

RIJKSLANDBOUWPROEFSTATION HOORN.

Over de betrouwbaarheid van voederproeven met melkvee

II

DOOR

E. BROUWER.

(Ingezonden 1 Maart 1929).

In een voorafgaande verhandeling¹⁾ werden verschillende methoden medegedeeld, welke ons in staat stellen de nauwkeurigheid van waargenomen opbrengstverschillen bij voederproeven met melkvee te beoordelen. Hierbij werd reeds gezegd, dat de formules op het cijfermateriaal van enkele winters werden toegepast, zulks met het doel de methoden met elkaar te vergelijken, waarbij natuurlijk tevens bleek, hoe groot de verschillen bij deze proeven ongeveer wel moeten zijn om met praktische zekerheid geheel of gedeeltelijk aan de verschillende voeding te mogen worden toegeschreven. In het onderstaande wordt van dit alles verslag uitgebracht.

Opzet der proeven.

De proeven werden uitgevoerd in de winters 1925—'26, 1926—'27 en 1927—'28 (in het vervolg zullen wij meestal spreken van 1925, 1926, 1927) met in totaal 76 dieren, waarvan 72 herfstkalvers en 4 gelde koeien, welke laatste bij deze berekeningen zijn uitgeschakeld. Er werd gewerkt volgens het groepensysteem; in 1925 werden twee groepen, elk van 13 koeien genomen, in 1926 twee groepen van elf en in 1927 één groep van 11 en één groep van 13 dieren; dus in het geheel 6 groepen. Wat den verderen opzet betreft zij er aan herinnerd, dat de voeding in de vóórperiode en ook in de naperiode bij beide groepen gelijk was, in de hoofdperiode daarentegen verschillend. In 1925 werd al het voeder per groep afgewogen; in 1926 en 1927 werd meer individueel gevoederd, doordat alleen het ruwvoeder per groep werd afgewogen, het krachtvoeder en de voedermiddelen als gedroogde pulp, tarwegrint en dl. per koe. Voor verdere bijzonderheden moge ik naar het voorgaande verslag verwijzen.

¹⁾ E. BROUWER, Verslagen van landbouwk. onderz., N^o. 34, 1929, bladz. 43, Verslag Proefzuivelboerderij, 1928.

2100632

Het cijfermateriaal.

Als grondslag voor de berekening dienden de over twee etmalen per week bij elke koe uitgevoerde bepalingen (de z.g. individuele cijfers). Het aantal der contrôledagen bedroeg:

	1925	1926	1927
Voorperiode . . .	7	8	8
Hoofdperiode . . .	16	16	17
Naperiode	7	8	9

Op elken controledag bepaalden wij de productie aan melk, vetvrije droge stof en vet. Met het oog op den omvang der berekeningen hebben wij alléén becijferingen omtrent de vetproductie uitgevoerd. Zelfs het weergeven van de stamcijfers betreffende de vetopbrengsten alleen neemt zooveel ruimte in beslag, dat wij er van af zien deze af te drukken.

Vereenvoudiging van het cijfermateriaal.

In de eerste plaats werd het materiaal der individuele productie-cijfers vereenvoudigd en wel zoodanig, dat telkens alle op één periode betrekking hebbende cijfers bij elke koe werden vervangen door twee andere cijfers, die het beloop der productie in deze periode zoo goed mogelijk kenmerken. Het ééne cijfer geeft aan de gemiddelde vetopbrengst per dag, (gemiddelde dagelijksche opbrengst), het tweede de gemiddelde daling der vetproductie, eveneens per dag (gemiddelde dagelijksche daling); slechts de berekening der gemiddelde daling gedurende de *naperiode* werd achterwege gelaten. Voor de wijze van berekenen verwijs ik naar de voorafgaande verhandeling.

De aldus verkregen gegevens vindt men in tabel I, II en III. Alles is hier in grammen uitgedrukt. Voor de hierop volgende berekeningen werden echter de dalingen in centigrammen uitgedrukt om gebroken getallen te vermijden. De eenheden der opbrengsten blijven grammen.

Verdere verwerking der cijfers.

Wij voerden de volgende symbolen in:

Koe k is een willekeurige koe.

m is het aantal koeien in één willekeurige groep.

x_k is de gemiddelde dagelijksche opbrengst van koe k in de voorperiode.

y_k is de gemiddelde dagelijksche opbrengst van koe k in de hoofdperiode.

z_k is de gemiddelde dagelijksche opbrengst van koe k in de naperiode.

u_k is de gemiddelde dagelijksche daling van koe k in de voorperiode.

v_k is de gemiddelde dagelijksche daling van koe k in de hoofdperiode.

