

F. HELLINGA.

AFVOER VAN POLDERS EN STROOMGEBIEDEN.

Deze mededeling bevat de resultaten van oriënterend onderzoek omtrent de samenhang van afvoer en neerslag in polders en stroomgebieden, alsmede enige beschouwingen omtrent de verkregen resultaten.

De mededeling dient als verslag van de lezing over dit onderwerp gehouden in de vergadering van 17 November 1953 van de Landbouwkundige Afdeling van de Wieringermeerdirectie (Noordoostpolderwerken).

Voorts beoogt deze mededeling de uitgangspunten te bieden voor voortgezette onderzoeken in een poldermodel te Wageningen en in het Waterschap Eelder- en Peizerdiep (Dr.)

LANDBOUWHOGESCHOOL
Afd. Cultuurtechniek.
1953.

A F V O E R V A N P O L D E R S E N S T R O O M G E B I E D E N .

1. INLEIDING.

Bij het ontwerpen van afwateringswerken, van gemalen en van uitwateringssluizen spelen twee basis-gegevens een belangrijke rol: de hoogte van de meest gewenste waterstand en de grootte van de afvoer, waarop de ontwerper de waterafvoerwerken wenst te berekenen, de maatgevende afvoer.

Omtrent de h o o g t e v a n d e m e e s t g e w e n s t e w a t e r s t a n d zijn in de laatste tien jaren vele onderzoeken verricht. De resultaten van deze onderzoeken vinden reeds bij een aantal cultuurtechnische ontwerpen toepassing.

Het tweede belangrijke gegeven is de maatgevende afvoer, te definieren als de a f v o e r , w a a r o p w a t e r l o p e n e n k u n s t w e r k e n m o e t e n w o r d e n b e r e k e n d o p d a t o n g e w e n s t e o v e r s c h r i j d i n g v a n d e t e h a n d h a v e n w a t e r s t a n d w o r d t v o o r k o m e n . Cultuurtechnici kennen deze grootte als de afvoercoëfficiënt; de aanduidingen s p e c i f i e k e a f v o e r e m a f v o e r f a c t o r winnen veld.

De ontwerper van waterafvoerwerken gaat bij de keuze van de door hem toe te passen afvoerfactor veelal bij de ervaring te rade. Deze ervaring is slechts weinig genuanceerd. Voor vlakke polders wordt doorgaans 10 à 14 mm per etmaal gekozen, voor stroomgebieden op de hogere gronden 4 à 8 mm per etmaal. In het noordoosten van Nederland verkiezen velen iets lagere afvoerfactoren.

Tot dusver is nog slechts weinig studie verricht van de samenhang tussen de grootte van de afvoerfactor en de aard van de regenval. Evenmin zijn gegevens bekend omtrent de samenhang tussen de afvoerfactor en karakteristieke eigenschappen van de afvoergebieden, als grootte, vorm, geohydrologische gesteld-

heid, begroeiing en helling.

De belangstelling voor dit onderwerp is groeiende. De Algemene Dienst van de Rijkswaterstaat heeft een uitgebreid programma van afvoermetingen ontwikkeld, waaruit belangrijke gegevens zullen voortvloeien. Door de Afdeling Cultuurtechniek van de Landbouwhogeschool werden enige oriënterende onderzoeken omtrent het verband regenval-afvoer verricht. Hieraan werd deelgenomen door Ir J.W.de ZEEUW en, tijdens hun ingenieursstudie, door de inmiddels afgestudeerden J.W.van HOORN, H.KUIPERS en A.QUAK.

In het onderstaande worden de resultaten van deze oriënterende onderzoeken vermeld. Het onderzoek wordt voortgezet.

2.1. DE SAMENHANG REGENVAL - AFVOER.

Afvoer treedt op indien de grondwaterstand hoger is dan het niveau waarop ontwaterd wordt. In stroomgebieden is dit niveau de waterstand in de beken, in polders de waterstand in de sloten, voor gedraineerd land het vlak van de drainreeksen.

Op een gegeven moment is de grondwaterstand (bij verwaarlozing van de invloed van verdamping en kwel) de resultante van de voorafgaande regenval verminderd met de voorafgaande afvoer. De op dat moment optredende afvoer (A_t) zal groter zijn naarmate de grondwaterstand hoger is, d.w.z. naarmate de voorafgaande neerslag ($\sum N$) de voorafgaande afvoer ($\sum A$) in sterkere mate overtreft.

Deze samenhang is in de volgende afvoerfunctie geformuleerd:

$$A_t = f(\sum N - \sum A). \quad (1)$$

Naar de bouw van deze functie is in enige afvoergebieden een onderzoek ingesteld. De benodigde gegevens kunnen, wat de dagelijkse regenval betreft aan het waarnemingsmateriaal van het K.N.M.I. worden ontleend. Afvoergegevens zijn nog slechts in beperkte mate beschikbaar, hetgeen een belemmering voor een snelle uitbreiding van het onderzoek vormt. Van een aantal polders waar de maalstaten nauwkeurig worden bijgehouden en een karakteristiek van het gemaal beschikbaar is, zijn afvoergegevens uitgewerkt.

Het onderzoek van de afvoerfunctie moet geschieden voor perioden waarin ontwatering plaats heeft, over het algemeen

de herfst en de winter. Dit is tevens dat deel van het jaar, waarvoor de studie van de afvoer voorshands belangrijk moet worden geacht.

De regenval moet op verdamping en op kwel worden gecorrigeerd. Exacte gegevens omtrent de grootte van de verdamping en van de kwel zijn over het algemeen niet beschikbaar. Hiervoor moeten geschatte waarden in de berekeningen worden opgenomen. Ten einde de invloed van de fouten, die aan deze schattingen kleven, te beperken, verdient het aanbeveling het onderzoek van de afvoerfunctie te verrichten voor regenperioden met vrij hoge neerslag- en afvoercijfers.

In de volgende paragrafen worden de resultaten van het onderzoek naar de afvoerfunctie van enige poldergebieden medegedeeld.

2.2. DE AFVOERFUNCTIE VOOR DE POLDERS VAN RIJNLAND.

Uit een onderzoek van de dagelijkse waterbalansen van Rijnland's boezem kon de dagelijkse afvoer van de gezamenlijke polders van Rijnland worden berekend. Deze werd uitgedrukt in de dikte van een waterschijf over de gezamenlijke oppervlakte van deze polders (A_t in $\text{mm} \cdot \text{etm}^{-1}$). De dagelijkse regenhoeveelheden werden ontleend aan de waarnemingen van de regenstations in dit gebied. Het onderzoek had betrekking op de periode 6 - 17 Januari 1948. Voor deze periode bestond de verdampingscorrectie uit een vermindering van de regenval met $0.13 \text{ mm} \cdot \text{etm}^{-1}$, de kwelcorrectie uit een vermeerdering van de regenval met $0.30 \text{ mm} \cdot \text{etm}^{-1}$. De aldus gevonden N_t -waarden werden voor het onderzoek van de afvoerfunctie gebezigd.

In figuur 1 is het beeld weergegeven, dat verkregen wordt door de A_t -waarden uit te zetten tegen de $(\sum_{t=1}^t N - \sum_{t=1}^t A) -$ waarden, waarbij $t = 1$ samenvalt met 6 Januari 1948.

De verkregen punten suggereren een rechtlijnig verband tussen de afvoer per etmaal en de hoeveelheid regen, die aan het begin van het etmaal nog aanwezig was, d.w.z. de hoeveelheid, die sedert het begin van de periode nog niet werd afgevoerd.

Tevens suggereren de punten, dat aan het begin van de 5e Januari $\pm 15 \text{ mm}$ van de daaraan voorafgaande neerslag nog niet was afgevoerd.

2.3.DE AFVOERFUNCTIE VOOR DE POLDERS VEENDIJK EN ZELDERT.

