta t)$ en $S(1,t-\frac{1}{2}\Delta t)$ en deel dat door Δt (het tijdsinterval):

$$u(0,t) \approx \frac{S(1,t+\frac{1}{2}\Delta t) - S(1,t-\frac{1}{2}\Delta t)}{\Delta t} \qquad (10.3\text{-}9)$$

Als $u(0,t)$ de afgeleide is van $S(1,t)$, dan is $S(1,t)$ de integraal van $u(0,t)$:

$$S(1,t) = \int_0^t u(0,t)\,\mathrm{d}t \qquad (10.3\text{-}10)$$

In woorden: $S(1,t)$, dat is de afvoercurve van langdurige neerslag met intensiteit 1, kan worden verkregen door de oppervlakken onder de IUH voor elk tijdstip te bepalen[1)].

Uit vergelijking (10.3-10) en (10.3-7) volgt dat we iedere willekeurige $u(T,t)$ kunnen vinden als de IUH eenmaal bekend is. De procedure is alsvolgt:

1. Bereken de $S(1,t)$ door integratie (analytisch of numeriek) van $u(0,t)$.

[1)] Merk op dat ook hier de dimensies niet lijken te kloppen, dat komt omdat dt het quotiënt is van intensiteit 1, gedeeld door intensiteit $\frac{1}{\mathrm{d}t}$.

2. Verschuif de $S(1,t)$ over een periode T.
3. Het verschil tussen de twee S-curven delen door T.

In tabel 10.3-4 doen we het omgekeerde en berekenen we eerst de $u(0,t)$ en daarna de $u(1,t)$ uit een gegeven $S(1,t)$.

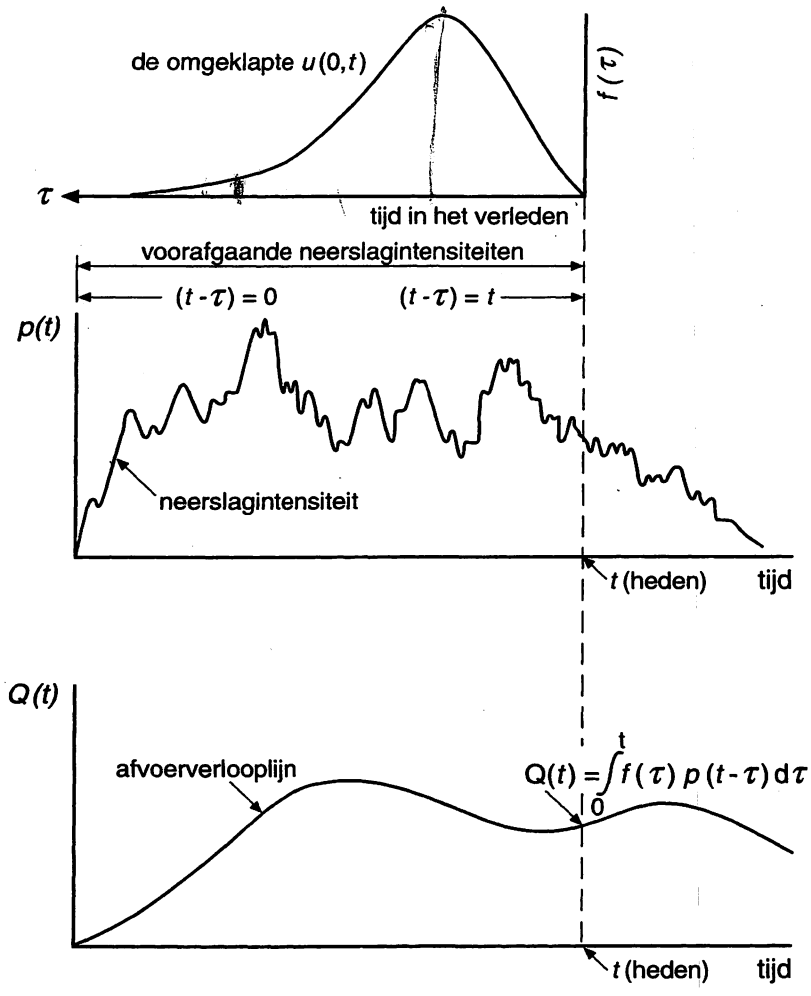
Tabel 10.3-4 Gegeven de 1 mm per uur S-curve $S(1,t)$, Bepaal de $u(0,t)$ en de $u(1,t)$

Tijd (uur)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
$S(1,t)$ Q in $\ell\ s^{-1}$	0	50	200	450	500	650	700	750	800

(1) tijd	(2) *S-curve* $S(1,t)$	(3) $u(0,t)$ $\approx \Delta Q/\Delta t$	(4) *S-curve* $S(1,t\text{-}1)$	(5) $u(1,t)$ (2) - (4)
0	0	0		0
0.5	50	200		50
1.0	200	400	0	200
1.5	450	300	50	400
2.0	500	200	200	300
2.5	650	200	450	200
3.0	700	100	500	200
3.5	750	100	650	100
4.0	800	50	700	100
4.5	800	0	750	50
5.0	800	0	800	0
5.5	800	0	800	0
6.0	800	0	800	0

De ordinaat van een $u(0,t)$ geeft op ieder moment de hoeveelheid afvoer van een eenheidsvolume neerslag dat t uur geleden viel. Door de grafiek van de IUH "om te klappen" dat wil zeggen door de t-waarden te laten toenemen naar links, geeft de grafiek het relatieve effect van de voorafgaande neerslag intensiteiten (antecedent rainfall intensities) op de afvoer uit het gebied. De ordinaat van de $u(0,t)$ is dus een maat voor het "gewicht" van de neerslag die t-tijdseenheden geleden viel. Door deze grafiek te superponeren op de grafiek van de neerslag (waarin t toenemend naar rechts) kunnen we de afvoer

berekenen als een gewogen gemiddelde van de voorgaande neerslag. De tijdsbasis van de $u(0,t)$ geeft dus aan welke neerslag uit het verleden nog van invloed is op de huidige afvoer. Een en ander wordt verduidelijkt in figuur 10.3-5. De procedure van figuur 10.3-5 kan wiskundig worden geformuleerd met behulp van de zogenaamde *convolutie-integraal:*



Figuur 10.3-5 Berekening van de afvoerverlooplijn met behulp van de IUH. De afvoer op tijstip t is het gewogen gemiddelde van de voorafgaande neerslag intensiteiten. De gewichtsfactoren zijn voor iedere t gelijk aan de ordinaat van de "omgeklapte" IUH (naar Viessman en Lewis, 1996).

$$Q(t) = \int_0^t f(\tau)\,p(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \qquad (10.3\text{-}11)$$

waarin:

$Q(t)$	=	de afvoer op tijdstip t	($m^3\ s^{-1}$)
$f(\tau)$	=	de ordinaat van de IUH op tijdstip $\tau (=u(0,\tau))$	($m^3\ s^{-1}\ mm^{-1}$)
$p(t-\tau)$	=	de direct afvoerbare neerslagintensiteit op tijdstip $t-\tau$	($mm\ s^{-1}$)

Opgave 10.3.2. Zet de getallen van de 2u-UH (op de hele uren) uit tabel 10.3-1 in een "spreadsheet". Bereken nu de $S(½,t)$, de $S(1,t)$, de $u(1,t)$ en de $u(½,t)$. Maak ook een tekening van die functies.

10.4 Modelvorming met het lineaire reservoir

10.4.1 Inleiding

Om de afvoer uit een gebied te voorspellen, wordt veelvuldig gebruik gemaakt van modellen. Een belangrijk hulpmiddel in veel modellen is het zogenaamde lineaire reservoir. De afvoer uit een lineair reservoir wordt alleen bepaald door het bergingsbeginsel (zie paragraaf 10.2.3); valt er een gestage, constante neerslag (p_c) dan kan vergelijking (10.2-6) worden geschreven als :

$$a(t) = a_0 e^{-\frac{t}{k}} + p_c(1 - e^{-\frac{t}{k}}) \qquad (10.4\text{-}1)$$

waarin k de evenredigheidsfactor tussen berging en afvoer is ($s = k\,a$). Uit bovenstaande vergelijkingen volgt een "snelle" reactie als k klein is en een "langzame" reactie als k groot is. Als $p_c = 0$ is de afvoer *louter en alleen het gevolg van de hoeveelheid geborgen water*:

$$a(t) = a(0) e^{-\frac{t}{k}} \qquad (10.4\text{-}2)$$

Passen we vergelijking (10.4-1) toe op een tijdstap Δt dan wordt de afvoer aan het einde van de tijdstap gegeven door vergelijking (10.2-7):

$$a_n = a_{n-1} e^{-\frac{\Delta t}{k}} + p_n(1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}) \qquad (10.4\text{-}3)$$

met a_{n-1} de afvoer aan het begin van de tijdstap (a_0 is de afvoer op $t = 0$) en p_n de neerslag gedurende het tijdsinterval Δt van t-1 tot t. Kiezen we voor Δt de tijdseenheid van k (bijvoorbeeld 1 uur of 1 dag) dan wordt (10.4-3):

$$a_n = a_{n-1} e^{-\frac{1}{k}} + p_n (1 - e^{-\frac{1}{k}}) \tag{10.4-4}$$

In deze vergelijking zijn $e^{-\frac{1}{k}}$ en $(1 - e^{-\frac{1}{k}})$ constanten. Deze vergelijking leent zich uitstekend voor een stap-voor-stap berekening.