Vervolgens werden voor elke groep de volgende grootheden berekend; de vierkante haken duiden daarbij aan, dat over alle m koeien van één groep is gesommeerd:

$$\bar{x} = \frac{1}{m} [x]; \quad \bar{y} = \frac{1}{m} [y]; \quad \bar{z} = \frac{1}{m} [z]; \quad \bar{u} = \frac{1}{m} [u]; \quad \bar{v} = \frac{1}{m} [v].$$

De aldus gevonden waarden bevinden zich in de eerste vijf rijen van tabel IV.

Verder werd gesteld:

$$\begin{aligned} x_k &= \bar{x} + \xi_k & u_k &= \bar{u} + \varphi_k \\ y_k &= \bar{y} + \eta_k & v_k &= \bar{v} + \psi_k \\ z_k &= \bar{z} + \zeta_k \end{aligned}$$

Tenslotte werden nu nog voor elke groep de onderstaande grootheden becijferd, die zich eveneens in tabel IV bevinden:

$$[\xi^2], [\eta^2], [\zeta^2], [\varphi^2], [\psi^2], [\xi\eta], [\xi\zeta], [\xi\varphi], [\xi\psi], [\eta\zeta], [\eta\varphi], [\eta\psi], [\zeta\varphi],$$

$$[\zeta\psi], [\varphi\psi].$$

Deze kunnen direct voor de onderstaande formules worden gebruikt.

Formules.

Om de doelmatigheid van de verschillende methoden te beoordeelen willen wij met elkaar vergelijken de middelbare afwijkingen (σ) welke zij voor één koe ten opzichte van het groepgemiddelde of t.o.v. een regressielijn of regressievlak opleveren. In het algemeen kan men zeggen, dat die methode, welke de kleinste m. afw. oplevert, ook het best geschikt is om de betrouwbaarheid van de proef weer te geven. Natuurlijk behoort hierbij voorop te staan, dat de methoden niet van foutieve beginselen mogen uitgaan. Zooals in onze vorige verhandeling reeds uitdrukkelijk is vermeld, gaan wij in dezen niet geheel vrij uit wat betreft de formules, welke de naperiode mede in rekening brengen. Volkomen juist zijn deze slechts dan, indien vast staat, dat er geen of althans een te verwaarloozen „nawerking” van het in de hoofdperiode onderzochte voedsel bestaat, hetgeen à priori waarschijnlijk wel nimmer met zekerheid kan worden gezegd. Is er echter wel een nawerking, dan wordt de zaak ingewikkelder; maar toch niet hopeloos. Neemt men toch in aanmerking, dat in den loop der jaren tal van waardevolle gegevens zijn verkregen met zoogenaamde periodenproeven, waarbij de naperiode principiëel in rekening wordt gebracht, dan staat het voor ons vast, dat de uitkomst, verkregen met een formule, die ook met de naperiode rekening houdt, in verreweg de meeste gevallen toch in hooge mate onze aandacht verdient, hetgeen aan de andere zijde toch weer geen aanleiding mag zijn om onze achterdocht in slaap te wiegen.

De middelbare afwijking (σ) van één koe ten opzichte van het groepgemiddelde of t.o.v. regressielijnen of -vlakken werd nu op onderstaande wijzen bij alle zes groepen afzonderlijk berekend. Zoowel de gemiddelde dagelijksche *productie* als de gemiddelde dagelijksche *daling* (beide in de hoofdperiode) werd onderzocht; één stel formules heeft betrekking op de productie in de *naperiode* en dient voor het onderzoek van een eventuele nawerking van het voedsel.

Eenvoudige formules.

a. Men laat de gegevens uit vóór- en naperiode onbenut. De m. afw. van één koe vindt men aldus:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (y_k - \bar{y})^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m \eta_k^2 = \frac{[\eta^2]}{m-1} \quad (1)$$

$$\sigma_v^2 = \frac{[(v - \bar{v})^2]}{m-1} = \frac{[\psi^2]}{m-1} \quad (2)$$

b. De voorperiode wordt in rekening gebracht. Men denke zich voor elke koe berekend: $f_k = x_k - y_k$. Vervolgens kan men becijferen:

$$\bar{f} = \frac{1}{m} [f] \text{ en daarna: } \sigma_f^2 = \frac{[(f - \bar{f})^2]}{m-1}, \text{ welke wordt gevraagd.}$$

Met het oog op de gegevens in tabel IV is in ons geval ietwat anders gehandeld. Men schrijve voor f weer: $x - y$ en vindt dan, daar $\bar{f} = \bar{x} - \bar{y}$:

$$\sigma_f^2 = \sigma_{x-y}^2 = \frac{1}{m-1} [(x - y - \bar{x} + \bar{y})^2] = \frac{1}{m-1} [(\xi - \eta)^2] = \frac{[\xi^2] - 2[\xi\eta] + [\eta^2]}{m-1}.$$

