
De dynamica van de verlaging van Terwisscha of in vergelijkbare situaties

Theo Olsthoorn¹

In vrij afwaterende gebieden zakt de grondwaterstand in de zomer vaak weg tot beneden het regionale drainageniveau. Dit leidt tot een vrije waterspiegel in een deel van de zomer. In zulke situaties, waarvoor die rond het pompstation Terwisscha in Friesland exemplarisch is, breidt de verlaging door de grondwaterwinning zich 's zomers steeds verder uit. Pas in het najaar trekt de verlaging zich weer terug, wanneer door toenemend neerslagoverschot de grondwaterstanden zover zijn gestegen dat de sloten hun drainagefunctie weer oppakken, en opnieuw als randvoorwaarden gaan fungeren. Door dit gedrag is de verlaging van de grondwaterstand door waterwinning een dynamisch fenomeen dat niet goed met stationaire analysemethoden en stationaire modellen is te vatten. Dit geldt zelfs voor tijdreeksmodellen indien daaruit een stationaire uitkomst als structureel niveau wordt afgeleid. Dit artikel behandelt de situatie rond het pompstation Terwisscha als voorbeeld, omdat daar niet alleen veel discussie over is geweest, en nog altijd is, maar vooral omdat op Terwisscha in de afgelopen halve eeuw zo ongeveer het hele arsenaal aan op elk moment in die periode beschikbare analysemethoden is uitgeprobeerd. Maas (2012) zette deze ontwikkeling en de uitkomsten daarvan onlangs op briljante wijze op rij in dit tijdschrift. Wat in de toegepaste methoden ontbrak is focus op de dynamiek van de verlaging zoals die ontstaat door het alternerend droogvallen en weer nat worden van drainagemiddelen. Dit laatste is geenszins voorbehouden aan Terwisscha, maar geldt feitelijk voor alle situaties met vrije afwatering. De mate waarin de verlaging van de stijghoogte door onttrekking in een regionale aquifer doorwerkt naar de grondwaterstand is daar onderdeel van. Deze doorwerking is evenzeer dynamisch. Doorwerking noch waterwinning verklaren echter het fenomeen achtergrondverlaging.

Inleiding

Olsthoorn (2014) schatte de verhouding tussen daling van de grondwaterstand in een matig of slecht doorlatende toplaag en verlaging van de stijghoogte in de regionale aquifer eronder tussen 0 en 1. Deze doorwerking is groter naarmate de voeding vanuit sloten en ander oppervlaktewater geringer is (Ernst, 1971; Van den Akker, 2013). Maar wat nu als het oppervlaktewater in de zomer droogvalt, zoals bij het pompstation Terwisscha in Friesland? Al ruim een halve eeuw vindt hier onderzoek plaats naar de

¹ Prof. dr.ir. T.N.Olsthoorn & Waternet t.n.olsthoorn@tudelft.nl (TUDelft)
N.a.v. voordracht NHV, Utrecht, donderdag 28 november 2013

verlaging van de grondwaterstand door de waterwinning. Veel methoden zijn inmiddels toegepast, en we kunnen de historische ontwikkelingen in de gereedschapskist van de hydroloog aan die onderzoeken aflezen: analytische formules (RID, 1955; De Vries, 1974; IWACO, 1980) en steeds geavanceerdere grondwatermodellen (o.a. IWACO, 1980, Witteveen en Bos, 2007) aan de ene kant, en via bepaling van verlaging aan de hand van stambuizen naar moderne tijdreeksanalyse aan de andere kant, die sinds het begin van de jaren negentig zijn losgelaten op de waarnemingen van de peilbuizen rond Terwisscha (Broers e.a., 1991, 1995; Baggelaar, 1995: HVK, 2008: Maas, 2012). Tijdreeksanalyses hadden consequent grotere verlagingen als uitkomst dan de analytische oplossingen en de modellen, ongeacht de ontwikkeling daarin (Maas, 2012). Volgens Maas (2012) wordt de controversie over het verschil tussen de uitkomsten van modellen en tijdreeksanalyse beslecht door het fenomeen achtergrondverlaging. Dit is de verlaging van de grondwaterstand en de stijghoogte van een aantal decimeters, die min of meer uniform over Nederland is opgetreden sinds de jaren vijftig van de vorige eeuw, en die moet worden toegeschreven aan alle invloeden die we niet in de modellen hebben kunnen meenemen, maar wel in de langjarige tijdreeksen aanwezig zijn (Knotters en Jansen, 2005). Achtergrondverlaging correleert met grondwaterwinning, omdat beide in dezelfde periode toenamen. Hierdoor schrijft het tijdreeksmodel de achtergrondverlaging toe aan deze onttrekking, en die komt daardoor hoger uit dan modellen die niet op deze trend zijn gebaseerd (Maas, 2012).

Achtergrondverlaging is nagenoeg overal in Nederland vastgesteld (Rolf, 1989; Knotters en Jansen, 2005). Maas (2012) destilleert hem voor Terwisscha uit de tijdreeksmodellering van stijghoogtereeksen in de wijde omgeving van Terwisscha, buiten de invloedssfeer van de onttrekking. Voor al deze peilbuislocaties vond hij een verlaging van 30 cm over drie decennia, die, voor zover op meer dan 4100 m van het pompstation, geen enkel verband laat zien met de afstand tot de winning, en er bijgevolg niet door wordt veroorzaakt.

Van den Akker (2013) daarentegen meent dat de verlagingen op grotere afstanden van de winningen wel degelijk menigmaal worden veroorzaakt door de onttrekkingen. Hij baseert zich op een door hem geïntroduceerde niet-lineaire relatie tussen de daling van de grondwaterstand en de daling van de stijghoogte, de zogenoemde doorwerking. Van den Akker (2013) leidt voor zijn doorwerkcurve af dat de radius die door de winning wordt beïnvloed een stuk groter wordt dan de radius bij een doorwerkcurve die niet van de grondwaterstand afhangt. Hij betoogt voorts dat er niet zoiets bestaat als een vaste radius rond een winning waarbuiten geen verlaging meer aanwezig is, zoals wel het geval is in de analytische formule van Dupuit die werd gebruikt om de verlaging door winningen te berekenen. Van den Akker (2013) betoogt ook dat het, eveneens vanwege niet-lineaire doorwerking, ontoelaatbaar is om verlagingen bij grotere onttrekkingen in de toekomst te voorspellen door lineaire extrapolatie op basis van verlagingen die in het verleden zijn vastgesteld. Hij meent dat dit onder hydrologen een gebruikelijke methode is (voordracht NHV, Utrecht, 26 november 2013).

De kern van zijn argumentatie is dat de doorwerking niet-lineair is omdat drainage-middelen in gebieden zonder wateraanvoer droog zullen vallen bij daling van de grondwaterstanden; gedurende voorjaar en zomer vallen eerst drains, dan greppels en ten slotte ook sloten droog. Hierdoor ondervindt de voeding van het grondwater ook steeds

meer weerstand en neemt daardoor progressief, dus niet-lineair toe met de onttrekking (Ernst, 1971; Van den Akker, 2013). Hij betoogt dat hydrologen dit te weinig onderkennen, onder andere in hun modellen, en dat zij daardoor de verlaging door de winning onderschatten. De volgens Van den Akker (2013) aldus niet berekende maar wel gemeten verlagingen, die dus volgens de modellen buiten de invloed van de onttrekking vallen, worden door de hydrologen gemakshalve tot achtergrondverlaging gerekend. Volgens Van den Akker (2013) trekken hydrologen deze ten onrechte gebiedsdekkend af van de verlagingen uit de tijdreeksanalyse, of uit welke andere methode dan ook, en poetsen daarmee dit deel van de verlaging eenvoudig weg, waardoor getroffen agrariërs uiteindelijk te weinig financiële compensatie ontvangen.