$$\begin{aligned} a_1 &= a_0 e^{-\frac{1}{k}} + p_1 (1 - e^{-\frac{1}{k}}) \\ a_2 &= a_1 e^{-\frac{1}{k}} + p_2 (1 - e^{-\frac{1}{k}}) \\ a_3 &= a_2 e^{-\frac{1}{k}} + p_3 (1 - e^{-\frac{1}{k}}) \\ &\text{etc.} \end{aligned} \tag{10.4-5}$$

De afvoer ten gevolge van een constante neerslag p die begint te vallen in een leeg reservoir ($a_0 = 0$) is derhalve:

$$a(t) = p(1 - e^{-\frac{t}{k}}) \tag{10.4-6}$$

Vergelijking (10.4-6) geldt ook gedurende de eerste tijdstap, *aan het einde van tijdstap 1* is de afvoer derhalve:

$$a_1 = p_1 (1 - e^{-\frac{1}{k}}) \tag{10.4-7}$$

Voor de afvoer van een constante neerslag met intensiteit $p = 1$ schrijven we:

$$a(t) = 1(1 - e^{-\frac{t}{k}}) \qquad (10.4\text{-}8)$$

10.4.2 De IUH van een lineair reservoir

We kunnen nu de relatie leggen tussen de afvoerformules en de IUH van een lineair reservoir. De $S(1,t)$-curve is gedefinieerd als de afvoer van een gebied waarop een constante neerslag van intensiteit 1 valt. Vergelijking (10.4-8) is daarom de $S(1,t)$-curve voor een lineair reservoir[1]:

$$S(1,t) = (1 - e^{-\frac{t}{k}}) \qquad (10.4\text{-}9)$$

en omdat $u(0,t)$ de afgeleide is van S, volgt hieruit (voor een lineair reservoir):

$$u(0,t) = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{k} e^{-\frac{t}{k}} \qquad (10.4\text{-}10)$$

De afvoer tijdens de eerste tijdstap met een invoerintensiteit p_1 vinden we door toepassing van de convolutie integraal:

$$a(t) = p_1 \int_0^t u(0,t)\,dt = p_1 S(1,t) = p_1 (1 - e^{-\frac{t}{k}}) \qquad (10.4\text{-}11)$$

Dit stemt overeen met vergelijking (10.4-6), die de afvoer beschrijft uit een lineair reservoir waarin op $t = 0$ geen berging aanwezig is. Als de neerslag per tijdstap is gegeven (bijvoorbeeld p_n), kan *de afvoer als gevolg van de neerslag gedurende die tijdstap*, worden berekend door p_n te vermenigvuldigen met

[1] In de voorgaande paragraaf werden de afvoerformules van het lineaire reservoir gegeven in de dimensie lengte per tijd (bijvoorbeeld mm per uur), dit in tegenstelling tot de tot nu toe gebruikte dimensies van $u(T,t)$ en $S(1,t)$ (volume per tijd). Om de vergelijking te kunnen maken, moeten we dezelfde dimensies gebruiken: óf we delen de afvoeren van de S-curve door het oppervlak A óf we vermenigvuldigen de afvoeren van het lineaire reservoir met A.

$(1 - e^{-\frac{t}{k}})$:

$$a''(t) = p_n(1 - e^{-\frac{t}{k}}) \qquad (10.4\text{-}12)$$

De eenheidsafvoergolf $u(T,t)$ geeft de afvoer uit een gebied als gevolg van de invoer van een eenheidsvolume in de neerslagperiode T, voor $T = 1$ geldt:

$$u(1,t) = S(1,t) - S(1,t-1) =$$

$$= (1 - e^{-\frac{t}{k}}) - (1 - e^{\frac{-(t-1)}{k}}) = e^{-\frac{t}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) \qquad (10.4\text{-}13)$$

En de afvoer op $t = 1$ (aan het einde) van een "blok"invoer van 1mm in de eerste tijdstap:

$$a(1) = u(1,1) = e^{-\frac{1}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) = (1 - e^{-\frac{1}{k}}) \qquad (10.4\text{-}14)$$

Dit is hetzelfde als de uitkomst van vergelijking (10.4-12) met $p = 1$, hetgeen betekent dat de afvoer zoals beschreven door de $u(0,t)$ en de $u(1,t)$ een continue functie is. Voor $t > T$ geldt:

$$a'(2) = u(1,2) = e^{-\frac{2}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) = a'(1)e^{\frac{1}{k}}$$

$$a'(3) = u(1,3) = e^{-\frac{3}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) = a'(2)e^{\frac{1}{k}} \qquad (10.4\text{-}15)$$

etc

De afvoer $a'(t)$ van een blokinvoer (*alleen tijdens de eerste tijdstap*) is dus:

$$a'(t) = u(1,t) = e^{-\frac{t}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) = a'(t-1)e^{\frac{1}{k}} \qquad (10.4\text{-}16)$$

en omdat het systeem lineair is, is de totale afvoer de som van (10.4-12) en (10.4-16):

$$a(t) = a'(t) + a''(t) = a'(t-1)\,e^{-\frac{1}{k}} + p_n(1 - e^{-\frac{1}{k}}) \qquad (10.4\text{-}17)$$

Dit komt overeen met de formule voor een lineair reservoir. We concluderen dat de $u(0,t)$ van vergelijking (10.4-10) en de daaruit afgeleide $u(1,t)$ een volledige beschrijving geven van de afvoer die overeenkomt met een lineair reservoir. We kunnen nu de theorie van de eenheidsafvoergolf toepassen voor de berekening van de afvoer uit een gebied dat we modelleren als een lineair reservoir of een combinatie van lineaire reservoirs.

Voorbeeld: Bereken de afvoer uit een gebied waarop tijdens twee achtereenvolgende dagen neerslag valt. De beginafvoer (a_0) is nul, op dag 1 is de d.a.n. p_1 mm en op dag 2 is de d.a.n. p_2 mm. Bereken de afvoer $a(1)$, $a(2)$, $a(3)$ en $a(4)$.

Oplossing: Aan het einde van de eerste tijdstap is er alleen afvoer als gevolg van de invoer tijdens tijdstap 1. Deze afvoer wordt beschreven door de $u(1,1)$, volgens vergelijking (10.4-12) is de afvoer aan het einde van tijdstap 1:

$$a(1) = p_1 u(1,1) = p_1(1 - e^{-\frac{1}{k}})$$

Op $t = 2$ is er afvoer als gevolg van de invoer tijdens tijdstap 1, die beschreven wordt door $u(1,2)$, en er is afvoer als gevolg van de invoer tijdens de tweede tijdstap.

$$a(2) = p_1 u(1,2) + p_2 u(1,1) = p_1 e^{-\frac{2}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) + p_2(1 - e^{-\frac{1}{k}}) =$$

$$= p_1 e^{-\frac{1}{k}}(1 - e^{-\frac{1}{k}}) + p_2(1 - e^{-\frac{1}{k}})$$

$$a(2) = a(1)e^{-\frac{1}{k}} + p_2(1 - e^{-\frac{1}{k}})$$

$$a(3) = p_1 u(1,3) + p_2 u(1,2) = p_1 e^{-\frac{3}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) + p_2 e^{-\frac{2}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) =$$

$$= e^{-\frac{1}{k}}[p_1 e^{-\frac{2}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) + p_2(1 - e^{-\frac{1}{k}})]$$

$$a(3) = e^{-\frac{1}{k}} a(2)$$

$$a(4) = p_1 u(1,4) + p_2 u(1,3) = p_1 e^{-\frac{4}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) + p_2 e^{-\frac{3}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) =$$

$$= e^{-\frac{1}{k}}[p_1 e^{-\frac{3}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1) + p_2 e^{-\frac{2}{k}}(e^{\frac{1}{k}} - 1)]$$

$$a(4) = e^{-\frac{1}{k}} a(3) \qquad \text{etc.}$$

We zien dat er telkens een nieuwe afvoerterm bijkomt wanneer er tijdens de tijdstap regen valt. De afvoer als gevolg van regen vóór de huidige tijdstap wordt berekend uit de afvoer van de vorige tijdstap door die te vermenigvuldigen met $e^{-\frac{1}{k}}$. Dit noemen we een exponentiële afname. De rekenprocedure is dus betrekkelijk eenvoudig maar voor een langdurig neerslagpatroon wél bewerkelijk. Dit is heel geschikt voor een computerprogramma of "spreadsheet"