Dus:

$$\sigma_f^2 = \sigma_{x-y}^2 = \frac{[(f - \bar{f})^2]}{m-1} = \frac{[\xi^2] - 2[\xi\eta] + [\eta^2]}{m-1} \quad (3)$$

c. Zoowel de voorperiode als de naperiode wordt in rekening gebracht. Men denke zich voor elke koe berekend: g_k , als

$$g_k = y_k - \frac{x_k + z_k}{2}$$

en vervolgens:

$$\sigma_g^2 = \frac{[(g - \bar{g})^2]}{m-1}.$$

Evenals onder b, kan men van tabel IV gebruik maken, als men schrijft:

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 = \sigma_{y - \frac{1}{2}(x+z)}^2 &= \frac{1}{m-1} [(y - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z - \bar{y} + \frac{1}{2}\bar{x} + \frac{1}{2}\bar{z})^2] = \\ &= \frac{1}{m-1} [(\eta - \frac{1}{2}\xi - \frac{1}{2}\zeta)^2]. \end{aligned}$$

Dus:

$$\sigma_g^2 = \sigma_{y - \frac{1}{2}(x+z)}^2 = \frac{[(g - \bar{g})^2]}{m-1} = \frac{[\eta^2] + \frac{1}{4}[\xi^2] + \frac{1}{4}[\zeta^2] - [\xi\eta] - [\eta\zeta] + \frac{1}{2}[\xi\zeta]}{m-1} \quad (4)$$

Meer samengestelde formules.

Met de meer samengestelde formules werden in eerste instantie zoogenaamde regressielijnen en regressievlakken berekend. De hierbij gevonden regressiecoëfficiënten zijn verzameld in tabel V en VI. Met behulp hiervan werd weer bij elke groep de m. afw. per koe becijferd (tabel VII) op een wijze, die zoo aanstonds nader zal worden aangegeven.

Natuurlijk kan men de *m.* afw. ook vinden zonder de regressiecoëfficiënten zelf te berekenen, en wel via de correlatiecoëfficiënten. Bij proeven als deze, waarbij het in het algemeen van belang is ook de regressiecoëfficiënten te leeren kennen, geven wij aan de eerstgenoemde methode den voorkeur.

d. *Formules met twee veranderlijken.* Hierbij wordt alléén de voorperiode in rekening gebracht.

1. *Regressie van y ten opzichte van x.*

$$\text{regressielijn: } Y = a_{yx} (x - \bar{x}) + \bar{y}.$$

$$\text{regressiecoëfficiënt: } a_{yx} = \frac{[\xi\eta]}{[\xi^2]}.$$

$$\text{de } m. \text{ afw. per koe volgt uit: } \sigma_{y.x}^2 = \frac{1}{m-2} \{ [\eta^2] - a_{yx} [\xi\eta] \}. \quad (5)$$

2. *Regressie van v t.o.v. x.* Hiervoor gelden de volgende formules:

$$V = a_{vx} (x - \bar{x}) + \bar{v}.$$

$$a_{vx} = \frac{[\xi\psi]}{[\xi^2]}.$$

$$\sigma_{v.x}^2 = \frac{1}{m-2} \{ [\psi^2] - a_{vx} [\xi\psi] \}. \quad (6)$$

e. *Formules met drie veranderlijken.*

1. *Regressie van y en van v t.o.v. x en u.* Hierbij wordt alléén de voorperiode in rekening gebracht.

$$Y = a_{yx.u} (x - \bar{x}) + a_{yu.x} (u - \bar{u}) + \bar{y}.$$

$$a_{yx.u} = \frac{[\xi\eta] [\varphi^2] - [\varphi\eta] [\xi\varphi]}{[\xi^2] [\varphi^2] - [\xi\varphi]^2}; \quad a_{yu.x} = \frac{[\varphi\eta] [\xi^2] - [\xi\eta] [\xi\varphi]}{[\xi^2] [\varphi^2] - [\xi\varphi]^2}$$

$$\sigma_{y.xu}^2 = \frac{1}{m-3} \{ [\eta^2] - a_{yx.u} [\xi\eta] - a_{yu.x} [\varphi\eta] \}. \quad (7)$$

$$V = a_{vx.u} (x - \bar{x}) + a_{vu.x} (u - \bar{u}) + \bar{v}.$$

$$a_{vx.u} = \frac{[\xi\psi] [\varphi^2] - [\varphi\psi] [\xi\varphi]}{[\xi^2] [\varphi^2] - [\xi\varphi]^2}; \quad a_{vu.x} = \frac{[\varphi\psi] [\xi^2] - [\xi\psi] [\xi\varphi]}{[\xi^2] [\varphi^2] - [\xi\varphi]^2}$$

$$\sigma_{v.xu}^2 = \frac{1}{m-3} \{ [\psi^2] - a_{vx.u} [\xi\psi] - a_{vu.x} [\varphi\psi] \}. \quad (8)$$

2. *Regressie van y en van v t.o.v. x en z.* Ook de naperiode wordt in rekening gebracht.