Het voorgaande artikel (Olsthoorn, 2014) gaf aan dat de modellen, en zeker de huidige modellen, wel degelijk rekening houden met droogvallen van drainagesystemen, zodat het argument dat zij daardoor een stuk achtergrondverdroging missen niet opgaat. Toch blijven we met een prangende vraag zitten: hoe kan het dat Maas (2012) uit zijn tijdreeksmodellering van stijghoogtereeksen rond Terwisscha, gebaseerd op metingen dus, tot op 4100 m van de winning een strak lineair verband lijkt te vinden tussen de verlaging en de afstand tot de winning op logschaal? Dit is namelijk precies wat we zouden krijgen bij toepassing van de formule van Dupuit. Dit zegt namelijk, dat het grondwater volledig wordt gevoed vanaf rand op een vaste afstand R rond het pompstation, terwijl er buiten deze radius geen enkel verband is met de afstand. Dit is precies wat de op metingen gebaseerde uitkomsten van Maas (2012) lijken te suggereren. Het antwoord ligt mogelijk in het niet-lineaire, dynamische karakter van het grondwater, hetgeen we hierna zullen onderzoeken.

De hydrologie rond het pompstation Terwisscha

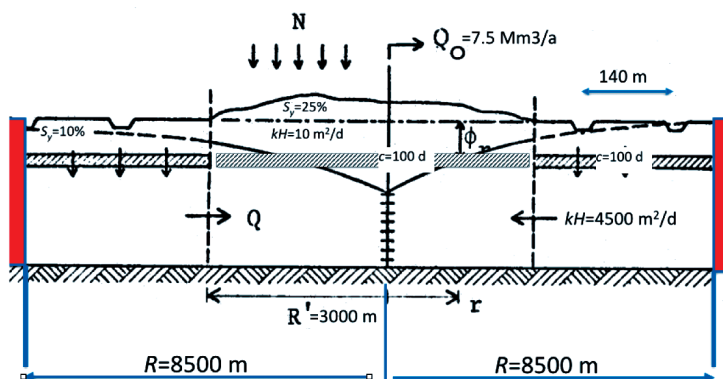
De situatie rond Terwisscha is uitvoerig beschreven in diverse rapporten (RID, 1955,



Afbeelding 1: Het Drents-Friese Wold met daarin pompstation Terwisscha omringd door landbouwgebied. Radii zoals beschreven in de tekst.

De Vries, 1974, IWACO, 1980 en Maas (2012). Maas (2012) geeft een boeiend historisch overzicht van het onderzoek dat vanaf midden jaren vijftig van stal is gehaald om verlagingen te voorspellen of te bepalen uit metingen, voor zover die op enig moment in de tijd beschikbaar waren. Al die onderzoeken schematiseren het gebied als een min of meer cirkelvormig natuurgebied rond het pompstation, het Drents-Friese Wold, omgeven door landbouwgebied, waarin aanvoer van water in de zomer niet of nauwelijks mogelijk is (Afbeelding 1). Afbeelding 2 geeft de doorsnede, vergelijkbaar met een afbeelding in IWACO (1980), maar nu met een matig tot slecht doorlatende laag onder het natuurgebied die is doorgetrokken in overeenstemming met de boringen (RID, 1955).

We hebben aldus een grondwaterstand in het topsysteem en een stijghoogte in de regionale aquifer. De grondwaterstand zal in zekere mate met de stijghoogte meezakken als die door onttrekking wordt verlaagd. Gedurende de winter zullen de sloten het landbouwgebied draineren, maar zonder wateraanvoer vallen zij 's zomers droog, waarna een volledig vrije grondwaterspiegel ontstaat die nergens aan randvoorwaarden gebonden is (zie ook Ernst, 1962; De Vries, 1974). De verlaging zal zich dan steeds verder radiaal uitbreiden, zoals volgens de bekende grondwaterformule van Theis. Daaraan komt pas een einde als door neerslagoverschot in het najaar de grondwaterstanden opnieuw tot boven de slootbodems stijgen en deze hun drainerende rol weer oppakken, tot ergens in het volgende voorjaar of zomer, wanneer de jaarlijkse cyclus van drainage en droogvallen zich herhaalt.



Afbeelding 2: Axiaal-symmetrisch model (IWACO, 1980), getalsmatig aangekleed voor dit artikel; de weerstand van de scheidende laag is uniform).

In de winter hebben we dus een systeem met een landbouwgebied waarin de sloten de randvoorwaarden vormen voor het freatische grondwater, maar waar in de zomer geen enkele randvoorwaarde aanwezig is om het freatisch vlak te fixeren. Deze situatie kennen we normaliter uit woestijnen, maar is dus ook heel gewoon in Nederland (zie bijvoorbeeld De Vries, 1974). Het belangrijkste is dat dit systeem, althans in de zomer, volstrekt dynamisch is en over het jaar gezien, juist door het bij tijden droogvallen, ook volstrekt niet-lineair. Elke stationaire berekening kan de plank aanzienlijk mis slaan, omdat er met drooggevallen sloten in het geheel geen stationaire situatie mogelijk is gedurende de zomer. Lineaire tijdreeksmodellen slaan mogelijk ook de plank mis, aangezien zij met een in de tijd onveranderlijke impuls-respons werken.

Dynamiek van het grondwater in gebieden waarvoor Terwisscha model staat

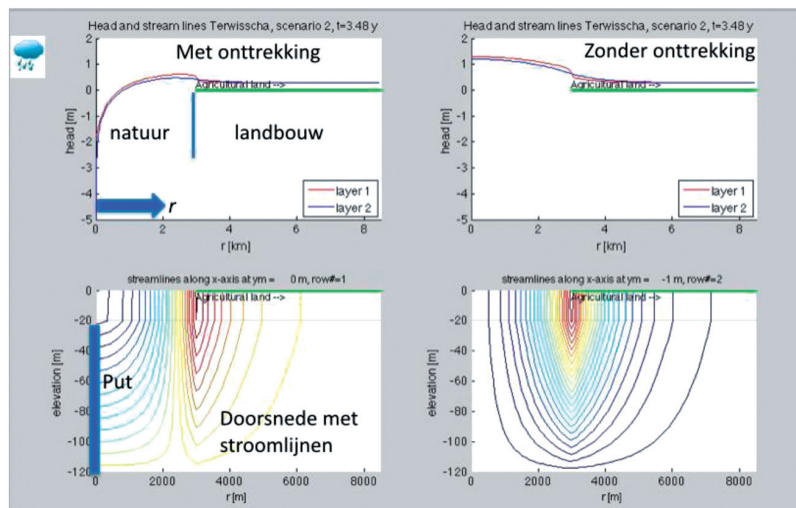
Omdat het ons voornamelijk om het gedrag van het grondwater te doen is, en we niet de ambitie koesteren om de situatie rond Terwisscha precies te beschrijven, volstaan we met een axiaal-symmetrisch model zoals dat ook IWACO (1980) gebruikte (Afbeelding 2). Dit model stemt overeen met de analytische formules die tot 1980 zijn toegepast. We houden geen rekening met ruimtelijke variaties van bodemeigenschappen zoals het verspreid voorkomen van de potklei van de Formatie van Peelo in het gebied.