Uit de maalstaten van de periode 10 - 24 December 1949 van de gemalen van de polder Veendijk en van de polder Zeldert, onderdelen van het Waterschap Beoosten de Eem, konden gegevens omtrent de dagelijkse afvoeren van deze polders worden afgeleid. De afvoerfuncties zijn wederom grafisch onderzocht. De verdampingscorrectie bedraagt 0.1 mm.etm.^{-1} , een kwelcorrectie is niet toegepast. De resultaten werden weergegeven op bladzijde B 35 van de Ingenieur no 16, 1952. In de hierbij gevoegde figuren 2 en 3 zijn de functies opnieuw, zij het met gewijzigde bijschriften, weergegeven.

In de figuren komt tot uitdrukking dat op Zondagen de gemalen niet in werking zijn gesteld. Overigens doen de uitgezette punten wederom een rechtlijnig verband tussen A_t en $(\sum N - \sum A)$ veronderstellen.

3.1. BESPREKING VAN DE AFVOERFUNCTIE.

De hierboven weergegeven resultaten wijzen in de richting van de volgende, eenvoudige afvoerfunctie:

$$A_t = a (\sum N - \sum A) \quad (2)$$

De a-waarde in deze functie bedraagt voor de gezamenlijke polders van Rijnland	$\pm 0.2 \text{ etm.}^{-1}$
voor de polder Veendijk	$\pm 0.4 \quad "$
voor de polder Zeldert	$\pm 0.3 \quad "$

Bij het onderzoek van de afvoerfunctie is gestreefd naar het leggen van een verband tussen de afvoer A_t en het verschil tussen de voorafgaande neerslag en de voorafgaande afvoer op de aanvang van dag t , d.w.z. tot en met de $(t - 1)$ e dag. Dit impliceert de volgende veronderstellingen:

- 1° dat de neerslag slechts korte tijd in de zakwaterphase verblijft en snel in grondwater overgaat;
- 2° dat de veranderingen, die de grondwaterstand in de loop van de dag t door de neerslag en de afvoer van die dag ondergaat, geen invloed op de waarde van A_t uitoefenen.

Deze veronderstellingen zijn niet aannemelijk. Bij grote waarden voor de factor a in formule 2 kan de tweede veronderstelling zelfs niet gehandhaafd blijven. Vermoedelijk moet hieraan worden toegeschreven, dat het onderzoek van de afvoerfunctie voor de Wieringermeerpolder geen verband als formule 2 voor de dagelijkse afvoer aangeeft, deed blijken.

De geschetste moeilijkheid kan vermoedelijk worden opgeheven door de eenheid van t , die hierboven op een etmaal werd

gesteld, terug te brengen tot een half etmaal. Voor het onderzoek kan men dan regenwaarnemingen per halve dag niet ontberen.

Voor de als voorbeeld genomen polders moest het onderzoek met kortere tijdseenheden achterwege blijven, omdat de regengegevens alleen per tijdvak van één etmaal bekend zijn.

Welke betekenis heeft de in formule 2 gevonden a-factor ? Wij menen met formule 2 aansluiting te mogen zoeken bij de ontwateringsformule, die door HOOGHOUTD werd ontwikkeld:

$$s = \frac{8 \text{ kd } m_0}{l^2} \quad (3).$$

Hierin is s = de schijf water, die bij drukhoogte m_0 door door de grond wordt afgevoerd. (in m. etm.⁻¹).

k = de doorlaatfactor (in m. etm.⁻¹).

d = de dikte van de laag van doorlatendheid k , waardoor men zich de stroming kan denken (in m).

m_0 = de drukhoogte (in m).

l = de afstand van de leidingen waarop wordt ontwaterd (in m).

Vergelijking van de formule's 2 en 3 laat zien, dat A_t en s dezelfde grootheden zijn. Dus:

$$s = A_t \quad (4)$$

De m_0 -waarde kan bij grove benadering in verband worden gebracht met $\sum N - \sum A$. Immers m_0 is de hoogte waartoe de grond boven het niveau, waarop ontwaterd wordt, gevuld is door overtollige neerslag, die nog niet tot afvoer kwam. Stelt men het poriënvolume in de grond, dat voor vulling met overtollig regenwater beschikbaar is, op $p\%$ dan geldt (zoals reeds opgemerkt bij grove benadering) de volgende betrekking:

$$m_0 = (\sum N - \sum A) \times \frac{100}{p} \quad (5)$$

Door invulling van (4) en (5) in (3):

$$A_t = \frac{8 \text{ kd}}{l^2} (\sum N - \sum A) \times \frac{100}{p}$$

Vergelijking van deze formule met (2) geeft:

$$a = \frac{8 \text{ kd}}{l^2} \cdot \frac{100}{p} \quad (6)$$

De a -waarde is groter naarmate de grond een groter doorlatend vermogen heeft en/of de afstand van de ontwateringsleidingen kleiner is.

Met een grote k-waarde gaat over het algemeen een grote p samen. Aangezien k over het algemeen bij toenemende p progressief toeneemt kan in de uitspraak van vorenstaande alinea aan de invloed van p worden voorbijgegaan.

De factor a blijkt, aldus geïnterpreteerd, een karakteristieke grootte voor de afvoerintensiteit te zijn. Hoe groter de waarde van a hoe sneller de afvoer.

De ontwateringsformule van HOOGHOUTD wordt doorgaans toegepast voor de berekening van drainafstanden. HOOGHOUTD gebruikte als ontwateringscriterium: een afvoer (s) van 0.005 m per etmaal bij een grondwaterstand van 0.50 m beneden maaiveld. Voor diep ontwaterd bouwland is m_0 dan ongeveer 0.60 m. Ingevoerd in formule 3 geeft dit:

$$\frac{8 \text{ kd}}{l^2} = \frac{0.005}{0.6}$$

Wordt p op 7.5% gesteld, dan wordt ingevolge formule 6:

$$a = \frac{0.005}{0.6} \times \frac{100}{7.5}$$

of: $a = \pm 0.1 \text{ etm}^{-1}$

Er zijn in Nederland ook reeds vele drainage's ontworpen, waarbij van een hogere s-waarde werd uitgegaan, terwijl de m_0 -waarde iets kleiner was. Voor s werd dan 0.0075 m per etmaal aangenomen, voor m_0 0.50 m. Dan geldt (wederom bij p = 7.5):

$$a = \frac{0.0075}{0.5} \times \frac{100}{7.5}$$

of: $a = 0.2 \text{ etm}^{-1}$

De verleiding is groot een aantal rekenvoorbeelden uit te werken. Ter illustratie wordt hier alleen een berekening voor grasland gegeven. Stel dat voor ondiep (0.50 m) ontwaterd veen-grasland als ontwateringscriterium geldt: een afvoer van 0.0075 m per etmaal bij een grondwaterstand van 0.25 m beneden maaiveld. m_0 is dus $0.50 - 0.25 = 0.25$ m. Wordt p op 10% gesteld, dan volgt:

$$a = \frac{0.0075}{0.25} \times \frac{100}{10}$$

$a = 0.3 \text{ etm}^{-1}$

De neiging om de hierboven berekende a-waarden te vergelijken met de in het begin van deze paragraaf vermelde a-waarden willen wij onderdrukken, omdat nog te weinig bekend is over de waarde van p.

3.2. TOEPASSING VAN DE AFVOERFUNCTIE OP EEN ONTWATERINGSVOORBEELD.

Formule 2 onder woorden gebracht, zegt dat de afvoer, die op een zeker moment optreedt, rechtevenredig is met de hoeveelheid vrij water, die nog in de grond boven het ontwateringsniveau aanwezig is.

Noemt men de hoogte van de grondwaterstand boven het ontwateringsniveau h en de daling van de grondwaterstand door afvoer $\frac{dh}{dt}$, dan geeft een vergelijking met formule 2:

$$\frac{dh}{dt} = A_t \times \frac{100}{p}$$

$$\text{en: } h = (\sum N - \sum A) \times \frac{100}{p}$$

Ingevolge (2):

$$\frac{dh}{dt} = a.h. \quad (7)$$

$$\text{Dus: } h_t = h_0 \cdot e^{-at} \quad (8)$$

Formule 8 kan worden toegepast op het grondwaterstandsverloop, indien door een voorafgaande regenval de grond tot de hoogte h_0 boven het ontwateringsniveau is gevuld en vervolgens alleen de afvoer invloed heeft op dit grondwaterstandsverloop, d.w.z. indien verdere regenval uitblijft.

