

## Samengestelde intrestberekeningen en de toepassingsmogelijkheden in de bosbouw

B. van Boven

Landbouw-Economisch Instituut, sectie Bosbouw  
Bosbouwproefstation, Wageningen

Vooraf in de bosbouw is, door het langdurige productieproces, bedrijfseconomie niet denkbaar zonder toepassing van samengestelde intrestberekening. In andere bedrijfstakken in de agrarische sector is de productiecyclus meestal in één jaar of korter voltooid. Naast de bosbouw vormen o.a. ook de fruitteelt, teelt van laanbomen, teelt van asperges hierop een uitzondering. In dit artikel blijft dit buiten beschouwing.

Een ieder die wel eens met intrestberekening te maken heeft gehad, weet dat alle gevallen van samengestelde intrestberekening zijn te herleiden tot al of niet eindige wiskundige reeksen. Deze zijn dan ook uitgewerkt en als rente- of intresttafels in boekvorm beschikbaar. In de praktijk blijkt het echter soms moeilijk om voor een bepaalde berekening de juiste intresttafel toe te passen.

Om te trachten in voorkomende gevallen wat meer houvast te geven, zullen hier enkele van de voor de bosbouw meest relevante facetten uit de financiële rekenkunde nog eens worden behandeld. Daarbij zal dan verwezen worden naar de bestaande tafels; aan het opstellen van reeksen wordt dus voorbijgegaan. Voor de volledigheid zal bij de tafels de formule worden gegeven, waaruit de getallen in de tafels zijn berekend, alsmede de symbolen.

Het gehanteerde rentepercentage en de bedragen zijn volkomen willekeurig.

Als symbool voor de rente wordt  $i$  gebruikt. In sommige tafels wordt ook wel  $\frac{p}{100}$  aangehouden of  $0,0 p$

### Enkelvoudige en samengestelde intrest

Voor de volledigheid worden deze begrippen hier kort vermeld.

Bij enkelvoudige intrest wordt de rente  $i$  niet aan het uitstaande vermogen toegevoegd, doch elk jaar uitgekeerd, c.q. op een andere rekening bijgeschreven.

Bij samengestelde intrest wordt de rente  $i$  elk jaar toegevoegd aan het uitstaande vermogen; deze rente wordt zelf ook weer rente-gevend, enz. Met dit laatste geval - de samengestelde intrest - heeft de bosbouwer het meest te maken.

### 1 De eindwaarde-berekening

Bij de eindwaarde-berekening wordt nagegaan waartoe een bepaald beginbedrag bij een gegeven rentevoet na een aantal jaren aangroeit.

Het is duidelijk, dat als bijv.  $f$  100 één jaar wordt uitgezet tegen 10% rente, aan het eind van het eerste jaar  $f$  110 ontvangen kan worden. Blijft deze  $f$  110 echter nog één jaar staan tegen 10% rente dan kan aan het eind van het tweede jaar  $f$  121 worden ontvangen, enz. Dus:

100            110            121            enz.

Deze eindwaarde-berekening is in elk intresttafelboek (bijv. van Overeem 1970) als tabel I te vinden. Door het uitgezette bedrag te vermenigvuldigen met de factor uit tabel I, die bij dat bepaalde jaar en de gegeven rentevoet behoort, wordt het bedrag, waartoe het beginbedrag is aangegroeid gevonden.

$$\text{Formule: } K_n = K(1+i)^n$$

$$\text{Symbool: } S_n = (1+i)^n$$

### 2 De contante-waarde berekening

Het tegenovergestelde van de eindwaarde, waartoe een bedrag op samengestelde intrest is aangegroeid, is de contante waarde, ook wel beginwaarde of gediscoteerde waarde genoemd.

Neem als voorbeeld weer de  $f$  100 die in twee jaar op 10% samengestelde intrest aangroeit tot  $f$  121 in het tweede jaar:

$f$  100 nu     $f$  110 in het eerste jaar     $f$  121 in het tweede jaar. Het zal duidelijk zijn, dat  $f$  121 te ontvangen na het tweede jaar bij 10% rente overeenkomt met  $f$  100 nu. De waarde van  $f$  100 nu ten opzichte van de waarde in de toekomst noemt men de contante waarde (c.w.).

Deze bepaling van de contante waarde kan men vinden door het eindwaardebedrag te vermenigvuldigen met de factor uit tabel II, die weer bij dat bepaalde jaar en de gegeven rentevoet behoort.

$$\text{Formule: c.w.} = K = K_n \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$\text{Symbool: } A_n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

### 3 De eindwaarde bij constante toevoeging

Bij de eindwaarde-berekening is eenmalig  $f$  100 op samengestelde intrest gezet. Het komt echter dikwijls voor dat men wil weten wat de gevolgen zijn van het jaarlijks uitzetten van een vast bedrag, bijv. elk jaar  $f$  100 à 10% rente.