Om te kunnen rekenen moet het conceptuele model representatief getalsmatig worden aangekleed. Uit de gegevens van de rapporten over Terwisscha destilleren we de volgende eigenschappen: de toplagen tot ca. 25 m diepte zijn matig tot slecht doorlatend met een verticale weerstand van rond 100 d. Hieronder bevindt zich een ca. 100 m dikke aquifer met een aanzienlijk doorlaatvermogen van ca. 5000 m²/d, zoals o.a. bepaald uit pompproeven. Binnen een afstand van ca. $r=3000$ m van het pompstation is natuurgebied waarin geen peilbeheer plaatsvindt. Daarbuiten bevindt zich landbouwgebied met sloten die droog kunnen vallen. We berekenen de drainage-weerstand ten gevolge van de sloten op basis van een gemiddelde slootafstand van 140 m (Google Earth), een slootbreedte van 1.5 m (geschat), een slootbodemweerstand 0.5 d (geschat), en een doorlaatvermogen van het topsysteem van 50 m²/d (geschat). De radiale weerstand volgt dan uit deze getallen en de dikte van de toplaag. De totale drainageweerstand komt hiermee uit op 132 d. Ik veronderstel dat de verticale weerstand van de toplaag geconcentreerd aan de onderzijde van de toplaag, zodat we geen rekening hoeven te houden met het verticale verloop van de grondwaterstand binnen de toplaag. In een dynamisch model is de berging cruciaal. We houden een freatische bergingscoëfficiënt in het natuurgebied van 25% aan, omdat het hier om een hoger gelegen gebied gaat met diepere grondwaterstanden en dus een relatief grote bergingscoëfficiënt. Binnen het landbouwgebied houden we een freatische bergingscoëfficiënt van 10% aan, wat we geschikt achten voor een dekzandgebied met ondiepe grondwaterstanden en veel sloten. Variatie van de bergingscoëfficiënt met de grondwaterdiepte laten we buiten beschouwing. Ten slotte brachten we verdampingsreductie in rekening zoals dat bij MODFLOW gebruikelijk is. Dat wil zeggen: beneden een bepaalde diepte, hier 0.5 m onder het winterslootpeil, neemt de maximum verdamping lineair af tot nul wanneer de grondwaterstand beneden de zogenoemde extension-diepte zakt, hier 1.5 m onder het winterslootpeil. De elastische bergingscoëfficiënt is op 10^{-3} gezet, maar deze is in dit systeem nauwelijks van belang ten opzichte van de freatische.

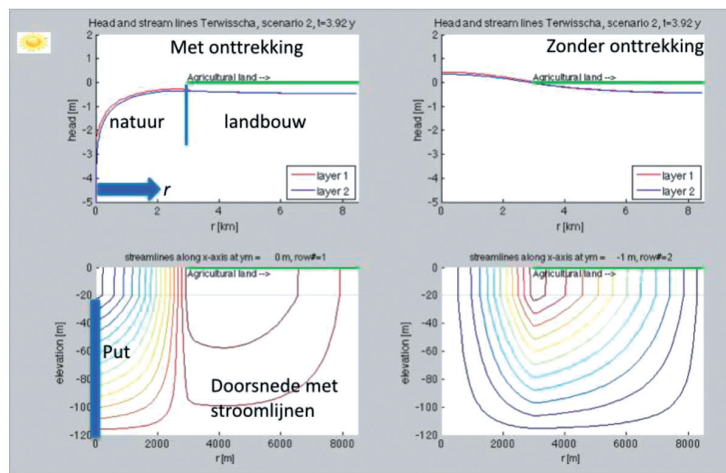
Een cruciale randvoorwaarde van het axiaal-symmetrische model is die aan zijn buitenrand. Deze buitenrand is gesloten om te voorkomen dat we de verlaging kunstmatig te laag berekenen. De buitenradius van het model is gezet op 8.5 km. Deze bepaalden we uit de gemiddelde afstand tussen pompstations in Nederland, 200 stuks (VEWIN, 2011), verdeeld over ca. 250000 km². Dit levert $R=6.9$ km. In Friesland is de afstand tussen pompstations echter een stuk groter. Die naar het meest nabije forse grondwaterpompstation, Oldeholtpade in Drenthe, is 17.9 km ($R=8.95$ km), zodat de keuze van 8.5 km verantwoord is. Een gesloten buitenrand impliceert dat de uitstraling van de verlaging door het pompstation maximaal is; alsof het pompstation is omringd door andere pompstations die even hard onttrekken. Dit maximaliseert de berekende verlaging.

Zo aangekleed bevat het model alle hydraulische ingrediënten die relevant zijn voor het dynamische gedrag van het grondwater in situaties waarvoor het pompstation Terwisscha model staat.

Om de dynamiek van de verlaging scherp in beeld te krijgen gebruiken we een eenvoudig schema van neerslag en verdamping. De neerslag houden we gedurende het hele jaar constant wordt genomen op 2.1 mm/d, maar de verdamping varieert.



Afbeelding 3: Boven: grondwaterstand (rood) en stijghoogte (blauw), voor situatie met onttrekking (links) en zonder onttrekking (rechts). Onder: doorsnede met momentanen stroomlijnen. De groene lijn geeft het landbouwgebied aan. Weergegeven is de wintersituatie waarin de grondwaterstand in het landbouwgebied boven de slootbodems reikt.



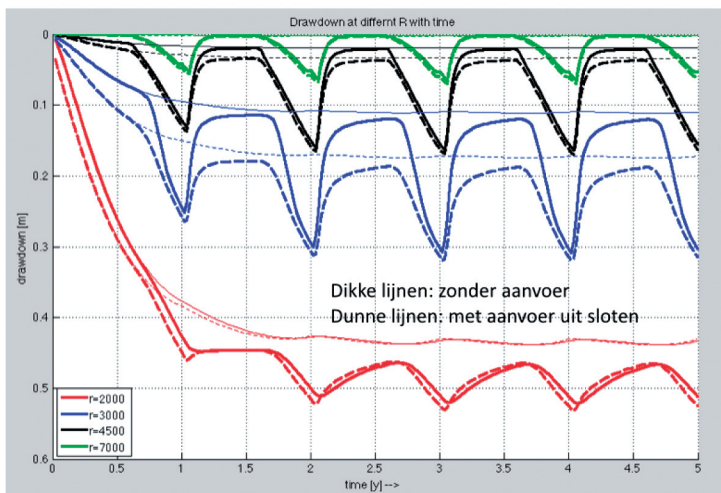
Afbeelding 4: Boven: grondwaterstand (rood) en stijghoogte (blauw), voor situatie met onttrekking (links) en zonder onttrekking (rechts). Onder: doorsnede met momentanen stroomlijnen die de beweging van het water kwantitatief aangegeven. Het landbouwgebied is aangegeven met een groene lijn. Weergegeven is de zomersituatie waarin de grondwaterstand in het landbouwgebied onder de slootbodems is gezakt.

Hij is nul tussen 1 oktober t/m 31 maart en 2.5 mm/d tussen 1 april en 30 september. Op deze wijze komt het jaarlijkse neerslagoverschot uit op 310 mm of 0.85 mm/d. We kunnen natuurlijk even gemakkelijk het werkelijke verloop van neerslag en verdamping gebruiken van een of ander weerstation, wat we verderop in dit artikel ook doen, maar dat maakt de jaarlijkse dynamiek wat minder scherp voor deze demonstratie.

We rekenen het model tweemaal door voor een periode van 5 jaar: een keer zonder onttrekking en een keer met onttrekking, die we, in overeenstemming met de figuren in Maas (2012), constant houden op $7.5 \text{ Mm}^3/\text{a}$.

De verlaging berekenen we vervolgens door de grondwaterstanden en stijghoogten uit beide situaties van elkaar af te trekken. Op deze manier berekenen we de verlaging op een zuivere manier, want de onttrekking is het enige verschil tussen de twee runs met het model. Dit model is niet-lineair is vanwege de droogvallende sloten. Er is op deze wijze geen gebruik gemaakt van superpositie.

Het verschil tussen de twee modelruns dat we op deze wijze berekenen maakt het mogelijk om deze verlaging in de tijd uit te zetten voor punten op verschillende afstanden van het pompstation, voor zowel die in de freatische toplaag als die in de regionale aquifer. Afbeelding 5 toont het resultaat.



Afbeelding 5: Verlaging van de grondwaterstand (getrokken lijnen) en de stijghoogte (streepjeslijnen) voor verschillende afstanden tot het pompstation in jaren na de een denkbeeldige start van een constante onttrekking van 7.5 miljoen m^3/a . De dikke lijnen geven de situatie met droogvallende sloten, de dunnen lijnen geven de situatie met volledig beheerst slootpeil gedurende het hele jaar.