A.L.TISDALL (C.S.I.R., Austr. Pamp. 11, 1942) vermeldt grondwaterstanden midden tussen drainreeksen, die op 27, resp. 13.5 m onderlinge afstand gelegen zijn. Zijn waarnemingen zijn weergegeven in tabel I.

Langs grafische weg is met de cijfers uit tabel 1 a van formule 8 vastgesteld.

Drainafstand	27 m	13.5 m
a	0.06 etm. ⁻¹	0.11 etm. ⁻¹

De verhouding $\frac{a_{27}}{a_{13.5}}$ is dus ± 0.5

Volgens formule 6 is de verhouding van de a-waarden:

$$\frac{a_{27}}{a_{13.5}} = \frac{8k_{27} d_{27} 127^{-2} \cdot 100 p_{27}^1}{8k_{13.5} d_{13.5} 113.5^2 \cdot 100 p_{13.5}^1}$$

Verondersteld mag worden dat $k_{27} = k_{13.5}$ en dat $p_{27} = p_{13.5}$.

Uit de tabellen voor de d-waarden, welke zijn gevoegd bij S.B.HOOGHOUDT: BIJDAGEN TOT DE KENNIS VAN ENIGE NATUURKUNDIGE GROOTHEDEN VAN DE GROND. No 7.1940, blijkt bij grote diepte van de ondoorlatende laag:

$$d_{27} = \pm 1.7 \times d_{13.5}$$

Mitsdien:

$$\frac{a_{27}}{a_{13.5}} = \frac{\pm 1.7 \times 27^{-2}}{13.5^{-2}} = \pm 0.4.$$

Uit de waarnemingen van TISDALL werd hierboven de waarde ± 0.5 voor deze verhouding afgeleid. Voortgezet onderzoek van soortgelijke aard zal moeten uitwijzen of deze overeenkomst een toevallige is of dat de ontwikkelde theorie inderdaad in de waarnemingen zijn bevestiging vindt.

4. AFVOERONDERZOEK IN EEN KLEIN STROOMGEBIED.

In paragraaf 3.1. werd reeds gewezen op de moeilijkheden die het onderzoek van de afvoerfunctie ondervindt, indien met grote tijdsintervallen moet worden gewerkt. Deze moeilijkheden doen zich vooral op de hogere, over het algemeen goed doorlatende gronden van de stroomgebieden voor. Het is bijvoorbeeld bekend dat de afvoer van beken na regenval snel toeneemt en ook weer betrekkelijk snel afneemt.

Bij de bestudering van de afvoer en van de factor a van een klein stroomgebied onder Wageningen is in verband hiermede een andere methode van onderzoek toegepast. Deze sluit nauw aan bij de gedachtengang ontwikkeld in het begin van paragraaf 3.2.

Volgens formule 8 geldt:

$$h_t = h_0 \times e^{-at}.$$

Aangezien h_t tot A_t in hetzelfde verband staat als h_0 tot A_0 , zal eveneens gelden:

$$A_t = A_0 \cdot e^{-at} \quad (9).$$

(Formule 9 voegt geen nieuwe relatie aan de hydrologie toe. Reeds omstreeks 1933 wees R.E.HORTON op het bestaan van een empirische functie van het type:

$$q_t = q_0 \cdot e^{-ct^n}$$

waarin bij eenvoudige opbouw van het stroomgebied n ongeveer gelijk 1 is).

Formule 9 kan worden toegepast op perioden, waarin na de regenval, die A_0 tengevolge heeft, geen nieuwe regenval optreedt. Met deze formule ontkomt men aan de moeilijkheden welke op blz. 4 zijn omschreven.

Het verrichte onderzoek is gebaseerd op afvoerbepalingen in een kleine waterloop ongeveer 1 km ten noorden van Wageningen. Ter beschikking staat een afvoercurve, die het verband tussen de waterstanden en de bijbehorende afvoeren geeft. Door de waterloop wordt het overtollige regenwater van een gebied met zichtbare afwatering ter grootte van 730 ha afgevoerd. Voorts wordt het kwelwater uit het gebied afgevoerd, afkomstig van achtergelegen hoge gronden behorende tot de westelijke Veluwerand.

In verband met het voorkomen van kwel moet ten behoeve van het opsporen van de factor a formule 9 gewijzigd worden. Is A_k de grootte van de laagwater-afvoer, die aan kwel wordt toegeschreven, dan wordt formule 9:

$$A_t - A_k = (A_0 - A_k) e^{-at} \quad (10)$$

$$\text{Dus } a = -\frac{2.3}{t} \log \frac{A_t - A_k}{A_0 - A_k} \quad (11)$$

A_k wordt als een constante in de berekening opgenomen. Dit is niet geheel juist. De A_k -waarde wordt echter ontleend aan droge perioden, die voorafgaan aan of aansluiten op de perioden waarin A_t ten behoeve van de berekening van a wordt waargenomen. Hiermede wordt zoveel mogelijk aan de bezwaren van het invoeren van een constante A_k ontkomen. A_k bedraagt ongeveer $0.08 \text{ m}^3 \cdot \text{sec}^{-1}$

Tabel 2 geeft een overzicht van de waarnemingen in vier afvoerperiodes. Kort voor deze perioden viel regen, waarna verdere regenval in de perioden uitbleef. Met deze gegevens kan a volgens formule 11 worden berekend.

De met deze formule berekende a-waarden zijn in de laatste kolom van tabel 2 vermeld. Bij de berekening is aan de waarnemingen het gewicht van de bijbehorende t gegeven.

In figuur 4 is de grafische afleiding van a gegeven.

$\log \frac{A_t - A_k}{A_o - A_k}$ is uitgezet tegen t. De door de punten getrokken lijn komt overeen met een a-waarde van 0.035 uur^{-1} of 0.85 etm^{-1} .

De gevonden a lijkt groot in vergelijking tot de voor de poldergebieden gevonden waarden. Dit moet worden toegeschreven aan het grote doorlatend vermogen van de in het stroomgebied aange troffen zandgronden en aan het vrij dichte slotennet.

De berekende a-waarden (zie tabel 2) laten een betrekkelijk grote spreiding zien. De middelbare fout van de berekende gemiddelde a bedraagt ongeveer 10%. Opmerking verdient, dat de spreiding waarschijnlijk niet uitsluitend aan toevalsinvloeden en waarnemingsfouten geweten moet worden. In figuur 5 is de berekende a-waarde van iedere afvoerperiode uitgezet tegen de bijbehorende A_o . De ligging van de punten doet een belangrijke toename van a bij grotere A_o veronderstellen. Geheel onwaarschijnlijk is dit niet. Een grote A_o correspondeert met een hoge grondwaterstand. De bovenlagen van de grond nemen dan deel aan de stroming, waardoor de afvoer sneller verloopt. Dit is in overeenstemming met de theoretische interpretatie van a zoals deze in paragraaf 3.1. en in formule 6 is gegeven.

De aldus gevonden a is aan een toetsing onderworpen. Hiertoe is gebruik gemaakt van het waarnemingsmateriaal van de periode 22 Maart - 16 April 1951. In deze periode zijn vrij frequent peilschaal-aflezings in de eerdergenoemde waterloop verricht. De toetsing beoogt na te gaan in hoeverre de waterstanden, die met behulp van $a = 0.85 \text{ etm}^{-1}$ kunnen worden berekend, overeenstemmen met de werkelijk waargenomen waterstanden.

Ten behoeve van deze toetsing is het waarnemingsmateriaal bewerkt met de halve dag als tijdsinterval. De regencijfers zijn ontleend aan de pluviogrammen van het Laboratorium voor Natuurkunde te Wageningen. De waargenomen regenhoeveelheden zijn gecorrigeerd op verdamping door deze te verminderen met 0.5 mm per halve dag op 22 Maart oplopend tot 0.8 mm per halve dag op 16 April. De aldus verkregen waarden geven de hoeveelheden regen (N_t) aan, die per halve dag de afvoer belasten. Verondersteld wordt dat N_t gelijkmatig verdeeld over 12 uren valt.