Voorbeeld:

Stel, dat we de afvoer uit een gebied kunnen beschrijven met een model dat bestaat uit twee lineaire reservoirs, bijvoorbeeld een snel (oppervlakte afvoer = kleine k) en een langzaam (grondwater = grote k) reagerend reservoir. $k_1 = 4$ uur en $k_2 = 26$ uur. De verdeling van de neerslag over de reservoirs is α en 1- α.

a. Wat is de IUH van dit model?

b. Als $\alpha = 0.4$, geef de uitdrukking voor de $S(1,t)$ curve en voor de $u(1,t)$.

c. Bereken de afvoer op $t = 1$ als er tijdens de eerste tijdstap een effectieve neerslag is van 10 mm per uur.

d. Bereken de totale afvoer tijdens de eerste tijdstap.

e. Tijdens de derde tijdstap (tussen $t = 2$ en $t = 3$) valt er 6 mm regen; bereken de afvoer op $t = 4$.

Oplossing:

a. IUH = $u(0,t) = \frac{0.4}{4} e^{-\frac{t}{4}} + \frac{0.6}{26} e^{-\frac{t}{26}}$

b. $S(1,t) = \int_0^t u(0,t)\,dt = \int_0^t (\frac{0.4}{4} e^{-\frac{t}{4}} + \frac{0.6}{26} e^{-\frac{t}{26}})\,dt = (-0.4 e^{-\frac{t}{4}} - 0.6 e^{-\frac{t}{26}})\Big|_0^t =$

$$= 1 - 0.4 e^{-\frac{t}{4}} - 0.6 e^{-\frac{t}{26}}$$

$t = 1 \rightarrow 1 - 0.4(0.7788) - 0.6(0.9623) = 1 - 0.311 - 0.577 =$

$= 0.111$ mm/u

$$u(1,t) = S(1,t) - S(1,t-1) = (1 - 0.4e^{-\frac{t}{4}} - 0.6e^{-\frac{t}{26}}) - (1 - 0.4e^{-\frac{t-1}{4}} - 0.6e^{-\frac{t-1}{26}}) =$$

$$= 0.1136e^{-\frac{t}{4}} + 0.0235e^{-\frac{t}{26}}$$

c. Afvoer gedurende het eerste uur: $a(t) = 0.4 \times 10(1 - e^{-\frac{t}{4}}) + 0.6 \times 10(1 - e^{-\frac{t}{26}})$

$t = 1$ geeft: $a(t) = 1.11$ mm. Controleer zelf dat het antwoord ook kan worden verkregen als: 10 maal de $S(1,t)$.

d. Totale afvoer tijdens tijdstap 1 is de integraal van $a(t)$ van 0 tot t:

$$\sum a(t) = \int_0^1 [4(1 - e^{-\frac{t}{4}}) + 6(1 - e^{-\frac{t}{26}})]\,dt = 0.57 \text{ mm}$$

e. De totale afvoer is nu gelijk aan: $10\,u(1,4) + 6\,u(1,2)$

$$10\,u(1,4) = 1.136\,e^{-\frac{4}{4}} + 0.235\,e^{-\frac{4}{26}} = 0.619 \text{ mm per uur}$$

$$6\,u(1,2) = 0.6816\,e^{-\frac{2}{4}} + 0.141\,e^{-\frac{2}{26}} = 0.544 \text{ mm per uur}$$

$$\text{totaal} = 1.163 \text{ mm per uur}$$

10. 5 Literatuur Afvoerhydrologie

Dam, J.C. van, 1975. Waterhuishouding 1, Hydrologische grondslagen. Collegedictaat 750300, Afd. Weg- en Waterbouwkunde, Faculteit der Civiele Techniek, TH Delft.

Dingman, S.L., 1994. Physical Hydrology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N-J.

Viessman, W. en G.L. Lewis, 1996. Introduction to Hydrology. 4de editie, Harper Collins College Publ., New-York, N-Y.

Warmerdam, P.M.M., 1992. Afvoerhydrologie, deel B van Inleiding Hydrologie. Collegedictaat nr 06142513, Universiteit Wageningen.

Wilson, E.M., 1983. Engineering Hydrology, 3de editie, The MacMillan Press, London and Basingstoke.

BIJLAGE I

I.1 Arbeid en energie [1)]

In 1686 werd Newtons beroemde *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* gepubliceerd waarin de naar hem genoemde bewegingswetten worden beschreven (Olenick, Apostol en Goodstein, 1985; Resnick, Halliday en Krane, 1992). In de klassieke mechanica, die gebaseerd is op de wetten van Newton, wordt veel aandacht besteed aan de beweging van een voorwerp. Als de eigenschappen van het voorwerp (massa, afmetingen etc.) alsmede de locatie en de beginsnelheid gegeven zijn in een bekende omgeving, dan is het mogelijk de beweging van het voorwerp te voorspellen.

In het dagelijkse leven behoeven we bij de studie van mechanische systemen alleen rekening te houden met de zwaartekracht én met krachten die uiteindelijk van elektromagnetische oorsprong zijn, zoals normaalkrachten, wrijvingskrachten en elastische krachten. De wrijving in een bewegende vloeistof vertoont veel gelijkenis met de wrijving bij vaste lichamen. De grootte van de wrijvingskracht tussen vaste lichamen is evenredig met de wrijvingscoëfficient μ, bij vloeistoffen speelt de viscositeit η een soortgelijke rol.

Als een voorwerp wordt verplaatst door een kracht, zeggen we dat de kracht arbeid verricht.

De arbeid (W) die een kracht verricht wanneer die werkt op een voorwerp, is gedefinieerd als het product van de grootte van de kracht (in de richting van de verplaatsing) en de afstand waarover het voorwerp wordt verplaatst.

Omdat een verplaatsing wordt gedefinieerd door grootte en richting kan zij worden weergegeven door een vector (een pijl met een gegeven lengte en richting). Een constante kracht F die op een massa werkt en daaraan een verplaatsing d geeft (zie figuur I.1-1), verricht dus een hoeveelheid arbeid die gelijk is aan:

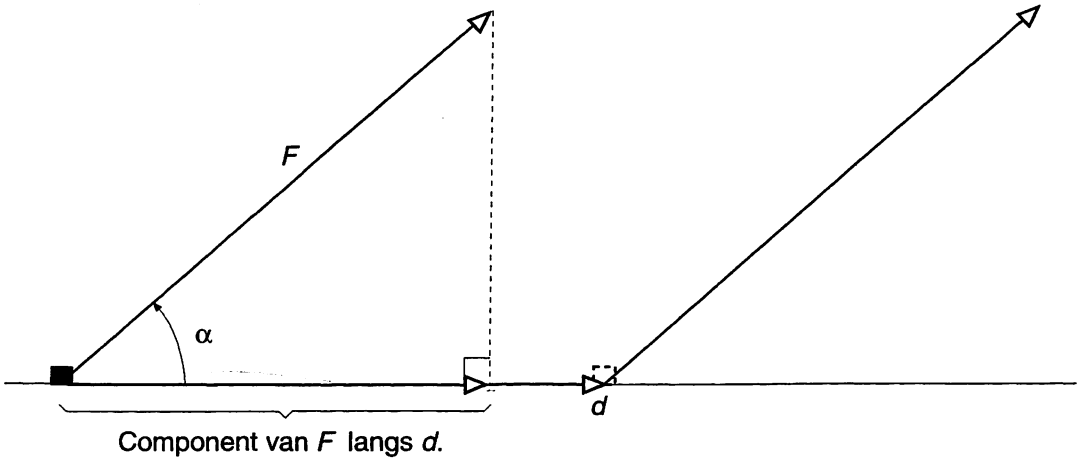
$$W = |F| \cos\alpha \, |d| \qquad \text{(I.1-1)}$$

waarin $|F|$ de absolute waarde (de lengte van de pijl) is van de krachtvector en $|d|$ de absolute waarde van de verplaatsingsvector. Vergelijking (I.1-1) is de definitie van het inwendig product van de vectoren $\boldsymbol{F}$ en $\boldsymbol{d}$. De arbeid kan daarom worden geschreven als:

1) In deze bijlage wordt een korte samenvatting gegeven van de begrippen arbeid en energie. Voor een goed begrip van deze stof is elementaire kennis van de mechanica vereist. Daarvoor wordt verwezen naar de vwo- en propedeuse leerboeken natuurkunde. Een heldere uiteenzetting van de grondslagen van de mechanica met oefenmogelijkheden, is onder andere te vinden in: *Klassieke Mechanica*, deel 1, Stichting Teleac, 1989. Een leerzame en zeer uitgebreide behandeling van de klassieke mechanica treft men aan in: *Physics*, deel 1, 4de editie, 1992, auteurs: Resnick, Halliday en Krane, uitgever: Wiley and Sons, New-York.