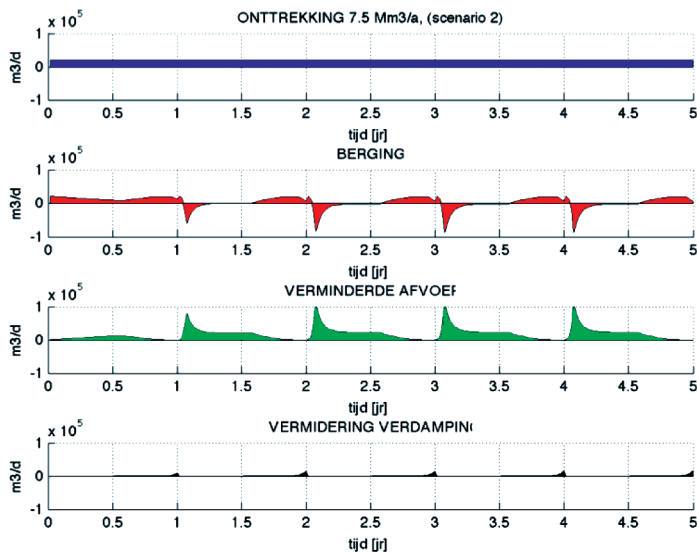
In tegenstelling tot situaties met vaste randvoorwaarden blijkt de verlaging dynamisch: hij neemt in de zomer toe en daalt in het najaar. Dit heeft alles te maken met het droogvallen van de sloten op enig moment in het voorjaar en het weer nat worden van dezelfde sloten in het volgende najaar. Dit dynamische karakter kan niet worden berekend met een stationair model.

Overigens moet droogvallen worden gelezen als “loskoppelen” van de sloten van het grondwater zodra de drainage om wil slaan in infiltratie. Dat wil zeggen dat de sloten niet infiltreren. Het slootpeil zakt dus mee met het grondwater en uiteindelijk valt de sloot droog.

De dunne lijnen in Afbeelding 5 tonen de verlaging in een situatie met volledige peil-beheersing, waarin de sloten zowel 's winter als 's zomers water voeren en de in- en uittreeweerstand aan elkaar gelijk zijn. We zien dat de verlaging in dat geval nagenoeg constant is. Er treedt wel wat variatie op, maar die is het gevolg van de reductie van de verdamping, die het model automatisch toepast bij diepere grondwaterstanden, wat een zekere mate van niet-lineariteit tot gevolg heeft. De conclusie is in elk geval dat zonder peilbeheersing, de verlaging in de zomer belangrijk groter wordt dan in de winter.

In Afbeelding 5 lezen we ook de doorwerking af, dat wil zeggen de verhouding tussen de verlaging van de grondwaterstand en de verlaging van de stijghoogte. Afbeelding 5 laat zien dat de doorwerking in de zomer naar 100% loopt. Dit is uiteraard ook een gevolg van droogvallende sloten, waardoor de voeding van bovenaf wegvalt. Doorwerking is dus geen constante, maar een factor die gedurende de zomer sterk varieert, een factor die niet expliciet wordt meegenomen in een vaste doorwerkcure zoals bijvoorbeeld voorgesteld door Van den Akker (2013).

Ter verificatie van de waterbalans geeft Afbeelding 6 zijn onderdelen weer. Het blijkt dat de onttrekking wordt geleverd uit berging, mindering van de afvoer en reductie van de verdamping.

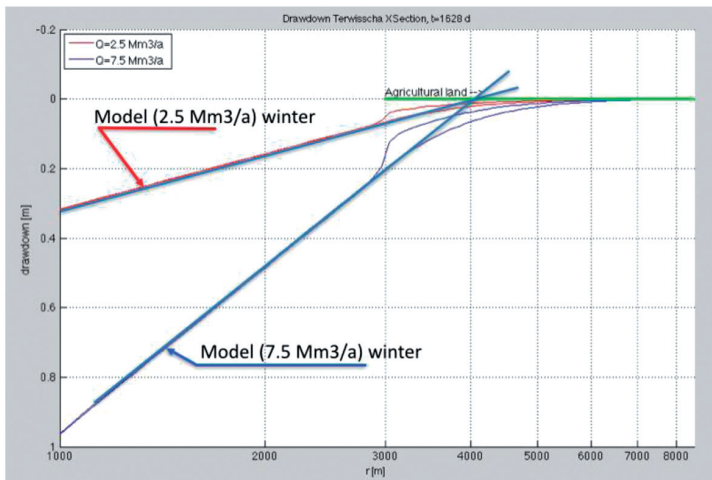


Afbeelding 6: Waterbalans: Opbouw van de onttrekking uit vermindering afvoer, de verandering van de berging en reductie van de verdamping.

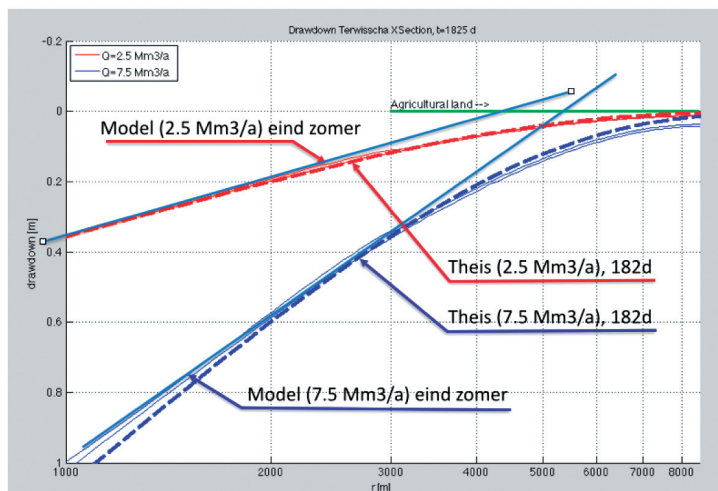
Afbeelding 5 laat ook zien dat de verlaging in de winter niet of nauwelijks afhangt van peilbeheersing in de zomer. Tegelijkertijd blijkt uit Afbeelding 5 dat door het droogvallen van de sloten de verlaging gedurende de zomer ook op grotere afstanden aanzienlijk

zal zijn, op afstanden waar hij in de winter praktisch nul is. De grens van 4100 m waarbuiten volgens de tijdreeksanalyse van Maas (2012) geen verlaging optreedt, houdt in het dynamische model geen stand. We komen daar zo op terug.

De werking van het drainagesysteem in de winter begrenst de reikwijdte en de grootte van de verlaging, die dan bovendien lineair evenredig is met de onttrekking. Het bekende superpositiebeginsel geldt dan, zoals blijkt uit Afbeelding 7, waarin de verlaging in de winter is weergegeven voor twee verschillende onttrekkingen van respectievelijk 2.5 en 7.5 miljoen m^3/a . De rechte lijnen die door de verlagingen op de log-schaal zijn getrokken snijden elkaar precies op de lijn van verlaging nul. De afstand van het snijpunt komt overeen met de 4100 m die Maas (2012) vond uit tijdreeksanalyse.



Afbeelding 7: Verlaging als functie van de afstand op logaritmische schaal voor twee onttrekkings-debiten, wintersituatie. Dunne lijnen: grondwaterstand en stijghoogte; dikke lijnen : lineaire benadering van het verloop van de grondwaterstand en de stijghoogte.



Afbeelding 8: Verlaginglijnen aan het eind van de zomer (dunne getrokken lijnen) voor een onttrekking van 2.5 en van 7.5 miljoen m^3/a .