$$Y = a_{yx.z} (x - \bar{x}) + a_{yz.x} (z - \bar{z}) + \bar{y}.$$

$$a_{yx.z} = \frac{[\xi\eta] [\zeta^2] - [\zeta\eta] [\xi\zeta]}{[\xi^2] [\zeta^2] - [\xi\zeta]^2}; \quad a_{yz.x} = \frac{[\zeta\eta] [\xi^2] - [\xi\eta] [\xi\zeta]}{[\xi^2] [\zeta^2] - [\xi\zeta]^2}.$$

$$\sigma_{y.xz}^2 = \frac{1}{m-3} \{ [\eta^2] - a_{yx.z} [\xi\eta] - a_{yz.x} [\zeta\eta] \}. \quad (9)$$

$$V = a_{vx,z} (x - \bar{x}) + a_{vz,x} (z - \bar{z}) + \bar{v}.$$

$$a_{vx,z} = \frac{[\xi\psi][\zeta^2] - [\zeta\psi][\xi\zeta]}{[\xi^2][\zeta^2] - [\xi\zeta]^2}; \quad a_{vz,x} = \frac{[\zeta\psi][\xi^2] - [\xi\psi][\xi\zeta]}{[\xi^2][\zeta^2] - [\xi\zeta]^2}$$

$$\sigma_{v,xz}^2 = \frac{1}{m-3} \left\{ [\psi^2] - a_{vx,z} [\xi\psi] - a_{vz,x} [\zeta\psi] \right\} \quad . . . \quad (10)$$

Al deze formules dienen om de werking van het voedsel in de hoofdperiode te leeren kennen. Wij kunnen ons ook afvragen hoe groot het verschil tusschen de groepen in de n aperiode moet zijn om met zekerheid een n awerking te mogen aannemen. Hiervoor kunnen de onderstaande formules worden gebruikt; deze komen hierop neer, dat het regressievlak van z t.o.v. x en u wordt berekend, enz. Wij hebben dus:

$$Z = a_{zx,u} (x - \bar{x}) + a_{zu,x} (u - \bar{u}) + \bar{z}.$$

$$a_{zx,u} = \frac{[\xi\zeta][\varphi^2] - [\varphi\zeta][\xi\varphi]}{[\xi^2][\varphi^2] - [\xi\varphi]^2}; \quad a_{zu,x} = \frac{[\varphi\zeta][\xi^2] - [\xi\zeta][\xi\varphi]}{[\xi^2][\varphi^2] - [\xi\varphi]^2}$$

$$\sigma_{z,xu}^2 = \frac{1}{m-3} \left\{ [\zeta^2] - a_{zx,u} [\xi\zeta] - a_{zu,x} [\varphi\zeta] \right\} \quad . . . \quad (11)$$

De uitkomsten, verkregen met deze formules, vindt men in tabel V, VI en VII. In de tabel VII is verder van elk der verschillende σ 's het gemiddelde kwadraat (gemiddeld over alle zes groepen) berekend. De wortels uit de aldus gevonden gemiddelden zijn genoemd: $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\sigma}_{x-y}$, enz., en kunnen natuurlijk op hun beurt middelbare afwijkingen of standaardafwijkingen worden genoemd.

Bespreking.

Allereerst beschouwen wij de *productie in de hoofdperiode (y)*; zie de uit tabel VII overgenomen eerste kolom in het onderstaande staatje betreffende de m. afw. per koe (gemiddeld over alle zes groepen). De n aperiode is hierbij blijkbaar niet in aanmerking genomen. De nummers hebben betrekking op de hiervóór vermelde formules en op de kolommen in tabel VII.

1.	$\bar{\sigma}_y = 89.1$;	$\bar{\sigma}_{Dy} = 34.9$
3.	$\bar{\sigma}_{x-y} = 34.9$;	$\bar{\sigma}_{Dx-y} = 13.7$
5.	$\bar{\sigma}_{y,x} = 28.9$;	$\bar{\sigma}_{Dy,x} = 11.3$ ¹⁾
7.	$\bar{\sigma}_{y,xu} = 25.3$;	$\bar{\sigma}_{Dy,xu} = 9.9$ ¹⁾

Om de uitkomst ietwat sprekender te maken hebben wij nog de cijfers der tweede kolom afgeleid: Wij denken ons twee groepen, elk van 13 koeien (met een dusdanig aantal werd gedurende de laatste jaren meestal gewerkt). Stel het productieverval (per koe en per dag) der twee groepen bedraagt: D. Blijkbaar is de m. afw. van D:

$$\bar{\sigma}_D = \bar{\sigma} \sqrt{\frac{2}{13}} = 0.392 \bar{\sigma}.$$

¹⁾ Wanneer de groepen in de voorperiode niet geheel gelijkwaardig zijn, wat betreft x en eventueel ook u , moet op deze getallen een correctie worden aangebracht, welke voor het onderhavige onderzoek kan worden verwaarloosd.