Aan het begin van iedere halve dag is een zekere nog niet afgevoerde hoeveelheid regen in het gebied aanwezig. Deze wordt door N_0 weergegeven.

De per halve dag uit het gebied afgevoerde hoeveelheid regenwater wordt door A_t weergegeven. A_t is de totale afvoer per halve dag. D.w.z.:

$$A_t = A'_t + A_k.$$

Volgens de afvoerfunctie (zie ook formule 2) is de afvoer (aan te geven met $\frac{dA}{dt}$) rechtevenredig met de hoeveelheid regen die nog niet werd afgevoerd. D.w.z.:

$$\frac{dA}{dt} = a(\Sigma N - \Sigma A)$$

Hierin is ΣN opgebouwd uit een hoeveelheid N_0 , aan het begin van de halve dag aanwezig, en een hoeveelheid N_t die evenredig over de halve dag verdeeld valt. Men kan N_t dus weergeven met de formule $N_t = kt$ waarin k een constante is. ΣA komt overeen met A'_t

Bovenstaande formule wordt dus:

$$\frac{dA}{dt} = a(N_0 + kt - A'_t) \quad (12)$$

In figuur 6 is formule 12 grafisch weergegeven.

PROF. Dr N.H. KUIPER gaf de afleiding van A'_t uit deze formule. Een analoge bewerking is opgenomen in het gestencilde Dictaat Differentiaalrekening 1951-1952, blz. D 53 en 54.

Het resultaat luidt:

$$A'_t = \frac{k}{a}(at + e^{-at} - 1) + N_0(1 - e^{-at}) \quad (13)$$

Wordt de halve dag als tijdseenheid ingevoerd, dan geldt:

$$k = N_t$$

$$a = 0.425$$

$$t = 1$$

Ingevuld in 13:

$$A'_t = 0.189 N_t + 0.3447 N_0 \quad (14)$$

In formule 14 kan men zich A'_t , N_t en N_0 in mm (over 730 ha) uitgedrukt denken.

De berekening, die voor de eerste dagen van de onderzochte periode in tabel 3 is weergegeven, verloopt als volgt. Voor de eerste halve dag wordt -noodgedwongen- N_0 gelijk 0 gesteld.

Uit de N_t -waarde van de eerste halve dag, kan A_t worden berekend. Aan het einde van het eerste tijdsinterval is dus in het gebied nog een hoeveelheid $N_t - 0.189 N_t$ aanwezig. Dit is de N_0 -waarde voor de tweede halve dag. Deze wordt met de N_t -waarde van de tweede halve dag in formule 14 ingevuld en geeft A_t voor de tweede halve dag. Vervolgens kan de nog niet afgevoerde hoeveelheid aan het einde van ^{de} tweede halve dag worden berekend, die weer als N_0 voor de derde halve dag geldt. Daarmede wordt de berekening voortgezet.

De A_t -waarden zijn uitgedrukt in mm en gelden voor de regenhoeveelheid die in een halve dag over 730 ha wordt afgevoerd. Deze wordt omgerekend op een gemiddelde afvoer gedurende de halve dag in $m^3 \cdot sec^{-1}$. Door deze A_t te vermeerderen met A_k ($0.08 m^3 sec^{-1}$) wordt A_t gekregen, dus de berekende gemiddelde afvoer voor de opeenvolgende halve dagen van de onderzochte periode. Deze kan met de afvoercurve op berekende waterstanden worden herleid.

In figuur 7 zijn de berekende waterstanden tegen de tijd uitgezet. Met stippen zijn de waargenomen waterstanden aangegeven. De overeenstemming en dus ook het resultaat van de toetsing zijn bevredigend.

De berekende waterstanden in figuur 7 zijn aan het einde van de halve dagen getekend. Hiermede wordt op min of meer gebrekkige wijze tot uitdrukking gebracht, dat het regenwater gemiddeld een kwart dag in de zakwaterphase verblijft.

Ogenschoijnlijk doet zich nog een moeilijkheid voor. N_0 werd voor de eerste halve dag van de periode gelijk 0 gesteld, terwijl deze in werkelijkheid ongetwijfeld een hogere waarde zal hebben gehad. De hierdoor ontstane fout is bij $a = 0.85 etm^{-1}$ na ongeveer vijf dagen te verwaarlozen. Over de eerste vijf dagen wordt bij $a = 0.85 etm^{-1}$ van de oorspronkelijk aanwezige hoeveelheid ongeveer 99% afgevoerd (Voor de opeenvolgende dagen resp. 57, 25, 10, 5 en 2%). Bij lagere waarden van a , d.w.z. bij een tragere afvoer, strekt de invloed van een foutieve aanname van de eerste N_0 zich over een langere periode uit. Bijv. over 18 dagen bij $a = 0.25 etm^{-1}$.

5. TOEPASSINGSMOGELIJKHEDEN.

In de afvoerfunctie is de factor a een maat voor de ontwateringssnelheid. Dit kan met een eenvoudig voorbeeld worden geïllustreerd. Voor de opeenvolgende dagen van een gefingeerde regenperiode zijn de hieronder vermelde regenhoeveelheden (N_t) aangenomen:

5 3 0 5 30 3 3 3 10 3 0 5 5 3 mm.

Verondersteld wordt, dat aan het begin van de eerste dag geen overtollig water in de grond aanwezig is. Voorts wordt aangenomen dat N_t telkens gelijkmatig verdeeld over de dag valt, het grondwater bereikt en tot afvoer aanleiding geeft. Verdampingsinvloeden worden verwaarloosd.

Indien N_0 de hoeveelheid voorstelt, die aan het begin van iedere dag als niet afgevoerde hoeveelheid regen nog in de grond aanwezig is, dan kan formule 13 toepassing vinden. Voor A_t wordt hier A_t , de afvoer op de dag t , geschreven:

$$A_t = \frac{k}{a} (at + e^{-at} - 1) + N_0 (1 - e^{-at})$$

Met het etmaal als tijdseenheid geldt:

$$k = N_t \quad t = 1$$

Mitsdien:

$$A_t = \frac{N_t}{a} (a + e^{-a} - 1) + N_0 (1 - e^{-a}).$$

Met deze formule zijn de N_0 -waarden van de opeenvolgende dagen berekend voor a resp. 0.25, 0.50, 0.75 en 1.00 etm^{-1}

In figuur 8 zijn de berekende hoeveelheden regen, die nog niet tot afvoer kwamen, voor de opeenvolgende dagen van de regenperiode uitgezet. Duidelijk komt de trage afvoer bij $a = 0.25$ etm^{-1} tot uiting. De nog niet afgevoerde hoeveelheden blijven langdurig op een hoog niveau.

Bij de hoge a -waarden zijn de verschillen weinig sprekend. De lijnen voor $a = 0.75$ en $a = 1.00$ etm^{-1} lopen slechts weinig uiteen. De berekening, die aan figuur 7 ten grondslag ligt, zou evenmin een sterk afwijkend resultaat hebben gegeven, indien a niet 0.85, doch 0.70 of 1.00 etm^{-1} zou hebben bedragen. In figuur 7 zijn als voorbeeld voor de dagen 8 en 13 April 1951 de waterstanden uitgezet die met deze a -waarden zouden zijn verkregen.

Aan het beeld, dat figuur 8 biedt, kan een korte beschouwing over een van de mogelijkheden van toepassing van deze berekeningen worden verbonden.

Indien voor de onderdelen van een stroomgebied de a -waarden bekend zijn, dan kunnen de verschillen in te verwachten afvoeren beoordeeld worden met de hierboven weergegeven berekening. Hiermede kan steun worden gegeven aan de keuze van het afvoerend vermogen van te verbeteren stromen en beken.

Het theoretische verlengstuk van deze toepassing ligt in de studie van het verband tussen de grootte van de factor a en karakteristieke grootheden van het stroomgebied als geohydrologische gesteldheid, dichtheid van het watergangenstelsel e.d.

Een andere mogelijkheid van toepassing ligt in de vergelijking van gebieden met verschillende regenverdeling en verschillende regenintensiteit. Polders met dezelfde a -waarde, doch gelegen in verschillende regengebieden, zullen een te berekenen, verschillend afvoerbeeld geven. Dit beeld kan van waarde zijn voor een goede beoordeling van het vermogen van te bouwen gemalen, te graven watergangen e.d.