Wanneer we de verlaging uitzetten tegen de afstand op logaritmische schaal, levert dit altijd een lijn die tot een zekere afstand van het pompstation recht is, net zoals dat in de stationaire verlagingsformules van De Glee, Dupuit en zelfs Theis het geval is. Het snijpunt van de doorgetrokken raaklijn met de lijn die verlaging nul weergeeft, kan gezien worden als de invloedstraal R van het pompstation. Deze ligt voor de winter-situatie vast op ca. 4100 m (Afbeelding 7). Afbeelding 8 laat zien dat dit in eind zomer in het geheel niet het geval is; hoe groter de onttrekking hoe groter de invloedstraal. Van den Akker (2013) heeft dan ook gelijk dat je verlagingen in situaties met droogvallend oppervlaktewater niet lineair kunt opschalen.

Zodra de sloten droogvallen breidt de verlaging zich voortdurend uit, zoals dat het geval is bij een onttrekking in een oneindig uitgestrekt pakket zonder randvoorwaarden. Dit is de situatie die ten grondslag ligt aan de grondwaterformule van Theis. We kunnen dit dynamische zomergedrag verifiëren door de formule van Theis te passen op de verlaging die het grondwatermodel aan het einde van de zomer berekent. Afbeelding 8 geeft het resultaat weer. Deze niet-stationaire verlagingslijnen volgens Theis passen heel goed op de berekende verlagingen. Een klein verschil blijft omdat de bergingscoëfficiënt in het natuurgebied anders is dan in het landbouwgebied en omdat het model rekening houdt met verdampingsreductie. Hiermee houdt de formule van Theis geen rekening. Als we de verdampingsreductie weglaten en de bergingscoëfficiënten gelijk stellen past 'Theis' vrijwel exact op de situatie aan het einde van de zomer. Ik heb dit gecheckt maar om ruimte-redenen hier niet getoond.

De invloedstraal blijkt aan het einde van de zomer beduidend groter dan die Maas (2012) berekende uit lineaire tijdreeksmodellen. Maar Maas (2012) maakt geen onderscheid tussen winter en zomer.

De verhouding tussen de verlaging bij 7.5 en 2.5 Mm^3/a is gedurende delen van het jaar wanneer de sloten droog staan tijdelijk groter dan 3, waarmee is aangetoond dat lineair opschalen van de verlaging in de zomer in vrij afwaterende gebieden niet geoorloofd is. Het Drents-Friese Wold is zo'n gebied, net als heel veel andere gebieden in "hoog" Nederland.

De maximale verlaging die we berekenen op de buitenrand van het model bedraagt ca. 4 cm. Dit is veel minder dan de achtergrondverlaging van 30 cm die Maas (2012) heeft bepaald uit de tijdreeksmodellering. Dus ook het dynamische karakter van de verlaging biedt geen verklaring voor de achtergrondverlaging, ook niet in de zomer wanneer de verlaging maximaal is en het verst reikt. Er zal dus in de werkelijkheid wel degelijk sprake zijn van een achtergrondverlaging en deze zal waarschijnlijk weinig afwijken van de 30 cm die door Maas (2012) is bepaald met behulp van tijdreeksmodellering.

Niet-lineaire dynamiek van de verlaging

In het licht van de discussie over de achtergrondverlaging is de vraag aan de orde of de tijdreeksanalyse de verlaging in een vrij afwaterend gebied zoals Terwisscha niet sterk onderschat. Maas (2011) berekende met tijdreeksanalyse de verlaging voor een gemiddeld neerslagoverschot. Dit neerslagoverschot is groter dan nul, zodat de sloten in die

situatie nat zijn en draineren. Bij drainerende sloten hoort een vaste invloedstraal van ca. 4100 m zoals door Maas (2011) met tijdreeksmodellering is bepaald uit de metingen in de jaren zestig en de jaren negentig.

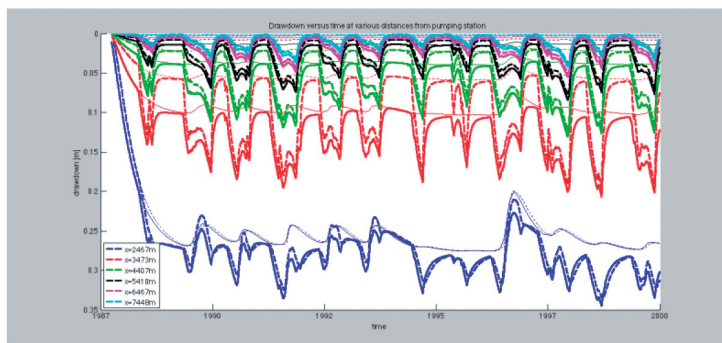
Voordat we zelf met het tijdreeksmodel aan de slag gaan en de resultaten daarvan vergelijken met die van Maas (2012) passen we de getalswaarden van het model in Afbeelding 2 aan zodat ze maximaal met de resultaten van Maas (2012) overeenkomen. Het doorlaatvermogen van de regionale aquifer gaat van 4500 m²/d naar 5100 m²/d en de bergingscoëfficiënt van het landbouwgebied van 10% naar 15% (betere schatting dan 10% volgens mondelinge mededeling Jan van Bakel). Het onttrekkingsdebiet wordt net als in Maas (2012) op 6.5 Mm³/a gezet. Verder gaan we rekenen met het neerslagoverschot $P - E_{mak}$ van het KNMI station Leeuwarden als verklarende reeks (www.knmi.nl). E_{mak} is de gewasverdamping volgens Makkink. De rest van het model blijft ongewijzigd.

Afbeelding 9 geeft, op dezelfde manier als Afbeelding 5, voor enkele afstanden tot het pompstation de met het model berekende verlaging als functie van de tijd, maar nu voor een onttrekking van 6.5 miljoen m³/a vanaf 1 oktober 1987. Ook deze verlagingen zijn verkregen door de resultaten van een modelrun met onttrekking af te trekken van die van een modelrun zonder onttrekking, zonder gebruik te maken van superpositie.

Omdat het model automatisch de evapotranspiratie vermindert naarmate de grondwaterstand daalt, rekent het model bij lage grondwaterstanden niet precies met $P - E_{mak}$. De afstanden tot het pompstation staan in de legenda.

De dikke getrokken lijnen tonen de stijghoogteverlaging in de regionale aquifer; de dikke streepjeslijnen laten de grondwaterstandsaling in de toplaag zien. Afbeelding 9 bevat ook dunne getrokken en gestreepte lijnen. Deze gelden voor het model met volledige peilbeheersing in de sloten.

De grootste verlaging in Afbeelding 9, blauw getekend, geldt voor het punt op ca. 2500 m van het pompstation. Dit punt ligt dus in het natuurgebied op 500 m van de rand met het landbouwgebied. De eerstvolgende verlaging, rood getekend, geldt voor het punt op ca. 3500 m van de onttrekking. Dit punt ligt 500 m binnen het landbouwgebied. Voor alle punten binnen het landbouwgebied is de verlaging dynamisch en sterk vergroot in de zomerperiode, door drooggevallen sloten. De dunne lijnen voor dezelfde punten geven aan dat de verlaging bij volledige peilbeheersing vrijwel constant is. In de winter vallen de verlagingen voor de situatie zonder en met peilbeheersing nagenoeg samen. De variatie die nog in de verlaging bij vast peilbeheer aanwezig is, is vooral het gevolg van verdampingsreductie in de zomer en het verschil in bergingscoëfficiënt tussen het natuurgebied (25%) en het landbouwgebied (15%). De verlaging in het natuurgebied varieert ook, maar vooral als gevolg van uitstraling van het landbouwgebied met zijn 's zomers droog vallende sloten. Net als in Afbeelding 5 gaat ook hier de doorwerking in de zomer naar 100% voor alle punten binnen het landbouwgebied. Dit is te zien aan het 's zomers praktisch samenvallen van de getrokken en gestreepte dikke lijnen voor deze putten. Buiten het landbouwgebied is de doorwerking altijd nagenoeg 100%, omdat daar ook in de winter geen voedend oppervlaktewater aanwezig is.