In het eerste jaar groeit deze  $f$  100 aan tot  $f$  110. Aan het begin van het tweede jaar wordt  $f$  100 toegevoegd, zodat er nu staat:  $f$  110 +  $f$  100 =  $f$  210, die weer bij 10% aangroeit tot  $f$  231. Dit kan men zich over een reeks van jaren voorstellen.

Ook hiervoor bestaat een tafel, meestal tafel III. Door weer het beginbedrag, nl.  $f$  100 te vermenigvuldigen met de factor uit tafel III, die bij dat bepaalde jaren. In feite is dan de vraag: wat is de waarde het eindbedrag bij constante toevoeging.

$$\text{Formule: } K_n = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} K$$

$$\text{Symbool: } S_n = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n$$

### 4 De contante-waarde bij constante toevoeging

Onder ad 2 is uiteengezet hoe men de waarde van een eenmalig in de toekomst vervallend bedrag bij een gegeven rentevoet kan herleiden tot de waarde nu, dat is de contante waarde. Evenals bij ad 3 komt het echter voor dat men wil weten wat de contante-waarde is van een constante toevoeging in de komende jaren. In feite is dan de vraag: wat is de waarde op dit moment bij 10% rente van een bedrag van  $f$  100, waaraan men na één resp. twee jaar nog eens  $f$  100 toevoegt.

Men vindt:  $f$  90,90 +  $f$  82,85 =  $f$  173,75 enz.

Hiervoor is in de meest gangbare rentetafels tafel IV opgenomen. Door  $f$  100 uit dit voorbeeld te vermenigvuldigen met de factor die bij het bepaalde jaar en de gegeven rentevoet behoren, wordt het contante bedrag gevonden.

$$\text{Formule: c.w.} = \frac{1}{i} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right\} K$$

$$\text{Symbool } a_n = \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n}$$

### 5 Toepassing van contante- of eindwaarde-berekening

Indien verschillende bostypen op hun bedrijfseconomische waarde moeten worden getoetst, wordt dikwijls een contante- of een eindwaarde-berekening toegepast om een keuze te kunnen maken.

Alle relevante opbrengsten en kosten worden bij een gegeven rentevoet contant gemaakt of de eindwaarde wordt berekend en het verschil bepaalt de mate van winst- of verliesgevend zijn.

Theoretisch is er geen voorkeur voor eindwaarde- of contante-waarde-berekening. De eindwaarde-bere-

kening neemt echter met zich mee, dat men met grote getallen werkt die, in de toekomst liggende, moeilijk te beoordelen zijn.

De contante-waardeberekening heeft als voordeel dat men met guldens van nu werkt wat een oordeel iets gemakkelijker maakt. (Een discussie over inflatie wordt nadrukkelijk vermeden; deze zou het denken over de gehanteerde methoden vertroebelen). Bovendien wordt in andere bedrijfstakken van onze samenleving in voorkomende gevallen ook steeds de contante-waarde methode gehanteerd.

Beperken we ons nu tot de contante-waarde-berekening. Als moeilijkheid wordt wel eens aangevoerd dat niet bij alle houtsoorten de omloop even lang is. Het beste lijkt hier om aan te sluiten bij de meest gangbare methode in onze samenleving door de zgn. herbeleggingsclausule toe te passen. Dit betekent, dat er vanuit wordt gegaan, dat bij het vrij komen van het geld uit de houtsoort met de kortste omloop dit bedrag wel belegd kan worden tegen de gehanteerde rentevoet tot aan het einde van de houtsoort met de langste omloop. De contante-waarde van de resterende geldstroom is dan per definitie nul en werkt niet verstrend bij de keuze.