Hiervoor dienen de regenverdelingen in hanteerbare vorm beschikbaar te zijn. Het K.N.M.I. heeft een bewerking van de regencijfers van een aantal stations in voorbereiding, waaraan de benodigde gegevens ontleend zullen kunnen worden.

Men mag aannemen, dat de lage afvoerfactor in de provincie Groningen voor een belangrijk deel zijn rechtvaardiging vindt in de aldaar voorkomende regenintensiteiten, die lager zijn dan de regenintensiteiten in Utrecht en Holland. Het is ongetwijfeld van belang deze vergelijking over het gehele land uit te strekken.

6. SLOTOPMERKING.

Bij het berekenen van de factor a is voor de bemalen poldergebieden formule 2 toegepast op regenperioden van verscheidene dagen lengte, waarbij de regenval nauwkeurig bekend dient te zijn.

Voor het hellende stroomgebied onder Wageningen is formule 11 toegepast op korte afvoerperioden, welke door regenval werden voorafgegaan, doch waar in de periode geen regen viel. Kennis van de gevallen hoeveelheid regen is niet vereist.

Dit verschil in berekeningswijze vindt zijn grond in de volgende oorzaken.

a. De afvoer uit stroomgebieden verloopt vloeiend. Uit bemalen polders wordt het water echter min of meer stootsgewijs verwijderd. Voor zover de benodigde gegevens uit maalstaten moeten worden afgeleid, is het dan ook beter het etmaal als tijdseenheid te gebruiken. Verschillen voortvloeiend uit de onregel-

matige bemaling worden aldus enigszins afgevlakt.

b. De snelle afvoer uit de stroomgebieden verhindert het gebruik van het etmaal als tijdseenheid. Het is dus een gelukkige omstandigheid dat juist in de stroomgebieden de afvoer vloeiend met de tijd verloopt. Met de over het algemeen trage afvoer in de polders kan een werkwijze, waarin het etmaal als tijdseenheid fungeert, zonder bezwaar worden toegepast.

Tijd in dagen	Grondwaterstand in cm t.o.v. het vlak van de drains	
	Drainafstand	Drainafstand
	27 m.	13.5 m.
0	173	173
3	147	114
7	115	76
12	86	37
20	59	18
27	36	16

Tabel 1. Grondwaterstand bij twee drainafstanden op verschillende tijdstippen.

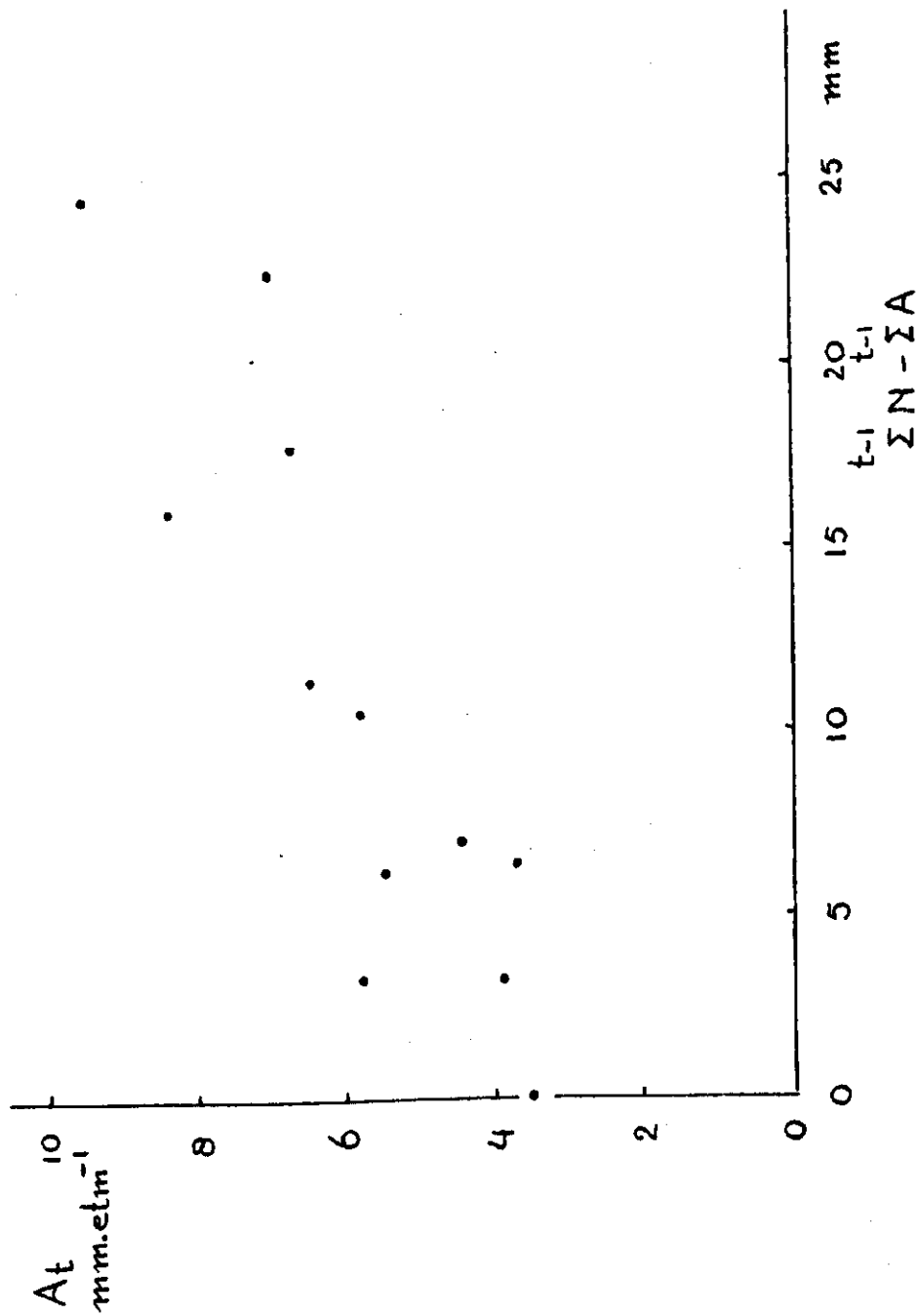
Datum 1951	Tijdstip	Aflezings peilschaal	At m ³ sec. ⁻¹	At - Ak	t uren	At - Ak Ao - Ak	a etm. ⁻¹
15-2	9.00	-20½	0.134	0.054	0	1.00	
	19.30	-22	0.122	0.042	10½	0.78	0.86
16-2	9.00	-25	0.100	0.020	24	0.37	
	17.30	-25½	0.097	0.017	32½	0.31	
23-2	22.00	-2	0.353	0.273	0	1.00	
24-2	9.30	-11	0.232	0.152	11½	0.56	1.15
	12.30	-12	0.220	0.140	14½	0.51	
3-4	10.00	-17	0.166	0.086	0	1.00	
	19.30	-19	0.147	0.067	9½	0.78	0.60
4-4	13.30	-21	0.130	0.050	27½	0.58	
5-4	12.30	-10½	0.238	0.158	0	1.00	
	16.00	-12	0.220	0.140	3½	0.89	0.78
	19.00	-14	0.198	0.118	6½	0.75	
6-4	12.30	-18	0.157	0.077	24	0.49	

Tabel 2. Stroomgebied van 730 ha onder Wageningen.

Afvoergegevens en a-waarden van vier afvoerperioden.