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{d} \tag{I.1-2}$$

De eenheid van arbeid (Joule) wordt verricht als een kracht van 1 Newton een voorwerp 1 meter verplaatst.



Figuur I.1-1 Een kracht F verricht arbeid bij verplaatsing.

Als de verplaatsing over enige afstand niet langs een rechte lijn geschiedt, of wanneer de kracht niet constant is maar een functie van de coördinaten, is de arbeid gelijk aan de *lijnintegraal* langs het pad van de verplaatsing.

$$W = \int_{\ell(B\to E)} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{I.1-3}$$

waarin $\mathbf{d}\boldsymbol{r}$ de infinitesimale verplaatsingsvector is langs het pad ℓ van beginpunt B naar eindpunt E.

Omdat de zwaartekracht constant is en altijd in dezelfde richting werkt (in een standaard cartesiaans coördinatenstelsel is dat de negatieve z-richting), is het gemakkelijker de arbeid te schrijven als het product van de kracht maal de verplaatsing in de richting van de kracht:

$$W_g = \int_{\ell(B\to E)} \boldsymbol{F}_g \cdot \mathbf{e}_z \mathrm{d}z = -mg\Delta z \tag{I.1-4}$$

waarin $\mathbf{e}_z$ de eenheidsvector in de verticale richting is (positief naar boven).

In de klassieke mechanica wordt aangetoond dat het effect van arbeid op de beweging van een voorwerp leidt tot één van de belangrijke behoudswetten:

De netto arbeid van alle krachten die op een voorwerp werken, is gelijk aan de verandering van de kinetische energie van het voorwerp.

Dit wordt ook wel de wet van arbeid en kinetische energie genoemd. (Resnick, Halliday en Krane, 1992). We kunnen dit eenvoudig schrijven als:

$$W_{net} = \Delta K = \tfrac{1}{2}m(v_E^2 - v_B^2) \qquad \text{(I.1-5)}$$

waarin ΔK de verandering van de kinetische energie is, en v_E en v_B de snelheid respectievelijk in punt E en punt B. Kinetische energie is een scalaire grootheid, die nooit negatief kan zijn. De verandering van de kinetische energie kan uiteraard wel negatief zijn. Voor een constante kracht, zoals de zwaartekracht, volgt uit vergelijking (I.1-4) dat de arbeid onafhankelijk is van de afgelegde weg tussen twee punten. Als er behalve de zwaartekracht geen andere krachten werkzaam zijn, wordt het verschil in kinetische energie daarom alleen bepaald door het hoogteverschil. Keert een voorwerp langs een bepaalde weg terug naar zijn oorspronkelijke positie, dan is de lijnintegraal in vergelijking (I.1-4) een *kringintegraal.* De netto verplaatsing is nul en dus is de netto arbeid die door de zwaartekracht wordt verricht ook nul. We noemen de zwaartekracht (en andere krachten waarvoor geldt dat zij geen arbeid verrichten tijdens een heen- en terugreis) *een conservatieve kracht.* Voor een conservatieve kracht geldt dat de arbeid onafhankelijk is van de afgelegde weg (zie opgave I.1.4). Een voorbeeld van een niet-conservatieve kracht is de wrijvingskracht.

Potentiële energie is de energie die *een systeem* bezit als gevolg van zijn configuratie. In het algemeen geldt: een voorwerp heeft potentiële energie, als het zich in een omgeving bevindt waarin op het voorwerp een kracht werkt die de mogelijkheid heeft om arbeid te verrichten.

De positie van een voorwerp, in het systeem "aarde plus voorwerp", bepaalt hoeveel zwaarte-energie het voorwerp bezit. Beweging van een voorwerp in het zwaarteveld betekent dat er arbeid wordt verricht door de zwaartekracht.

We definieren het verschil in potentiële energie ΔU, als minus de arbeid die wordt uitgeoefend op het voorwerp door de conservatieve kracht.

$$\Delta U = -W_{net} \qquad \text{(I.1-6)}$$

Potentiële energie is dus uitsluitend verbonden met een conservatieve kracht.

Uit de laatste twee vergelijkingen volgt:

$$\Delta U + \Delta K = \Delta(U + K) = 0 \qquad \text{(I.1-7)}$$

Vergelijking (I.1-7) is de wiskundige formulering van de wet van het behoud van mechanische energie. Deze wet is van toepassing als er alleen conservatieve krachten werkzaam zijn. Uit (I.1-3) en (I.1-6) volgt:

$$\Delta U = U_E - U_B = -\int_{\ell(B\to E)} \boldsymbol{F}\cdot \mathbf{d}\boldsymbol{r} \qquad \text{(I.1-8)}$$

Kiezen we nu de toestand in punt B als referentietoestand ($U_B = 0$), dan is U_E de potentiële energie. Zo hangt de *potentiële zwaarte-energie* alleen af van de positie van het voorwerp ten opzichte van de aarde. De verandering van de potentiële zwaarte-energie is gelijk aan de zwaartekracht maal de verandering van de afstand van het voorwerp tot de aarde ($mg\ \Delta z$). Eigenlijk moet men in zo'n geval ook de verplaatsing van de aarde (door de kracht die het voorwerp uitoefent op de aarde) in rekening brengen, maar als gevolg van de grote massa van de aarde is die afstand te verwaarlozen en wordt de verandering van de potentiële zwaarte-energie van het systeem daardoor niet beïnvloed.

De potentiële energie is een relatieve waarde, een andere keus van de referentietoestand resulteert in een andere waarde van U. We kunnen slechts spreken van *verschil* in potentiële energie, ofwel: potentiële energie *ten opzichte van*. In één dimensie wordt vergelijking (I.1-8):

$$\Delta U = -\int_B^E F(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{(I.1-9)}$$

en dus is de kracht:

$$F(x) = -\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x} \qquad \text{(I.1-10)}$$

De potentiaal wordt gedefinieerd als de potentiële energie per massa.

Is $f(x)$ de kracht per massa en ψ de potentiële energie per massa, dan is de relatie tussen kracht en potentiaal:

$$f(x) = -\frac{d\psi(x)}{dx} \qquad \text{(I.1-11)}$$

Met behulp van vectoralgebra kunnen we gemakkelijk aantonen dat in drie dimensies geldt:

$$\boldsymbol{f} = -\nabla\psi \qquad \text{(I.1-12)}$$

Met andere woorden: minus de gradiënt van de potentiaal is gelijk aan de conservatieve kracht per massa.

Opgaven

I.1.1. Waarom verricht de zwaartekracht geen arbeid bij een verplaatsing in horizontale richting?

I.1.2. Een steen met een massa van 4.5 kg valt van een hoogte van 10.5 m naar het aardoppervlak. **a.** Hoe groot is de snelheid net voordat de steen de grond raakt? Luchtweerstand mag worden verwaarloosd, $g = 9.81$ m s^{-2}. **b.** Hoeveel arbeid heeft de zwaartekracht verricht als de steen de grond raakt?

I.1.3. Als een veer door een externe kracht wordt uitgerekt of ingedrukt, oefent de veer een tegengestelde kracht uit, die evenredig is met de afstand tot de evenwichtspositie: $F_v = -kx$.

a. Waarom het - teken? **b.** Stel dat de veerconstante k gelijk is aan 15.0 N cm^{-1}. Hoeveel arbeid is nodig om de veer 12 mm uit te rekken? **c.** Hoeveel arbeid is nodig om de veer nog 12 mm verder uit te rekken (van 12 naar 24 mm)?

I.1.4. Bewijs dat de arbeid van een conservatieve kracht onafhankelijk is van de afgelegde weg. Aanwijzing: bewijs eerst dat de arbeid van de kracht langs een pad van punt A naar punt B, W_{AB}, gelijk is aan minus de arbeid op de terugreis van B naar A langs hetzelfde pad, $-W_{BA}$.

I.1.5. In een pretpark staat een achtbaan met twee verticale lussen. **a.** Kan de tweede lus net zo hoog zijn als de eerste? **b.** Hoeveel arbeid wordt er door de zwaartekracht verricht bij het doorlopen van een cirkelvormige lus (looping the loop)? **c.** Hoeveel arbeid wordt er door de centripetale kracht verricht bij het doorlopen van een cirkelvormige lus?