Afbeelding 9: Verlaging voor verschillende afstanden (zie legenda) tot het pompstation berekend met neerslag min Makkink-verdamping van Leeuwarden over de periode 1 okt 1987 t/m 31/12/2000 bij een constante onttrekking van 6.5 miljoen m³/a. De dikke getrokken lijn is de verlaging in de regionale aquifer, de dikke streepjeslijn is de verlaging van de grondwaterstand in de top laag. De dunne lijnen geven de verlaging in de aquifer en toplaag voor de situatie met volledig beheerst peil.

Niet-lineariteit en lineaire tijdreeksmodellen

Om te onderzoeken hoe het lineaire tijdreeksmodel omgaat met een niet-lineair systeem zoals dat van Terwisscha, voeren we een tijdreeksanalyse uit op de modeluitkomsten, die we voor dit doel als meetreeksen opvatten. De verlagingen berekenen we vervolgens met tijdreeksanalyse op dezelfde wijze als Maas (2012) dat deed voor de peilbuizen rond Terwisscha.

Het model berekent de stijghoogtelijnen voor de periode 1 oktober 1987 t/m 31 december 2000. Deze periode is op zich willekeurig, maar lang genoeg voor de tijdreeksanalyse en de Makkink-verdamping wordt door het KNMI gepubliceerd vanaf 1 april 1987. Vandaar dat we het startpunt, wat voor ons doel willekeurig is, gemaximaliseerde zetten op begin winter 1987. Het model rekent deze periode een keer door zonder onttrekking en een keer met een vaste onttrekking van 6.5 miljoen m³/a, die vanaf 1 oktober 1987 van start gaat. Zo krijgen we twee tijdreeksen voor elk punt in het model. Vervolgens kalibreren we een tijdreeksmodel op de verkregen tijdstijghoogtelijnen. Omdat we ze toch hebben uitgerekend doen we dit voor alle modelpunten.

Deze aanpak is equivalent aan wat Maas (2012) deed op de beschikbare langjarige reeksen van stijghoogten. Hij voerde lineaire tijdreeksmodellering uit voor de jaren zestig, toen nog nauwelijks onttrekking plaatsvond, en lineaire tijdreeksmodellering voor de jaren negentig, toen de onttrekking nagenoeg constant was en gelijk aan 6.5 miljoen m³/a. Het verschil met Maas (2012) is dat in dit artikel dezelfde periode wordt gebruikt voor de twee tijdreeksmodelleringen. Dit maakt echter geen enkel verschil voor de uitkomst, omdat de invloed van het weer door de tijdreeksmodellering volledig wordt geëlimineerd.

Na uitvoering van lineaire modellering van de tijdreeksen bepalen we net als Maas (2012) het structureel niveau van de stijghoogte (en eventueel de grondwaterstand) voor alle afstanden waarvan we reeksen hebben. Het structurele niveau is de stijghoogte of

de grondwaterstand bij gemiddeld neerslagoverschot. We kiezen voor dit gemiddelde neerslagoverschot gemakshalve dat over de simulatieperiode, maar elke andere waarde is even goed. Het resultaat is het structureel niveau voor de situatie met onttrekking en het structureel niveau voor de situatie zonder onttrekking. Het verschil is een zuivere maat voor alle invloeden die het structurele niveau tussen beide situaties laten verschillen. In dit model is dat alleen de onttrekking, maar in de situatie van Terwisscha, die Maas (2012) onderzocht op basis van gemeten tijdreeksen van de stijghoogte, is dat inclusief alle andere invloeden die eventueel de achtergrondverlaging hebben veroorzaakt.

Resteert de vraag hoe de tijdreeksmodellering uit te voeren en hoe het structureel niveau te berekenen. Tijdreeksmodellering gebruikt de stijghoogtemetingen en de verklarende reeksen om de impulsrespons van de verklarende reeksen op de stijghoogte te bepalen. Wij hebben maar één verklarende reeks, namelijk het neerslagoverschot $P - E_{mak}$. Vervolgens kan de stijghoogte in het punt van de peilbuis worden gesimuleerd met behulp van convolutie. Het tijdreekanalyseprogramma Menyanthes, dat door Maas (2012) is toegepast, gebruikt mathematisch voorgedefinieerde impulsresponsen, waarvan de vorm aangepast kan worden met parameters, die in de analyse door kalibratie worden bepaald (Von Asmuth, 2012). Hier is hetzelfde gedaan, maar als vorm van de impulsrespons, dus van de reactie van een puls van $P - E_{mak}$ op de stijghoogte respectievelijk de grondwaterstand, is een e-macht gekozen. Deze is hier van toepassing omdat in het grondwatermodel de neerslag direct en zonder vertraging doorwerkt in grondwaterstand en stijghoogteverhoging volgens $\Delta\phi_0 = (P - E_{mak}) / \mu$ waarin μ de “bergingscoëfficiënt” of beter een modelparameter is zich gedraagt als bergingscoëfficiënt. Na de initiële verhoging door de puls $P - E_{mak}$ zakt het grondwater exponentieel uit volgens

$$\Delta\phi_t = \frac{P - E_{mak}}{\mu} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad (1)$$

Hierin is τ de tijd sinds de puls van $P - E_{mak}$ en τ_0 een tijdconstante. Omdat we in dagen zullen rekenen en de tijdconstante τ_0 veel groter is dan een dag, mogen we de dagwaarde $P - E_{mak}$ ook daadwerkelijk als puls beschouwen en kunnen we de stap naar blok-responsen overslaan. De impuls-respons is onder deze voorwaarden gelijk aan

$$IR = \frac{\Delta\phi_\tau}{P - E_{mak}} = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad (2)$$

We kunnen nu de stijghoogte op elk willekeurig moment uitrekenen met behulp van convolutie:

$$\Delta\hat{\phi}_t = \int_{\tau=0}^{\infty} \{P(t-\tau) - E_{mak}(t-\tau)\} IR(\tau) d\tau \quad (3)$$

waarin $\Delta\hat{\phi}_t$ de stijghoogte ten opzichte van de evenwichtssituatie zonder neerslagoverschot. Uitgewerkt wordt dit

$$\Delta\hat{\phi}_t = \int_{\tau=0}^{\infty} \{P(t-\tau) - E_{mak}(t-\tau)\} \frac{e^{-\frac{t}{\tau_0}}}{\mu} d\tau \quad (4)$$

Om het structureel niveau $\hat{\phi}$ in te passen, trekken we de gemiddelde waarden van P en E_{mak} af en tellen het structureel niveau $\hat{\phi}$ erbij op:

$$\hat{\phi}_t = \int_{\tau=0}^{\infty} \left\{ P(t-\tau) - \bar{P} - (E_{mak}(t-\tau) - \bar{E}_{mak}) \right\} \frac{e^{-\frac{t}{\tau_0}}}{\mu} d\tau + \bar{\phi} \quad (5)$$

De Δ vervalt omdat door aftrekken van P en E_{mak} de berekende stijghoogte varieert rond het structureel niveau, zodat de verwachtingswaarde van $\hat{\phi}_t - \bar{\phi}_t$ daardoor nul wordt

De berekende stijghoogte $\hat{\phi}$ hangt nu dus af van drie onbekende parameters, te weten μ , τ_0 , $\bar{\phi}$, welke kunnen worden bepaald door kalibratie, dat wil zeggen door minimalisatie van het verschil tussen de “gemeten” modelstijghoogte ϕ en de door convolutie berekende stijghoogte $\hat{\phi}$:

$$\min_{\mu, \tau_0, \bar{\phi}} \left((\phi - \hat{\phi})^2 \right) \quad (6)$$

We hebben geen ruismodel nodig, omdat we het grondwatermodel waarmee we de “meetreeksen” genereren ruisvrij is. We hebben een kleine witte ruis van $N[0,1 \text{ cm}]$ toegevoegd aan de stijghoogten en van 1% aan $P - E_{mak}$, maar nodig is het niet.