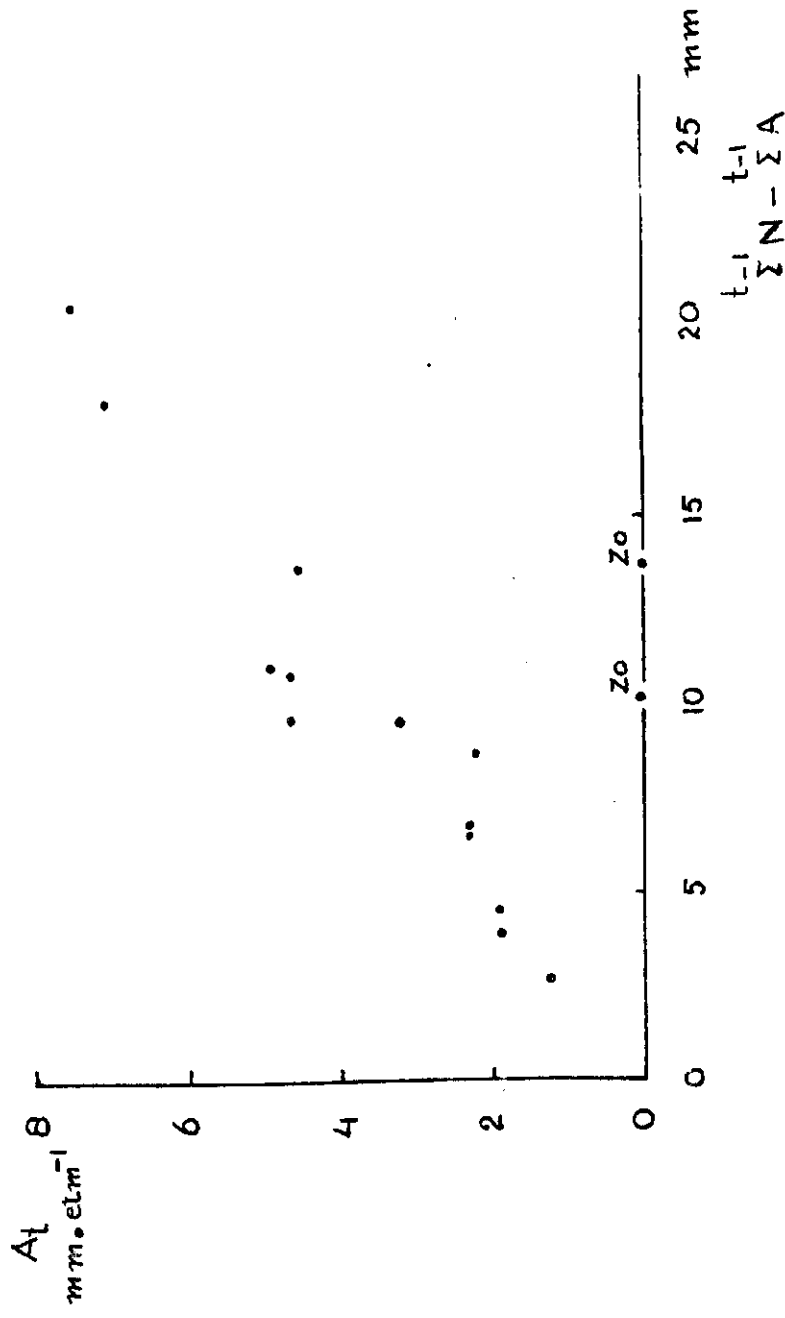
Maart . 1951 Dag	uur	Neerslag mm	Verd. mm	Nt mm	No mm	At ¹ mm	At ¹ m ³ /sec	At m ³ /sec	Waterstand aan de peilschaal.
22	0-12	1.15	0.5	0.65	0	0.12	0.02	0.10	-25
	12-24	2.65	0.5	2.15	0.53	0.59	0.10	0.18	-15½
23	0-12	0.45	0.5	0	2.09	0.72	0.12	0.20	-14
	12-24	5.00	0.5	4.45	1.37	1.31	0.22	0.30	-6
24	0-12	1.80	0.5	1.30	4.51	1.81	0.30	0.38	-½
	12-24	2.50	0.6	1.90	4.00	1.74	0.29	0.37	-1
25	0-12	0.75	0.6	0.15	4.16	1.47	0.25	0.33	-4
	12-24	0.80	0.6	0.20	2.84	1.02	0.17	0.25	-9½

Tabel 3. Stroomgebied van 730 ha onder Wageningen.
Voorbeeld van de berekening van de waterstanden.



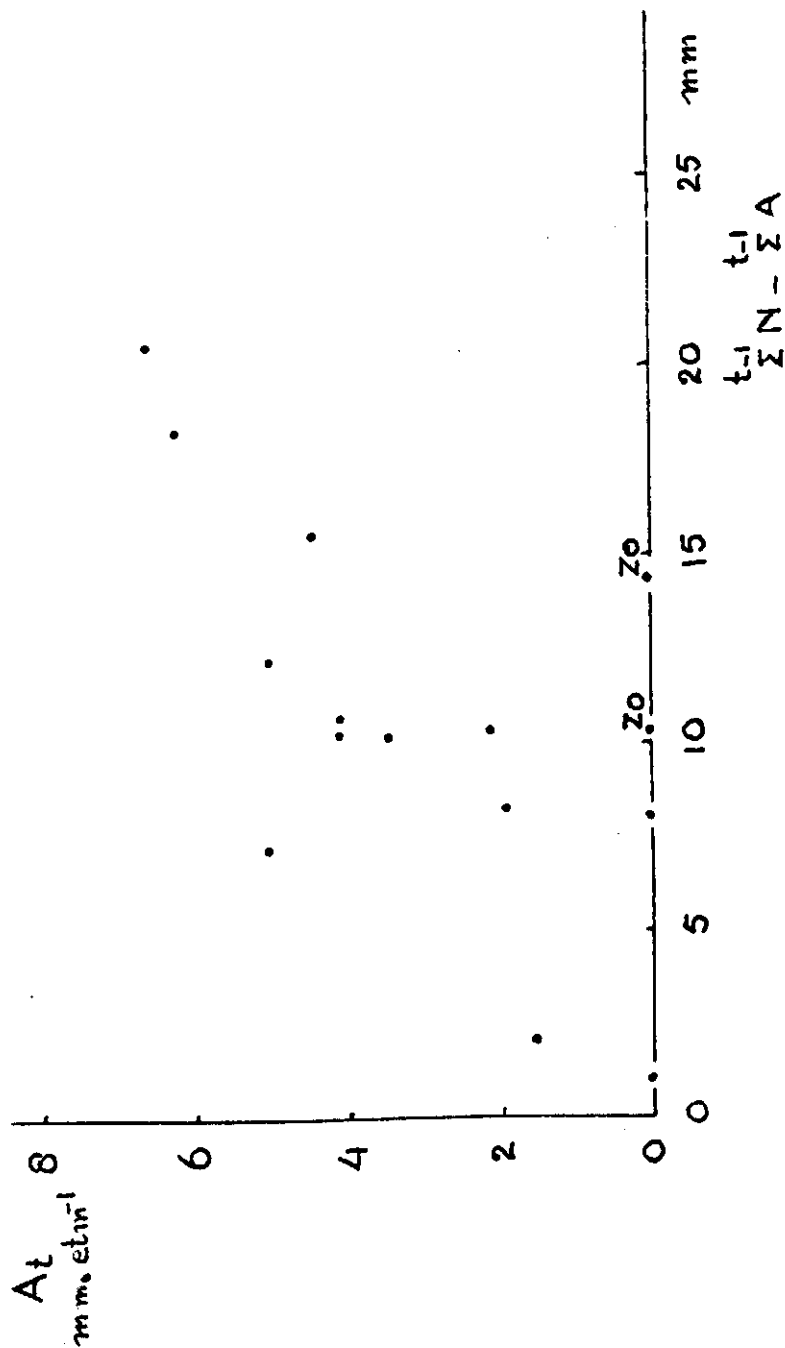
FIGUUR 1. GEZAMENLUKE POLDERS VAN RIJNLAND. AFVOERPERIODE

6 $\frac{1}{m}$ 17 JAN. 1948. SAMENHANG TUSSEN AFVOER A_t PER ETMAAL EN DE SEDERT 6 JAN.'48 NIET AFGEVOERDE HOEVEELHEID REGEN $\Sigma N - \Sigma A$