I.1.6. Bewijs de wet van arbeid en kinetische energie voor een rechtlijnige beweging. Aanwijzing: schrijf de tweede wet van Newton als:

$$\boldsymbol{F}_{net} = m\boldsymbol{a} = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = m\frac{d(\mathbf{e}_x v_x)}{dt} = \mathbf{e}_x m\frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt} = \mathbf{e}_x m\frac{dv_x}{dx}v_x$$

$$\int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{x} = \mathbf{e}_x m\frac{dv_x}{dx}v_x \cdot \mathbf{e}_x dx = \int \mathbf{e}_x\cdot\mathbf{e}_x\, m v_x \frac{dv_x}{dx}dx$$

$$m v_x dv_x = \frac{1}{2} m v_x^2$$

I.1.7. Tijdens een bergwandeling klim je 240 m in een uur. Hoeveel vermogen heb je geleverd? Aanwijzing: vermogen is de hoeveelheid arbeid per seconde (J s^{-1} = Watt).

BIJLAGE II

II.1. Druk en dichtheid in een vloeistof[1)]

Wanneer op een vast lichaam een schuifkracht wordt uitgeoefend, ontstaat er in principe een kleine vervorming van het materiaal. De elektromagnetische bindingskrachten tussen de moleculen werken de vervorming echter tegen, waardoor er een evenwicht ontstaat en de vervorming stopt.
Een vloeistof is door zijn geaardheid niet in staat een schuifkracht te weerstaan. De stof gaat vloeien. Door de beweging ontstaan in de vloeistof wrijvingskrachten die de aandrijvende kracht tegenwerken, maar niet groot genoeg zijn om de beweging tot staan te brengen. Dit is vergelijkbaar met de wrijvingskrachten die optreden bij de beweging van een voorwerp over een vast oppervlak. Een ingesloten vloeistof in rust kan alleen een normaalkracht weerstaan, dat wil zeggen een kracht loodrecht op het grensvlak van de vloeistof. In een statische situatie is er dus geen netto kracht *langs* een oppervlak.

Druk is gedefinieerd als de normaalkracht per oppervlak. In een gas kan de druk worden beschouwd als het resultaat van miljarden botsingen van gasmoleculen tegen de wand. Hoewel in een vloeistof de bewegingsvrijheid van de moleculen veel kleiner is dan in een gas, kan dit model ook bij vloeistoffen worden toegepast. Bij een elastische botsing is er sprake van *verandering van impuls* (*mv*) en wel van een omkering van de richting van de component loodrecht op het oppervlak. Volgens de tweede wet van Newton is de verandering van impuls per seconde een kracht ($\frac{\mathrm{d}mv_n}{\mathrm{d}t} = f_n$);

tijdens een botsing wordt er dus een normaalkracht uitgeoefend.

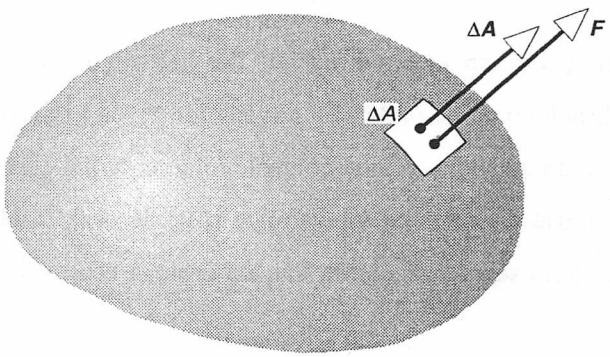
Stel, we beschouwen een klein oppervlak ΔA waarop een drukkracht F werkt, dan geldt:

$$F = p\,\Delta A \qquad \text{(II.1-1)}$$

De SI-eenheid van druk is de Pascal (Pa), die gelijk is aan één Newton per m^2. In de meteorologie wordt de (m)bar nog veel gebruikt: 1 bar = 1000 mbar = 100 kPa.
Volgens het principe dat Pascal in 1652 formuleerde, werkt de druk die op een ingesloten vloeistof wordt uitgeoefend naar alle richtingen in dezelfde mate. Dit betekent dat druk in een willekeurig punt van een vloeistof wel een bepaalde grootte heeft, maar niet één bepaalde richting. Druk is een

1) Elementaire kennis van de klassieke mechanica is gewenst; voor leerboeken natuurkunde, zie voetnoot op bladzijde 235.

scalaire grootheid hoewel de definitie, kracht per oppervlak, anders zou doen vermoeden. Een oppervlakte-element kan echter wél als een vector worden beschouwd. De getalwaarde van de vector is de grootte van het element en de richting is die van de naar buiten gerichte normaal (vanuit de vloeistof gezien). In figuur II.1-1 wijzen de vectoren $\boldsymbol{F}$ en $\Delta\boldsymbol{A}$ in dezelfde richting en is p een positieve scalaire factor.



Figuur II.1-1 Een oppervlakte-element als vector beschouwd (naar Resnick, Halliday en Krane, 1992).

We zullen nu een formule afleiden voor de druk die heerst *op een willekeurige plaats in een vloeistof in rust*. Daartoe beschouwen we een klein cilindervormig controlevolume $\Delta V = \Delta A \Delta z$; de z-coördinaat van het ondervlak is a, zie figuur II.1-2a en 2b. In het volume ΔV bevindt zich een massa water Δm. De relatie tussen massa en volume wordt gegeven door de dichtheid:

De dichtheid (ρ) van een vloeistof is de massa gedeeld door het volume.

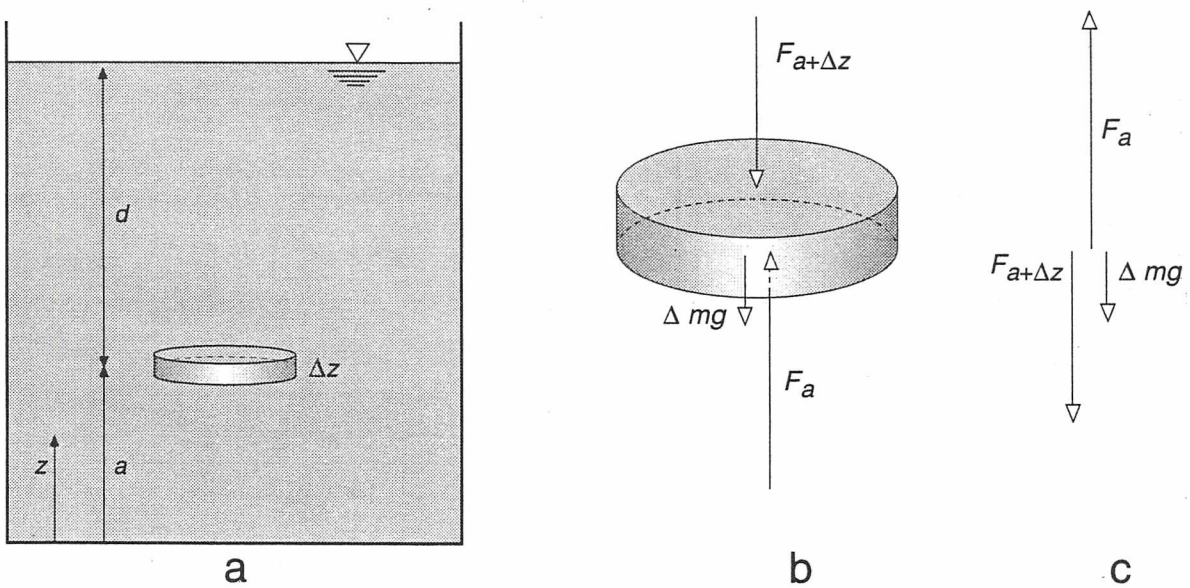
$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \qquad \text{(II.1-2)}$$

De dichtheid in een punt is uiteraard de waarde wanneer we het controlevolume laten krimpen tot een punt. De dichtheid van een stof is in het algemeen een functie van druk en temperatuur. De invloed van de druk is bij vloeistoffen meestal groter dan bij vaste stoffen, maar veel minder dan bij gassen. De mate waarin het volume verandert met de druk, staat bekend als de samendrukbaarheids-coëfficiënt β_p ($m^3\ m^{-3}\ Pa^{-1}$). Voor water is die gering, bij 10 °C en atmosferische druk bijvoorbeeld $-4.79\ 10^{-10}\ Pa^{-1}$, dat wil zeggen dat bij een verhoging van de druk met één Pa het volume van één kubieke meter water vermindert met $4.79\ 10^{-10}\ m^3$. De definitie van β_p is dus:

$$\beta_p = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp} \qquad \text{(II.1.3)}$$

In een vloeistof in rust (de zogenaamde *hydrostatische toestand*) geldt dat de krachten op elk deel van de vloeistof in evenwicht zijn en dientengevolge dat de netto kracht nul is. We bezien eerst welke krachten er werken op het controlevolume en onderzoeken daarna wat het effect is van het krimpen van het volume tot een punt.