### 6 Berekening van de waarde van grond

Grond heeft zuiver bedrijfseconomisch gezien, op zichzelf geen waarde. Alleen indien er alternatieve toepassingsmogelijkheden zijn, heeft grond een bedrijfseconomische waarde. De bedrijfseconomische waarde van grond is dus een afgeleide van de alternatieve toepassingsmogelijkheden. De bedrijfseconomische waarde van de grond wordt in deze gedachtengang dus bepaald door de mogelijke toepassing in de toekomst. Berekening van een dergelijke bedrijfseconomische waarde kan nodig zijn als beslist moet worden of "woeste" grond in cultuur gebracht moet worden, of zeeën moeten worden ingepolderd e.d. Als onderdeel van een totale benadering kan dan een bedrijfseconomische berekening van de grond voor diverse bestemmingen noodzakelijk zijn (bosbouw, landbouw, stedenbouw, enz.). Indien op deze wijze een waarde groter dan nul berekend wordt, is bedrijfseconomisch gezien het in cultuur brengen zinvol. Met nadruk wordt er op gewezen dat deze berekende waarde geen enkel verband behoeft te houden met de eventuele waarde in het ruilverkeer: de berekende waarden zijn slechts indicaties over het al of niet en de wijze van in cultuur brengen. Wij beperken ons thans tot de bestemmingsmogelijkheden "landbouwgrond" en "bosgrond": andere bestemmingsmogelijkheden blijven buiten beschouwing.

#### a De berekening van de waarde als landbouwgrond

Een berekening voor landbouwkundige opbrengsten en kosten wordt zodanig uitgevoerd dat na aftrek van

alle andere factoraanspraken (arbeid, vermogen) alleen de beloning voor de factor "grond" overblijft, uitgedrukt in een bedrag in guldens per ha. Stel dat deze nettobeloning f 400 per ha per jaar bedraagt. Aangenomen wordt nu, dat deze opbrengst ook in de toekomst gehaald zal worden. Men heeft dan te maken met een eeuwigdurende opbrengst die elk jaar vervalt. Daardoor kan volstaan worden met het delen van f 400 door de rentevoet om de kapitaalwaarde van 1 ha te vinden. Indien de rentevoet 10% is, bedraagt de berekende kapitaalwaarde nu  $\frac{400}{0.10} = f 4 000$ . Immers, f 4 000 levert bij 10% rente elk jaar f 400 op.

#### b De berekening van de waarde als bosgrond

Voor de berekening van de waarde als bosgrond gaan we uit van een eenvoudig systeem om de berekening overzichtelijk te houden. Aangenomen wordt dat een bos na vijftien jaar kaprijp is. Voor de berekening wordt de contante-waarde gebruikt (ad 2). Alle aanleg- en verzorgingskosten worden bij 10% contant gemaakt evenals de opbrengst na 15 jaar.

Veronderstel nu dat de contante waarde van opbrengst minus kosten f 3 040 per ha bedraagt.

Bij ad 6a kregen we een opbrengst per ha per jaar. Hier hebben we de contante waarde van f 3 040, die echter pas over vijftien jaar vervalt. Om nu de opbrengst per ha per jaar te kennen, keren we terug naar de onder ad 4 genoemde contante-waarde bij constante toevoeging. De daar genoemde rentetafel IV leert, dat als vijftien jaar lang een bepaald bedrag à 10% vervalt, de contante-waarde van deze bedragen gevonden kan worden door dit bedrag te vermenigvuldigen met de factor uit tabel IV bij vijftien jaar en 10%, nl. 7,6. Omgekeerd is het dan ook waar, dat door deling van de contante-waarde van f 3 040 per ha door deze factor 7,6 = f 400 als jaarlijks bedrag verkregen kan worden. Weer aannemende, evenals bij 6a voor de landbouwgrond, dat dit bedrag per ha ook in de toekomst verkregen kan worden, is nu de berekende kapitaalwaarde van bosgrond bij 10%  $\frac{f 400}{0.10} = f 4 000$  per ha.

In de bosbouw wordt de boven omschreven bewerking meestal direct herleid tot een nieuwe formule en wel tot  $\frac{1}{(1+i)^n - 1}$  voor de berekening van de waarde van de grond uit een eindwaarde of tot

$1 + \frac{1}{(1+i)^n - 1}$  voor de berekening uit een contante waarde. Deze herleiding wordt hier niet uitgevoerd. Wel zal aangetoond worden dat in alle gevallen dezelfde waarde voor de grond wordt verkregen.

De factor, om direct uit een eindwaarde de waarde van de grond te berekenen is bij vijftien jaar en 10%:

$$\frac{1}{(1 + 0.10)^{15} - 1} = 0.315; \text{ voor de berekening van de waarde van de grond uit de contante waarde wordt dit } 1 + \frac{1}{(1 + 0.10)^{15} - 1} = 1 + 0.315 = 1.315.$$

Vermenigvuldigen we deze laatste factor, 1,315 met de eerder genoemde contante waarde van f 3 040 dan krijgen we weer f 4 000.

Voor de berekening van de waarde van de grond uit de eindwaarde, wordt eerst de eindwaarde van f 3 040 berekend na vijftien jaar bij 10% (ad 1). Deze eindwaarde bedraagt f 12 700. Vermenigvuldiging van f 12 700 met  $\frac{1}{(1 + 0.10)^{15} - 1} = 0.315$  levert weer f 4 000 op als waarde van de grond.