$\bar{\sigma}_D$ is in alle vier gevallen berekend. Hieruit volgt, dat met behulp van de beste methode (7 uit het staatje) kan worden aangetoond, dat een productieverval in de hoofdperiode van ten minste 20 Gr. vet (d. i. tweemaal de m. afw.) per koe en per dag bij onze proeven gewoonlijk niet meer aan toevallige omstandigheden mag worden toegeschreven. De uitkomst van 5 is iets minder goed maar het verschil met 7 is niet groot. Verder blijkt, dat de eenvoudige rekenmethode 3 een ietwat hooger waarde oplevert dan 5 en 7; maar het verschil is betrekkelijk gering, zoodat men vermoedelijk in vele gevallen met de becijfering van 3, dus van σ_{x-y} , kan volstaan om zich een oordeel omtrent de waarde van de uitkomst bij dergelijke proeven te vormen.

Zeer onbevredigend is de uitkomst 1, waarbij echter met de voorperiode geen rekening is gehouden. Proefnemingen, zonder voorperiode opgezet, zijn dan ook vrijwel waardeloos, tenzij een enorm groot aantal koeien wordt gebruikt. Om bij een proef zonder voorperiode een productieverval van 20 Gr. vet als wezenlijk te mogen beschouwen, zouden ongeveer 160 dieren per groep aanwezig moeten zijn. (20 Gr. vet bevinden zich in $\pm 0,6$ K.G. melk).

Thans beschouwen wij de twee onderstaande uitkomsten van 4 en 9, waarbij ook met de naperiode rekening werd gehouden. Op het vóór en tegen van deze methoden werd, in verband met een eventuele nawerking, reeds gewezen.

$$\begin{aligned} 4. \quad \bar{\sigma}_{y-\frac{1}{2}(x+z)} &= 18.6; \quad \bar{\sigma}_{Dy-\frac{1}{2}(x+z)} = 7.3 \\ 9. \quad \bar{\sigma}_{y,xz} &= 15.7; \quad \bar{\sigma}_{Dy,xz} = 6.2 \end{aligned}$$

Hierbij valt op te merken, dat met de meer samengestelde rekenmethode (9) een iets gunstiger uitkomst wordt verkregen dan met de eenvoudige rekenmethode (N^o. 4), maar dat het verschil hier zóó gering is, dat het dikwijls de moeite zeker niet zal loonen de meer gecompliceerde methode aan te wenden. Verder valt op, dat de m. afw. aanmerkelijk kleiner zijn dan die, verkregen met behulp der formules (1), (3), (5) en (7), waarbij de naperiode *niet* in rekening werd gebracht.

Onder n^o. 2, 6, 8 en 10 is de m. afw., t.o.v. het gemeenschappelijk gemiddelde of t.o.v. regressievlakken of -lijnen, van de *dagelijksche daling* van één koe in de hoofdperiode aangegeven (uitgedrukt in cGr.). Dit is dus de standaardafwijking van v .

$$\begin{aligned} 2. \quad \bar{\sigma}_v &= 62.3 \\ 6. \quad \bar{\sigma}_{v,x} &= 64.4 \\ 8. \quad \bar{\sigma}_{v,xu} &= 65.0 \\ 10. \quad \bar{\sigma}_{v,xz} &= 57.9. \end{aligned}$$

Hier zien wij, dat de eenvoudigste rekenmethode (N^o. 2) een uitkomst geeft, die niet of nauwelijks meer voor verbetering vatbaar is. Bij v zal men dus veelal met de berekening volgens (2), dus van σ_v kunnen volstaan.

¹⁾ Zijn de twee groepen in vóór- en naperiode niet geheel gelijkwaardig wat betreft \bar{x} en \bar{z} , dan zou een correctie moeten worden aangebracht, welke voor het onderhavige doel kon worden verwaarloosd.

Denkt men zich twee groepen, elk van 13 koeien, dan kan men weer $\bar{\sigma}_D$ becijferen. Er blijkt: $\bar{\sigma}_{D \text{ v. xz}} = 0.392 \times 57.9 = 22.7$. Blijkbaar kan een verschil in daling tusschen de twee groepen van $\pm 2 \times 22.7$ cGr. per koe en per dag of van $56 \times 2 \times 22.7$ cGr. = 25.4 Gr. vet per koe in een geheele hoofdperiode van 56 dagen niet meer toevallig zijn.

Tenslotte vragen wij ons af, hoe groot het productieverval per koe en per dag gedurende de naperiode moet zijn om met zekerheid een *nawerking* te kunnen vaststellen. Er werd gevonden:

$$11. \quad \bar{\sigma}_{z \text{ xv}} = 30.1; \quad \bar{\sigma}_{D \text{ z xv}} = 11.8.$$

Verschildt dus de productie der groepen (van 13 dieren elk) in de naperiode ongeveer 24 Gr. of meer per koe en per dag, dan is men veelal zeker van een *nawerking*.