In horizontale richting werken alleen krachten die het gevolg zijn van de druk. In verticale richting werken de drukkrachten op de onder- en bovenzijde én de zwaartekracht (het gewicht van het volume-element). Omdat de plaats van het controlevolume willekeurig gekozen werd, volgt uit overwegingen van symmetrie dat (bij een vloeistof in rust) de druk in elk punt van een horizontaal vlak hetzelfde is. Dit betekent dat de afgeleide van de druk in een horizontale richting gelijk is aan nul.



Figuur II.1-2 Verticale krachten op een elementair volume vloeistof in rust (naar Resnick, Halliday en Krane, 1992).

Het diagram van verticale krachten wordt getoond in figuur II.1-2c, het gewicht van de vloeistofmassa is $\Delta mg = \rho \Delta A \Delta z g$. De krachtenbalans in de verticale richting luidt:

$$\sum F_z = \left(p_a - p_{a+\Delta z}\right)\Delta A - \rho g \Delta A \Delta z = 0 \qquad \text{(II.1-4)}$$

Met p_a en $p_{a+\Delta z}$ bedoelen we de waarde van p in punten waarvan de z-coördinaat respectievelijk a en $a+\Delta z$ is. De oppervlaktevector ΔA van het ondervlak wijst in de positieve z-richting, die van het bovenvlak in de negatieve z-richting.

Uit vergelijking (II.1.-4) volgt:

$$\frac{(p_{a+\Delta z} - p_a)}{\Delta z} = -\rho g \qquad \text{(II.1-5)}$$

Bij het nemen van de limiet, dat wil zeggen het krimpen van Δz naar 0, kan de linkerzijde van (II.1-5) worden vervangen door de afgeleide van p naar z in a: $\left(\frac{dp}{dz}\right)_a$ en omdat $z = a$ willekeurig gekozen werd, geldt:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \qquad \text{(II.1-6)}$$

Dit noemt men de hydrostatische drukverdeling. De verandering van de druk als functie van de verticale coördinaat (z) is constant, en voor water (van 10 °C) gelijk aan -9807 N m^{-3}. Het drukverschil tussen twee punten onder hydrostatische omstandigheden, kan eenvoudig gevonden worden door integratie van vergelijking (II.1-6). Als er een vrije waterspiegel aanwezig is, heerst daar atmosferische druk. Dit betekent dat de absolute druk in een willekeurig punt *van een vloeistof in rust* gelijk is aan:

$$p_{abs} = p_{atm} + \rho g d \qquad \text{(II.1-7)}$$

waarin d de verticale afstand is van het onderhavige punt tot de waterspiegel. De term $\rho g d$ geeft *de bijdrage aan de druk als gevolg van het gewicht van de bovenliggende vloeistof.*

Opgaven.

II.1.1. Hoe groot is de volumeverandering van 1 m^3 water als de druk toeneemt van 1 naar 2 bar? Antwoord in liters.

II.1.2. Bereken het bloeddrukverschil tussen je hoofd en je voeten; ρ_{bloed} = 1060 kg m^{-3}.

II.1.3. **a.** Hoe groot is de waterdruk (ten opzichte van p_{atm}) op de bodem van een zwembad als de waterdiepte 3 m bedraagt? (antwoord in kPa en mbar). **b.** Hoe groot is de kracht op de bodem, als het zwembad 50 m bij 20 m groot is? De dichtheid van het zwemwater is 998 kg m^{-3} en de zwaartekrachtsversnelling 9.81 m s^{-2}.

II.1.4. Een glazen buis is aan één einde gesloten en wordt met het open einde verticaal in een bakje met kwik geplaatst;. ρ_{Hg} = 13560 kg m^{-3} (bij 15 °C). De ruimte in de buis boven het kwik bij het gesloten einde is luchtledig (vacuüm) **a.** Hoe hoog stijgt het kwik in de buis als de luchtdruk 1 atm is? Aanwijzing: maak een tekening, 1 atm = 101.3 kPa. **b.** Hoe hoog zou het kwik stijgen op de Mont Blanc, waar de luchtdruk 58 kPa is? **c.** Hoe hoog stijgt het kwik in vraag a. en b. als de buis onder een hoek van 45° wordt gehouden?

II.1.5. Een raam van een kantoorgebouw is 3.43 m bij 2.08 m. Tijdens een storm daalt de luchtdruk buiten tot 975 mbar, terwijl de luchtdruk in het gebouw (luchtverversing) gelijk blijft aan 1013 mbar (= 1.0 atm). Hoe groot is de netto kracht op het raam?

II.1.6. Een U buis (met open einden) is gedeeltelijk gevuld met water. Aan één einde wordt er voorzichtig olie in gegoten, zodat het niet mengt met het water. Als het nieuwe evenwicht tot stand is gekomen staat het olieniveau 12.3 mm hoger dan het waterniveau aan de andere kant, dat tijdens het inbrengen van de olie 67.5 mm is gestegen. Maak een tekening en bereken de dichtheid van de olie. ρ_w = 1000 kg m^{-3}.

II.1.7. Bereken de maximale opvoerhoogte van een zuigpomp (voor water) bij 12 °C en een luchtdruk van 1 bar. Aanwijzing: raadpleeg bijlage III en tabel 6.5-1.

II.1.8. Hoe groot is de impulsverandering van een deeltje (massa m, snelheid v) dat, volkomen elastisch, loodrecht botst tegen een wand?

II.1.9. Bepaal de relatie tussen de hoogte boven het aardoppervlak (z) en de luchtdruk in de atmosfeer (p). Aanwijzing: beschouw een statische kolom lucht; begin met vergelijking (II.1-5), schrijf de dichtheid als een functie van: aantal molen (n), molair gewicht van lucht (M_t) en volume. Via de gaswet kun je het volume ook schrijven als functie van p en n, vul in en los de differentiaalvergelijking op.

BIJLAGE III

van water OK

Verzadigde dampspanning en verdampingswarmte als functie van de temperatuur

temp °C	e^* mm Hg	e^* Pa	s mm Hg/°C	s Pa/K	λ_v kJ/kg
-10	2.15	286.6	0.17	22.7	
-9	2.32	309.3	0.18	24.0	
-8	2.51	334.6	0.20	26.7	
-7	2.71	361.3	0.21	28.0	
-6	2.93	390.6	0.22	29.3	
-5	3.16	421.3	0.24	32.0	
-4	3.41	454.6	0.26	34.7	
-3	3.67	489.3	0.27	36.0	
-2	3.96	527.9	0.29	38.7	
-1	4.26	567.9	0.31	41.3	
0	4.58	610.6	0.34	45.3	2492
1	4.93	657.3	0.36	48.0	2490
2	5.29	705.3	0.38	50.7	2488
3	5.68	757.3	0.40	53.3	2486
4	6.10	813.3	0.43	57.3	2483
5	6.54	872.3	0.45	60.0	2481
6	7.01	934.6	0.48	64.0	2479
7	7.51	1001.2	0.52	69.3	2477
8	8.04	1071.9	0.55	73.3	2475
9	8.61	1147.9	0.58	77.3	2473
10	9.21	1227.7	0.62	82.7	2471
11	9.84	1311.9	0.66	88.0	2468
12	10.52	1402.5	0.69	92.0	2466
13	11.23	1497.2	0.73	97.3	2464
14	11.99	1598.5	0.78	104.0	2462
15	12.79	1704.9	0.82	109.3	2460

temp °C	e^* mm Hg	e^* Pa	s mm Hg/°C	s Pa/K	λ_v kJ/kg
16	13.63	1817.2	0.87	116.0	2457
17	14.53	1937.1	0.92	122.7	2455
18	15.48	2063.4	0.97	129.3	2453
19	16.48	2197.1	1.03	137.3	2450
20	17.53	2337.8	1,08	144.0	2448
21	18.65	2486.4	1.14	152.	2446
22	19.83	2643.7	1.21	161.3	2444
23	21.07	2809.1	1.28	170.6	2442
24	22.38	2983.7	1.34	178.6	2440
25	23.76	3167.1	1.41	188.0	2437
26	25.21	3361.0	1.49	198.6	2435
27	26.74	3565.0	1.57	209.3	2433
28	28.35	3779.6	1.65	220.0	2431
29	30.04	4004.9	1.74	232.0	2429
30	31.82	4242.8	1.82	242.6	2426
31	33.70	4492.2	1.92	256.0	2424
32	35.66	4754.2	2.02	269.3	2422
33	37.73	5030.2	2.12	282.6	2419
34	39.90	5319.5	2.22	296.0	2417
35	42.18	5622.8	2.34	312.0	2415
36	44.56	5940.7	2.45	326.6	2413
37	47.07	6275.4	2.57	342.6	2410
38	49.69	6624.7	2.69	358.6	2408
39	52.44	6991.3	2.82	376.0	2406
40	55.32	7375.8	2.94	392.0	2404
50	92.51	12333	4.59	611.9	2379
60	149.4	19915	6.91	921.2	2356
80	355.1	47342	14.3	1906	2307
100	760.0	101323	27.2	3626	2255

BIJLAGE IV

Inkomende kortgolvige straling aan de rand van de atmosfeer. K_A (W m^{-2}).