#### Het "going concern"

Hiervoor is de factor  $1 + \frac{1}{(1+i)^n - 1}$  genoemd.

De toevoeging van de factor 1 aan de factor  $\frac{1}{(1+i)^n - 1}$  wordt in de bosbouwliteratuur nog wel eens verklaard uit het feit dat het bos een "going concern" is: zeer kort samengevat betekent dit: het bos bestaat reeds, heeft een gelijkwaardige verdeling over de verschillende leeftijdsklassen en al oogstende wordt weer ingeplant.

Bedrijfseconomisch betekent dit dat de kosten en opbrengsten aan het begin van het jaar vervallen.

Praktisch gezien is het echter niet belangrijk of de waarde van de grond wordt berekend uit de opbrengsten minus kosten aan het begin of het eind van het jaar. Dit kan blijken door terug te gaan naar de veronderstelde opbrengst van landbouwgrond onder ad 6, nl. f 400 per ha aan het eind van het jaar. Willen we deze opbrengst nu aan het begin van het jaar hebben, dan moet ze eerst contant worden gemaakt (ad 2) bij één jaar en 10%. We krijgen dan f 363,63 als opbrengst aan het begin van het jaar. Dit bedrag moet nu weer vermenigvuldigd worden door  $1 + \frac{100}{10} = 11 \times f 363,63 = f 4 000$ .

#### Formules:

Contante-waarde, eeuwigdurende rente, vervallend aan het eind van het jaar:  $\frac{1}{i}$

Idem doch vervallend aan het begin van het jaar:  $\frac{1+i}{i}$

Hieruit blijkt dat vergelijking van de waarde van de grond voor landbouw of bosbouw op de boven beschreven wijze mogelijk is.

## Samenvatting

In het voorgaande zijn de rentetafels, die voor berekeningen in de bosbouw het meest noodzakelijk zijn, behandeld. Daarbij is gesteld dat toepassing van de contante-waardeberekening bij vergelijking van verschillende houtsoorten, uit praktische overwegingen de voorkeur verdient. Verder zijn de waarde van landbouw- en bosgrond berekend bij veronderstelde opbrengsten. Daarbij is gebleken dat een vergelijking met behulp van de behandelde rentetafels tot eenzelfde resultaat leidt als toepassing van de factor

$\frac{1}{(1+i)^n - 1}$  waarbij gebruik van een extra tafel noodzakelijk is.

## Literatuur

- Boven, B. van. 1973. Financiële vergelijking van bos-aanlegmethoden van de Corsicaanse den bij verschillende plantdichtheden. Intern rapport nr. 48 Bosbouwproefstation "De Dorschkamp" en Landbouw-Economisch Instituut - sectie Bosbouw.
- Bos, J. van den. 1971. Financiële en economische aspecten van de aanleg van nieuwe bossen. In: Nieuwe bossen in Nederland. Extra nr. Ned. Bosb. Tijdschr., april 1971 (74-83).
- Financiële resultaten van populierenopstanden. Rapport van de Werkgroep Bedrijfseconomie van de Nationale Populieren Commissie. Populier 6 (1), 1969.
- Financiële (de) resultaten van populierenbeplantingen langs perceelsgrenzen. Rapport van de Werkgroep Bedrijfseconomie van de Nationale Populieren Commissie. Populier 8 (1), 1971.
- Financiële consequenties van het gebruik van verschillende houtsoorten bij de aanleg van nieuwe bossen. Publikatie nr. 7 van Werkgroep Bos in Stedelijke Gebieden. Ned. Bosb. Tijdschr. 43 (6), 1971 (122-137); Meded. Bosbouwproefstation, nr. 120.
- Hulst, W. van. De vervanging van duurzame produktiemiddelen. Leiden, Stenfert Kroese, 1973.
- Linden, C. van der. Handelsrekenen en financiële rekenkunde. Prisma compendia nr. 52. Prisma Boeken Utrecht/Antwerpen.
- Mantel, W. Waldbewertung, 5. neubearb. Aufl., München, BLV, 1968.
- Mey, A. e.a. Encyclopedie van de Bedrijfseconomie, dl. VI Mathematische analysestatistiek. Bussum, de Haan, 1971.
- Overeem, M. van. Tafels voor samengestelde intrest. Utrecht, Honig, 1970.
- Samuelson, P. A. Handboek van de economie, dl. 2. Aula nr. 351. Utrecht, Spectrum, 1969.
- Schroeff, H. J. van der. Kosten en kostprijs, dl. 1. Kosmos, 1970.