Het spreekt vanzelf, dat de hierboven weergegeven cijfers bedoeld zijn om een indruk te geven van datgene, wat in het algemeen uit dergelijke proeven mag worden geconcludeerd, maar dat voor elk bijzonder geval de becijferingen daardoor niet overbodig worden. Al weet men dus, op grond van de standaardafw., dat een (gecorrigeerd) productieverval in de hoofdperiode van 20 Gr. vet per koe en per dag in het algemeen niet meer toevallig is, bij elke nieuwe voederproef zal men (althans voorloopig) de m. afw. weer opzettelijk moeten bepalen.

Kurze Zusammenfassung.

In einem vorhergehenden Aufsatz wurden mehrere Formeln (einfache und weniger einfache), mit deren Hilfe die Zuverlässigkeit von Fütterungsversuchen mit Milchvieh berechnet werden kann, mitgeteilt.

In dem vorliegenden Aufsatz haben wir einige dieser Formeln an den experimentellen Daten sechs verschiedener Versuchsgruppen (72 Kühe) mit einander verglichen. Hierbei hat es sich herausgestellt, dass nicht immer eine einzige Arbeitsweise gefolgt werden soll, sondern dass die Wahl der Methode von den Umständen abhängig sein soll.

Zugleich erfahren wir hierbei, wie gross der Produktionsunterschied zwischen zwei Versuchsgruppen *im Allgemeinen* sein muss um ihm Wert beilegen zu können.

TABEL I.
1925—1926. Gemiddelde dagelijkse vetopbrengst (Gr.) en gemiddelde dagelijkse daling
der vetopbrengst (Gr.) bij de afzonderlijke koeien.

		Groep I.												
Nummers der koeien.		25	15	6	11	18	21	47	40	16	7	44	29	53
Opbrengst in voorperiode . .	x_k	432	512	601	687	487	614	658	527	580	633	517	802	403
Opbrengst in hoofdperiode . .	y_k	367	442	525	579	419	467	527	458	478	550	433	606	354
Opbrengst in napperiode . . .	z_k	296	429	517	559	404	448	478	451	445	498	398	535	353
Daling in voorperiode.	u_k	0.16	2.09	3.28	- 0.41	2.10	5.07	2.87	3.42	2.00	4.41	0.68	5.72	3.18
Daling in hoofdperiode	v_k	1.92	1.30	1.16	0.73	- 0.01	0.81	0.80	0.20	1.06	0.25	- 0.08	0.19	0.00

		Groep II.												
Nummers der koeien.		33	45	19	9	42	22	24	43	50	41	26	38	52
Opbrengst in voorperiode . .	x_k	425	449	453	698	722	646	432	526	684	731	719	612	548
Opbrengst in hoofdperiode . .	y_k	391	411	417	638	593	570	360	414	571	584	646	462	490
Opbrengst in napperiode . . .	z_k	376	388	388	576	512	513	390	379	536	554	575	423	450
Daling in voorperiode.	u_k	- 0.70	1.42	2.91	0.43	3.74	5.19	2.35	1.89	2.87	5.80	- 1.09	4.55	3.08
Daling in hoofdperiode	v_k	0.92	0.52	0.65	0.31	1.56	1.12	1.43	0.12	0.64	0.35	1.96	1.42	2.18

TABEL II.
 1926—1927¹⁾. Gemiddelde dagelijkse vetopbrengst (Gr.) en gemiddelde dagelijkse daling
 der vetopbrengst (Gr.) bij de afzonderlijke koeien.

Groep I.											
Nummers der koeien.	21	9	29	28	20	53	40	18	34	39	49
Opbrengst in voorperiode . .	552	620	650	448	643	513	603	541	497	601	631
Opbrengst in hoofdperiode . .	455	558	590	365	621	444	508	522	408	539	537
Opbrengst in naperiode . . .	454	534	591	318	600	436	499	508	340	495	499
Daling in voorperiode	5.82	4.39	-0.81	0.98	1.84	3.96	0.36	1.91	1.73	2.06	1.86
Daling in hoofdperiode	0.83	-0.04	-1.00	-0.64	-0.12	-0.19	-0.13	-0.80	1.69	1.07	1.12

Groep II.											
Nummers der koeien.	25	41	11	45	44	42	52	10	30	31	13
Opbrengst in voorperiode . .	772	786	611	572	583	648	561	541	672	516	362
Opbrengst in hoofdperiode . .	621	647	565	462	510	512	513	452	617	407	309
Opbrengst in naperiode . . .	574	593	541	468	490	496	515	456	570	393	329
Daling in voorperiode	2.68	1.92	-1.20	1.65	2.74	2.93	0.07	3.59	-0.38	1.90	0.96
Daling in hoofdperiode	0.69	1.67	0.50	0.73	0.49	0.37	0.20	0.56	0.30	1.01	0.32

¹⁾ De proef 1926—1927 werd genomen met twee groepen, elk bestaande uit 11 herfskalvers en 2 gelde koeien. Bij de onderhavige becijferingen werden de gelde koeien uitgeschakeld.