(een dag is 24 uur)

De tabel in deze bijlage is berekend uit de Smithsonian Meteorological Tables, tabel 132. De getallen zijn omgezet van cal cm^{-2} dag^{-1} naar W m^{-2}. Bovendien is in deze tabel rekening gehouden met een zonneconstante van 1375 W m^{-2} in plaats van 1350 W m^{-2}, zoals in de Smithonian Tables.

br.gr.	maand	januari			februari			maart			april			mei			juni		
°N	dec.*	I	II	II	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
80	dec.	0	0	0	0	0	6	22	52	96	153	224	303	370	426	473	503	518	523
	maand								57			227			424			515	
70	dec.	0	0	6	15	37	62	91	128	170	219	271	320	365	414	451	481	498	498
	maand					37			131			271			409			493	
60	dec.	30	39	54	74	104	133	165	200	237	279	323	362	397	426	454	471	483	481
	maand		42			104			200			320			426			478	
50	dec.	94	106	123	148	175	205	234	266	298	335	367	397	424	449	466	478	486	486
	maand		106			175			266			367			446			483	
40	dec.	165	177	195	217	244	271	296	323	350	377	404	426	446	463	476	483	488	488
	maand		180			120			159			198			227			240	
30	dec.	237	247	264	283	306	328	350	370	392	412	431	446	458	468	476	478	481	481
	maand		249			306			370			429			468			481	
20	dec.	303	313	328	343	360	377	392	407	419	431	441	449	454	458	461	461	461	461
	maand		316			360			407			441			458			461	
10	dec.	367	375	382	394	404	414	424	431	439	441	444	441	441	439	436	434	431	429
	maand		375			404			431			441			439			431	
0	dec.	419	424	429	434	439	441	444	441	439	434	429	424	414	407	399	394	392	389
	maand		424			439			441			429			407			392	
10	dec.	461	461	461	461	458	456	449	441	429	417	404	389	375	362	352	345	340	340
	maand		461			458			439			404			362			343	
20	dec.	491	488	483	476	466	454	439	424	407	387	367	345	328	311	298	286	281	281
	maand		488			466			424			367			313			283	
30	dec.	510	505	493	478	458	439	419	397	370	345	318	293	271	251	237	224	217	217
	maand		503			458			394			318			254			219	
40	dec.	518	505	488	468	441	412	385	355	325	291	261	232	207	187	168	155	150	148
	maand		503			441			355			261			187			150	
50	dec.	513	498	476	446	412	377	340	306	269	229	195	165	141	118	101	89	84	81
	maand		495			412			306			197			121			84	
60	dec.	503	483	454	414	372	328	286	244	205	163	126	96	71	54	39	30	25	25
	maand		481			372			244			128			54			27	
70	dec.	513	486	444	385	325	271	224	177	133	94	57	27	12	0	0	0	0	0
	maand		481			328			177			59			5			0	
80	dec.	537	508	456	387	306	227	160	104	62	25	0	0	0	0	0	0	0	0
	maand		500			306			108			7			0			0	
°S	dec.	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	maand		januari			februari			maart			april			mei			juni	

* dec = decade

br.gr.	maand	juli			augustus			september			oktober			november			december		
°N	dec.	I	II	II	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
80	dec.	510	483	444	392	330	249	175	113	67	32	5	0	0	0	0	0	0	0
	maand	478			323			118			12			0			0		
70	dec.	483	461	424	380	330	281	232	185	143	104	67	39	17	0	0	0	0	0
	maand	456			330			187			69			5			0		
60	dec.	473	458	436	407	370	330	291	251	212	173	138	106	79	54	42	30	25	25
	maand	456			370			251			138			59			27		
50	dec.	481	471	454	431	404	375	343	308	274	242	207	177	150	126	108	96	89	89
	maand	468			404			308			210			128			91		
40	dec.	483	478	463	449	429	407	382	355	328	298	271	244	219	197	177	165	158	158
	maand	476			429			355			271			197			160		
30	dec.	478	473	468	458	446	431	414	394	372	350	330	306	286	266	251	239	232	232
	maand	473			446			394			328			269			234		
20	dec.	461	458	456	454	449	441	431	422	409	392	375	357	343	328	316	308	301	301
	maand	458			449			422			375			328			303		
10	dec.	431	434	434	436	439	439	439	434	429	422	414	404	394	382	375	367	362	362
	maand	434			439			434			414			385			365		
0	dec.	392	394	402	409	414	422	429	434	436	439	439	436	429	424	422	419	417	417
	maand	397			414			434			439			424			417		
10	dec.	343	350	357	367	380	394	409	419	431	441	449	454	456	458	458	458	458	458
	maand	350			380			419			449			458			458		
20	dec.	283	291	303	318	335	355	375	394	414	429	446	458	468	478	483	488	493	493
	maand	293			335			394			444			476			491		
30	dec.	222	232	242	261	281	306	333	357	382	407	429	451	471	486	498	508	513	513
	maand	232			283			357			429			486			510		
40	dec.	150	160	177	197	222	249	279	308	340	370	399	429	456	478	498	513	520	523
	maand	163			222			308			399			478			518		
50	dec.	86	94	108	128	153	182	217	251	288	325	365	399	436	466	491	508	518	520
	maand	96			155			251			362			463			515		
60	dec.	27	35	47	64	86	113	148	185	227	271	316	360	404	441	473	498	513	515
	maand	37			89			187			316			439			508		
70	dec.	0	0	0	0	25	47	79	113	160	207	259	313	367	424	468	503	528	532
	maand	0			25			118			259			419			520		
80	dec.	0	0	0	0	0	0	17	47	86	138	202	279	365	441	493	528	550	557
	maand	0			0			49			207			434			545		
°S	dec.	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	maand	juli			augustus			september			oktober			november			december		

ANTWOORDEN VAN OPGAVEN

1.4.1. 164 u (≈ 7 d).

1.4.2. 11 cm d^{-1}.

1.4.3. a. 590 j. b. 2.3 10^9 j. c. 2863 m.

3.6.1. a 0.55 10^{-4}. b. 0.027 %

3.6.2. a. 107 tweedaagse perioden. b. 3.7 j.

3.6.3. ≈ 58 mm.

3.7.1. Omdat de overschrijdingskans van de hoogste waarneming dan nul zou zijn.

3.7.3. b. 110 j.

5.2.1. 1.66 m^3.

5.2.2. a. 6.67 10^{-3} kg. b. 311 kPa. c. 46 10^{-6} kg. d. 0.62.

5.2.3. Omdat het gewicht (N) van de er bovenliggende kolom lucht kleiner is.

5.2.4. a. 5.26 10^{18} kg. b. 0.88 10^{-6} M_A.

c. Gemiddeld over het oppervlak van de aarde en over de hoogte van de atmosfeer.

5.2.5. a. 33 %. b. 7.5 °C.

5.3.2. a. 49 %. b. 202 W m^{-2} ≈ 17.5 MJ m^{-2}. c. 47 %.

5.3.3. a. 99 W m^{-2} ≈ 8.5 MJ m^{-2}. b. -7 W m^{-2}. c. $K^{\downarrow}$ = 245 en L^{net} = -78 W m^{-2}.

5.4.1. r_c.

5.4.2. ET_{act}.

5.4.3. 516 mm; geen verandering van de berging in het stroomgebied.

5.4.4. a. J m^{-2} d^{-1}. b. kg $m^{-2}d^{-1}$.

5.4.5. $$\frac{p_\ell c_p}{\lambda_v \epsilon}\frac{(T_2 - T_1)}{(e_2 - e_1)} = \gamma\frac{\Delta T}{\Delta e}.$$

5.4.6. 0.29.

5.4.7. Met twee psychrometers op twee hoogten meten.

5.4.8. a. $f(u) = \dfrac{18.5}{r_a}$ (als e in Pa). b. m s^{-1}. 1850 als e in hPa K^{-1}

5.4.9. a. De verdampingswarmte λ_v, dus eerst de temperatuur. b. 3.9 mm d^{-1}.

5.4.10. 0.026 Q^*.