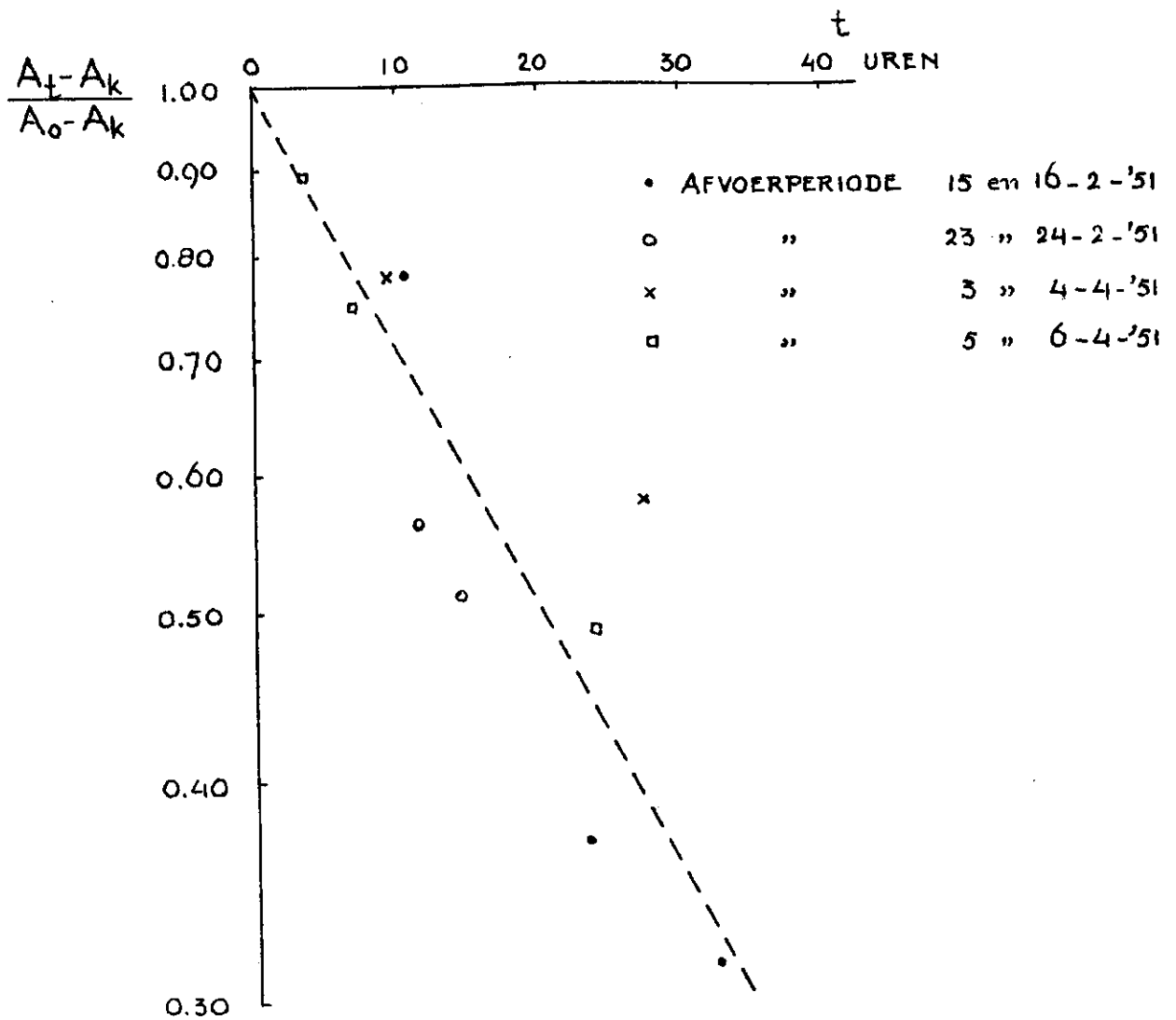


FIGUUR 2. POLDER VEENDIJK. AFVOERPERIODE 10 $\frac{t}{m}$ 24 DEC. 1949.

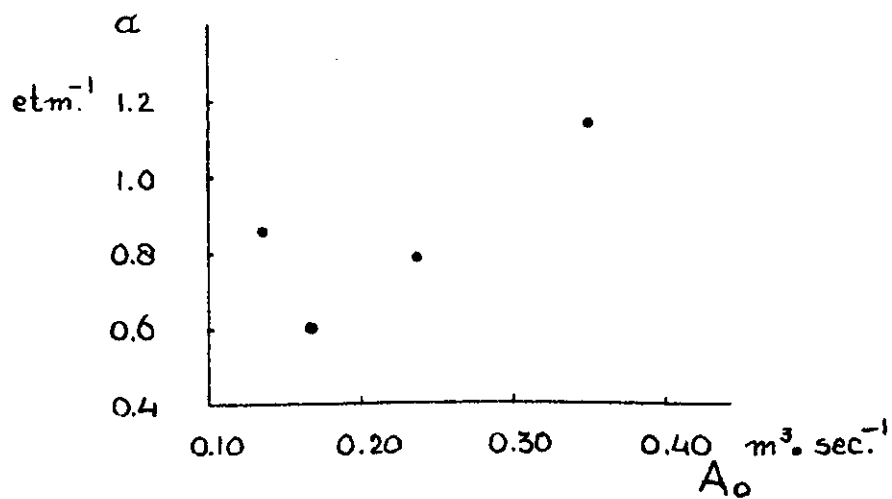
SAMENHANG TUSSEN AFVOER A_t PER ETMAAL EN DE SEDERT 10 DEC.'49 NIET AFGEVOERDE HOEVEELHEID REGEN $\Sigma N - \Sigma A$.
(DE CIJFERS LANGS DE X-AS ZIJN VERSCHOVEN TOT $X=0$ SAMENVALT MET $Y=0$).



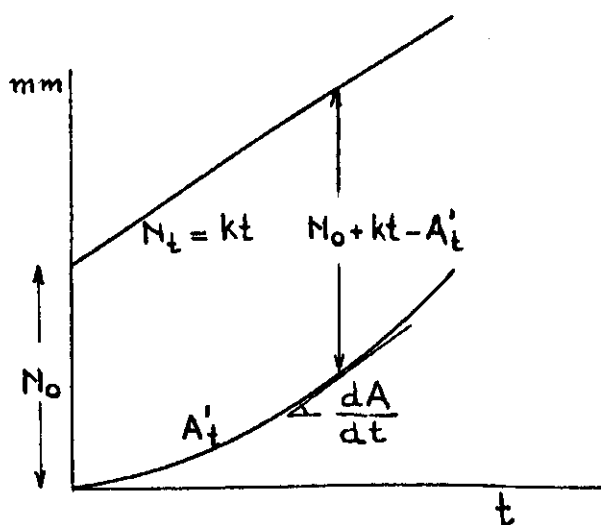
FIGUUR 3. POLDER ZELDERT. AFVOERPERIODE $10\frac{1}{m}$ 24 DEC. 1949.
 SAMENHANG TUSSEN AFVOER A_t PER ETMAAL EN DE SEDERT
 10 DEC. '49 NIET AFGEVOERDE HOEVEELHEID REGEN $\Sigma N - \Sigma A$.
 (DE CUFERS LANGS DE X-AS ZIJN VERSCHOVEN TOT $X=0$
 SAMENVALT MET $Y=0$).