TABEL III.
 1927—1928. Gemiddelde dagelijksche vetopbrengst (Gr.) en gemiddelde dagelijksche daling
 der vetopbrengst (Gr.) bij de afzonderlijke koeien.

Nummers der koeien.		Groep I.												
		8	10	13	16	21	22	25	31	39	46	53		
Opbrengst in voorperiode . .	x_k	689	697	420	524	586	606	482	637	727	570	482		
Opbrengst in hoofdperiode . .	y_k	616	611	358	492	510	580	481	567	648	547	454		
Opbrengst in naperiode . . .	z_k	504	589	300	389	409	479	416	513	552	474	361		
Daling in voorperiode	u_k	0.03	1.56	2.42	-0.60	2.23	3.29	3.19	3.99	4.69	1.02	2.01		
Daling in hoofdperiode	v_k	0.63	0.09	0.21	0.66	0.92	0.93	0.31	0.42	0.68	-0.63	0.85		

Nummers der koeien.		Groep II.												
		6	9	11	12	18	19	27	37	40	42	44	47	49
Opbrengst in voorperiode . .	x_k	452	590	620	468	637	603	438	514	666	619	623	669	
Opbrengst in hoofdperiode . .	y_k	363	551	512	361	596	570	365	410	557	563	560	585	
Opbrengst in naperiode . . .	z_k	323	498	468	310	551	504	387	346	502	488	508	523	
Daling in voorperiode	u_k	2.84	-3.65	2.67	4.52	-3.45	0.82	2.19	1.60	2.61	1.51	4.55	3.18	
Daling in hoofdperiode	v_k	0.95	1.69	1.58	2.05	0.90	0.75	0.61	1.51	2.44	0.38	1.86	1.72	

TABEL IV.

	1925—1926		1926—1927 ¹⁾		1927—1928	
	Groep I (13 dieren).	Groep II (13 dieren).	Groep I (11 dieren).	Groep II (11 dieren).	Groep I (11 dieren).	Groep II (13 dieren).
\bar{x}	+ 573.5	+ 588.1	+ 572.6	+ 602.2	+ 574.5	+ 573.8
\bar{y}	+ 477.3	+ 503.6	+ 504.3	+ 510.5	+ 528.6	+ 496.5
\bar{z}	+ 447.0	+ 461.5	+ 479.0	+ 493.2	+ 449.0	+ 444.1
\bar{u}	+ 265.9	+ 249.5	+ 219.0	+ 153.3	+ 216.6	+ 168.2
\bar{v}	+ 64.1	+ 101.4	+ 15.4	+ 62.2	+ 46.1	+ 132.2
$[\xi^2]$	+ 144 099	+ 174 717	+ 44 551	+ 141 512	+ 92 357	+ 784 78
$[\eta^2]$	+ 71 393	+ 121 067	+ 61 192	+ 102 253	+ 69 121	+ 100 677
$[\zeta^2]$	+ 64 982	+ 89 129	+ 79 558	+ 64 186	+ 63 070	+ 87 809
$[\varphi^2]$	+ 401 801	+ 534 813	+ 355 378	+ 228 510	+ 259 963	+ 781 438
$[\psi^2]$	+ 44 821	+ 51 627	+ 74 753	+ 17 378	+ 21 135	+ 47 062
$[\xi \eta]$	+ 97 763	+ 137 655	+ 49 089	+ 114 107	+ 76 527	+ 84 783
$[\xi \zeta]$	+ 85 439	+ 116 837	+ 54 913	+ 88 252	+ 73 618	+ 78 185
$[\xi \varphi]$	+ 100 998	+ 83 520	— 21 734	+ 18 597	+ 34 515	— 55 534
$[\xi \psi]$	— 7 205	+ 8 171	— 1 692	+ 22 863	+ 501	+ 153 44
$[\eta \zeta]$	+ 64 773	+ 102 776	+ 68 019	+ 80 251	+ 63 752	+ 93 240
$[\eta \varphi]$	+ 56 100	+ 19 816	— 27 971	— 22 381	+ 13 488	— 111 705
$[\eta \psi]$	— 5 310	+ 9 282	— 13 612	+ 12 734	— 548	+ 5 884
$[\zeta \varphi]$	+ 53 135	+ 19 679	— 21 766	— 20 026	+ 31 478	— 110 868
$[\zeta \psi]$	— 9 225	+ 3 162	— 24 155	+ 8 034	— 3 835	+ 4 708
$[\varphi \psi]$	— 43 011	— 6 297	+ 56 281	+ 17 395	+ 13 191	+ 51 877

¹⁾ De proef 1926—27 werd genomen met twee groepen, elk bestaande uit 11 herfstkalvers en 2 gelde koeien. Bij de onderhavige becijferingen werden de gelde koeien uitgeschakeld, zoodat 11 dieren per groep overbleven.