6.3.1. vector (1,-1), $\alpha = 315°$, $\Delta s = \sqrt{2}$.

6.3.3. Omdat de wrijvingskracht geen conservatieve kracht is.

6.3.4 De absolute grondwaterdruk in een punt is de relatieve druk vermeerderd met p_{atm}.

De relatieve druk is wat men meestal "de druk" noemt, waarbij dan stilzwijgend wordt aangenomen: ten opzichte van p_{atm}; met andere woorden p_{atm} is de referentiedruk. In de drukcomponent van de potentiaal kan daarom de bijdrage van p_{atm} buiten beschouwing worden gelaten.

6.3.5. Potentiële energie per massa, per gewicht, is dubbelop en in dit geval onzin.

6.3.6. a. - 0.6 m. b. 13.73 kPa. c. - 5.88 kPa. d. -0.6 m.

6.3.7. 4 10^{-5}.

6.4.1. a. ΔH m (= J per Newton). b. wrijving (warmte).

6.4.2. a. Omdat de doorsnede (A) en de doorlatendheid (k) constant zijn, het laatste betekent dat de grond *homogeen* is.

OK b. Omdat het energieverlies in de slangen heel klein is t.o.v. het verlies in het grondmonster.

6.4.3. a. 5 10^{-3}, $\alpha = 53°$. b. 2.5 10^{-2}, $\beta = 233°$.

6.4.4. ja.

6.4.5. 400 d.

6.4.6. nee, $\frac{\Delta H}{d} = n_e$.

6.4.7. 1.55 10^{-12} m^2.

6.4.9. eenheidsvector $\mathbf{e}_z$.

6.5.1. 3.8 m d^{-1}.

6.5.2. a. 200 en 10. b. 0.6 md^{-1} en 255 m d^{-1}.

7.2.4. a. De divergentie van de fluxdichtheid is gelijk aan nul. b. ja.

7.2.5. in - uit = nul.

7.3.1. Omdat de afhankelijke variabele, *(H)*, alleen voorkomt tot de macht één.

7.3.2. $$k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0.$$

7.3.4. $$k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = S \frac{\partial H}{\partial t}$$

7.3.5. a. 86 m^3 b. 5000 m^3

7.3.6. a. In de poriën waar lucht wordt vervangen door water. b. Hangt af van de grondsoort en de diepte van de grondwaterspiegel, $S_y \approx 0.08 - 0.25$.

7.6.1. $$h = \frac{(h_B - h_A)}{L} x + h_A.$$

7.6.2. a. $h^2 = -\frac{Rx^2}{k} - \frac{(h_A^2 - h_B^2)x}{L} + \frac{RLx}{k} + h_A^2$.

b. $x = 20$ m $h = 10.08$ m, $x = 40$ m $h = 10.13$ m, $x = 80$ m $h = 10.10$ m,
$x = 160$ m $h = 9.55$ m

7.6.3. $x = 20$ m $h = 10.09$ m, $x = 40$ m $h = 10.13$ m, $x = 80$ m $h = 10.11$ m, $x = 160$ m $h = 9.54$ m

7.6.4. 1.72 m^3 d^{-1}.

7.6.6. Omdat het oplossen van een gewone dv. eenvoudiger is als van een partiële dv.

7.7.2. $a_1 = 1.1\ 10^{-3}$, $a_2 = 1.7\ 10^{-3}$, $a_3 = 3.3\ 10^{-3}$, $a_4 = 3.9\ 10^{-3}$, $a_5 = 3.9\ 10^{-3}$, $a_6 = 4.0\ 10^{-3}$
$a_7 = 4.2\ 10^{-3}$, $a_8 = 3.8\ 10^{-3}$, $a_9 = 3.4\ 10^{-3}$, $a_{10} = 3.1\ 10^{-3}$ m d^{-1}.

7.7.3. $k = \left(\frac{\ln\Delta H_1 - \ln\Delta H_2}{t_2 - t_1}\right) L$

8.2.1. Door vermenigvuldiging van de dikte van de bodemlaag met het verschil in vochtgehalte tussen veldcapaciteit en verwelkingspunt.

9.2.2. a. 62 mm. b. 2.1 mm d^{-1}. c. 24.0 mm.

10.2.2. Omdat neerslaggegevens altijd per tijdstap zijn gegeven.

10.2.3. $a_{½} = 2.212$ mm u^{-1} = 4.424 m^3 s^{-1}, $a_1 = 2.829$ mm u^{-1} = 5.658 m^3 s^{-1},
$a_{1½} = 4.415$ mm u^{-1} = 8.830 m^3 s^{-1}, $a_2 = 4.544$ mm u^{-1} = 9.088 m^3 s^{-1},
$a_{2½} = 3.539$ mm u^{-1} = 7.078 m^3 s^{-1}, $a_3 = 2.756$ mm u^{-1} = 5.512 m^3 s^{-1}, etc.

10.2.4. $a_1 = 5.902$ mm u^{-1} = 11.804 m^3 s^{-1}, $a_2 = 9.482$ mm u^{-1} = 18.964 m^3 s^{-1},
$a_3 = 11.653$mm u^{-1} = 23.306 m^3 s^{-1}, $a_4 = 12.970$ mm u^{-1} = 25.941 m^3 s^{-1},
$a_5 = 13.770$ mm u^{-1} = 27.540 m^3 s^{-1}, $a_6 = 14.250$ mm u^{-1} = 28.500 m^3 s^{-1}, etc.

10.2.5. Als $t_c = 0.5$ uur: $a_{½} = 10.0$ mm u^{-1}, $a_1 = 5.0$ mm u^{-1}, $a_{1½} = 10.0$ mm u^{-1},
$a_2 = 5.0$ mm u^{-1}, $a_{2½} = 0$ mm u^{-1}.
Als $t_c = 2.0$ uur: $a_{½} = 2.5$ mm u^{-1}, $a_1 = 3.75$ mm u^{-1}, $a_{1½} = 6.25$ mm u^{-1},
$a_2 = 7.5$ mm u^{-1}, $a_{2½} = 5.0$ mm u^{-1}, $a_3 = 3.75$ mm u^{-1}, $a_{3½} = 1.25$ mm u^{-1}, $a_4 = 0$ mm u^{-1}.

10.2.6. $Q_t = p_1 \frac{A_t}{A_{tot}} + (p_2 - p_1)\frac{A_{t-t_1}}{A_{tot}} + \ldots$

10.3.1. $Q_1 = 250\ \ell\ s^{-1}$, $Q_2 = 625\ \ell\ s^{-1}$, $Q_3 = 1000\ \ell\ s^{-1}$, $Q_4 = 1500\ \ell\ s^{-1}$, $Q_5 = 1125\ \ell\ s^{-1}$, $Q_6 = 500\ \ell\ s^{-1}$,
$Q_7 = 250\ \ell\ s^{-1}$, $Q_8 = 0\ \ell\ s^{-1}$,.

I.1.1. Het inwendig product van $\boldsymbol{F}_g$ en $\mathbf{dr}$ (= $\mathbf{dx}$) is nul.

I.1.2. a. 14.35 m s^{-1}. b. 463.5 J.

I.1.3. a. Omdat de richting van de veerkracht tegenovergesteld is aan de richting van de verplaatsing vanuit de evenwichtstoestand. b. 0.108 J. c. 0.324 J.

I.1.5. a. Ja, als er maar begonnen wordt met voldoende potentiële energie. b. nul. c. nul.

I.1.7. 0.0667 maal je gewicht (in N) W.

II.1.1. $-4.79\ 10^{-2}$ l.

II.1.2. 10.4 maal je lengte (in m) kPa.

II.1.3. a. 29.4 kPa = 294 mbar. b. 29.4 MN.

II.1.4. a. 76 cm. b. 44 cm. c. Tot dezelfde hoogten.

II.1.5. 27.1 kN.

II.1.6. 916 kg m^{-3}.

II.1.7. 10.8 m. 10.18

II.1.8. $-2mv$

II.1.9. $p = p_0 e^{-\frac{M_l g z}{RT}}$

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{n_1 RT}{n_2 RT} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1 M / V_1}{n_2 M / V_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Dit is een exemplaar van nr 1 t/m 35 van de eerste druk van de 7de uitgave (okt 2001)

Aantekeningen

correcties:

6 ✓ 13 ✓

29 ✓ 31 ✓

48

61 ✓ 62

109

129 ✓

147 ✓

156 ✓ 160 ✓

208 ✓ 209 ✓

213 ✓ 218 224 ✓ 228 ✓ 230, 231 ✓ 232 ✓ 234 ✓ 239 ✓

244 ✓ 245 ✓

251 ✓

✓ deze correcties zijn al aangebracht in nr 36 t/m 62 van de eerste druk van de 7de uitgave (maart 2002)