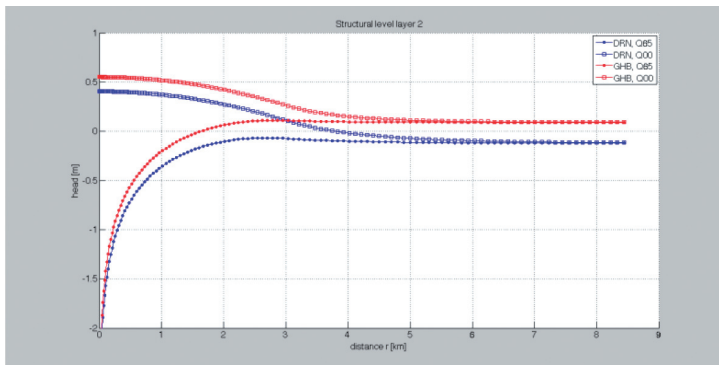
De hierboven beschreven opzet maakt het mogelijk de hele tijdreeksanalyse binnen luttele seconden voor een groot aantal reeksen in Matlab uit te voeren met behulp van de standaardfunctie voor niet-lineaire optimalisatie volgens de Marquardt-Levenberg methode (Matlab functie *lsqnonlin*). Het alternatief is tijdreeksanalyse met het programma Menyanthes, dat voor dit doel mijns inziens veel te omslachtig is wegens het onvermijdelijke handwerk. De uitkomst is echter hetzelfde.

Resultaten

Afbeelding 10 toont het resultaat: de blauwe lijnen geven het structureel niveau aan voor de stijghoogte in de regionale aquifer voor het geval de sloten 's zomers droogvallen (DRN). Er is een blauwe lijn voor de situatie zonder onttrekking en een voor de situatie met een vaste onttrekking van $6.5 \text{ Mm}^3/\text{a}$. De rode lijnen geven het structurele niveau aan voor de situatie met volledige peilbeheersing (GHB).

Het structureel niveau daalt dus voor de situatie waarbij de sloten droog kunnen vallen. Deze uitkomst is begrijpelijk omdat het tijdreeksmodel is gebaseerd op informatie van zowel de zomer als de winter; bij droogvallende sloten is de stijghoogte gemiddeld over het hele jaar lager dan in de situatie met volledig beheerst peil.

Dezelfde grafiek kan ook gemaakt worden voor de grondwaterstand. Dit is hier achterwege gelaten omdat ik met name een vergelijking zoek met Maas (2012), die zich ook tot de stijghoogten beperkte. De verlaging van de grondwaterstanden is overigens direct van Afbeelding 5 en Afbeelding 9 af te lezen.

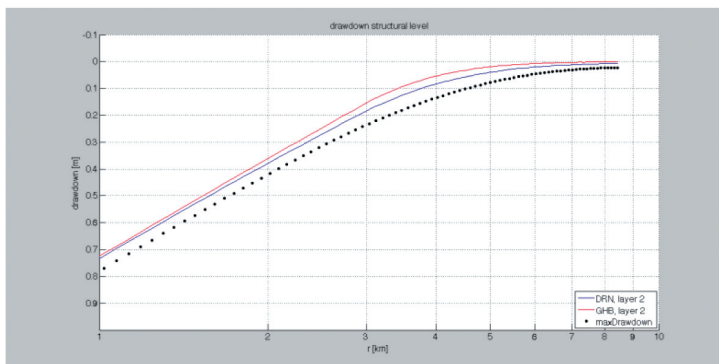


Afbeelding 10: Structureel niveau stijghoogte (=laag 2) berekend met tijdreeksanalyse met de reeksen van het model met droogvallende sloten (DRN) en met beheerst peil (GHB). Peilen zijn ten opzichte van winterslootpeil.

De verlaging wordt verkregen door de structurele niveaus van elkaar af te trekken. Afbeelding 11 geeft het resultaat. De rode lijn geldt voor de stijghoogte in de situatie met beheerst peil en de blauwe geldt voor de stijghoogte in de situatie met droogvallende sloten. Wat opvalt is dat het verschil zo klein is, met name ten opzichte van de maximale verlagingen zoals die in Afbeelding 5 en Afbeelding 9 tot uiting komen in de zomerperiode.

De extra lijn met de zwarte puntjes in Afbeelding 11 maakt dat verschil zichtbaar. Deze geeft aan wat de gemiddelde maximale (zomer)verlaging is in de situatie met droogvallende sloten. Dit is de maximale verlaging in elk van de gesimuleerde jaren, 1988-1999, die vervolgens over deze jaren is gemiddeld.

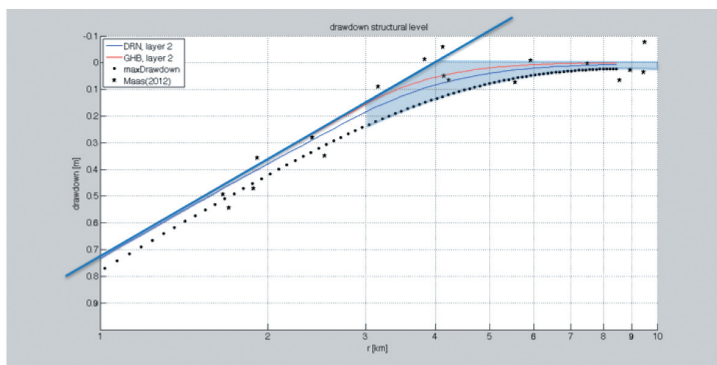
Zoals al aan de hand van Afbeelding 5 en Afbeelding 9 kon worden voorzien, blijkt dat tijdreeksanalyse de maximale (zomer)verlaging flink onderschat. Lineaire tijdreeksmodellering via de structurele niveaus weet zich blijkbaar geen raad met het niet-lineaire systeemgedrag in de zomer, wanneer de verlagingen tijdelijk fors toenemen.



Afbeelding 11: Verlaging structureel niveau voor de situatie met droogvallende sloten (blauw) en de situatie met volledige peilbeheersing (rode lijn). De zwarte puntjes geven de gemiddelde maximale verlaging in de zomer weer.

Afbeelding 12, ten slotte, geeft dezelfde grafiek als Afbeelding 11 nog eens, maar nu met de Dupuit-rechte erin getekend. Deze snijdt de nul as van de verlaging, net als bij Maas (2012) op $r \approx 4100$ m. Deze rechte lijn komt overeen met een “Dupuit-verlaging met vaste R ”, waartegen Van den Akker (2013) zo’n sterk bezwaar maakt. Het is duidelijk dat met deze rechte lijn een heel stuk verlaging in het landbouwgebied wordt gemist. Met name de verlaging in de zomer wordt sterk onderschat zoals aangegeven met het grijs getinte vlak tussen de nullijn en de lijn van de zwarte puntjes die de maximum zomerverlaging aangeeft.

De grafiek van Maas (2012, fig. 30) laat een scherpe knik zien op het punt waarin de door hem getrokken verlaginglijn het niveau van de achtergrondverlaging snijdt. In Afbeelding 12 is dat het snijpunt van de doorgetrokken rechte lijn en de horizontale lijn met verlaging nul. De punten in de grafiek van Maas (2012, fig. 30) zijn ook in Afbeelding 12 opgenomen. Uit de verdeling van deze punten blijkt dat er nogal wat ruis is, zodat de scherpe knik die Maas (2012, fig. 30) tekent inderdaad geen fysieke wetmatigheid is, maar een andere verklaring heeft. De bewuste peilbuizen zijn bijvoorbeeld eenvoudig op de r -as geprojecteerd; hierdoor liggen zij daar ogenschijnlijk vlak bij elkaar, terwijl deze buizen in werkelijkheid vele kilometers uiteen liggen. De interpretatie en de gegevens van Maas (2012) laat dus alle ruimte voor een geleidelijke asymptotische overgang van de verlaging naar de horizontaal, zoals uit de hier uitgevoerde analyse ook naar voren komt.