TABEL V.
Regressiecoëfficiënten.

	y t. o. v. x en u .		y t. o. v. x en z .	
	a_{yx}	a_{yxu}	a_{yxz}	a_{yzz}
1925 Groep I . . .	+ 0.67844	+ 0.70474	+ 0.39665	+ 0.47526
1925 Groep II . . .	+ 0.78787	+ 0.83229	+ 0.13584	+ 0.97504
1926 Groep I . . .	+ 1.10186	+ 1.09616	+ 0.32195	+ 0.63274
1926 Groep II . . .	+ 0.80634	+ 0.82807	+ 0.18674	+ 0.99854
1927 Groep I . . .	+ 0.82860	+ 0.85146	+ 0.32876	+ 0.62706
1927 Groep II . . .	+ 1.08034	+ 1.03103	+ 0.19885	+ 0.88480

TABEL VI.
Regressiecoëfficiënten

	v t. o. v. x en u .		v t. o. v. x en z .		z t. o. v. x en u .	
	a_{vx}	a_{vxu}	a_{vzx}	a_{vzxz}	$a_{z xu}$	$a_{z zu}$
1925 Groep I . . .	+ 0.05000	+ 0.03038	+ 0.15503	+ 0.34579	+ 0.60721	- 0.02039
1925 Groep II . . .	+ 0.04677	+ 0.05662	+ 0.18675	- 0.20933	+ 0.70366	- 0.07309
1926 Groep I . . .	- 0.03798	+ 0.04049	+ 2.25317	- 1.85381	+ 1.23969	+ 0.01457
1926 Groep II . . .	+ 0.16156	+ 0.15320	+ 0.55584	- 0.68033	+ 0.64202	- 0.13989
1927 Groep I . . .	+ 0.00542	- 0.01425	+ 0.77446	- 0.96479	+ 0.79111	+ 0.01605
1927 Groep II . . .	+ 0.19552	+ 0.25534	+ 1.23538	- 1.06684	+ 0.94931	- 0.07484

TABEL VII.
Standaard afwijkingen per koe t. o. v. het groepgemiddelde of t. o. v. regressielijnen of -vlakten.

Formule N ^o .	1	3	5	7	4	9
	σ_y^2	σ_{x-y}^2	$\sigma_{y,x}^2$	$\sigma_{y,xy}^2$	$\sigma_{y-\frac{1}{2}(x+z)}^2$	$\sigma_{y,xz}^2$
1925 Groep I . . .	5 949	1 664	461	460	321	188
1925 Groep II . . .	10 088	1 706	1 147	884	418	216
1926 Groep I . . .	6 119	757	789	882	257	294
1926 Groep II . . .	10 225	1 555	1 138	508	345	152
1927 Groep I . . .	6 912	842	635	598	451	498
1927 Groep II . . .	8 390	799	826	548	277	182
Gemiddeld ¹⁾ . . .	7 947	1 221	833	638	345	246
Standaardafw. . . .	$\bar{\sigma}_y = 89.1$ Gr.	$\bar{\sigma}_{x-y} = 34.9$ Gr.	$\bar{\sigma}_{y,x} = 28.9$ Gr.	$\bar{\sigma}_{y,xy} = 25.3$ Gr.	$\bar{\sigma}_{y-\frac{1}{2}(x+z)} = 18.6$ Gr.	$\bar{\sigma}_{y,xz} = 15.7$ Gr.
Formule N ^o .	2	6	8	10	11	
	σ_v^2	$\sigma_{v,x}^2$	$\sigma_{v,xy}^2$	$\sigma_{v,xz}^2$	$\sigma_{v,xyz}^2$	
1925 Groep I . . .	3 785	4 042	4 011	4 275	1 419	
1925 Groep II . . .	4 302	4 659	5 103	5 076	835	
1926 Groep I . . .	7 475	8 299	8 221	4 208	1 475	
1926 Groep II . . .	1 738	1 520	1 596	1 181	591	
1927 Groep I . . .	2 114	2 348	2 556	2 181	541	
1927 Groep II . . .	3 922	4 006	3 876	3 278	576	
Gemiddeld ¹⁾ . . .	3 881	4 146	4 227	3 358	906	
Standaardafw. . . .	$\bar{\sigma}_v = 62.3$ c. Gr.	$\bar{\sigma}_{v,x} = 64.4$ c. Gr.	$\bar{\sigma}_{v,xy} = 65.0$ c. Gr.	$\bar{\sigma}_{v,xz} = 57.9$ c. Gr.	$\bar{\sigma}_{v,xyz} = 30.1$ Gr.	

¹⁾ Wij berekenen hier het eenvoudige gemiddelde. Omdat het aantal koeien in de groepen niet precies gelijk is, zou men theoretisch misschien beter een gewogen gemiddelde kunnen berekenen. Daar dit verschil in aantal tusschen de groepen slechts klein is, meenden wij reeds daarom en dus ook afgezien van andere overwegingen met het eenvoudig gemiddelde te kunnen volstaan.