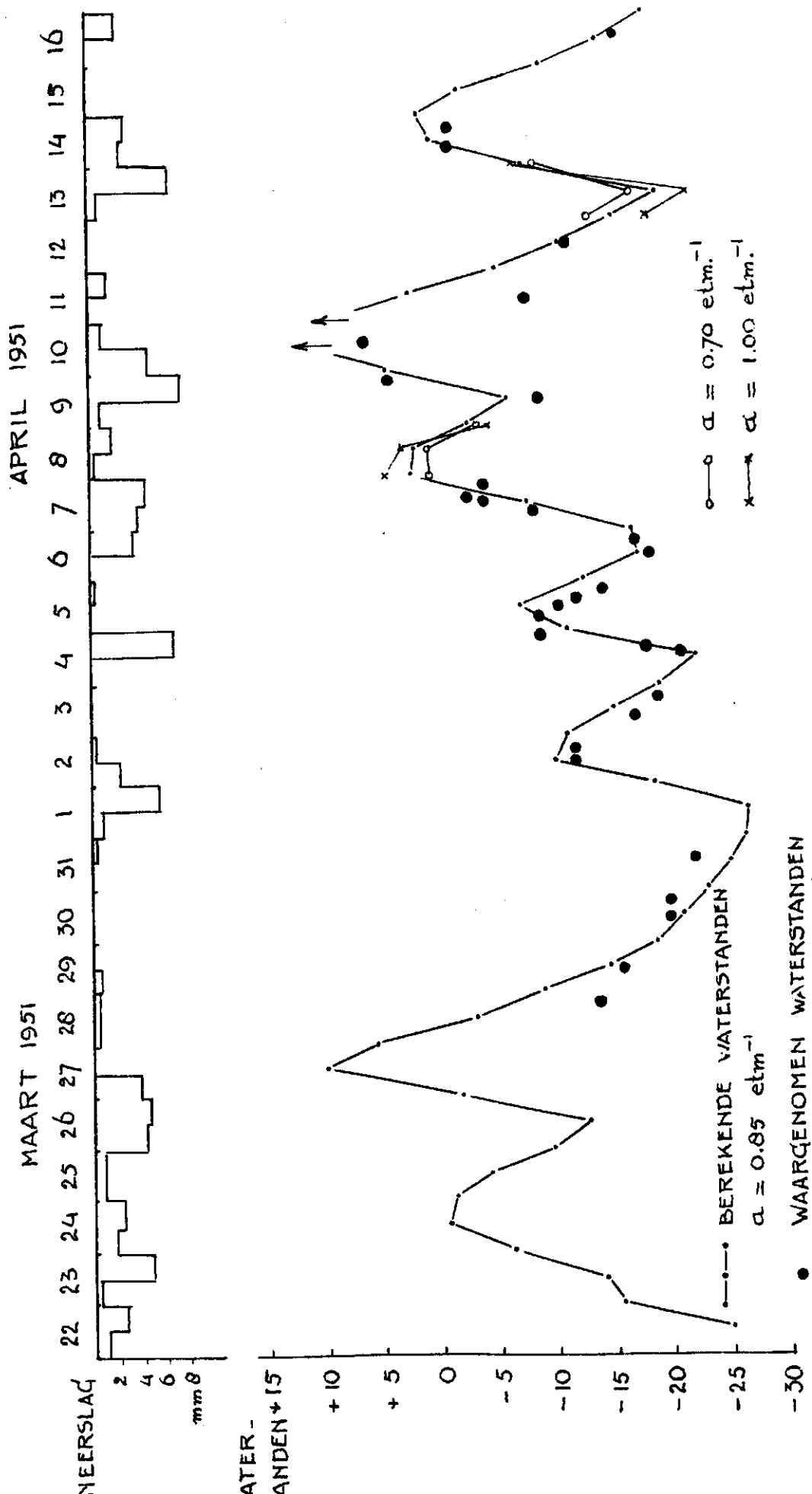
FIGUUR 4. TOEPASSING VAN FORMULE II OP DE
 GEGEVENS VAN TABEL 2.



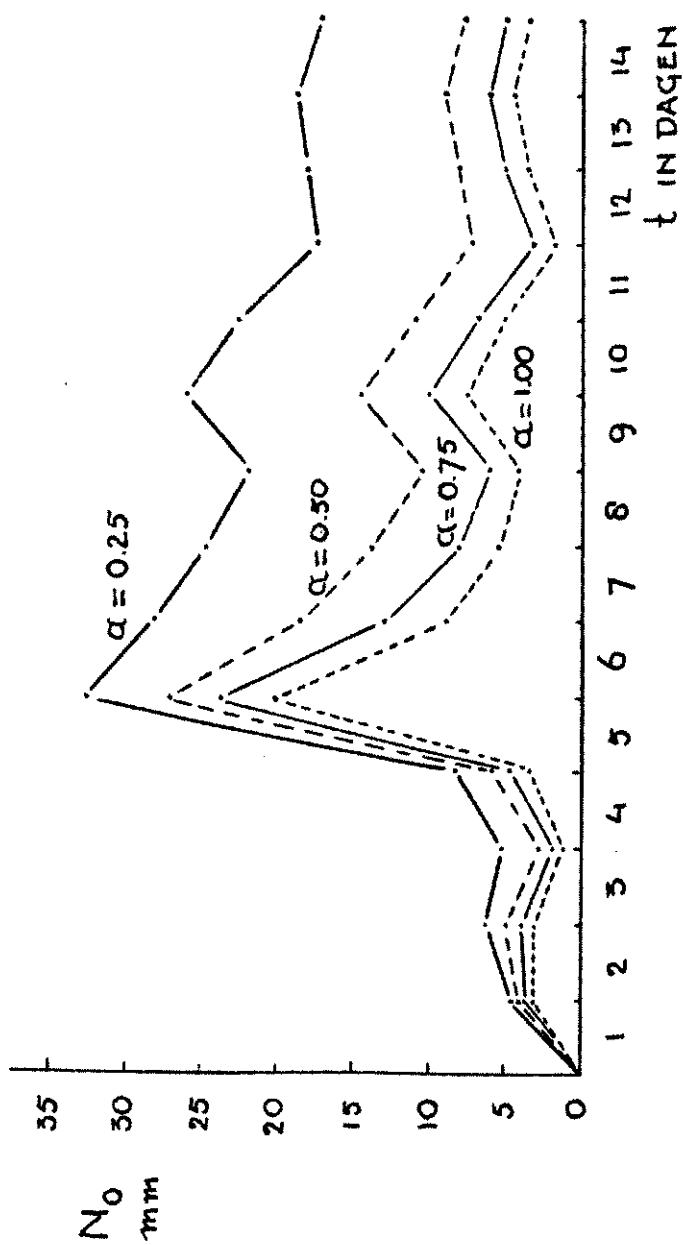
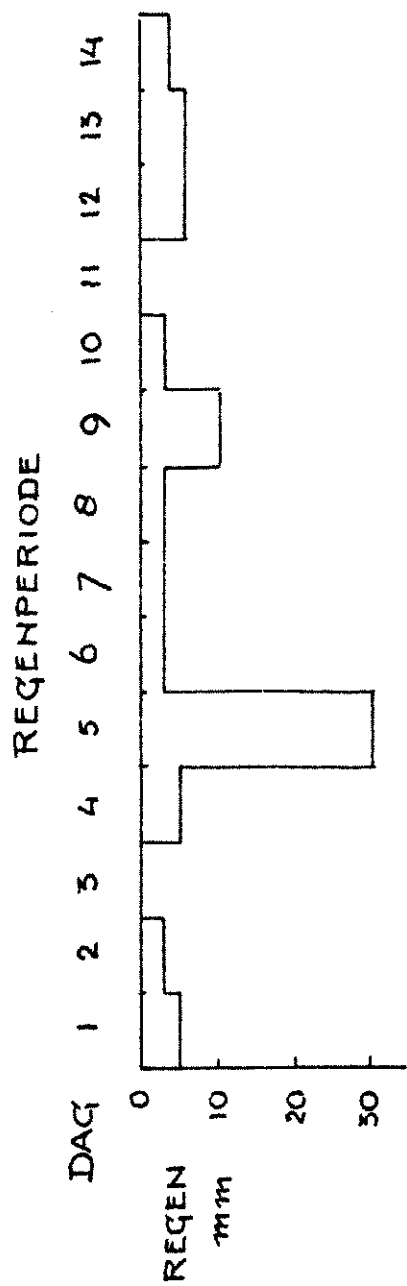
FIGUUR 5. α UIT FORMULE II VOOR DE AFVOERPERIODEN VAN TABEL 2 UITGEZET TEGEN A_0 .



FIGUUR 6. GRAFISCHE WEERGAVE VAN FORMULE 2.



FIGUUR 7. STROOMGEBIED VAN 730 ha ONDER WAGENINGEN.
BEREKENDE EN WAARGENOMEN WATERSTANDEN.



FIGUUR 8. HOEVEELHEDEN NIET AFGEVOERDE REGEN IN EEN GEFINGEERT
REGENPERIODE BIJ UITEENLOPENDE α -WAARDEN.