Afbeelding 12: Rechte lijn getrokken door de verlaging van het structureel niveau. Deze snijdt de lijn met nul verlaging in $x=4100$ m. Het grijze gebied wordt deels gemist als de verlaging zou worden bepaald door deze lijn en deels omdat ook de tijdreeksanalyse de maximum verlaging in de zomer onderschat.

Conclusies

Uit het bovenstaande blijkt dat de verlaging van de grondwaterstand en stijghoogte in een gebied met droogvallende sloten dynamisch is; in de zomer is de verlaging een stuk groter wordt dan in de winter. Ook reikt de verlaging in de zomer een stuk verder dan in de winter. De verlagingen in de zomer zijn bovendien meer dan evenredig gekoppeld aan de onttrekking.

Lineaire tijdreeksmodellering geeft geen goed resultaat voor de grote verlagingen in de zomer; zij geeft veeleer een soort gemiddelde voor de zomer en de winter. Het tijdreeks-

analyse-resultaat neigt bovendien meer naar de wintersituatie. Redenen daarvoor zijn: a) bij de gemiddelde situatie hoort een neerslagoverschot en dus drainerende sloten en b) de winterneerslag komt krachtiger door in de tijdreeksanalyse omdat in de winter de meeste buien en het meeste uitgesproken neerslagoverschot heeft, waardoor de tijdreeksanalyse in deze niet-lineaire situatie de winterperiode meer accentueert. Dit laatste punt heb ik niet nader onderzocht. Toepassing van niet-lineaire tijdreeksmodellen is hier waarschijnlijk noodzakelijk. In zulke modellen kunnen parameterwaarden variëren in de tijd (Tong, 1990) of ze werken met een switch voor zomer- of winterperiode en drempels voor een of meer drainageniveaus, bijvoorbeeld TARSO-modellen (Knotters, 2001; Knotters en De Gooijer, 1999). Menyanthes kan situaties aan met twee drainageniveaus (Von Asmuth, 2012). Het is nu niet op voorhand duidelijk of drempels voor de volledig vrije waterspiegel optimaal werken. Wellicht moet rondit gesteld worden dat een lineair tijdreeksmodel in situaties zoals die van Terwisscha tekort schiet.

Voor de landbouw is vooral de situatie tijdens de zomer van belang. Om schade aan de landbouw goed in beeld te brengen moet de dynamiek van de verlaging derhalve expliciet in rekening worden gebracht. Deze komt niet helemaal uit de verf bij de tijdreeksanalyse en al helemaal niet bij stationaire benaderingen en stationaire modellen; stationaire benaderingen zijn voor vrij afwaterende gebieden uit den boze, hoewel ze wellicht nog te vaak worden toegepast. Het is aan de adviesbureaus om wat dit betreft de handschoen op te nemen.

Een goed grondwatermodel bevat echter alle hydrologische ingrediënten die nodig zijn om de verlagingen adequaat te kunnen berekenen, vooropgesteld natuurlijk dat de hydraulische eigenschappen van de bodem en de randvoorwaarden voldoende bekend zijn.

Het verder reiken van de zomerverlagingen, dan tot nu toe werd verondersteld, impliceert dat peilbuizen waarvan men meende dat zij geheel buiten de invloed van het pompstation liggen er nu toch deels binnen kunnen liggen, althans voor de zomer.

De verlagingen die we uitrekenden op de rand van het axiaal-symmetrische model zijn extreem te noemen omdat de buitenrand van het model op $R=8500$ m dicht is. De maximale verlaging gedurende de zomer bedraagt daar enkele centimeters. Dit is veel kleiner dan de 30 cm achtergrondverlaging die Maas (2012) bepaalde op basis van de structurele niveaus die hij destilleerde uit zijn tijdreeksanalyse op langjarige meetreeksen van de stijghoogte. Wat mij betreft betekent dit dat de achtergrondverlaging niet kan worden verklaard door de winning. Dit geldt temeer omdat een lineair tijdreeksmodel min of meer een gemiddelde van zomer en winter oplevert, waarbij de verlaging van Terwisscha niet verder reikt dan ca. 4100 m. De achtergrondverlaging zoals door Maas (2012) werd bepaald blijft derhalve overeind.

Dankzegging

Met dank aan Martin Knotters en Matthijs Bonte voor hun waardevolle commentaar, waardoor het artikel in duidelijkheid heeft gewonnen.

Literatuurverwijzingen

Van den Akker, C. (2013) Tussen Dupuit en De Glee: Het ontstaan van de Toegevoegde Stijghoogteverlaging; in: Stromingen, vol 19, nr 2, pag 5-23

Asmuth, J. von (2012) Groundwater System Identification through Time Series Analysis; PhD thesis, TU Delft

Baggelaar, P.K. (1995) Waarom verschillen de door TGCB en TNO geschatte effecten van de winning Terwisscha op de stijghoogte? Kiwa, Nieuwegein, Rapport KOA 95-067

Broers, H-P, Lourens, A. en Van Geer, F.A. (1991) Optimalisatie van de grondwaterstandsmetnetten rond pompstations in Friesland. Instituut voor Grondwater en Geo-Energie; TNO, rapport nummer OS 91 22-A

Broers, H.-P. en Lourens, A. (1995) Nadere analyse van de verlaging van de grondwaterstand als gevolg van de winning Terwisscha in de omgeving van het bedrijf van de heer Weinans, Elsloo; TNO Grondwater en Geo-Energie. TNO rapport 95-08B

Ernst, L.F. (1971) Analysis of groundwater flow to deep wells in areas with a non-linear function for the subsurface drainage; in: Journal of Hydrology, vol 14, pag 158-180

HKV (2008) Review grondwaterdaling als gevolg van de drinkwatervoorziening in Terwisscha; HKV Lijn in Water

IWACO (1980) Geohydrologisch onderzoek naar de invloed van de grondwaterwinning op de grondwaterstanden ten gevolge van de huidige en uit te breiden winning van het pompstation Terwisscha. In opdracht van N.V. Waterleiding Friesland, Leeuwarden; Rapport 547. 29pp+bijlagen

Knotters, M. en Jansen, P. (2005) Honderd jaar verdroging in kaart; in: Stromingen, vol 11, nr 4, pag 19-32

Knotters, M. (2001) Regionalised time series models for water table depths. PhD, Wageningen University. ISBN 90-5808-478-7

Knotters, M. en de Gooijer J. (1999) TARSO modelling of water table depths; in: Water Resources Research, vol 35, No. 3, pag 695-705

Maas, C. (2012) Het geval Terwisscha; Stromingen, vol 18, nr 2, pag 43-76

Olsthoorn, T.N. (2014) Tussen De Glee en Dupuit, revisited; Stromingen, ingediend

Rolf, H. (1989) Verlaging van de grondwaterstanden in Nederland; Onderzoek van DGV-TNO in opdracht van het ministerie van Verkeer en Waterstaat

Tong, H. (1990). Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach. Oxford University Press

VEWIN (2008) Drinkwaterstatistiek 2008; www.vewin.nl

Vries J.J. de (1974a) Groundwater flow systems and stream nets in the Netherlands; PhD. Editions Rudopi NV

Vries, J.J. de (1974b) The Groundwater Outcrop Erosion Model; evolution of the stream network in the Netherlands; in: Journal of Hydrology, vol 29, pag 43-50

Witteveen en Bos (2007) Toetsing grondwaterstanden grondwaterwinning Pompstation Terwisscha; Dienst Landelijk Gebied Commissie Deskundigen Grondwater. LW 133-9/eijj2/003, concept 01. Dec. 2006

